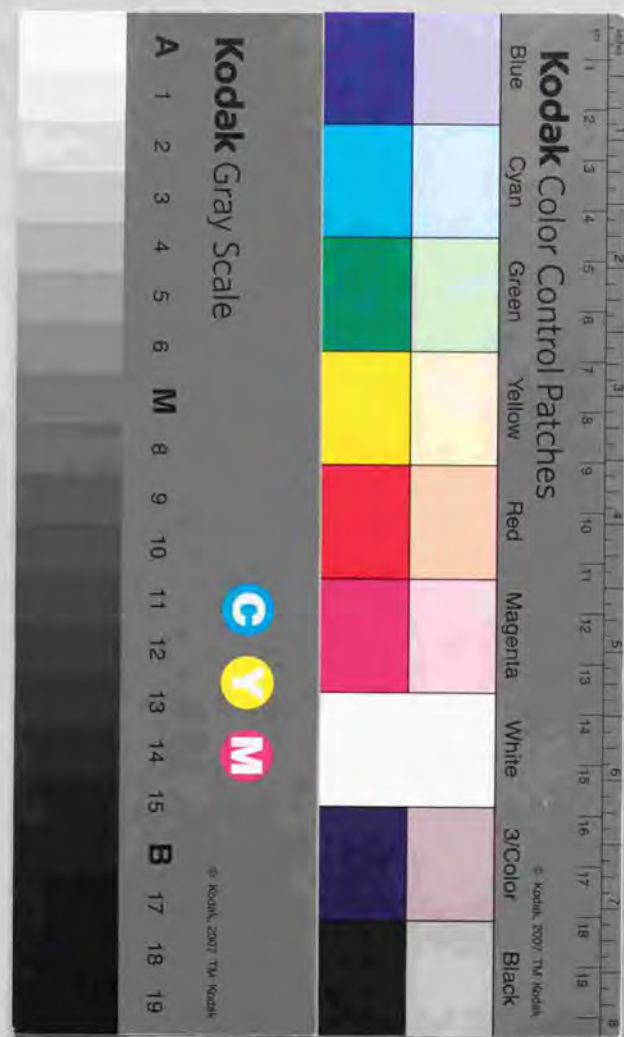


大スパン軽量構造の幾何学的非線形問題の

基礎的研究と構造設計への応用

1994年3月

小田 寛 史



①

大スパン軽量構造の幾何学的非線形問題の

基礎的研究と構造設計への応用

1994年3月

小 田 憲 史

論文の内容の要旨

大スパン軽量構造の幾何学的非線形問題の 基礎的研究と構造設計への応用

小 田 憲 史

本論文は、大スパン軽量構造において重要となる形状（幾何学的）非線形問題の基礎的研究を行い、得られた知見を構造設計に応用することを目的としている。形状（幾何学的）非線形問題には、不安定構造に初期張力を導入することにより生じる「不安定構造問題」と、安定構造物に荷重が作用したときに不安定になる「構造安定問題」などがある。

本論文のⅠ部（第2章～第4章）は、不安定構造問題の視点から自己釣合応力が存在し、初期張力を導入することにより安定化する張力安定トラス構造を取り上げ、その構造挙動を解析理論と実験により明らかにしている。さらに構造設計への応用を行っている。Ⅱ部（第5章～第8章）は、構造安定問題の視点から単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈を取り上げている。このねじれ座屈現象は、以前から指摘されていたが具体的に解析された例は少ない。従って接合部のねじれ座屈の解析手法を導きその挙動を調査する。その上で構造設計時の接合部のねじれ座屈荷重評価式を提案している。

本論文は、Ⅰ部（第2章～第4章）とⅡ部（第5章～第8章）に分かれ全9章から成っている。以下に各章の概要について述べる。

第1章「序論」では、本論文に関する既往の研究の整理と研究の背景を説明し、本論文の目的と構成について述べている。

第2章「張力安定トラス構造の解析理論」では、張力安定トラス構造の解析理論および単位構造の構成とその構造挙動を述べている。張力安定構造は不安定構造に自己釣合張力を導入することにより安定化した構造であるため、剛体としての運動の自由度を持つ不安定構造の構造挙動の把握が必要となる。(1)そこで適合条件式と釣合式を独立に利用することにより、剛体変位と自己釣合応力の抽出および剛体変位モードと自己釣合応力モードの個数とその計算法、(2)自己釣合応力の導入による幾何剛性の構成を理論的に扱うための解析法を定式化している。次いで、(3)抽出された独立な自己釣合応力モードが複数の場合、安定かつ剛性が大きくなるような自己釣合応力モードの組み合わせ法について述べている。さらに張力安定トラス構造の載荷能力を調べるためには、幾何学的非線形解析を行い荷重と変位の関係を求める必要がある。(4)そのためケーブル材に生じる「たるみ」を力学的に表現するため（片側応力問題と言う）、変分不等式を利用することにより、たるみの情報を組み込んだ基礎方程式を誘導している。

その上で「単位構造」の概念を説明し、単位構造の形状を表す5個のパラメーターと初期張力の大きさの変化による構造挙動を調べると同時に、自己釣合応力と形状パラメーターとの関係を図化し、最適な形状を設計するための設計資料を提出した。これらの結果をもとに、4体の試験体を用いて載荷実験を行い、その結果と解析結果の比較を行っている。

第3章「張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計」では、張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計および実験棟の建設概要を述べている。単位構造の構造挙動に基づいて、5個の単位構造からなる部分構造と円筒型張力安定トラス構造

の数値解析を行い、荷重と軸力、荷重と変位の関係およびケーブルにたるみが生じるときの弛緩荷重を調べている。張力安定構造は比較的新しい構造で、実施例も少ないことから設計指針などは整っていない。そこで解析から得られる弛緩荷重と降伏荷重に基づいて、張力安定トラス構造の構造設計を行うための設計指針（案）を提案している。提案された設計指針（案）を使って設計された円筒型張力安定トラス構造の実験棟の建設を行い、施工中の張力の測定、初期剛性や施工性の確認を行っている。

第4章「Ⅰ部のまとめ」では、張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計に関する知見をⅠ部のまとめとして述べている。主な結果を以下に示す。

(1) 張力安定トラス構造を解析するため、次の解析手法を述べている。

○一般逆行列を使って適合条件式と釣合式を解くことによる不安定構造の剛体変位モードと自己釣合応力モードの計算法。

○抽出された独立な自己釣合応力モードの個数が複数の場合、安定かつ剛性が大きくなるような自己釣合応力モードの組み合わせ法。

○自己釣合応力の導入による幾何剛性の構成式。

○ケーブルに生じるたるみを力学的に表現するため、変分不等式を利用することによる幾何学的非線形解析の基礎方程式。

(2) 不安定トラスにポストとケーブル材を利用して自己釣合応力を導入することにより安定化する単位構造の繰り返しで構成される張力安定トラス構造の提案を行った。単位構造の形状を表す5個のパラメーターを変化させたときの関係を図化し設計用の図として整理した。さらに単位構造の載荷実験を行い、解析結果と実験結果がよく一致していることを示した。

(3) 円筒型張力安定トラス構造の構造挙動を数値解析によって調査した。解析結果から得られる弛緩荷重と降伏荷重に基づいて、構造設計のための設計指針（案）を提案した。

(4) 提案した設計指針（案）を使って構造設計された円筒型張力安定トラス構造の実験棟の建設を行い、施工中の張力の測定を通して初期剛性や施工性の確

認を行った。この実験棟は屋根重量が約 20kg/m^2 であり、軽量で剛性の高い構造であることを示した。

第5章「単位ドームの接合部のねじれ座屈の解析理論」では、円筒型接合部を持つ単位ドームの接合部のねじれ座屈を扱っている。国際花と緑の博覧会の日本政府館「自然科学棟」の木造単層ラチスシェルの載荷実験を行った結果、接合部のねじれを伴うねじれ座屈が発生し、それ以後は荷重の増加とともに鉛直方向変位と接合部のねじれが進展した。この複合座屈である飛移座屈と接合部のねじれ座屈および部材座屈との関係を整理している。鉛直方向変位と法線まわりの回転角を未知量とする2自由度の単位ドームを解析モデルとして採用し、節点変位と部材端変位の関係式を釣合式に取り入れ定式化している。ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が生じる条件式を導いている。

偏平な単位ドームの数値解析例を通して、部材の面内・面外曲げ剛性と接合部の大きさが接合部のねじれ座屈に与える影響を調べた。さらに単位ドームの載荷実験を行ない実験結果と解析結果を比較している。

第6章「単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈の解析法」では、接合部の大きさを考慮した単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析を行うことを目的としている。接合部の大きさと部材半開角をパラメーターとして、全体座標系の接合部の変位と部材座標系の部材端変位の関係を用い、基礎方程式の定式化を行っている。増分型の数値解析をおこなうため、増分区間内では線形剛性マトリックス（接線剛性マトリックス）を利用する増分型基礎方程式を導いている。

導いた増分型基礎方程式を使って、第5章の数値解析に用いた単位ドームおよび節点間の寸法と部材断面がこの単位ドームと同じである単層ラチスシェルを、境界条件と荷重条件を変えて数値解析を行い、荷重と鉛直変位、荷重と回転角の関係および接合部のねじれモードを調べている。また、ねじれモーメントによる初期不整が接合部のねじれ座屈に与える影響を調査している。

第7章「接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案」では、第5章で得られた接合部のねじれ座屈が生じる条件式を用い、鉛直変位を3次項まで採用した場合と1次項のみ採用した場合のねじれ剛性の変化の差を評価し、接合部のねじれ座屈荷重評価式を提案している。

第8章「Ⅱ部のまとめ」では、単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈に関する知見をⅡ部のまとめとして述べている。主な結果を以下に示す。

- (1) 飛移座屈と接合部のねじれ座屈および部材座屈との関係を明らかにしている。
- (2) 鉛直方向変位と法線まわりの回転角を未知量とする2自由度の単位ドームを解析モデルとして採用し、節点変位と部材端変位の関係式を釣合式に取り入れ定式化している。ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が生じる条件式を導いている。
- (3) 接合部のねじれ座屈はドームの法線回りの部材曲げ剛性が小さい場合に生じやすく、その場合の接合部のねじれ座屈は接合部の大きさの影響が少ないことを示した。
- (4) 単位ドームの接合部のねじれ座屈モードは、中央節点が正であればその外周節点は負になるモードが最初に生じることを示した。
- (5) 偏平な単位ドームの載荷実験を行った結果、接合部のねじれ座屈荷重の解析結果は実験結果の1.5~2.0倍であった。
- (6) 単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案を行った。

第9章「結論」では、Ⅰ部およびⅡ部のまとめで述べたものを再びまとめて、本論文の結論として述べている。

以上本論文では、大スパン軽量構造の幾何学的非線形問題において、Ⅰ部として張力安定トラス構造の提案と構造挙動の調査を行い、Ⅱ部として単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈挙動を明らかにし、ねじれ座屈荷重評価式の提案を行った。

Summary of Thesis

A Basic Study of Geometrically Nonlinear Problems in Large-Span and Light-Weight Structures and Their Practical Applications

Kenshi ODA

The present work studies the important geometrically nonlinear problems in the large-span and light-weight structures. The findings of the research work are then applied to the practical design. In the geometrically nonlinear problems there are "unstable structural problems" and "structural stability problems" and so on. The unstable structural problems exist in an unstable structure into which prestresses are introduced. The structural stability problems occur when external loads are applied to a stable structure in such a way that it loses its structural stability.

From the view point of the unstable structural problems, Part I of the thesis (Chapters 2 to 4) deals with the analytical theory and experimental investigations of truss structures stabilized by cable tension in which self-equilibrated stresses exist and which are stabilized by introducing prestresses. Application to practical design is also described.

From the view point of structural stability problems,

Part II of this thesis (Chapters 5 to 8) deals with torsional buckling problems of joints of single layer lattice shells. The torsional buckling phenomena of joints have been indicated before. However, the analytical method has not been studied in detail so far. Therefore, an analytical approach to deal with torsional buckling of joints is developed and the behaviour of this type of buckling is investigated. Furthermore, a formula for evaluation of the torsional buckling loads of joint in practical design is proposed.

The thesis consists of two parts, Part I (Chapters 2 to 4) and Part II (Chapters 5 to 8), containing nine chapters in total. The outline of each chapter is described in the following.

In Chapter 1, "Introduction", the past studies relating to the present work are reviewed and background of the research is explained. The objectives and constitution of the thesis are described.

In Chapter 2, "Analytical Theory of Truss Structures Stabilized by Cable Tension", the analytical theory, the composition of a unit-structure and its structural behaviour are discussed.

Truss structures stabilized by cable tension (TSC structures in short) are constructed from unstable trusses and stabilized by introducing self-equilibrated prestresses. Thus, it is necessary to understand the behaviour of unstable structures which have the degrees of freedom corresponding to rigid body displacements. The compatibility equations and the equilibrium equations are treated separately and these problems are analytically formulized. The extraction of rigid body displacements and the self-equilibrated stresses and the way of calculating the number of rigid body displacement modes and self-equilibrated stress modes. The geometrical stiffness induced by the self-equilibrated stresses is formulated. The combination methods to produce a stable structure with high rigidity are described

if there exist multiple independent self-equilibrated stress modes. Moreover, in order to investigate the loading capacity of TSC structures, it is necessary to carry out geometrically nonlinear analysis and to obtain the load displacement relations. To mechanically deal with slackening in cables (uni-lateral stress problem), the basic equations for calculation of slackening are derived by utilizing the variational inequality equations.

The concept of the unit structure is then explained. The behaviour of the unit structure is studied by varying the initial prestresses and the five parameters defining its configuration. The relation between the self-equilibrated stresses and configuration parameters is illustrated by diagrams. The design data for deciding the optimum shape of structures are described. Based on these results, loading tests for four types of test models are performed and the experimental results are compared with the analytical ones.

In Chapter 3, "Structural Behaviour and Design of Truss Structures Stabilized by Cable Tension", the structural behaviour of TSC structures, their structural design and the construction of an experimental building are described.

Based on the structural behaviour of the unit structures, numerical analyses are carried out for a substructure consisting of five unit structures and a barrel vault shaped TSC structure. The relation between loads and axial forces, loads and displacements and load level corresponding to slackening in the cables are investigated. TSC structures are structures of the relatively new type. They have not been widely constructed in practice as yet. Because of that, the practical design principles are not available. Therefore, considering the slackening load and yielding load from analyses, the design guide lines (proposal) for the structural design of TSC structures are proposed.

An experimental building of barrel vault shaped TSC structure which is designed according to the proposed design guide lines is constructed. The axial forces in the truss and cable members during the construction are measured and

it is confirmed that such structures hold initial stiffness and are capable of being built up easily.

In Chapter 4, "Conclusions of Part I", the findings relating to the structural behaviour and their structural design of TSC structures are described. The main points are as follows.

(1) The following analytical methods are developed for analysing the TSC structures.

- *The method to calculate the rigid body displacement modes and self-equilibrated stress modes from the solutions of the compatibility equations and equilibrium equations by using the generalized inverse matrix.

- *The combination method to produce a stable structure with high rigidity is described if there exist multiple independent self-equilibrated stress modes.

- *The geometrical stiffness induced by the self-equilibrated stresses is formulated.

- *To mechanically deal with slackening in cables, the basic equations for calculation of slackening are derived by utilizing the variational inequality equations.

(2) TSC structure which is an assemblage of the unit structures are proposed and discussed. An unstable truss structure is stabilized by the self-equilibrated prestresses which is introduced by using a post and cable members. The behaviour of the unit structure by varying the five parameters defining the configuration of unit structure is studied and is illustrated for use as the practical design diagrams. Moreover, the loading tests for the unit structures are carried out, it is shown that the analytical results are in close agreement with the test results.

(3) The structural behaviour of a barrel vault shaped TSC structure is investigated analytically. The design guide lines (proposal) for the structural design of TSC structures are proposed by considering the slackening load and yielding load from the analyses.

(4) An experimental building of barrel vault shaped TSC structure which is designed according to the proposed design

guide lines is constructed. Through measuring the axial forces in the truss and cable members during the construction, it is confirmed that such structure hold initial stiffness and are capable of being built up easily. The self weight of the experimental building is about 20kg/m^2 . It is shown that TSC structure is of light weight and high rigidity.

In Chapter 5, "Analytical Theory for Torsional Buckling of Joint of a Six-Member Unit Dome", the torsional buckling problems of joints of a six-member unit dome having cylindrical connectors are investigated.

We made a loading test on a wooden single layer lattice shell, which was constructed as "the Nature and Science Pavilion" in the Japanese Government Garden in the International Garden and Greenery Exposition. As the results of the loading test, the torsional buckling of joint occurred with the rotation in joints. The load level increased after initial buckling. At the same time the vertical displacements and rotational angle in joints also increased. The relation between snap through buckling, torsional buckling of joints and member buckling is described as coupled buckling. An analytical model of a six-member unit dome is adopted which has two degrees of freedom, a vertical displacement and a rotational angle about normal line to the dome surface at the center of the unit dome, as the unknowns. The equilibrium equations are formulized by adopting the relation between node displacements and member end displacements. The occurrence condition of torsional buckling of joint is found out by changing the torsional rigidity.

Through the numerical analyses for the shallow six-member unit dome, the effects to the torsional buckling from the in-plane and out-plane bending rigidities of members and the sizes of joints are studied. Furthermore, loading tests of six-member unit domes are carried out and the theoretical results are compared with the test results.

In Chapter 6, "Analytical Method for Torsional Buckling of Single Layer Lattice Shells", the aim is to carry out geometrically nonlinear analysis of single layer lattice shells taken into account of the sizes of joints.

The sizes of joints and the inclined angles of the members are taken as parameters. The basic equilibrium equations are derived by using the relation between the joint displacements in the global coordinates and the displacements of the member ends in the local coordinates. In order to perform an incremental analysis, the incremental equilibrium equations are derived by adopting the linear stiffness matrix (tangent stiffness matrix) for each increment.

The same six-member unit dome for the numerical analysis discussed in Chapter 5 is analysed by using the developed incremental equilibrium equations. Furthermore, a single layer lattice shell which have the same member lengths between adjoining joints and the same cross sections of members is also analysed by changing the boundary and loading conditions. The relations between the loads and the vertical displacements, the loads and the rotational angles about normal line and the torsional modes of joints are also investigated. The effects to the torsional buckling from the initial imperfection due to torsional moment are also investigated.

In Chapter 7, "Proposed Formula for Evaluation of The Torsional Buckling Load of Joints" a formula for evaluation of the torsional buckling load of joints is proposed. By using the occurrence conditions of the torsional buckling of joints described in Chapter 5, the difference between the variation of torsional rigidity calculated by adopting up to third order terms and that calculated by adopting only first order terms is evaluated.

In Chapter 8, "Conclusions of Part II", the findings related to torsional buckling of joints of single layer lattice shells are described. The main points are as follows

- (1) The relation between snap-through buckling, torsional buckling of joints and member buckling is shown.
- (2) An analytical model of a six-member unit dome is adopted which has two degrees of freedom, a vertical displacement and rotational angle about normal line to the dome surface at the center of the unit dome, as the unknown. The equilibrium equations are formulated by adopting the relation between node displacements and member end displacements. The occurrence conditions of torsional buckling of joints is found out by changing the torsional rigidity.
- (3) When the bending rigidities of members about the normal line to the dome surface are small, the torsional buckling of joints is apt to occur before the snap-through buckling. In that case, torsional buckling loads of joints are little affected by the sizes of joints.
- (4) It is shown that in the mode of torsional buckling of joints for unit dome, the rotational directions of the surrounding nodes are opposite to the rotational direction of the center node.
- (5) From the results of loading tests on shallow unit domes, the torsional buckling loads of joints obtained from the analyses were 1.5 to 2.0 times larger than the load levels obtained from the experiment.
- (6) A formula for evaluation of the torsional buckling loads of joints for single layer lattice shells is proposed.

In Chapter 9, "Conclusions", the conclusions described in Part I and II are readjusted and the conclusions of the whole work are drawn.

The thesis is devoted to geometrically nonlinear problems in large-span and light-weight structures. In the first Part, the truss structures stabilized by cable tension are proposed and their structural behaviour is investigated. In the second Part, the torsional buckling behaviour of single layer lattice shells is investigated and a formula for evaluation of torsional buckling load of joints is developed.

Abhandlungszusammenfassung

Grundlegende Studie über Geometrisch Nichtlinearer Probleme für Leichte Strukturen mit Großer Spannweite und Ihre Anwendung auf Den Strukturentwurf

Kenshi Oda

Diese Abhandlung befaßt sich mit grundlegender Forschung in Bezug auf geometrisch nichtlinearer Probleme für leichte Strukturen mit großer Spannweite, um die erhaltenen Erkenntnisse auf den Strukturentwurf anzuwenden. Als geometrisch nichtlinearer Probleme gibt es „das Problem der instabilen Struktur“, das durch Einleiten einer Vorspannung in eine instabile Struktur entsteht, „das Strukturstabilitätsproblem“, bei dem eine stabile Struktur durch Einwirkung einer Last instabil wird, usw.

Teil I der Abhandlung (Kapitel 2 bis 4) behandelt analytische Theorie und experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung des Strukturverhaltens von zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen mit Selbstgleichgewichtsbelastung, die durch Einbringen von Vorspannung stabilisiert worden sind, vom Standpunkt des instabilen Problems her, und Anwendungen auf den Strukturentwurf werden auch beschrieben. Teil II (Kapitel 5 bis 8) behandelt Torsionsknickung von Verbindungen einschichtiger Fachwerkschalen vom Standpunkt des Strukturstabilitätsproblems her. Die Erscheinung der Torsionsknickung

von Verbindungen ist schon früher aufgezeigt worden, aber es gibt nur wenige Abhandlungen mit konkreter Analyse. Es wird deshalb eine Analysemethode für Torsionsknickung von Verbindungen entwickelt, und das Verhalten wird untersucht. Weiterhin wird eine Formel für die Bewertung von Torsionsknicklasten des Verbindungsteils beim Strukturentwurf vorgeschlagen.

Diese Abhandlung ist in Teil I (Kapitel 2 bis 4) und Teil II (Kapitel 5 bis 8) unterteilt, und sie besteht aus insgesamt 9 Kapiteln. Die einzelnen Kapitel werden nachfolgend umrissen.

In Kapitel 1, „Einleitung“, werden die Ordnung der bisherigen Forschung in dieser Richtung und der Forschungshintergrund erklärt, und der Zweck dieser Abhandlung und ihr Aufbau Abhandlung werden beschrieben.

In Kapitel 2, „Analytische Theorie von durch Spannung stabilisierten Fachwerkstrukturen“, werden die analytische Theorie von durch Spannung stabilisierten Fachwerkstrukturen, der Aufbau von Einheitsstrukturen und deren strukturelles Verhalten behandelt.

Da es sich bei durch Spannung stabilisierten Strukturen um instabile Strukturen handelt, die durch Einbringung von Selbstgleichgewichtsspannung stabilisiert worden sind, ist es erforderlich, das strukturelle Verhalten von instabilen Strukturen mit dem Bewegungsfreiheitsgrad von starren Körpern zu erfassen. Durch unabhängige Verwendung der Anpassungsbedingungsformel und der Gleichgewichtsformel konnten, Extraktion der Festkörperversetzung und der Selbstgleichgewichtsspannung, die Anzahl der Festkörperversetzungsmodus und der Selbstgleichgewichtsspannungsmodus und ihre Berechnungsmethode, der Aufbau der geometrischen Steifheit durch Einführung der Selbstgleichgewichtsspannung usw. als Analysemethoden für logische Handhabung formuliert werden. Dann wird für den Fall, daß es mehrere unabhängig extrahierte Gleichgewichtsspannungsmodus gibt, eine Kombinationsmethode angeführt, durch die stabile Selbstgleichgewichtsspannungs-

modus mit großer Starrheit erhalten werden. Weiterhin ist es für die Untersuchung der Belastbarkeit von zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen erforderlich, geometrisch nichtlineare Analyse durchzuführen und den Zusammenhang zwischen Belastung und Versetzung zu erhalten. Um die bei Kabelmaterial auftretende Schlaffheit (als einseitiges Spannungsproblem bezeichnet) mechanisch auszudrücken, werden durch Verwendung von Variationsungleichungen grundlegende Gleichungen mit Einschluß von Schlaffheitsinformation abgeleitet.

Auf dieser Grundlage wird dann das Konzept der „Einheitsstruktur“ erklärt, das Strukturverhalten wird durch Veränderung der die Form der Einheitsstruktur ausdrückenden 5 Parameter und der Größe der Vorspannung untersucht, gleichzeitig wird der Zusammenhang zwischen der Selbstgleichgewichtsspannung und den Formparametern graphisch dargestellt, und es wird das Entwurfsdata für Entwurf der optimalen Form geboten. Auf der Grundlage dieser Ergebnisse werden Belastungsversuche mit 4 Prüfkörpern durchgeführt, und die Ergebnisse werden mit den Analyseergebnissen verglichen.

In Kapitel 3, „Strukturverhalten und Strukturentwurf von zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen“, werden das Strukturverhalten und der Strukturentwurf von zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen und der Bau eines Versuchsgebäudes beschrieben. Auf der Grundlage des Strukturverhaltens einer Einheitsstruktur allein wird numerische Analyse für eine aus fünf Einheitsstrukturen bestehende Teilstruktur und eine zylindrische, zugstabilisierte Fachwerkstruktur durchgeführt, der Zusammenhang zwischen Last und Spannung, der Zusammenhang zwischen Last und Versetzung und die Entspannungslast bei Auftreten von Schlaffheit im Kabel werden untersucht. Zugkraftstabilisierte Strukturen sind relativ neue Strukturen, und es gibt nur wenige praktische Anwendungsbeispiele, so daß Entwurfsleitfäden usw. nicht vorbereitet sind. Hier wird nun auf der Grundlage der aus der Analyse erhaltenen Entspannungslast und des Nachgedrucks ein Entwurfsleitfaden (vorläufiger Entwurf) für den Strukturentwurf

von zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen vorgeschlagen.

Der vorgeschlagene Entwurfsleitfaden (vorläufiger Entwurf) wird auf die Errichtung eines Versuchsbaus für eine zylindrische, zugkraftstabilisierte Fachwerkstruktur angewendet, die Spannungskräfte während des Baus werden gemessen, und die Anfangssteifheit und die Arbeitsdurchführbarkeit werden bestätigt.

In Kapitel 4, „Zusammenfassung von Teil 1“, werden die Erkenntnisse in Bezug auf das Strukturverhalten und den Strukturentwurf von zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen als Zusammenfassung von Teil I gegeben. Die hauptsächlichsten Ergebnisse sind nachfolgend gezeigt.

(1) Für die Analyse von zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen werden die folgenden Analysemethoden angeführt.

- * Der Starrversetzungsmodus und der Selbstgleichgewichtsspannungsmodus werden durch Verwendung allgemeiner umgekehrter Matrix und Lösung der Anpassungsbedingungsformel und der Gleichgewichtsformel berechnet.

- * Eine Kombinationsmethode für die Selbstgleichgewichtsspannungsmodus so, daß die Stabilität und die Steifheit groß werden, wenn es mehrere extrahierte unabhängige Selbstgleichgewichtsspannungsmodus gibt.

- * Eine Strukturformel für die geometrische Steifheit durch Einführung der Selbstgleichgewichtsspannung.

- * Grundlegende Gleichungen für die geometrisch nichtlineare Analyse durch Verwendung von Variationsungleichungen, um die in Kabeln auftretende Schlaffheit mechanisch darzustellen.

(2) Für eine instabile Fachwerkstruktur wird eine zugkraftstabilisierte Fachwerkstruktur vorgeschlagen, die Pfosten und Kabel verwendet, um durch Einführung von Selbstgleichgewichtsspannungen stabilisierte Einheitsstrukturen zu schaffen und aus einer Wiederholung dieser Einheitsstrukturen besteht. Der Zusammenhang bei Variation der die Einheitsstruktur darstellenden 5 Parameter wird graphisch dargestellt und als Zeichnungen für den Entwurf geordnet. Weiterhin wurden Belastungsversuche für die Einheitsstrukturen durchgeführt, und es wird eine gute Übereinstimmung zwischen den Analyse-

ergebnissen und den Versuchsergebnissen gezeigt.

(3) Das Strukturverhalten von zylindrischen, zugkraftstabilisierten Fachwerkstrukturen wurde durch numerische Analyse untersucht. Auf der Grundlage der aus den Analyseergebnissen erhaltenen Entspannungslast und dem Nachgebedruck wird ein Entwurfsleitfaden (vorläufiger Entwurf) für den Strukturentwurf vorgeschlagen.

(4) Der vorgeschlagene Entwurfsleitfaden (vorläufiger Entwurf) wurde verwendet, um Strukturentwurf für zylindrische zugkraftstabilisierte Fachwerkstrukturen durchzuführen, und es wurden Versuchsbauten errichtet. Während der Durchführung der Arbeit wurden Messungen durchgeführt, um die anfängliche Steifheit und die Arbeitsdurchführbarkeit zu bestätigen. Bei diesen Versuchsbauten war das Dachgewicht etwa 20kg/m^2 , und es wird gezeigt, daß dies eine Struktur mit geringem Gewicht und hoher Steifheit ist.

In Kapitel 5, „Analytische Theorie der Torsionsknickung der Verbindungen des Einheitsdoms“ wird die Torsionsknickung der Verbindungen von Einheitsdomen mit zylindrischen Verbindungen behandelt. Als Ergebnis von Lastversuchen für die aus Holz hergestellte einschichtige Gitterschale des „Natur- und Wissenschafts-pavillions“ des Gartens der japanischen Regierung auf der Internationalen Blumen- und Grünausstellung wird gefunden, daß von Verdrehung der Verbindungsteile begleitete Torsionsknickung auftritt und daß bei anschließender Lastzunahme die Versetzung in senkrechter Richtung und die Verdrehung der Verbindungen zunehmen. Der Zusammenhang zwischen Stabknickung, Torsionsknickung und überspringender Knickung als Kombinationsknickung wird geordnet. Das Analysemodell eines Einheitsdoms mit zwei Freiheitsgraden und der senkrechten Versetzung und dem Drehwinkel um die Normale als Unbekannten wird verwendet, um die Zusammenhangsformel zwischen der Knotenpunktversetzung und der Stabendversetzung in die Gleichgewichtsgleichung einzuführen und zu formulieren. Die Bedingungsformel für das Auftreten von Torsionsknickung der Verbindungsteile wird aus dem Wesen der Änderung der Verdrehungssteifheit abgeleitet.

Der Einfluß der Biegesteifheit der Stäbe innerhalb und außerhalb der Ebene und der Größe der Verbindungen auf die Torsionsknickung der Verbindungen wird am Beispiel der numerischen Analyse eines flachen Einheitsdoms untersucht. Weiterhin werden Lastversuche für den Einheitsdom durchgeführt, und die Versuchsergebnisse werden mit den Analyseergebnissen verglichen.

Der Zweck von Kapitel 6, „Analysemethode für die Torsionsknickung der Verbindungen einer einschichtigen Gitterschale“, liegt darin, geometrisch nichtlineare Analyse für einschichtige Gitterschalen unter Berücksichtigung der Größe der Verbindungen durchzuführen. Mit der Größe der Verbindungen und dem halben Öffnungswinkel der Stäbe als Parametern wird der Zusammenhang zwischen der Versetzung der Verbindungen des gesamten Koordinatensystems und der Stabendeversetzung eines Stab-kordinatensystems verwendet, um grundlegende Gleichgewichtsgleichungen zu formulieren. Für die Durchführung von inkrementaler numerischer Analyse werden inkrementale Gleichgewichtsformeln eingeführt, die innerhalb des Inkrementalbereichs eine lineare Steifheits Matrix verwenden.

Die eingeführten inkrementalen Grundgleichungen werden verwendet, um numerische Analyse unter Veränderung der Grenzbedingungen und der Lastbedingungen für einen Einheitsdom mit der in der numerischen Analyse von Kapitel 5 verwendeten Form und für eine einschichtige Gitterschale mit den gleichen Abmessungen zwischen den Gelenken und den gleichen Stabquerschnitten wie dieser Einheitsdom durchzuführen, um den Zusammenhang zwischen Last und senkrechter Versetzung und zwischen Last und Drehungswinkel, sowie die Verdrehungsmodus der Verbindungen zu untersuchen. Weiterhin wird der Einfluß der durch das Verdrehungsmoment verursachten anfänglichen Unvollkommenheit auf die Torsionsknickung der Verbindungen untersucht.

In Kapitel 7, „Vorschlag für eine Bewertungsmethode für die Torsionsknicklast der Verbindungsteile“ wird die in Kapitel 5 erhaltene Bedingungsformel für Torsionsknicken der

Verbindungsteile verwendet, der Unterschied in der Änderung der Torsionssteifheit bei Verwendung bis zum Ausdruck des dritten Grades und bei Verwendung nur des Ausdrucks des ersten Grades wird bewertet, und es wird eine Bewertungsmethode für die Torsionsknicklast der Verbindungsteile vorgeschlagen.

In Kapitel 8, „Zusammenfassung von Teil II“, werden die in Bezug auf die Torsionsknickung der Verbindungen von einschichtigen Gitterschalen erhaltenen Erkenntnisse als Zusammenfassung von Teil II angeführt. Die hauptsächlichsten Ergebnisse sind nachfolgend gezeigt.

(1) Der Zusammenhang zwischen überspringender Knickung, Torsionsknickung der Verbindungen und Stabknickung wird geklärt.

(2) Ein Einheitsdom mit zwei Freiheitsgraden und mit der Versetzung in vertikaler Richtung und dem Drehwinkel um die Normale als unbekannten Größen wird als Analysemodell verwendet, und die Formel für den Zusammenhang zwischen der Knotenversetzung und der Stabendeversetzung wird in die Gleichgewichtsformel eingeschlossen und formuliert. Die Bedingungsformel für das Auftreten von Torsionsknickung der Verbindungsteile wird aus dem Wesen der Änderung der Verdrehungssteifheit abgeleitet.

(3) Torsionsknickung der Verbindungen tritt leicht auf, wenn die Biegesteifheit der Stäbe außerhalb der Ebene klein ist, und es wird gezeigt, daß der Einfluß der Verbindungsgröße klein ist, wenn die Biegesteifheit in der Ebene klein ist.

(4) In Bezug auf den Torsionsknickmodus der Verbindungsteile des Einheitsdom wird gezeigt, daß der Modus zuerst auftritt, bei dem die Umfangsknoten negativ sind, wenn der Knoten im Mittelpunkt positiv ist.

(5) Als Ergebnis der Durchführung von Belastungsversuchen für einen flachen Einheitsdom wird gefunden, daß die Analyseergebnisse für die Torsionsknicklast der Verbindungsteile etwa das 1.5 bis 2.0 fache der Versuchsergebnisse ist.

(6) Es wird eine Bewertungsformel für die Torsionsknicklast der Verbindungsteile einer einschichtigen Gitterschale vorgeschlagen.

In Kapitel 9, „Zusammenfassung“, werden die Erkenntnisse von Teil I und Teil II zusammengefaßt, und es wird eine Zusammenfassung dieser Abhandlung gegeben.

In Bezug auf geometrisch nichtlinearer Probleme für leichte Strukturen mit großer Spannweite werden in dieser Abhandlung in Teil I eine zugkraftstabilisierte Fachwerkstruktur vorgeschlagen und Untersuchungen des Strukturverhaltens durchgeführt, und in Teil II wird das Torsionsknickverhalten der Verbindungen einer einschichtigen Gitterschale geklärt, und es wird eine Bewertungsformel für die Torsionsknicklast vorgeschlagen.

発表論文

- 1) 日置興一郎, 坂寿二, 小田憲史: 直交2方向2層立体トラス平板の終局強度について, 日本建築学会近畿支部研究報告書, pp.121-124, 1975, 6.
- 2) 日置興一郎, 坂寿二, 小田憲史: 2層立体トラス平板の終局強度について その1: 直交2方向2層立体トラス平板, 日本建築学会大会学術講演梗概集B(構造), pp.683-684, 1975, 10.
- 3) 日置興一郎, 坂寿二, 小田憲史: 2層立体トラス平板の終局強度について その2: 3方向2層立体トラス平板, 日本建築学会大会学術講演梗概集B(構造), pp.685-686, 1975, 10.
- 4) 日置興一郎, 坂寿二, 小田憲史: 2層立体トラス平板の終局強度について その3: 4方向2層立体トラス平板, 日本建築学会大会学術講演梗概集B(構造), pp.893-894, 1975, 10.
- 5) T.Saka, K.Oda and K.Heki: Yield Surfaces of Double-Layer Lattice Plates as Anisotropic Continuum Plates, Memories of the Faculty of Engineering, Osaka City University, Vol.17, pp.159-170, 1976, 12.
- 6) S.M.H.Rashed, M.Katayama, H.Isya, I.Toda and K.Oda: Analysis of Nonlinear and Collapse Behaviour of TM SPACE TRUSSES, Proceedings of 3rd International Conference on Space Structures, pp.480-485, 1984.
- 7) K.Oda: On the Joint Rigidity of A Ball Joint System, Summary Book, IASS Symposium on Membrane Structures and Space Frames, Osaka, pp.216, 1986.
- 8) 小田憲史: システムトラス接合部の剛性について, 日本建築学会近畿支部・鉄骨構造部会, 昭和63年度研究会資料集, pp.143-149, 1989, 5.
- *9) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史: 張力安定トラス構造の自己応力と構造挙動, 生産研究, 第42巻4号, pp.17-22, 1990, 4.
- *10) Y.Hangai, K.Kawaguchi and K.Oda: The Structural Behaviours of Truss Structures Stabilized by Cable Tension, Proceedings of Third Summer Colloquium on Shell and Spatial Structures, Taegu, Korea, pp.194-210, 1990, 8.
- *11) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史: 張力安定トラス構造の構造挙動 その1: ユニットモデルの解析結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集B(構造), pp.1295-1296, 1990, 10.
- *12) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史: 張力安定トラス構造の構造挙動 その2: 円筒型モデルの解析結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集B(構造), pp.1297-1298, 1990, 10.
- *13) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史: 張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計, 生産技術研究所報告, 第36巻, 第2号, 1991, 5.

- 14) T. Oshiro and K. Oda : Application of Formex Configuration Processing in Space Structures, Proceedings of The IV-ICCCBE'91 Conference, Tokyo, pp. 358, 1991, 7.
- *15) K. Kondo and K. Oda : A Wooden Pergola in Japanese Government Garden Expo'90 OSAKA, Proceedings of The International IASS Symposium, Copenhagen, Vol. 1, pp. 103-108, 1991, 9.
- *16) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史: 張力安定トラス構造の構造挙動 その3: ユニットモデルの実験結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1303-1304, 1991, 9.
- *17) 近藤一雄, 大矢俊治, 小田憲史, 新谷晃崇, 半谷裕彦: 木造単層ラチスドームの振動および載荷実験 その1: 構造概要と振動実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1243-1244, 1991, 9.
- *18) 近藤一雄, 大矢俊治, 小田憲史, 新谷晃崇, 半谷裕彦: 木造単層ラチスドームの振動および載荷実験 その2: 載荷実験と破壊状況, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1245-1246, 1991, 9.
- *19) 半谷裕彦, 小田憲史, 西田明美: 単層ラチスシェルの飛移座屈と接合部ねじれ座屈の相関 その1: 現象と解析モデル, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1247-1248, 1991, 9.
- *20) 半谷裕彦, 小田憲史, 西田明美: 単層ラチスシェルの飛移座屈と接合部ねじれ座屈の相関 その2: 基礎方程式と数値解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1249-1250, 1991, 9.
- *21) 小田憲史, 川口健一, 半谷裕彦: 張力安定トラス構造の構造設計, 膜構造研究論文集 '91, pp. 33-45, 1991, 12.
- *22) Y. Hangai, K. Kondo, K. Oda and S. Ohya : Load Carrying Test of A Wood Lattice Dome for Expo'90 OSAKA, Proceedings of IASS-CSCE International Congress, Toronto, Vol. 1, pp. 648-656, 1992, 7.
- *23) K. Oda and Y. Hangai : Snap-Through Buckling and Torsional Buckling of Joint of Single Layer Lattice shell, Proceedings of IASS-CSCE International Congress, Toronto, Vol. 2, pp. 487-496, 1992, 7.
- *24) Y. Hangai, K. Kawaguchi and K. Oda : Self-Equilibrated Stress System and Structural Behaviours of Truss Structures Stabilized by Cable Tension, International Journal of Space Structures, Vol. 7, No. 2, pp. 91-99, 1992.
- *25) K. Oda, Y. Hangai and K. Kawaguchi : The Structural Design of Truss Structures Stabilized by Cable Tension, Proceedings of the IASS-MSU International Symposium, Istanbul, pp. 577-586, 1993, 5.

- 26) S. Segawa, K. Oda, H. Nagatani, A. Sasagawa and Y. Mitsui : Experimental And Numerical Examination Of Air Beam Structures, Proceedings of the IASS-MSU International Symposium, Istanbul, pp. 605-614, 1993, 5.
- 27) W. Shan, C. Yamamoto and K. Oda : Analysis of Frame-Cable Structures, An International Journal Computers & Structures, Vol. 47, No. 4/5, pp. 673-682, 1993, 6.
- *28) 小田憲史, 半谷裕彦: 自己釣合応力の組み合わせ法, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), 1993, 9.
- *29) 大矢俊治, 小田憲史, 半谷裕彦: 単位ラチスドームの接合部ねじれ座屈実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), 1993, 9.
- *30) K. Oda, Y. Hangai and S. Ohya : Loading Tests of Torsional Buckling of Joint of Six-Member Unit Dome, Proceedings of SEIKEN-IASS Symposium on Nonlinear Analysis and Design for Shell and Spatial Structures, Tokyo, 1993, 10.

注) *印は本論文と関連する発表論文である。

100

目 次

第1章 序論	
1.1 研究目的	1
1.2 研究背景	3
1.3 本論文の構成	8
【I部】 張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計	
第2章 張力安定トラス構造の解析理論	
2.1 概要	11
2.2 解析理論	
2.2.1 剛体変位と自己釣合応力	14
2.2.2 自己釣合応力の導入による幾何剛性	20
2.2.3 変分不等式による幾何学的非線形解析	21
2.2.4 自己釣合応力の決定法	25
2.3 単位構造の構成と構造挙動	
2.3.1 単位構造の構成	36
2.3.2 単位構造の自己釣合応力モード	38
2.3.3 単位構造の幾何学的非線形解析	41
2.3.4 単位構造の載荷実験	55
第3章 張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計	
3.1 部分構造の構造挙動	60
3.2 円筒型張力安定トラス構造の構造挙動	
3.2.1 円筒型張力安定トラス構造の単位構造の構造挙動	64
3.2.2 円筒型張力安定トラス構造の構造挙動	67
3.3 設計指針(案)	71
3.4 張力安定トラス構造の実施例	
3.4.1 実施例1: 円筒型張力安定トラス構造	73
3.4.2 実施例2: 平板型張力安定トラス構造	80
第4章 I部のまとめ	84

【Ⅱ部】 単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈

第5章 単位ドームの接合部のねじれ座屈の解析理論

5.1 概要	
5.1.1 接合部のねじれ座屈現象	86
5.1.2 研究目的	90
5.2 基礎方程式の誘導	
5.2.1 解析方法の概要と解析モデル	92
5.2.2 接合部変位と部材端変位の関係	95
5.2.3 接合部変位増分と部材端変位増分	102
5.2.4 部材内変位と部材端変位の関係	105
5.2.5 歪と変位の関係式および増分	106
5.2.6 応力と歪の関係式	106
5.2.7 荷重と変位の関係式	107
5.3 部材座屈荷重	113
5.4 数値解析	114
5.5 接合部のねじれ座屈実験	
5.5.1 実験概要	119
5.5.2 実験結果	121
5.5.3 解析結果と比較検討	125

第6章 単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈の解析法

6.1 概要	127
6.2 基礎方程式の誘導	
6.2.1 未知量の間関係	128
6.2.2 座標変換	130
6.2.3 釣合式の誘導	131
6.2.4 数値解析法	133
6.3 数値解析	
6.3.1 座屈実験モデルの数値解析	136
6.3.2 単層ラチスシェルの数値解析	141

第7章 接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案

7.1 接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案	146
-----------------------	-----

第8章 Ⅱ部のまとめ

第9章 結論

151

参考文献	154
付録1 式(2.2.4)の誘導	161
付録2 式(2.2.59)の誘導	161
付録3 式(2.2.71)の証明	165
付録4 マトリックスの分割法	166
付録5 式(5.2.46)の剛性マトリックス $[k]$ の要素	167
謝辞	176

日	月	年	時	分	秒
10	10	1940	10	10	10
11	11	1941	11	11	11
12	12	1942	12	12	12
13	13	1943	13	13	13
14	14	1944	14	14	14
15	15	1945	15	15	15
16	16	1946	16	16	16
17	17	1947	17	17	17
18	18	1948	18	18	18
19	19	1949	19	19	19
20	20	1950	20	20	20

10月10日 晴 10月11日 晴
10月12日 晴 10月13日 晴
10月14日 晴 10月15日 晴
10月16日 晴 10月17日 晴
10月18日 晴 10月19日 晴
10月20日 晴 10月21日 晴
10月22日 晴 10月23日 晴
10月24日 晴 10月25日 晴
10月26日 晴 10月27日 晴
10月28日 晴 10月29日 晴
10月30日 晴 10月31日 晴

11月1日 晴 11月2日 晴
11月3日 晴 11月4日 晴
11月5日 晴 11月6日 晴
11月7日 晴 11月8日 晴
11月9日 晴 11月10日 晴
11月11日 晴 11月12日 晴
11月13日 晴 11月14日 晴
11月15日 晴 11月16日 晴
11月17日 晴 11月18日 晴
11月19日 晴 11月20日 晴
11月21日 晴 11月22日 晴
11月23日 晴 11月24日 晴
11月25日 晴 11月26日 晴
11月27日 晴 11月28日 晴
11月29日 晴 11月30日 晴

12月1日 晴 12月2日 晴
12月3日 晴 12月4日 晴
12月5日 晴 12月6日 晴
12月7日 晴 12月8日 晴
12月9日 晴 12月10日 晴
12月11日 晴 12月12日 晴
12月13日 晴 12月14日 晴
12月15日 晴 12月16日 晴
12月17日 晴 12月18日 晴
12月19日 晴 12月20日 晴
12月21日 晴 12月22日 晴
12月23日 晴 12月24日 晴
12月25日 晴 12月26日 晴
12月27日 晴 12月28日 晴
12月29日 晴 12月30日 晴
12月31日 晴

1940. 10. 10. (Sun.)
10月10日 晴 10月11日 晴
10月12日 晴 10月13日 晴
10月14日 晴 10月15日 晴
10月16日 晴 10月17日 晴
10月18日 晴 10月19日 晴
10月20日 晴 10月21日 晴
10月22日 晴 10月23日 晴
10月24日 晴 10月25日 晴
10月26日 晴 10月27日 晴
10月28日 晴 10月29日 晴
10月30日 晴 10月31日 晴

11月1日 晴 11月2日 晴
11月3日 晴 11月4日 晴
11月5日 晴 11月6日 晴
11月7日 晴 11月8日 晴
11月9日 晴 11月10日 晴
11月11日 晴 11月12日 晴
11月13日 晴 11月14日 晴
11月15日 晴 11月16日 晴
11月17日 晴 11月18日 晴
11月19日 晴 11月20日 晴
11月21日 晴 11月22日 晴
11月23日 晴 11月24日 晴
11月25日 晴 11月26日 晴
11月27日 晴 11月28日 晴
11月29日 晴 11月30日 晴

12月1日 晴 12月2日 晴
12月3日 晴 12月4日 晴
12月5日 晴 12月6日 晴
12月7日 晴 12月8日 晴
12月9日 晴 12月10日 晴
12月11日 晴 12月12日 晴
12月13日 晴 12月14日 晴
12月15日 晴 12月16日 晴
12月17日 晴 12月18日 晴
12月19日 晴 12月20日 晴
12月21日 晴 12月22日 晴
12月23日 晴 12月24日 晴
12月25日 晴 12月26日 晴
12月27日 晴 12月28日 晴
12月29日 晴 12月30日 晴
12月31日 晴

1941. 1. 1. (Mon.)
1月1日 晴 1月2日 晴
1月3日 晴 1月4日 晴
1月5日 晴 1月6日 晴
1月7日 晴 1月8日 晴
1月9日 晴 1月10日 晴
1月11日 晴 1月12日 晴
1月13日 晴 1月14日 晴
1月15日 晴 1月16日 晴
1月17日 晴 1月18日 晴
1月19日 晴 1月20日 晴
1月21日 晴 1月22日 晴
1月23日 晴 1月24日 晴
1月25日 晴 1月26日 晴
1月27日 晴 1月28日 晴
1月29日 晴 1月30日 晴
1月31日 晴

第1章 序論

1.1 研究目的

形状（幾何学的）非線形問題には、不安定構造に初期張力を導入することにより生じる「不安定構造問題」、安定構造に荷重が作用したときに不安定になる「構造安定問題」などがある。これらの問題における共通点は、不安定の時点における力学的挙動の調査が不可欠であることにある。ところが不安定となる時点では理論解析に必要となる係数マトリックスが特異となり、理論構成が複雑になるとともに数値解析も困難になる¹⁾。

I部は不安定構造問題の視点から、自己釣合張力が存在し初期張力を導入することにより安定化する張力安定トラス構造を取り上げる。ケーブル構造や膜構造などは微小変位の範囲内からみると剛体としての運動の自由度を持つ、いわゆる部材のひずみを伴わない変位が生じる。このような構造物は不安定構造物と呼ばれている。不安定構造物を建築構造物として採用するには、

