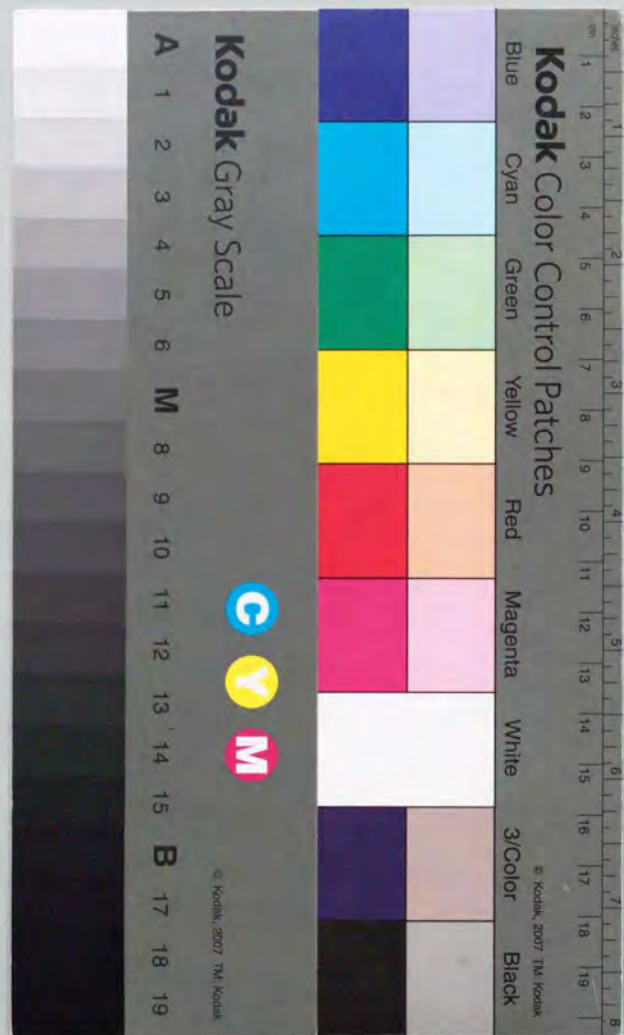


CFDを利用した室内の
流れ場・拡散場制御に関する研究

平成6年12月

永野 紳一郎



論文の内容の要旨

論文題目 C F Dを利用した室内の流れ場・拡散場制御に関する研究

氏 名 永 野 紳 一 郎

建築環境工学における室内気流の乱流数値シミュレーション技術は、建築・設備設計者および研究者の快適な室内環境を構築しようとする強い情熱に支えられて発展してきた。現在、C F D（計算流体力学：Computational Fluid Dynamics）による室内乱流場の予測手法は、気流設計者のイメージを具現化するための有力なツールとなりつつある。

建築環境工学における乱流数値シミュレーションは、解析における空間スケールが他分野におけるC F D解析に比べ比較的大きいことが問題となる。これは、流れ場の現象を追跡するための計算時間の増大を招くとともに計算機の利用可能な記憶容量の制限により常にメッシュサイズと空間解析精度のトレードオフの問題に直面することを意味する。それゆえ、これらを考慮してその結果を適切に評価・判断する手法を構築することは極めて重要な作業になる。複雑な建築空間の形状を現実的な計算機資源の制約の下でモデル化し、“所定の精度”でその流れを解析することが可能であるならば、C F Dによる気流解析技術は、建築設計の場において極めて提案的かつ戦略的な

ツールとなる。そのためには、解析結果が“所定の精度”であるための判定基準が必要となる。

そこで本研究では、はじめに標準 $k-\varepsilon$ モデルを室内気流解析に用いる際の解析手法の検討および解析結果の診断により、CFDをツールとして用いる際の精度の把握を合理的に行う方法を検討する。さらに、数値シミュレーション結果と実験結果の比較検証を行った後、得られた知見を基にしてCFDによる拡散場と流れ場の効果的な制御手法の提案を行う。

本研究の特徴は、以下の5つに要約される。

- ①標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いた数値解析手法および解析結果の診断手法を提案する。
- ②より高精度な非等温解析を目的として標準 $k-\varepsilon$ モデルに高精度なWETモデルを組み込む。
- ③クリーンルーム内で重力沈降の影響が問題となる浮遊微粒子の拡散場予測シミュレーション手法を検討し、実験結果からその精度を検証する。
- ④乱流型クリーンルームにおいて天井面上で給排気風量をバランスさせて換気効率を向上させた流れ場の制御手法を検討する。
- ⑤吸込み渦を利用した室内の流れ場の制御手法を検討する。

本論文は、以下の序論、本論（三編構成）、結論から構成されている。

序論では、本研究の目的と内容を述べる。

本論 第一編 CFDの解析手法並びに解析結果の診断：

第1章では、空間の差分化に伴う数値誤差を定量的に把握するために、Solution ErrorおよびTruncation Errorの誤差評価方法を提案する。さらに、この手法を0方程式モデルおよび標準 $k-\varepsilon$ モデルに適用し、室内空間のメッシュ分割の粗密に伴う誤差の定量的把握を行う。

第2章では、運動方程式を差分近似した場合の移流項等における輸送項の運動エネルギーの保存性に関して検討する。標準 $k-\varepsilon$ モデルにおいて一次精度風上差分、中心差分、Quickの各スキームを対象として運動エネルギーの収支を評価する方法を示し、実際に評価した結果について述べる。

第3章では、標準 $k-\varepsilon$ モデルを室内気流解析に適用する際に問題となる固体壁面の境界条件について、壁関数を用いた場合の取り扱いを検討する。まず、速度、乱流エネルギー k および散逸率 ε の各種壁面境界条件について、過去に提案された境界条件モデルを整理する。その上で、妥当とみなされる境

界条件モデルの組み合わせを用いて新たに解析を行い、流れ場および k と ε の乱流量の挙動について検討する。

第4章では、非等温乱流のシミュレーションにおいて重要な乱れによる熱フラックス $u\theta$ に対して勾配輸送モデルに代わるLaunderの提案するWETモデルを組み込み、これを2次元および3次元の流れ場に適用するための検討を行う。このため2次元流れ場では、壁面の熱的な境界条件として熱フラックス一定の場合と温度一定の場合に関し、WETモデルと勾配輸送モデルを比較検討する。3次元流れ場では、噴流のある居室モデルを対象に実験およびASM（代数応力方程式モデル）の結果と比較し、その有効性を示す。

