M. クラインのアメリカ新数学運動批判

―リベラル・アーツとしての数学の概念に着目して―

教職開発コース　　相　田　紘　孝

M. Kline's Criticism in the New Math Movement in the U.S.A.:
Focusing on His Conception of Liberal Arts Mathematics

Hirotaka AIDA

Morris Kline is a mathematician, a historian of mathematics, and known as one of the most famous critics in the new math movement in the U.S.A. This paper aims to consider his criticism focusing on his philosophy of mathematics. He believed that mathematics has liberal arts properties because it has acquired relationships to various cultural domains through its contribution toward investigation of the physical world. Kline's criticism was not only against overemphasis of logical rigorousness, but also against isolation of mathematics and deprivation of its liberal arts properties.

目　次

1　主題と方法

A　本論の主題

本論は，アメリカ新数学運動（new math movement）に対する最も著名な批判者である数学者M. クライン（Morris Kline）の新数学運動批判を検討し，彼の数学教育論の根底に，リベラル・アーツ[1)]としての数学という数学観があったことを明らかにするものである。

1950年代から1970年代にかけての先進諸国では，急進的な数学教育改革がほぼ同時進行で行われた。日本もその例外ではない。1968年から1970年にかけて順次告示された小・中・高等学校学習指導要領に象徴されるこの改革は，数学教育現代化と呼ばれている[2)]。

数学教育現代化のモデルの一つが，同時期のアメリカにおいて行われていた，新数学運動と呼ばれる改革である。新数学運動は，1951年のイリノイ大学学校数学委員会（University of Illinois Committee on School Mathematics，以下UICSM）の結成を嚆矢として始まり，1957年10月のスプートニク・ショックを契機として急激な興隆を見せ，同時に激しい論争を引き起こした。日本には，UICSMや，最大規模のカリキュラム開発プロジェクトである学校数学研究グループ（School Mathematics Study Group，以下SMSG）などといった事例とともに，新数学運動を巡る論争も紹介されていた。

そして，新数学運動を巡る論争の中心にいたのが，クラインである。クラインは，1908年に生まれ，ニューヨーク大学において数学者としての専門的訓練を受けた後，晩年までのほとんどの期間をニューヨーク大学に勤務して過ごし，1992年に死去した。専門は応用数学，特に電磁気学であり，ニューヨーク大学クーラント数理科学研究所の部門長を長く務めた。彼はまた数学史家でもあり，数学史の著作を多数発表している。

クラインは新数学運動の批判者として最も著名な存在であった。彼は，新数学運動を，抽象代数学や公理的構造などといった現代数学の導入を目指す改革として定義した。そして，現代数学の導入によって教育内容やカリキュラムの論理的厳密性が過剰に重視されていると批判し，数学の直観的理解の重要性を説いた。クラインが提示した，直観と論理の対立という論争枠組みは，新数学運動を巡る議論において現在に至るまで継承されている。

しかし，重要なのは，クラインの新数学運動批判の

根底をなしている彼の数学観である。クラインは，数学を，リベラル・アーツとしてふさわしい性格を備えた知識であると認識していた。具体的には，数学を，人類が物理的世界を探究するために発展させてきた知識であり，その探究によって様々な文化領域との関係を獲得した知識であると捉えていた。一方で，彼は，現代数学を，自己充足した体系を目指すものであり，数学を知識全体からの孤立へと導くものとして認識していた。クラインの新数学運動批判は，数学のリベラル・アーツとしての性格が現代数学の導入によって剥奪されてしまうことに対する危機感に基づくものであった。彼の新数学運動批判は，直観と論理の対立という論争枠組みに回収されるべきではなく，リベラル・アーツとしての数学を擁護する試みとして理解されるべきである。

B 先行研究の検討

先行研究におけるクラインへの言及は，新数学運動の著名な批判者として彼を紹介したものがほとんどであり，彼の主張を分析したものは少ない。近年の言及としては，全米数学教師協議会（National Council of Teachers of Mathematics，以下NCTM）の主導で2003年に編纂された『学校数学の歴史』に掲載されているJ. T. フェイ（James T. Fey）とA. O. グレーバー（Anna O. Graeber）の論考[3)]を挙げることができるが，これも，新数学運動における著名な批判者を例示するためにクラインに言及したものである。

日本における先行研究も，ほぼ同じ状況である。例えば，新数学運動が終結しつつあった1973年に出版された『なぜジョニーはたし算ができないのか？：新数学の失敗』[4)]は，1976年に『数学教育現代化の失敗：ジョニーはなぜたし算ができないか』という邦題で翻訳されたが，監訳者の柴田録治による「訳者あとがき」は，クラインの主張を過激な改革に対する慎重論として紹介する以上のことを行っていない。また，「訳者あとがき」全体の内容としても，アメリカ新数学運動よりも日本の数学教育現代化について論じた部分の方が多い。