(a) 有限変位の範囲において剛体としての運動の自由度が拘束される構造であること。

(b) 初期張力による自己釣合応力の導入により正の幾何剛性が付与しうること。が必要である。これらの2項目を検討するために、(1) 適合条件式の変位速度と伸び速度の関係と釣合式の軸力と節点力の関係を独立に利用して、剛体変位と自己釣合応力を抽出し、剛体変位モードと自己釣合応力モードの個数とその計算法、(2) 自己釣合応力の導入による幾何剛性の構成を理論的に扱うための解析法を定式化する必要がある。次いで、(3) 抽出された自己釣合応力モードが複数の場合、安定かつ初期剛性を大きくするような自己釣合応力モードの組み合わせ法を見つけ出すことが必要である。(4) 外力の作用による構造挙動を調べるためには幾何学的非線形解析を行う。ところがケーブル構造や膜構造および張力安定構造では、圧縮に対する面内剛性と曲げに対する曲げ剛性が無視できるほど小さいケーブル材や膜材を構造材料に使用しているため、ケーブル構造や張力安定構造では「たるみの問題」が生じ、膜構造では「しわの問題」が生じる。これらの問題はリン

クリング問題として研究されている²⁾。本論文ではケーブルに生じる「たるみ」を力学的に表現する基礎方程式の誘導を行い、たるみ後の数値解析を行う。ケーブル材は圧縮力に対する抵抗能力が零であるとモデル化する。言い換えると応力が正の場合には応力伝達が行われる(剛性がある)が、負の場合には応力伝達が行われない(剛性がない)。このような応力伝達システムを「片側応力問題」と呼ぶことにする³⁾⁻⁵⁾。片側応力問題を含む構造物の構造解析においては、結果として得られる応力状態つまり応力の正・負が解析前には判らないので、通常は繰返し法を採用することになる。その場合の基礎方程式には片側応力問題であることの情報は含まれていないので、解析後の応力の正・負による部材除去という構造システムの変更を基礎としている。本論文では片側応力問題であることの情報を組み込んだ基礎方程式の誘導を行う。そのため、片側応力問題に対して仮想仕事の原理を不等式で表現した変分不等式を導入する^{6), 7)}。変分不等式を利用することにより片側応力問題に対するポテンシャル関数を導入し、ポテンシャル関数の最小化を行って基礎方程式の定式化を行う。そのうえで張力安定トラス構造の解析および荷重実験による構造挙動を明らかにし、構造設計への応用や実験棟の建設を通して張力安定トラス構造の研究・開発を行う。

Ⅱ部は構造安定問題の視点から、単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈問題を取り上げる。国際花と緑の博覧会の日本政府苑「自然科学棟」の木造単層ラチスシェルの振動及び荷重実験を行う機会を得た^{8, 9)}。中央節点に鉛直方向集中荷重の荷重実験において、荷重漸減型の軸対称変形が進展していたが、途中で接合部のねじれを伴うねじれ座屈が発生し、それ以後は荷重の増加とともに鉛直方向変位と接合部のねじれが進展した。この座屈は日置による「ラチスシェルでは、シェルに見られない節点の法線回りの回転による面内での部材座屈モード」^{7, 2)}と類似の現象である。しかし、接合部のねじれを伴うねじれ座屈(以後、接合部のねじれ座屈と言う)は、接合部がある程度の大きさを有するときに発生しやすくなると予想される。初期状態の部材長さを l 、釣合経路上の部材長さを L とすると、ラチスシェルに蓄えられるエネルギーは、 $L-l$ の関数になっている。飛移座屈の場合、ジャンプすることによりエネルギーの放出がおこなわれる。言い換えると $L-l$ による軸圧縮力の解放が行われる。また日置による面内での部材座屈モードの場合は、面内の曲げ変形が生じることにより軸圧縮力によるエネルギー

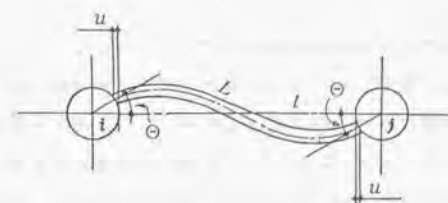


図-1 接合部のねじれによる部材長さの伸び

ギーが解放される。ところが接合部のねじれ座屈は、図-1に示すように接合部の回転により u の変位が生じ、軸圧縮力の解放が行われると予想される。このような程度の大きさの接合部を持つ軸対称型の偏平ラチスシェルに軸対称荷重を載荷すると、軸対称の荷重-変位曲線に沿って変位が進行する。ところがある条件下において飛移座屈に達する前に、分岐座屈としての接合部のねじれ座屈が発生する。接合部の大きさを考慮した荷重と変位の関係式の誘導を行い、基本経路上に接合部のねじれ座屈が発生する点を見だし、飛移座屈と接合部のねじれ座屈の関係を求めることが本研究の目的である。

1.2 研究背景

【Ⅰ部】張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計

大スパン構造の設計においてスパンの増大をはかろうとする場合、軽量化と剛性の確保すなわち安定性の確保は重要な課題である。この課題に答える代表例としてシェル、スペースフレーム(立体骨組構造)、ケーブル構造や膜構造がある。さらにこれらの構造の複合構造として、ケーブルドームやテンショントラスドーム⁸⁾⁻¹⁰⁾なども開発されている。その中でフレーム構造の軽量化をはかるために、圧縮力の生じる部材を極力少なくする構造システムを採用することが考えられる。それは圧縮力の生じる部材は常に座屈に対する考慮から、引張力のみ生じる部材に比べ大きな断面を必要とするからである。しかし軽量化を推し進めると剛性の低い言い換えると安定性の損なわれやすい構造となってくる。

フレーム構造の安定性を簡単に判別するものとして、Maxwellの法則がある。この法則は微小変位の範囲において、フレームが形態安定であるための必要条件となっている。C.R. CalladineはMaxwellの法則で要求されている部材数より少

ない部材数で安定なフレーム構造が存在することを指摘している¹¹⁾。不安定なフレーム構造においては、微小変位の範囲でいくつかの剛体変位モードをもっているが、自己釣合応力モードが存在し初期張力の導入により安定化できる場合があることを示した。このようにMaxwellの法則は形態のみの考察に基づいており、釣合条件まで含めた法則になっていない。これに対して、釣合式や適合条件式を数理解析的に考察することで、フレーム構造の特徴を把握し分類することができる。S. Pellegrinoは、幾何学的非線形性の強い張力安定構造に対し、線形近似により得られる釣合マトリックスと適合マトリックスを利用してフレーム構造の分類を行っている^{12), 13)}。この同様な分類は真柄^{14), 15)}をはじめ、おおくの文献に見ることができる。田中・半谷による分類は一般逆行列理論を用いることにより^{16), 19)}、きわめて簡潔な表現となっている。

自己釣合応力モードが存在し初期張力の導入によって安定化される構造に「テンセグリティ構造」がある。R. B. Fullerは、張力を導入することで部材数、特に圧縮材を減らすことが可能であることに着目し、これを積極的に構造システムに応用しようと試みた。R. F. Fullerはこのような構造を引張(Tensile) + 剛さ(Integrity)から、略称で「テンセグリティー(Tensegrity)構造」^{20), 21)}と名付けた。この構造はほとんどが引っ張り材で構成され、圧縮材は張力の海に浮く小島のようなだと形容している。テンセグリティー構造は、視覚的にも圧縮部材が宙に浮いているような独特な印象を与えるため多くの設計者の興味を引いてきた。

A. Pughは、さまざまなテンセグリティー構造の模型を示し、それらの簡単な作り方を解説している²²⁾。R. Motroは、Simplexと呼ばれるもっとも単純な構成のテンセグリティー構造モデルに対しrelaxation法による解析および実験をおこないその力学的性状を調べている²³⁾。さらにテンセグリティー構造による平板型およびシェル型をした屋根フレームを提案している^{24), 25)}。O. Vilnayも、テンセグリティー構造やそれに類する張力安定構造に対して種々の提案を行っている²⁶⁾。テンセグリティー構造に限らず膜構造やケーブルネット構造を含む張力安定構造に関して、Frei Ottoを中心とするグループは幅広い研究を続け、張力安定構造の建物が数多く建設されている²⁷⁾。さらに張力安定構造の軽量化を活かして宇宙構造物への適用^{28), 29)}も試みられている。張力安定構造を実際の構

造物に応用し成功した例としては、D. H. Geigerの考案によるケーブルドーム構造がある^{30), 31)}。米国と韓国の3カ所にケーブルドーム構造による大屋根が建設され、静岡県の伊豆湯が島やアメリカのジョージア州アトランタに相次いでケーブルドーム構造と類似の構造物が完成している³²⁾。これらのケーブルドーム構造は、圧縮材をポスト材と境界の圧縮リングにまとめ構造全体がひとつの自己釣合状態となって成立している。従って、ドームのような閉じた形態の構造物に適用する場合には有利な構造システムとなっている。反対に筒型のように開いた形態の構造物には向いていない。

本論文では張力の導入により安定化された「単位構造」を集積することにより構成される「張力安定トラス構造」を提案する^{40), 46)}。ここで提案する単位構造は4個のトラス材を回転自由な接合部で連結した不安定トラスにポストとケーブル材を利用して自己釣合応力を導入し安定化したものである。単位構造は安定でかつ完結された構造となっている。そのためさまざまな形態の構造に対して単位構造を用いることができる。理論解析と実験により単位構造および張力安定トラス構造の構造挙動を調査し、さらに実験棟の建設を通して張力安定トラス構造が屋根構造として採用可能であるかどうか研究・開発を行う。

【Ⅱ部】単層ラチスシェルの接合部ねじれ座屈

単層ラチスシェルの座屈荷重評価と構造設計への応用に関する小史を調べてみる。ルーマニアの首都ブカレストの国立商業展示場の屋根構造は、直径93.5 m、ライズ19.1 mで、直径が102mmの鋼管部材で構成された単層ラチスドームであった。この単層ラチスドームが、1963年1月に積雪により座屈崩壊した。事故調査報告は数々の文献で見ることが出来る⁵¹⁾。この事故を契機としてラチスシェルの座屈現象の研究が増加している^{54), 55)}。

1965年に、Wright D. T.は、ラチスシェルの座屈耐力を等価剛性を持つ連続体シェルの座屈荷重によって評価し⁵⁷⁾多くの関心を集め、さらに多数の討論が行われている。連続体的取扱について、日置は木材の圧縮試験を見つめて微細構造の座屈だと感じ圧縮強度をラチス構造の個材座屈で説明しようとした⁵⁸⁾。これが契機になりラチス構造の耐力を、個材の座屈で定まる圧縮強度および曲げ強度として、ラチス構造に作用する断面力をシェルの断面力の形で表現し有効強

度と名付けている。この有効強度を用いてラチス構造の座屈耐力を、容易にかつ精度よく算出できることを平面ラチス梁や二層立体トラスの例で確かめられている^{59)~63)}。一方、構造物の安定問題は典型的な幾何学的非線形問題として数々の研究がなされている。1960年後半から1980年頃にかけて変位増分法、摂動法や弧長法などの幾何学的非線形問題の解析法の研究が進んだ⁶⁴⁾。単層ラチスシェルの座屈問題に幾何学的非線形解析法が応用され、極限点、座屈後の挙動や初期不整の座屈への感度などが明らかにされ解析法の有用性が確かめられている。たとえば非線形の変形を考慮して座屈点を決定し、座屈点が分岐点か極限点であるかを判定する。さらに座屈点の性質を摂動方程式に適用することにより、座屈後の釣合曲線の追跡を行っている⁶⁵⁾。

1983年に「スペースフレーム（立体格子構造）設計・解析・施工」の研究報告書が出版された。この中で、スペースフレームに発生する座屈としては、(1) 部材座屈、(2) 接合部の座屈や破壊、(3) 局部座屈、(4) 全体座屈に分類され、それぞれの特徴が述べられている⁶⁶⁾。また1984年に、この研究報告書が Analysis, Design and Realization of Space Frames, a State-of-the-Art Report の題目で Bulletin of IASS にまとめられた⁶⁷⁾。

1986年に大阪で IASS シンポジウムが開かれ単層ラチスシェルの座屈問題がいくつか発表された。例えば、I. M. Kani と B. E. McConnel は分岐点近傍の数値不安定を避けるため微小な初期不整を付加する解析法を提案し、変位増分法により数値解析を行い実験結果と比較している^{68), 69)}。山田らは剛性分布の不均一や配置される部材の密度などの要因を考慮して、連続体置換により求めた座屈式に低減係数と言うパラメーターを導入した座屈評価式を提案している⁷⁰⁾。このシンポジウムのディスカッション・セッションでは、スペースフレームの接合部について議論が行われている。単層ラチスシェルの安定問題は、部材長さの僅かのずれによる形状不整が座屈荷重に敏感に影響することが指摘され、初期不整を考慮した形の dimple 座屈に対する実用設計式の提案がなされている。また二層立体トラスについては、ピン接合の場合は接合部の回転が生じ危険であると指摘があり、座屈耐力は接合部の大きさと接合剛性が重要であり座屈耐力がいかに変化するかがグラフで示され、さらに実用接合部の曲げ剛性と伸び剛性の実験結果を用いて実用立体トラスの座屈耐力が示されている⁷¹⁾。

1989年に日本建築学会（シェル空間構造運営委員会・スペースフレーム小委員会）より「単層ラチスドームの安定解析—その現状と問題点」⁷²⁾ が出版され、広く設計に活用されている。その中で日置はラチスシェルの座屈の分類を、(a) 荷重と変位の関係の性状による分類、(b) 座屈モードによる分類、(c) 材料の性状が弾性か否かによる分類とし、さらに座屈モードによる分類を、(1) 変位の大きい部所割合による分類、(2) シェル理論の適用性による分類、(3) 差分方程式の解の型による分類としている。分類されたそれぞれの座屈の特徴と関係を述べている。さらに座屈荷重評価式の提案がされている^{73)~75), 82)}。

国際花と緑の博覧会政府苑・自然科学棟⁸³⁾ の木造単層ラチスシェルの載荷実験で生じた接合部のねじれを伴うねじれ座屈^{84)~90)} のように面内に変形する座屈モードは、日置の指摘⁷²⁾ と同様に A. J. Bellworthy と J. G. Croll は、レドームに取り付けられるパネルの剛性がない場合、面内での部材座屈モードが生じることを指摘している^{91), 92)}。I. M. Kani らは、6 部材単位ドームの例で中央節点が法線回りに回転するモードを示した⁶⁸⁾。日置と坂は、接合部の大きさと接合剛性を同時に考慮できる部材モデルの座屈撓角法を導き、個材の弾性座屈で定まる有効強度の概念より、曲げ有効強度を接合部の効果を含めた形で求めている。この解析手法を用いて二層立体トラスの個材座屈の解析をおこない、接合部の回転パネ剛性が部材の材端回転剛性の2~5倍以下の場合、両端ピンの部材座屈より下まわることがあり、モードは面外座屈だけでなく面内座屈およびその複合が生じることを示した^{93)~96)}。さらに谷口と坂は、正方形網目と菱型網目からなる二層立体トラス平板の耐荷力に関する研究で、接合部の剛性が小さい場合は部材はほとんど曲げ変形せずに接合部が互いに逆方向に面内回転する不安定な座屈モードが生じるので、十分な接合剛性を確保する必要があることを指摘している^{97), 98)}。林と半谷は、幾何学的非線形性を考慮した荷重—変位関係式を増分区分間において線形化した第1摂動式をつくり自由度数と接線剛性マトリックスのランクの差が1になるときは孤立座屈点になり、2以上のときは複合座屈点となることを示した。孤立座屈点の例として、複合ケーブル構造のねじれ座屈解析をおこない、面内に回転するモードが生じていることを示している^{102)~104)}。

本論文では、ある程度の大きさの接合部を持ち軸対称荷重が作用する軸対称偏平ラチスシェルの接合部のねじれ座屈が発生する条件を見だし、飛移座屈と

接合部のねじれ座屈のどちらが先に生じるかを調べることを目的である。

1.3 本論文の構成

本論文は、張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計を扱ったⅠ部（第2章～第4章）、単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈を扱ったⅡ部（第5章～第8章）と第1章序論および第9章結論を含め全9章より構成されている。

第1章は、本論文に関する既往の研究の整理と研究の背景を説明し、本研究の目的と構成を述べる。

【Ⅰ部】張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計

第2章は、張力安定トラス構造の解析理論および単位構造の構成とその構造挙動を述べる。不安定構造物に自己釣合応力の初期張力を導入することにより安定化する張力安定トラス構造の解析を理論的に扱うため、(1) 剛体変位と自己釣合応力の抽出および剛体変位モードと自己釣合応力モードの個数と計算法、(2) 自己釣合応力の導入による幾何剛性の構成を定式化する。(3) 抽出された独立な自己釣合応力モードが複数の場合、安定かつ初期剛性が大きくなるような自己釣合応力モードの組み合わせ法の手順を述べ、簡単なケーブル構造の例を示す。外力の作用による構造挙動を調べるため幾何学的非線形解析を行う。(4) そのときケーブル材に生じる「たるみ」を力学的に表現するため、変分不等式を利用することにより、たるみの情報を組み込んだ基礎方程式を誘導する。その上で、張力安定トラス構造を構成する「単位構造」の概念を説明し、単位構造の形状を表す5個のパラメーターの変化による構造挙動を調べると同時に、自己釣合応力と形状パラメーターとの関係を図化し、最適な形状を設計するための設計資料を提出する。さらに、4体の単位構造の試験体に対し載荷実験を行い、その結果と解析結果の比較検討する。

第3章は、定式化された解析理論を張力安定トラス構造の解析に用い、その構造挙動を調査する。提案された設計指針（案）に基づいて設計された実験棟の構造概要と施工概要を述べる。5個の単位構造からなる部分構造と円筒型張力安

定トラス構造の幾何学的非線形解析を行い、荷重と応力、荷重と変位の関係およびケーブルにたるみが生じるときの弛緩荷重を調べる。張力安定構造は比較的新しい構造で、実施例も少ないことから設計指針などは整っていない。そこで、張力安定トラス構造の構造設計を行うための設計指針（案）を提案する。提案した設計指針（案）を使って設計された円筒型張力安定トラス構造の実験棟の建設を行い、施工中の張力測定や初期剛性および施工性の確認を行う。

第4章は、張力安定トラス構造の解析理論、構造挙動と構造設計に関する知見をⅠ部のまとめとして述べる。

【Ⅱ部】単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈

第5章は、円筒型接合部を持つ単位ドームの接合部ねじれ座屈問題を述べる。国際花と緑の博覧会の日本政府宛「自然科学棟」の木造単層ラチスシェルの中央節点に集中荷重の載荷実験を行った結果、接合部のねじれを伴うねじれ座屈が発生した。まず接合部のねじれ座屈現象を説明し、飛移座屈と接合部ねじれ座屈および部材座屈との関係の概念を整理する。鉛直方向変位と法線廻りの回転角を未知量とする2自由度の単位ドームを解析モデルとし、仮定したねじれ座屈モードに対する節点の変位と部材端の変位の関係を取り入れ釣合式の定式化をする。ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が生じる条件を求める。そのうえで、偏平な単位ドームの数値解析を行い、部材の面外・面内曲げ剛性と接合部の大きさが、基本釣合経路と接合部のねじれ座屈に与える影響を調べる。また、アクリル樹脂で作られた単位ドームの載荷実験を行ない、実験結果と解析結果の比較検討をする。

第6章は、円筒型接合部の大きさを考慮した単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析を行うことを目的としている。接合部の大きさや部材半開角をパラメーターとして、全体座標系の接合部の変位と部材座標系の部材端変位の関係を用いて基礎方程式の定式化を行う。増分型の数値解析をおこなうため、増分区間内では線形剛性マトリックス（接線剛性マトリックス）を利用する増分型釣合式を導入する。そのうえで載荷実験に用いた形状の単位ドームとこの単位ドームと同じ節点間の寸法および部材断面を持つ79部材からなる単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析を行い、荷重と鉛直変位、荷重と回転角の関係および接合部のねじれモー

ドを調べる。また、ねじれモーメントによる初期不整が接合部のねじり座屈に与える影響を調査する。

第7章は、第5章で得られた接合部のねじれ座屈が生じる条件式の線形項を用いて、単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案をする。

第8章は、単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈に関する知見をⅡ部のまとめとして述べる。

第9章は、Ⅰ部およびⅡ部のまとめで述べたものを再びまとめて、本論文の結論として述べる。

【Ⅰ部】

張力安定トラス構造の

構造挙動と構造設計

第2章 張力安定トラス構造の解析理論

2.1 概要

大スパン構造の設計においてスパンの増大をはかろうとする場合、軽量化と剛性の確保（安定性の確保）は重要な課題である。この課題に答える代表例として、スペースフレーム（立体骨組構造）や空気膜構造がある。本論文の目的は、この課題に対する解答の一つをフレーム構造でおこなうものである。

フレーム構造の軽量化をはかるためには、圧縮力の生じる部材を極力少なくする構造システムを採用することが考えられる。それは圧縮力の生じる部材は常に座屈に対する考慮から、引張り力のみの生じる部材に比べ大きな断面を必要とするからである。しかし、軽量化を推し進めると剛性の低い言い換えると安定性の損なわれやすい構造となってくる。この課題に答える一つの構造システムが「張力安定構造」であり、初期張力の導入によって安定性を高めることを目的としている。張力を導入することで部材数、特に圧縮材を減らすことが可能であることに着目し、これを積極的に構造システムに応用したのは、R. B. Fullerであり、テンセグリティ構造を提案している^{20), 21)}。張力安定構造は圧縮材の数を少なくすることにより軽量化あるいは合理化への可能性を持っている。特にテンセグリティ構造は、視覚的にも圧縮部材が宙に浮いているような独特な印象を与えるため多くの設計者の興味を引いてきた。

A. Pughは、さまざまなテンセグリティ構造の模型を示し、それらの簡単な作り方を解説している²²⁾。R. Motroは、Simplexと呼ばれるもっとも単純な構成のテンセグリティ構造モデルに対し relaxation 法による解析および実験をおこないその力学的性状を調べている²³⁾。さらにテンセグリティ構造による平板型およびシェル型をした屋根フレームを提案している^{24), 25)}。O. Vilnayも、テンセグリティ構造やその類する張力安定構造に対して種々の提案を行っている²⁶⁾。テンセグリティ構造に限らず膜構造やケーブルネット構造を含む張力安定構造に関して、Frei Otto を中心とするグループは、幅広い研究を続けている²⁷⁾。さらに張力安定構造の軽量化を活かして宇宙構造物への適用も試みられ

ている^{28), 29)}。

張力安定構造を実際の構造物に応用し成功した例としては、D.H.Geigerによるケーブルドーム構造がある^{30), 31)}。米国と韓国の3カ所にケーブルドーム構造による大屋根が完成し、また静岡県伊豆湯島やアメリカのアトランタに相次いでケーブルドーム構造と類似の構造物が完成している³²⁾。これらのケーブルドームは、圧縮材をポスト材と境界の圧縮リングにまとめ構造全体がひとつの自己釣り合い状態となって成立している。従ってドームのような閉じた形態の構造物に適用する場合には有利な構造システムとなっている。反対に筒型のように開いた形態の構造物には向いていない。

本論文では、張力の導入により安定化された「単位構造」を集積することにより構成される「張力安定トラス構造」を提案する。ここで提案する単位構造は4個のトラス材を回転自由な接合部で連結した不安定トラスにポストとケーブル材を利用して自己釣り合い応力を導入し安定化したものである(図2.1.1)。単位構造は安定でかつ完結された構造となっているため、さまざまな形態の構造に対する単位構造として用いることができる(図2.1.2)。

そこで張力安定トラス構造の構造挙動を調べるため、剛体としての運動の自由度をもつ不安定構造の構造挙動を把握し、自己釣り合い応力の導入による幾何剛性の構成を行う必要がある。これらを理論的に扱うための解析法の定式化をおこない、ケーブル材に生じるたるみを力学的に表現するための基礎方程式を誘導する。そのうえで単位構造の形状を表すパラメーターと初期張力の大きさの変化による単位構造および張力安定トラス構造の構造挙動を、理論解析と載荷実験より明らかにし、構造設計への応用や実験棟の建設を通して張力安定トラス構造の研究・開発を行う。

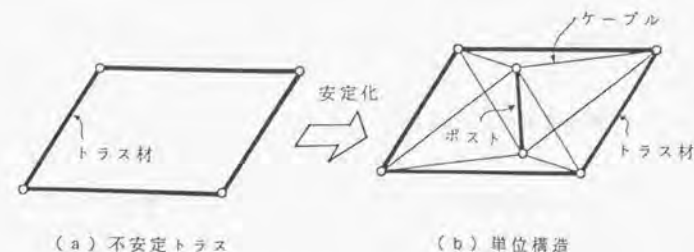
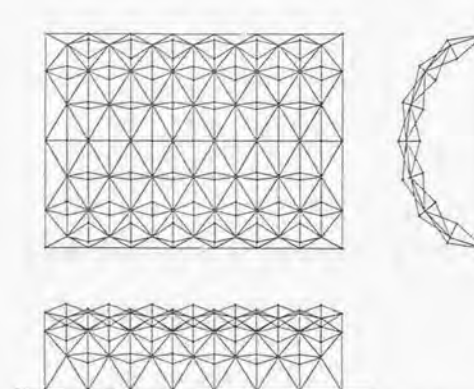
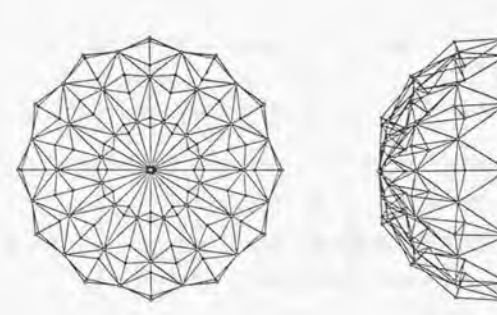


図2.1.1 単位構造



(a) 円筒型張力安定トラス構造の例



(b) ドーム型張力安定トラス構造の例

図2.1.2 張力安定トラス構造の例

2.2 解析理論

2.2.1 剛体変位と自己釣合応力

トラス構造の剛体変位と自己釣合応力についての解析理論を述べる。トラス部材を表す座標系としてデカルト座標(0-xyz)を採用する。

節点*i*(座標値: x_i, y_i, z_i)と節点*j*(座標値: x_j, y_j, z_j)を結ぶ直線のトラス部材を*a*($a=1, 2, \dots, m$; 部材数)とする(図2.2.1)。節点座標値ベクトルと方向余弦ベクトルを次式で置く。

$$\mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{x}_j = \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{Bmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda}_a = \begin{Bmatrix} \lambda_{ai} \\ \lambda_{aj} \end{Bmatrix} \quad (2.2.1)$$

部材長さを l_a とすると,

$$l_a = [(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.2.2)$$

ここに, T は転置記号を表す。部材長さ l_a を用いると方向余弦ベクトルは次式となっている。

$$\boldsymbol{\lambda}_a = \frac{1}{l_a} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \quad (2.2.3)$$

トラス部材の節点座標値はパラメータ*t*の関数とし, *t*の変化とともにトラス部材は位置を変化するものとする。パラメータ*t*に関する微分を上付きのドットで表すと, 式(2.2.2)より,

$$\dot{l}_a = \boldsymbol{\lambda}_a^T (\dot{\mathbf{x}}_j - \dot{\mathbf{x}}_i) \quad (2.2.4)$$

この式の誘導を付録1に記す。式(2.2.4)をマトリックス表示すると,

$$[-\boldsymbol{\lambda}_a^T \quad \boldsymbol{\lambda}_a^T] \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}}_j \end{Bmatrix} = \dot{l}_a \quad (2.2.5)$$

上式を全部材に拡大し, 境界処理を行ったあと整理すると次式となる。

$$\mathbf{A} \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{l}} \quad (2.2.6)$$

自由度数を*n*, 部材数を*m*とすると \mathbf{A} は $m \times n$ の長方マトリックスとなる。

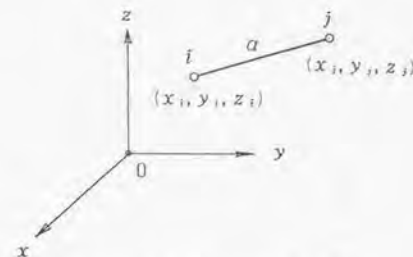


図2.2.1 トラス部材と節点座標

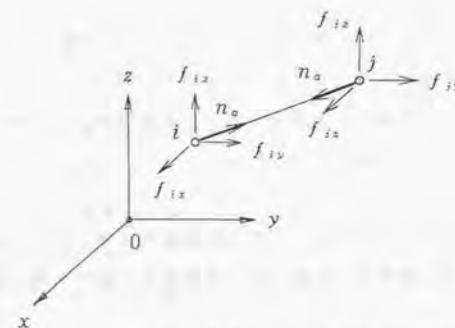


図2.2.2 節点力と軸力

表2.2.1 p, q によるフレームの分類

$q \setminus p$	$p=0$	$p>0$
$q=0$	I 静定 安定	III 静定 不安定
$q>0$	II 不静定 安定	IV 不静定 不安定

式(2.2.6)が変位速度 $\dot{\mathbf{x}}$ と伸び速度 $\dot{\mathbf{i}}$ との関係式である。部材 α に作用している軸力を n_α とし、 n_α に釣合っている節点力を節点 i および j において、

$$\mathbf{f}_i = \begin{Bmatrix} f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{iz} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_j = \begin{Bmatrix} f_{jx} \\ f_{jy} \\ f_{jz} \end{Bmatrix} \quad (2.2.7)$$

とする(図2.2.2)。このとき部材 α の釣り合い式は、

$$-\lambda_\alpha n_\alpha = \mathbf{f}_i, \quad \lambda_\alpha n_\alpha = \mathbf{f}_j \quad (2.2.8)$$

上式を全部材でまとめると、

$$\mathbf{B}\mathbf{n} = \mathbf{f} \quad (2.2.9)$$

ここに、 \mathbf{n} は軸力ベクトル、 \mathbf{f} は節点力ベクトルである。軸力ベクトルおよび節点力ベクトルは m 次および n 次ベクトルとなるので、 \mathbf{B} は $n \times m$ の長方マトリックスとなる。式(2.2.9)が軸力 \mathbf{n} と節点力 \mathbf{f} との関係式である。

式(2.2.5)と式(2.2.8)を比較することにより、

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^T \quad (2.2.10)$$

の関係が成立していることがわかる。これは反傾原理と呼ばれている。

次に剛体変位と自己釣合応力を述べる。剛体変位は部材が剛の場合、つまり無歪で生じる変位である。伸び速度 $\dot{\mathbf{i}}$ が零の場合には式(2.2.6)は次式となる。

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} = 0 \quad (2.2.11)$$

上式の解は $\dot{\mathbf{x}}$ を任意のベクトルとして、

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{I}_n - \mathbf{A}^T \mathbf{A}] \dot{\mathbf{a}} \quad (2.2.12)$$

ここに \mathbf{I}_n は $n \times n$ 単位マトリックス、 \mathbf{A}^T は \mathbf{A} のムーア・ペンローズ一般逆行列である。 \mathbf{A} のランクを r とする。つまり、

$$\text{rank}(\mathbf{A}) = r \quad (2.2.13)$$

このとき、式(2.2.12)のマトリックス $[\mathbf{I}_n - \mathbf{A}^T \mathbf{A}]$ のランクは、

$$\text{rank}(\mathbf{I}_n - \mathbf{A}^T \mathbf{A}) = n - r \quad (2.2.14)$$

となる。

$$p = n - r \quad (2.2.15)$$

とおくと、 p は微小変位の範囲における剛体運動の自由度であり、通常不安定次数と呼ばれているものである。マトリックス $[\mathbf{I}_n - \mathbf{A}^T \mathbf{A}]$ を列ベクトルで表すと、

$$[\mathbf{I}_n - \mathbf{A}^T \mathbf{A}] = [\mathbf{h}_1 \mathbf{h}_2 \cdots \mathbf{h}_p] \quad (2.2.16)$$

式(2.2.14)と式(2.2.15)より、上式における線形独立なベクトルの数は p 個であるから、それを $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_p$ とすると式(2.2.12)は次式にまとめられる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\alpha}_1 \mathbf{h}_1 + \dot{\alpha}_2 \mathbf{h}_2 + \cdots + \dot{\alpha}_p \mathbf{h}_p \quad (2.2.17)$$

$\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dots, \dot{\alpha}_p$ は任意のスカラーであり、 $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_p$ は剛体変位モードを表している。

自己釣合応力は節点力が零に対応する応力である。 $\mathbf{f} = 0$ の場合には、式(2.2.9)は次式となる。

$$\mathbf{B}\mathbf{n} = 0 \quad (2.2.18)$$

上式の解は、 \mathbf{B} を任意のベクトルとして、

$$\mathbf{n} = [\mathbf{I}_m - \mathbf{B}^T \mathbf{B}] \boldsymbol{\beta} \quad (2.2.19)$$

ここに \mathbf{I}_m は $m \times m$ 単位マトリックスである。 $\text{rank}(\mathbf{B}) = \text{rank}(\mathbf{A}^T) = r$ であるから、右辺のマトリックス $[\mathbf{I}_m - \mathbf{B}^T \mathbf{B}]$ のランクは、

$$\text{rank}(\mathbf{I}_m - \mathbf{B}^T \mathbf{B}) = m - r \quad (2.2.20)$$

となる。ここで、

$$q = m - r \quad (2.2.21)$$

とおくと、 q は自己釣合応力の独立なモードの数言い換えると独立な適合条件の数であり、通常不静定次数と呼ばれているものである。ここで、

$$[\mathbf{I}_m - \mathbf{B}^T \mathbf{B}] = [\mathbf{g}_1 \mathbf{g}_2 \cdots \mathbf{g}_q] \quad (2.2.22)$$

と表記し、独立な列ベクトルを $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_q$ とすると、式(2.2.19)は次式にまとめられる。

$$\mathbf{n} = \beta_1 \mathbf{g}_1 + \beta_2 \mathbf{g}_2 + \cdots + \beta_q \mathbf{g}_q \quad (2.2.23)$$

ここに、 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$ は任意のスカラーであり、 $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_q$ は自己釣合応力のモードを表している。 p, q によりフレームを分類すると表2.2.1となる。

剛性マトリックスの固有値がゼロで、その固有値に対応する固有モードより不安定モードを求めることができる。以下に適合条件から求めた不安定モードと剛性マトリックスのゼロの固有値に対応する固有モードが同じモードであることを証明する。

剛性マトリックスの固有値は次式より求まる。

$$[K - \omega^2 I]a = 0 \quad \omega: \text{実数} \quad (2.2.24)$$

ここで、 K は剛性マトリックス、 I は単位マトリックスで共に $n \times n$ の大きさとする。また a は任意のベクトルである。ここでは、

$$\text{rank}(K) = n-1 \quad (2.2.25)$$

すなわち不安定次数が1の場合について証明する。不安定点では $\omega^2 = 0$ であるため、式(1)から、

$$Ka = 0 \quad (2.2.26)$$

となり、不安定モード a が得られる。同様に、次式の釣合式より不安定モードを求める。

$$Kd = f \quad (2.2.27)$$

が解をもつ条件と解は次式で表せる。

$$[I - K^{-1}K]f = 0 \quad (2.2.28)$$

$$d = K^{-1}f + [I - K^{-1}K]\delta \quad (2.2.29)$$

ここでは不安定モードを与える余解について調べる。

$$B = [I - K^{-1}K] \quad (2.2.30)$$

とおき、次式を求める。

$$KB = K[I - K^{-1}K] = K - KK^{-1}K = K - K = 0 \quad (2.2.31)$$

式(2.2.25)より、

$$\text{rank}(K^{-1}K) = n-1 \quad \therefore \text{rank}(I - K^{-1}K) = 1 \quad (2.2.32)$$

である。よって1個の線形独立なベクトルを b とすると、

$$B = [I - K^{-1}K] = [b \ \delta_2 b \ \cdots \ \delta_n b] \quad (2.2.33)$$

と表せる。ここに $\delta_2 \cdots \delta_n$ は任意の係数である。

$$KB = K[b \ \delta_2 b \ \cdots \ \delta_n b] = [Kb \ \delta_2 Kb \ \cdots \ \delta_n Kb] = 0 \quad (2.2.34)$$

従って、

$$Kb = 0 \quad (2.2.35)$$

式(2.2.26)と式(2.2.35)より、

$$a = b \quad (2.2.36)$$

次に、適合条件式において伸び速度が零のときの解として得られた、

$$\dot{x} = [I - A^{-1}A]\dot{a} \quad (2.2.37)$$

より不安定モードを求める。ここで、

$$C = [I - A^{-1}A] \quad (2.2.38)$$

とおく。剛性マトリックスは係数マトリックス A を使って次のように表せる。

$$K = A^T E A \quad (2.2.39)$$

ここに、 E は弾性係数のマトリックスで $n \times n$ の大きさである。

$$\begin{aligned} KC &= A^T E A [I - A^{-1}A] = A^T E [A - A A^{-1}A] \\ &= A^T E [A - A] = 0 \end{aligned} \quad (2.2.40)$$

ここでは不安定次数が1の場合を考えているため、

$$\text{rank}(I - A^{-1}A) = n-r = 1 \quad (2.2.41)$$

$I - A^{-1}A$ の線形独立なベクトルの数は1であり、それを c とする。

$$C = [I - A^{-1}A] = [c \ \varepsilon_2 c \ \cdots \ \varepsilon_n c] \quad (2.2.42)$$

と表せる。ここに、 $\varepsilon_2 \cdots \varepsilon_n$ は任意の係数である。

$$KC = K[c \ \varepsilon_2 c \ \cdots \ \varepsilon_n c] = [Kc \ \varepsilon_2 Kc \ \cdots \ \varepsilon_n Kc] = 0 \quad (2.2.43)$$

従って、

$$Kc = 0 \quad (2.2.44)$$

式(2.2.26)と式(2.2.44)より、

$$a = c \quad (2.2.45)$$

式(2.2.36)と式(2.2.45)より、

$$b = c \quad (2.2.46)$$

となり、両不安定モードは同じである。

2.2.2 自己釣合応力の導入による幾何剛性

微小変位の範囲において剛体変位の存在する構造（不安定構造と言う）を安定化する方法として自己釣合応力の導入がある。本節では自己釣合応力を導入した場合の幾何剛性の構成について述べる。式(2.2.9)をパラメータ t で微分し増分方程式を作ると次式となる。

$$B \dot{n} + \dot{B} n = \dot{f} \quad (2.2.47)$$

左辺の第1項および第2項を $K_E \dot{x}$, $K_G \dot{x}$ とおくと,

$$\dot{f} = (K_E + K_G) \dot{x} \quad (2.2.48)$$

ここに, K_E は弾性剛性マトリックス, K_G は幾何剛性マトリックスである。

以下部材 a の弾性剛性マトリックスと幾何剛性マトリックスを導く。

式(2.2.8)より,

$$\begin{pmatrix} -\lambda_a \\ \lambda_a \end{pmatrix} n_a = \begin{pmatrix} f_i \\ f_j \end{pmatrix} \quad (2.2.49)$$

両辺を t で微分すると,

$$\begin{pmatrix} -\dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_a \end{pmatrix} \dot{n}_a + \begin{pmatrix} -\lambda_a \\ \lambda_a \end{pmatrix} \dot{n}_a = \begin{pmatrix} \dot{f}_i \\ \dot{f}_j \end{pmatrix} \quad (2.2.50)$$

上式が式(2.2.47)に対応するものである。まず左辺の第1項から考える。

部材 a の構成方程式 $n_a = \frac{EA}{l_a} \dot{l}_a$ と式(2.2.4)より,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} -\dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_a \end{pmatrix} \dot{n}_a &= \begin{pmatrix} -\dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_a \end{pmatrix} \frac{EA}{l_a} \lambda_a^T (\dot{x}_j - \dot{x}_i) \\ &= \begin{pmatrix} -\dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_a \end{pmatrix} \frac{EA}{l_a} [-\lambda_a \ \lambda_a^T] \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{x}_j \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.51)$$

よって, 部材 a の弾性剛性マトリックスは,

$$(K_E)_a = \frac{EA}{l_a} \begin{pmatrix} \lambda_a \lambda_a^T & -\lambda_a \lambda_a^T \\ -\lambda_a \lambda_a^T & \lambda_a \lambda_a^T \end{pmatrix} \quad (2.2.52)$$

次に左辺の第2項を考える。式(2.2.3)より,

$$\dot{\lambda}_a = \frac{1}{l_a} (\dot{x}_j - \dot{x}_i) - \frac{\dot{l}_a}{l_a^2} (x_j - x_i) \quad (2.2.53)$$

式(2.2.3), 式(2.2.4)を用いて変形すると,

$$\dot{\lambda}_a = \frac{1}{l_a} [-I + \lambda_a \lambda_a^T \quad I - \lambda_a \lambda_a^T] \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{x}_j \end{pmatrix} \quad (2.2.54)$$

上式を式(2.2.50)の左辺の第2項に代入し, 幾何剛性マトリックスを求めると,

$$(K_G)_a = \frac{n_a}{l_a} \begin{pmatrix} I - \lambda_a \lambda_a^T & -I + \lambda_a \lambda_a^T \\ -I + \lambda_a \lambda_a^T & I - \lambda_a \lambda_a^T \end{pmatrix} \quad (2.2.55)$$

2.2.3 変分不等式による幾何学的非線形解析

張力安定トラス構造はトラス材とケーブル材からなる軽量構造である。ケーブル材は圧縮に対する剛性が極端に小さく, 初期張力が消失する荷重レベルで「たるみ」が生じる。本節では, たるみを力学的に表現することに基づく基礎方程式の誘導をおこなう。図2.2.1に示す部材 a において, 節点 i, j の変位ベクトルを u_i, u_j とする。

式(2.2.1)を用いると変形前, 後の部材長さおよび伸びは,

$$l_a = |x_j - x_i| \quad (2.2.56)$$

$$L_a = |x_j + u_j - x_i - u_i| \quad (2.2.57)$$

$$u_a = L_a - l_a \quad (2.2.58)$$

式(2.2.58)をテーラー展開して2次項まで採用すると次式のようなになる。

$$u_a = \lambda_a^T (u_j - u_i) + \frac{1}{2} (u_j - u_i)^T N_a (u_j - u_i) \quad (2.2.59)$$

$$\text{ただし, } N_a = \frac{1}{l_a} (I - \lambda_a \lambda_a^T) \quad (2.2.60)$$

である。この式の展開は付録2に述べる。部材 a の軸力と伸びの関係を図2.2.3に示す。部材 a の初期張力を N_0 とし, N_0 による伸びを u_0 とする。部材 a の軸力と伸びの関係は,

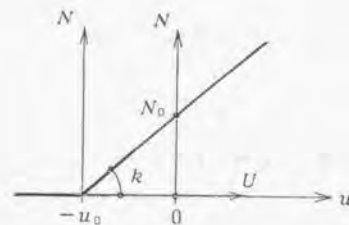


図2.2.3 軸力と伸びの関係

$$u_a \geq -u_0 : n_a = k(u_a + u_0) \quad (2.2.61)$$

$$u_a < -u_0 : n_a = 0 \quad (2.2.62)$$

ここで,

$$U_a = u_0 + u_a \quad (2.2.63)$$

とおくと, 式(2.2.61), 式(2.2.62)は次のようになる。

$$U_a \geq 0 : n_a = kU_a \quad (2.2.64)$$

$$U_a < 0 : n_a = 0 \quad (2.2.65)$$

許容変位と伸びを u_i^* , U_a^* , 解の変位と伸びを u_i , U_a とすると, 式(2.2.64), 式(2.2.65)を付帯条件とする仮想仕事の原理は次式となる。許容変位とは, 変分法という比較関数(許容関数)と同様に, 境界条件を満足し解を含む変位のことである。

$$\delta W = \sum_a n_a (U_a^* - U_a) - \sum_i f_i^T (u_i^* - u_i) \quad (2.2.66)$$

ここに, \sum_a , \sum_i は部材および節点についての和をとることを意味している。

式(2.2.66)に式(2.2.63)を代入すると,

$$\delta W = \sum_a n_a (u_a^* - u_a) - \sum_i f_i^T (u_i^* - u_i) \quad (2.2.67)$$

伸び U_a を次式のように分解する。

$$U_a = U_a^+ - U_a^- \quad (2.2.68)$$

ここに,

$$U_a^+ = \frac{1}{2}(U_a + |U_a|) \geq 0 \quad (2.2.69)$$

$$U_a^- = \frac{1}{2}(-U_a + |U_a|) \geq 0 \quad (2.2.70)$$

k を単調増加関数とすると次の不等式が成立する。この証明を付録3で行う。

$$k_a(U_a^+)(U_a^{*+} - U_a^+) \geq n_a(U_a^{*+} - U_a^+) \quad (2.2.71)$$

式(2.2.71)を式(2.2.66)に代入すると, 仮想仕事式を表す変分不等式が得られる。つまり,

$$\sum_a k_a(U_a^+)(U_a^{*+} - U_a^+) - \sum_i f_i^T (u_i^* - u_i) \geq 0 \quad (2.2.72)$$

以上より, 式(2.2.64), 式(2.2.65)を付帯条件とする仮想仕事式は, 付帯条件なしの変分不等式, つまり式(2.2.72)に変換された。

図2.2.3に示す軸力・伸び関係の片側応力問題 ($U_a \geq 0$ では軸力を伝達し, $U_a < 0$ では伝達しないので片側応力問題と言われる[7])に対するポテンシャル関数として次式を採用する。

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_a k_a (U_a^+)^2 - \sum_i f_i^T u_i \quad (2.2.73)$$

このとき片側応力問題の解は式(2.2.73)のポテンシャル関数を最小化する値として得られる。以下にこのことを示す。

許容変位と許容伸びによるポテンシャル関数を Π^* とすると,

$$\Pi^* - \Pi = \frac{1}{2} \sum_a k_a \{ (U_a^{*+})^2 - (U_a^+)^2 \} - \sum_i f_i^T (u_i^* - u_i) \quad (2.2.74)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} k_a \{ (U_a^{*+})^2 - (U_a^+)^2 \} &= k_a (U_a^+) (U_a^{*+} - U_a^+) \\ &= \frac{1}{2} k_a (U_a^{*+} - U_a^+)^2 \geq 0 \end{aligned} \quad (2.2.75)$$

上式を式(2.2.74)へ代入すると,

$$\Pi^* - \Pi \geq \sum_a k_a (U_a^+) (U_a^{*+} - U_a^+) - \sum_i f_i^T (u_i^* - u_i) \quad (2.2.76)$$

上式の右辺は式(2.2.72)に一致しているから,

$$\Pi^* \geq \Pi \quad (2.2.77)$$

よって, 解 u_i^* は式(2.2.73)で導入したポテンシャル関数を最小化する値として

得られる。

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_a k_a \frac{[U_a + |U_a|]^2}{4} - \sum_i f_i^T u_i \quad (2.2.78)$$

上式に式(2.2.63)を代入すると、

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_a k_a \frac{[u_a + u_0 + |u_a + u_0|]^2}{4} - \sum_i f_i^T u_i \quad (2.2.79)$$

ここで、次の記号を導入する。

$$\text{sgn} = \begin{cases} 1 & : u_a + u_0 \geq 0 \text{ のとき} \\ -1 & : u_a + u_0 < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (2.2.80)$$

上式を用いると式(2.2.79)は次式となる。

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_a k_a \frac{(1 + \text{sgn})_a^2}{4} (u_a + u_0)^2 - \sum_i f_i^T u_i \quad (2.2.81)$$

上式のポテンシャル関数は付帯条件が付いていないので、 $\delta \Pi = 0$ より荷重・変位関係を求めることができる。つまり、

$$\delta \Pi = \sum_a k_a \frac{(1 + \text{sgn})_a^2}{4} (u_a + u_0) \delta u_a - \sum_i f_i^T \delta u_i = 0 \quad (2.2.82)$$

式(2.2.59)より δu_a を求めると、

$$\begin{aligned} \delta u_a &= \lambda_a^T (\delta u_j - \delta u_i) + (u_j - u_i)^T N_a (\delta u_j - \delta u_i) \\ &= (\lambda_a^T + (u_j - u_i)^T N_a) (\delta u_j - \delta u_i) \end{aligned} \quad (2.2.83)$$

上式を式(2.2.82)に代入し、 j 節点の釣り合い式を求めると次式のようなになる。

$$\begin{aligned} \sum_a k_a \frac{(1 + \text{sgn})_a^2}{4} [(\lambda_a + N_a(u_j - u_i))] \\ \left\{ \lambda_a^T + \frac{1}{2} (u_j - u_i)^T N_a \right\} (u_j - u_i) \\ + (\lambda_a + N_a(u_j - u_i)) u_0 = f_j \end{aligned} \quad (2.2.84)$$

ただし、 $\sum_a a$ は j 節点に集まる部材である。

式(2.2.84)が2次の非線形項まで採用した基礎方程式となる。

ここで、元のマトリックスから一部の行と列に対応する成分のみ抜き出して得られる部分マトリックスに分割すると、マトリックスの演算が容易になる場合がある。マトリックスの分割法を付録4に説明する。

2.2.4 自己釣合応力の決定法

本節では、構造物に自己釣合張力の導入するための手順について述べる。

(1) まず構造物に自己釣合応力の導入が可能であることを確認する必要がある。これは式(2.2.19)の解を求めることで確認することができる。簡単に整理すると次のようになる。釣合式($Bn = 0$)の解は、

$$n = [I_n - B^T B] B \quad (2.2.85)$$

で表せる。ここで、 $\text{rank}(B) = r$ とすると、

$$\text{rank}(I_n - B^T B) = m - r \equiv q \quad (2.2.86)$$

q が自己釣合応力の独立なモードの数を表し、式(2.2.86)のマトリックスを列ベクトル g_1, g_2, \dots, g_q で表すと、

$$n = \beta_1 g_1 + \beta_2 g_2 + \dots + \beta_q g_q \quad q \geq 1 \quad (2.2.87)$$