本論 第二編 CFDによる室内拡散場の制御：

CFDをクリーンルームの拡散場解析に適用する場合に問題となる、重力沈降を伴う浮遊微粒子の拡散現象に関して、実測、模型実験および数値シミュレーションを行い、予測手法の確立を目的とする検討を行う。まず、室内における浮遊微粒子の拡散性状について実験的検討を行い、対象浮遊微粒子の粒径・初期濃度によっては、重力沈降や凝集などの浮遊微粒子固有の特性を無視できることを確認する。つぎに、粒径 $0.31\mu m$ の微粒子に関して数値シミュレーション結果と実験結果との照合を行う。最後に、実験技術上の問題により、模型実験で確認が困難な粒径 $5.0\mu m$ 以上の浮遊微粒子の室内全体の拡散状況をCFDを適用して検討する。その上で、浮遊微粒子濃度の計測法の改善に関して新たな提案を行うとともに、クリーンルーム内全体における重力沈降を考慮した浮遊微粒子拡散場の数値シミュレーション手法の有効性を示す。

本論 第三編 CFDによる室内流れ場の制御：

第1章では、“一つの給気口を単位とした吹出し気流とその周囲の上昇流、およびその天井面にある給気口への収束流により形成される気流単位”の概念を乱流型クリーンルームに適用し、この気流単位の形成が容易である天井面での局所給排気方式のクリーンルームについて流れ場・拡散場を検討する。まず乱流型クリーンルーム内の流れ場の形成に関してLLS（Laser Light Sheet）による可視化手法を用いて定性的な比較を行い、汚染質排出性能の点で天井面給排気方式が従来型の天井吹出し・壁面吸込み方式に劣らないことを確認する。次に、模型実験により吹出し口の位置と個数を固定し、吸込み口の位置と個数を変化させた場合について、気流障害物の影響と給排気風量

のアンバランスの影響を検討する。さらに、模型実験との対応を確認した上で、数値シミュレーションにより給排気のアンバランスや気流障害物設置の影響を詳細に検討する。以上の検討から、気流単位を形成させた天井給排気方式のクリーンルームが汚染質拡散を局所的に限定させ、換気効率の極めて高いシステムであることを示す。

第2章では、吸込み渦の持つ吸引力を利用した室内換気システムの数値シミュレーション手法に関して検討を行う。まず、CFDによる吸込み渦の特徴の再現のためには、乱流モデルとして標準 $k-\varepsilon$ モデルが不適であることを確認するとともに、LES (Large Eddy Simulation) により解析を行う際に問題となるメッシュサイズおよびスマゴリンスキー定数に関して検討を行う。さらに、アトリウムのように空間容積が大きい建築空間内で吸込み渦を効率良く発生させるために、吹出し口位置に関する検討を行い、吸込み渦を利用した換気システムの可能性を述べる。

結論では、全体のまとめを行い、本研究の成果と今後の課題を総括する。

目次

頁
1

序論

第一編 CFDの解析手法並びに解析結果の診断

第1章 差分間隔に伴う数値誤差の推定・評価方法

1.1	はじめに	5
1.2	誤差の推定	5
1.2.1	Solution Errorの推定	6
1.2.2	Truncation Errorの推定	6
1.3	解析概要	8
1.4	誤差評価	8
1.4.1	0方程式モデルの誤差評価	8
1.4.2	$k-\varepsilon$ モデルの誤差評価	10
1.4.3	差分分割タイプ2の場合のTruncation Errorの評価	10
	(1) 運動方程式中の各項の分布	15
	(2) 乱流エネルギー k の輸送方程式中の各項の分布	15
	(3) エネルギー散逸率 ε の輸送方程式中の各項の分布	15
1.5	考察	15
1.6	第1章結論	17
	第1章補注	18
	第1章参考文献	19

第2章 運動エネルギー保存に関する各種差分スキーム

2.1	はじめに	20
2.2	基礎方程式と運動エネルギー収支	20
2.2.1	平均運動エネルギーの収支	21
2.2.2	乱流エネルギーの収支	22
2.2.3	全運動エネルギー収支	22
2.3	差分近似式における運動エネルギーの保存	23
2.3.1	輸送項における保存	23
2.3.2	運動エネルギー輸送項の体積積分	24
2.3.3	運動エネルギー輸送項の境界面積分	25
2.4	解析結果	26
2.4.1	時間的定常性の検討	29
2.4.2	空間平均エネルギーの比較	29
2.4.3	各ケースごとの全運動エネルギー収支	29

2.4.4 差分スキームのエネルギー保存性	33
2.5 第2章結論	35
第2章補注	36
第2章参考文献	37
第3章 標準$k-\varepsilon$モデルの壁面境界条件の各種タイプの検討	
3.1 はじめに	38
3.2 各種境界条件のモデル	38
3.2.1 Type 1~13 (1/7乗則, Free-slipおよびNo-slip)に関する検討	41
3.2.2 Type14 (壁面にラフネスを持つ室内気流の場合の境界条件)	42
3.2.3 Type15	42
3.2.4 Type16 (y^+ に依存する三層モデル)	43
3.2.5 Type17 (ν_t/ν の比によりベキ指数を変化させる三層モデル)	43
3.2.6 Type18 (速度Uの境界条件にLog-lawを適用)	44
3.2.7 Type19 (k の境界条件に生産項Pと散逸項 ε の体積平均値を適用)	44
3.2.8 Type20 (速度Uの境界条件に粘性底層を考慮したLog-lawを適用)	44
3.2.9 Type21 (壁面第一セルで ε の輸送方程式を解くモデル)	44
3.2.10 Type22 (計算境界面を物理境界面から微小距離 h 離れたモデル)	44
3.2.11 Type23 (壁面摩擦速度を用いたモデル)	44
3.2.12 Type24~27 (本章の検討に加えたモデル)	45
3.3 境界条件の解析結果による検討	45
3.3.1 解析方法	45
3.3.2 ε の境界条件に関する検討点	45
3.4 速度Uの境界条件が1/7乗則の場合の ε の境界条件に関する検討	48
3.4.1 壁法則を適用した場合 (Type 5 (ただし ν を考慮))	48
3.4.2 壁法則と体積積分 (k 方程式) を併用する場合	48
3.4.3 体積積分で与える場合	48
3.4.4 考察	48
3.5 速度Uの境界条件にLog-lawを適用した検討	50
3.5.1 ε の境界条件に壁関数と体積積分を適用した場合	50
3.5.2 壁面摩擦速度 u_τ により k, ε を定義する場合	50
3.6 粘性底層を考慮した境界条件に関する検討	50
3.7 Leschzinerの提案によるモデル	53
3.8 第3章結論	54
第3章補注	55
第3章参考文献	58