クラインの主張の分析がほとんど行われていない原因として，クラインの主張の多くが茫洋とした一般論であり，論拠にも乏しいものであったことを挙げることができる。この点は，新数学運動を巡る論争において，クラインの論争相手の多くが指摘していることである。クラインの新数学運動批判は，彼個人の信念を開陳したものとして受けとめられている。

一方，クラインの主張に対する踏み込んだ検討として，鈴木秀一と大田邦郎が『現代教育科学』1982年９月号に発表した論考[5)]を挙げることができる。論考中で，鈴木・大田は，クラインの新数学運動批判に首肯しつつも，クラインの提案する教授理論については疑問を呈している。例えば，数学史の順序に基づいて教育内容を編成するべきというクラインの主張に対しては，歴史的順序は認識の順序と必ずしも一致しないと批判している。また，物理的解釈を与えることによって関数の理解が容易になるというクラインの主張に対しては，二次関数の具体例として落下運動を紹介してもなぜ落下運動が二次関数で表されるのかを説明しなければ十分な理解には至らないと論じている。

鈴木・大田の論考は，クラインの主張の教授理論としての有効性を検討しており，踏み込んだ批判と言える。しかし，本論は，鈴木・大田によるクライン批判を踏まえつつも，クラインの主張を，教授理論としての有効性ではなくその数学観に着目して検討する。なぜならば，クラインの主張は数学のリベラル・アーツとしての性格を擁護するためのものであり，有効な教授理論を提示することはその手段でしかなかったからである。

また，本論のこの立場は，クラインへの言及の多くが著名な批判者としての紹介でしかないという先行研究の状況に対応するものでもある。クラインの主張が茫洋とした一般論であり，論拠に乏しく，彼個人の信念を超えるものではなかったとしても，それが数学のリベラル・アーツとしての性格を擁護する試みであったことは理解されるべきである。

C 課題と方法

以上の問題意識に基づき，課題を３点設定する。１点目は，リベラル・アーツとしての数学というクラインの数学観の特徴を，彼の初期の数学史の著作に基づいて示すことである。２点目は，クラインの高等教育段階における数学教育論を検討することである。高等教育段階における数学教育を対象にしたクラインの提言には，初等・中等教育段階を対象にした新数学運動批判よりも彼の数学観が率直に示されている。そして３点目は，クラインの新数学運動批判を検討し，リベラル・アーツとしての数学という彼の数学観が，新数学運動を巡る論争においては周辺的な論点として認識されてしまっていたことを示すことである。以上の３点の課題を，クラインの著作および論考を網羅的に収集し検討することによって明らかにする。

2　クラインの数学観

クラインの初めての著作は，ニューヨーク大学の数学教育担当者が1937年に共同で執筆した高等教育段階の教科書『数学入門：数学的発想およびそれらと他の知識領域との関係を強調した概論』[6]である。『数学入門』の中でのクラインの担当箇所は明示されておらず，いずれの記述が彼の数学観を示すものなのかを判別することは困難である。しかしながら，副題の『数学的発想およびそれらと他の知識領域との関係を強調した概論』が示す通り，本書は，演繹的推論や帰納的推論などといった数学的発想や，代数，幾何，関数などといった数学的内容を，落体運動，建築，絵画，測量などと関係付けて提示している興味深い著作である。『数学入門』の執筆に関与した経験がクラインの数学観の形成に影響を与えたことは間違いないだろう。

クラインの初の単著は，1953年の『西洋文明における数学』[7]である。『アメリカ数学協会月報』1954年5月号にクラインが執筆した論考「西洋文明を統合する役割としての新入生の数学」[8]によれば，『西洋文明における数学』は，クラインが1951年から1953年にかけてニューヨーク大学においてリベラル・アーツ課程の学生を対象に試みた数学の授業の内容に基づいて執筆されたものである。なお，リベラル・アーツ課程の数学教育とは，専門課程などといったそれ以後の課程において数学を学び続ける学生や，他の分野に数学を応用する機会のある課程に所属する学生を除外した，リベラル・アーツ課程のみで数学の学習を終える学生を想定した数学教育を意味していると，クラインは説明している。

『西洋文明における数学』において，クラインは，数学が様々な文化領域と関係を持っている知識であるという数学観を提示している。『西洋文明における数学』は全28章で構成されている。その「序文」において，クラインは，本書の目的は「数学が西洋文明の主要な文化的原動力であり続けてきたという論旨を提示することにある」と述べている。彼は，数学が「工業設計を記述するという極めて実用的な目的に寄与していること」はほぼすべての人々が知っているけれども，数学が「科学的推論の要点を産出しており」，「物理科学の主要理論の核心となっていること」を知っている人となるとその数は減ってしまうと語る。さらに，数学が「数多くの哲学的思想の方向と内容を決定してきたこと」，「宗教の教義を破壊し再建してきたこと」，「経済や政治の理論の材料を提供してきたこと」，「主要な絵画，音楽，建築，文学の様式を作ってきたこと」，「論理学の生みの親となってきたこと」，そして「人類やその生きている世界についての根本的な問いに対して私たちが知りうる最高の答えを提供してきた」ことはなおさら知られていない，と嘆いている。