となり、 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$ は任意のスカラー量で、 g_1, g_2, \dots, g_q は自己釣合応力モードを表している。従って、 $q \geq 1$ で解が存在する場合には、自己釣合応力の導入が可能である。

ところが自己釣合応力の組み合わせ法は、導入後の応力状態が構造形式によって制約を受ける。例えば全ての部材がケーブルで構成されている構造は、組み合わせ後の応力状態が、 $n \geq 0$ にならなければならない。テンセグリティ構造のように引張部材と圧縮部材で構成されている構造は、引張部材は $n \geq 0$ にならなければならないが圧縮部材は制約がない。

(2) 自己釣合張力の導入が可能である場合、自己釣合応力の導入によって安定化するかどうかが判定する必要がある。これには2つの場合が考えられる。

(a) 不安定構造が自己釣合応力を導入張力することによって安定化するか。

(b) 安定構造が自己釣合応力を導入することによって不安定にならないか。

ここで、弾性剛性マトリックスと幾何剛性マトリックスを用いて、安定・不安定の判定する方法について述べる。

弾性剛性マトリックスを K_E とし、それぞれの自己釣合応力モードごとの幾何剛性マトリックスを $K_{G1}, K_{G2}, \dots, K_{Gq}$ とする。さらに組み合わせ後の幾何剛性

マトリックスを K_G とすると,

$$K_G = \beta_1 K_{G1} + \beta_2 K_{G2} + \cdots + \beta_q K_{Gq} \quad (2.2.88)$$

K_E と K_G を用いた振動方程式は次のように表せる。

$$M \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + [K_E + K_G] \mathbf{x} = 0 \quad (2.2.89)$$

ここで, $\mathbf{x} = \mathbf{a} e^{i\omega t}$ ω : 実数 (2.2.90)

とし, 式(2.2.89)に代入すると,

$$[(K_E + K_G) - \omega^2 M] \mathbf{a} e^{i\omega t} = 0 \quad (2.2.91)$$

となる。これは, $\omega^2 > 0$ の場合は安定な振動であり, $\omega^2 \leq 0$ の場合は不安定振動である。これを利用して, 上記(a)と(b)の判定を行う。

質量マトリックス M を単位マトリックス I とすると,

$$[(K_E + K_G) - \omega^2 I] \mathbf{a} e^{i\omega t} = 0 \quad (2.2.92)$$

となり, 式(2.2.92)を満たすためには,

$$|(K_E + K_G) - \omega^2 I| = 0 \quad (2.2.93)$$

となり, ω^2 は $K_E + K_G$ の固有値を表している。この特性方程式から ω^2 を求め, $\omega^2 \leq 0$ が生じているとき不安定になる。

式(2.2.70)において, ケーブル構造の場合は, 弾性剛性マトリックス K_E を省略し, 幾何剛性マトリックス K_G のみ採用してもよい。ところがテンセグリティー構造やトラス構造の場合は, 剛性マトリックス $K_E + K_G$ を採用する必要がある。

(3) 最後に, 自己釣合応力の導入により安定化されるとき, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$ をどのように組み合わせれば, 安定かつ初期剛性が大きい構造にすることができるかについて述べる。

式(2.2.92)の ω^2 は, 質量マトリックスが単位マトリックスの場合の円振動数である。従って, 式(2.2.93)から求まる ω^2 が最大になるように $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$ を決めれば, 初期剛性の大きい構造にすることができる。ただし, 次式の制約条件を満足する必要がある。

$$|\beta_i| \leq \alpha_i \quad (2.2.94)$$

ここで, α_i は降伏応力あるいは破断応力等を示す。

○計算例

2個の自己釣合応力モード ($q=2$) を持つ簡単なケーブル構造のモデル (図2.2.4) を用いて計算例を示す。ケーブル構造であるため剛性マトリックスは幾何剛性のみ考慮する。

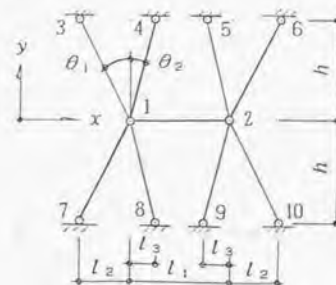


図2.2.4 ケーブル構造のモデル

まず自己釣合応力モード (g_1) を求めると次式のようなになる。

$$g_1 = \begin{Bmatrix} n_{12} \\ n_{13} \\ n_{26} \\ n_{17} \\ n_{210} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{1+\sin^2\theta_1}} \begin{Bmatrix} 2\sin\theta_1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.2.95)$$

式(2.2.55)を用いて, 幾何剛性マトリックス (K_{G1}) を求めると,

$$K_{G1} = \frac{\sin\theta_1}{l_1\sqrt{1+\sin^2\theta_1}} \times \begin{Bmatrix} \frac{\cos^2\theta_1}{\alpha_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{\sin^2\theta_1}{\alpha_1} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \frac{1}{\alpha_1} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos^2\theta_1}{\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 + \frac{\sin^2\theta_1}{\alpha_1} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 + \frac{1}{\alpha_1} \end{Bmatrix} \quad (2.2.96)$$

ここで, $\alpha_1 = \frac{l_2}{l_1}$ とする。特性方程式 $|K_{G1} - \omega^2 I| = 0$ より, ω^2 を求める。

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \frac{1}{\alpha_1} \cos^2 \theta_1 \\ \omega_2^2 &= \frac{1}{\alpha_1} \sin^2 \theta_1 + 2 \\ \omega_3^2 &= \frac{1}{\alpha_1} \sin^2 \theta_1 \\ \omega_4^2 &= \frac{1}{\alpha_1} + 2 \\ \omega_5^2 &= \frac{1}{\alpha_1}\end{aligned}\quad (2.2.97)$$

次に自己釣合応力モード (g_2) を求めると次式のようになる。

$$g_2 = \begin{Bmatrix} n_{12} \\ n_{14} \\ n_{25} \\ n_{18} \\ n_{29} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{1+\sin^2 \theta_2}} \begin{Bmatrix} -2\sin \theta_2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.2.98)$$

同様に幾何剛性マトリックス (K_{G2}) を求めると,

$$K_{G2} = \frac{\sin \theta_2}{l_1 \sqrt{1+\sin^2 \theta_2}} \times \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \theta_2}{\alpha_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 + \frac{\sin^2 \theta_2}{\alpha_2} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 + \frac{1}{\alpha_2} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos^2 \theta_2}{\alpha_2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 + \frac{\sin^2 \theta_2}{\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 + \frac{1}{\alpha_2} \end{bmatrix} \quad (2.2.99)$$

ここで, $\alpha_2 = \frac{l_3}{l_1}$ とする。特性方程式 $|K_{G2} - \omega^2 I| = 0$ より ω^2 を求める。

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \frac{1}{\alpha_2} \cos^2 \theta_2 \\ \omega_2^2 &= \frac{1}{\alpha_2} \sin^2 \theta_2 - 2 \\ \omega_3^2 &= \frac{1}{\alpha_2} \sin^2 \theta_2 \\ \omega_4^2 &= \frac{1}{\alpha_2} - 2 \\ \omega_5^2 &= \frac{1}{\alpha_2}\end{aligned}\quad (2.2.100)$$

さらにこれらを組み合わせた $n = \beta_1 g_1 + \beta_2 g_2$ の幾何剛性マトリックス (K_G) を求めると,

$$K_G = \frac{\sin \theta_1}{l_1 \sqrt{1+\sin^2 \theta_1}} \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & 0 & K_{25} & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & 0 & K_{25} \\ 0 & 0 & 0 & K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{25} & 0 & 0 & K_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{25} & 0 & 0 & K_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2.101)$$

ここで,

$$\begin{aligned}K_{11} &= \frac{\beta_1 \cos^2 \theta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2 \cos^2 \theta_2}{\alpha_1} \\ K_{22} &= \beta_1 - \gamma_1 \beta_2 + \frac{\beta_1 \sin^2 \theta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2 \sin^2 \theta_2}{\alpha_1} \\ K_{25} &= -(\beta_1 - \gamma_1 \beta_2) \\ K_{33} &= \beta_1 - \gamma_1 \beta_2 + \frac{\beta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2}{\alpha_1}\end{aligned}\quad (2.2.102)$$

$$\begin{aligned}\text{ただし, } \gamma_1 &= \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \sqrt{\frac{1+\sin^2 \theta_1}{1+\sin^2 \theta_2}} \\ \gamma_2 &= \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \sqrt{\frac{1+\sin^2 \theta_1}{1+\sin^2 \theta_2}}\end{aligned}\quad (2.2.103)$$

特性方程式 $|K_G - \omega^2 I| = 0$ より ω^2 を求める。

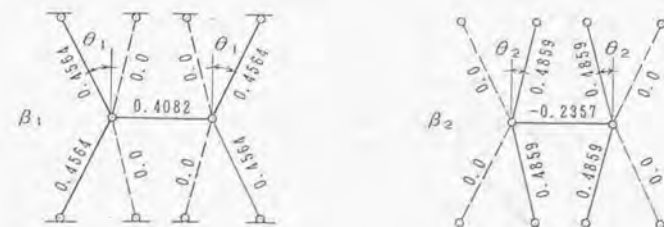
$$\omega_1^2 = \frac{\beta_1 \cos^2 \theta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2 \cos^2 \theta_2}{\alpha_1}$$

$$\begin{aligned}\omega_2^2 &= 2(\beta_1 - \gamma_1 \beta_2) + \frac{\beta_1 \sin^2 \theta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2 \sin^2 \theta_2}{\alpha_1} \\ \omega_3^2 &= \frac{\beta_1 \sin^2 \theta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2 \sin^2 \theta_2}{\alpha_1} \\ \omega_4^2 &= 2(\beta_1 - \gamma_1 \beta_2) + \frac{\beta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2}{\alpha_1} \\ \omega_5^2 &= \frac{\beta_1}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2 \beta_2}{\alpha_1}\end{aligned}\quad (2.2.104)$$

計算例として、図2.2.4の各寸法が $l_1=100\text{cm}$, $l_2=50\text{cm}$, $l_3=25\text{cm}$, $\theta_1=26.535^\circ$, $\theta_2=14.036^\circ$ の場合を示す。図2.2.5は自己釣合応力モードを示し、図2.2.6は、式(2.2.97)の θ_1 と K_{G1} の固有値の関係を示している。この図より $0^\circ < \theta_1 \leq 90^\circ$ の範囲で全ての固有値は正になっている。図2.2.7は、式(2.2.100)の θ_2 と K_{G2} の固有値の関係を示したもので、 ω_2^2 は負の値を示し、また ω_4^2 は $30^\circ < \theta_2$ の範囲で負の値を示している。

図2.2.8は、式(2.2.104)の β_1 , β_2 と K_G の固有値の関係を図示したものである。図2.2.8(a)は $\beta_1=0.0$ の場合で、いずれかの固有値が負になり安定な構造になり得ない。ところが同図の(b), (c)は、図示している $\omega_i^2 \geq 0$ の領域で全ての固有値が正になっている。しかもケーブル構造の場合には組み合わせ後の自己釣合応力がすべて正になる条件を満たす必要がある。初期剛性が大きくなるような β_1, β_2 の組み合わせは、この両条件を満たす領域のなかで ω_i^2 が大きくなるときである。

組み合わせ後の初期剛性が大きくなっていることを確かめるため、 $\beta_1=1.0$ と固定して $0 \leq \beta_2 \leq 1.73$ (図2.2.8(b)の太線)の範囲で4種類の組み合わせを考え、それぞれに対して増分解析を行い荷重と変位の関係を調べる。4種類の組み合わせ後の自己釣合応力モードを図2.2.9に示す。各部材の自己釣合応力モード値に2000kgf倍した初期張力を与えたときの幾何剛性 (K_G) の場合と弾性剛性に初期張力による幾何剛性を考慮した場合 ($K_E + K_G$) の2種類のモデルを考え、 z 方向の増分荷重に対する増分解析を行う。ケーブルの断面積は $A=1.0\text{cm}^2$, ヤング率は $E=1.0 \times 10^5 \text{ kgf/m}^2$ と仮定する。荷重と節点1の z , x 方向変位の関係をそれぞれ図2.2.10(a), (b)に示し、荷重と軸力の関係を図2.2.11に示す。



(a) g_1 の自己釣合応力モード (b) g_2 の自己釣合応力モード

図2.2.5 自己釣合応力モード

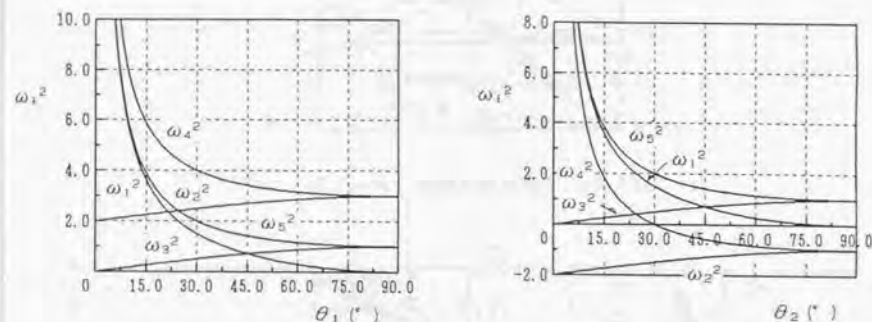
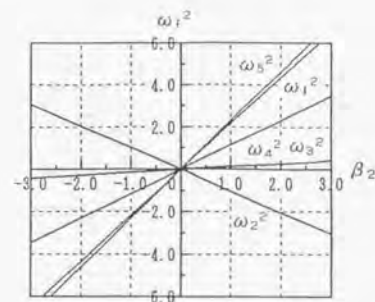
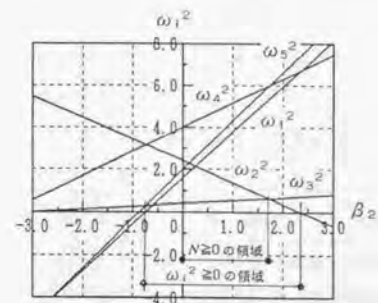


図2.2.6 θ_1 と固有値の関係 (g_1)

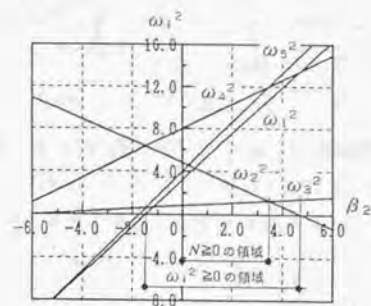
図2.2.7 θ_2 と固有値の関係 (g_2)



(a) β_2 と固有値の関係 ($\beta_1=0.0$)

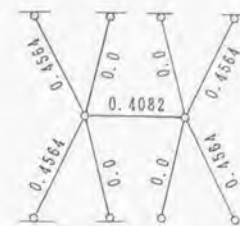


(b) β_2 と固有値の関係 ($\beta_1=1.0$)

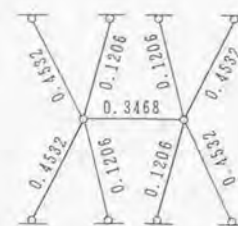


(c) β_2 と固有値の関係 ($\beta_1=2.0$)

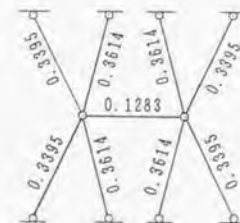
図2.2.8 β_1 と固有値の関係



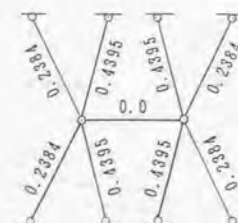
(a) $\beta_1=1.0, \beta_2=0.0$



(b) $\beta_1=1.0, \beta_2=0.25$



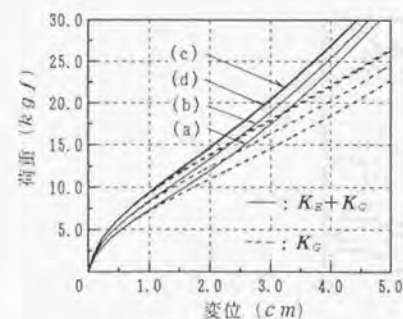
(c) $\beta_1=1.0, \beta_2=1.0$



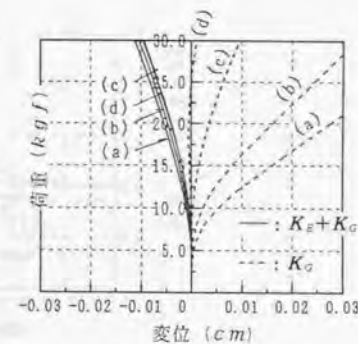
(d) $\beta_1=1.0, \beta_2=1.73$

図2.2.9 β_1 と β_2 を変化した自己釣り合い応力モード

(自己釣り合い応力ベクトルの大きさを1とする)



(a) 節点1のz方向変位



(b) 節点1のx方向変位

図2.2.10 荷重と変位の関係

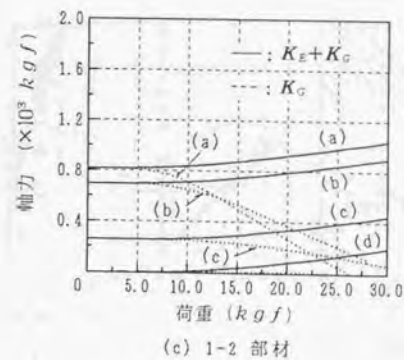
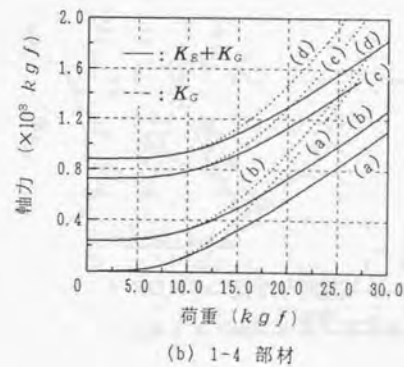
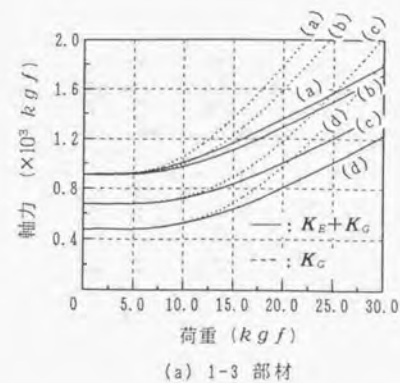


図2.2.11 荷重と軸力の関係

その結果、図2.2.10より β_2 が大きくなると剛性が大きくなることが判る。

ただし(c) $\beta_1=1.0, \beta_2=1.0$ と(d) $\beta_1=1.0, \beta_2=1.73$ の荷重と変位の関係はほぼ同じである。これは K_E+K_G の場合も同じである。また図2.2.10と図2.2.11より、変位、軸力ともに荷重が小さいときは弾性剛性を考慮しても幾何剛性のみとほぼ同じである。

2.3 単位構造の構成と構造挙動

2.3.1 単位構造の構成

本論文で扱う張力安定トラス構造は、図2.3.1に示す単位構造を集積して構成する構造システムである。そこで本節では基本となる単位構造の構成とその構造挙動を調べる。

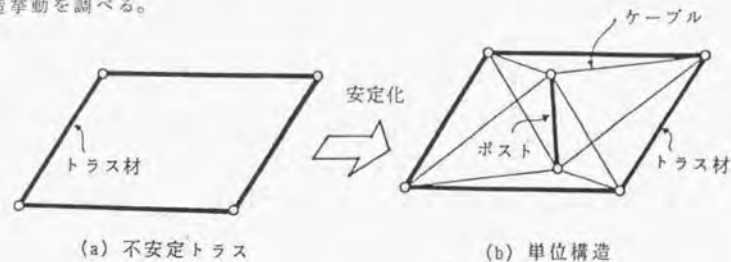


図2.3.1 単位構造の構成

図2.3.1(a)に示す4本のトラス材からなる構造は不安定トラスで、表2.2.1の分類Ⅲに属する。図2.3.1(b)に示すようにこの不安定トラスをポストとポストの上下端の節点とを結ぶ8本のケーブルで張力を導入し安定化する。安定化した構造を「単位構造」と呼ぶことにする。この単位構造は、係数マトリックス A のランクが $r=12$ ，自由度が $n=18$ ，部材数が $m=13$ であり、単位構造全体としての剛体変位と剛体回転（6個）を除くと、式(2.2.15)と式(2.2.21)より $p=0$ ， $q=1$ となる。つまり単位構造は表2.2.1の分類Ⅱに属し、機構を形成する剛体変位モードは無く、自己釣合応力モードを1個有している。

図2.3.2に示すように単位構造の形状を表すパラメーターとしては、トラス材とポストの部材長さ (L, H) ，トラス材で構成する菱形の形状を表す角度 (ϕ) ，菱形の面外への折れ具合を表す角度 (θ) ，ポストの上下方向への位置を表すパラメーター (α) の5個がある。さらに導入する自己釣合応力（初期張力ともいう）の大きさ P_0 がある。ここでは節点1と3および節点1と4を結ぶケーブルの張力を P_0 とする。

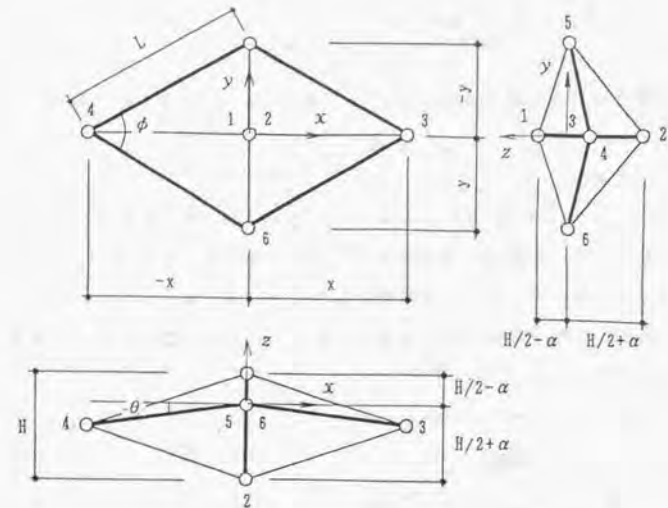


図2.3.2 単位構造の形態とパラメーター

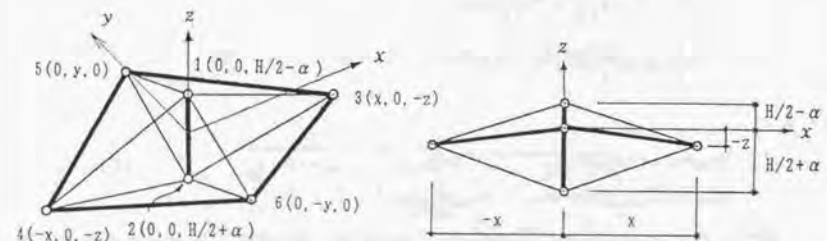


図2.3.3 単位構造の節点座標

2.3.2 単位構造の自己釣合応力モード

単位構造は $q=1$ であるから、式(2.2.23)において1個の自己釣合応力モードが存在する。つまり、

$$n = \beta_1 g_1 \quad (2.3.1)$$

自己釣合応力は式(2.2.19)より求めることができるが、自己釣合応力モードの数が1個であるので、各節点の力の釣り合い式より求めることもできる。両者の結果は一致しているので、ここでは結果のみを以下に述べる。

節点 i と節点 j を結ぶ部材の自己釣合応力を n_{ij} とする。図2.3.3に示す節点座標を用いると、

$$\begin{aligned} n_{35} : n_{13} : n_{23} : n_{15} : n_{25} : n_{12} \\ = -H\sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ : 2\left(\frac{H}{2}+\alpha\right)\sqrt{x^2+\left(\frac{H}{2}-\alpha+z\right)^2} \\ : 2\left(\frac{H}{2}-\alpha\right)\sqrt{x^2+\left(\frac{H}{2}+\alpha-z\right)^2} \\ : 2\left(\frac{H}{2}+\alpha-z\right)\sqrt{y^2+\left(\frac{H}{2}-\alpha\right)^2} \\ : 2\left(\frac{H}{2}-\alpha+z\right)\sqrt{y^2+\left(\frac{H}{2}+\alpha\right)^2} \\ : -8\left(\alpha z+\frac{H^2}{4}-\alpha^2\right) \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} n_{35}=n_{36}=n_{45}=n_{46}, \quad n_{13}=n_{14} \\ n_{15}=n_{16}, \quad n_{25}=n_{26}, \quad n_{23}=n_{24} \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

図2.3.4は、 $L=288\text{cm}$, $H=150\text{cm}$, $\theta=11.25^\circ$, $\phi=62.8^\circ$ の場合の自己釣合応力モードである。ポストの高さが $H=100\text{cm}$, 150cm , 200cm の場合に、ポストの位置を表すパラメーター α と自己釣合応力との関係を図2.3.5～図2.3.7に示す。パラメーター α は、図2.3.2に示すようにポストの中間点の位置を表すパラメーターで、 α を変化させることによりポストは単位構造の中央位置で鉛直方向に上下に移動する。単位構造が張力安定構造として成り立つためには、ケーブル

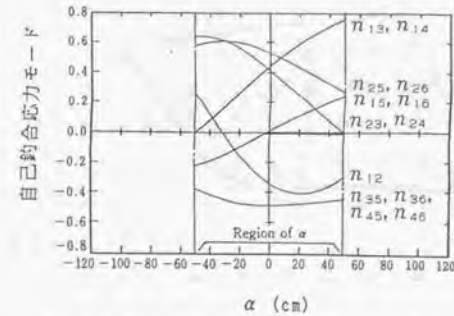


図2.3.5 α と自己釣合応力の関係 ($H=100\text{cm}$)

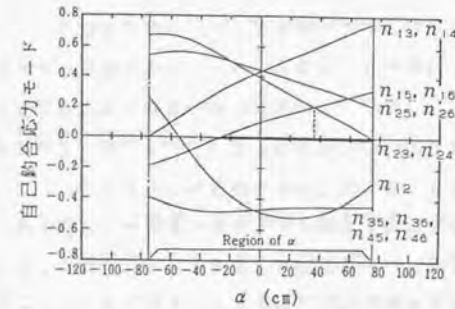


図2.3.6 α と自己釣合応力の関係 ($H=150\text{cm}$)

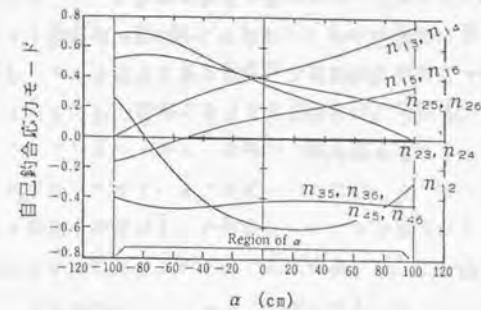


図2.3.7 α と自己釣合応力の関係 ($H=200\text{cm}$)

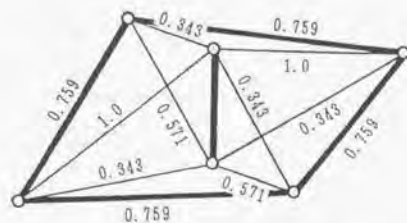


図2.3.4 自己釣合応力モード

材に引張軸力が、トラス材とポストに圧縮軸力が作用するように設計する必要がある。この条件を満たす範囲を、図2.3.5～図2.3.7の各図において横軸上の太線で図示する。図2.3.2から理解できるようにこの α の範囲は、ポストが低い位置では1-5部材と1-6部材のなす角度が 180° となる位置から、ポストが高い位置では2-3部材と2-4部材のなす角度が 180° となる位置までである。そして各図の太線の範囲は、1-5部材と1-6部材の軸力曲線と横軸の交点から2-3部材と2-4部材の軸力曲線と横軸の交点までとなっている。従って当然のことであるがポストの高さ H が大きくなるほど太線の範囲がひろくなる。

単位構造の形状を決定する際のポストの位置決定に本図を用いることができる。つまり初期形状において最も適当と判断できる軸力分布を本図上で選び、それに対応する α の値を採用することができる。例えば図2.3.6に示すように、初期形状においてすべてのケーブル材の張力になるべく弛緩状態から遠い状態にあることを目標とする場合には、1-5部材と1-6部材の軸力曲線と2-3部材と2-4部材の軸力曲線の交点に対応する α の値を採用すればよいことになる。また次節で述べるようにこの単位構造では1-5部材と1-6部材の初期張力が荷重の作用によって最初に弛緩するが、2-3部材と2-4部材はその荷重レベルまで軸力変化は小さい。そこで1-5部材と1-6部材にあらかじめ大きい張力を導入するように α の値を採用することも考えられる。

2.3.3 単位構造の幾何学的非線形解析

張力安定トラス構造は変形の単位構造の集合として構成される。節2.3.1で述べたように、この単位構造は4個のトラス材を回転自由な接合部で連結した不安定トラスにポストとケーブルを利用して自己釣合応力を導入し安定化したものである。この単位構造は安定で完結した構造システムとなっている。従って、張力安定トラス構造全体の構造特性を把握するためには、まず単位構造の構造特性を調査しておく必要がある。

本節では節2.2.2で導入した弾性剛性マトリックスと幾何剛性マトリックスを用いて幾何学的非線形解析を行い、単位構造の載荷能力などを調査する。解析は境界条件、部材断面等の異なる2種類の単位構造（単位構造-1、単位構造-2と名付ける）に対して行った。以下にその概要を述べる。なお幾何学的非線形解析は修正荷重増分法を用いて行った。

2.3.3.1 単位構造-1の弛緩荷重解析

単位構造-1の形状、節点番号、部材番号、境界条件、部材諸量等を図2.3.8、図2.3.9、表2.3.1および表2.3.2に示す。単位構造-1の境界条件は、表2.3.2に示すように節点1, 2, 5, 6が z 方向に支持されていない。荷重はポストの上節点（節点1）に z 方向の増分荷重（10 kgf）を載荷した。ケーブル材（部材1～部材8）の張力のうちどれかがゼロになったとき、弛緩荷重に達したとして増分解析を中止した。パラメーターとして、部材1と部材2に導入する初期張力 P_0 とポストの高さ H を選択し、 $P_0 = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 \text{ tonf}$ 、 $H = 50 \sim 300 \text{ cm}$ まで50 cm 間隔で変化させたときの弛緩荷重の変化を調べた。

図2.3.10と図2.3.11に荷重と節点の z 方向変位の関係を示す。 z 方向変位は0.2 cmのオーダーで非常に小さく、部材13の縮み量は小さく、節点1と節点2の z 方向変位はほぼ同一である。また節点5、6と節点1の z 方向変位もほぼ同じである。以上より変位は平行四辺形の節点1, 2, 5, 6が鉛直方向に平行移動するようなモードが生じていることがわかる。これは節点1, 2, 5, 6の境界条件を鉛直方向に自由としているためである。しかし、実際の張力安定トラス構造は端部を除く

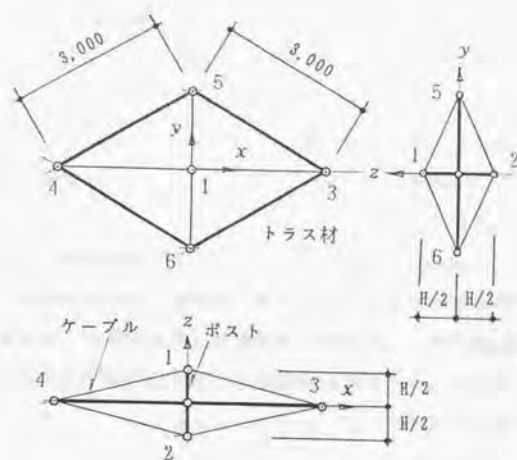


図2.3.8 単位構造-1の形状

表2.3.1 単位構造-1の部材諸量

トラス材及びポスト（一般構造用炭素鋼鋼管・STK400）						
φ (mm)	t (mm)	A (mm ²)	g (kgf/m)	I (cm ⁴)	Z (cm ³)	i (cm)
101.6	3.2	9,892	7.76	120	23.6	3.48
ケーブル材（鋼棒）						
φ (mm)	A (mm ²)	g (kgf/m)				
20.0	3.14	2.47				

備考

トラス材、ケーブル材、ポスト材のヤング率と降伏点
 $E=2,100 \text{ tonf/cm}^2$, $\sigma_s=2,400 \text{ kgf/cm}^2$

トラス材のオイルー座屈
 $P_{cr}=\pi^2 \times 2.1 \times 10^5 \times 120 / 300^2 = 2.76 \times 10^3 \text{ (kgf)}$

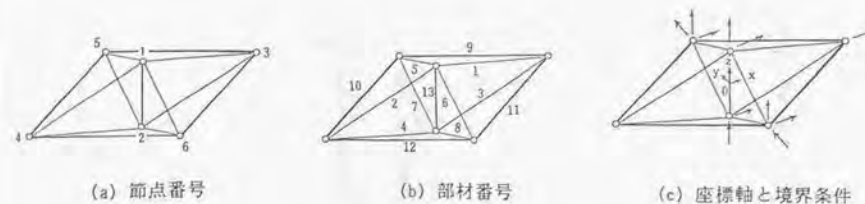


図2.3.9 単位構造-1の節点番号、部材番号、境界条件

表2.3.2 単位構造-1の解析用データ

節点座標値 (cm) と境界条件						
節点番号	x 座標	y 座標	z 座標	境界条件 (0:自由, 1:固定)		
				x 方向	y 方向	z 方向
1	0.0	0.0	H/2	0	1	0
2	0.0	0.0	-H/2	0	1	0
3	259.8	0.0	0.0	0	1	1
4	-259.8	0.0	0.0	1	1	1
5	0.0	150.0	0.0	0	0	0
6	0.0	-150.0	0.0	0	0	0

部材接合関係と自己釣合応力モード (H=100cm)				
部材番号	節点 i	節点 j	断面積	自己応力モード
1	1	3	3.14	0.299
2	1	4	3.14	0.299
3	2	3	3.14	0.299
4	2	4	3.14	0.299
5	1	5	3.14	0.179
6	1	6	3.14	0.179
7	2	5	3.14	0.179
8	2	6	3.14	0.179
9	3	5	9.89	-0.339
10	4	5	9.89	-0.339
11	3	6	9.89	-0.339
12	4	6	9.89	-0.339
13	1	2	9.89	-0.226

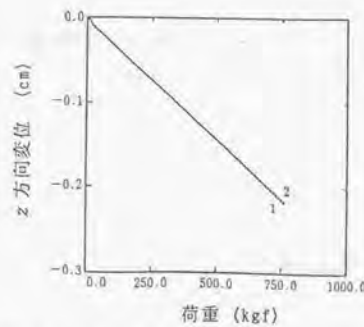


図2.3.10 荷重と節点1,2のz方向変位の関係
($H=100\text{cm}$, $P_0=1.0\text{tonf}$)

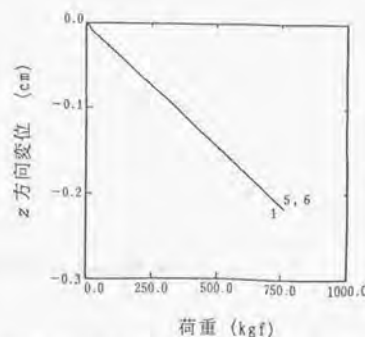


図2.3.11 荷重と節点1,5,6のz方向変位の関係
($H=100\text{cm}$, $P_0=1.0\text{tonf}$)

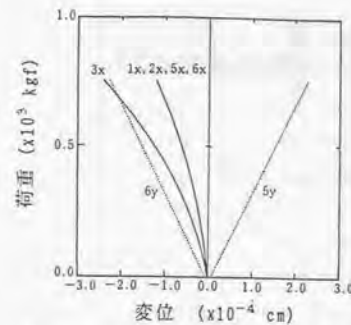


図2.3.12 荷重とx,y方向変位の関係
($H=100\text{cm}$, $P_0=1.0\text{tonf}$)

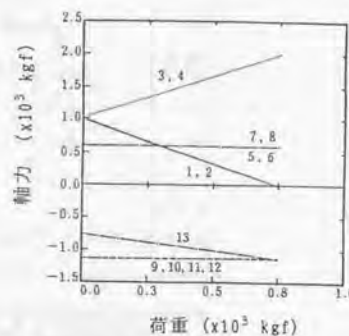


図2.3.13 荷重と軸力の関係
($H=100\text{cm}$, $P_0=1.0\text{tonf}$)

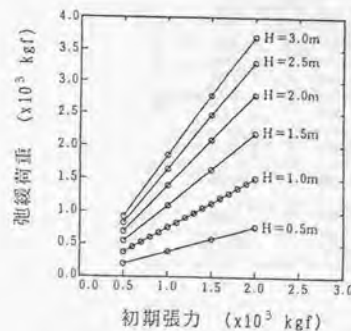


図2.3.14 初期張力と弛緩荷重の関係

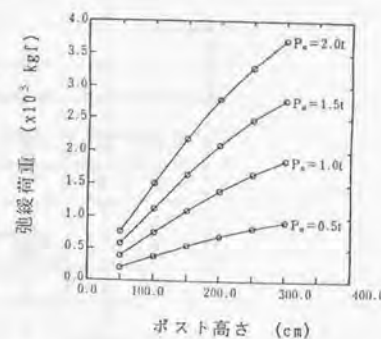


図2.3.15 ポストの高さと弛緩荷重の関係

と節点5, 6は隣接する単位構造の節点と連結しており、鉛直方向に完全に自由とはならない。節点5, 6の鉛直方向を固定した場合は単位構造-2で述べる。本節の結果は単位構造が全体構造の端部に配置されたときの支持条件を決定するために用いられる。

図2.3.12は、荷重の増加に伴うx,y方向変位を示す。x,y方向の変位は 10^{-4}cm のオーダーで非常に小さい。節点5, 6のy方向変位は互いに接近するモードで荷重と変位の関係は線形である。これに対し節点1, 2, 3, 4, 5, 6のx方向の荷重と変位の関係には非線形性が現れている。

図2.3.13は、荷重と軸力の関係を示す。荷重と軸力の関係は線形関係となっている。これはモデルの寸法に比して節点の変位が非常に小さく、幾何学的非線形性がほとんど現れないためである。部材1, 2の張力が最初に消失しているが、図2.3.10と図2.3.11に示した変位モードから考えて当然である。また、部材5, 6, 7, 8の張力変動は非常に少ない。トラス材9, 10, 11, 12の軸力もほぼ一定となっている。部材13の圧縮力の変化は荷重の増加と部材1, 2の張力消失の効果の和であり、軸力変化は荷重のレベルより低くなる。

図2.3.14は、初期張力と弛緩荷重の間の関係をポストの高さをパラメータとして描いたものである。初期張力の増加に対する弛緩荷重の増加は線形関係にある。ただしポストの高さが高くなるほど初期張力の増加によって弛緩荷重が増加する割合は大きくなる。

図2.3.15は、ポストの高さと弛緩荷重の間の関係を初期張力をパラメータとして描いたものである。ポストの高さの増加と弛緩荷重の大きさとの関係には若干の非線形性があり、初期張力が大きいほどポストの高さの増加の影響が現れにくくなる。

2.3.3.2 単位構造-2の弛緩荷重解析

単位構造-2の形状、境界条件、部材諸量を図2.3.16、表2.3.3および表2.3.4に示す。節点番号と部材番号は図2.3.9と同じである。単位構造-1との相異は節点5, 6のz方向を拘束した境界条件としたことである。荷重はポストの上節点の(節点1)z方向に増分荷重(10 kgf)を載荷している。ケーブル材

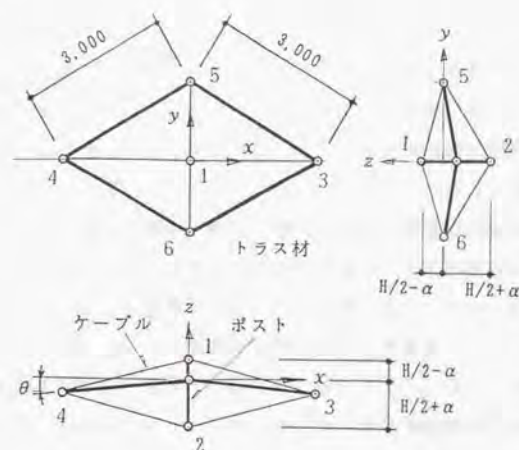


図2.3.16 単位構造-2の形状

表2.3.3 単位構造-2の部材諸量

トラス材及びポスト (一般構造用炭素鋼鋼管・STK400)						
φ (mm)	t (mm)	A (mm ²)	g (kgf/m)	I (cm ⁴)	Z (cm ³)	i (cm)
76.3	3.2	7.349	5.77	49.2	12.9	2.59
ケーブル材 (鋼棒)						
φ (mm)	A (mm ²)	g (kgf/m)				
16.0	2.01	1.58				
備考						
トラス材, ケーブル材, ポスト材のヤング率と降伏点						
$E=2,100 \text{ tonf/cm}^2$, $\sigma_s=2,400 \text{ kgf/cm}^2$						
トラス材のオイラー座屈						
$P_{cr}=\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \times 49.2 / 300^2 = 1.13 \times 10^4 \text{ (kgf)}$						

表2.3.4 単位構造-2の解析用データ

節点座標値 (cm) と境界条件 (a, b は θ により決定)						
節点 番号	x 座標	y 座標	z 座標	境界条件 (0:自由, 1:固定)		
				x 方向	y 方向	z 方向
1	0.0	0.0	H/2 - α	0	0	0
2	0.0	0.0	-H/2 - α	0	0	0
3	a	0.0	0.0	0	1	1
4	-a	0.0	0.0	1	1	1
5	0.0	150.0	0.0	0	0	1
6	0.0	-150.0	0.0	0	0	1

部材接合関係は単位構造-1と同じ

自己釣合応力モードは, 式(2.3.2)より求める

部材接合関係と自己釣合応力モード ($H=100 \text{ cm}$)				
部材番号	節点 i	節点 j	断面積	自己応力モード
1	1	3	2.01	0.299
2	1	4	2.01	0.299
3	2	3	2.01	0.299
4	2	4	2.01	0.299
5	1	5	2.01	0.179
6	1	6	2.01	0.179
7	2	5	2.01	0.179
8	2	6	2.01	0.179
9	3	5	7.349	-0.339
10	4	5	7.349	-0.339
11	3	6	7.349	-0.339
12	4	6	7.349	-0.339
13	1	2	7.349	-0.226

(部材1～部材8)の張力のうちどれかがゼロになったとき弛緩荷重に達したとして解析を終了している。

パラメーターとしては初期張力のレベル(P_0)、ポストの高さ(H)、単位構造の折れ具合を表す角度(θ)、ポストの位置を表すパラメーター(α)を選定し、各パラメーターを $P_0=0.5 \sim 2.0 \text{ tonf}$ 、 $H=50 \sim 300 \text{ cm}$ 、 $\theta=0^\circ \sim 10^\circ$ 、 $\alpha=0 \sim 40 \text{ cm}$ の範囲で変化させた。

図2.3.17～図2.3.22は、荷重レベルと軸力の関係を θ を変化させて描いた図である。最初に弛緩する部材はいずれの場合も部材5, 6で、単位構造-1の場合とは異なっている。これは節点5, 6の境界条件が異なるためである。 θ の値が増すにつれて弛緩荷重は極端に下がっていくが、これは θ の値が増すにつれて部材5, 6に導入できる初期張力が小さくなるためである。逆に部材7, 8は θ が増すにつれて初期張力の値を増していく。荷重増加による部材軸力の変化の様子はほとんど θ によらない。さらに単位構造-1と同様に、変化は微小であり幾何学的非線形性はほとんど現れていない。 θ にかかわらずトラス材9, 10, 11, 12の軸力はほぼ一定であり、この点も単位構造-1と同じである。以上をまとめると、弛緩荷重は θ に大きく依存しているが、弛緩荷重レベルで部材5, 6以外の部材軸力にはかなりの余裕がある。

図2.3.23は、 θ と弛緩荷重の関係を P_0 をパラメーターとしてまとめたものである。 θ の値が大きいと P_0 の値を大きくしても弛緩荷重は大幅に小さくなっている。 P_0 の影響は θ の値によらずほぼ線形である。 θ の値が小さいほど P_0 の値の大きさが弛緩荷重の大きさに与える効果は大きい。

図2.3.24は、 α と弛緩荷重の関係を θ を変化させて描いたものである。 θ の値が小さい場合には、 α の増加にともない弛緩荷重は非線形性状を示しながら増大する。 θ の値が大きいときはおよそ線形性状を示す。いずれの場合も α を10 cm増加すると弛緩荷重は約50～100 kgf増加する。また θ を4°増加すると弛緩荷重は最大で約450 kgf低下する。

図2.3.25は、 θ と弛緩荷重の関係を α を変化させて描いたものである。 α の値に関わらず θ が増加すると弛緩荷重が極端に低下する。 θ の値と弛緩荷重の大きさはほぼ線形関係にある。

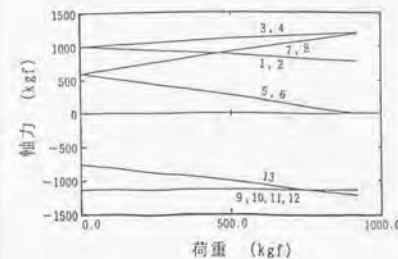


図2.3.17 荷重と軸力の関係
($H=100 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$,
 $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$, $\theta=0^\circ$)

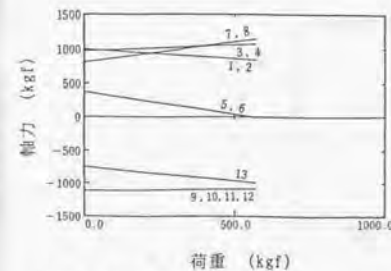


図2.3.19 荷重と軸力の関係
($H=100 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$,
 $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$, $\theta=4^\circ$)

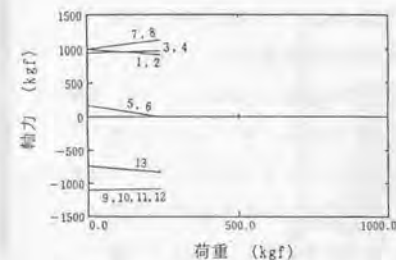


図2.3.21 荷重と軸力の関係
($H=100 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$,
 $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$, $\theta=8^\circ$)

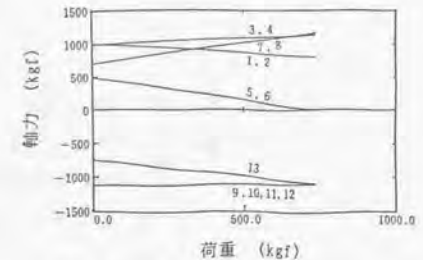


図2.3.18 荷重と軸力の関係
($H=100 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$,
 $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$, $\theta=2^\circ$)

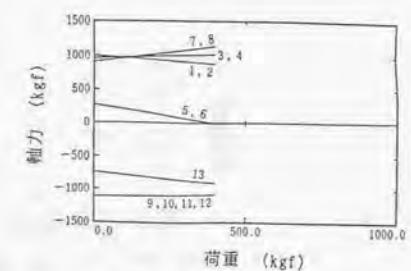


図2.3.20 荷重と軸力の関係
($H=100 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$,
 $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$, $\theta=6^\circ$)

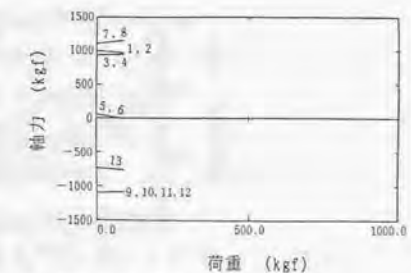


図2.3.22 荷重と軸力の関係
($H=100 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$,
 $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$, $\theta=10^\circ$)

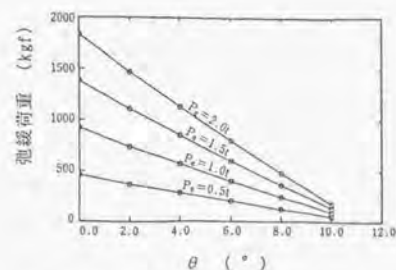


図2.3.23 θ と弛緩荷重の関係
($H=100\text{cm}$, $\alpha=0\text{cm}$, $\phi=60^\circ$)

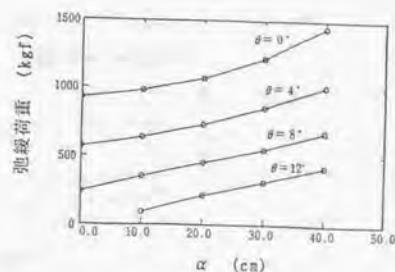


図2.3.24 α と弛緩荷重の関係
($H=100\text{cm}$, $P_0=1.0\text{tonf}$, $\phi=60^\circ$)

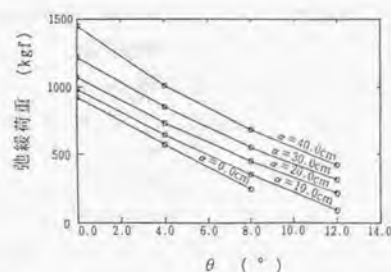


図2.3.25 θ と弛緩荷重の関係
($H=100\text{cm}$, $P_0=1.0\text{tonf}$, $\phi=60^\circ$)

2.3.3.3 単位構造-2の降伏荷重解析

前節で述べたように弛緩荷重に達した時点で部材5, 6以外の部材の軸力にはかなりの余裕があり剛性が保持されている。そこで本節では部材が降伏点に達するまでの解析をおこない、弛緩荷重と降伏荷重の比較をおこなう。

解析の方法としては、ケーブル材の軸力がゼロになった場合にはその部材は取り外して(式(2.2.51)の $\text{sgn}=-1$ に対応する)増分解析を進めている。解析中トラス材およびポストの座屈は生じていない。