第4章 非等温室内気流解析におけるWETモデルの組み込み	
4.1 室内2次元の非等温解析	60
4.1.1 はじめに	60
4.1.2 $u_i \theta$ の高精度近似モデル (局所平衡型WETモデル)	60
4.1.3 解析概要	60
4.1.4 熱流一定境界条件の下でのEVMとWETの比較 (境界条件: Case 1)	61
(1) 流線	61
(2) 温度 Θ	61
(3) 水平方向の乱流熱フラックス $\overline{u_1 \theta}$	61
(4) 鉛直方向の乱流熱フラックス $\overline{u_2 \theta}$	66
(5) フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$	66
(6) 乱流エネルギー k	66
4.1.5 温度一定境界条件の下でのEVMとWETの比較 (境界条件: Case 2)	66
(1) 流線	66
(2) 温度 Θ	67
(3) 水平方向の乱流熱フラックス $\overline{u_1 \theta}$	67
(4) 鉛直方向の乱流熱フラックス $\overline{u_2 \theta}$	67
(5) フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$	67
(6) 乱流エネルギー k	67
4.2 室内3次元非等温水平噴流に関する実験との比較	71
4.2.1 背景	71
4.2.2 計算概要	71
4.2.3 結果と考察	71
(1) 気流ベクトルおよび平均風速分布	71
(2) 温度 Θ	73
(3) 乱流エネルギー k	73
(4) フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$	73
(5) 乱流熱フラックス $\overline{u_i \theta}$	73
4.3 第4章結論	76
第4章補注	77
第4章参考文献	79
第二編 CFDによる室内拡散場の制御	
第1章 移流の卓越する室内気流における沈降を伴う浮遊微粒子の拡散	
1.1 実大クリーンルームにおける実測と模型実験	80
1.1.1 はじめに	80
1.1.2 浮遊微粒子濃度計測法の検討	80

(1) エアロゾル濃度制御供給装置の開発	81
(2) サンプル管内の粒子損失に関する実験	81
(3) 浮遊微粒子濃度計測法のまとめ	83
1.1.3 実大コンベンショナルフロー型クリーンルームの実測	83
(1) 実験概要	83
(2) 実験結果	86
(3) クリーンルーム内の実験結果のまとめ	89
1.1.4 浮遊微粒子の重力沈降に関する模型実験	90
(1) 実験概要	90
(2) 拡散に関する無次元パラメータ	90
(3) 実験結果	91
(4) まとめ	95
1.1.5 1.1節のまとめ	95
1.2 数値シミュレーションと実大実験の比較	96
1.2.1 本節の目的	96
1.2.2 本研究におけるクリーンルーム内の浮遊微粒子拡散に関する基礎的仮定	96
(1) 浮遊微粒子の移流と拡散	96
(2) 浮遊微粒子の凝集	97
(3) 沈着	97
1.2.3 粒子拡散シミュレーション	97
1.2.4 解析概要	99
(1) 解析対象クリーンルームおよび解析種類	99
(2) 数値シミュレーション	99
1.2.5 重力沈降速度を0と仮定する場合の数値シミュレーションと実験の比較	99
(1) Type 1における気流性状	99
(2) Type 1における拡散性状	101
(3) Type 2における気流性状	103
(4) Type 2における拡散性状	103
(5) 考察	105
1.2.6 重力沈降速度を考慮した場合の数値シミュレーションと実験の比較	106
(1) Type 1における拡散性状	106
(2) Type 2における拡散性状	108
(3) 考察	108
1.3 第1章結論	110
第1章補注	111
第1章参考文献	112

第三編 CFDによる室内流れ場の制御

第1章 天井面給排気による局所流量バランス方式クリーンルーム

1.1 模型実験による流れ場・拡散場の検討	114
1.1.1 はじめに	114
1.1.2 検討対象クリーンルーム	114
1.1.3 可視化による気流性状の定性的把握	115
(1) 壁面排気方式クリーンルーム	115
(2) 天井面給排気によるクリーンルーム	115
(3) 考察	115
1.1.4 実験概要	117
(1) 実験目的	117
(2) 測定概要	117
1.1.5 実験結果	117
(1) 風量のバラツキ	117
(2) 気流性状	117
(3) 汚染質拡散性状	120
1.1.6 換気効率の検討	122
(1) 換気効率の評価方法	122
(2) 汚染質排出分担率	122
1.1.7 1.1節のまとめ	124
1.2 数値シミュレーションによる流れ場・拡散場の検討	125
1.2.1 背景	125
1.2.2 解析概要	125
(1) 解析対象クリーンルーム	125
(2) 解析種類	127
(3) 解析方法	127
1.2.3 模型実験とシミュレーションの対応	127
1.2.4 排気口位置・形状の変化による影響 (Type 1, 3~5の比較)	130
(1) 気流性状	130
(2) 汚染質拡散性状 (point sourceの場合)	134
(3) SVE 1 (室内平均濃度) とSVE 2 (汚染質拡散半径) の特性	134
(4) SVE 3 (空間全体発生の場合) の特性	136
1.2.5 気流障害物の影響 (Case 5と6の比較)	136
1.2.6 給排気流量分配のバラツキの影響 (Case 4, 7~10)	140
1.3 第1章結論	142
第1章補注	143
第1章参考文献	144

第2章 吸込み渦を利用した室内換気システム

2.1 LESによるオフィスサイズの空間を対象とした吸込み渦の再現性の検討

2.1.1 はじめに

2.1.2 解析概要

2.1.3 解析結果

(1) 旋回方向速度分布

(2) 乱流エネルギー k の分布

(3) 渦動粘性係数 ν_{SGS} の分布

(4) 圧力分布

(5) スマゴリンスキー定数 C_s の分布

2.1.4 考察

2.1.5 2.1節のまとめ

2.2 吹出し口位置の変化がアトリウム空間内の吸込み渦形成に及ぼす影響

2.2.1 本節の目的

2.2.2 解析条件

2.2.3 解析結果

(1) 吹出し口が壁際にある場合(ケース1)

(2) 吹出し口位置の変化(ケース1~11)

(3) ケース3, 5, 11の中央鉛直断面の流れ場の様相

(4) ケース3, 5, 11の床上7.5mの鉛直方向の流れ場の様相

2.2.4 考察

2.3 第2章結論

第2章補注

第2章参考文献

結論

謝辞

英語要約

ドイツ語要約

発表論文・連名論文リスト

序論

建築環境工学における室内気流の乱流数値シミュレーション技術は、建築・設備設計者および研究者の快適な室内環境を構築しようとする強い情熱に支えられて発展してきた¹⁾。現在、スーパーコンピュータに代表される高速な演算処理が行えるコンピュータを用いたCFD(計算流体力学: Computational Fluid Dynamics)による室内乱流場の予測手法は、気流設計者のイメージを具現化するための有力なツールとなりつつある。大規模な建築物の設計図書には、CFDによる屋内の熱・空気環境の検討を実施する旨が盛り込まれ、その解析結果を基に設計変更を行うことも少なくない。また、最終的な確認のために模型実験を行う場合にも、検討すべき設計パラメータについて探索範囲を絞ることを目的として、事前に種々の乱流数値シミュレーションが実施されるようになっている。さらに、目で捉えられない空気中に浮遊する微粒子等の汚染物質を嫌うクリーンルーム設計のためには、気流分布の高精度な制御技術が必要不可欠であり、ここでも乱流数値シミュレーションは有用なツールとして評価され、適用に関する研究が行われている^{2), 3)}。