『西洋文明における数学』の内容は，古代バビロニアや古代エジプトにおける数表記から現代の相対性理論まで，おおまかな歴史的順序に従って配列されている。古代から始まるのは，現代文化が古い文明の集積および総合であることを示すためであり，歴史的順序を採用しているのは，主題を論理的に提示する上で最も使いやすく，加えて，数学の発想が登場し，探究され，そして他の活動に影響を与える過程を検討する上で自然な方法だからであると，「序文」において説明されている。

興味深いのは，第15章から第18章にかけて描かれている，微積分の概念の登場とその影響である。第15章において，クラインは，17世紀の極限概念が後世の数学の水準で考えるならば多数の論理的不完全性を抱えていたにもかかわらず，当時の数学者が物理的世界の問題の解決を通じて重要な法則を生みだしていったことを高く評価している。そして，第16章から第18章では，微積分の概念の登場に端を発するニュートン主義の影響として，科学の数学化，ロックからカントに至る哲学の発展，宗教の教義の合理化，文学の文体の変容，さらには美的感覚の変化を挙げている。数学史において論理的基礎付けよりも物理的世界の探究が先行していたというこの見解は，後にクラインが新数学運動における論理的厳密性の過剰な重視を批判したことにつながるものである。また，ニュートン主義が影響を与えた領域として科学から文学に至る様々な領域が登場するというこの構成は，数学が様々な文化領域と関係を持っている知識であるというクラインの数学観の反映と言える。

クラインは，1959年に，『西洋文明における数学』に続く2作目の単著である『数学と物理的世界』[9]を発表している。本書は，数学は物理的世界を探究するための知識であるという数学観に基づく数学史で，全27章で構成されている。内容は，測量，幾何光学，天体運動，落体運動，振動と波動，コイルとモーターなどといった物理学の代表的な主題で構成されている。

クラインは，本書において，論理的に厳密な学問体系の構築よりも，物理的世界の探究への貢献が数学の意義であると宣言している。クラインは，「序文」の冒頭において，数学は「精密な推論（exact reasoning）

のモデル」であり，「精神を夢中にさせるような難問」であり，「それをつくり出した人と一定数の学生に審美的な経験を与え，それ以外の学生に対しては悪夢のような経験を与え，そして精神の力を独我的（egoistic）にも誇示する表現手段」であると語る。しかし続けて，「歴史的，知的，実用的に」言えば，数学は「まずなによりも人類が自然を調査（investigation）するためにつくりだした最上のものである」と主張する。そして，数学の概念，手法，定理でさえも「自然についての研究から導出されてきた」のであり，数学は「物理的世界の理解と征服に貢献することができることを主な理由としてその価値を認められてきた」と述べる。「序文」冒頭のこの記述は，クラインが，物理的世界の探究の手段としての数学の意義を積極的に支持していることを示している。

加えて，クラインは，数学が物理的世界の探究に貢献することができる知識であることが広く伝えられていないことを嘆いている。クラインは「序文」の続く部分において，「しかし不幸なことに，数学と自然の研究との関係は，無味乾燥で技能まみれの私たちの教科書には記載されて」おらず，さらに，「数学はまずなによりも自然を理解し支配することに貢献しているからこそ価値を認められているという事実」が，「現代の一部の数学者からは見えなくなっている」と述べている。そして，「自然を研究するにあたっての数学の役割を示す」のが本書の目的の一つであると語っている。

『数学と物理的世界』において，クラインは，現代数学が物理的世界の探究を放棄し，自己充足した体系を確立しようとしていることに対して批判的な態度を取っている。例えば，第27章では，19世紀における非ユークリッド幾何の発展を踏まえて，「数学は真理の要塞（the citadel of truth）における居場所を追われたが，それでも物理的世界ではくつろいでいられる」と述べ，物理的世界の探究に対する数学の役割が失われていないことを主張している。そして，「数学は諸科学の女王」だが，「臣下とのかかわりをやめてしまったら彼らからの支えを失い」，「その王国を追われる」と語り，本文全体を結んでいる。クラインにとって，物理的世界の探究に数学が貢献することは，数学と他分野との関係を示すものであり，数学の学問的な地位を担保するものであった。

クラインは，その初期の著作である『西洋文明における数学』および『数学と物理的世界』において，数学を，物理的世界の探究に貢献することによって様々な文化領域との関係を獲得した知識として捉えていた。特に，物理的世界の探究への貢献を，数学が様々な文化領域との関係を確立した要因として評価している点は，クラインに独特な認識である。

3　クラインの高等教育段階における数学教育論

クラインが高等教育段階における数学教育について初めて論じたのは，『アメリカ数学協会月報』1954年5月号に掲載された論考「西洋文明を統合する役割としての新入生の数学」[10)]においてである。