部材1, 2に導入する初期張力として $P_0=1.0\text{tonf}$ を固定し、パラメーターとしてはポストの高さ $H=100, 150, 200\text{cm}$ 、ポストの位置 $\alpha=0\sim 90\text{cm}$ および菱形の面外への折れ具合を表す角度 $\theta=0\sim 12^\circ$ の範囲で変化させた。

図2.3.26は、荷重と節点1, 2の z 方向変位の関係を図示したものである。部材5, 6が弛緩した荷重レベルで荷重と変位曲線に折れまがりがみられるが、部材1, 2の弛緩点は明瞭には表れていない。部材降伏時において鉛直方向変位の値は最大約 1.0cm である。

図2.3.27～図2.3.29は、 θ と降伏荷重の関係を H をパラメーターとして表したものである。 θ と降伏荷重と関係は負勾配をもった線形関係となっている。つまり θ が 4° 変化すると約 $500\sim 1000\text{kgf}$ 程度降伏荷重が低下する。 H の値が増すと降伏荷重も上がるが、その上昇率は α が一定の場合には θ の値によらずほぼ一定である。

図2.3.30～図2.3.32は、 α と降伏荷重の関係を θ をパラメーターとして表したものである。 α の値が増すと降伏荷重が増加するが、 $H=200\text{cm}$ の場合は降伏荷重が約 11.0tonf 前後で頭打ちになる傾向がある。

図2.3.33は、ポスト高さと弛緩荷重および降伏荷重の関係を $\theta=0^\circ, 12^\circ$ の場合について図示したものである。破線が弛緩荷重で実線が降伏荷重を示す。ポスト高さと弛緩荷重および降伏荷重はほぼ線形の関係にある。

図2.3.34は、 α と弛緩荷重および降伏荷重の関係を $\theta=0^\circ, 12^\circ$ の場合について図示したものである。 α が大きくなるにつれて降伏荷重は増大しているが、弛緩荷重はほぼ一定であることがわかる。

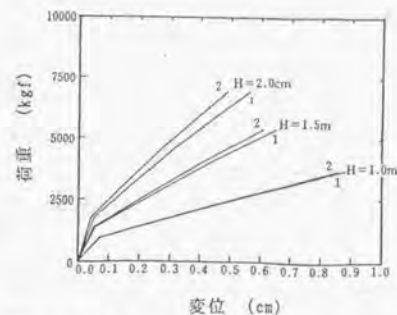


図2.3.26 荷重と節点1,2のz方向変位の関係
($P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$, $\theta=0^\circ$)

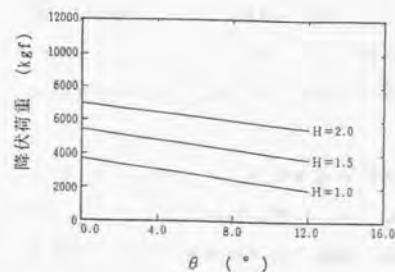


図2.3.27 θ と降伏荷重の関係
($P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$)

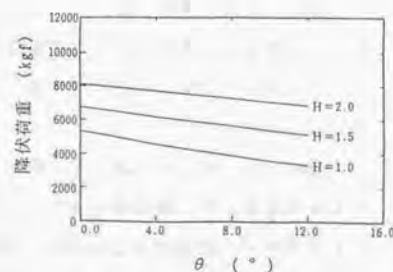


図2.3.28 θ と降伏荷重の関係
($P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\alpha=20 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$)

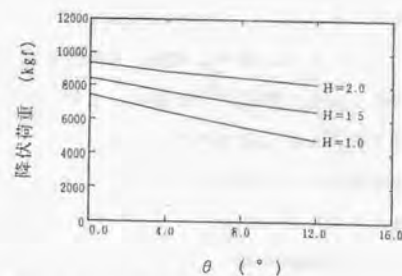


図2.3.29 θ と降伏荷重の関係
($P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\alpha=40 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$)

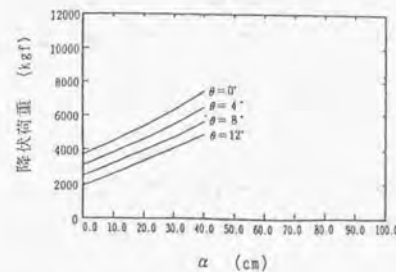


図2.3.30 α と降伏荷重の関係
($H=100 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\phi=60^\circ$)

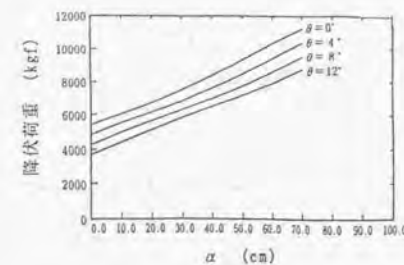


図2.3.31 α と降伏荷重の関係
($H=150 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\phi=60^\circ$)

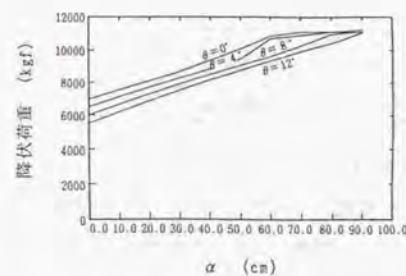


図2.3.32 α と降伏荷重の関係
($H=200 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\phi=60^\circ$)

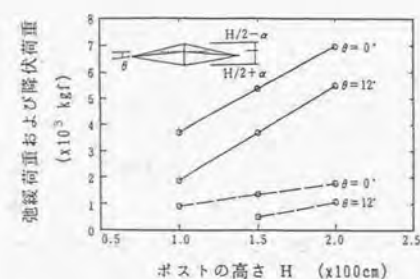


図2.3.33 H と弛緩および降伏荷重の関係
($P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\alpha=0 \text{ cm}$, $\phi=60^\circ$)

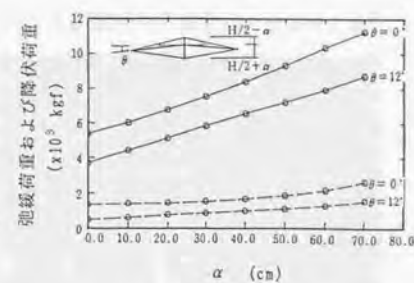


図2.3.34 α と弛緩および降伏荷重の関係
($H=150 \text{ cm}$, $P_0=1.0 \text{ tonf}$, $\phi=60^\circ$)

ケーブルにたるみが生じてから降伏に至るまでの荷重は構造物の余裕度指標のひとつで、設計指針を定める上で重要である。そこで降伏荷重を弛緩荷重で割った値を降伏荷重比と定義し ρ_f で与える。

$$\rho_f = \frac{P_B}{P_A} \quad (2.3.4)$$

ここに、 P_A は弛緩荷重、 P_B は降伏荷重である。本節での解析結果では、

$H=100 \text{ cm}$ のとき $4.60 < \rho_f < 15.90$

$H=150 \text{ cm}$ のとき $3.97 < \rho_f < 7.40$

$H=200 \text{ cm}$ のとき $3.26 < \rho_f < 5.92$

となっている。

2.3.4 単位構造の載荷実験

2.3.4.1 試験体

図2.3.2 に示す単位構造の形状を表すパラメーターのうち、 $L=300 \text{ cm}$ 、 $H=135 \text{ cm}$ 、 $\phi=59.9^\circ$ で、 $\theta=0.0^\circ$ 、 $\alpha=0.0 \text{ cm}$ の試験体-1と、 $\theta=11.2^\circ$ 、 $\alpha=36.4 \text{ cm}$ の試験体-2の2種類の試験体を採用する。さらに初期張力として部材1, 2の初期張力 P_0 が 1.0 tonf と 2.0 tonf の2種類を考える。以上より試験体は表2.3.5 に示す4体とする。

表2.3.5 試験体と諸量

試験体1-1	$L=300.5 \text{ cm}$ 、 $H=135 \text{ cm}$	$P_0=1.0 \text{ tonf}$
試験体1-2	$\phi=59.9^\circ$ 、 $\theta=0.0^\circ$ 、 $\alpha=0.0 \text{ cm}$	$P_0=1.0 \text{ tonf}$
試験体2-1	$L=300.5 \text{ cm}$ 、 $H=135 \text{ cm}$	$P_0=1.0 \text{ tonf}$
試験体2-2	$\phi=59.9^\circ$ 、 $\theta=11.25^\circ$ 、 $\alpha=36.4 \text{ cm}$	$P_0=2.0 \text{ tonf}$

トラス材とポストは、 $STK400$ の一般構造用炭素鋼鋼管（ヤング率は $E=2100 \text{ tonf/cm}^2$ 、降伏応力度は $\sigma_y=2400 \text{ kgf/cm}^2$ ）を用い、ケーブル材は $S35C$ の機械構造用炭素鋼鋼材（ヤング率は $E=2100 \text{ tonf/cm}^2$ 、降伏応力度は $\sigma_y=3600 \text{ kgf/cm}^2$ ）の丸鋼で、中間にターンバックルを設けた。接合部は写真2.3.1 に示すボールジョイントを用いた。ケーブル材に導入する初期張力はターンバックルのトルク値とケーブル張力のキャリブレーション曲線をあらかじめ求めておき、ターンバックルのトルク値で管理した。導入した初期張力をケーブル材の歪で測定した結果はほぼ表2.3.5 の値に一致していた。

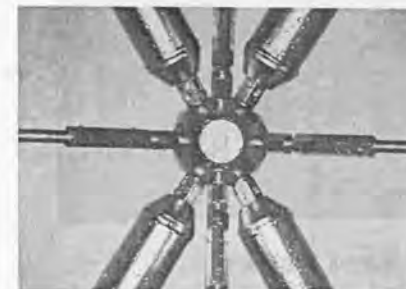


写真2.3.1 接合部

2.3.4.2 載荷方法および測定

載荷方法を図2.3.35に示す。H型鋼（H-200×200×8×12）の4本の支柱の上に試験体を置き、床面に固定した油圧アクチュエータでポスト頂部に下向きに載荷する。試験体の支持点を水平面上におけるローラー支持にするため、柱のトッププレートと接合部の間に鏡面仕上げのステンレス板とテフロンシートを挿入した。単位構造を組み立てる前に各部材に歪ゲージを貼り、初期張力導入時の歪を測定するとともに、載荷時には各部材の歪および中央部の鉛直方向変位の測定をおこなった。実験の様子を写真2.3.2に示す。

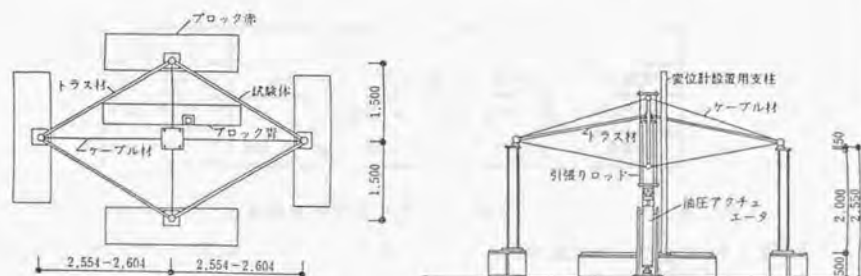


図2.3.35 載荷装置

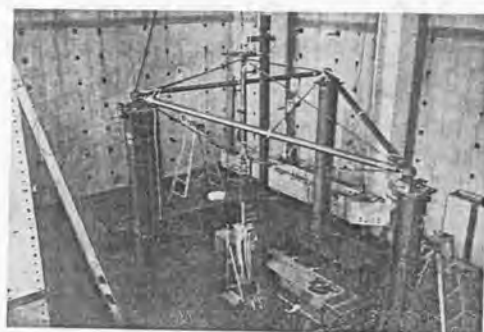
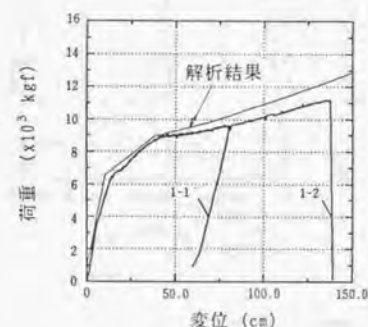


写真2.3.2 実験風景

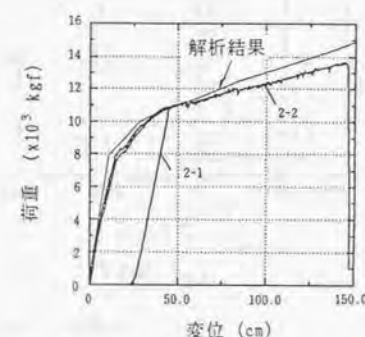
2.3.4.3 実験結果

実験結果を図2.3.36～図2.3.38に示す。図2.3.36は、各試験体の荷重と変位の関係を示したものである。(a)に示す試験体1-1と1-2において、部材2が弛緩した後荷重と変位の関係の勾配が大きく低下している。細線は材料の弾塑性性状を考慮して数値解析したもので、実験結果をよく追跡している。試験体2-1と2-2についても同じ結果を得ている。

図2.3.37と図2.3.38は、各試験体の荷重とひずみ曲線を示したものである。図2.3.37の試験体1-1と1-2において、荷重が1.2tonfのとき部材6にたるみが生じ、続いて荷重が3.6tonfのとき部材2にたるみが生じている。ケーブル材の断面積は $A=2.01\text{cm}^2$ であるため、初期張力が1.0tonfのときのひずみは $\epsilon=237\times 10^{-6}$ である。さらに荷重が8.8tonfのとき部材4に降伏が生じている。この結果、式(2.3.4)で定義した降伏荷重比は $\rho_f=7.3$ となり、計算結果とはほぼ一致している。試験体2-1と2-2の結果も同様の傾向を示している。

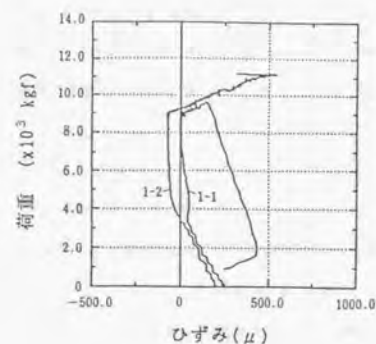


(a) 試験体1-1, 1-2の実験結果

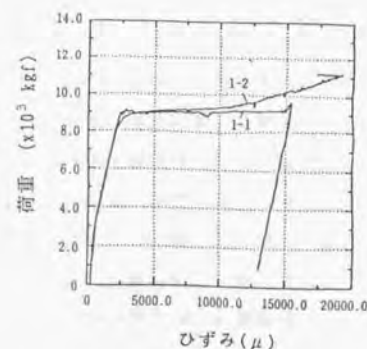


(b) 試験体2-1, 2-2の実験結果

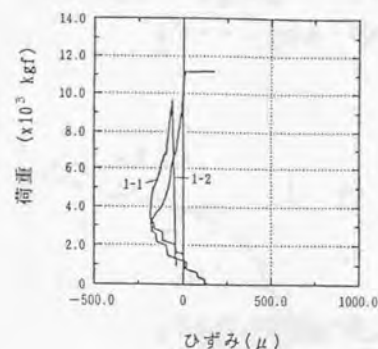
図2.3.36 荷重と変位の関係



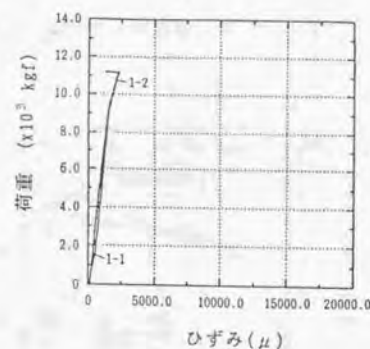
(a) 部材 2



(b) 部材 4

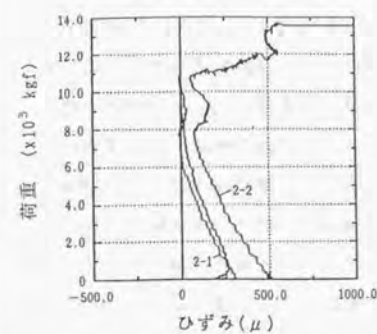


(c) 部材 6

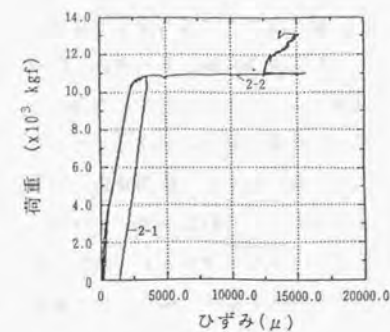


(d) 部材 8

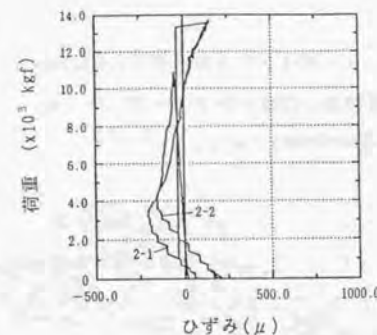
図2.3.37 荷重とひずみの関係 (試験体1-1, 1-2)



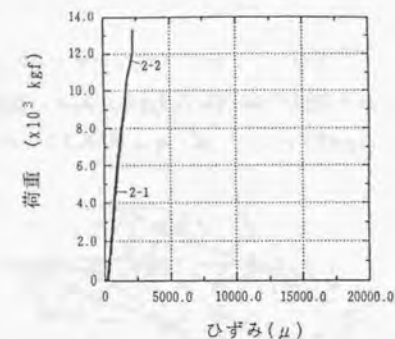
(a) 部材 2



(b) 部材 4



(c) 部材 6



(d) 部材 8

図2.3.38 荷重とひずみの関係 (試験体2-1, 2-2)

第3章 張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計

張力安定トラス構造は前章でのべた単位構造を集積することにより構成される。単位構造のみの構造挙動と集積した張力安定トラス構造の構造挙動の比較を行うため、まず5個の単位構造からなる部分構造を数値解析し、張力導入、初期剛性、荷重と変位の関係などを調査する。次いで円筒型張力安定トラス構造に対して数値解析を行い構造挙動を明らかにする。張力安定構造は比較的新しい構造であるため設計指針が整っていない。従って弛緩荷重と降伏荷重に基づく張力安定トラス構造の設計指針(案)を提案し、提案された設計指針(案)を使って設計された円筒型張力安定トラス構造の実験棟の建設について述べる。

3.1 部分構造の構造挙動

本節では、図3.1.1に示す5個の単位構造から構成される部分構造の構造挙動を調査する。部分構造の中央に位置する単位構造の形状を表すパラメーターは、 $L=288\text{cm}$ 、 $H=100\text{cm}$ 、 $\theta=6.35^\circ$ 、 $\phi=62.7^\circ$ 、 $\alpha=0\text{cm}$ である。

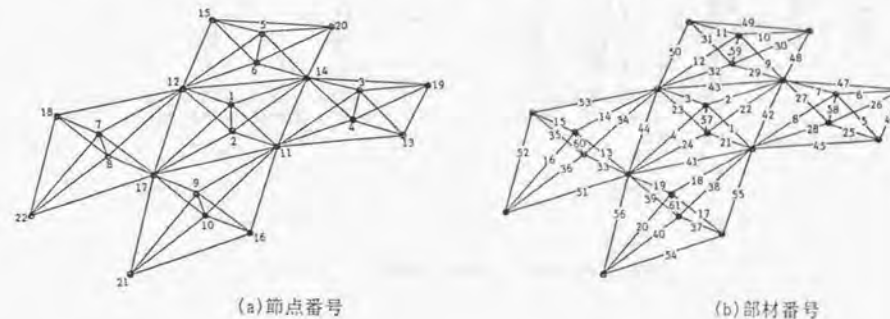


図3.1.1 部分構造の形状

最初に第2章で述べた方法に従って自己釣合応力モードを求める。表3.1.1に示す部材性状を用いて式(2.2.18)の係数マトリックス B を作成し、式(2.2.19)

より自己釣合応力モードを求める。この部分構造の係数マトリックスのランクは、 $\text{rank}(B) = 43$ で、部材数 $m = 48$ であるから、式(2.2.21)より $q = 48 - 43 = 5$ となり、5個の独立な自己釣合応力モードが存在する。この独立な自己釣合応力モードの組み合わせは、1個の独立な自己釣合応力モードをもつ単位構造が足し合わされ、部材応力が部分構造で対称性を満足するように係数 $\beta_1 \sim \beta_5$ を決める。組み合わせ後の自己釣合応力は、部材番号 2, 4, 6, 10, 18, 20 の初期張力が $P_0=1.0\text{tonf}$ となるように導入した。組み合わせ後の自己釣合応力モードは表3.1.1のようになる。

次に境界条件と荷重条件はそれぞれ2種類考え、それらの組み合わせに対して解析を行った。

境界条件としては、

境界条件-1 : 節点 19, 20, 21, 22 をピン支持とする。

境界条件-2 : 節点 19, 20 をピン支持とし、節点 21, 22 を面内方向にローラー支持とする。

荷重条件としては、

荷重条件-1 : 各ポストの頂部に等しい大きさの鉛直下向きの荷重

荷重条件-2 : 各ポスト頂部および各トラス材節点に等しい大きさの鉛直下向きの荷重

幾何学的非線形解析は荷重増分法を用い、各節点の増分荷重を 10kgf とした。部分構造の解析タイプを、境界条件と荷重条件により分類しAタイプ～Dタイプの名称を付ける(表3.1.2)。

トラス材およびポスト材には $76.3\phi \times 3.2\text{t}$ の一般構造用炭素鋼鋼管、ケーブル材には 16ϕ の鋼棒を用い、材料の降伏および圧縮材の座屈をチェックしながらケーブル材が最初に弛緩するまで解析を行った。表3.1.2に解析結果を示す。

図3.1.2に変位図、図3.1.3に荷重と軸力の関係を図示する。以上の結果より次ことが得られた。

- (1) 部分構造の弛緩荷重は境界条件に大きく依存している。同一荷重条件下でも境界条件がピン支持のほうがローラー支持よりはるかに弛緩荷重が高い。荷重条件の違いによる影響を単位面積当たりの荷重で比較してみると、ピン支持の境界条件の場合は、ポストのみに載荷したときより全体に載荷したと

表3.1.1 部分モデルの部材性状と自己釣合軸力

部材番号	断面積 (cm^2)	自己釣合軸力 (tonf)	部材番号	断面積 (cm^2)	自己釣合軸力 (tonf)
1, 3	2.01	0.279	26, 30, 36, 40	2.01	0.95
2, 4, 6, 10, 16, 20	2.01	1.0	28, 32, 34, 38	2.01	0.951
5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19	2.01	0.245	41, 42, 43, 44	7.349	-2.24
8, 12, 14, 18	2.01	0.995	45, 50, 53, 55	7.349	-1.11
21, 23	2.01	0.953	46, 47, 48, 49, 51, 52, 54, 56	7.349	-1.11
22, 24	2.01	0.957	57	7.349	-0.779
25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39	2.01	0.982	58, 59, 60, 61	7.349	-0.776

表3.1.2 部分モデルの解析結果 ($H=100\text{cm}$)

境界 条件	荷重条件 弛緩荷重	荷重条件-1	荷重条件-2
境界条件-1	張力弛緩時の 節点荷重	620kgf	370kgf
	張力弛緩時の m^2 当たりの荷重	36.5kgf/ m^2	134.2kgf/ m^2
	最初に弛緩する 部材番号	1, 3	6, 10, 16, 20
境界条件-2	張力弛緩時の 節点荷重	130kgf	50kgf
	張力弛緩時の m^2 当たりの荷重	18.1kgf/ m^2	18.1kgf/ m^2
	最初に弛緩する 部材番号	2, 4	2, 4

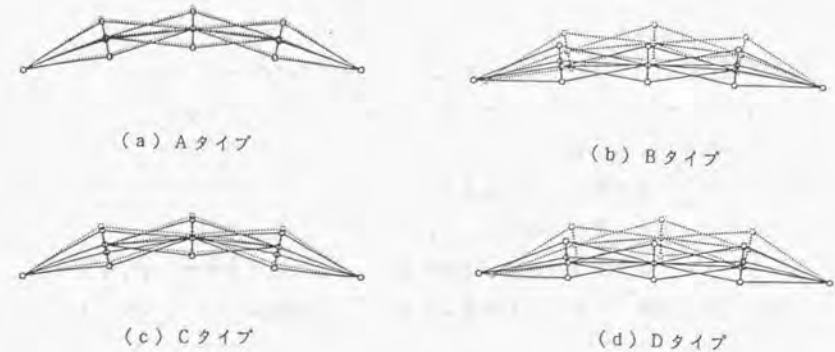


図3.1.2 変位図

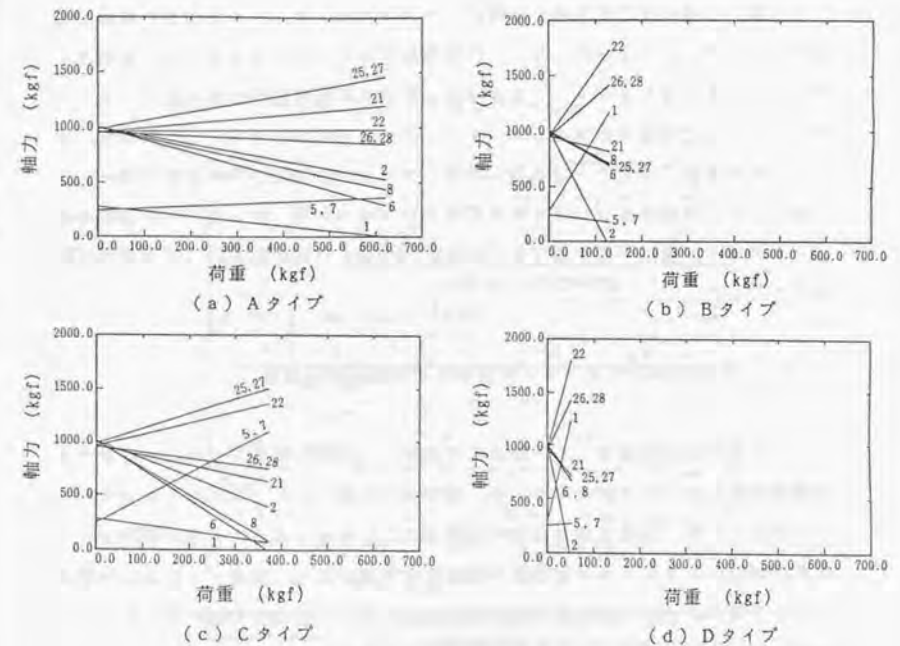


図3.1.3 荷重と軸力の関係

きのほうが弛緩荷重は高い。ローラー支持の境界条件の場合は荷重条件を変えても弛緩荷重は同一となっている。

(2) 境界条件がビン支持のとき、最大鉛直変位は -0.166cm 、ローラー支持のとき -1.5cm となっている。また最初に弛緩する部材および最大鉛直変位点は、支持条件によって異なっている。

(3) Aタイプ（境界条件-1、荷重条件-1）の部分構造の中央に位置する単位構造の解析結果は、単位構造のみの解析結果とほぼ一致している。

以上より、単位構造を集積して構成する張力安定トラス構造の構造挙動を単位構造の構造挙動から予測する場合には境界条件の影響が大きいことが判る。

3.2 円筒型張力安定トラス構造の構造挙動

本節では単位構造を集積して構成した円筒型張力安定トラス構造の構造挙動を調べる。図3.2.1は解析に用いた円筒型張力安定トラス構造の形状と規模を表す。この円筒型張力安定トラス構造は同じ形状の単位構造を46個集積したものであり、その単位構造の形状を表すパラメーターと部材諸量を表3.2.1に示す。まずこの円筒型張力安定トラス構造を構成している単位構造の構造挙動を調べ、次に各ポストの頂部に等しい大きさの鉛直方向荷重が作用したときの円筒型張力安定トラス構造の構造挙動を調べる。解析は 10kgf を増分荷重として荷重増分型解析で行った。

3.2.1 円筒型張力安定トラス構造の単位構造の構造挙動

この円筒型張力安定トラス構造を構成している単位構造の解析は、いずれかの部材が降伏するまで解析を行った。解析結果を図3.2.2と図3.2.3に示す。

図3.2.2は、荷重と部材応力の関係を示したものである。荷重が 880kgf のとき、図2.3.2に示した単位構造の節点番号を用いると、節点1と5および節点1と6を結ぶケーブル材で最初の弛緩が生じ、次いで荷重が $4,560\text{kgf}$ のとき、節点1と3および節点1と4をケーブル材が弛緩する。

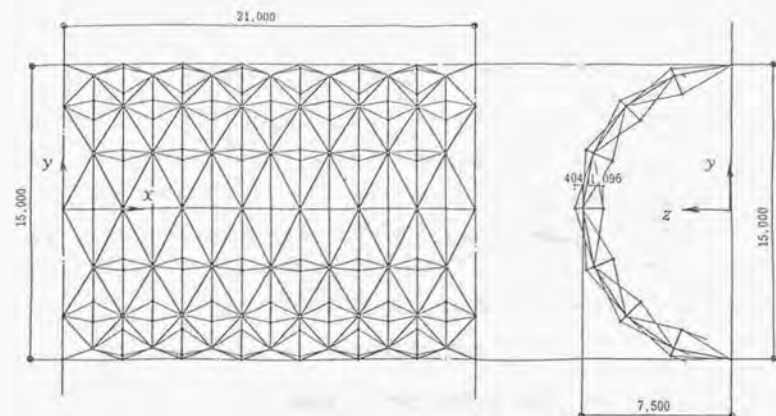


図3.2.1 円筒型張力安定トラス構造

表3.2.1 円筒型張力安定トラス構造の部材性状

単位構造の形状を表すパラメーター						
L(cm)	H(cm)	$\theta(^{\circ})$	$\phi(^{\circ})$	α (cm)	P_0 (tonf)	
288.0	150.0	11.25	62.8	35.9	1.32	
トラス材及びポスト（一般構造用炭素鋼鋼管・STK400）						
ϕ (mm)	t(mm)	A(mm ²)	g(kgf/m)	I(cm ⁴)	Z(cm ³)	i(cm)
76.3	3.2	7.349	5.77	49.2	12.9	2.59
ケーブル材（鋼棒）						
ϕ (mm)	A(mm ²)	g(kgf/m)				
16.0	2.01	1.58				
備考						
トラス材，ケーブル材，ポスト材のヤング率と降伏点						
$E=2.100 \text{ tonf/cm}^2$ ， $\sigma_y=2,400 \text{ kgf/cm}^2$						
トラス材のオイラー座屈						
$P_{cr}=\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \times 49.2 / 288^2=1.23 \times 10^6 \text{ (kgf)}$						

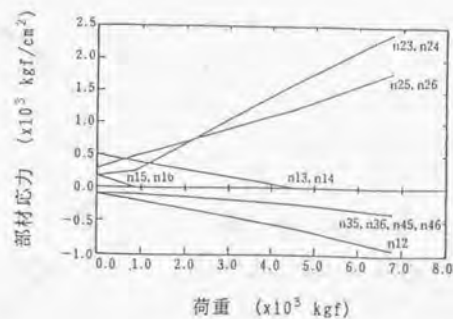


図3.2.2 荷重と部材応力の関係

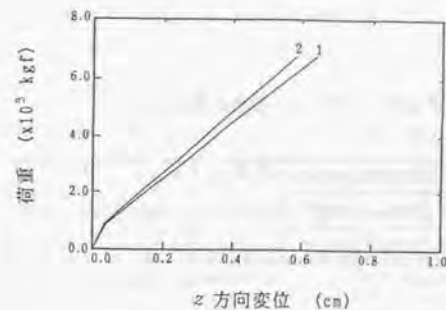


図3.2.3 荷重と節点1,2のz 方向変位の関係

図3.2.3 は、荷重と節点1 と2 に関する鉛直方向変位の関係を図示したものである。図3.2.2 より荷重が 860kgf と $4,560\text{kgf}$ でケーブル材が弛緩するが、荷重と変位曲線上では最初の弛緩のみが明瞭に現れている。荷重が $6,770\text{kgf}$ のとき節点2 と3 と節点2 と4 を結ぶ部材で降伏が生じており、式(2.3.4)で与えられる降伏荷重比は $\rho_f = 7.6$ となっている。この値は前章で述べた実験結果による値($\rho_f = 7.3$)とほぼ一致している。

3.2.2 円筒型張力安定トラス構造の構造挙動

図3.2.4 に解析に用いた円筒型張力安定トラス構造を示す。境界条件は円筒型の長手方向の支持点を全てピン支持とし、妻側の支持点をx方向にローラー支持、y,z 方向はピン支持としている。図3.2.4 に示す黒丸の支持点はピン支持を、白丸の支持点はx方向にローラー支持、y,z 方向はピン支持を表している。解析は、各ボスの頂部に等しい大きさの鉛直方向荷重が作用したときの弛緩荷重まで行った。

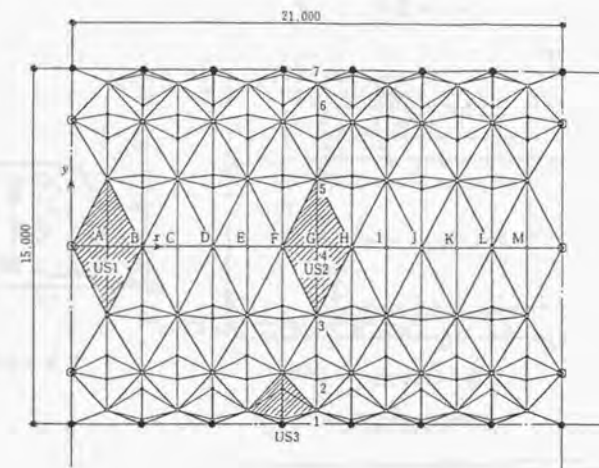
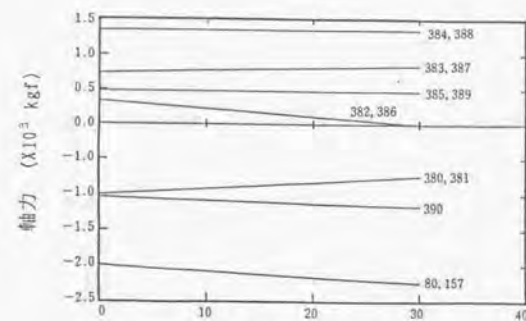
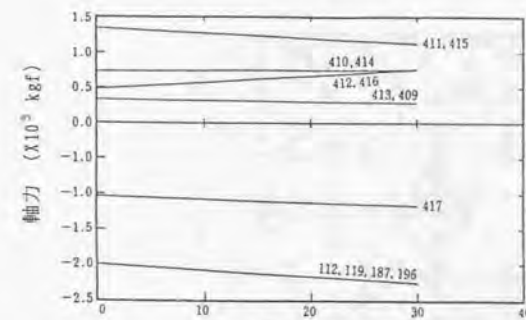


図3.2.4 解析用モデル

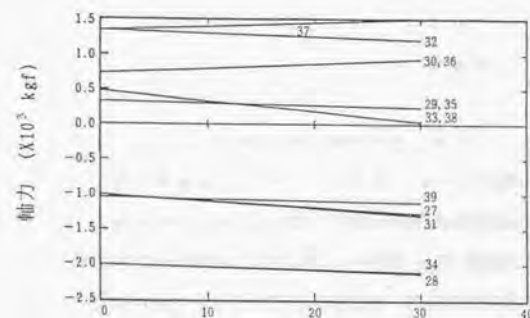
図3.2.5 ～図3.2.8 は、図3.2.4 に示した単位構造の位置US1, US2, US3 における荷重と部材軸力の関係、節点A ～M, 節点1 ～7 における荷重と変位の関係および荷重ステップ30 (最初に部材に弛緩が生じる荷重) における変位モードを示す。図3.2.5(a)の図より、荷重ステップ30で (各ボスの頂部に 300kgf の鉛直下向きの荷重が作用しているレベル)、単位構造の位置US1 の部材番号382 と386 の部材の張力が最初に弛緩している。図3.2.8 の変位図からわかるように両妻側の頂部の境界にある単位構造 (US1) と両側面の境界部分にある単位



(a) US 1

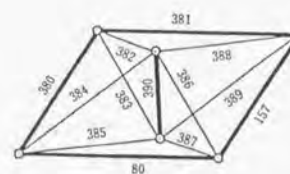


(b) US 2

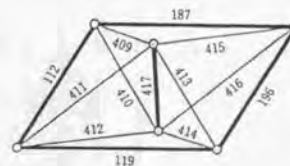


(c) US 3

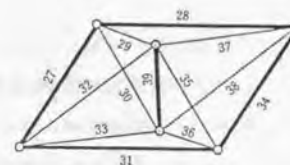
図3.2.5 荷重と軸力の関係



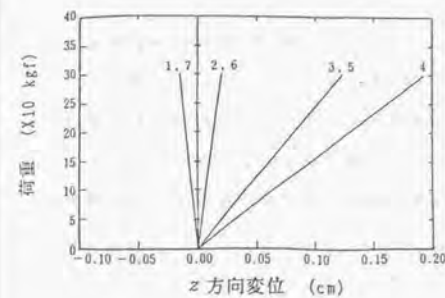
US 1 の部材番号



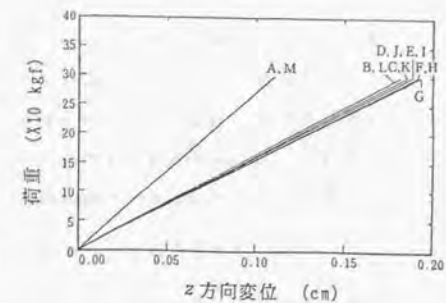
US 2 の部材番号



US 3 の部材番号



(a) 節点1~7



(b) 節点A~M

図3.2.6 荷重とz 方向変位の関係

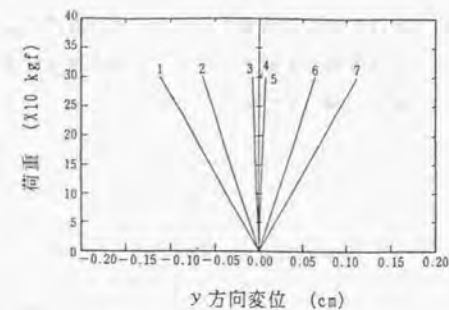


図3.2.7 荷重とy 方向変位の関係

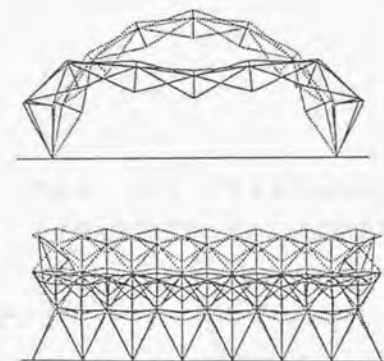


図3.2.8 変位図

構造 (US3) に変形が集中している。従って結果的には図3.2.5(a)からわかるように単位構造US1で張力の弛緩が生じている。また図3.2.5(c)から単位構造US3の部材番号33と38でも張力の弛緩が生じる直前となっている。これに対して単位構造US2では、部材軸力の変化は少なく特に張力の減少は認められない。

荷重ステップ30において中央節点Gに最大鉛直変位が生じており、0.2cmとなっている。この変位はスパンに対して約 $\frac{1}{7500}$ となっており、張力安定トラス構造は剛性の高い構造であることがわかる。この円筒型張力安定トラス構造を構成する単位構造の解析結果の降伏荷重比 $\rho_f=7.6$ から、部材に降伏が生じる荷重レベルを推定すると約 585 kgf/m^2 となる。

本構造システムでは個々の単位構造が完結した自己釣合応力状態になっているため、一部の単位構造内において部材の降伏あるいは破断等が生じた場合でも、その単位構造を除去した構造として成り立っている限り構造全体が不安定にはならない。

3.3 設計指針 (案)

張力安定構造は比較的新しい構造で実施例も少ないことから、張力安定トラス構造の設計指針などはまだ整っていない。そのため構造設計を行うための設計指針 (案) を提案する。張力安定トラス構造に荷重が作用した場合の典型的な荷重と変位の関係は図3.3.1に示すようになる。ここで、 P_A はいずれかのケーブルに最初にたるみが生じる荷重 (弛緩荷重)、 P_B はいずれかのケーブルが最初に降伏する荷重 (降伏荷重) を表している。

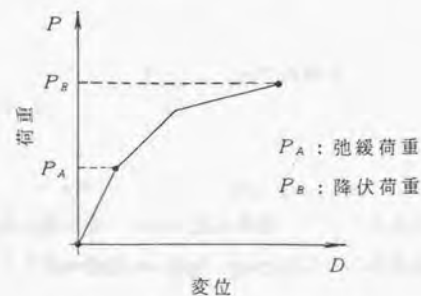


図3.3.1 一般的な荷重と変位の関係

指針1：長期荷重

構造物の自重と積載荷重の和を長期荷重 P_P とする。長期荷重に対しては次式を満足するように設計する。

$$P_P \leq \frac{2}{3} P_A \quad (3.3.1)$$

指針2：短期荷重

風、積雪、地震等の短期的に作用する荷重の組み合わせによって与えられる荷重を短期荷重 P_T とする。短期荷重に対しては次式を満足するように設計する。

$$(P_P + P_T) \leq \frac{2}{3} P_B \quad (3.3.2)$$

指針3：降伏荷重比

ケーブルにたるみが生じてから降伏に至るまでの余裕をもたせるため、降伏荷重比 $\rho_f (P_E/P_A)$ を設定する。 ρ_f は次式を満足するように設計する。

$$\rho_{base} \leq \rho_f \quad (3.3.3)$$

ただし、 $\rho_{base} \geq 1.0$ とする。

指針4：変位制限

構造物のスパン長 L に対する長期荷重時の最大鉛直変位 D_{max} の割合を κ で表す。つまり、

$$\kappa = D_{max} / L \quad (3.3.4)$$

κ は次式を満足するように設計する。

$$\kappa \leq \frac{1}{\gamma_0} \quad (3.3.5)$$

以上4つの指針を目安として、張力安定トラス構造の構造設計を行うことを提案する。実際の設計に当たっては ρ_{base} と γ_0 を適当に設定する必要がある。

3.4 張力安定トラス構造の実施例

3.4.1 実施例1：円筒型張力安定トラス構造

(1) 建物概要

本建物は、東京大学生産技術研究所敷地内に実験棟として建設されたものである。建物の概要図と外観写真を図3.4.1と写真3.4.1に示す。建物概要は以下の通りである。

建物場所：東京都港区六本木7-22-1

東京大学生産技術研究所敷地内

用途：張力安定トラス構造実験棟

床面積：271.2 m²

建物高さ：最高軒高さ6.6 m，最高高さ8.0 m

構造形式：膜面部・塩化ビニールコーティングポリエステル膜構造

主体構造：鉄骨造（張力安定トラス構造の屋根部）

基礎：鉄筋コンクリート布基礎

(2) 構造概要

本実験棟は、張力安定トラス構造技術を開発するための実験棟で、屋根自重が軽いため既存の研究棟の屋上に建設されたモデルドームで、屋根材は塩化ビニールコーティングポリエステル膜構造である。実験棟の平面はほぼ矩形でスパン13.35m、桁行22.5mであり、屋根は半径6.675mの半円形上にトラス材節点が位置する円筒形をしている。膜屋根面積は358.8m²である。基礎は断面がL型の鉄筋コンクリートの布基礎で、既存の研究棟床面からポスト材頂部までの高さは8.0mである。トラス材とポスト材は鋼管を、ケーブル材はターンバックル付きの鋼棒を、接合部はボールジョイントを採用した。本実験棟に用いた単位構造は対角の寸法が5.2m x 3.0mの菱型で、形状をあらわすパラメーターは $L=300cm$ ， $H=150cm$ ， $\theta=11.25^\circ$ ， $\phi=60^\circ$ ， $\alpha=42.5cm$ である。この実験棟は46個の単位構造

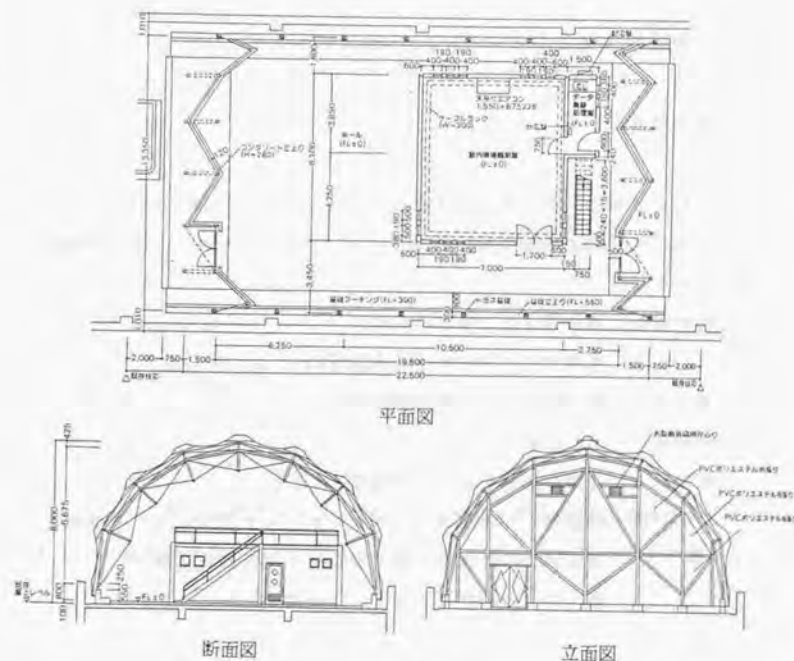


図3.4.1 建物の概要図



写真3.4.1 建物の概観

から構成されている。ポスト頂部には、膜を突き上げ再緊張が可能なディテール採用している。また妻面のフレームは妻壁面に直角に配置した鉄骨造のブレース構造で、妻面よりの水平力はこのフレームが負担する。

前節で解析した結果を用いると、図2.3.2に示す単位構造の節点番号を使って、節点1と3を結ぶ部材、節点1と4を結ぶ部材の初期釣合張力($n_{13}=n_{14}$)を1.32 tonfとしたとき、弛緩荷重は、ポスト1カ所につき300 kgfである。この弛緩荷重を単位面積当たりの荷重になおすと、

$$P_A = 300 \text{ kgf} / 7.8 \text{ m}^2 = 38.5 \text{ kgf/m}^2 \quad (3.4.1)$$

である。屋根自重は20 kgf/m²であるので、設計指針(案)の式(3.3.1)を満たす。

$$P_P = 20 \text{ kgf/m}^2 \leq P_A = \frac{2}{3} \times 38.5 = 25.7 \text{ kgf/m}^2 \quad (3.4.2)$$

最大鉛直変位は設計指針(案)の式(3.3.5)の係数が $\gamma_0 = 7,500$ であり非常に小さい。短期荷重に対して同様の検討を行い屋根構造として採用が可能であることが示された。

(3) 施工

次に、施工の一部を写真で紹介します。写真3.4.2は仮設足場上でトラス材を組み立てた状態である。この状態は不安定構造であるため各節点を足場から仮支持します。この状態でケーブル材を取り付け(写真3.4.3)、単位構造毎のケーブル材に張力を導入します。写真3.4.4はケーブル材に張力を導入している様子を示したものである。自己釣合張力が設計値にほぼ同じになるように施工するため、ケーブル材にターンバックル付きの鋼棒を用い、あらかじめ鋼棒の張力とターンバックルのトルク値の関係のキャリブレーションを行った(図3.4.2)。施工中もトラス材とケーブル材の鋼棒に歪ゲージを貼り施工中のひずみを測定した。図3.4.3は施工中に各部材に導入された軸力を示すものである。写真3.4.5は屋根に膜を取り付け中の写真である。各単位構造のポスト材の頂部には膜を突き上げ再緊張が可能なディテールを採用している(写真3.4.6)。



写真3.4.2 不安定トラス



写真3.4.3 ケーブル材設置



写真3.4.4 張力の導入



写真3.4.5 膜の施工



写真3.4.6 ポスト頂部のディテール



写真3.4.7 建物の内観

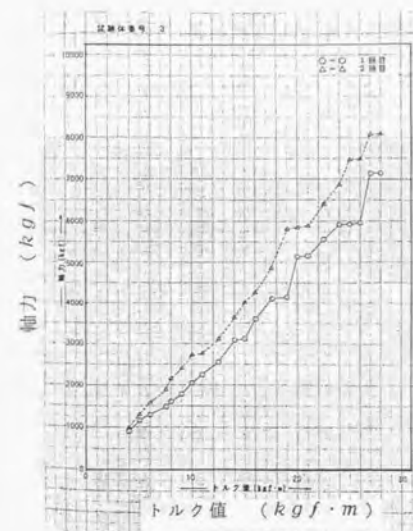


図3.4.2 張力とトルク値 (kgf・m) の関係

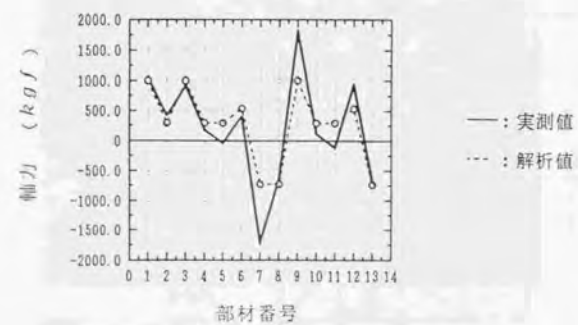


図3.4.3 施工中の部材軸力

3.4.2 実施例2：平板型張力安定トラス構造

(1) 建物概要

本実験棟は太陽工業株式会社の工場敷地内に建設されたキャノピーである。
建物の概要図と外観写真を図3.4.4 と写真3.4.8(a), (b)に示す。建物の概要は以下の通りである。