建築環境工学における乱流数値シミュレーション技術は、解析における時間・空間スケールが他分野におけるCFD解析に比べて比較的大きいことが問題となる⁴⁾。これは、流れ場の現象を追跡するための計算時間の増大を招くとともに、計算機の利用可能な記憶容量の制限により常にメッシュサイズと空間解析精度のトレードオフの問題に直面することを意味する。それゆえ、これらを考慮してその結果を適切に評価・判断する手法を構築することは極めて重要な作業になる^{5), 6), 7)}。複雑な建築空間の形状を現実的な計算機資源の制約の下でモデル化し、“所定の精度”でその流れを解析することが可能であるならば、CFDによる気流解析技術は、建築設計の場において極めて提案的かつ戦略的なツールとなる。そのためには、解析結果が“所定の精度”であるための判定基準が必要となる。

そこで本研究では、はじめに標準 $k-\varepsilon$ モデルを室内気流解析に用いる際の解析手法の検討および解析結果の診断により、CFDをツールとして用いる際の精度の把握を合理的に行う方法を検討する。さらに、数値シミュレーション結果と実験結果の比較検証を行った後、得られた知見を基にしてCFDによる拡散場と流れ場の効果的な制御手法の提案を行う。

本研究の特徴は、以下の5つに要約される。

①標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いた数値解析手法および解析結果の診断手法を提案する。

(メッシュ分割による誤差の定量的把握、差分スキームの違いによる運動エネルギー保存量の定量的把握、壁面境界条件の影響の把握)

②より高精度な非等温解析を目的として標準 $k-\varepsilon$ モデルに高精度なWETモデルを組込む。

(熱フラックスの非等方性を考慮したWETモデルの提案とこれを2次元、3次元非等温流れ場に適用するための検討)

③クリーンルーム内で重力沈降の影響が問題となる浮遊微粒子の拡散場予測シミュレーション手法を検討し、実験結果からその精度を検証する。

- ④乱流型クリーンルームにおいて天井面上で給排気風量をバランスさせて換気効率を向上させた流れ場の制御手法を検討する。
- ⑤吸込み渦を利用した室内の流れ場の制御手法を検討する。
(CFDによる吸込み渦の特徴の再現およびアトリウム空間への適用のための検討)

本論文は以下の三編から構成されている。

第一編 CFDの解析手法並びに解析結果の診断：

第1章では、空間の差分化に伴う数値誤差を定量的に把握するために、Solution ErrorおよびTruncation Errorの誤差評価方法を提案する。さらに、 $4.8\text{m} \times 4.8\text{m} \times 2.7\text{m}$ の室内空間を対象にして、この手法を0方程式モデルおよび標準 $k-\varepsilon$ モデルに適用し、メッシュ分割の粗さに伴う誤差の定量的把握を行う。

第2章では、運動方程式を差分近似した場合の移流項等における輸送項の運動エネルギーの保存性に関して検討する。標準 $k-\varepsilon$ モデルにおいて一次精度風上差分、中心差分、Quickの各スキームを対象として運動エネルギーの収支を評価する方法を示し、実際に評価した結果について述べる。

第3章では、標準 $k-\varepsilon$ モデルを室内気流解析に適用する際に問題となる固体壁面の境界条件について、壁関数を用いた場合の取り扱いを検討する。まず、速度、乱流エネルギー k および散逸率 ε の各種壁面境界条件について、過去に提案された境界条件モデルを整理する。その上で、妥当とみなされる境界条件モデルの組み合わせを用いて解析を行い、流れ場および k と ε の乱流量の挙動について検討する。

第4章では、非等温乱流のシミュレーションにおいて重要な乱れによる熱フラックス $\overline{u_i\theta}$ に対して勾配輸送モデルに代わるLaunderの提案するWETモデルを組み込み、これを2次元および3次元の流れ場に適用するための検討を行う。2次元流れ場では、壁面の熱的な境界条件として熱フラックス一定の場合と温度一定の場合に関し、WETモデルと勾配輸送モデルを比較検討する。3次元流れ場では、噴流のある居室モデルを対象に実験およびASM(代数応力方程式モデル)の結果と比較し、その有効性を示す。

第二編 CFDによる室内拡散場の制御：

CFDをクリーンルームの拡散場解析に適用する場合に問題となる、重力沈降を伴う浮遊微粒子の拡散現象に関して、実測、模型実験および数値シミュレーションを行い、予測手法の確立を目的とする検討を行う。まず、室内における浮遊微粒子の拡散性状について実験的検討を行い、対象浮遊微粒子の粒径・初期濃度によっては、重力沈降や凝集などの浮遊微粒子固有の特性を無視できることを確認する。つぎに、粒径 $0.31\mu\text{m}$ の微粒子に関して数値シミュレーション結果と実験結果との照合を行う。最後に、実験技術上の問題により、模型実

験で確認が困難な粒径 $5.0\mu\text{m}$ 以上の浮遊微粒子の室内全体の拡散状況をCFDを適用して検討する。その上で、浮遊微粒子濃度の計測法の改善に関して新たな提案を行うとともに、クリーンルーム室内全体における重力沈降を考慮した浮遊微粒子拡散場の数値シミュレーション手法の有効性を示す。

第三編 CFDによる室内流れ場の制御：

第1章では、“一つの給気口を単位とした吹出し気流とその周囲の上昇流、およびその天井面にある給気口への収束流により形成される気流単位”の概念を乱流型クリーンルームに適用し、この気流単位の形成が容易である天井面での局所給排気方式のクリーンルームについて流れ場・拡散場を検討する。まず乱流型クリーンルーム内の流れ場の形成状態に関してLLS(Laser Light Sheets)による可視化手法を用いて定性的な比較を行い、汚染質排出性能の点で天井面給排気方式が従来型の天井吹出し・壁面吸込み方式に劣らないことを確認する。次に、模型実験により吹出し口の位置と個数を固定し、吸込み口の位置と個数を変化させた場合について、気流障害物の影響と給排気風量のアンバランスの影響を検討する。さらに、模型実験との対応を確認した上で、数値シミュレーションにより給排気のアンバランスや気流障害物設置の影響を詳細に検討する。以上の検討から、気流単位を形成させた天井給排気方式のクリーンルームが汚染質拡散を局所的に限定させ、換気効率の極めて高いシステムであることを示す。