クラインは，論考中で，まず，当時のリベラル・アーツ課程の数学教育の内容が大学レベルの代数（college algebra）と三角法を中心として構成されていることを批判している。彼は，論証や直観が雑多に混ぜられて使用されていること，内容が美しさや実用性を備えていないことを指摘し，その結果，これらの科目は学生にとって意欲も湧かず重要でもない技術の系列になっており，しかもそれらの技術を「オウム返しのやり方（parrot-like fashion）」で身につけさせられている，と批判している。

その上で，クラインは，リベラル・アーツ課程の数学教育が踏まえるべき原理として３点を挙げている。１点目は，「知識は全体であり（knowledge is a whole）」，「数学はその一部である（mathematics is a part of that whole）」ということを示すことである。この言い回しは以後のクラインの数学教育論において繰り返し登場するものであるが，初めて登場したのはこの「西洋文明を統合する役割としての新入生の数学」においてである。クラインは，全体は部分の総和ではないと述べ，現在のリベラル・アーツ課程の数学カリキュラムはジグソーパズルの一部を渡して全体の組立てを要求しているようなものであって望ましくないと語り，数学は人類の知識と文化という文脈の中で教えられるべきだと主張している。踏まえるべき原理の２点目としては，リベラル・アーツ課程の目的を文明と文化への順応と位置付け，数学をリベラル・アーツ課程に寄与させること，具体的には数学を文化の他の小分野と関係付けて教えることを主張している。３点目としては，教材やその提示方法を妥協することなく選ぶことを挙げている。

さらに，クラインは，歴史的順序に従ったカリキュラムを提案している。クラインは，歴史的順序に従う理由を，数学史を教えるためではなく，歴史的順序が大まかな論理的順序となっているから，と述べている。また，数学的な発想の創造を導いた状況を提示し，

その発想が及ぼした影響を示すことが可能であるから，とも語っている。さらに彼は，文明はそれ以前の文明と文化の貢献の累積，混合，融合で成り立っているので，歴史的順序に従えば，現代の数学的発想の複雑な全体を分割することができる，と述べている。クラインは，具体例として，古代エジプトや古代バビロニアにおける文明への数学の貢献から始まり，非ユークリッド幾何の登場に至るカリキュラムを挙げている。前述の通り，このカリキュラムをまとめたものが，『西洋文明における数学』である。

クラインは，1956年３月に『数学教師』に発表した論考「数学の教科書と教師：論難演説」[11]においても，大学のリベラル・アーツ課程の数学教育に対する批判と提言を行っている。論考中において，クラインは，カリキュラム，教科書，教師という三つの主題について，数学教育の問題を論じている。その内容は，「西洋文明を統合する役割としての新入生の数学」における主張に準じている。さらに，論考の後半においては，教師，教科書，カリキュラムの順に提言を行っている。重要なのは，カリキュラムについての提言である。クラインは，カリキュラムについての提言として，数学を物理的世界と結びつけて教えることを挙げている。彼は，数学者は数学の演繹的で純粋な性格を数学の本質だと考えるが，学生の興味を引くものではないので，目標にはできても手段としては不適切であると語る。そして，物理的世界と結びつけて教えることを提案し，そのように教えたとしても数学の抽象的で演繹的な真理にたどり着くことはできるはずであり，ある程度の数の学生は数学の真の価値および崇高さを把握するであろう，と述べている。

以上の見解に基づいて，クラインは，高等教育段階における数学の教科書を２冊著している。一つは，1962年に著された『数学：文化的アプローチ』[12]であり，もう一つは，1967年に２分冊で著された『微積分：直観的・物理的アプローチ』[13]である。

『数学：文化的アプローチ』は，大学のリベラル・アーツ課程の学生を主な対象として想定した教科書である。全31章で構成され，多くの内容が『西洋文明における数学』および『数学と物理的世界』と似通っている。

「序文」では，執筆の意図について，「数学とは何であるのか，自然を理解し征服しようとする人類の努力から数学がどのように発展したのか，数学的アプローチは現実の問題に対して何ができるのか，そして数学は私たちの文明と文化をどの程度形成したのかを示そうとした」と語られている。また，本書の哲学については，「知識は加算的（additive）ではなく有機的な全体（an organic whole)」であり，「数学はその全体の欠くべからざる一部（an inseparable part）である」と説明されている。さらに，この哲学は，数学を知識の他のすべての小分野から孤立した抽象的な科学として示したり，多様な小分野との関係や他の領域に対する数学の重要性を学生が知ることができないように教えている現在の実践への対抗であると主張している。加えて，本書においては，学生に学ぶ動機を与え，学ぶ内容の意味を事前に伝えるために，物理的問題が数学的主題に先行して与えられているとも説明されている。『数学：文化的アプローチ』は，「西洋文明を統合する役割としての新入生の数学」の構想を具体化した教科書であると言える。

一方，『微積分：直観的・物理的アプローチ』は，微積分の入門コースで使われることを想定した教科書である。全25章で構成され，１変数関数の微積分，極限，多変数関数の微積分，実数論などの内容が盛り込まれている。