建物場所 : 埼玉県東松山市
太陽工業株式会社・工場敷地内
用途 : キャノピー（庇）
面積 : 57.8 m^2
建物高さ : 最高高さ・4.47 m, 最高軒高高さ・3.3 m
構造形式 : 屋根材・成形ポリカーボネート板
主体構造・鉄骨造
基礎・鉄筋コンクリート独立基礎

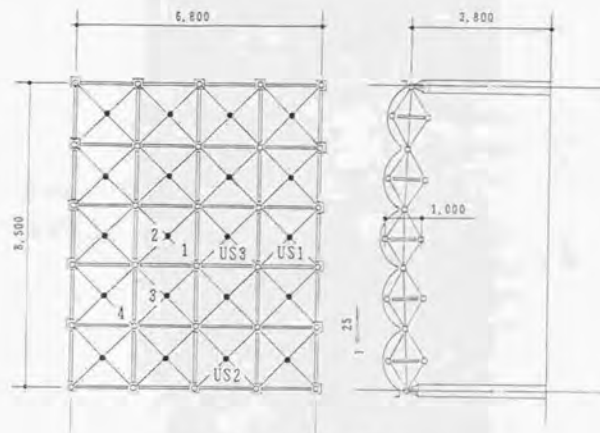


図3.4.4 建物の概要図



(a) 外観



(b) 内観

写真3.4.8 建物の外観図

(2) 構造概要

本実験棟は、平板型の張力安定トラス構造の安定性を確認するために工場敷地内に建てられたキャノピー（庇）で、屋根材は単位構造の大きさ（約 1.7m x 1.7m）に合わせて成形したポリカーボネート板（アクリル板）である。建物の平面は矩形で、スパンが8.5m、奥行が6.8mおよび軒の高さは3.8mである。鉄筋コンクリート造の独立基礎に支持された四隅の鋼管柱（267.4 ϕ ×6.6 t ）と、それらをつなぐ梁（H-250×250）の架構が平板型張力安定トラス構造屋根を支持している。

実施例1と同様にトラス材とポスト材は鋼管を、ケーブル材にはターンバックル付きの鋼棒を用い、接合部はボールジョイントを採用した。本建物に用いた単位構造の大きさは、1辺の長さが約1.7mのほぼ正方形で、ポストの長さは1.0mである。ポストの上下位置を表すパラメーターは $\alpha=0$ で、ちょうど中央に位置している。この自己釣合応力モードを図3.4.5に示す。初期釣合張力状態では、ケーブル材の張力は同じであり、ケーブル材（ $\phi=15\text{mm}$ の鋼棒）の初期張力として1.0tonfを採用した。この状態で鉛直荷重に対する数値解析を行い、最初に張力が弛緩する単位構造の荷重と軸力の関係を図3.4.6に示し、最大鉛直変位が生じる節点の荷重と鉛直変位の関係を図3.4.7に示す。この結果から提案した設計指針1の弛緩荷重に対する長期荷重の比は 1/4.15 で、指針4のスパンに対する長期荷重時の最大鉛直変位の比は 1/1130 である。

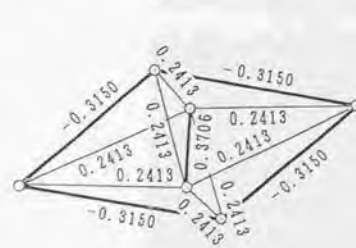


図3.4.5 自己釣合応力モード

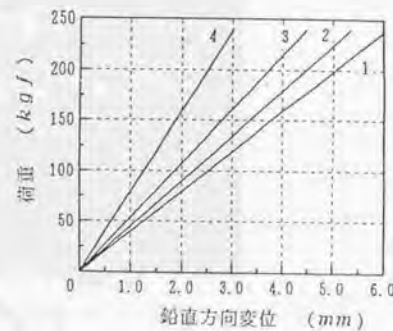
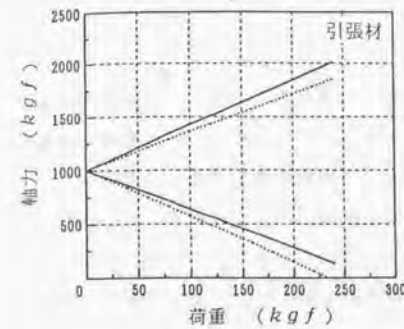
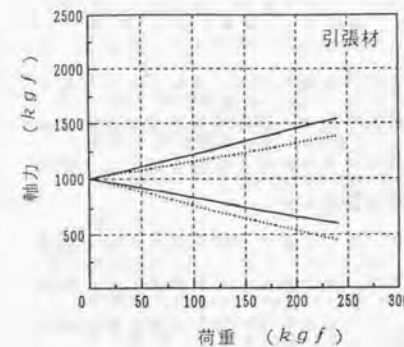
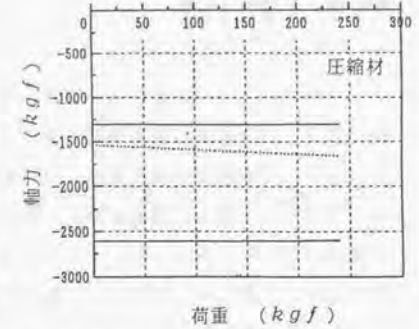


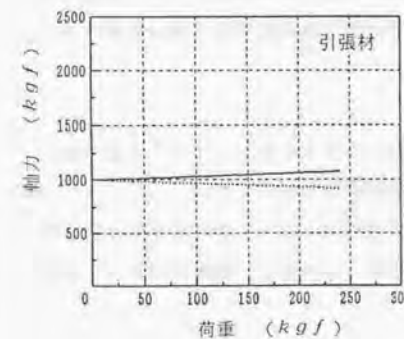
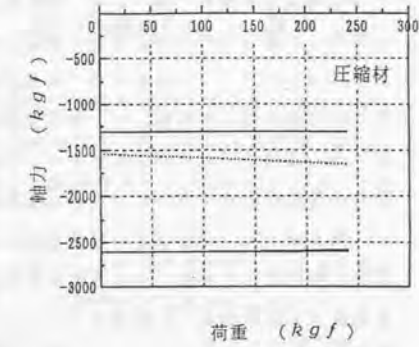
図3.4.7 荷重と鉛直変位の関係



(a) 単位構造 US1



(b) 単位構造 US2



(c) 単位構造 US3

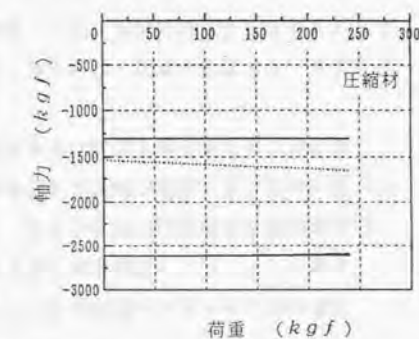


図3.4.6 荷重と軸力の関係

第4章 1部のまとめ

1部では、自己釣合応力が存在し初期張力を導入することにより安定化する張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計を取り上げた。このような構造を理論的に扱うための解析理論を導き、単位構造および単位構造の集積から構成される張力安定トラス構造の構造挙動を、数値解析と載荷実験により調査した。また、構造設計のための設計指針(案)を提案した。提案した設計指針(案)を使って設計された円筒型張力安定トラス構造の実験棟の建設を行い、施工中の応力の測定や施工性の確認を行った。

第2章では、不安定構造に自己釣合応力を導入することにより安定化する張力安定構造を理論的に扱うための解析理論と、ケーブルに生じるたるみを力学的に表現した幾何学的非線形解析の基礎方程式を誘導した。その上で、不安定トラスにポストとケーブル材を利用して自己釣合応力を導入することにより安定化する単位構造の概念を説明した。単位構造の構造挙動を、理論解析と載荷実験より調べると同時に、自己釣合応力モードと形状パラメータとの関係を図化し、単位構造の最適な形状を設計するための設計資料を提出した。

第3章では、単位構造の構造挙動に基づいて、5個の単位構造からなる部分構造と円筒型張力安定トラス構造の構造挙動を、数値解析により調査した。張力安定構造は比較的新しい構造であるため、このような構造に対する設計指針はまだ整っていない。そこで、解析より得られる弛緩荷重と降伏荷重に基づく設計指針(案)を提案した。提案した設計指針(案)を使って設計された円筒型張力安定トラス構造の実験棟の建設を行い、施工中の張力の測定や施工性の確認を行い、張力安定トラス構造の研究・開発を行った。

第2章と第3章を通して得られた知見を1部のまとめとして以下に述べる。

(1) 張力安定トラス構造を解析するための解析手法を提示した。

○不安定構造を理論的に扱うために、一般逆行列を使って適合条件式と釣合式を解くことにより、剛体変位と自己釣合応力を抽出し、剛体変位モードと自己釣合応力モードの計算法を述べた。

○抽出された独立な自己釣合応力モードの個数が複数の場合、安定かつ初期剛性が大きくなるような自己釣合応力モードの組み合わせ法を示し、簡単なケーブル構造の自己釣合応力モードの組み合わせ例を示した。

○自己釣合応力の導入による幾何剛性の構成式を導いた。

○ケーブルに生じるたるみを(これを片側応力問題と言う)力学的に表現するため、変分不等式を利用することにより幾何学的非線形解析の基礎方程式を誘導した。

(2) 4個のトラス材を回転自由な接合部で連結した不安定トラス構造に、ポストとケーブル材を利用して自己釣合応力を導入することにより安定化する単位構造を提案した。自己釣合応力モードと形状パラメータとの関係を図化し、最適な形状を設計するための設計資料を提出した。単位構造の構造挙動を理論解析と載荷実験により調査し、解析結果と実験結果がよく一致していることを示した。

(3) 5個の単位構造から構成される部分構造と円筒型張力安定トラス構造の構造挙動を数値解析により調査した。さらに解析より得られた弛緩荷重と降伏荷重に基づいて、張力安定トラス構造の構造設計のための設計指針(案)を提案した。

(4) 提案された設計指針(案)に基づいて設計した円筒型張力安定トラス構造の実験棟を建設し、施工中の張力の測定、初期剛性や施工性の確認を行った。その結果、この実験棟の屋根重量は約 20 kg/m^2 であり、非常に軽量で剛性の高い構造であることが判った。

式(1) 式(2) 式(3) 式(4) 式(5) 式(6) 式(7) 式(8) 式(9) 式(10) 式(11) 式(12) 式(13) 式(14) 式(15) 式(16) 式(17) 式(18) 式(19) 式(20) 式(21) 式(22) 式(23) 式(24) 式(25) 式(26) 式(27) 式(28) 式(29) 式(30) 式(31) 式(32) 式(33) 式(34) 式(35) 式(36) 式(37) 式(38) 式(39) 式(40) 式(41) 式(42) 式(43) 式(44) 式(45) 式(46) 式(47) 式(48) 式(49) 式(50) 式(51) 式(52) 式(53) 式(54) 式(55) 式(56) 式(57) 式(58) 式(59) 式(60) 式(61) 式(62) 式(63) 式(64) 式(65) 式(66) 式(67) 式(68) 式(69) 式(70) 式(71) 式(72) 式(73) 式(74) 式(75) 式(76) 式(77) 式(78) 式(79) 式(80) 式(81) 式(82) 式(83) 式(84) 式(85) 式(86) 式(87) 式(88) 式(89) 式(90) 式(91) 式(92) 式(93) 式(94) 式(95) 式(96) 式(97) 式(98) 式(99) 式(100)

式(101) 式(102) 式(103) 式(104) 式(105) 式(106) 式(107) 式(108) 式(109) 式(110) 式(111) 式(112) 式(113) 式(114) 式(115) 式(116) 式(117) 式(118) 式(119) 式(120) 式(121) 式(122) 式(123) 式(124) 式(125) 式(126) 式(127) 式(128) 式(129) 式(130) 式(131) 式(132) 式(133) 式(134) 式(135) 式(136) 式(137) 式(138) 式(139) 式(140) 式(141) 式(142) 式(143) 式(144) 式(145) 式(146) 式(147) 式(148) 式(149) 式(150) 式(151) 式(152) 式(153) 式(154) 式(155) 式(156) 式(157) 式(158) 式(159) 式(160) 式(161) 式(162) 式(163) 式(164) 式(165) 式(166) 式(167) 式(168) 式(169) 式(170) 式(171) 式(172) 式(173) 式(174) 式(175) 式(176) 式(177) 式(178) 式(179) 式(180) 式(181) 式(182) 式(183) 式(184) 式(185) 式(186) 式(187) 式(188) 式(189) 式(190) 式(191) 式(192) 式(193) 式(194) 式(195) 式(196) 式(197) 式(198) 式(199) 式(200)

【Ⅱ部】

単層ラチスシェルの

接合部のねじれ座屈



第5章 単位ドームの接合部のねじれ座屈の解析理論

5.1 概要

5.1.1 接合部のねじれ座屈現象

国際花と緑の博覧会の日本政府苑「自然・科学棟」の振動及び載荷実験を行う機会を得た。「自然・科学棟」は、曲率半径が37.7mの球を一辺45mの正三角形で切断した平面を持つ格子状単層ラチスシェル構造で、高さ10.4mでライズ・スパン比が約0.2の極めて偏平な形態である(図5.1.1、写真5.1.1)。

中央接合部の鉛直方向集中荷重による載荷実験を行った結果、軸対称荷重-変位曲線(基本釣合経路)からの分岐座屈としての接合部のねじれを伴うねじれ座屈が発生した(写真5.1.2)。

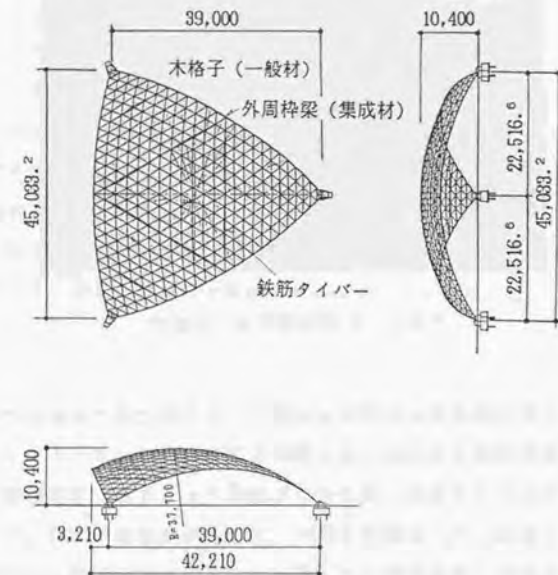


図5.1.1 格子状単層ラチスシェル構造

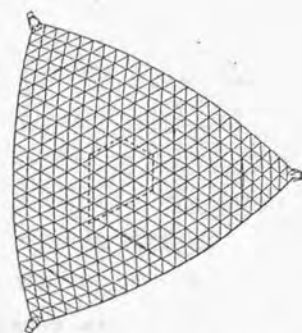


写真5.1.1 外観写真

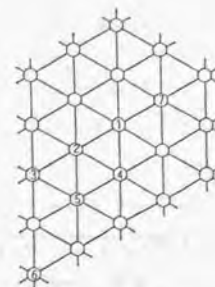


写真5.1.2 接合部のねじれ座屈

図5.1.2 に示す接合部位置に変位計を設置し、中央接合部の鉛直方向の集中荷重を載荷した。載荷装置は接合部1から鋼棒を下ろし、アンカーボルトによって土間スラブに固定されたH型鋼に取り付けた油圧ジャッキと、荷重変換器（ロードセル）を介して接続した。載荷は手動ポンプによる変位制御で行った。変位は地上に固定した変位計と接合部をピアノ線をつなぎ計測する。得られた荷重-変位曲線を図5.1.3 に示す。



格子状単層ラチスシェル構造



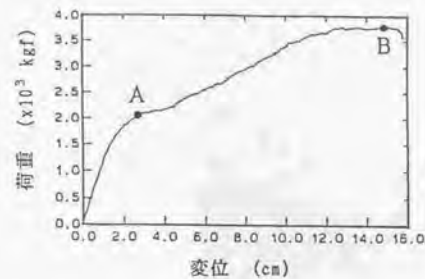
①：載荷位置

①～⑥：変位測定位置

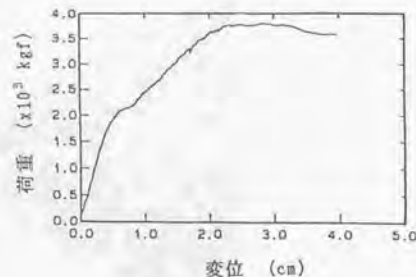
図5.1.2 載荷位置および変位測定位置

図5.1.3(a)において0～Aでは荷重漸減型の軸対称変形が進展しているが、A点（約 2.1tonf）で接合部のねじれを伴うねじれ座屈が発生し、さらに荷重の増加とともに鉛直方向変位と接合部のねじれが進展し、B点において最大荷重の3.8tonf に達している。この時点の様子を写真5.1.2 に示し、図5.1.4 は、見上げたときの接合部のねじれ方向を示したものである。中央部とその周辺の接合部は同一方向にねじれているが、外側の接合部は反対方向にねじれている。

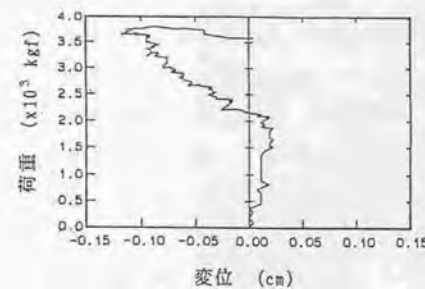
接合部1と周囲の接合部のライズは 75.2 mmで、最大荷重時の接合部1と接合部2の鉛直方向の相対変位は 120 mm となっている。つまり最大荷重時には中央接合部とその周辺の接合部は反転していることを示している。



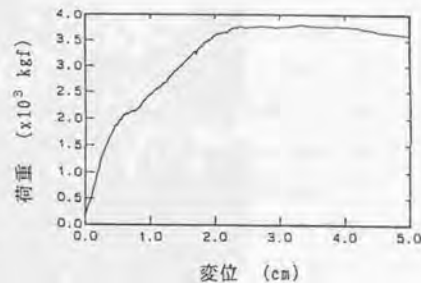
(a) 変位測定位置①



(b) 変位測定位置②



(c) 変位測定位置③



(d) 変位測定位置④

図5.1.3 荷重・変位曲線

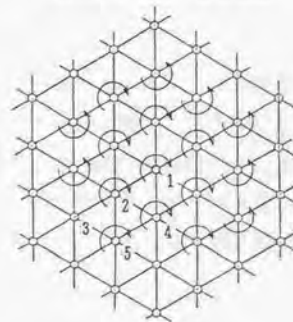


図5.1.4 接合部のねじれ方向（見上げ図）

5.1.2 研究目的

偏平な軸対称ラチスシェルに軸対称荷重が作用する場合には、釣合経路上に極大点が出現し飛移座屈が発生する。ライズ・スパン比を大きくすると、極大点以前に分岐点が見え逆対称モードが出現する。適当なライズ・スパン比を選べば極大点と分岐点が同時に発生する複合座屈点となる。本実験で生じた接合部のねじれを伴うねじれ座屈も複合座屈の一種と考えられる。しかし、構造安定に関する既往の研究において、複合座屈点の生じる具体例を扱った論文や、設計において考慮された場合は少ない。

本実験で生じた座屈は、日置による「ラチスシェルではシェルに見られない節点の法線回りの回転による面内での部材座屈モード」⁷²⁾と類似の現象である。しかし、接合部のねじれ座屈（接合部の法線回りの回転による座屈）は、接合部がある程度の大きさを有するときに発生しやすくなると予想される。その理由を簡単なモデルを用いて以下に説明する。

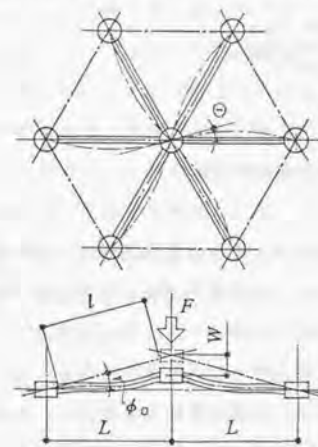


図5.1.5 剛接合の単位ドーム

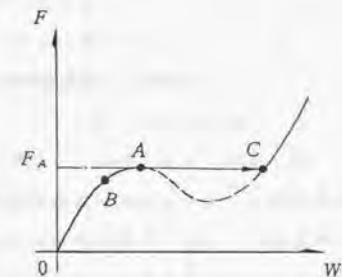


図5.1.6 釣合経路の概念図

図5.1.5 に示す剛接合の単位ドームにおいて、荷重-変位曲線（釣合経路と言う）の概念図を描くと図5.1.6 のようになる。釣合経路は0～A区間において

荷重漸減型を示し、極大点AからCへのジャンプが発生して座屈する。この座屈を飛移座屈と呼び、A点の荷重レベルを飛移座屈荷重 (F_A) とする。無荷重状態における部材長さを l とし、釣合経路上のA点における部材長さを l_A とすると、A点に至るまでに単位ドームに貯えられるエネルギーは、 $l_A - l$ の大きさの関数となっている。飛移座屈の場合、ジャンプが発生しこのエネルギーが放出される。別の言い方をすると、 l から l_A に圧縮されることによって軸圧縮力 P が生じ、AからCへのジャンプは軸圧縮力の解放とも考えられる。軸圧縮力の解放には飛移座屈以外に、日置による部材座屈モードでも可能である。この場合には曲げ変形が生じることによって軸圧縮力によるエネルギーが解放されている。

接合部がある程度の大きさを有する場合には、図5.1.7に示すように接合部の回転により変位 u が生じ、部材長さが l_A から $l_{A'}$ へ変化しエネルギーの解放が行われる。

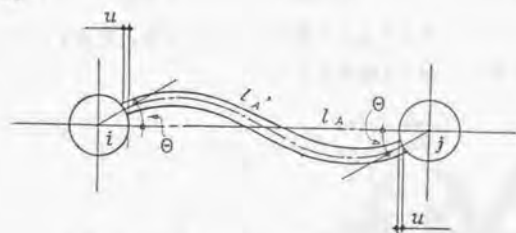


図5.1.7 接合部のねじれによる部材長さの伸び

以上をまとめると次のようになる。ある程度の大きさの接合部を持つ軸対称型の偏平ラチスシェルに軸対称荷重を載荷すると、軸対称の荷重-変位曲線（基本釣合経路）に沿って変位が進行する。ある条件下においては、飛移座屈点Aに到達する以前にB点に置いて分岐座屈としての接合部のねじれ座屈が発生する。この接合部のねじれ座屈が生じる条件を見だし、飛移座屈と接合部のねじれ座屈の関係を求めることが本研究の目的である。

5.2 基礎方程式の誘導

5.2.1 解析方法の概要と解析モデル

基礎方程式の誘導に先だって解析方法の概要を述べる。図5.1.5に示す鉛直方向変位と法線まわりの回転角を未知量とする2自由度の単位ドームの釣合式はつぎのように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} g(W) & 0 \\ 0 & f(W) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} W \\ \Theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} \quad (5.2.1)$$

偏平な単位ドームに対称荷重が作用したときの荷重と鉛直変位の関係（基本釣合経路）は、図5.2.1(a)に示すように最大点で飛移座屈が生じる。式(5.2.1)の最初の式は、 $g(W) \cdot W$ が W の3次式で表された荷重と鉛直変位の関係である。この関係は部材の面内曲げ剛性の大きさによって異なる。2番目の式は、節点の法線まわりに作用するモーメント (M) と節点の回転角 (Θ) の関係を表している。ねじれ剛性である $f(W)$ も W の3次式で表すことにする。この $f(W)$ は、鉛直変位 (W)、接合部の大きさ (l_j) および部材の面外曲げ剛性 (EI_z) の関数で表せる。 W の3次式で表された関数 $f(W)$ の概念図を図5.2.1(b)に示す。左図は部材の面外曲げ剛性が小さい場合で、右図は面外曲げ剛性が大きい場合である。

外力として節点に法線まわりのモーメントは作用していないので、 $M=0$ とおけば、節点の法線まわりに作用するモーメント (M) と節点の回転角 (Θ) の関係は、次式ようになる。

$$f(W) \cdot \Theta = 0 \quad (5.2.1')$$

この式より、

(1) $f(W) \neq 0$ のとき、 $\Theta = 0$ となり、

接合部の回転は生じない。

(2) $f(W) = 0$ のとき、 $\Theta \neq 0$ となり、

接合部に回転が生じる。

すなわち、 $f(W)$ が横軸と交差するときの変位 (W_s) において接合部の回転が生じることになる。この W_s の変位が生じるときの基本釣合経路上の荷重が、接

合部のねじれ座屈荷重 (F_B) となる。図5.2.1の左図に示すように W_B が飛移座屈が生じるときの変位 (W_A) より小さい場合、接合部のねじれ座屈が飛移座屈より先に生じる。また同右図に示すように W_B が W_A より大きい場合、飛移座屈が接合部のねじれ座屈より先に生じる。さらに部材座屈が生じるときの荷重を部材座屈荷重 (F_E) とすると、ねじれ座屈が飛移座屈より先に生じる場合であっても、 $F_B < F_E$ の場合、ねじれ座屈が部材座屈より先に生じ、 $F_B > F_E$ の場合は、部材座屈がねじれ座屈より先に生じる。

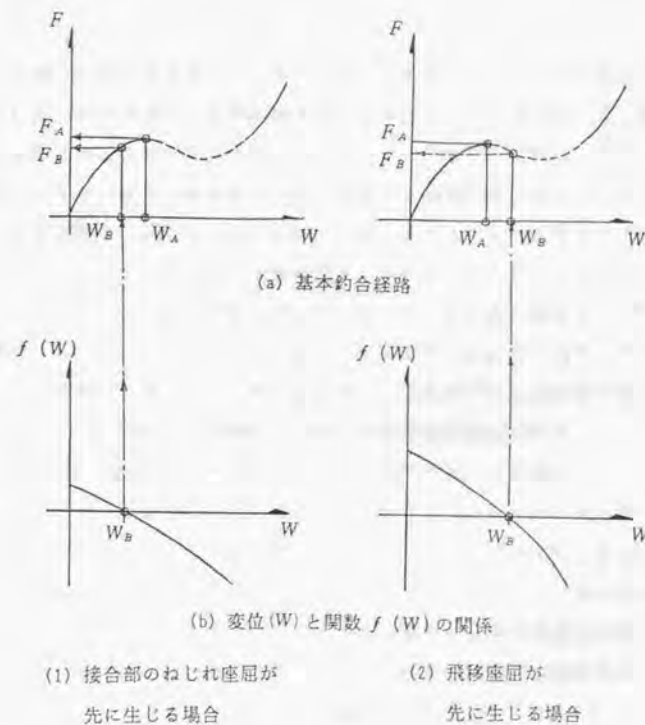


図5.2.1 基本釣合経路と接合部のねじれ座屈荷重の関係

図5.2.2に示す円筒状の接合部を持つ単位ドームを解析モデルとして採用する。円筒状の接合部の半径を l_1 、部材長さを l 、部材半開角を ϕ_0 とし、接合部の鉛直方向変位 (W) とねじれ角度 (Θ) を未知量とする2自由度の単位ドームとして解析する。接合部変位と部材端変位の関係を釣合式に取り入れるため、接合部のねじれモードとして図5.2.3に示す (a) 1次モードと (b) 2次モードを仮定し、それぞれに対して基礎方程式を導く。円筒状の接合部は剛体とし、部材の伸び剛性を EA 、曲げ剛性を EI_y 、 EI_z (面外方向つまりねじれ方向)、および EI_x (面内方向) とする。軸対称モデルであるため、基礎方程式の誘導は一部材で行う。

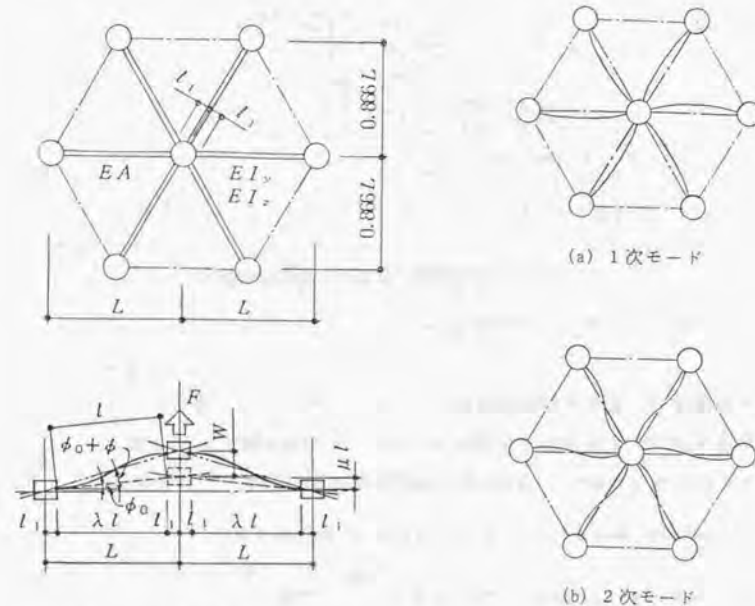


図5.2.2 円筒型接合部をもつ単位ドーム

図5.2.3 接合部のねじれモード

幾何学的非線形を考慮して荷重-変位曲線 (基本釣合経路) を導き、接合部のねじれ座屈が生じる条件式 ($f(W) = 0$) を求め、飛移座屈と接合部のねじれ座屈の関係を調べる。さらに部材座屈荷重との関係についても調べる。

5.2.2 接合部変位と部材端変位の関係

部材座標系を0-xyzとし、変位の未知量を図5.2.4に示す。図5.2.3に示す1次モードと2次モードについて、未知量(W, Θ)と部材端 i, j の部材端変位(u, v, w, θ_x, θ_y, θ_z)の関係を導く。基本釣合経路とその経路上にあるねじれ座屈点を求めるためテーラー展開して、Wに関しては3次項、Θに関しては1次項までを採用する。このときWは上向きを正にしている。

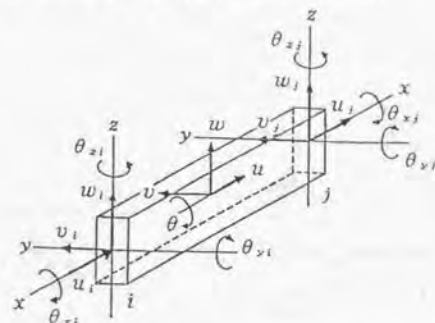


図5.2.4 部材座標系における変位の未知量

5.2.2.1 ねじれ1次モードの場合

(1) 鉛直変位(W)と部材端変位成分(u, v, w, θ_x, θ_y, θ_z)の関係

鉛直変位(W)と部材端変位成分(u, v, w)の関係を図5.2.5に示す。

$$u_i^w = 0, \quad v_i^w = 0, \quad w_i^w = 0 \quad (5.2.2)$$

$$u_j^w = W \sin(\phi_0 + \phi), \quad v_j^w = 0, \quad w_j^w = W \cos(\phi_0 + \phi)$$

ここで、 $\sin(\phi_0 + \phi), \cos(\phi_0 + \phi)$ を $\bar{W} = \frac{W}{l}$ で表すと、

$$\cos(\phi_0 + \phi) = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + 2\mu\bar{W} + (\bar{W})^2}} = \frac{\cos\phi_0}{\sqrt{1 + 2\mu\bar{W} + (\bar{W})^2}} \quad (5.2.3)$$

$$\sin(\phi_0 + \phi) = \frac{\mu + \lambda}{\sqrt{1 + 2\mu\bar{W} + (\bar{W})^2}} \quad (5.2.4)$$

テーラー展開し \bar{W} の3次項まで採用する。

$$\cos(\phi_0 + \phi) = \cos\phi_0 \left[1 - \mu\bar{W} - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\mu^2 \right) \bar{W}^2 + \left(\frac{3}{2}\mu - \frac{5}{2}\mu^3 \right) \bar{W}^3 \right] \quad (5.2.5)$$

$$\sin(\phi_0 + \phi) = \sin\phi_0 \left[1 + \frac{\lambda^2}{\mu}\bar{W} - \frac{3}{2}\lambda^2\bar{W}^2 - \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{2} - 3\mu^2 + \frac{5}{2}\mu^4 \right) \bar{W}^3 \right] \quad (5.2.6)$$

従って、鉛直変位(W)と部材端変位成分(u, v, w)の関係式は次のようになる。

$$\begin{aligned} u_i^w &= 0 \\ v_i^w &= 0 \\ w_i^w &= 0 \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

$$u_j^w = l \bar{W} \left[1 + \frac{\lambda^2}{\mu}\bar{W} - \frac{3}{2}\lambda^2\bar{W}^2 + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{2} - 3\mu^2 + \frac{5}{2}\mu^4 \right) \bar{W}^3 \right] \sin\phi_0$$

$$v_j^w = 0$$

$$w_j^w = l \bar{W} \left[1 - \mu\bar{W} - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\mu^2 \right) \bar{W}^2 + \left(\frac{3}{2}\mu - \frac{5}{2}\mu^3 \right) \bar{W}^3 \right] \cos\phi_0$$

次に、鉛直変位(W)によって生じる部材角(φ)と部材端変位成分(θ_x, θ_y, θ_z)の関係を、図5.2.6に示す。

$$\theta_{xi}^w = 0, \quad \theta_{yi}^w = \phi, \quad \theta_{zi}^w = 0 \quad (5.2.8)$$

$$\theta_{xj}^w = 0, \quad \theta_{yj}^w = \phi, \quad \theta_{zj}^w = 0$$

φを \bar{W} で表す。

$$\phi = \lambda \bar{W} - \lambda \mu \bar{W}^2 - \frac{1}{3} \lambda (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^3 \quad (5.2.9)$$

従って、鉛直変位(W)と部材端変位成分(θ_x, θ_y, θ_z)の関係式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \theta_{xi}^w &= 0 \\ \theta_{yi}^w &= \lambda \bar{W} - \lambda \mu \bar{W}^2 - \frac{1}{3} \lambda (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^3 \\ \theta_{zi}^w &= 0 \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

$$\theta_{xj}^w = 0$$

$$\theta_{yj}^w = \lambda \bar{W} - \lambda \mu \bar{W}^2 - \frac{1}{3} \lambda (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^3$$

$$\theta_{zj}^w = 0$$

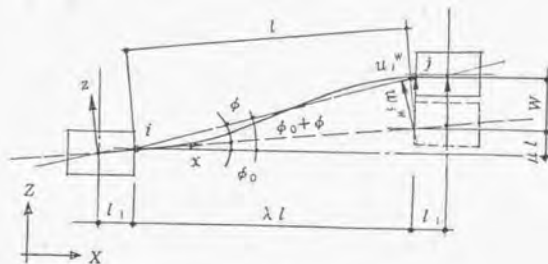


図5.2.5 鉛直変位(W)と部材端変位成分(u, v, w)

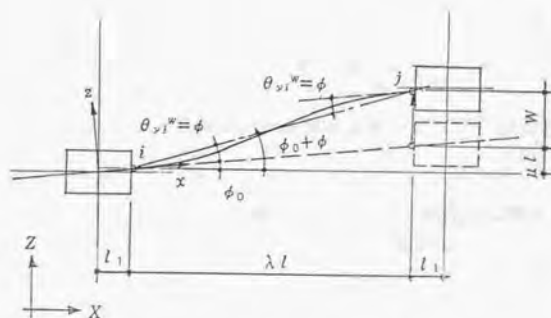


図5.2.6 鉛直変位(W)と部材端変位成分(θ_x, θ_y, θ_z)

(2) 接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w, θ_x, θ_y, θ_z)の関係

接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w)の関係を図5.2.7に示す。

$$u_i^e = -l_1(1 - \cos(\lambda\Theta)), \quad v_i^e = -l_1 \sin(\lambda\Theta), \quad w_i^e = 0 \quad (5.2.11)$$

$$u_j^e = l_1(1 - \cos(\lambda\Theta)), \quad v_j^e = l_1 \sin(\lambda\Theta), \quad w_j^e = 0$$

sin(λΘ), cos(λΘ)を展開し, Θの1次項まで採用して表わすと, 接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w)の関係式は次のようになる。

$$u_i^e = -\frac{l_1}{2} \lambda^2 \Theta^2$$

$$v_i^e = -l_1 \lambda \Theta$$

$$w_i^e = 0$$

(5.2.12)

$$u_j^e = \frac{l_1}{2} \lambda^2 \Theta^2$$

$$v_j^e = l_1 \lambda \Theta$$

$$w_j^e = 0$$

さらに接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(θ_x, θ_y, θ_z)の関係を図5.2.8に示し, その関係式は次のようになる。

$$\theta_{x1}^e = \mu \Theta$$

$$\theta_{y1}^e = 0$$

$$\theta_{z1}^e = -\lambda \Theta$$

(5.2.13)

$$\theta_{x2}^e = \mu \Theta$$

$$\theta_{y2}^e = 0$$

$$\theta_{z2}^e = \lambda \Theta$$

なおi節点では, 変位u, v, w, θ_x, θ_yは拘束し, θ_zはフリーの拘束条件で, 接合部の変位と部材端変位の関係を求めた。

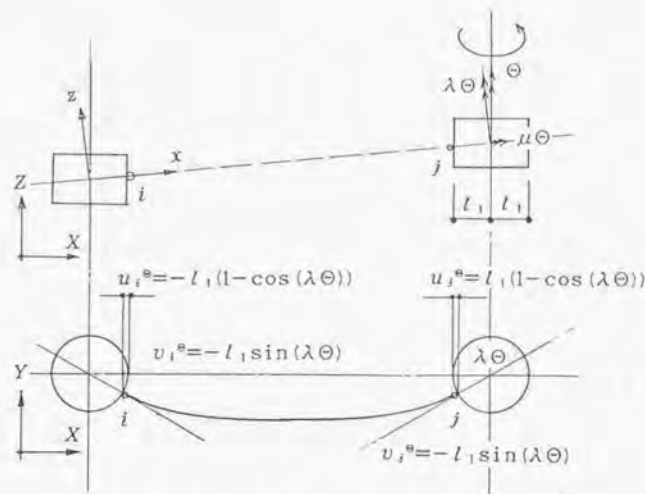


図5.2.7 接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w)
(1次モード)

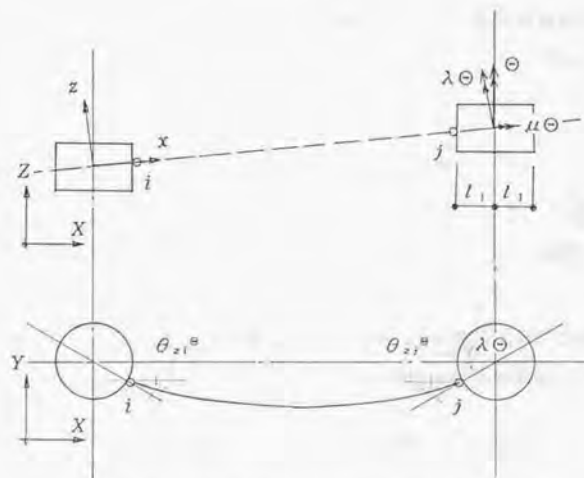


図5.2.8 接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(θ_x, θ_y, θ_z)
(1次モード)

5.2.2.2 ねじれ2次モードの場合

(1) 鉛直変位(W)と部材端変位成分(u, v, w, θ_x, θ_y, θ_z)の関係

鉛直変位と部材端変位成分の関係は1次モードの場合と同じである。

(2) 接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w, θ_x, θ_y, θ_z)の関係

接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w)の関係を図5.2.9に示す。

$$u_i^0 = -l_1(1 - \cos(\lambda\Theta)), \quad v_i^0 = l_1 \sin(\lambda\Theta), \quad w_i^0 = 0 \quad (5.2.14)$$

$$u_j^0 = l_1(1 - \cos(\lambda\Theta)), \quad v_j^0 = -l_1 \sin(\lambda\Theta), \quad w_j^0 = 0$$

$\sin(\lambda\Theta), \cos(\lambda\Theta)$ を展開し、Θの1次項まで採用して表わすと、接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w)の関係式は次のようになる。

$$u_i^0 = -\frac{l_1}{2} \lambda^2 \Theta^2$$

$$v_i^0 = l_1 \lambda \Theta$$

$$w_i^0 = 0$$

(5.2.15)

$$u_j^0 = \frac{l_1}{2} \lambda^2 \Theta^2$$

$$v_j^0 = -l_1 \lambda \Theta$$

$$w_j^0 = 0$$

さらに接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(θ_x, θ_y, θ_z)の関係を図5.2.10に示し、その関係式は次のようになる。

$$\theta_{xi}^0 = \mu \Theta$$

$$\theta_{yi}^0 = 0$$

$$\theta_{xi}^0 = \lambda \Theta + \frac{2l_1}{l} \lambda \Theta$$

(5.2.16)

$$\theta_{xi}^0 = \mu \Theta$$

$$\theta_{yi}^0 = 0$$

$$\theta_{xi}^0 = \lambda \Theta + \frac{2l_1}{l} \lambda \Theta$$

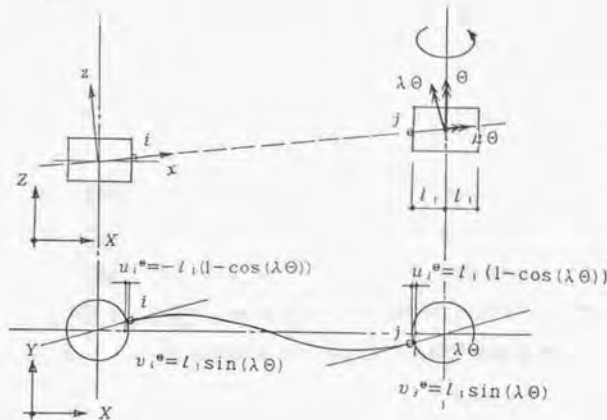


図5.2.9 接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(u, v, w)
(2次モード)

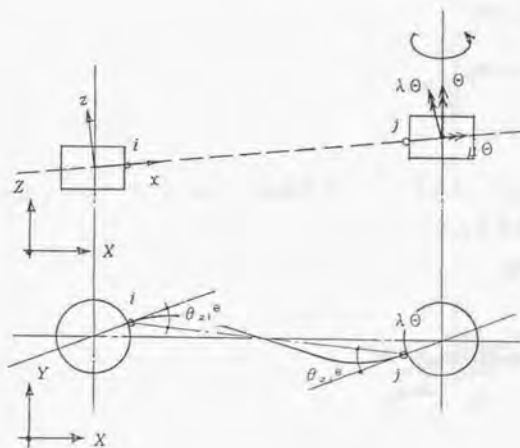


図5.2.10 接合部の回転角(Θ)と部材端変位成分(θ_x, θ_y, θ_z)
(2次モード)

5.2.3 接合部変位増分と部材端変位増分

全体座標系における接合部変位ベクトルを $D = [\bar{W}, \Theta]^T$ 、部材座標系における部材端変位ベクトルを $d = [u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}, u_j, v_j, w_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}, \theta_{zj}]^T$ とし、仮定した接合部のねじれの1次モードと2次モードに対して接合部変位増分と部材端変位増分を求める。

(1) 1次モードの場合

式(5.2.7), 式(5.2.10), 式(5.2.12)と式(5.2.13)をまとめる。

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{l_i}{2} \lambda^2 \Theta^2 \\ -l_i \lambda \Theta \\ 0 \\ \mu \Theta \\ \lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \frac{l}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ -\lambda \Theta \\ l \bar{W} \left\{ \mu + \lambda^2 \bar{W} - \frac{3}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right\} + \frac{l_i}{2} \lambda^2 \Theta^2 \\ -l_i \lambda \Theta \\ l \bar{W} \left\{ \lambda - \mu \lambda \bar{W} - \frac{\lambda}{2} (1 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ \mu \Theta \\ \lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \frac{l}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ \lambda \Theta \end{Bmatrix} \quad (5.2.17)$$

$d = d(D)$ となっているため、変分すると $\{\delta d\} = [H_1] \{\delta D\}$ となる。

$$\{\delta d\} = \begin{Bmatrix} \delta u_i \\ \delta v_i \\ \delta w_i \\ \delta \theta_{xi} \\ \delta \theta_{yi} \\ \delta \theta_{zi} \\ \delta u_j \\ \delta v_j \\ \delta w_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \lambda \left\{ 1 - 2\mu \bar{W} - (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ 0 \\ l \left\{ \mu + 2\lambda^2 \bar{W} - \frac{9}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right\} \\ 0 \\ l \left\{ \lambda - 2\mu \lambda \bar{W} - \frac{3}{2} \lambda (1 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ -\lambda l_i \\ 0 \\ \mu \\ 0 \\ -\lambda \\ 0 \\ -\lambda l_i \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \bar{W} \\ \delta \Theta \end{Bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \delta \theta_{xi} \\ \delta \theta_{yi} \\ \delta \theta_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \{1-2\mu \bar{W} - (\lambda^2-3\mu^2) \bar{W}^2\} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ 0 \\ \lambda \end{pmatrix} \quad (5.2.18)$$

従って, $[H_1]$ は次のようになる。

$$[H_1] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\lambda l_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & \mu \\ \lambda \{1-2\mu \bar{W} - (\lambda^2-3\mu^2) \bar{W}^2\} & 0 \\ 0 & -\lambda \\ l \left\{ \mu + 2\lambda^2 \bar{W} - \frac{9}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right\} & 0 \\ 0 & -\lambda l_1 \\ l \left\{ \lambda - 2\mu \lambda \bar{W} - \frac{3}{2} \lambda (1-3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} & 0 \\ 0 & \mu \\ \lambda \{1-2\mu \bar{W} - (\lambda^2-3\mu^2) \bar{W}^2\} & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad (5.2.19)$$

(2) 2次モードの場合

式(5.2.7), 式(5.2.10), 式(5.2.15)と式(5.2.15)をまとめると,

$$[d] = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{l_1}{2} \lambda^2 \Theta^2 \\ l_1 \lambda \Theta \\ 0 \\ \mu \Theta \\ \lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \frac{1}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ -\left(1 + 2\frac{l_1}{l}\right) \lambda \Theta \\ l \bar{W} \left\{ \mu + \lambda^2 \bar{W} - \frac{3}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right\} + \frac{l_1}{2} \lambda^2 \Theta^2 \\ -l_1 \lambda \Theta \\ l \bar{W} \left\{ \lambda - \mu \lambda \bar{W} - \frac{\lambda}{2} (1-3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ \mu \Theta \\ \lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \frac{1}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ \left(1 + 2\frac{l_1}{l}\right) \lambda \Theta \end{pmatrix} \quad (5.2.20)$$

変分すると $(\delta d) = [H_2](\delta D)$ となる。

$$[\delta d] = \begin{pmatrix} \delta u_i \\ \delta v_i \\ \delta w_i \\ \delta \theta_{xi} \\ \delta \theta_{yi} \\ \delta \theta_{zi} \\ \delta u_i \\ \delta v_i \\ \delta w_i \\ \delta \theta_{xi} \\ \delta \theta_{yi} \\ \delta \theta_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda l_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & \mu \\ \lambda \{1-2\mu \bar{W} - (\lambda^2-3\mu^2) \bar{W}^2\} & 0 \\ 0 & (1+2l_1/l) \lambda \\ l \left\{ \mu + 2\lambda^2 \bar{W} - \frac{9}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right\} & 0 \\ 0 & -\lambda l_1 \\ l \left\{ \lambda - 2\mu \lambda \bar{W} - \frac{3}{2} \lambda (1-3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} & 0 \\ 0 & \mu \\ \lambda \{1-2\mu \bar{W} - (\lambda^2-3\mu^2) \bar{W}^2\} & 0 \\ 0 & (1+2l_1/l) \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \bar{W} \\ \delta \Theta \end{pmatrix} \quad (5.2.21)$$

従って, $[H_2]$ は次のようになる。

$$[H_2] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda l_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & \mu \\ \lambda \{1-2\mu \bar{W} - (\lambda^2-3\mu^2) \bar{W}^2\} & 0 \\ 0 & \lambda (1+2l_1/l) \\ l \left\{ \mu + 2\lambda^2 \bar{W} - \frac{9}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right\} & 0 \\ 0 & -\lambda l_1 \\ l \left\{ \lambda - 2\mu \lambda \bar{W} - \frac{3}{2} \lambda (1-3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} & 0 \\ 0 & \mu \\ \lambda \{1-2\mu \bar{W} - (\lambda^2-3\mu^2) \bar{W}^2\} & 0 \\ 0 & \lambda (1+2l_1/l) \end{pmatrix} \quad (5.2.22)$$

5.2.4 部材内変位と部材端変位の関係

部材内変位を $\mathbf{u}(x) = [u(x), v(x), w(x), \theta(x)]^T$ で表し, $x = l\xi$ ($0 \leq \xi \leq 1$) で無次元化量 ξ を導入し, $\mathbf{u}(\xi)$ を ξ の代数関数で近似する。

$$\begin{aligned} u(\xi) &= \alpha_1 + \alpha_2 \xi \\ v(\xi) &= \alpha_3 + \alpha_4 \xi + \alpha_5 \xi^2 + \alpha_6 \xi^3 \\ w(\xi) &= \alpha_7 + \alpha_8 \xi + \alpha_9 \xi^2 + \alpha_{10} \xi^3 \\ \theta(\xi) &= \alpha_{11} + \alpha_{12} \xi \end{aligned} \quad (5.2.23)$$

部材端において次式が与えられる。

$$\begin{aligned} u(0) &= u_i, & v(0) &= v_i, & w(0) &= w_i \\ u(1) &= u_j, & v(1) &= v_j, & w(1) &= w_j \\ -\frac{dw(0)}{dx} &= \theta_{yi}, & -\frac{dw(1)}{dx} &= \theta_{yj} \\ \frac{dv(0)}{dx} &= \theta_{zi}, & \frac{dv(1)}{dx} &= \theta_{zj} \\ \theta(0) &= \theta_{xi}, & \theta(1) &= \theta_{xj} \end{aligned} \quad (5.2.24)$$