第2章では、吸込み渦の持つ吸引力を利用した室内換気システムの数値シミュレーション手法に関して検討を行う。まず、CFDによる吸込み渦の特徴の再現のためには、乱流モデルとして標準 $k-\varepsilon$ モデルが不適であることを確認するとともに、LES(Large Eddy Simulation)により解析を行う際に問題となるメッシュサイズおよびスマゴリンスキー定数に関して検討を行う。さらに、アトリウムのように空間容積が大きい建築空間内で吸込み渦を効率良く発生させるために、吹出し口位置に関する検討を行い、吸込み渦を利用した換気システムの可能性を述べる。

最後に、結論としてCFDを利用した室内の流れ場・拡散場制御手法のまとめを行い、本研究の成果と今後の課題を総括する。

序論 参考文献

- 1) 野村 豪, 松尾 陽, 貝塚正光, 坂本雄三, 遠藤清尊: 室内空気分布の数値解析に関する研究 1, 2, 3、日本建築学会論文報告集、第231号, 第232号, 第238号、1975
- 2) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: コンベンショナルフロー型クリーンルーム内の気流性状に関する研究 (第1~5報)、空気調和・衛生工学会論文集、No. 37, No. 40, No. 44, No. 49、1988, 1989, 1990, 1992
- 3) 須山喜美: 乱流型クリーンルーム内の気流性状並びに汚染質拡散性状に関する研究、東京大学学位論文、1991
- 4) 村上周三: 風工学における乱流の数値シミュレーション、日本風工学会誌、第20号、1984
- 5) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第2報) 移流項差分における一次精度風上, Quick, 中心差分スキーム等の比較検討、日本建築学会計画系論文報告集、第390号、1988
- 6) 村上周三, 持田 灯, 村上里美: Adaptive Grid手法を用いた建物周辺乱流の数値解析、日本建築学会計画系論文報告集、第393号、1988
- 7) 倉淵 隆: 室内空気分布の数値予測法の実用化に関する研究 —Multi-Mesh法の開発と $k-\epsilon$ モデルによる非等温室内気流の数値解析、東京大学学位論文、1991

第一編

CFDの解析手法 並びに解析結果の診断

第1章 差分間隔に伴う数値誤差の推定・評価方法

1.1 はじめに

現行の数値シミュレーションにおいては、前提にした計算条件と与えられる結果との間にブラックボックス的部分が多く、結果の妥当性をシミュレーション結果のみから判断することは、一般に困難である。汎用または開発したプログラムを用いて現実の流れ場を解析しようとする技術者や研究者にとって重要なことは、得られたシミュレーション結果の予測精度がどの程度であるのかを把握することであるが、それは容易なことではない。したがって計算結果の妥当性に対する絶えざる“診断”は、シミュレーションの当事者にとっても、結果を利用する側にとっても不可欠である。本章の研究はこのような趣旨に沿う診断システムの開発を目的として行ったものである。

乱流の数値シミュレーション結果の妥当性を診断する最も良い方法は、シミュレーション結果を直接実際の流れと対応させて比較検討することである。この観点からシミュレーション結果と実験結果を比較し、乱流の数値シミュレーション手法の有効性が論じられている^{1), 3)}。実際の流れ場の解析に際して直ちに問題となるのは、差分化に伴う数値誤差をどのように評価するかということである。差分分割を細かくすれば、精度が向上するのは当然であるが、各種の計算実施上の制約により、多くの場合理想的に細かい差分分割を行うことは難しい。差分化に伴う打ち切り誤差解析から差分格子間隔の制約を導いたHirt(1968)⁴⁾、野村、松尾、加藤(1980)⁵⁾の研究もあるが、シミュレーション結果における誤差の定量的な評価方法については触れていない。

本研究では、数値シミュレーションの誤差の推定、評価を目的とする診断システムの一環として、adaptive grid method^{6), 7)}で用いられている誤差評価手法を用いて差分分割の粗さに伴う誤差を定量的に評価する方法を提案する。これはリチャードソンの補外法⁸⁾により、①真の解を推定するとともに解の誤差(Solution Error)を評価し⁹⁾、②真の解の推定値を利用して差分方程式の打ち切り誤差(Truncation Error)を具体的に評価するものである。またこの誤差評価手法を用いて室内気流シミュレーション結果の検討を行った結果についても報告する¹⁰⁾。

1.2 誤差の推定

数値解析の誤差として、数値解と真の解との差であるSolution Error(補注1.1参照)と差分方程式に由来する打ち切り誤差(真の解を差分式に代入した結果生じる残差)であるTruncation Error(補注1.2参照)の2種類を考える。Truncation Errorは流れ場により移流・拡散されてSolution Errorの形成にあずかるものと考えられる。

1. 2. 1 Solution Errorの推定

差分間隔 h で p 次精度の差分スキームを用いたときのSolution Error ($e(h, x)$ と表す)を、Taylor級数を用いて次式により仮定する^{6), 11), 12)}。

$$e(h, x) = u(0, x) - u(h, x) = h^p F(x) + h^q G(x) + \dots \quad (1.1)$$

ここで $u(0, x)$ は位置 x の関数として定まる微分方程式を満足する真の解、 $u(h, x)$ は差分間隔 h の場合の位置 x の関数として定まる解を示す。すなわち差分間隔 h の関数である $u(h, x)$ は、 $u(0, x)$ 点まわりで十分小さい h に関してTaylor級数展開される。この際 $u(h, x)$ が p 次精度の差分スキームを基礎とする解であるならば h^p 未満の項は零となる。 $F(x)$ 、 $G(x)$ はTaylor級数 h^p 、 h^q ($q > p$)の係数、 $h^p F(x)$ は $u(h, x)$ の誤差のLeading Error、 $h^q G(x)$ は高次誤差項である。

$h^p F(x)$ は、(1.1)式および差分間隔 $2h$ の場合のSolution Error ($e(2h, x)$ と表す)を用いて(1.2)式で推定される(補注1.3参照)。これは差分間隔 h のときのSolution Errorの推定値 $\tilde{e}(h, x)$ とみなし得る。

$$\tilde{e}(h, x) = \frac{u(h, x) - u(2h, x)}{2^p - 1} = h^p F(x) + \left(\frac{2^q - 1}{2^p - 1} \right) h^q G(x) + \dots \quad (1.2)$$