『微積分：直観的・物理的アプローチ』の構成は，一般的な微積分教科書の構成，すなわち，まず微分と積分の概念を導入し，続いて微分と積分が逆演算の関係にあることを微積分の基本定理として示し，そしてその計算方法に習熟させ，最後に応用問題として物理的・社会的現象を扱うという構成とは異なっている。その象徴は，微分と逆微分あるいは導関数と逆導関数の導出方法がいち早く提示され，微分方程式を用いた物理的現象の考察が早い段階から登場することである。例えば，第２章では，変化率の極限として導関数が定義されているが，そこではニュートンに由来するドット記法「$\dot{y}$」とライプニッツに由来する無限小量を用いた記法「$\frac{dy}{dx}$」が「$\lim_{n \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} = \frac{ds}{dt}$」のように同時に登場している。そして，以後の記述で主に使用されるのはドット記法「$\dot{y}$」である。直後の第３章では，冒頭で早速「$\dot{s} = 32t$」の「元の関数（original function)」である「$s = 16t^2 + C$」を求める課題が登場する。さらに，質点の鉛直落下運動において加速度が既知であるという前提から速度の関数と変位の関数を求める問題が提示されている。以後も，第７章では地球の重力を振り切るために必要な脱出速度の導出が，第８章ではフェルマーの原理に基づいた光の屈折の法則の導出が登場するなど，力学の有名問題がいくつも並んでいる。

さらに，積分記号「∫」が第12章まで登場しない。

全25章構成のうちの第12章という中盤に入って初めて，原始関数を表すための積分記号「∫」の用法が説明される。面積の近似和の極限としての積分の定義，そしてその定義に基づく定積分と不定積分の概念が導入されるのは，第14章である。積分記号自体の登場が遅い上に，面積の近似和の極限としての積分が導入される以前から力学の有名問題が扱われている。なお，面積の計算自体は，第５章で，面積関数の変化率の逆微分として登場している。

『微積分：直観的・物理的アプローチ』が以上のように一般的な微積分教科書とは異なった構成を取っていることは，数学は物理的世界を探究するための知識であるというクラインの数学観が反映された結果と言えるだろう。

しかし，ここで示したような第１版の特徴の多くは，1977年に出版された同書の第２版[14]においては一般的な微積分教科書に近いものへと改訂されている。第２版の章構成は第１版と同じく全25章であるが，積分記号「∫」の導入は，微分と逆微分の計算を扱う第５章において行われており，登場自体が大幅に早まっている。加えて，第１版では第５章という早い段階において面積関数の変化率の逆微分として導入されていた面積の計算は，第２版では第９章において定積分の導入として近似和の極限が登場するまで提示されない。クラインは，第２版における改訂について，第２版の「序文」の冒頭で，「直観的なアプローチや現実の対象への応用などといった第１版の基本的な特徴は保たれている」と語っている。しかし，以上のような改訂の実態は，微積分の計算手法への習熟よりも微分方程式を用いた物理的世界の考察を優先するという第１版の特徴が後退していることを物語っている。

ただし，クラインの高等教育段階における数学教育論は，晩年までほぼ変化していない。1976年に著され，アメリカ数学協会第59回大会・米国建国200周年記念大会論文集に掲載されている「初年次のリベラル・アーツ課程」[15]では，従前のクラインの主張と同じく，大学初年次のリベラル・アーツ課程の数学教育に抽象的な現代数学を持ち込むことが批判されている。そして，数学のリベラル・アーツとしての価値は，数学が物理世界の理解をはじめとする多様な領域に対して貢献してきたことにあるという主張が展開されている。

以上の通り，クラインの高等教育段階における数学教育論には，リベラル・アーツとしての数学という彼の数学観が如実に反映されている。

４　クラインの新数学運動批判

では，これまでの検討によって示されたクラインの数学観を踏まえて，クラインの新数学運動批判を検討しよう。

クラインが新数学運動批判を初めて行うのは，新数学運動が急激に興隆していた1958年10月に『数学教師』に発表された「古代対現代，教科書を巡る新たな戦い」[16]においてである。この論考は，1958年４月11日にオハイオ州クリーブランドで開催された第36回NCTM年次大会での演説を改稿したものである。

「古代と現代，教科書を巡る新たな戦い」は，数学者でラトガース大学教授であったA. E. メーダー・ジュニア（Albert E. Meder, Jr.）が1957年10月の『数学教師』に発表した論考「現代数学と中等学校におけるその位置」[17]への批判という体裁を取っている。メーダーは，大学進学準備教育としての数学教育についての提言を当時審議していた大学入学試験委員会数学小委員会（College Entrance Examination Board, Commission on Mathematics，以下CEEB数学小委員会）の委員で，新数学運動を推進する主要な人物の一人と目されていた数学者である。「現代数学と中等学校におけるその位置」は，現代数学と中等教育段階の数学教育との関係を論じた論考であり，主に現代数学の概説で構成されている。メーダーは，現代数学は視点（a point of view）と教育内容（new subject matter）の双方であり，新しい視点は初等数学の内容を新しい教育内容の観点から見ることで獲得されると述べている。