式(5.2.23)と式(5.2.24)により, α_i ($i=1, 2, \dots, 12$) を求め, $\mathbf{u}(\xi)$ を \mathbf{d} で表す。

$$\begin{Bmatrix} u(\xi) \\ v(\xi) \\ w(\xi) \\ \theta(\xi) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1-\xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-3\xi^2+2\xi^3 & 0 & 0 & 0 & l(-\xi^2+\xi^3) \\ 0 & 0 & 1-3\xi^2+2\xi^3 & 0 & -l(\xi-2\xi^2+\xi^3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-\xi & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi \\ 3\xi^2-2\xi^3 \\ 3\xi^2-2\xi^3 \\ \xi \end{Bmatrix} \quad (d) \quad (5.2.25)$$

5.2.5 歪と変位の関係式および増分

u , v と w に関する 2 次の非線形項まで採用すると, 歪-変位関係式は次式となる。

$$\epsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{du}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right] - y \frac{d^2v}{dx^2} - z \frac{d^2w}{dx^2} \quad (5.2.26)$$

ϵ からの増分を $\Delta\epsilon$ とすると,

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= \frac{d\Delta u}{dx} + \frac{du}{dx} \frac{d\Delta u}{dx} + \frac{dv}{dx} \frac{d\Delta v}{dx} + \frac{dw}{dx} \frac{d\Delta w}{dx} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta v}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta w}{dx} \right)^2 \\ &\quad - y \frac{d^2\Delta v}{dx^2} - z \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \end{aligned} \quad (5.2.27)$$

また, ϵ の変分を作ると,

$$\begin{aligned} \delta\epsilon &= \frac{d\delta u}{dx} + \frac{du}{dx} \frac{d\delta u}{dx} + \frac{dv}{dx} \frac{d\delta v}{dx} + \frac{dw}{dx} \frac{d\delta w}{dx} \\ &\quad - y \frac{d^2\delta v}{dx^2} - z \frac{d^2\delta w}{dx^2} \end{aligned} \quad (5.2.28)$$

5.2.6 応力と歪の関係式

材料はすべて弾性範囲内にあると仮定する。つまり E をヤング率として次式が成立する。

$$\sigma = E\epsilon, \quad \Delta\sigma = E \cdot \Delta\epsilon \quad (5.2.29)$$

5.2.7 荷重と変位の関係式

単位ドームの中央節点に作用する荷重ベクトルと変位ベクトルを、それぞれ $\{F\}$ と $\{D\}$ で表す。

$$\{F\} = \{F, M\}^T, \quad \{D\} = \{W, \Theta\}^T \quad (5.2.30)$$

式(5.2.17)と式(5.2.20)より部材端変位ベクトル $\{d\}$ は、節点変位ベクトル $\{D\}$ の関数になっているので、

$$d = d(D), \quad \epsilon = \epsilon(D) \quad (5.2.31)$$

釣合式を求めるため、仮想仕事式をつくる。

$$\{\delta D\}^T \{F\} = \int \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (5.2.32)$$

ϵ の変分を求める準備として、式(5.2.25)の微分を行いたいようにおく。

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{l} [-1 \cdots \cdots 1 \cdots \cdots] \{d\} = [U] \{d\}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{l} [\cdots -6\xi + 6\xi^2 \cdots \cdots l(-4\xi + 3\xi^2) \cdots \cdots 6\xi - 6\xi^2 \cdots \cdots l(-2\xi + 3\xi^2)] \{d\} = [V_1] \{d\}$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{dw}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{l} [\cdots -6\xi + 6\xi^2 \cdots \cdots l(-1 + 4\xi - 3\xi^2) \cdots \cdots 6\xi - 6\xi^2 \cdots \cdots l(2\xi - 3\xi^2) \cdots] \{d\} = [W_1] \{d\} \quad (5.2.33)$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{1}{l^2} \frac{d^2v}{d\xi^2} = \frac{1}{l^2} [\cdots -6 + 12\xi \cdots \cdots l(-4 + 6\xi) \cdots \cdots 6 - 12\xi \cdots \cdots l(-2 + 6\xi)] \{d\} = [V_2] \{d\}$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{1}{l^2} \frac{d^2w}{d\xi^2} = \frac{1}{l^2} [\cdots -6 + 12\xi \cdots \cdots l(4 - 6\xi) \cdots \cdots 6 - 12\xi \cdots \cdots l(2 - 6\xi)] \{d\} = [W_2] \{d\}$$

ここで

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{du}{dx} = [U] \{d\} \\ C_1 &= \frac{dv}{dx} = [V_1] \{d\} \\ C_2 &= \frac{dw}{dx} = [W_1] \{d\} \end{aligned} \quad (5.2.34)$$

とおくと式(5.2.28)は、

$$\delta \epsilon = \frac{d \delta u}{dx} + C_0 \frac{d \delta u}{dx} + C_1 \frac{d \delta v}{dx} + C_2 \frac{d \delta w}{dx} - y \frac{d^2 \delta v}{dx^2} - z \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \quad (5.2.35)$$

となり、式(5.2.33)より、

$$\begin{aligned} \delta \epsilon &= \{[U] + C_0[U] + C_1[V_1] + C_2[W_1] - y[V_2] - z[W_2]\} \{\delta d\} \\ &= [A] \{\delta d\} \end{aligned} \quad (5.2.36)$$

ここに、

$$[A] = (1 + C_0)[U] + C_1[V_1] + C_2[W_1] - y[V_2] - z[W_2] \quad (5.2.37)$$

$\{\delta d\} = [H_i] \{\delta D\}$ なので式(5.2.36)は、

$$\delta \epsilon = [A][H_i] \{\delta D\} \quad (5.2.38)$$

式(5.2.32)に代入すると、

$$\{\delta D\}^T \{F\} = \int \{\delta D\}^T [H_i]^T [A]^T \sigma dV$$

$$\{F\} = \int [H_i]^T [A]^T \sigma dV \quad (5.2.39)$$

また式(5.2.26)、式(5.2.29)と式(5.2.33)から、

$$\begin{aligned} \sigma &= E \left\{ [U] + \frac{1}{2} C_0 [U] + \frac{1}{2} C_1 [V_1] + \frac{1}{2} C_2 [W_1] - y [V_2] - z [W_2] \right\} \{d\} \\ &= E [B] \{d\} \end{aligned} \quad (5.2.40)$$

ここに、

$$[B] = \left(1 + \frac{1}{2} C_0 \right) [U] + \frac{1}{2} C_1 [V_1] + \frac{1}{2} C_2 [W_1] - y [V_2] - z [W_2] \quad (5.2.41)$$

式(5.2.40)を式(5.2.39)に代入する。

$$\begin{aligned} \{F\} &= \int [H_i]^T [A]^T E [B] \{d\} dV \\ &= [H_i]^T E \int ([A]^T [B]) dV \{d\} \end{aligned} \quad (5.2.42)$$

そこで、 $\int y dV = \int z dV = \int yz dV = 0$ であり、

$$A = \int y dy dz, \quad I_y = \int z^2 dy dz, \quad I_z = \int y^2 dy dz$$

とおき、式(5.2.37)と式(5.2.41)を、式(5.2.42)に代入すると次のようになる。

$$\{F\} = [H_i]^T E A \left\{ \int (1 + C_0) \left(1 + \frac{1}{2} C_0 \right) [U]^T [U] dx \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \int (1+C_0) [U]^T (C_1[V_1] + C_2[W_1]) dx \\
& + \int \left(1 + \frac{1}{2} C_0\right) (C_1[V_1]^T + C_2[W_1]^T) [U] dx \\
& + \frac{1}{2} \int (C_1[V_1]^T + C_2[W_1]^T) (C_1[V_1] + C_2[W_1]) dx \} \{d\} \\
& + [H_1]^T \{EI_1 \int [V_2]^T [V_2] dx + EI_2 \int [W_2]^T [W_2] dx\} \{d\}
\end{aligned} \quad (5.2.43)$$

ここで, $[k_1], [k_2], [k_3], [k_4], [k_5]$ を次式のようにおく。

$$\begin{aligned}
[k_1] &= EA \int (1+C_0) \left(1 + \frac{1}{2} C_0\right) [U]^T [U] dx \\
[k_2] &= \frac{1}{2} EA \int (1+C_0) [U]^T (C_1[V_1] + C_2[W_1]) dx \\
[k_3] &= EA \int \left(1 + \frac{1}{2} C_0\right) (C_1[V_1]^T + C_2[W_1]^T) [U] dx \\
[k_4] &= \frac{1}{2} EA \int (C_1[V_1]^T + C_2[W_1]^T) (C_1[V_1] + C_2[W_1]) dx \\
[k_5] &= EI_1 \int [V_2]^T [V_2] dx + EI_2 \int [W_2]^T [W_2] dx
\end{aligned} \quad (5.2.44)$$

釣合式(5.2.43)は, 次式のように表せる。

$$\begin{aligned}
\{F\} &= [H_1]^T ([k_1] + [k_2] + [k_3] + [k_4] + [k_5]) \{d\} \\
&= [H_1]^T [k] \{d\}
\end{aligned} \quad (5.2.45)$$

ただし,

$$[k] = [k_1] + [k_2] + [k_3] + [k_4] + [k_5] \quad (5.2.46)$$

ここで接合部のねじれ1次モードに対して式(5.2.17), 2次モードに対して式(5.2.20)を式(5.2.33)に代入して C_0, C_1, C_2 を求める。求められた C_0, C_1, C_2 と式(5.2.33)を式(5.2.44)に代入し, それぞれの積分を行い $[k]$ を求める。展開した結果を付録5に載せる。

さらに1次モードに対して式(5.2.19)の $[H_1]$, 2次モードに対して式(5.2.22)の $[H_2]$ を式(5.2.45)に代入して釣合式を求める。

まず荷重 (F) と鉛直変位 (\bar{W}) の曲線 (基本釣合経路) を求める。接合部のねじれ1次モードと2次モードの基本釣合経路は同じになり次式のようになる。

$$\begin{aligned}
F &= EA \left[\mu^2 \bar{W} + \mu \left(\frac{57}{10} \lambda^2 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) \bar{W}^2 + \left(\frac{579}{70} \lambda^4 - \frac{27}{5} \mu^2 \lambda^2 + \frac{1}{2} \mu^4 \right) \bar{W}^3 \right] \\
&+ \frac{12EI_2}{l^2} \left[4\lambda^2 \left(\bar{W} - 3\mu \bar{W}^2 - \left(1 + \frac{2}{3} \lambda^2 - 7\mu^2 \right) \bar{W}^3 \right) \right]
\end{aligned} \quad (5.2.47)$$

ただし, $\Theta^2 = 0$ とし $\bar{W} \leq 0$ のときである。

ここで, 接合部の大きさ l を, 接合部の芯間寸法 L で, $l_1 = \gamma L$ と表すと,

$l, \frac{l_1}{l}, \bar{W}$ は次のように表せる。

$$l = \frac{1-2\gamma}{\lambda} L, \quad \frac{l_1}{l} = \frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} \quad (5.2.48)$$

$$\bar{W} = \frac{W}{l} = \frac{\lambda}{1-2\gamma} \frac{W}{L} = \frac{\lambda}{1-2\gamma} \bar{W}', \quad \text{ここに, } \bar{W}' = \frac{W}{L}$$

式(5.2.47)を \bar{W}' と γ を使って書き換え, 両辺を EA で割り無次元化すると, 荷重と鉛直変位の関係式は次のように求まる。

$$\frac{F}{EA} = F_1 + \alpha F_2 \quad (5.2.49)$$

ここに,

$$\begin{aligned}
F_1 &= \mu^2 \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) \bar{W}' - \mu \left(\frac{57}{10} \lambda^2 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 (\bar{W}')^2 \\
&+ \left(\frac{579}{70} \lambda^4 - \frac{27}{5} \lambda^2 \mu^2 + \frac{1}{2} \mu^4 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^3 (\bar{W}')^3
\end{aligned} \quad (5.2.50)$$

$$F_2 = \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 \times \quad (5.2.51)$$

$$4\lambda^2 \left[\left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) \bar{W}' - 3\mu \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 (\bar{W}')^2 - \left(1 + \frac{2}{3} \lambda^2 - 7\mu^2 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^3 (\bar{W}')^3 \right]$$

$$\alpha = \frac{12EI_2}{EAL^2} = \frac{12I_2}{AL^2} \quad (5.2.52)$$

ただし, $\bar{W}' \leq 0$ のときの荷重と鉛直変位の関係式である。

つぎに法線まわりのモーメント (M) と回転角 (Θ) の関係について求める。この場合は、ねじれモードにより関係式が異なるため、それぞれの関係式を求める。

(1) 1 次モードの場合

前節で導いた式 (5.2.19) の $[H_1]$ を使って式の展開を行う。

$$M = EAL \left[\frac{1}{3} \mu \bar{W} + \left(\frac{1}{6} \mu^2 + \frac{31}{70} \lambda^2 \right) \bar{W}^2 - \frac{3}{10} \mu \lambda^2 \bar{W}^3 \right] \lambda^2 \Theta + \frac{4I_z}{AL^2} \lambda^2 \Theta \quad (5.2.53)$$

式 (5.2.53) を \bar{W}' と γ を使って書き換え、両辺を EAL で割り無次元化すると、法線まわりのモーメントと回転角の関係式は次のように求まる。

$$\frac{M}{EAL} = (M_1 + \beta M_2) \lambda^2 \Theta \quad (5.2.54)$$

ここに、

$$M_1 = \frac{1}{3} \mu \bar{W}' + \left(\frac{1}{6} \mu^2 + \frac{31}{70} \lambda^2 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) (\bar{W}')^2 - \frac{3}{10} \mu \lambda^2 \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 (\bar{W}')^3 \quad (5.2.55)$$

$$M_2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) \quad (5.2.56)$$

$$\beta = \frac{12EI_z}{EAL^2} = \frac{12I_z}{AL^2} \quad (5.2.57)$$

従って、1 次モードの接合部のねじれ座屈が生じる条件式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} f(\bar{W}_s') &= M_1(\bar{W}_s') + \beta M_2 \\ &= \frac{1}{3} \mu \bar{W}_s' + \left(\frac{1}{6} \mu^2 + \frac{31}{70} \lambda^2 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) (\bar{W}_s')^2 - \frac{3}{10} \mu \lambda^2 \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 (\bar{W}_s')^3 \\ &\quad + \frac{1}{3} \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) \beta = 0 \end{aligned} \quad (5.2.58)$$

上式を満たす鉛直変位 (\bar{W}_s') が、1 次モードの接合部のねじれ座屈が生じるときの鉛直変位 $(_{1s}\bar{W}_s')$ である。この鉛直変位 $(_{1s}\bar{W}_s')$ を式 (5.2.49) に代入して、接合部のねじれ座屈荷重を求める。

(2) 2 次モードの場合

前節で導いた式 (5.2.22) の $[H_2]$ を使って式の展開を行う。

$$\begin{aligned} M &= EAL \left[\left\{ \frac{1}{5} + \frac{8}{5} \frac{l_1}{l} + \frac{36}{5} \frac{l_1^2}{l^2} \right\} \mu \bar{W} \right. \\ &\quad + \left\{ \left(\frac{5}{14} + 4 \frac{l_1}{l} + \frac{626}{35} \frac{l_1^2}{l^2} \right) \lambda^2 + \left(\frac{1}{5} + \frac{8}{5} \frac{l_1}{l} + \frac{36}{5} \frac{l_1^2}{l^2} \right) \mu^2 \right\} \bar{W}^2 \\ &\quad + \left(\frac{29}{70} + \frac{196}{35} \frac{l_1}{l} + \frac{874}{35} \frac{l_1^2}{l^2} \right) \mu \lambda^2 \bar{W}^3 \left. \right] \lambda^2 \Theta \\ &\quad + \frac{12EI_z}{l} \left(\frac{4l_1}{l} + 1 \right)^2 \lambda^2 \Theta \end{aligned} \quad (5.2.59)$$

式 (5.2.59) を \bar{W}' と γ を使って書き換え、両辺を EAL で割り無次元化すると、法線まわりのモーメントと回転角の関係式は次のように求まる。

$$\frac{M}{EAL} = (M_1 + \beta M_2) \lambda^2 \Theta \quad (5.2.60)$$

ここに、

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{5} \left\{ 1 + 8 \frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} + 36 \left(\frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} \right)^2 \right\} \mu \bar{W}' \\ &\quad + \left[\left(\frac{5}{14} + 4 \left(\frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} \right) + \frac{626}{35} \left(\frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} \right)^2 \right) \lambda^2 \right. \end{aligned} \quad (5.2.61)$$

$$\begin{aligned} &\quad + \left. \frac{1}{5} \left\{ 1 + 8 \frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} + 36 \left(\frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} \right)^2 \right\} \mu^2 \right] \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) (\bar{W}')^2 \\ &\quad + \left(\frac{29}{70} + \frac{196}{35} \frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} + \frac{874}{35} \left(\frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} \right)^2 \right) \mu \lambda^2 \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 (\bar{W}')^3 \end{aligned}$$

$$M_2 = \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) \left(4 \frac{\gamma \lambda}{1-2\gamma} + 1 \right)^2 \quad (5.2.62)$$

$$\beta = \frac{12EI_z}{EAL^2} = \frac{12I_z}{AL^2} \quad (5.2.63)$$

従って、2 次モードの接合部のねじれ座屈が生じる条件式として次式が得られる。

$$f(\bar{W}_s') = M_1(\bar{W}_s') + \beta M_2 = 0 \quad (5.2.64)$$

この式を満足する (\bar{W}_s') より、2 次モードの接合部のねじれ座屈が生じるときの鉛直変位 $(_{2s}\bar{W}_s')$ を求めることができる。 $(_{1s}\bar{W}_s')$ と $(_{2s}\bar{W}_s')$ の小さいほうで先に接合部ねじれ座屈が生じる。

5.3 部材座屈荷重

前節で求めた飛移荷重 (F_A) や接合部のねじれ座屈荷重 (F_B) に対して、部材座屈荷重が先行する場合がある。直線材の座屈荷重には、軸圧縮荷重に対して Euler の座屈荷重が用いられる。Euler の座屈荷重は、

$$N_E = \kappa \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad (5.3.1)$$

と表される。この式で、 E は弾性係数、 I は断面二次モーメント、 L は節点間の部材長さ、 κ は部材両端の拘束度や部材の初期たわみや荷重の偏心量で決まる係数である。単位ドームの部材軸力が式 (5.3.1) で表せる Euler 座屈荷重になる時の節点外力を部材座屈荷重 (F_E) とする。

$$F_B \leq F_E \quad (5.3.2)$$

の場合は、接合部のねじれ座屈が先に生じ、

$$F_B \geq F_E \quad (5.3.3)$$

の場合は、部材座屈が先に生じる。

5.4 数値解析

前節では、円筒状の接合部を持つ単位ドームの荷重-変位曲線 (基本釣合曲線) と接合部のねじれ座屈が生じる条件式を導いた。本節では図 5.4.1 に示すライズ・スパン比が 0.05 の単位ドームの例で、 L を一定として α, β, γ をパラメータにしたときの数値解析をおこない、接合部の大きさが、荷重と変位の関係に与える影響やねじれ座屈が生じる点に与える影響を、部材の曲げ剛性を変化させて調べる。また仮定した 2 つのねじれモードのうち、先に生じるねじれモードを求める。

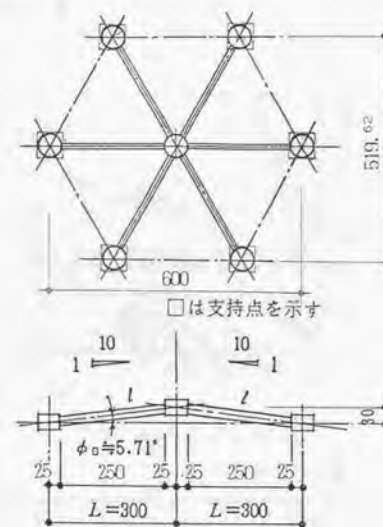
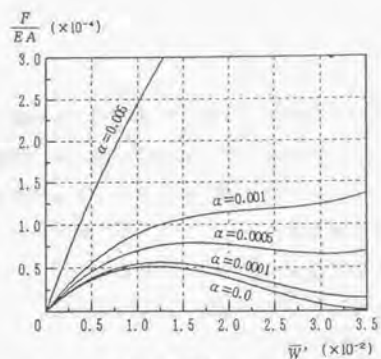


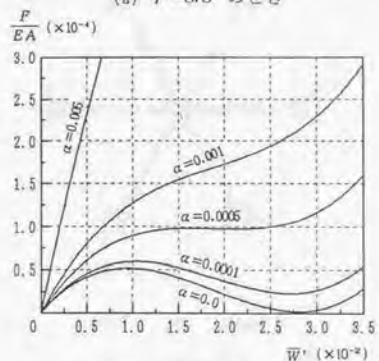
図 5.4.1 数値解析例の単位ドーム

図 5.4.2 は、 $\gamma=0.0$ 、 $\gamma=0.1$ 、 $\gamma=0.2$ のとき、部材の面内曲げ剛性 (α) をパラメータとしたときの荷重と変位の関係を表す。

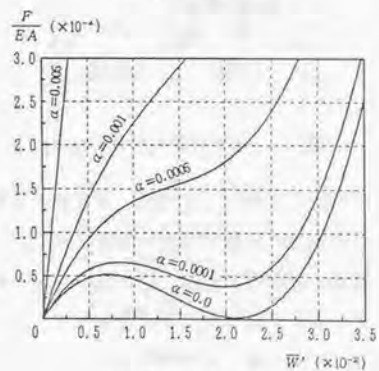
図 5.4.2 を見ると荷重と変位の関係は、接合部の大きさによって大きく変化していることが判る。 α が大きくなると、 γ が大きくなるにしたがって飛移座屈が生じにくくなっている。たとえば、 $\alpha=0.0005$ のとき、 $\gamma=0.0$ の場合は飛移座屈点は現れるが、 $\gamma=0.2$ の場合は飛移座屈点は現れない。



(a) $\gamma=0.0$ のとき

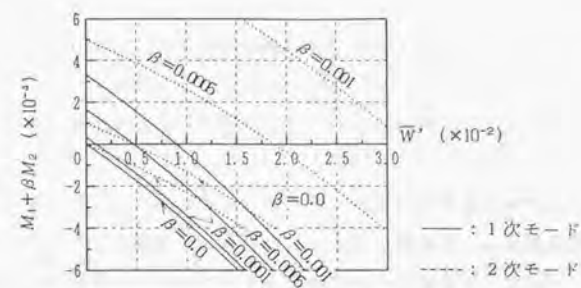


(b) $\gamma=0.1$ のとき

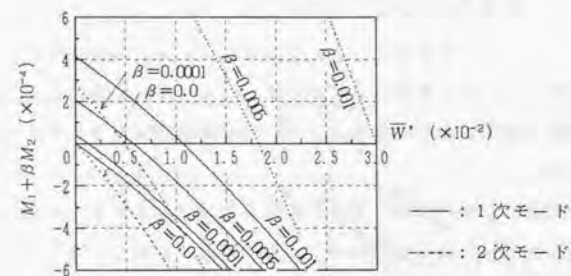


(c) $\gamma=0.2$ のとき

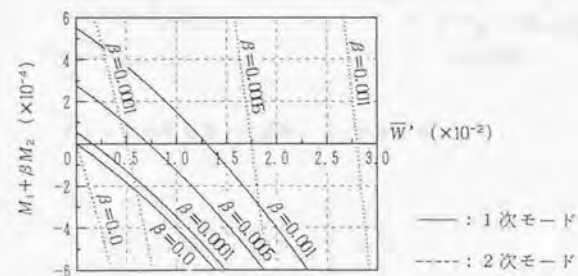
図5.4.2 基本釣合経路



(a) $\gamma=0.0$ のとき



(b) $\gamma=0.1$ のとき



(c) $\gamma=0.2$ のとき

図5.4.3 \bar{W}' と $M_1 + \beta M_2$ の関係

$\alpha=0$ すなわちトラスのときは、接合部の大きさに関係なく飛移座屈荷重は同じである。また α が小さいとき ($\alpha \leq 0.0001$)、 γ が大きくなると、飛移座屈荷重はわずかに増加するが、飛移座屈が生じるときのたわみは小さくなる。

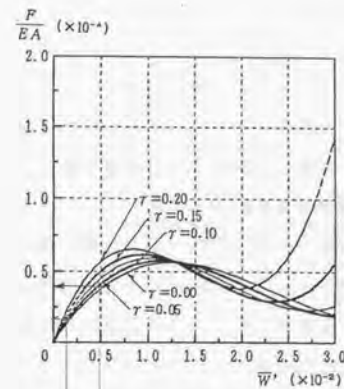
図5.4.3 は、面外曲げ剛性 (β) をパラメーターとしたときのねじれ剛性と変位の関係を示し、実線が1次モードの場合で、点線が2次モードの場合である。2次モードに比べ1次モードの方が、小さい変位のときに $M_1 + \beta M_2 = 0$ となり、先に生じることが判る。接合部の大きさが大きくなると、僅かな変位でねじれ剛性が急に低下している。 β が大きくなるとねじれ座屈が発生するときのたわみは大きくなっていて、ねじれ座屈が発生しにくいことを表している。

図5.4.4 は、 $\alpha=0.0001$ 、 0.0005 と $\beta=0.0001$ 、 0.0005 のとき、 γ をパラメーターとしたときの釣合経路と、1、2次モードのねじれ剛性と変位の関係を示す。(a) の図より、釣合経路は、 α が小さいとき ($\alpha \leq 0.0001$)、 γ が大きくなると飛移座屈荷重は僅かだけ増大するが、飛移座屈が生じるときのたわみは小さくなっている。

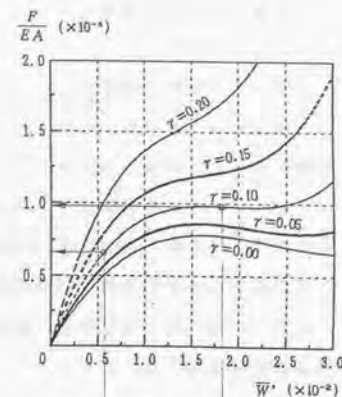
(b) の図より、 $\alpha=0.0005$ の曲げ剛性を持っている場合、 γ が小さいときに飛移座屈が生じるが、接合部が大きくなると飛移座屈は生じない。

(c) と (d) の図より、ねじれ座屈点は、1次モードのねじれ剛性を表す曲線は、 γ の値に大きく影響されることなくほぼ同じ曲線であるが、2次モードの曲線は大きく異なる。

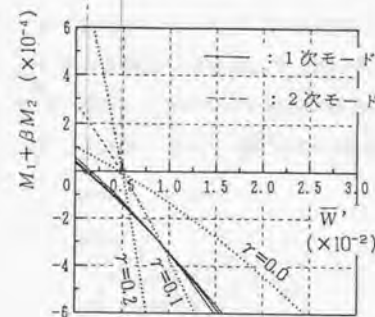
また2次モードのねじれ座屈点のたわみは、 γ の値に影響されることなくほぼ同じ値になっている。



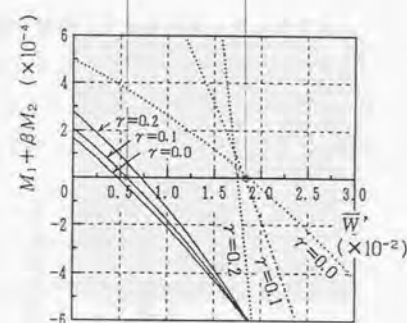
(a) 基本釣合経路 ($\alpha=0.0001$)



(b) 基本釣合経路 ($\alpha=0.0005$)



(c) \bar{W}' と $M_1 + \beta M_2$ の関係
($\beta=0.0001$)



(d) \bar{W}' と $M_1 + \beta M_2$ の関係
($\beta=0.0005$)

図5.4.4 飛移座屈と接合部のねじれ座屈点

5.5 接合部のねじれ座屈実験

前節で幾何学的非線形を考慮した単位ドームの荷重-変位曲線と、接合部のねじれ座屈が生じる条件式を求め、飛移座屈と接合部のねじれ座屈の関係を導き、数値解析を行い、接合部の大きさが、荷重と変位の関係に与える影響やねじれ座屈が生じる点に与える影響を、部材の曲げ剛性を変化させて調べた。

この節では、接合部がある程度の大きさを持ち、 y 軸に比べ z 軸の断面二次モーメントが非常に小さい部材で構成された単位ドームの中央節点に単調増加荷重を作用させ、中央の接合部でねじれ座屈が生じる実験を行い、その結果と数値解析結果の比較検討を行う。

5.5.1 実験概要

本実験に用いる試験体は、前節の図5.4.1で用いた単位ドームを採用する。円筒形状の接合部は、直径が 5.0 cm ($l_1=2.5\text{ cm}$)で、接合部の芯間の水平寸法が $L=30.0\text{ cm}$ 、接合部芯間寸法に対する接合部の大きさは $\gamma=l_1/L=0.0833$ である。ライズ・スパン比は $1/20$ 、即ち $\lambda=0.95$ 、 $\mu=0.095$ である(図5.5.1)。

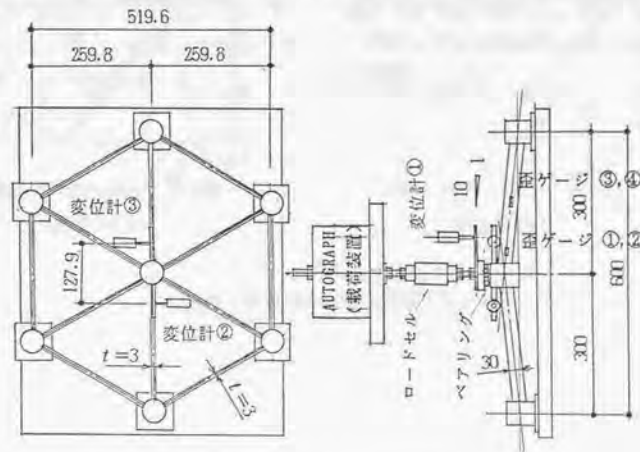


図5.5.1 試験体および荷重方法

試験は部材断面が異なる2種類の試験体で行った。各試験体の断面性能および係数を表5.5.1に示す。

表5.5.1 試験体の部材断面性能

部材断面	$b \times h$	A	I_y	I_z	α	β
	mm×mm	mm ²	mm ⁴	mm ⁴		
試験体-1	3×30	90	6750	67.5	0.01	0.0001
試験体-2	6×30	180	13500	540	0.01	0.0004

接合部及び部材はアクリル樹脂で製作し、アクリル樹脂の弾性係数を求めるため材料試験を行った。材料試験片および試験結果を写真5.5.1と図5.5.2に示す。この図よりアクリル樹脂の弾性係数を求めると、 $E=3.64 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ ($\sigma=200 \text{ kgf}$ のとき、 $\epsilon=5.5 \times 10^{-3}$)である。

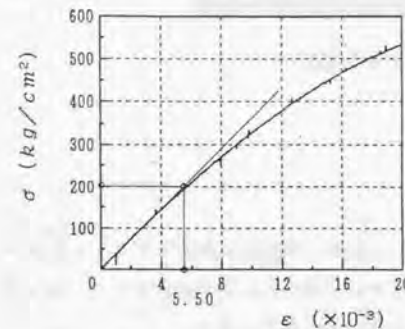


図5.5.2 材料試験結果

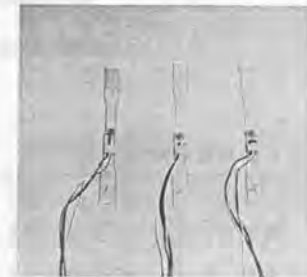


写真5.5.1 材料試験片

アクリル樹脂製のベースプレートが接着されている外周の接合部は、荷重装置に固定された鉄製のプレートに剛接合されている。荷重装置は島津製作所(株)製のAUTOGRAPHを用いた。

中央接合部の鉛直方向の変位(W)と、同接合部の芯から水平方向に 6.5 cm の位置の水平方向の変位を測定し、接合部の回転角(θ)を求める。また任意の部材の接合部の芯より 5.0 cm の位置および部材の中央の両面にそれぞれ歪ゲージを貼り、部材内のひずみの挙動を測定する。荷重装置の概要を写真5.5.2に示す。

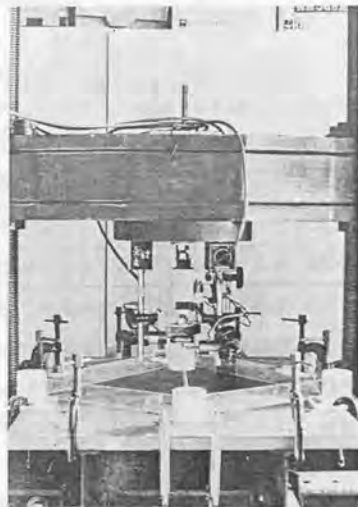


写真5.5.2 載荷装置

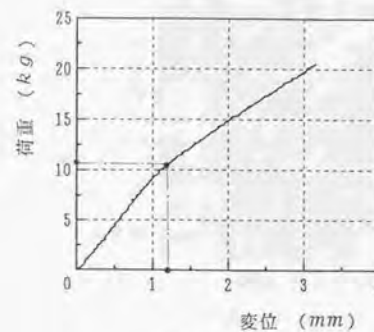
5.5.2 実験結果

荷重と鉛直変位の関係を図5.5.3に、荷重と回転角の関係を図5.5.4に示す。また荷重とひずみの関係を図5.5.5に示す。写真5.5.2と写真5.5.3は、試験体-1の載荷を開始してから座屈が生じる前と後の様子を示す。

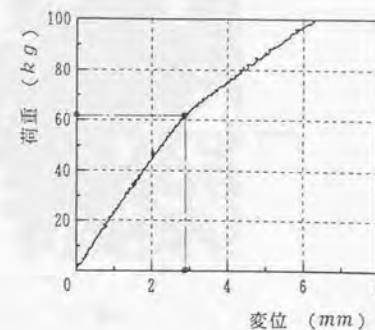
図5.5.4より、荷重が $F_E^{(1)} = 11.5 \text{ kg}$ 、 $F_E^{(2)} = 63 \text{ kg}$ の位置で、回転角 (Θ) が急増しており、接合部のねじれ座屈が生じていることが判る。そのときの鉛直方向の変位は、図5.5.3より、それぞれ $W_E^{(1)} = 1.2 \text{ mm}$ 、 $W_E^{(2)} = 2.9 \text{ mm}$ である。

図5.5.5の荷重とひずみの関係から、接合部のねじれ座屈が生じるまでは、軸力によるひずみ $(\frac{e_1 + e_2}{2}, \frac{e_3 + e_4}{2})$ は線形的に増加し、曲げによるひずみ $(\frac{e_2 - e_1}{2}, \frac{e_4 - e_3}{2})$ は非常に小さい。ところが、ねじれ座屈が生じた $F_E^{(1)}$ 、

$F_E^{(2)}$ を越えてから、軸力によるひずみはほとんど変化しないが、曲げによるひずみが急に増加する。

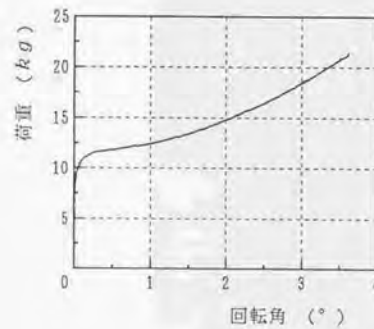


(1) 試験体-1

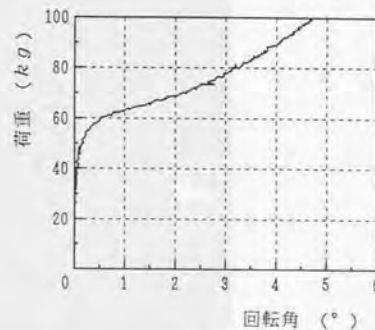


(2) 試験体-2

図5.5.3 荷重と鉛直変位の関係

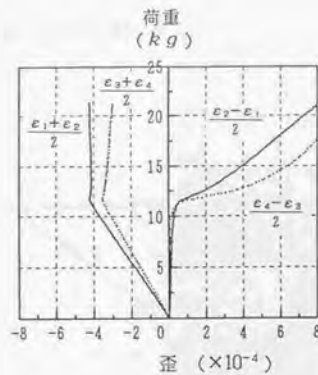


(1) 試験体-1

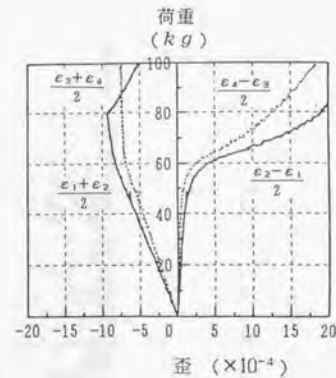


(2) 試験体-2

図5.5.4 荷重と接合部回転角の関係



(1) 試験体-1



(2) 試験体-2

図5.5.5 荷重とひずみの関係

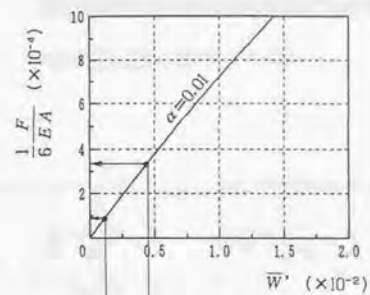


図5.5.6 基本釣合経路

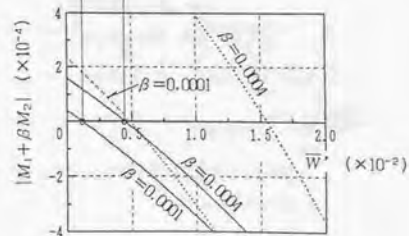


図5.5.7 \bar{W}' と $M_1 + \beta M_2$ の関係

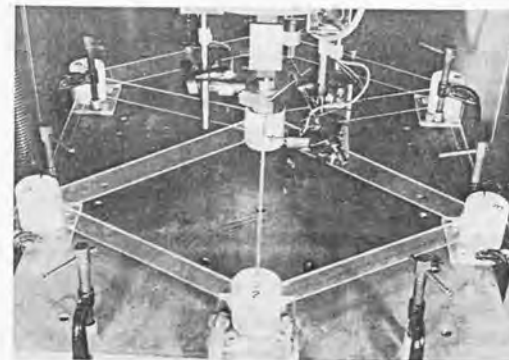


写真5.5.3 接合部ねじれ座屈前 (試験体-1)

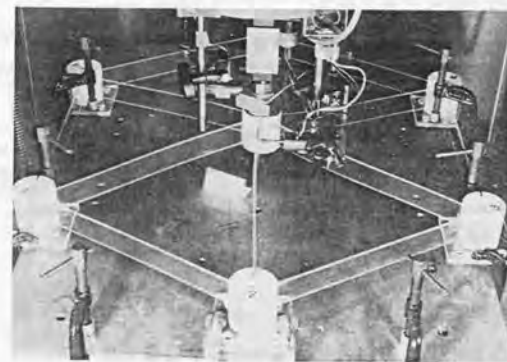


写真5.5.4 接合部ねじれ座屈後 (試験体-1)

5.5.3 解析結果と比較検討

本試験体の各パラメーターを用いて、荷重-変位曲線と $|M_1 + \beta M_2|$ と変位の関係の数値解析結果を図5.5.6 と図5.5.7 に示す。

図5.5.7 からねじれ座屈が生じるときの鉛直変位は、

試験体-1

$$\bar{W} = \frac{W_B}{L} = 0.0011$$

$$W_B = 0.0011 \times 300 = 0.33 \text{ mm}$$

その時の荷重 ($F_B^{(1)}, F_B^{(2)}$) は、図5.5.6 より、

$$\frac{1}{6} \frac{F_B^{(1)}}{EA} = 8.6 \times 10^{-5}$$

$$\begin{aligned} F_B^{(1)} &= (8.6 \times 10^{-5} EA) \times 6 \\ &= (8.6 \times 10^{-5} \times 364 \times 90) \times 6 \\ &= 16.9 \text{ kg} \end{aligned}$$

試験体-2

$$\bar{W} = \frac{W_B}{L} = 0.0045$$

$$W_B = 0.0045 \times 300 = 1.35 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{6} \frac{F_B^{(2)}}{EA} = 3.40 \times 10^{-4}$$

$$\begin{aligned} F_B^{(2)} &= (3.40 \times 10^{-4} EA) \times 6 \\ &= (3.40 \times 10^{-4} \times 364 \times 180) \times 6 \\ &= 133.6 \text{ kg} \end{aligned}$$

となる。

これらの実験結果と解析結果を表5.5.2 にまとめる。この表より、解析結果は実験結果の約1.5～2.0倍になっている。

表5.5.2 実験結果と解析結果の比較

	実験結果		解析結果		実験結果 解析結果	
	$F_B^{(kg)}$	$W_B^{(mm)}$	$F_B^{(kg)}$	$W_B^{(mm)}$	F_B	W_B
試験体-1	11.5	1.2	16.9	0.33	0.68	3.63
試験体-2	63.0	2.9	133.6	1.35	0.47	2.15

法線回りの接合部の回転が大きくなったときのひずみの実験値を使って部材の座屈から検討してみる。中央のひずみ (ϵ_3, ϵ_4) の平均値を用いる。

実験体-1

ひずみから軸力を求めると、

$$\epsilon_3 = 3.60 \times 10^{-4}, \quad N_1 = 3.64 \times 10^4 \times 3.60 \times 10^{-4} \times 0.9 = 11.79 \text{ kg}$$

オイラーの座屈式から有効座屈長さを求める。

$$l_e = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_z}{N_1}} = \sqrt{\frac{3.14^2 \times 3.64 \times 10^4 \times 6.75 \times 10^{-8}}{11.79}} = 14.33 \text{ cm}$$

節点間の部材長さに対する有効座屈長さの係数は、次のようになる。

$$\kappa_1 = \frac{14.33}{30.16} = 0.48$$

試験体-2

ひずみから軸力を求めると、

$$\epsilon_3 = 7.0 \times 10^{-4}, \quad N_2 = 3.64 \times 10^4 \times 7.0 \times 10^{-4} \times 1.8 = 45.86 \text{ kg}$$

オイラーの座屈式から有効座屈長さを求める。

$$l_e = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_z}{N_2}} = \sqrt{\frac{3.14^2 \times 3.64 \times 10^4 \times 5.4 \times 10^{-8}}{45.86}} = 20.56 \text{ cm}$$

節点間の部材長さに対する有効座屈長さの係数は、次のようになる。

$$\kappa_2 = \frac{20.56}{30.16} = 0.68$$

以上の結果より、試験体-2の部材座屈は、図5.5.8 に示す一端が固定で一端がピンの柱の有効座屈長さにほぼ同じになっている。これに対して試験体-1の部材座屈は、両端が固定の柱の有効座屈長さにほぼ同じになっている。

また、接合部のねじれ座屈（法線回りの接合部の回転が大きくなったとき）時の部材軸力を計算で求めると、

試験体-1

$$N_1 = \frac{F_B}{6 \sin \phi} = \frac{11.5}{6 \sin(5.71^\circ)} = 19.2 \text{ kg}$$

試験体-2

$$N_2 = \frac{F_B}{6 \sin \phi} = \frac{63.5}{6 \sin(5.71^\circ)} = 106.4 \text{ kg}$$

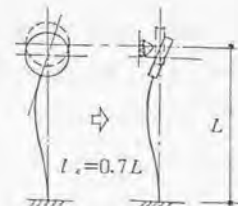


図5.5.8 部材座屈

となる。これは実験値のひずみから求めた部材軸力に比べ約1.5～2.0倍になっている。またこの差は、表5.5.2 に示す接合部のねじれ座屈荷重の解析結果と実験結果の差とほぼ同じである。

第6章 単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈の解析法

6.1 概要

前章では、中央の剛体としての接合部の鉛直方向変位 (W) と法線まわりの回転角 (Θ) を未知量とする2自由度系の軸対称型の単位ドームをモデルとして、接合部の変位と部材端変位の関係を取り入れた釣合式の定式化を行った。ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が生じる条件を見だし、飛移座屈と接合部のねじれ座屈の関係を求めた。

本章では、接合部の大きさを考慮して単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析を行うことを目的としている。接合部の大きさと部材半開角をパラメーターとして全体座標系の接合部の変位と部材座標系の部材端変位の関係を取り入れ、仮想仕事式より基礎方程式を誘導している。幾何学的非線形解析の数値解析法として、増分区間内では線形剛性マトリックス (接線剛性マトリックス) を利用した増分型基礎方程式を導いている。定式化された増分型基礎方程式を使って、前章の数値解析に用いた単位ドームのモデルおよび節点間の寸法と部材がこの単位ドームと同じである球面上の単層ラチスシェルの数値解析を行い、解析結果の比較を行う。

6.2 基礎方程式の誘導

6.2.1 未知量の間の関係

全体座標系としての直交座標系を $O-XYZ$ とする。部材 a を XY 平面に投影した軸を X_0 軸とし、 Z_0 軸が Z 軸に平行になる直交座標系を $O-X_0Y_0Z_0$ とする。さらに部材座標系を $o-xyz$ で表す。それぞれの座標系の関係を図6.2.1に示す。

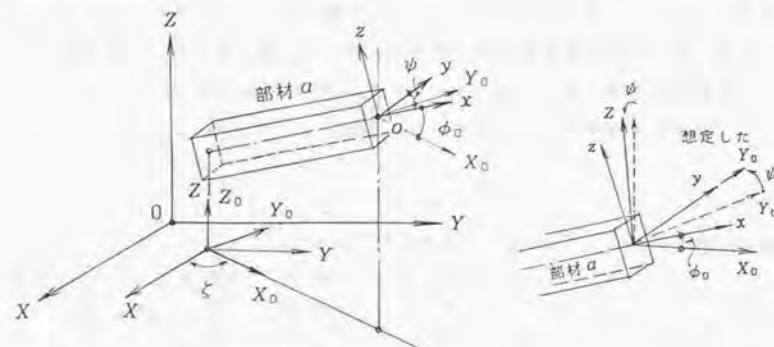


図6.2.1 座標系

座標系 $O-XYZ$ と $O-X_0Y_0Z_0$ で表される接合部の変位ベクトルを $[D]$ および $[D_0]$ とし、 $o-xyz$ 座標系で表される部材端の変位ベクトルを $[d]$ とする。

$$[D] = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ \Theta_{xi} \\ \Theta_{yi} \\ \Theta_{zi} \\ U_j \\ V_j \\ W_j \\ \Theta_{xj} \\ \Theta_{yj} \\ \Theta_{zj} \end{Bmatrix}, \quad [D_0] = \begin{Bmatrix} U_{0i} \\ V_{0i} \\ W_{0i} \\ \Theta_{x0i} \\ \Theta_{y0i} \\ \Theta_{z0i} \\ U_{0j} \\ V_{0j} \\ W_{0j} \\ \Theta_{x0j} \\ \Theta_{y0j} \\ \Theta_{z0j} \end{Bmatrix}, \quad [d] = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (6.2.1)$$

円筒状の接合部を考え、接合部の半径を l_1 とする。ここで、図 6.2.1 に示す座標系で、 Y_0 軸が y 軸と一致する状態（仮に座標系 $O-X_0Y_0Z_0$ とする）を想定する。想定した座標系での部材半開角（ x 軸と X_0 軸のなす角度）を ϕ_0 とし、接合部の変位ベクトルを $\{D_{0x}\}$ とし、部材座標系の部材端変位ベクトル $\{d\}$ との関係を決める。部材 a を想定した座標系から表示すると図 6.2.1 の右図となる。

$$\{d\} = [H_0]\{D_{0x}\} \quad (6.2.2)$$

想定した座標系において、 j 節点の接合部の変位と部材端変位の関係を、前章と同様に図 5.2.5, 図 5.2.6, 図 5.2.9 および図 5.2.10 より求め、さらに i 節点の接合部の変位と部材端変位成分の関係図を用いて、部材 a に関して接合部の変位と部材端変位の関係を求める。マトリックス $[H_0]$ にまとめると次のようになる。ただし接合部は剛体と仮定し、テーラー展開をして 1 次項のみ採用した。

$$[H_0] = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\mu l_1 & 0 & \lambda l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 0 & \lambda & 0 & -l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{l} & 0 & -\frac{\lambda}{l} & 0 & 1 + \frac{l_1}{l} & 0 & \frac{\mu}{l} & 0 & \frac{\lambda}{l} & 0 & \frac{l_1}{l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 0 & -\left(1 + \frac{l_1}{l}\right)\mu & 0 & \left(1 + \frac{l_1}{l}\right)\lambda & 0 & -\frac{1}{l} & 0 & -\mu \frac{l_1}{l} & 0 & \lambda \frac{l_1}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \mu l_1 & 0 & -\lambda l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu & 0 & \lambda & 0 & l_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & \mu \\ \frac{\mu}{l} & 0 & -\frac{\lambda}{l} & 0 & \frac{l_1}{l} & 0 & -\frac{\mu}{l} & 0 & \frac{\lambda}{l} & 0 & 1 + \frac{l_1}{l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 0 & -\frac{l_1}{l}\mu & 0 & \lambda \frac{l_1}{l} & 0 & -\frac{1}{l} & 0 & -\mu \left(1 + \frac{l_1}{l}\right) & 0 & \lambda \left(1 + \frac{l_1}{l}\right) \end{pmatrix} \quad (6.2.3)$$

ただし、 l は部材長さを表し、 $\lambda = \cos \phi_0$ 、 $\mu = \sin \phi_0$ である。

6.2.2 座標変換

図 6.2.1 に示す座標系間の関係を求める。 $O-X_0Y_0Z_0$ 座標系の Y_0 軸と $O-X_0Y_0Z_0$ 座標系の Y_0 軸とのなす角度を ψ とすると、 Y_0 軸が y 軸と一致する状態の座標系 $O-X_0Y_0Z_0$ で与えられる節点変位ベクトル $\{D_{0x}\}$ と $O-X_0Y_0Z_0$ 座標系で与えられる節点変位ベクトル $\{D_0\}$ の関係は、

$$\{D_0\} = [T_x]\{D_{0x}\} \quad (6.2.4)$$

となり、 $[T_x]$ は次のように表せる。

$$[T_x] = \begin{pmatrix} T_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{x1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{x1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{x1} \end{pmatrix} \quad (6.2.5)$$

$$\text{ここに、} [T_{x1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \quad (6.2.6)$$