(1.2)式は(1.1)式と比較すると次式のように書ける。

$$\tilde{e}(h, x) = e(h, x) + O(h^q) \quad (1.3)$$

すなわち、 $e(h, x)$ は q 次の精度で推定されている。

また真の推定値 $\tilde{u}(0, x)$ は(1.1)式のSolution Error $e(h, x)$ に推定値 $\tilde{e}(h, x)$ を代入して次式で推定する。

$$\tilde{u}(0, x) = u(h, x) + \tilde{e}(h, x) \quad (1.4)$$

1. 2. 2 Truncation Errorの推定

微分方程式の一般形は(1.5)式のように表せる。

$$L[u(0, x)] - f = 0 \quad (1.5)$$

このときの差分間隔 h における差分近似式のTruncation Error $\tau(h, x)$ は次式で評価される(補注1.4参照)。

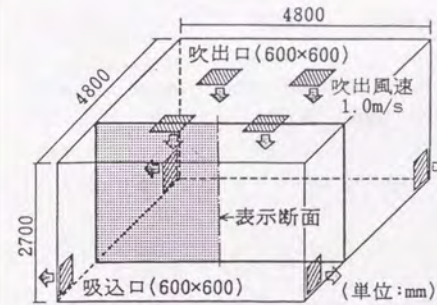


図 1.1 解析に用いた室形状

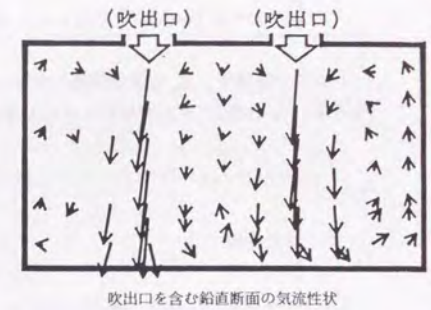


図 1.3 模型実験結果

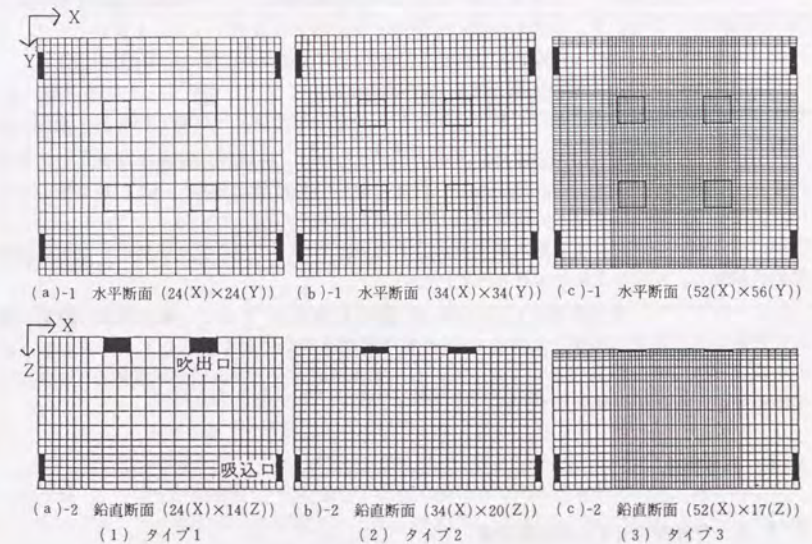


図 1.2 メッシュ分割図

$$\tau(h, x) = L_h[u(0, x)] - f \quad (1.6)$$

L は微分演算子、 L_h は差分間隔 h の差分演算子、 f は既知関数である。Truncation Errorの推定値 $\tilde{\tau}(h, x)$ は(1.4)式を用いて次式で推定される(補注1.5参照)。

$$\tilde{\tau}(h, x) = L_h[\tilde{u}(0, x)] - f = L_h[u(h, x) + \tilde{e}(h, x)] - f \quad (1.7)$$

1.3 解析概要

図1.1に示すように吹出し風速1.0m/s、天井高2.7m、吹出し口・吸込み口は0.6m×0.6mの大きさで、それぞれ天井面および壁面四隅に設置した室内の気流を解析対象とする。この領域を図1.2に示す3タイプのメッシュで分割し、これに基づく解($u(h, x)$ に対応)とそれぞれに対応する粗分割メッシュに基づく解(メッシュを2倍増とした $u(2h, x)$)を用いて、0方程式モデル(中心差分スキーム、 $p=2$)および $k-\varepsilon$ モデル(中心差分スキーム、 $p=2$)による数値解の誤差を評価する。タイプ2は均等メッシュ分割である。これに対しタイプ1とタイプ3は、メッシュ分割の粗密が吹出し噴流のシアの勾配に及ぼす影響をみるために吹出し口面および吹出し口間の分割数を変化させた異形メッシュを用いている。タイプ1から3の順に吹出し口面および吹出し口間の水平方向の分割数を倍増させている。

0方程式モデルの乱流拡散係数 ν_t は $k-\varepsilon$ モデルに基づくシミュレーション結果(図1.2のタイプ2のメッシュ分割に基づく解)における ν_t の室内平均値とほぼ等しい0.01を室内一様に与えている。表1.1に $k-\varepsilon$ モデルの基礎方程式を、表1.2に境界条件および使用した差分スキームの概要を示す^{(13), (14)}。シミュレーション結果は定常解を求めている。定常解の判定は、空間平均運動エネルギーの時間微分の絶対値を利用して行っている。シミュレーションでは、0方程式の場合は定常解が求まるが、2方程式モデルの場合は流れ場の一部が多少時間的に振動し、完全な定常解が得られていない。

シミュレーション結果の検証のため図1.3に模型実験結果⁽¹⁾を示す。模型実験は測定の実用性を考慮して天地逆に設置した縮尺1/6の室内模型を用いており、吹出し口のRe数(約 4×10^4)の一致を相似条件として行っている。風速測定はタンデム型熱線風速計⁽¹⁵⁾を用い、平均風速を3次元的に測定している。

1.4 誤差評価

1.4.1 0方程式モデルの誤差評価

- (1) 気流分布の解析結果($e(h, x)$ を含む)を図1.4(a)に示す。なお図は対称断面の半分のみを示し、以下同様である。タイプ1から3の順に吹出し口間の上昇流がわずかつ強くなっている。これは吹出し口間の差分間隔が細くなることにより、図1.4(c)に示すようにこの部分で数値粘性として働いている打ち切り誤差が小さくなったことに

表1.1 基礎方程式($k-\varepsilon$ モデル)

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial X_j} = -\frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) + \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_1} \frac{\partial k}{\partial X_j} \right) + P_k - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = k^2 \ell \quad (5)$$

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (6)$$

各数値定数: $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_1 = 1.0$, $\sigma_2 = 1.3$

U_i : 平均速度(m/s) P : 圧力(N/m²) k : 乱流エネルギー(m²/s²)

ε : 乱流散逸率(m²/s³) ν_t : 渦動粘性係数(m²/s) ℓ : 乱れの長さスケール(m)