クラインの「古代対現代，教科書を巡る新たな戦い」は，「現代数学と中等学校におけるその位置」を踏まえて，新数学運動の推進者が主張する新数学運動の意義を列挙し，それを批判するという形式で構成されている。クラインの主張は次の９項目にまとめることができる。⑴現在の数学教育内容は古くなってしまっていると言われているが，数学は時代によって変化しないものであり，さらに古いものが必ずしも悪いわけではない。⑵現在の数学教育内容の大部分を現代数学に入れ換えようとしている。⑶現代数学は数学の研究において周辺的な役割しか担っていない。⑷現代数学は応用において使用されていない。⑸現代数学を教えることによって統合的な視点（a unified point of view）が導入されて学習の効率が上がると主張されているが，抽象的な体系の性質を理解したからといって具体的な計算や操作ができるようになる訳ではないので，効率は上がらない。⑹現代数学は内容ではなく新

しい視点であり，そしてその新しい視点を獲得させることが必要であるという主張が行われているが，具体的な内容を学ぶ以前に抽象的な視点を獲得させるのは困難である。⑺厳密性を向上させるべきという主張が行われているが，厳密な推論を理解する能力は年齢に依存する，研究においても厳密な推論は論理的基礎を確証するためのみに使われている，数学は直観的に理解されるものである，生徒には初等教育で習ったことを再度習わされているように見えてしまう，厳密性には様々な定義があって合意がなされていない，という問題がある。⑻物理的世界の数学的解釈は，生徒に数学を学ぶ動機を与え，数学の存在意義を伝えているのに，現代数学の導入によってそれが失われてしまう。⑼論理的厳密性と抽象性の提示を目的にすることによって，数学の生き生きとした姿と精神を提示することに失敗している。

論考の最後に，クラインは，カリキュラム改善のための提言を次のように４点挙げている。⑴生徒の興味を喚起することを目指して教え，さらに興味を喚起するようなカリキュラムの構成にする。⑵教えようとする内容に対する動機を与え，教える目的を示す。特に，数学が何らかの問題の解決に貢献できることを伝える。⑶数学的な発想や手続きの直観的な意味を伝える。特に，物理的および幾何的な表現や解釈は概念の意味を与えてくれる。論理的に厳密な証明は不明瞭なものを明瞭にするために使用する。⑷知識は全体的なものであり，数学はその一部である。各時代の数学はその時代の広範な文化運動の一部であったのだから，可能な限り，数学と私たちの文明および文化を結びつけて教える。

「古代対現代，教科書を巡る新たな戦い」の全体としては，現代数学の導入に対する批判がそのほとんどを占めている。しかし，量としては少ないながらも，知識全体の一部としての数学の姿を示すことなど，リベラル・アーツとしての数学というクラインの数学観に基づく提言も盛り込まれている。

クラインの「古代対現代，教科書を巡る新たな戦い」に対して，メーダーは，同じ号に反論記事[18]を掲載している。メーダーは，クラインが提示した各論点に対して，次のように反論している。⑴現在教えられている数学は17世紀のものだという発言は行ってきたが，これは時代遅れになっているという意味ではない。また，古いか新しいかにかかわらず，時代遅れになったものは追い出すべきである。⑵CEEB数学小委員会の提言案に盛り込まれているのは現代数学を一部で導入するという主張であり，現在の数学教育内容を大幅に入れ換えようとするものではない。⑶現代数学が周辺的な役割しか担っていないのは現在の数学者たちが学校教育において学んでいなかったからで，学校教育で学んだ世代なら異なる態度を取るはずだ。⑷現代数学は応用においても役に立っている。旧来の数学とは応用の対象が異なっているだけである。⑸抽象的な体系の性質を教えるのは具体的な計算や操作を身につけさせるためではない。二つの目的は並列している。⑹具体的な内容を学ぶ以前に抽象的な視点を獲得させるのが困難であることは，新数学運動の推進者によっても指摘されている。⑺厳密性は無制限には称揚されてはいない。⑻数学の存在意義および数学を学ぶ主要な動機が自然の探究であるということはクライン個人の主張であって，広く共有されているとは思えない。⑼数学の生き生きとした姿と精神を提示することに失敗しているという批判は，あいまいで正当化されていない一般化である。

そして，クラインによるカリキュラム改善のための提言をあいまいな一般化であると切り捨てている。さらに，数学が興味を喚起しづらいとは思わないし，物理的問題や他分野の問題を持ち込むことが興味を喚起する唯一の方法だとは思わないと批判している。

メーダーの反論は，現代数学には意義があるというメーダーの信念を示すことと，クラインの主張を事実誤認であると批判することに集中している。クラインによるカリキュラム改善のための提言に対する言及は短く，主要な論点とは見なされていない。