次に $O-X_0Y_0Z_0$ 座標系で与えられる節点変位ベクトル $\{D_0\}$ と $O-XYZ$ 座標系で与えられる節点変位ベクトル $\{D\}$ の関係は、

$$\{D_0\} = [T_z]\{D\} \quad (6.2.7)$$

となり、 $[T_z]$ は次のように表せる。

$$[T_z] = \begin{pmatrix} T_{z1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{z1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{z1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{z1} \end{pmatrix} \quad (6.2.8)$$

$$\text{ここに、} [T_{z1}] = \begin{pmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.2.9)$$

式 (6.2.4), 式 (6.2.7) より、

$$\{D_{0x}\} = [T_x]^T [T_z] \{D\} \quad (6.2.10)$$

これを式 (6.2.2) に代入すると、

$$\{d\} = [H_0][T_x]^T [T_z] \{D\} = [H] \{D\} \quad (6.2.11)$$

ここに、 $[H]$ は次のように表される。

$$[H] = [H_0][T_x]^T [T_z] \quad (6.2.12)$$

6.2.3 釣合式の誘導

部材 a の両節点に作用している荷重ベクトル $\{F\}$ を全体座標系 $O-XYZ$ で表示する。

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{zi} \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_i \\ F_i \\ M_i \\ M_i \\ M_i \end{Bmatrix} \quad (6.2.13)$$

$\{F\}$, $\{\sigma\}$, $\{\epsilon\}$ および $\{D\}$ を初期状態として, この状態から増分 $\{\Delta F\}$, $\{\Delta \sigma\}$, $\{\Delta \epsilon\}$ および $\{\Delta D\}$ を考える。増分後の釣合式を求めるため仮想仕事式を作る。

$$\{\delta D\}^T \{F + \Delta F\} = \int \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma + \Delta \sigma\} dV \quad (6.2.14)$$

式(6.2.11)より接合部の変位ベクトル $\{D\}$ と部材端変位ベクトル $\{d\}$ の関係式を次式とする。

$$d = d(D) \quad (6.2.15)$$

テーラー展開して1次項のみ採用すると,

$$\{\Delta d\} = [H] \{\Delta D\} \quad (6.2.16)$$

ひずみと変位の関係式は, 前章と同様に u, v, w に関する2次項まで採用すると,

$$\epsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} - y \frac{d^2 v}{dx^2} - z \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (6.2.17)$$

ϵ の変分を作ると次式になる。

$$\delta \epsilon = \frac{d \delta u}{dx} + \frac{du}{dx} \frac{d \delta u}{dx} + \frac{dv}{dx} \frac{d \delta v}{dx} + \frac{dw}{dx} \frac{d \delta w}{dx} - y \frac{d^2 \delta v}{dx^2} - z \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \quad (6.2.18)$$

応力とひずみの関係はすべて弾性範囲内にあるものとする。

$$\{\sigma\} = E \{\epsilon\}, \quad \{\Delta \sigma\} = E \{\Delta \epsilon\} \quad (6.2.19)$$

部材内変位と部材端変位の関係を表す式(5.2.25)および式(5.2.27)と式(5.2.28)を用いて $\delta \epsilon$ を作る。ただし Δd と δd の線形項のみ採用する。

$$\begin{aligned} \{\delta \epsilon\} &= [U] \{\delta d\} + C_0 [U] \{\delta d\} + C_1 [V_1] \{\delta d\} + C_2 [W_1] \{\delta d\} \\ &\quad - y [V_2] \{\delta d\} - z [W_2] \{\delta d\} \\ &= [A] \{\delta d\} \end{aligned} \quad (6.2.20)$$

$$\begin{aligned} \{\Delta \epsilon\} &= [U] \{\Delta d\} + C_0 [U] \{\Delta d\} + C_1 [V_1] \{\Delta d\} + C_2 [W_1] \{\Delta d\} \\ &\quad - y [V_2] \{\Delta d\} - z [W_2] \{\Delta d\} \\ &= [A] \{\Delta d\} \end{aligned} \quad (6.2.21)$$

上式において, $[U], [V_1], [W_1], [V_2], [W_2]$ は式(5.2.33)を用い, C_0, C_1, C_2 は, 式(5.2.34)を用いた。ここに,

$$[A] = [U] + C_0 [U] + C_1 [V_1] + C_2 [W_1] - y [V_2] - z [W_2] \quad (6.2.22)$$

式(6.2.15)の変分を作ると,

$$\{\delta d\} = [H] \{\delta D\} \quad (6.2.23)$$

式(6.2.16)が代入された式(6.2.21)を式(6.2.19)に代入し, 式(6.2.20)および式(6.2.23)を仮想仕事式(6.2.14)に代入する。

$$\begin{aligned} \{\delta D\}^T \{F + \Delta F\} &= \int \{\delta d\}^T [A]^T (\{\sigma\} + E [A] \{\Delta d\}) dV \\ &= \int \{\delta D\}^T [H]^T [A]^T (\{\sigma\} + E [A] [H] \{\Delta D\}) dV \end{aligned}$$

従って, 釣合式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \{F + \Delta F\} &= \int [H]^T [A]^T (\{\sigma\} + E [A] [H] \{\Delta D\}) dV \\ &= [H]^T \int [A]^T \{\sigma\} dV \\ &\quad + [E [H]^T \int [A]^T [A] [H] dV] \{\Delta D\} \\ &= \{R\} + [K] \{\Delta D\} \end{aligned} \quad (6.2.24)$$

増分の釣合式は,

$$\{\Delta F\} = \{R - F\} + [K] \{\Delta D\} \quad (6.2.25)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \{R\} &= [H]^T \int [A]^T \{\sigma\} dV \\ [K] &= [H]^T E \int [A]^T [A] [H] dV \end{aligned} \quad (6.2.26)$$

6.2.4 数値解析法

釣合式(6.2.25)の解析法は、増分区間内では線形剛性マトリックス（接線剛性マトリックス）を利用した増分型解法を採用する。

増分ステップ r ($r=1, 2, \dots, N$) の解析前の状態と、この状態からの増分を次のように表す。

$$\{F^{(r)}\}, \{\sigma^{(r)}\}, \{e^{(r)}\}, \{d^{(r)}\}, \{D^{(r)}\} \quad (6.2.27)$$

$$\{\Delta F^{(r)}\}, \{\Delta \sigma^{(r)}\}, \{\Delta e^{(r)}\}, \{\Delta d^{(r)}\}, \{\Delta D^{(r)}\} \quad (6.2.28)$$

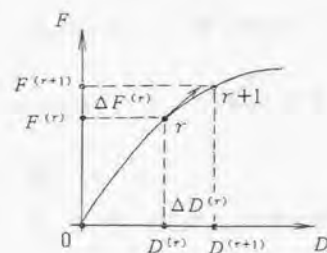


図6.2.2 荷重増分と変位増分

式(6.2.17)と式(6.2.19)より、

$$\begin{aligned} \sigma^{(r)} &= E e^{(r)} \\ &= E \left(C_0^{(r)} + \frac{1}{2} \{ (C_0^{(r)})^2 + (C_1^{(r)})^2 + (C_2^{(r)})^2 \} - y [V_2] \{ d^{(r)} \} - z [W_2] \{ d^{(r)} \} \right) \\ &= E (e_0^{(r)} + e_1^{(r)}) \end{aligned} \quad (6.2.31)$$

式(6.2.21)および式(6.2.22)より、

$$[A_{(t)}] = [U] + C_0^{(r)}[U] + C_1^{(r)}[V_1] + C_2^{(r)}[W_1] - y[V_2] - z[W_2] \quad (6.2.32)$$

式(6.2.11)より、

$$\{d^{(r)}\} = [H]\{D^{(r)}\} \quad (6.2.33)$$

式(6.2.31)、式(6.2.32)および式(6.2.33)を式(6.2.26)に代入する。

まず $\{R\}$ を求めると、

$$\begin{aligned} \{R\} &= [H]^T \int ([U]^T + C_0^{(r)}[U]^T + C_1^{(r)}[V_1]^T + C_2^{(r)}[W_1]^T - y[V_2]^T - z[W_2]^T) \\ &\quad \times E (e_0^{(r)} + e_1^{(r)}) dV \end{aligned} \quad (6.2.34)$$

ここで、

$$\int y dV = \int z dV = 0, \quad \int y z dV = 0 \quad (6.2.35)$$

であり、

$$\int y dy dz = A, \quad \int y^2 dy dz = I_y, \quad \int z^2 dy dz = I_z \quad (6.2.36)$$

とおき、式の展開をすると次のようになる。

$$\begin{aligned} \{R\} &= [H]^T E A \int ([U]^T + C_0^{(r)}[U]^T + C_1^{(r)}[V_1]^T + C_2^{(r)}[W_1]^T) e_0^{(r)} dx \\ &\quad + [H]^T (E I_y \int [V_2]^T [V_2] dx + E I_z \int [W_2]^T [W_2] dx) \{d^{(r)}\} \\ &= \{R_1\} + \{R_2\} \end{aligned} \quad (6.2.37)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \{R_1\} &= [H]^T E A \int ([U]^T + C_0^{(r)}[U]^T + C_1^{(r)}[V_1]^T + C_2^{(r)}[W_1]^T) e_0^{(r)} dx \\ \text{ただし、} e_0^{(r)} &= C_0^{(r)} + \frac{1}{2} \{ (C_0^{(r)})^2 + (C_1^{(r)})^2 + (C_2^{(r)})^2 \} \end{aligned} \quad (6.2.38)$$

$$\begin{aligned} \{R_2\} &= [H]^T (E I_y \int [V_2]^T [V_2] dx + E I_z \int [W_2]^T [W_2] dx) \{d^{(r)}\} \end{aligned} \quad (6.2.39)$$

次に $\{K\}$ について求める。

$$\begin{aligned} [K] &= [H]^T E \int [A]^T [A] [H] dx \\ &= [H]^T E \int ([U]^T + C_0^{(r)}[U]^T + C_1^{(r)}[V_1]^T + C_2^{(r)}[W_1]^T - y[V_2]^T - z[W_2]^T) \\ &\quad \times ([U] + C_0^{(r)}[U] + C_1^{(r)}[V_1] + C_2^{(r)}[W_1] - y[V_2] - z[W_2]) [H] dV \end{aligned} \quad (6.2.40)$$

式(6.2.35)、式(6.2.36)を使って式の展開をすると、

$$[K] = [H]^T ([K_1] + [K_2] + [K_3] + [K_4] + [K_5]) [H] \quad (6.2.41)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
[K_1] &= EA \int (1+C_0^{(r)})^2 [U]^T [U] dx \\
[K_2] &= EA \int (1+C_0^{(r)}) [U]^T (C_1^{(r)} [V_1] + C_2^{(r)} [W_1]) dx \\
[K_3] &= EA \int (1+C_0^{(r)}) (C_1^{(r)} [V_1]^T + C_2^{(r)} [W_1]^T) [U] dx \\
[K_4] &= EA \int (C_1^{(r)} [V_1]^T + C_2^{(r)} [W_1]^T) (C_1^{(r)} [V_1] + C_2^{(r)} [W_1]) dx \\
[K_5] &= EI_x \int [V_2]^T [V_2] dx + EI_y \int [W_2]^T [W_2] dx
\end{aligned} \tag{6.2.42}$$

ねじれ剛性マトリックス $[K_6]$ と不釣り合い力 $\{R_3\}$ を考慮すると、

$$[K_6] = GJ \int [\Phi]^T [\Phi] dx \tag{6.2.43}$$

$$\{R_3\} = GJ \int [\Phi]^T [\Phi] dx \{d^{(r)}\} \tag{6.2.44}$$

G はせん断弾性係数、 J は断面二次極モーメントを表わし、 $[\Phi]$ は、

$$[\Phi] = \frac{1}{l} [000100000-100] \tag{6.2.45}$$

である。以上をまとめると、増分型釣合式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\{\Delta F^{(r)}\} &= (\{R_1\} + \{R_2\} + \{R_3\} - \{F^{(r)}\}) \\
&\quad + [H]^T ([K_1] + [K_2] + [K_3] + [K_4] + [K_5] + [K_6]) [H] \{\Delta D^{(r)}\}
\end{aligned} \tag{6.2.46}$$

6.3 数値解析

接合部の大きさを考慮した単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析を行うため、増分区間内では線形剛性マトリックス（接線剛性マトリックス）を利用した増分型基礎方程式の定式化を行った。本節では、定式化された増分型基礎方程式を使って、前節の座屈実験モデルおよび節点間の寸法がこのモデルと同じ長さの部材で構成された単層ラチスシェルの数値解析を行う。

6.3.1 座屈実験モデルの数値解析

図6.3.1に示すように形状および接合部の大きさが、5.5節の試験体と同じモデルを解析モデルとし、定式化された増分型基礎方程式を使って解析する。境界条件は次の2種類を考え、中央節点の荷重と鉛直変位の関係、荷重と法線まわりの回転角の関係および接合部のねじれモードについて調べる。

(1) 境界条件-1 : 節点2, 3, 4, 5, 6, 7 はすべて固定

$$U_i = V_i = W_i = \Theta_{ix} = \Theta_{iy} = \Theta_{iz} = 0$$

(2) 境界条件-2 : 節点2, 3, 4, 5, 6, 7 は Θ がすべて自由で、

$$U_i = V_i = W_i = 0$$

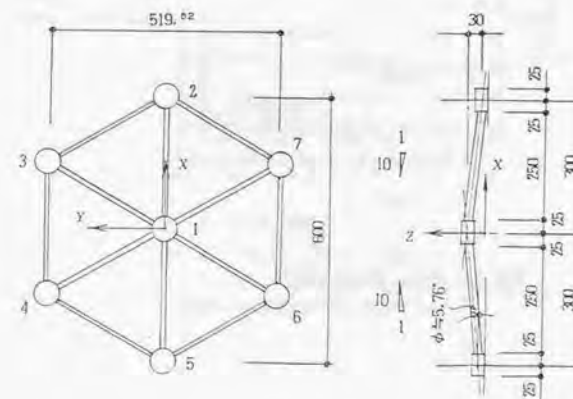


図6.3.1 解析モデル

(1) 試験体-1 のモデル

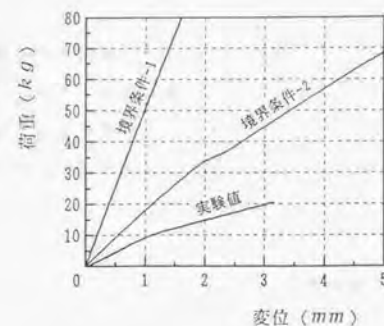


図6.3.2 荷重と鉛直変位の関係
($\alpha=0.01, \beta=0.0001, \gamma=0.083$)

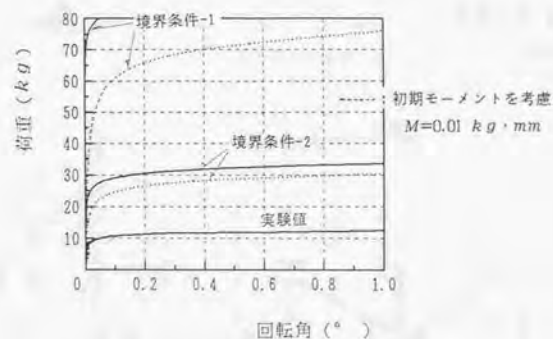


図6.3.3 荷重と回転角の関係
($\alpha=0.01, \beta=0.0001, \gamma=0.083$)

(2) 試験体-2 のモデル

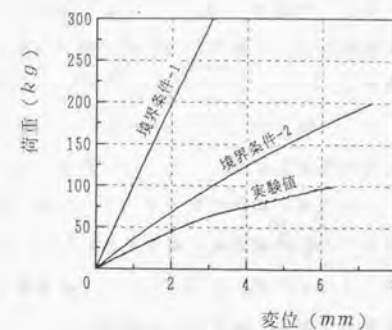


図6.3.4 荷重と鉛直変位の関係
($\alpha=0.01, \beta=0.0004, \gamma=0.083$)

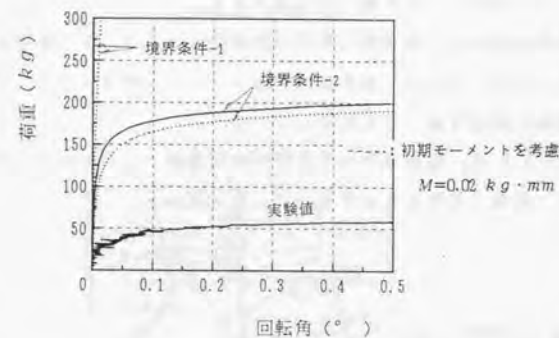


図6.3.5 荷重と回転角の関係
($\alpha=0.01, \beta=0.0004, \gamma=0.083$)

解析に用いたヤング率は実験結果の $E=3.64 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2$ とし、部材断面は試験体の2種類を考える。さらに境界条件-2において曲げ剛性 (α, β) をパラメータとしたときの数値解析を行い、面内・面外曲げ剛性が接合部の法線まわりの回転に与える影響を調べる。

図6.3.2と図6.3.3は、試験体-1のモデルの解析結果を示したものである。図6.3.2は荷重と鉛直変位の関係を示し、図6.3.3は荷重と法線まわりの回転角の関係を示したもので、それぞれの実験結果も図示している。図6.3.3の中で点線で表した曲線は、このモデルの中央節点に鉛直荷重と $M=1.0 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{mm}$ の初期節点モーメントが外力として作用した場合である。境界条件-1のモデルは、微小な初期モーメントが存在すると、接合部の法線まわりの回転が起こり易いことを示している。

図6.3.4と図6.3.5は、試験体-2のモデルの解析結果を示したものである。図6.3.4は荷重と鉛直変位の関係を示し、図6.3.5は荷重と法線まわりの回転角の関係を示したものである。試験体-1のモデルの解析と同様に、図6.3.5の中で点線で表した曲線は、中央節点に鉛直荷重と $M=2 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{mm}$ の初期節点モーメントが外力として作用した場合である。接合部の法線まわりの回転に与える初期節点モーメントの影響は、 $\beta=0.0001$ の場合ほど大きくないが、微小な初期モーメントが存在すると、接合部の法線まわりの回転は起こり易いことを示している。

図6.3.6は、境界条件-2のモデルの接合部の法線まわりの回転方向を示したもので、前節で仮定した1次モードになっている。

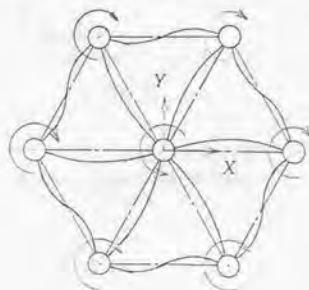


図6.3.6 接合部の回転モード

形状および接合部の大きさは同じで部材の面内曲げ剛性が $\alpha=0.001$ で、面外曲げ剛性 (β) をパラメータとしたときの解析結果を、図6.3.7と図6.3.8に示す。ただし境界条件-2の場合である。図6.3.7は荷重と鉛直変位の関係、図6.3.8は荷重と回転角の関係を示す。

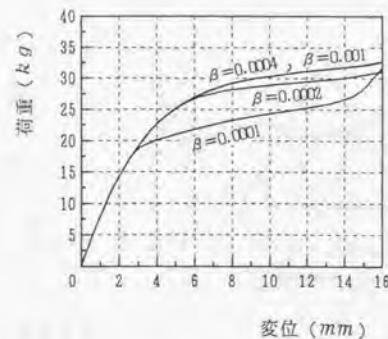


図6.3.7 荷重と鉛直変位の関係
($\alpha=0.01, \gamma=0.033$)

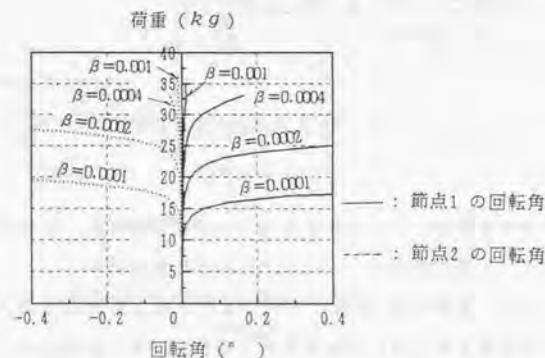


図6.3.8 荷重と回転角の関係
($\alpha=0.01, \gamma=0.033$)

6.3.2 単層ラチスシェルの数値解析

図6.3.9 に示すように節点間寸法と接合部の大きさが同じ部材で構成され、極率半径が $R=1515\text{mm}$ の球面上に節点を持つ単層ラチスシェルの解析例を示す。

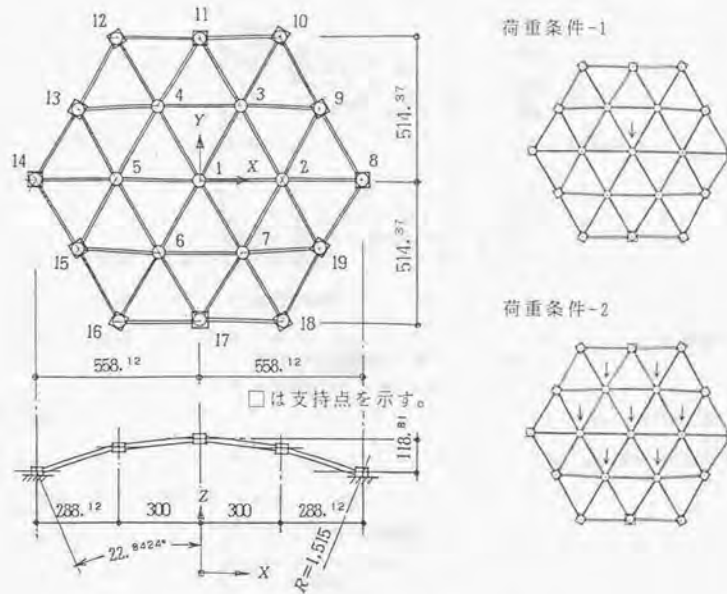


図6.3.9 解析モデルの単層ラチスシェル

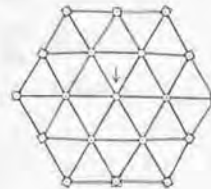
外周の支持点はすべて拘束された境界条件を与え、荷重条件として

(1) 荷重条件-1 : 節点1 にのみ集中荷重

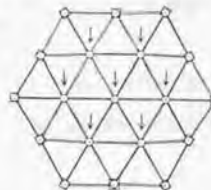
(2) 荷重条件-2 : 節点1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 に同じ値の集中荷重

の2つを考え、それぞれの荷重と鉛直変位および接合部の法線まわりの回転角の関係を調べる。部材の面内曲げ剛性と接合部の大きさは、5.5 節の試験体と同じ ($\alpha=0.01$, $\gamma=0.033$) で、部材の面外曲げ剛性をパラメーターとする。

荷重条件-1



荷重条件-2



荷重 (kg)

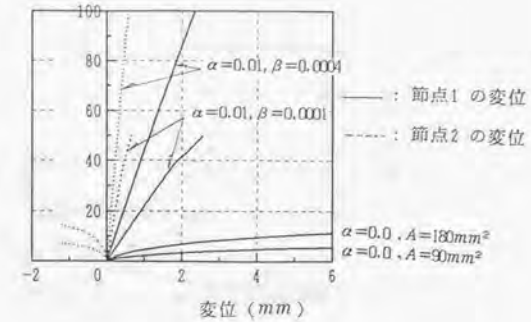


図6.3.10 荷重条件-1 の荷重と鉛直変位の関係 ($\gamma=0.033$)

荷重 (kg)

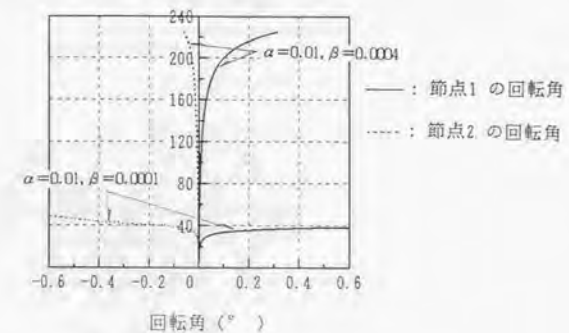


図6.3.11 荷重条件-1 の荷重と回転角の関係 ($\gamma=0.033$)

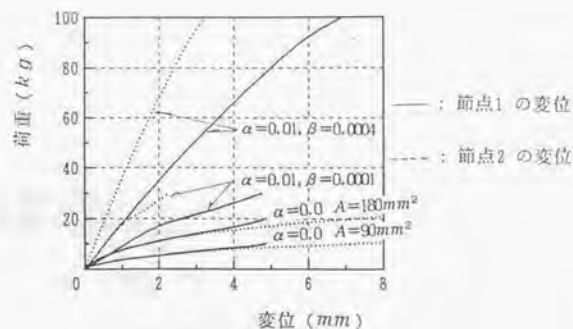


図6.3.12 荷重条件-2 の荷重と鉛直変位の関係
($\gamma=0.033$)

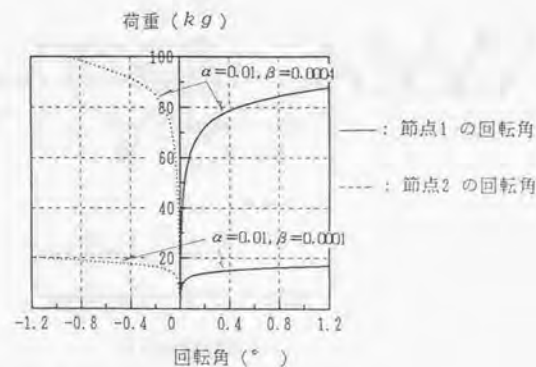


図6.3.13 荷重条件-2 の荷重と回転角の関係
($\gamma=0.033$)

ヤング率は、実験結果の $E = 3.64 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2$ を用いる。

図6.3.10と図6.3.11は、荷重条件-1の解析結果を示したもので、図6.3.10は、荷重と鉛直変位の関係、図6.3.11は、荷重と回転角の関係を示す。図中で実線は節点1の鉛直変位を表し、点線は節点2の鉛直変位を表す。また $\alpha=0.0$ の曲線は、トラスに相当し、断面積が試験体-1 ($A=90\text{mm}^2$) と試験体-2 ($A=180\text{mm}^2$) と同じモデルの解析結果である。節点2の鉛直変位は、節点1の変位に比べ非常に小さく、トラスで解析した節点2の鉛直変位は、節点1の変位と逆方向になっている。接合部に大きな回転が生じる荷重は、節点1と節点2はほぼ同じであるが、僅か節点1の方が先に生じている。

また図6.3.14に示すように節点1とその外周の節点の回転方向はそれぞれ逆の方向で、前節の1次モードと同じになっている。

図6.3.12と図6.3.13は、荷重条件-2の解析結果を示したもので、図中の実線は節点1の鉛直変位を表し、点線は節点2の鉛直変位を表す。また、 $\alpha=0.0$ の曲線はトラス構造の解析結果に相当し、断面積が試験体-1 ($A=90\text{mm}^2$) と試験体-2 ($A=180\text{mm}^2$) と同じモデルの解析結果である。節点2の鉛直変位と節点1の変位は、荷重条件-1のときほど差はなく、トラスで解析したとき、節点2と節点1の鉛直変位はほぼ同じであり、それらの変位の方向も同じである。

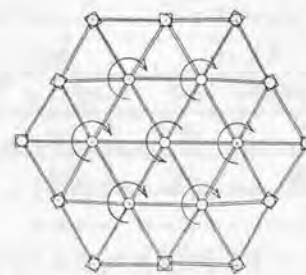


図6.3.14 接合部の回転モード

節点の法線まわりの回転角が急に大きくなるところを接合部のねじれ座屈点と考える。節点1の接合部のねじれ座屈点について、荷重条件-1と荷重条件-2の解析結果を比較すると表6.3.1のようになる。

表6.3.1 荷重条件-1と-2の解析結果

	荷重 (kg)		鉛直変位 (mm)	
	荷重条件-1	荷重条件-2	荷重条件-1	荷重条件-2
$\alpha=0.01, \beta=0.0001$	33	15 (105)*	1.6	1.6
$\alpha=0.01, \beta=0.0004$	230	90 (630)	5.5	5.7

*: () 内の数字は、荷重の合計値を示す。

この結果から、荷重条件-2は荷重条件-1に比べ、節点1の法線まわりの回転角が大きくなる点の合計荷重は、 $\beta=0.0001, \beta=0.0004$ 共に約3倍である。ところが、そのときの節点1の鉛直変位は、荷重条件-1、荷重条件-2ともにほぼ同じである。

同様に節点1の法線まわりの回転角が大きくなる点について、図6.3.1の単位ドームと図6.3.9の単層ラチスシェルの解析結果を比較すると表6.3.2のようになる。

表6.3.2 単位ドームと単層ラチスシェルの解析結果

	荷重 (kg)		鉛直変位 (mm)	
	単位ドーム	ラチスシェル	単位ドーム	ラチスシェル
$\alpha=0.01, \beta=0.0001$	32	33	1.8	1.6
$\alpha=0.01, \beta=0.0004$	190	230	7.0	5.5

ただし、単位ドームは境界条件-2の解析結果である。この表から単位ドームと単層ラチスシェルの解析結果はほぼ同じである。

第7章 接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案

7.1 接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案

第5章で2自由度の単位ドームを解析モデルとし、2タイプの接合部のねじれモードに対する釣合式の誘導を行い、接合部のねじれ座屈が発生する条件式を求めた。そのうえで部材の面内・面外曲げ剛性と接合部の大きさをパラメータとして、偏平な単位ドームの数値解析例を示した。得られた釣合式を用いてこの章では、単層ラチスシェルの初期設計段階で、接合部のねじれ座屈荷重を評価する評価式の提案を行う。

5.4節の数値解析の結果より接合部のねじれモードは、1次モードが先に生じることが判った。1次モードの接合部のねじれ座屈が生じる条件式は、

$$f(\bar{W}'_B) = \frac{1}{3}\bar{W}'_B + \left(\frac{1}{6}\mu^2 + \frac{31}{70}\lambda^2\right)\left(\frac{\lambda}{1-2\gamma}\right)(\bar{W}'_B)^2 - \frac{3}{10}\mu\lambda^2\left(\frac{\lambda}{1-2\gamma}\right)^2(\bar{W}'_B)^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{\lambda}{1-2\gamma}\right)\beta = 0 \quad (7.1.1)$$

である。ただし $\bar{W}' = \frac{W}{L}$, $\gamma = \frac{l_1}{L}$ である。

この式を満たす $\bar{W}'_B = \frac{W_B}{L}$ を、 \bar{W}' の3次項まで採用した場合と、1次項のみ採用した場合の比較をすると、図7.1.1のようになる。

この図より、部材の面外曲げ剛性 (β) が小さい場合、1次項のみ採用した場合と3次項まで採用した場合の W_B の差は微小である。そこで部材の面外曲げ剛性がある程度小さい場合、 \bar{W}' の1次項のみ採用したねじれ座屈が生じる条件式を用いることができる。

$$f(\bar{W}'_B) = \frac{1}{3}\mu\bar{W}'_B + \frac{1}{3}\frac{\lambda}{1-2\gamma}\beta = 0 \quad (7.1.2)$$

$$\therefore \bar{W}'_B = \frac{\lambda}{\mu}\frac{1}{1-2\gamma}\beta$$

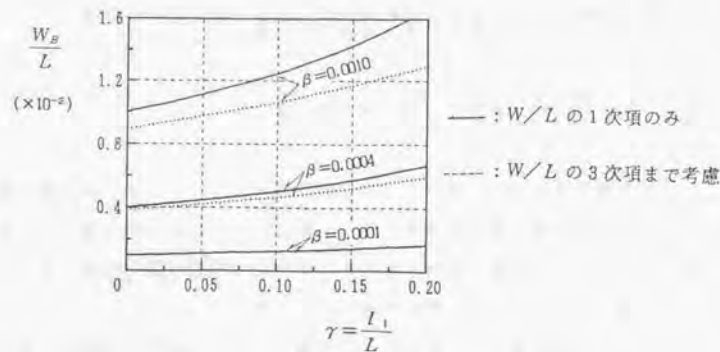


図7.1.1 接合部のねじれ座屈時の鉛直変位 ($\alpha=0.01$)

この \bar{W}'_B を荷重と変位の関係式(5.2.49)に代入すると、接合部のねじれ座屈荷重評価式は次のように表せる。

$$\frac{F_B}{EA} = F_1(\bar{W}'_B) + \alpha F_2(\bar{W}'_B) \quad (7.1.3)$$

ここに、(ただし $\bar{W}'_B \leq 0$ のとき)

$$F_1(\bar{W}'_B) = \mu^2 \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) \bar{W}'_B - \mu \left(\frac{57}{10} \lambda^2 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 (\bar{W}'_B)^2 + \left(\frac{579}{70} \lambda^4 - \frac{27}{5} \lambda^2 \mu^2 + \frac{1}{2} \mu^4 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^3 (\bar{W}'_B)^3 \quad (7.1.4)$$

$$F_2(\bar{W}'_B) = \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 \times 4\lambda^2 \left\{ \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right) \bar{W}'_B - 3\mu \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^2 (\bar{W}'_B)^2 - \left(1 + \frac{2}{3} \lambda^2 - 7\mu^2 \right) \left(\frac{\lambda}{1-2\gamma} \right)^3 (\bar{W}'_B)^3 \right\} \quad (7.1.5)$$

$$\alpha = \frac{12EI_y}{EAL^2} = \frac{12I_y}{AL^2} \quad (7.1.6)$$

式(7.1.4)、(7.1.5)で微小な係数および項を省略すると、接合部のねじれ座屈荷重評価式は次のように表せる。

$$\frac{F_B}{EA} = 6\mu\rho^2\beta \left\{ 1 - (5.7\beta - 4\alpha) t_0^2 \rho^2 + \frac{579}{70} t_0^4 \rho^2 \beta^2 \right\} \quad (7.1.7)$$

$$\text{ただし、} \quad \rho = \frac{\lambda}{1-2\gamma}, \quad t_0 = \frac{\lambda}{\mu} \quad (7.1.8)$$

そこで、前章で数値解析に用いたモデルの接合部のねじれ座屈荷重を、式(7.1.7)で評価したときと式(5.2.49)で評価したときの差を図7.1.2に示す。

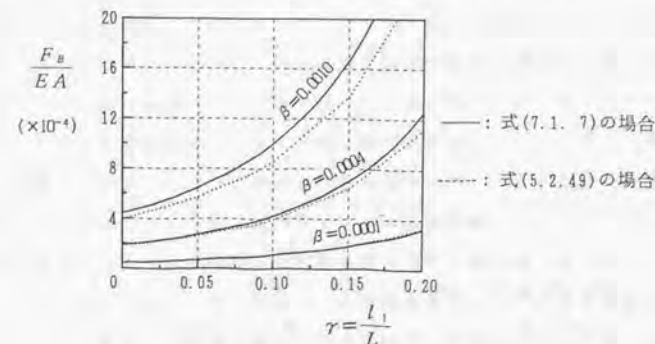


図7.1.2 接合部のねじれ座屈荷重 ($\alpha=0.01$)

この図より、部材の面外曲げ剛性(β)が小さい場合、接合部が大きくなるほど僅かな差が生じているが、両者の差は非常に小さい。従って、単層ラチスシェルの設計をする初期段階の接合部のねじれ座屈荷重の評価式として、式(7.1.7)を提案する。また部材の面外曲げ剛性が大きい場合は、差が比較的大きい。例えば、 $\beta=0.001$ で、 $\gamma=0.1$ のとき、接合部のねじれ座屈荷重の差は16.4%である。けれども初期設計段階で、接合部のねじれ座屈荷重を大掴みする場合は、式(7.1.7)の評価式を用いても問題ないものと考えられる。

第8章 II部のまとめ

国際花と緑の博覧会の日本政府苑・自然科学棟の木造単層ラチスシェルの中央節点に鉛直方向集中荷重の載荷実験を行った結果、荷重漸減型の軸対称変形が進展していたが、途中で接合部のねじれを伴うねじれ座屈が発生した。軸対称型の偏平なラチスシェルに軸対称荷重を載荷すると、釣合経路上に極大点が出現し飛移座屈が発生する。ところが接合部がある程度の大きさを持ち、部材の面外曲げ剛性が小さいとき、飛移座屈が生じる前に接合部のねじれ座屈が生じることがある。II部では、接合部の変位と部材端変位の関係を取り入れた釣合式を導き、ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が生じる条件を見だし、飛移座屈と接合部のねじれ座屈および部材座屈の関係を整理し、単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案を行った。

第5章では、単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈現象を説明し、飛移座屈、接合部のねじれ座屈および部材座屈との関係を整理した。2自由度の単位ドームを解析モデルとし、仮定した接合部のねじれ座屈モードに対する接合部の変位と部材端変位の関係を取り入れた釣合式の誘導を行い、ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が発生する条件式を求めた。ライズ・スパン比が1/20の偏平な単位ドームの数値解析を行い、部材の面内・面外曲げ剛性と接合部の大きさが、飛移座屈や接合部のねじれ座屈に与える影響を調査した。さらに単位ドームの載荷実験を行い解析結果と比較検討した。

第6章では、接合部の大きさを考慮した単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析を行うことを目的としている。全体座標系の接合部の変位と部材座標系の部材端変位の関係を取り入れ基礎方程式の誘導を行った。定式化された基礎方程式を、増分型基礎方程式に展開し数値解析法とした。単位ドームと単層ラチスシェルの数値解析を行い、前節の単位ドームの解析結果と比較検討した。また中央節点に微小な初期ねじれモーメントを与えたときの解析を行い、ねじれモーメントが接合部の法線まわりの回転角に与える影響を調べた。

第7章では、第5章で誘導した接合部のねじれ座屈が発生する条件式の高次項を省略することにより、初期設計段階での単層ラチスシェルの接合部のねじれ

座屈荷重評価式の提案を行った。

第5章から第7章を通して得られた知見をII部のまとめとして以下に述べる。

- (1) 単位ドームの飛移座屈と接合部のねじれ座屈および部材座屈との関係を整理した。
- (2) 鉛直変位とドームの法線まわりの回転角を未知量とする2自由度の単位ドームを解析モデルとし、仮定した接合部のねじれモードに対する接合部の変位と部材端変位の関係を取り入れた釣合式を誘導し、ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が生じる条件式を求めた。
- (3) 接合部の大きさを考慮した単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析の基礎方程式を誘導し、増分区間内では線形剛性マトリックス（接線剛性マトリックス）とする増分型基礎方程式に展開し数値解析法とした。
- (4) 接合部のねじれ座屈は、ドームの法線まわりの部材曲げ剛性が小さいときに生じやすく、その場合接合部の大きさが接合部のねじれ座屈に与える影響は小さい。
- (5) 単層ラチスシェルの中央節点に集中荷重が作用したとき、接合部のねじれ座屈モードは、中央節点の回転方向が法線まわりに正であれば、その外周節点の回転方向は負になるモードが最初に生じる。
- (6) 偏平な単位ドームの載荷実験を行った結果、接合部のねじれ座屈荷重の解析結果は実験結果の1.5~2.0倍であった。
- (7) 単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案を行った。

第9章 結論

本論文は、大スパン軽量構造において重要となる幾何学的（形状）非線形問題の基礎的研究を行い、得られた知見を構造設計に応用することを目的としている。本論文のⅠ部は、不安定構造問題の視点から自己釣合応力が存在し初期張力を導入することにより安定化する張力安定トラス構造の研究・開発を行っている。このような構造の解析理論を定式化したうえ、数値解析と載荷実験による構造挙動を明らかにし、構造設計への応用を行っている。Ⅱ部は、構造安定問題の視点から接合部がある程度の大きさを持つ偏平な単層ラチスシェルの接合部のねじれを伴うねじれ座屈を解析することを目的とし、解析理論の定式化と数値解析および載荷実験による構造挙動を明らかにしたうえで、接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案を行っている。

本論文を通して得られた知見は、第4章「Ⅰ部のまとめ」と第8章「Ⅱ部のまとめ」で述べているが、再びまとめて本論文の結論とする。

【Ⅰ部】 張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計

(1) 張力安定トラス構造を解析するための解析手法を提示した。

- 不安定構造を理論的に扱うために、一般逆行列を使って適合条件式と釣合式を解くことにより、剛体変位と自己釣合応力を抽出し、剛体変位モードと自己釣合応力モードの計算法を述べた。
- 抽出された独立な自己釣合応力モードの個数が複数の場合、安定かつ初期剛性が大きくなるような自己釣合応力モードの組み合わせ法を示し、簡単なケーブル構造の自己釣合応力モードの組み合わせ例を示した。
- 自己釣合応力の導入による幾何剛性の構成式を導いた。
- ケーブルに生じるたるみを（これを片側応力問題と言う）力学的に表現するため、変分不等式を利用することにより幾何学的非線形解析の基礎方程式を誘導した。

(2) 4個のトラス材を回転自由な接合部で連結した不安定トラス構造に、ポスト

とケーブル材を利用して自己釣合応力を導入することにより安定化する単位構造を提案した。自己釣合応力モードと形状パラメータとの関係を図化し、最適形状を設計するための設計資料を提出した。単位構造の構造挙動を理論解析と載荷実験により調査し、解析結果と実験結果がよく一致していることを示した。

- (3) 5個の単位構造から構成される部分構造と円筒型張力安定トラス構造の構造挙動を数値解析により調査した。さらに解析より得られた弛緩荷重と降伏荷重に基づいて、張力安定トラス構造の構造設計のための設計指針(案)を提案した。
- (4) 提案された設計指針(案)に基づいて設計した円筒型張力安定トラス構造の実験棟を建設し、施工中の張力の測定、初期剛性や施工性の確認を行った。その結果、この実験棟の屋根重量は約 20kg/m^2 であり、非常に軽量で剛性の高い構造であることが判った。

【II部】 単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈

- (1) 単位ドームの飛移座屈と接合部のねじれ座屈および部材座屈との関係を整理した。
- (2) 鉛直変位とドームの法線まわりの回転角を未知量とする2自由度の単位ドームを解析モデルとし、仮定した接合部のねじれモードに対する接合部の変位と部材端変位の関係を取り入れた釣合式を誘導し、ねじれ剛性変化の性状より接合部のねじれ座屈が生じる条件式を求めた。
- (3) 接合部の大きさを考慮した単層ラチスシェルの幾何学的非線形解析の基礎方程式を誘導し、増分区間内では線形剛性マトリックス(接線剛性マトリックス)とする増分型基礎方程式に展開し数値解析法とした。
- (4) 接合部のねじれ座屈は、ドームの法線まわりの部材曲げ剛性が小さいときに生じやすく、その場合接合部の大きさが接合部のねじれ座屈に与える影響は小さい。
- (5) 単層ラチスシェルの中央節点に集中荷重が作用したとき、接合部のねじれ座屈モードは、中央節点の回転方向が法線まわりに正であれば、その外周節点の回転方向は負になるモードが最初に生じる。

- (6) 偏平な単位ドームの載荷実験を行った結果、接合部のねじれ座屈荷重の解析結果は実験結果の1.5~2.0倍であった。

- (7) 単層ラチスシェルの接合部のねじれ座屈荷重評価式の提案を行った。

参考文献

【1部】

- 1) Y. Hangai : Application of The Generalized Inverse to The Geometrically Non-linear Problem, Solid Mechanics (SM) Archives, Vol. 6, Issue 1, pp. 129-165, 1981.
- 2) Y. Yokoo, H. Matsunaga and Y. Yokoyama : On The Behaviour of Wrinkled Regions on Pneumatic Membranes in The Form of A Surface of Revolution under Symmetrical Loading, Proceedings of the IASS Pacific Symposium, Tokyo and Kyoto, pp. 177-188, 1971.
- 3) P. D. Panagiotopoulos : A Nonlinear Programming Approach to The Unilateral Contact and Friction Boundary Value Problem in The Theory of Elasticity, Ingenieur-Archiv, 44, pp. 421, 1975.
- 4) P. D. Panagiotopoulos : A Variational Inequality Approach to The Inelastic Stress-Unilateral Analysis of Cable-Structures, Computer & Structures, 5, pp. 133-139, 1976.
- 5) T. Endo, J. T. Oden, T. Miller and E. B. Becker : A Numerical Analysis of Contact and Limit Point Behaviour in A Class of Problems of Finite Elastic Deformation, Computers & Structures, 18, pp. 899-910, 1984.
- 6) 半谷裕彦 : 片側応力問題の変分不等式による定式化, 日本建築学会大会学術講演梗概集 B (構造), pp. 293-294, 1986, 10.
- 7) 半谷裕彦 : 接触問題における変分不等式とポテンシャルエネルギー最小化問題, 生研基礎講座, 形状非線形現象の数理解析, 昭和62年10月.
- 8) D. H. Geiger : Roof Structure, U.S. Patent 4,736,553, 1986.
- 9) 斉藤公男, 黒木二三夫 : ホルン型張力膜構造の基本的力学性状と単一膜パネルの構造実験 張力膜構造の研究 (その1), 日本建築学会構造系論文報告集, 第404号, pp. 115-128, 1989, 10.
- 10) 斉藤公男, 黒木二三夫 : ハンガー式およびユニット式張力膜の構造特性に関する模型および実物実験 張力膜構造の研究 (その2), 日本建築学会構造系論文報告集, 第410号, pp. 107-121, 1990, 4.
- 11) C. R. Calladine : Buckminster Fuller's "Tensegrity" Structures and Clerk Maxwell's Rules for The Construction of Stiff Frames, International Journal of Solids Structures, Vol. 14, pp. 161-172, 1978.
- 12) S. Pellegrino and C. R. Calladine : Two-Step Matrix Analysis of Prestressed Cable Nets, Proceedings of 3rd International Conference on Space Structures, pp. 744-749, 1984.

- 13) S. Pellegrino : Static Response of Prestressed Mechanisms, Cambridge University Engineering Department, CUED-Struct/TR. 120.
- 14) 真柄栄毅, 国田二郎, 川股重也 : 混合法によるケーブルネットの解析, その(1) 不安定架構の性質およびリンク機構の解析, 日本建築学会論文報告集, 218号(1974), 昭和49年 4月, pp. 37-48.
- 15) 川股重也 : 混合法によるケーブルネットのマトリックス解析, 吊構造, 日本鋼構造協会, コロナ社, pp. 242-273, 1975.
- 16) 田中 尚, 半谷裕彦 : 不安定トラスの剛体変位と安定化条件, 日本建築学会論文報告集, 第356号, pp. 35-43, 昭和60年10月(1985).
- 17) ラオ=ミトラ著, 渋谷政昭, 田辺国土訳 : 一般逆行列とその応用, 東京図書, 1973.
- 18) 半谷裕彦, 川口健一 : 形態解析, 培風館, 1991.
- 19) 柳井晴夫, 竹内哲 : 射影行列・一般逆行列・特異値分解, 東京大学出版会, 1983.
- 20) R. B. Fuller : Tensile-Integrity Structures, U.S. Patent 3,063,521, 1962.
- 21) R. B. フラー, R. W. マークス著, 木島安史, 梅沢忠雄訳 : バックミンスター・フラーの世界, 鹿島出版会, 1960.
- 22) A. Pugh : An Introduction to Tensegrity, University of California Press, 1976.
- 23) R. Motro : Forms and Forces in Tensegrity Systems, Proceedings of 3rd International Conference on Space Structures, pp. 283-288, 1984.
- 24) R. Motro : Tensegrity Systems-Latest Development and Perspectives, Proceedings of IASS, Vol. 3, Madrid, 1989.
- 25) R. Motro : Tensegrity Systems : The State of The Art, International Journal of Space Structures, Vol. 7 No. 2, pp. 75-84, 1992.
- 26) O. Vilnay : Structures Made of Infinite Regular Tensegric Nets, Bulletin of IASS, No. 63, Vol. XVIII-1, April, pp. 51-57, 1977.
- 27) Frei Otto, et. al. : IL1-IL38, Information of the Institute for Lightweight Structures(IL), University of Stuttgart(Editor Frei Otto), 1969-1990.
- 28) H. Furuya : Concept of Deployable Tensegrity Structures in Space Application, International Journal of Space Structures, Vol. 7 No. 2, pp. 143-152, 1992.
- 29) Miura K. : Structural Morphology in Space, Proceedings of the First International Seminar on Structural Morphology, Montpellier, France, pp. 399-409, 1992, 7.
- 30) D. H. Geiger, A. Stefaniuk and D. Chen : The Design And Construction Of Two Cable Domes For The Korean Olympics, Proceedings of IASS Symposium, Osaka, Vol. 2, pp. 265-272, 1986.
- 31) D. H. Geiger : Membrane Structures, Encyclopedia of Architecture, Design, Engineering and Construction, Volume 3, John Wiley & Sons Inc., 1989.