表1.2 境界条件および差分スキーム

(1) 吹出し口	$U_i = 0.0$, $U_n = U_{out}$, $k = k_{out}$, $\ell = \ell_{out}$ 添え字 i, n : 吹出し口面に対してそれぞれ接線方向、法線方向を示す U_{out} : 吹出し口風速 (=1 m/s) k_{out} : 流入乱流エネルギー (=0.005 m ² /s ²) ℓ_{out} : 乱れの長さスケール (=0.2 m)
(2) 吸込み口	$U_i = 0.0$, $U_n = U_{in}$, $\partial k / \partial n = 0.0$, $\partial \varepsilon / \partial n = 0.0$ U_{in} : 吸込み口風速 (=1 m/s)
(3) 壁面	$(\partial U_i / \partial n)_{n=0} = m \cdot (U_i)_{n=h} / h$, $U_n = 0.0$, $\partial k / \partial n = 0.0$, $(\varepsilon)_{n=h} = \left\{ C_\mu \cdot (k)_{n=h}^{3/2} \right\} / (C_\mu^{1/4} \cdot \kappa h)$ h : 壁面から第一セルの差分定義点までの距離 m : U_i がベキ乗分布するとみなしたときのベキ指数 ($m=1/7$) κ : カルマン定数 ($\kappa=0.4$)
(4) 差分スキーム	・空間差分: 中心差分、ただし吸込み口周辺の運動方程式(表1.1式(2)) 移流項はQUICKスキーム、および k, ε の輸送方程式(表1.1式(3), (4))の移流項はQUICKスキーム+一次風上差分スキーム ・時間差分: Adams-Bashforthスキームによる二次精度スキーム

対応している。なお実験結果（図1.3）との対応をみるかぎりではタイプ2よりもタイプ1のほうがより実験に近い結果を示しているように思われる。

- (2) 推定された真の解の気流分布を図1.4(b)に示す。真の解の推定値はシミュレーション結果に比べ吹出し口間の床面近傍の上昇流が発達する傾向を示す。この傾向はタイプ1からタイプ2で差分間隔が細くなるにつれてそれら床面近傍の上昇流が強くなる様相に対応している。また十分に差分間隔が細かいタイプ3では真の解の推定値はシミュレーション結果とほぼ等しい様相を示す。
- (3) 流速のSolution Error（補注1.6参照）を図1.4(c)に、Truncation Errorを図1.4(d)に示す。差分分割が細くなるタイプ1から3の順に吹出し口周辺および床面の誤差が小さくなっており、順当な結果が得られている。

1.4.2 $k-\varepsilon$ モデルの誤差評価

- (1) 気流分布の解析結果（ $e(h, x)$ を含む）を図1.5(a)に示す。タイプ1から3の順に吹出し口間の上昇流が強くなる。なお、タイプ2（図1.5(a)-2）は実験結果（図1.3）と良い対応を示すが、さらに差分分割の細かいタイプ3の場合には上昇流が天井近くまで到達し実験結果との対応は逆に悪くなる。
- (2) 流速のSolution Errorを図1.5(b)に示す。タイプ1から3の順に吹出し口直下の誤差は小さくなるが、逆に床面近傍の誤差は大きくなる。
- (3) 流速のTruncation Errorを図1.5(c)に示す。タイプ1から3の順に吹出し口周辺および床面近傍の誤差は大きくなる。
- (4) 乱流エネルギー k のSolution Errorを図1.5(d)に示す。タイプ1から3の順に小さくなる。
- (5) 乱流エネルギー k のTruncation Errorを図1.5(e)に示す。Solution Errorの場合とは逆にタイプ1から3の順に大きくなる。
- (6) 散逸率 ε のSolution Errorを図1.5(f)に示す。タイプ1から3の順にメッシュが細くなるほど大きくなる結果を示す。
- (7) 散逸率 ε のTruncation Errorを図1.5(g)に示す。Solution Errorの場合と同様にタイプ1から3の順に大きくなる。

1.4.3 差分分割タイプ2の場合のTruncation Errorの評価

微分方程式が精度良く解かれるためには、Truncation Errorは各輸送方程式中の各項、特にその卓越項に比べて小さい必要がある。室内気流は性状が複雑であり卓越項を直ちに指摘することが難しく、ここでは輸送方程式中の各項との単純比較を行う。図1.6～1.8に $k-\varepsilon$ モデルを用いた差分分割タイプ2の場合について基礎方程式中の移流項、拡散項等の各項の大きさをTruncation Errorと比較して示す。