リベラル・アーツとしての数学というクラインの数学観が論争の主題として認められていないことは，以後の論争においても同様である。例えば，クラインは，1966年４月に『数学教師』に「高校数学カリキュラムの提案」[19]という論考を発表し，自身の新数学運動批判を踏まえた新しいカリキュラム編成原理を提案している。論考中には，数学が「物理的世界を理解し征服するための最高の道具」であることを「リベラル・アーツに基づく教育（a liberal education）における数学の主要な価値である」と評価する宣言も登場する。しかし，「高校数学カリキュラムの提案」に続いて掲載されている，オクラホマ州立大学のJ. H. ザント（James H. Zant）による反論記事[20]は，クラインの主張に事実誤認が多いこと，クラインの提案に目新しさがないこと，クラインがカリキュラム開発や教科書執筆に十分に関与してこなかったことへの批判を中心として構成されている。ザントは，クラインの数学観を論点とし

て認識していない。

「高校数学カリキュラムの提案」以後のクラインは，直観と論理の対立に関心を集中させている。1966年秋に『ハーバード・エデュケーショナル・レビュー』に掲載された「知識人と学校：事例史」[21]において，クラインは，現代数学の導入によって数学を学ぶ意味が論理的構造を学ぶことに矮小化されているという批判を展開している。そして，演繹的側面と論理的側面だけで数学が尽くされるわけではなく，直観的，実験的，物理的に数学を理解することもできると述べている。1970年３月に『アメリカ数学協会月報』に発表された「論理対教育」[22]でも，クラインは，数学教育における演繹的な手法と直観的な手法を対置し，直観的な手法を擁護している。

一方，1973年の『なぜジョニーはたし算ができないか？』[23]におけるクラインの主張は，現代数学の導入への批判や直観の擁護だけではない。全11章で構成される本書の第11章「改革の適切な方向」において，クラインは，数学が，自然の探究，絵画，音楽，音声の分析，生物学，医学，哲学，文学，そして科学技術といった多様な領域と関係を持っていることを改めて指摘している。そして，このように数学が広く使用されており価値を持っていることを教えるべきであると主張している。さらに，この主張に続いて，「知識は全体であり，数学はその全体の一部である」という言い回しが改めて登場している。

しかし，『なぜジョニーはたし算ができないか？』におけるこれらの主張が論争相手に伝わっていたとは言い難い。例えば，SMSGの代表者であるE. G. ビーグル（Edward G. Begle）が『全米小学校校長』の1974年第２号に寄せた書評[24]において，ビーグルは，クラインの主張を，全体として観念的であり実証的でないと批判している。書評中には，クラインの各論に対する検討があり，数学は物理的世界の探究のための知識であるということを強調するべきというクラインの主張も取りあげられている。しかし，行われている検討は，クラインの主張に実証性が欠けていることへの批判が中心である。リベラル・アーツとしての数学というクラインの数学観は，論争相手には届いていなかった。

5　結論

本論の主題は，クラインがリベラル・アーツとしての数学という数学観を抱いていたこと，そして，彼の新数学運動批判もその数学観に基づいていたことを示すことであった。

検討の結果，３点の結論が示された。まず，リベラル・アーツとしての数学というクラインの数学観は，数学が物理的世界の探究に貢献してきたという認識を核として構築されていた。物理的世界の探究への貢献を，数学が様々な文化領域との関係を獲得することができた要因であると捉える認識は，クラインに独特なものである。この認識が，リベラル・アーツとしての数学と現代数学が対立するという彼の立場を導いた。次に，クラインは，彼の数学観を，高等教育段階における数学教育を論じる際には明確に提示していた。特に，数学が文明および文化に影響を与えてきたことを示すための方法として，歴史的順序に従ってカリキュラムを構成することを提唱していた。しかし，クラインが新数学運動批判において中心的な論点として提示したのは，現代数学の導入や論理的厳密性の重視の是非であった。リベラル・アーツとしての数学という彼の数学観は，論争相手からは論争の主題として認識されていなかった。

リベラル・アーツとしての数学というクラインの数学観が新数学運動を巡る論争においては周辺的な論点として認識されてしまっていたという事実は，クラインが提示した直観と論理の対立という論争枠組みがあまりにも強力であったことを物語っている。新数学運動を巡る論争はこの論争枠組みを常に意識させられており，論者の関心を主に集めてきたのは，現代数学が到達した水準の論理的厳密性を数学教育に導入することの是非を巡る議論であった。しかし，本論の結論を踏まえるならば，アメリカ新数学運動，同時代の先進諸国における数学教育改革，さらには日本の数学教育現代化を対象にした今後の研究は，論理的厳密性の重視の是非という論題によって隠されてしまった多数の改革構想にも目を向けて行われることが望まれる。そのような構想の一つとして，クラインが不完全ながらも提示した，数学のリベラル・アーツとしての性格を伝えるための数学教育の構想を数えることができる。