- 32) M. Levy, W. Terry and T. F. Jing : Hyper Tensegrity Dome Construction Methodology, Proceedings of the IASS-CSCE International Congress, Toronto, Vol. 1, pp. 148-156, 1992.
- 33) A. L. Loeb and W. Varney : A Stabilized Cuboctahedron Frame, International Journal of Space Structures, Vol. 7 No. 2, pp. 85-90, 1992.
- 34) A. Hanaor : Aspects of Design of Double-Layer Tensegrity Domes, International Journal of Space Structures, Vol. 7 No. 2, pp. 101-114, 1992.
- 35) R. Grip : The Correspondence between Convex Polyhedra and Tensegrity-System : A Classification System, International Journal of Space Structures, Vol. 7 No. 2, pp. 115-126, 1992.
- 36) S. Pellegrino : A Class of Tensegrity Domes, International Journal of Space Structures, Vol. 7 No. 2, pp. 127-142, 1992.
- 37) Chassagnoux A., Chomrara A. and Savel J. : Study of The Special Morphological Characteristics of Selfstressing Structures, Proceedings of the First International Seminar on Structural Morphology, Montpellier, France, pp. 85-100, 1992, 7.
- 38) Hanaor A. : Generation and Properties of Some Double-Layer Tensegrity Grid Geometries, Proceedings of the First International Seminar on Structural Morphology, Montpellier, France, pp. 113-123, 1992, 7.
- 39) Patte E. : Conception of A Tensegrity Torus, Proceedings of the First International Seminar on Structural Morphology, Montpellier, France, pp. 125-131, 1992, 7.
- 40) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史 : 張力安定トラス構造の自己応力と構造挙動, 生産研究, 第42巻 4号, pp. 17-22, 1990, 4.
- 41) Y. Hangai, K. Kawaguchi and K. Oda : The Structural Behaviours of Truss Structures Stabilized by Cable Tension, Proceedings of The 3rd Summer Colloquium on Shell and Spatial Structures, Taegu, Korea, pp. 194-210, 1990, 8.
- 42) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史 : 張力安定トラス構造の構造挙動 その1 : ユニットモデルの解析結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1295-1296, 1990, 10.
- 43) 半谷裕彦, 川口健一, 小田憲史 : 張力安定トラス構造の構造挙動 その2 : 円筒型モデルの解析結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1297-1298, 1990, 10.
- 44) 小田憲史, 川口健一, 半谷裕彦 : 張力安定トラス構造の構造設計, 膜構造研究論文集 '91, pp. 33-45, 1991, 12.

- 45) Y. Hangai, K. Kawaguchi and K. Oda : Self-Equilibrating Stress System and Structural Behaviours of Truss Structures Stabilized by Cable Tension, International Journal of Space Structures, Vol. 7 No. 2, pp. 91-100, 1992.
- 46) K. Oda, Y. Hangai and K. Kawaguchi : The Structural Design of Truss Structures Stabilized by Cable Tension, Proceedings of the IASS-MSU International Symposium, Istanbul, pp. 577-586, 1993, 5.

【Ⅱ部】

- 51) M. V. Soare : Investigation of the collapse of a large-span braced dome, Analysis, Design and Construction of Braced Domes, Edited by Z. S. Makowski, Granada, 1984.
- 52) 日置興一郎 : スペースストラクチャー構造解析の動向, 季刊カラム.
- 53) 川口 衛 : スペースフレームにおけるいくつかの問題, 季刊カラム.
- 54) 日置興一郎 : ラチス構造の力学的性状とその構造設計への応用, 季刊カラム.
- 55) 日置興一郎 : ラチスドームの座屈現象の概説, 季刊カラム.
- 56) J. M. T. Thompson and G. W. Hunt : A General Theory of Elastic Stability, John Wiley & Sons, 1973.
- 57) Wright, D. T. : Membrane Forces and Buckling in Reticulated Shells, Proceedings of ASCE, Vol. 91, ST, pp. 173-201, 1965, 2.
- 58) 日置興一郎博士論文選集, pp. 1-12, 1990, 4.
- 59) 日置興一郎 : 個材の弾性座屈で定まる剛節ラチス構造の有効強度, 日本建築学会論文報告集, 第325号, pp. 1-8, 昭和58年3月(1983).
- 60) K. Heki : On The Member and General Buckling of Elastic Lattice Structures, Proceedings of the IASS Symposium, Dortmund, Vol. 1, pp. 1.3.015-1.3.025, 1984, 9.
- 61) 日置興一郎, 村上益美, 村田雅枝 : 平行弦剛接トラス柱の構面内弾性座屈荷重の算定法, 日本建築学会論文報告集, 第346号, pp. 51-59, 昭和59年3月(1984).
- 62) K. Heki : The Effective Strength of Rigidly Connected Lattice Structures, Proceedings of the 3rd International Conference on Space Structures, pp. 436-441, 1984.
- 63) 日置興一郎, 阿部真也 : 三方向二層立体弾性接合トラス平板の弾性座屈で定まる曲げ有効強度, 日本建築学会論文報告集, 第349号, pp. 34-42, 昭和60年3月(1985).
- 64) 半谷裕彦 : 幾何学的非線形問題の数値解析, 吊構造, 日本鋼構造協会, コロナ社, pp. 217-242, 1975.
- 65) Y. Hangai and S. Kawamata : Nonlinear Analysis of Space Frames and Snap-Through Buckling of Reticulated Shell Structures, Proceedings of the IASS Pacific Symposium, Tokyo and Kyoto, pp. 803-816, 1971.

- 66) 半谷裕彦：構造安定解析，スペースフレーム（立体格子構造）設計・解析・施工，昭和57年度文部省科学研究費補助金，総合研究（B）研究報告書，1983，3.
- 67) IASS Working Group : Analysis, Design and Realization of Space Frames, a State-of-the-Art Report, Bulletin of the IASS, 84/85, Vol. XXV-1/2, 1984.
- 68) I. M. Kani and R. E. McConnel : Collapse and Post-Collapse Analysis of Shallow Lattice Dome, Proceedings of the IASS Symposium, Osaka, Vol. 3, pp. 105-112, 1986.
- 69) R. E. McConnel, F. A. Fathelbab and D. Hatzis : The Buckling Behaviour of Some Single Layer Shallow Lattice Dome, Proceedings of the IASS Symposium, Osaka, Vol. 3, pp. 97-104, 1986.
- 70) M. Yamada, K. Uchiyama, S. Yamada and T. Ishikawa : Theoretical and Experimental Study on the Buckling of Rigidly Jointed Single Layer Latticed Spherical Shells under External Pressure, Proceedings of the IASS Symposium, Osaka, Vol. 3, pp. 113-120, 1986.
- 71) Summary Book, IASS Symposium on Membrane Structures and Space Frames, Osaka, pp. 209-220, 1986.
- 72) 日置興一郎，半谷裕彦，加藤史郎，山田大彦：ラチスドームの不安定現象の概説—単層ラチスドームの安定解析，日本建築学会シェル空間構造運営委員会，1989，8.
- 73) 加藤史郎，石川浩一郎：ピン接合単層ラチスドームの弾性座屈性状の分析と座屈荷重の推定，日本建築学会構造系論文報告集，第393号，pp. 118-127，昭和63年11月（1988）.
- 74) 加藤史郎，石川浩一郎：ピン接合単層ラチスドームの弾塑性座屈荷重について，日本建築学会構造系論文報告集，第404号，pp. 105-114，1989，10.
- 75) 加藤史郎，高島英幸：6角形平面の剛接合単層ラチスドームの弾塑性座屈解析，日本建築学会構造系論文報告集，第408号，pp. 77-87，1990，2.
- 76) 植木隆司，向山洋一，加藤史郎：両端に回転ばねのある部材で構成される単層ラチスドームの線形および弾性座屈荷重，日本建築学会構造系論文報告集，第411号，pp. 117-129，1990，5.
- 77) 植木隆司，向山洋一，庄村昌明，加藤史郎：単層ラチスドームの載荷試験および弾塑性座屈解析，日本建築学会構造系論文報告集，第421号，pp. 117-128，1991，3.
- 78) 齊藤公男，黒木二三夫，谷口尚範，奥村等：単層ラチスドームの座屈耐力に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1293-1298，1987，10.
- 79) 半谷裕彦，大矢俊治：単層ラチスドームの弾性座屈荷重に与える荷重モードの影響，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1291-1292，1987，10.
- 80) 半谷裕彦：単層スペースフレームの構造挙動（その1）—単層ドームの座屈荷重評価式，生産研究，Vol. 39, No. 12, 通巻459号，pp. 17-20，1987，12.

- 81) 齊藤公男，半谷裕彦，戸田郁也，山際高典，奥原剛彦：単層スペースフレームの力学性状に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1129-1130，1985，10.
- 82) 半谷裕彦，大矢俊治：単層スペースフレームの座屈荷重評価式，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1127-1128，1985，10.
- 83) 徳田裕英，重松雄二，近藤一雄：国際花と緑の博覧会「政府苑」木造建築，日本建築総合試験所，GBRC(59). pp. 3-8，1990，7.
- 84) 東畑建築事務所他：国際花と緑の博覧会「政府苑」木造パーゴラの振動・載荷実験報告書，1991，6.
- 85) 近藤一雄，大矢俊治，小田憲史，新谷晃崇，半谷裕彦：木造単層ラチスドームの振動および載荷実験 その1：構造概要と振動実験，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1243-1244，1991，9.
- 86) 近藤一雄，大矢俊治，小田憲史，新谷晃崇，半谷裕彦：木造単層ラチスドームの振動および載荷実験 その2：載荷実験と破壊性状，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1245-1246，1991，9.
- 87) 半谷裕彦，小田憲史，西田明美：単層ラチスシェルの飛移座屈と接合部ねじれ座屈の相関 その1：現象と解析モデル，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1247-1248，1991，9.
- 88) 小田憲史，半谷裕彦，西田明美：単層ラチスシェルの飛移座屈と接合部ねじれ座屈の相関 その2：基礎方程式と数値解析，日本建築学会大会学術講演梗概集B（構造），pp. 1249-1250，1991，9.
- 89) K. Kondoh and K. Oda : A Wooden Pergolla in Japanese Government Garden in Expo'90 Osaka, Proceedings of the IASS Symposium, Copenhagen, Vol. 3, pp. 103-108, 1991, 9.
- 90) Y. Hangai, K. Kondoh, K. Oda and S. Ohya : Load Carrying Test of A Wood Lattice Dome for Expo'90 Osaka, Proceedings of IASS-CSCE International Congress, Toronto, Vol. 1, pp. 648-656, 1992, 7.
- 91) A. J. Bellworthy and J. G. Croll : Dielectric Spaceframe Radomes, International Journal of Space Structures, pp. 41-50, 1985.
- 92) M. Kashani and J. G. A. Croll : Non-Linear Buckling Response on Spherical Space domes, Proceedings of the IASS, Madrid, Vol. 5, 1989.
- 93) 坂 寿二，日置興一郎：ねじ込み接合で組み立てた立体トラスの座屈挙動，日本建築学会論文報告集，第331号，pp. 1-9，昭和58年9月（1983）.
- 94) T. Saka and K. Heki : The Effect of Joints on The Strength of Space Trusses, Proceedings of the 3rd International Conference on Space Structures, pp. 417-422, 1984.

- 95) T.Saka and K.Heki : The Load Carrying Capacity of Inclined Square Mesh Grids Constructed by A Bolted Jointing System, Proceedings of the IASS Symposium, Osaka, Vol. 3, pp. 89-96, 1986.
- 96) 日置興一郎, 村上益美, 大西宏治 : 単層剛接ラチスドームの弾性座屈の数値解析例, 日本建築学会大会学術講演梗概集B (構造), pp. 1414-1415, 昭和63年10月(1988).
- 97) 坂 寿二, 日置興一郎, 谷口与史也 : 正方形網目とひし形網目から成るねじ込み接合二層立体トラス平板の弾性座屈で定まる曲げ有効強度, 日本建築学会構造系論文報告集, 第414号, pp. 81-88, 1990. 8.
- 98) T.Saka and Y.Taniguchi : Effect of Boundary Beams on The Elastic Buckling Load of Square-and-Diagonal Double Layer Grids, Proceedings of IASS-CSCE International Congress, Toronto, Vol. 2, pp. 244-255, 1992. 7.
- 99) 小西秀和, 坂 寿二, 谷口与史也 : 直交二方向二層立体トラス板の複合断面力下での有効強度, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp. 157-160, 平成四年度(1992).
- 100) 日置興一郎 : 一層剛接ラチス平板の有効曲げ剛性に与える個材のねじれ剛性の効果, 日本建築学会東海支部研究報告, pp. 165-168, 1991. 2.
- 101) 村上益美 : 鉛直荷重が作用する正六角形平面を有する単層ラチスドームの弾性座屈解析例, 日本鋼構造協会, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第15巻, pp. 181-186, 1991. 7.
- 102) Y.Hangai : Numerical Analysis in vicinity of critical points by the general inverse, Bulletin of the IASS Vol. 18, No. 3, 1988.
- 103) 半谷裕彦, 林 暁光, 真柄栄毅, 岡村 潔 : 複合ケーブル構造の構造安定に関する研究一分岐座屈としてのねじれ座屈一, 日本膜構造協会, 膜構造研究論文集' 89, pp. 21-29, 1989. 11.
- 104) 半谷裕彦, 川口健一 : 構造安定におけるつりあい経路解析, 形態解析, 培風館, pp. 141-169, 1991.
- 105) Y.Hangai and K.Oda : Snap-Through Buckling and Torsional Buckling of Joint of Single Layer Lattice Shell, Proceedings of IASS-CSCE International Congress, Toronto, Vol. 2, pp. 487-496, 1992. 7.

付録1: 式(2.2.4) $\dot{l}_a = \lambda_a^T (\dot{x}_j - \dot{x}_i)$ の誘導

式(2.2.2) $l_a = [(x_j - x_i)^T (x_j - x_i)]^{1/2}$ を, パラメーター t に関して微分する。
 \dot{l} は, パラメーター t に関する微分を表す。

$$\begin{aligned}\dot{l}_a &= \frac{1}{2} [(x_j - x_i)^T (x_j - x_i)]^{-1/2} [(\dot{x}_j - \dot{x}_i)^T (x_j - x_i) + (x_j - x_i)^T (\dot{x}_j - \dot{x}_i)] \\ \dot{l}_a &= [(x_j - x_i)^T (x_j - x_i)]^{-1/2} (x_j - x_i)^T (\dot{x}_j - \dot{x}_i) \\ &= \frac{(x_j - x_i)^T}{[(x_j - x_i)^T (x_j - x_i)]^{1/2}} (\dot{x}_j - \dot{x}_i) \\ &= \lambda_a^T (\dot{x}_j - \dot{x}_i)\end{aligned}\quad (A1. 1)$$

付録2: 式(2.2.59) $u_a = \lambda_a^T (u_j - u_i) + \frac{1}{2} (u_j - u_i)^T N_a (u_j - u_i)$ の誘導

$$\text{ここに, } N_a = \frac{1}{l_a} (I - \lambda_a \lambda_a^T)$$

式(2.2.56)-式(2.2.58)より,

$$\begin{aligned}u_a &= L_a - l_a \\ &= \{(x_j + u_j - x_i - u_i)^T (x_j + u_j - x_i - u_i)\}^{1/2} - \{(x_j - x_i)^T (x_j - x_i)\}^{1/2}\end{aligned}\quad (A2. 1)$$

であり, テーラー展開して2次項まで採用する。ここで,

$$x = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = x_j - x_i = \begin{Bmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{Bmatrix}, \quad u = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = u_j - u_i = \begin{Bmatrix} u_j - u_i \\ v_j - v_i \\ w_j - w_i \end{Bmatrix}\quad (A2. 2)$$

とおくと, 式(A2. 1) は, 次のように表される。

$$u_a = \{(x - u)^T (x - u)\}^{1/2} - \{(x)^T (x)\}^{1/2}\quad (A2. 3)$$

(1) まず u^0 の係数 $u_a(u=0)$ を求める。

$$u_a(u=0) = \{(x-0)^T (x-0)\}^{1/2} - \{(x)^T (x)\}^{1/2} = 0\quad (A2. 4)$$

(2) 次に u の係数 $\frac{\partial u_a}{\partial u}(u=0)$ を求める。

まず $\frac{\partial u_a}{\partial u}(u=0)$ を求める。

$$\frac{\partial u_a}{\partial u} = \frac{1}{2} \{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-1/2} \{ 2(x+u) \} = 0 \quad (A2.5)$$

$$= \frac{(x+u)}{\{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{1/2}}$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial u} (u=0) = \frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} = \lambda_a \quad (A2.6)$$

同様に, $\frac{\partial u_a}{\partial v} (u=0)$ と $\frac{\partial u_a}{\partial w} (u=0)$ を求める。

$$\frac{\partial u_a}{\partial v} = \frac{(y+v)}{\{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{1/2}} \quad (A2.7)$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial v} (u=0) = \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} = \mu_a \quad (A2.8)$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial w} = \frac{(z+w)}{\{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{1/2}} \quad (A2.9)$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial w} (u=0) = \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} = \nu_a \quad (A2.10)$$

式(A2.6), (A2.8)と(A2.10)より,

$$\frac{\partial u_a}{\partial u} (u=0) \cdot u + \frac{\partial u_a}{\partial v} (u=0) \cdot v + \frac{\partial u_a}{\partial w} (u=0) \cdot w \quad (A2.11)$$

$$= \lambda u + \mu v + \nu w$$

$$= \lambda_a^T u = \lambda_a^T (u_i - u_i)$$

(3) 最後に u^2 の係数 $\left(\frac{\partial^2 u_a}{\partial u^2} (u=0) \right)$ を求める。

まず $\frac{\partial^2 u_a}{\partial u^2} (u=0)$ を求める。

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial u^2} = -\frac{1}{2} \{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-3/2} \{ 2(x+u) \} (x+u) \quad (A2.12)$$

$$+ \{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-1/2}$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial u^2} (u=0) = -\frac{x^2}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \quad (A2.13)$$

$$= \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \left[1 - \left\{ \frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\}^2 \right]$$

$$= \frac{1}{l_a} (1 - \lambda_a \lambda_a)$$

同様に, $\frac{\partial^2 u_a}{\partial v^2} (u=0)$, $\frac{\partial^2 u_a}{\partial w^2} (u=0)$ を求める。

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial v^2} = -\frac{1}{2} \{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-3/2} \{ 2(y+v) \} (y+v) \quad (A2.14)$$

$$+ \{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-1/2}$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial v^2} (u=0) = -\frac{y^2}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \quad (A2.15)$$

$$= \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \left[1 - \left\{ \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\}^2 \right]$$

$$= \frac{1}{l_a} (1 - \mu_a \mu_a)$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial w^2} = -\frac{1}{2} \{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-3/2} \{ 2(z+w) \} (z+w) \quad (A2.16)$$

$$+ \{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-1/2}$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial w^2} (u=0) = -\frac{z^2}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \quad (A2.17)$$

$$= \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \left[1 - \left\{ \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\}^2 \right]$$

$$= \frac{1}{l_a} (1 - \nu_a \nu_a)$$

次に $\frac{\partial^2 u_a}{\partial u \partial v} (u=0)$, $\frac{\partial^2 u_a}{\partial v \partial w} (u=0)$, $\frac{\partial^2 u_a}{\partial w \partial u} (u=0)$ を求める。

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial u \partial v} = -\{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-3/2} (x+u) (y+v) \quad (A2.18)$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial u \partial v} (u=0) = -\frac{xy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} \quad (A2.19)$$

$$= -\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \left\{ \frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\} \left\{ \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\}$$

$$= -\frac{1}{l_a} \lambda_a \mu_a$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial v \partial w} = -\{ (x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2 \}^{-3/2} (y+v) (z+w) \quad (A2.20)$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial v \partial w} (u=0) = -\frac{yw}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} \quad (A2.21)$$

$$= -\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \left\{ \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\} \left\{ \frac{w}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\} \\ = -\frac{1}{l_a} \mu_a \nu_a$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial w \partial u} = -\{(x+u)^2 + (y+v)^2 + (z+w)^2\}^{-3/2} (z+w)(x+u) \quad (A2.22)$$

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial w \partial u} (u=0) = -\frac{wu}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} \quad (A2.23) \\ = -\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \left\{ \frac{w}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\} \left\{ \frac{u}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right\} \\ = -\frac{1}{l_a} \nu_a \lambda_a$$

以上より,

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial u^2} (u=0) \cdot u^2 + \frac{\partial^2 u_a}{\partial v^2} (u=0) \cdot v^2 + \frac{\partial^2 u_a}{\partial w^2} (u=0) \cdot w^2 \\ + 2 \frac{\partial^2 u_a}{\partial u \partial v} (u=0) \cdot uv + 2 \frac{\partial^2 u_a}{\partial v \partial w} (u=0) \cdot vw + 2 \frac{\partial^2 u_a}{\partial w \partial u} (u=0) \cdot wu \\ = \frac{1}{l_a} (1-\lambda_a \lambda_a) u^2 + \frac{1}{l_a} (1-\mu_a \mu_a) v^2 + \frac{1}{l_a} (1-\nu_a \nu_a) w^2 \\ - 2 \frac{1}{l_a} \lambda_a \mu_a uv - 2 \frac{1}{l_a} \mu_a \nu_a vw - 2 \frac{1}{l_a} \nu_a \lambda_a wu \\ = \frac{1}{l_a} \{u \ v \ w\} \begin{bmatrix} 1-\lambda_a \lambda_a & \lambda_a \mu_a & \lambda_a \nu_a \\ \mu_a \lambda_a & 1-\mu_a \mu_a & \mu_a \nu_a \\ \nu_a \lambda_a & \nu_a \mu_a & 1-\nu_a \nu_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (A2.24) \\ = \frac{1}{l_a} \{u \ v \ w\} [I - \lambda_a \lambda_a^T] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \frac{1}{l_a} u^T [I - \lambda_a \lambda_a^T] u \\ = \frac{1}{l_a} (u_i - u_i)^T [I - \lambda_a \lambda_a^T] (u_j - u_i)$$

$$\text{ここで, } N_a = \frac{1}{l_a} (I - \lambda_a \lambda_a^T) \quad (A2.25)$$

とおくと, 式(A2.1)は次のように展開できる。

$$u_a = u_a(u=0) u^0 + \frac{\partial u_a}{\partial u} (u=0) u + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_a}{\partial u^2} (u=0) u^2 + \dots \quad (A2.26) \\ = \lambda_a^T (u_i - u_i) \frac{1}{2} (u_j - u_i)^T N_a (u_j - u_i)$$

付録 3 : 式(2.2.71) $k_a(U_a)(U_a^* - U_a) \geq n_a(U_a^* - U_a)$ の証明

(1) $U_a^* \geq 0, U_a \geq 0$ の場合

式(2.2.69)と式(2.2.70)より,

$$U_a^* = U_a^*, U_a = U_a, U_a^* = 0, U_a = 0 \quad (A3.1)$$

が成立する。これらを式(2.2.64)に代入すると,

$$n_a = k(U_a) = k(U_a^*) \quad (A3.2)$$

となる。両辺に $(U_a^* - U_a) \equiv (U_a^* - U_a)$ を掛けると,

$$k(U_a^*)(U_a^* - U_a) = n_a(U_a^* - U_a) \quad (A3.3)$$

となり, 式(2.2.71)の等号が成立する。

(2) $U_a^* < 0, U_a \geq 0$ の場合

式(2.2.69)と式(2.2.70)より,

$$U_a^* = 0, U_a = U_a, U_a^* = -U_a^*, U_a = 0 \quad (A3.4)$$

となる。式(2.2.64)より,

$$n_a = k(U_a) = k(U_a^*) \quad (A3.5)$$

が成立する。このとき,

$$n_a(U_a^* - U_a) = k(U_a^*)(U_a^* - U_a) \\ = k(U_a^*)(U_a^* - U_a) - k(U_a^*)(U_a^* - U_a) \\ = k(U_a^*)(-U_a^* - U_a^* - 0 + U_a^*) = -k(U_a^*)(U_a^*) \leq 0 \quad (A3.6)$$

となる。従って,

$$k_a(U_a^*)(U_a^* - U_a) \geq n_a(U_a^* - U_a) \quad (A3.7)$$

であり, 式(2.2.71)に一致している。

(3) $U_a < 0$ の場合

式(2.2.69)と式(2.2.70)より,

$$U_a = 0 \quad (A3.8)$$

となり, $k(U_a) = 0$ および $n_a = 0$ が成立する。従って,

$$k(U_a^*)(U_a^* - U_a) = n_a(U_a^* - U_a) \quad (A3.9)$$

となり, 式(2.2.71)の等号が成立する。

付録4 : マトリックスの分割法

マトリックス演算を容易にするために、元のマトリックスから一部の行と列に対応する成分のみを抜き出して得られる部分マトリックスに分割すると便利な場合がある。

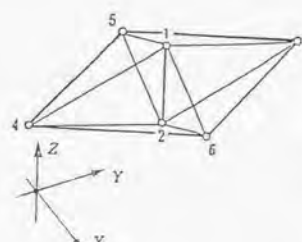
マトリックスの分割法を単位構造の基礎方程式に適用する場合を考える。

式(2.2.81)の一次項のみ採用した構成方程式は次式のようになる。

$$(K_E + K_G)d = Kd = f \quad (A4. 1)$$

ここに K_E は弾性剛性マトリックス、 K_G は幾何剛性マトリックスを表す。

変位ベクトル $\{d\}$ を節点1,2 の変位と3,4,5,6 の変位に分ける。



$$\{d\} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{Bmatrix} \quad (A4. 2)$$

破線は分割線であり、分割された変位に対応する剛性マトリックスは、

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (A4. 3)$$

上式を展開すると、

$$\begin{cases} K_{11}d_1 + K_{12}d_2 = f_1 \\ K_{21}d_1 + K_{22}d_2 = f_2 \end{cases} \quad (A4. 4)$$

となり、変位ベクトル d_1 を消去すると、

$$d_1 = K_{11}^{-1}(f_1 - K_{12}d_2) \quad (A4. 5)$$

$$K_{21}(K_{11}^{-1}(f_1 - K_{12}d_2)) + K_{22}d_2 = f_2$$

$$(K_{22} - K_{21}K_{11}^{-1}K_{12})d_2 = -K_{21}K_{11}^{-1}f_1 + f_2$$

となる。従って、 $Kd = f$ は、変位ベクトル $\{d_2\}$ による構成方程式となり、計算機の記憶場所の節約に役立つ。また同じ部分マトリックスが繰り返し現れるならば、演算においても節約できる。

付録5 : 式(5.2.46)の剛性マトリックス $[k] = [k_1] + [k_2] + [k_3] + [k_4] + [k_5]$ の要素

(1) 接合部のねじれ1次モードの $[k]$ の要素は以下の通りである。

式(5.2.17)、式(5.2.33)と式(5.2.34)より C_0, C_1, C_2 は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_0 &= \bar{W} \left(\mu + \lambda^2 \bar{W} - \frac{3}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right) \\ C_1 &= -(1-2\xi) \lambda \Theta \\ C_2 &= -\lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \frac{1}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ &\quad + 12\lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \lambda^2 - \frac{5}{4} \mu^2 \right) \bar{W}^2 \right\} (\xi - \xi^2) \end{aligned} \quad (A5. 1)$$

C_0, C_1, C_2 を次のようにおく。

$$\begin{aligned} C_0 &= a_0 \\ C_1 &= a_1 + a_2 f_4(\xi) \\ C_2 &= a_3 + a_4 f_1(\xi) \end{aligned} \quad (A5. 2)$$

ここに、

$$\begin{aligned} a_0 &= \bar{W} \left(\mu + \lambda^2 \bar{W} - \frac{3}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right) \\ a_1 &= 0, \quad a_2 = -\lambda \Theta \\ a_3 &= -\lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \frac{1}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right\} \\ a_4 &= 12\lambda \bar{W} \left\{ 1 - \mu \bar{W} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \lambda^2 - \frac{5}{4} \mu^2 \right) \bar{W}^2 \right\} \\ f_1(\xi) &= \xi - \xi^2, \quad f_4(\xi) = 1 - 2\xi \end{aligned} \quad (A5. 3)$$

C_0, C_1, C_2 を式(5.2.44)に代入して式の展開を行い、式(5.2.46)より $[k]$ の各要素は次のようになる。

$$\begin{aligned} k(1, 1) &= k(7, 7) = \frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \\ k(1, 7) &= k(7, 1) = -\frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \\ k(1, 2) &= k(1, 8) = k(7, 2) = k(7, 8) = 0 \\ k(1, 6) &= k(7, 12) = -\frac{EA}{12} (1 + a_0) a_2 \\ k(1, 12) &= k(7, 6) = \frac{EA}{12} (1 + a_0) a_2 \end{aligned} \quad (A5. 4)$$

$$k(1, 3) = k(7, 9) = \frac{EA}{l} (1 + \alpha_0) \left(\frac{a_3}{2} + \frac{a_4}{10} \right)$$

$$k(1, 9) = k(7, 3) = -\frac{EA}{l} (1 + \alpha_0) \left(\frac{a_3}{2} + \frac{a_4}{10} \right)$$

$$k(1, 5) = k(1, 11) = -EA (1 + \alpha_0) \frac{a_4}{120}$$

$$k(7, 5) = k(7, 11) = EA (1 + \alpha_0) \frac{a_4}{120}$$

$$k(2, 1) = k(2, 7) = k(8, 1) = k(8, 7) = 0$$

$$k(6, 1) = k(12, 7) = -\frac{EA}{6} \left(1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) a_2$$

$$k(6, 7) = k(12, 1) = \frac{EA}{6} \left(1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) a_2$$

$$k(3, 1) = k(9, 7) = \frac{EA}{l} \left(1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \left(a_3 + \frac{a_4}{5} \right)$$

$$k(3, 7) = k(9, 1) = -\frac{EA}{l} \left(1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \left(a_3 + \frac{a_4}{5} \right)$$

$$k(5, 1) = k(11, 1) = -EA \left(1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \frac{a_4}{60}$$

$$k(5, 7) = k(11, 7) = EA \left(1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \frac{a_4}{60}$$

$$k(3, 2) = k(3, 8) = k(5, 12) = k(2, 3) = k(8, 3) = k(12, 5) = 0$$

$$k(3, 6) = k(5, 8) = k(6, 3) = k(8, 5) = -EA a_2 \left(\frac{a_3}{20} + \frac{a_4}{140} \right)$$

$$k(3, 12) = k(5, 2) = k(12, 3) = k(2, 5) = EA a_2 \left(\frac{a_3}{20} + \frac{a_4}{140} \right)$$

$$k(5, 6) = k(6, 5) = -EA l a_2 \left(\frac{a_3}{30} + \frac{a_4}{840} \right)$$

$$k(9, 2) = k(9, 8) = k(11, 6) = k(2, 9) = k(8, 9) = k(6, 11) = 0$$

$$k(9, 6) = k(11, 8) = k(6, 9) = k(8, 11) = EA a_2 \left(\frac{a_3}{20} + \frac{a_4}{140} \right)$$

$$k(9, 12) = k(11, 2) = k(12, 9) = k(2, 11) = -EA a_2 \left(\frac{a_3}{20} + \frac{a_4}{140} \right)$$

$$k(11, 12) = k(12, 11) = EA l a_2 \left(\frac{a_3}{30} + \frac{a_4}{840} \right)$$

$$k(3, 3) = k(9, 9) = \frac{EA}{l} \left(\frac{3a_3^2}{5} + \frac{9a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{35} \right)$$

$$k(3, 9) = k(9, 3) = -\frac{EA}{l} \left(\frac{3a_3^2}{5} + \frac{9a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{35} \right)$$

$$k(3, 5) = k(3, 11) = k(5, 3) = k(11, 3) = -EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right)$$

$$k(5, 9) = k(9, 5) = k(9, 11) = k(11, 9) = EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right)$$

$$k(5, 5) = k(11, 11) = EA l \left(\frac{a_3^2}{15} + \frac{a_3a_4}{70} + \frac{a_4^2}{840} \right)$$

$$k(5, 11) = k(11, 5) = -EA l \left(\frac{a_3^2}{60} + \frac{a_3a_4}{420} \right)$$

$$k(2, 2) = k(8, 8) = \frac{12EI_z}{l^2}$$

$$k(2, 8) = k(8, 2) = -\frac{12EI_z}{l^3}$$

$$k(2, 6) = k(2, 12) = k(6, 2) = k(12, 2) = \frac{6EI_z}{l^2}$$

$$k(6, 8) = k(8, 6) = k(8, 12) = k(12, 8) = -\frac{6EI_z}{l^2}$$

$$k(6, 6) = k(12, 12) = \frac{4EI_z}{l}$$

$$k(6, 12) = k(12, 6) = \frac{2EI_z}{l}$$

$$k(3, 3) = k(9, 9) = \frac{12EI_y}{l^3}$$

$$k(3, 9) = k(9, 3) = -\frac{12EI_y}{l^3}$$

$$k(5, 9) = k(9, 5) = k(9, 11) = k(11, 9) = \frac{6EI_y}{l^2}$$

$$k(3, 5) = k(5, 3) = k(3, 11) = k(11, 3) = -\frac{6EI_y}{l^2}$$

$$k(5, 5) = k(11, 11) = \frac{4EI_y}{l}$$

$$k(5, 11) = k(11, 5) = \frac{2EI_y}{l}$$

その他の要素は全て $k(i, j) = 0$ である。

(2) 接合部のねじれ 2 次モードの $[k]$ は以下の通りである。

式(5.2.20), 式(5.2.33)と式(5.2.34)より C_0, C_1, C_2 を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} C_0 &= \bar{W} \left(\mu + \lambda^2 \bar{W} - \frac{3}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right) \\ C_1 &= \left(1 + \frac{2l_1}{l} \right) \lambda \Theta - 6 \left(1 + \frac{4l_1}{l} \right) \lambda \Theta \left(\xi - \xi^2 \right) \\ C_2 &= -\lambda \bar{W} \left(1 - \mu \bar{W} - \frac{1}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right) \\ &\quad + 12\lambda \bar{W} \left(1 - \mu \bar{W} - \left(\frac{1}{4} - \frac{\lambda^2}{6} - \frac{5\mu^2}{4} \right) \bar{W}^2 \right) (\xi - \xi^2) \end{aligned} \quad (A5.5)$$

ここで C_0, C_1, C_2 を次のようにおく。

$$\begin{aligned} C_0 &= a_0 \\ C_1 &= a_1 + a_2 f_1(\xi) \\ C_2 &= a_3 + a_4 f_1(\xi) \end{aligned} \quad (A5.6)$$

ここに, $a_0 = \bar{W} \left(\mu + \lambda^2 \bar{W} - \frac{3}{2} \mu \lambda^2 \bar{W}^2 \right)$

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(1 + \frac{2l_1}{l} \right) \lambda \Theta \\ a_2 &= -6 \left(1 + \frac{4l_1}{l} \right) \lambda \Theta \\ a_3 &= -\lambda \bar{W} \left(1 - \mu \bar{W} - \frac{1}{3} (\lambda^2 - 3\mu^2) \bar{W}^2 \right) \\ a_4 &= 12\lambda \bar{W} \left(1 - \mu \bar{W} - \left(\frac{1}{4} - \frac{\lambda^2}{6} - \frac{5\mu^2}{4} \right) \bar{W}^2 \right) \\ f_1(\xi) &= \xi - \xi^2 \end{aligned} \quad (A5.7)$$

この C_0, C_1, C_2 を使って, 式(5.2.44)の展開を行い, 式(5.2.46)より $[k]$ の各要素はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} k(1, 1) &= \frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(1 + \frac{a_0}{2} \right), \quad k(2, 1) = \frac{EA}{l} \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \left(a_1 + \frac{a_2}{5} \right) \\ k(3, 1) &= \frac{EA}{l} \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \left(a_3 + \frac{a_4}{5} \right), \quad k(4, 1) = 0 \\ k(5, 1) &= -EA \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \frac{a_2}{60}, \quad k(6, 1) = EA \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \frac{a_4}{60} \\ k(7, 1) &= -\frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(1 + \frac{a_0}{2} \right), \quad k(8, 1) = -\frac{EA}{l} \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \left(a_1 + \frac{a_2}{5} \right) \\ k(9, 1) &= -\frac{EA}{l} \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \left(a_3 + \frac{a_4}{5} \right), \quad k(10, 1) = 0 \\ k(11, 1) &= -EA \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \frac{a_2}{60}, \quad k(12, 1) = EA \left(1 + \frac{a_0}{2} \right) \frac{a_4}{60} \end{aligned} \quad (A5.8)$$

$$\begin{aligned} k(1, 2) &= \frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{10} \right) \\ k(2, 2) &= \frac{EA}{l} \left(\frac{3a_1^2}{5} + \frac{9a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{35} \right) + \frac{12EI_z}{l^3} \\ k(3, 2) &= \frac{EA}{l} \left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4 + a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35} \right) \\ k(4, 2) &= 0, \quad k(5, 2) = -EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4 + a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\ k(6, 2) &= EA \left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280} \right) + \frac{6EI_z}{l^2} \\ k(7, 2) &= -\frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{10} \right) \\ k(8, 2) &= -\frac{EA}{l} \left(\frac{3a_1^2}{5} + \frac{9a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{35} \right) - \frac{12EI_z}{l^3} \\ k(9, 2) &= -\frac{EA}{l} \left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4 + a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35} \right) \\ k(10, 2) &= 0, \quad k(11, 2) = -EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4 + a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\ k(12, 2) &= EA \left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280} \right) + \frac{6EI_z}{l^2} \\ k(1, 3) &= \frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(\frac{a_3}{2} + \frac{a_4}{10} \right) \\ k(2, 3) &= \frac{EA}{l} \left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4 + a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35} \right) \\ k(3, 3) &= \frac{EA}{l} \left(\frac{3a_3^2}{5} + \frac{9a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{35} \right) + \frac{6EI_y}{l^3} \\ k(4, 3) &= 0, \quad k(5, 3) = -EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right) - \frac{6EI_y}{l^2} \\ k(6, 3) &= EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4 + a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\ k(7, 3) &= -\frac{EA}{l} (1 + a_0) \left(\frac{a_3}{2} + \frac{a_4}{10} \right) \\ k(8, 3) &= -\frac{EA}{l} \left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4 + a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35} \right) \\ k(9, 3) &= -\frac{EA}{l} \left(\frac{3a_3^2}{5} + \frac{9a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{35} \right) - \frac{12EI_y}{l^3} \\ k(10, 3) &= 0, \quad k(11, 3) = -EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right) - \frac{6EI_y}{l^2} \\ k(12, 3) &= EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4 + a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \end{aligned}$$

$$k(1, 4) = k(2, 4) = k(3, 4) = k(4, 4) = 0$$

$$k(5, 4) = k(6, 4) = k(7, 4) = k(8, 4) = 0$$

$$k(9, 4) = k(10, 4) = k(11, 4) = k(12, 4) = 0$$

$$k(1, 5) = -EA(1+a_0)\frac{a_4}{120}$$

$$k(2, 5) = -EA\left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280}\right)$$

$$k(3, 5) = -EA\left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280}\right) - \frac{6EI_y}{l^2}$$

$$k(4, 5) = 0, \quad k(5, 5) = EAl\left(\frac{a_3^2}{15} + \frac{a_3a_4}{70} + \frac{a_4^2}{840}\right) + \frac{4EI_y}{l}$$

$$k(6, 5) = -EAl\left(\frac{a_1a_3}{15} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{140} + \frac{a_2a_4}{840}\right)$$

$$k(7, 5) = EA(1+a_0)\frac{a_4}{120}$$

$$k(8, 5) = EA\left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280}\right)$$

$$k(9, 5) = EA\left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280}\right) + \frac{6EI_y}{l^2}$$

$$k(10, 5) = 0, \quad k(11, 5) = -EAl\left(\frac{a_3^2}{60} + \frac{a_3a_4}{420}\right) + \frac{2EI_y}{l}$$

$$k(12, 5) = EAl\left(\frac{a_1a_3}{60} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{840}\right)$$

$$k(1, 6) = EA(1+a_0)\frac{a_2}{120}$$

$$k(2, 6) = EA\left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280}\right) + \frac{6EI_z}{l^2}$$

$$k(3, 6) = EA\left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280}\right)$$

$$k(4, 6) = 0, \quad k(5, 6) = -EAl\left(\frac{a_1a_3}{15} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{140} + \frac{a_2a_4}{840}\right)$$

$$k(6, 6) = EAl\left(\frac{a_1^2}{15} + \frac{a_1a_2}{70} + \frac{a_2^2}{840}\right) + \frac{4EI_z}{l}$$

$$k(7, 6) = -EA(1+a_0)\frac{a_2}{120}$$

$$k(8, 6) = -EA\left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280}\right) - \frac{6EI_z}{l^2}$$

$$k(9, 6) = -EA\left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280}\right)$$

$$k(10, 6) = 0, \quad k(11, 6) = EAl\left(\frac{a_1a_3}{60} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{840}\right)$$

$$k(12, 6) = -EAl\left(\frac{a_1^2}{60} + \frac{a_1a_2}{420}\right) + \frac{2EI_z}{l}$$

$$k(1, 7) = -\frac{EA}{l}(1+a_0)\left(1+\frac{a_0}{2}\right), \quad k(2, 7) = -\frac{EA}{l}\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\left(a_1+\frac{a_2}{5}\right)$$

$$k(3, 7) = -\frac{EA}{l}\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\left(a_3+\frac{a_4}{5}\right), \quad k(4, 7) = 0$$

$$k(5, 7) = EA\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\frac{a_4}{60}, \quad k(6, 7) = -EA\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\frac{a_2}{60}$$

$$k(7, 7) = \frac{EA}{l}(1+a_0)\left(1+\frac{a_0}{2}\right), \quad k(8, 7) = \frac{EA}{l}\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\left(a_1+\frac{a_2}{5}\right)$$

$$k(9, 7) = \frac{EA}{l}\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\left(a_3+\frac{a_4}{5}\right), \quad k(10, 7) = 0$$

$$k(11, 7) = EA\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\frac{a_4}{60}, \quad k(12, 7) = -EA\left(1+\frac{a_0}{2}\right)\frac{a_2}{60}$$

$$k(1, 8) = -\frac{EA}{l}(1+a_0)\left(\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{10}\right)$$

$$k(2, 8) = -\frac{EA}{l}\left(\frac{3a_1^2}{5} + \frac{9a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{35}\right) - \frac{12EI_z}{l^3}$$

$$k(3, 8) = -\frac{EA}{l}\left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4+a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35}\right)$$

$$k(4, 8) = 0, \quad k(5, 8) = EA\left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280}\right)$$

$$k(6, 8) = -EA\left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280}\right) - \frac{6EI_z}{l^2}$$

$$k(7, 8) = \frac{EA}{l}(1+a_0)\left(\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{10}\right)$$

$$k(8, 8) = \frac{EA}{l}\left(\frac{3a_1^2}{5} + \frac{9a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{35}\right) + \frac{12EI_z}{l^3}$$

$$k(9, 8) = \frac{EA}{l}\left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4+a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35}\right)$$

$$k(10, 8) = 0, \quad k(11, 8) = EA\left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280}\right)$$

$$k(12, 8) = -EA\left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280}\right) - \frac{6EI_z}{l^2}$$

$$k(1, 9) = -\frac{EA}{l}(1+a_0)\left(\frac{a_3}{2} + \frac{a_4}{10}\right)$$

$$k(2, 9) = -\frac{EA}{l}\left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4+a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35}\right)$$

$$\begin{aligned}
k(3, 9) &= -\frac{EA}{l} \left(\frac{3a_3^2}{5} + \frac{9a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{35} \right) - \frac{12EI_y}{l^3} \\
k(4, 9) &= 0, \quad k(5, 9) = EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right) + \frac{6EI_y}{l^2} \\
k(6, 9) &= -EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\
k(7, 9) &= \frac{EA}{l} (1+a_0) \left(\frac{a_3}{2} + \frac{a_4}{10} \right) \\
k(8, 9) &= \frac{EA}{l} \left(\frac{3a_1a_3}{5} + \frac{9(a_1a_4+a_2a_3)}{70} + \frac{a_2a_4}{35} \right) \\
k(9, 9) &= \frac{EA}{l} \left(\frac{3a_3^2}{5} + \frac{9a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{35} \right) + \frac{12EI_y}{l^3} \\
k(10, 9) &= 0, \quad k(11, 9) = EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right) + \frac{6EI_y}{l^2} \\
k(12, 9) &= -EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\
k(1, 10) &= k(2, 10) = k(3, 10) = k(4, 10) = 0 \\
k(5, 10) &= k(6, 10) = k(7, 10) = k(8, 10) = 0 \\
k(9, 10) &= k(10, 10) = k(11, 10) = k(12, 10) = 0 \\
k(1, 11) &= -EA(1+a_0) \frac{a_4}{120} \\
k(2, 11) &= -EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\
k(3, 11) &= -EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right) - \frac{6EI_y}{l^2} \\
k(4, 11) &= 0, \quad k(5, 11) = -EAl \left(\frac{a_3^2}{60} + \frac{a_3a_4}{420} \right) + \frac{2EI_y}{l} \\
k(6, 11) &= EAl \left(\frac{a_1a_3}{60} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{840} \right) \\
k(7, 11) &= EA(1+a_0) \frac{a_4}{120} \\
k(8, 11) &= EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\
k(9, 11) &= EA \left(\frac{a_3^2}{20} + \frac{a_3a_4}{35} + \frac{a_4^2}{280} \right) + \frac{6EI_y}{l^2} \\
k(10, 11) &= 0, \quad k(11, 11) = EAl \left(\frac{a_3^2}{15} + \frac{a_3a_4}{70} + \frac{a_4^2}{840} \right) + \frac{4EI_y}{l} \\
k(12, 11) &= -EAl \left(\frac{a_1a_3}{15} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{140} + \frac{a_2a_4}{840} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(1, 12) &= EA(1+a_0) \frac{a_2}{120} \\
k(2, 12) &= EA \left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280} \right) + \frac{6EI_z}{l^2} \\
k(3, 12) &= EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\
k(4, 12) &= 0, \quad k(5, 12) = EAl \left(\frac{a_1a_3}{60} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{840} \right) \\
k(6, 12) &= -EAl \left(\frac{a_1^2}{60} + \frac{a_1a_2}{420} \right) + \frac{2EI_z}{l} \\
k(7, 12) &= -EA(1+a_0) \frac{a_2}{120} \\
k(8, 12) &= -EA \left(\frac{a_1^2}{20} + \frac{a_1a_2}{35} + \frac{a_2^2}{280} \right) - \frac{6EI_z}{l^2} \\
k(9, 12) &= -EA \left(\frac{a_1a_3}{20} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{70} + \frac{a_2a_4}{280} \right) \\
k(10, 12) &= 0, \quad k(11, 12) = -EAl \left(\frac{a_1a_3}{15} + \frac{a_1a_4+a_2a_3}{140} + \frac{a_2a_4}{840} \right) \\
k(12, 12) &= EAl \left(\frac{a_1^2}{15} + \frac{a_1a_2}{70} + \frac{a_2^2}{840} \right) + \frac{4EI_z}{l}
\end{aligned}$$

本論文は、筆者が過去5年間にわたり行ってきた研究をまとめたものである。この間、東京大学生産技術研究所 半谷裕彦教授には、研究の当初から終始一貫して懇切丁寧な御指導と御鞭撻を賜りました。5年前に受託研究員として、半谷研究室にお世話になり、研究室の一員として先生の御指導をいただく機会を得たことは、筆者にとって誠に幸せでした。遠く離れた大阪に住んでいる筆者が、民間企業の中で業務を行いながら研究を完遂させることができましたのは、ひとえに半谷先生の御指導と御助力によるものと、厚く感謝致しております。また研究の合間に山登りのお供をさせていただき、山登りの楽しさもお教えました。お礼申し上げます。

また研究員としてお世話になった当初、東京大学大学院博士課程に在籍され、現在は同大学講師の川口健一博士には、研究の一步から実験棟の建設まで、多大な御指導と御援助を頂きました。ここに深く感謝致します。

筆者の大学院時の指導教官であった大阪市立大学 日置興一郎名誉教授には、卒業後もことある毎に貴重な御意見や御助言をいただくと共に、本研究について暖かい激励を賜りました。深く感謝致します。

また大学院時に修士論文の御指導をいただいた大阪市立大学 坂寿二教授にも、終始暖かい激励を頂き勇気づけられましたこと感謝致します。

東畑建築事務所構造課長の近藤一雄様には、国際花と緑の博覧会の政府苑の設計から施工に至るまで、一緒に仕事をさせていただいたうえ振動および載荷実験に参加させていただき、本論文の一部にさせていただきました。厚く御礼申し上げます。

論文審査の過程で、東京大学 高梨晃一教授、秋山 宏教授、大井謙一助教授、桑村 仁助教授から示唆に富む貴重な御指摘を賜りました。厚く御礼申し上げます。

また東京大学生産技術研究所の藤井明助教授と及川清昭先生には、実験棟の建設にあたり、たいへんお世話になりました。御礼申し上げます。

半谷研究室において同室させていただき、たびたびアドバイスを頂いた前半谷研究室助手で現在太陽工業株式会社の田波徹行博士をはじめ、半谷研究室の皆様には、折りにふれご支援頂きましたこと誠に有り難うございました。特に、大矢俊治技官には、実験を円滑に進めていただき、小川純子技官には、大阪を早朝にでて昼前に研究室に伺ったとき暖かく迎えていただき、大変お世話になりました。御礼申し上げます。

前上司の磯野義人常務取締役と空間技術研究所の中原義雄所長には、筆者が太陽工業株式会社の所員として業務に携わりながら研究する機会を与えて下さったうえ、常に励ましていただき深く感謝いたします。また、実験棟の建設にあたりご協力をいただいた柚場進取締役をはじめ、舟橋俊章部長、山田三男氏、木下日出男氏、珠玖義樹氏、寺井洋課長、小島豊部長、山中唯至氏、岡本英一氏および菅野浩之氏の各位に感謝いたします。さらに、筆者と同じ研究所員の山本千秋氏と串文孝博士には、しばしば相談にのって頂き貴重なご指摘や御援助を頂きました。両氏に厚く御礼申し上げます。

最後に、本論文をまとめるにあたって、後方より終始暖かく見守り応援してくれた両親に対して深く感謝します。また本論文を作成するあいだ、家庭を省みる事が少なかったため、休日に遊んでやれなかったさやかと学に詫びるとともに、研究に没頭させてくれた妻に心より礼を述べます。

1994年 3月