注

1）本論において，リベラル・アーツとは，佐藤学に倣い，「学問や文化の遺産を継承し，学生の人格と教養の全体性を要求する教育」を意味している。佐藤学（1992).「一般教育の混迷―見失われるカリキュラム」『COMMUNICATION』NTT出版，第35号，12-15頁

2）なお，銀林浩のように，遠山啓が提唱し数学教育協議会によって推進された数学教育改革の構想を数学教育現代化と呼ぶ立場も

ある。 銀林浩（1982）.「誌上シンポジウム＊提案に対する意見：失敗したのは文部省版現代化にすぎない」『現代教育科学』，第305号，42-47頁

3）Fey, James T., & Graeber, Anna O. (2003). From the New Math to the Agenda for Action. In George M. A. Stanic & Jeremy Kilpatrick (Eds.), *A History of School Mathematics: Volume 1* (pp. 521-558). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

4）Kline, Morris (1973). *Why Johnny Can't Add?: The Failure of New Math*. New York, NY: ST Martin's Press Inc.（柴田録治（監訳）(1976).『数学教育現代化の失敗：ジョニーはなぜたし算ができないか』黎明書房）

5）鈴木秀一・大田邦郎（1982）.「連載／現代教授学研究の課題I・第６回：「科学と教育の結合」原理の再検討（二）」『現代教育科学』，310号，118-124頁

6）Cooley, Hollis R., Gans, David, Kline, Morris, & Wahlert, Howard E. (1937). *Introduction to Mathematics: A Survey Emphasizing Mathematical Ideas and Their Relations to Other Fields of Knowledge*. Boston, MA: Houghton Mifflin.

7）Kline, Morris (1953). *Mathematics in Western Culture*. New York, NY: Oxford University Press.（中山茂（訳）(1956).『数学文化史』蒼樹社，中山茂（訳）(1962a).『数学文化史 上』河出書房新社，中山茂（訳）(1962b).『数学文化史 下』河出書房新社，中山茂（訳）(1977).『数学の文化史 上：現代教養文庫』社会思想社，中山茂（訳）(1978).『数学の文化史 下：現代教養文庫』社会思想社，中山茂（訳）(2011).『数学の文化史』河出書房新社)

8）Kline, Morris (1954). Freshman Mathematics as an Integral Part of Western Culture. *The American Mathematical Monthly, 61*(5), 295-306.

9）Kline, Morris (1959). *Mathematics and the Physical World*. London, England: John Murray.

10）Kline, Morris (1954). *op. cit*.

11）Kline, Morris (1956). Mathematics Texts and Teachers: A Tirade. *The Mathematics Teacher, 49*(3), 162-172.

12）Kline, Morris (1962). *Mathematics: A Cultural Approach*. Reading, MA: Addison-Wesley.

13）Kline, Morris (1967a). *Calculus: An Intuitive and Physical Approach: Part One*. New York, NY: John Wiley and Sons, Inc.
Kline, Morris (1967b). *Calculus: An Intuitive and Physical Approach: Part Two*. New York, NY: John Wiley and Sons, Inc.

14）Kline, Morris (1977). *Calculus: An Intuitive and Physical Approach: Second Edition*. New York, NY: John Wiley and Sons, Inc.

15）Kline, Morris (1976). The Freshman Liberal Arts Course. In Dalton Tarwater (Ed.), *The Bicentennial Tribute to American Mathematics 1776-1976: Papers Presented at the Fifty-Ninth Annual Meeting of the Mathematical Association of America Commemorating the Nation's Bicentennial* (pp. 161-168). The Mathematical Association of America.

16）Kline, Morris (1958). The Ancients versus the Moderns, a New Battle of the Textbooks. *The Mathematics Teacher, 51*(6), 418-427.

17）Meder, Albert E., Jr. (1957). Modern Mathematics and Its Place in the Secondary School. *The Mathematics Teacher, 50*(6), 418-423.

18）Meder, Albert E., Jr. (1958). The Ancients versus the Moderns - A Reply. *The Mathematics Teacher, 51*(6), 428-433.

19）Kline, Morris (1966a). A Proposal for the High School Mathematics Curriculum. *The Mathematics Teacher, 59*(4), 322-330.

20）Zant, James H. (1966). A Proposal for the High School Mathematics Curriculum - What Does It Mean? *The Mathematics Teacher, 59*(4), 331-334.

21）Kline, Morris (1966b). Intellectuals and the Schools: A Case History. *Harvard Educational Review, 36*(4), 505-511.

22）Kline, Morris (1970). Logic versus Pedagogy. *The American Mathematical Monthly, 77*(3), 264-282.

23）Kline, Morris (1973). *op. cit*.

24）Begle, Edward G. (1974). What's All the Controversy About?: Two Reviews of Why Johnny Can't Add. One. *National Elementary Principal, 53*(2), 26-31.

（指導教員　浅井幸子准教授）