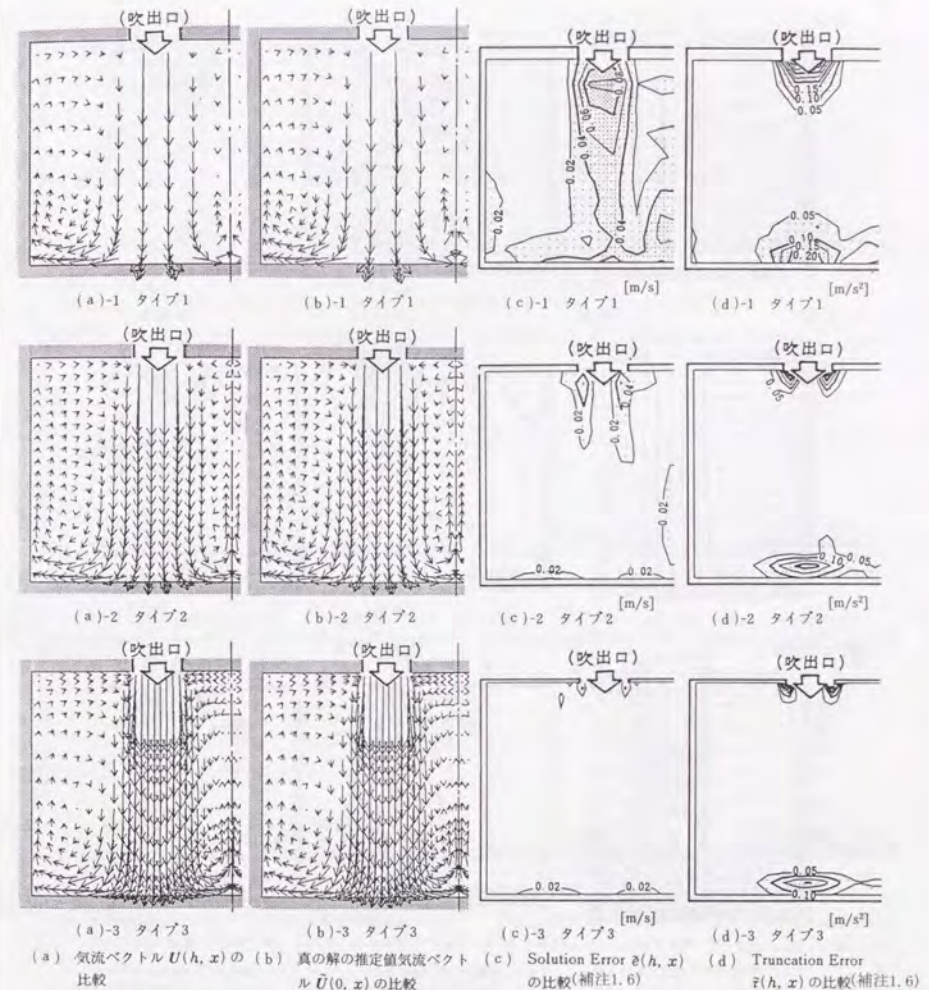


図1.4 0方程式モデルの誤差評価（ $\nu_t = 0.01$ ）

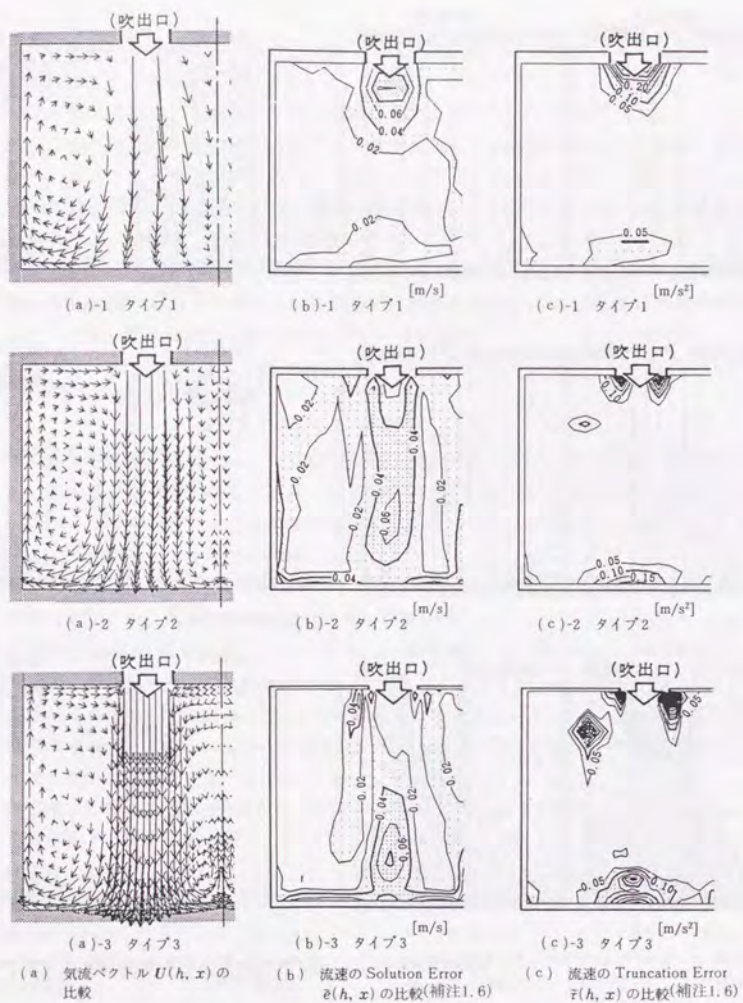


図1.5 $k-\varepsilon$ モデルの誤差評価

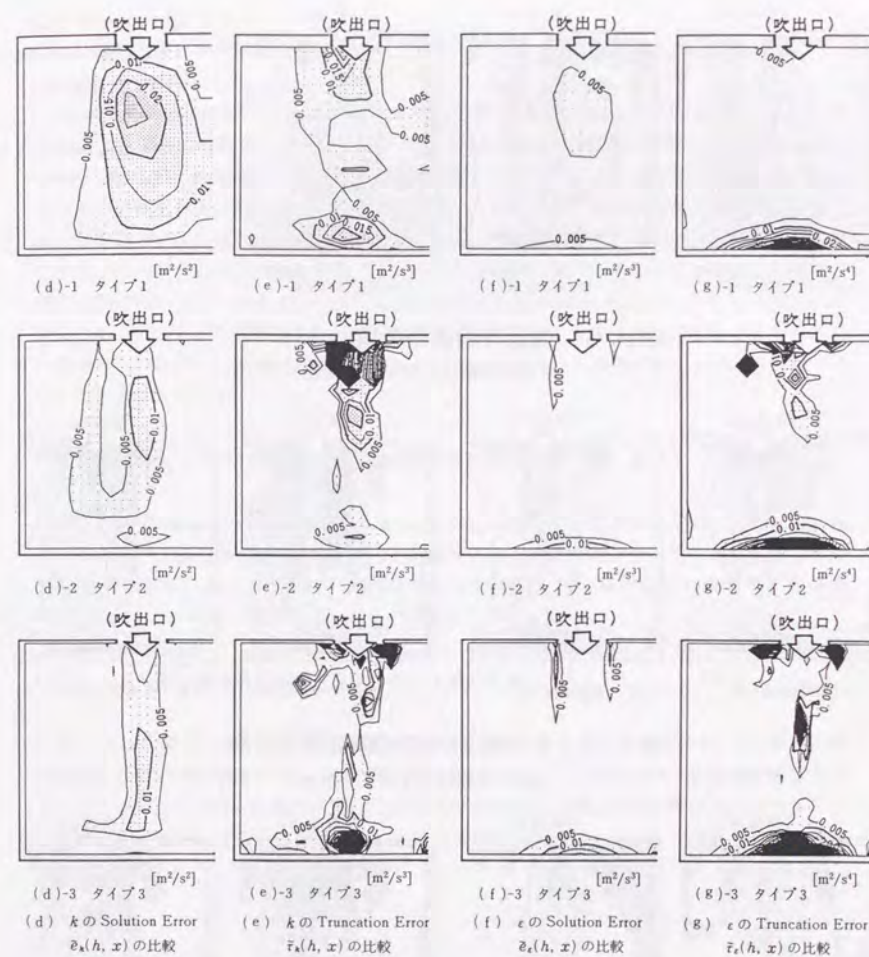


図1.5 $k-\varepsilon$ モデルの誤差評価 (続き)

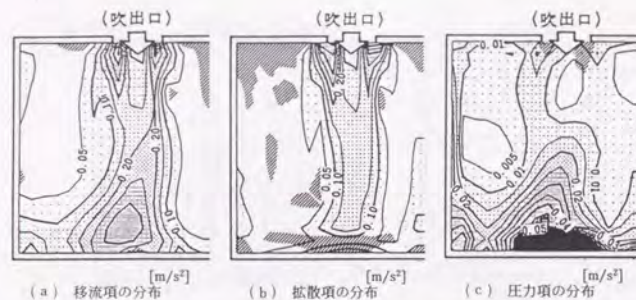


図 1.6 運動方程式の各項の分布 (補注1.6)
(差分分割はタイプ2を使用)

- * 1 図 1.6～1.8は
 $k-\varepsilon$ モデルの場合の
各項の分布を示す。
* 2 ハッチ部分 (///) は
Truncation Errorよりも
小さい部分を示す。

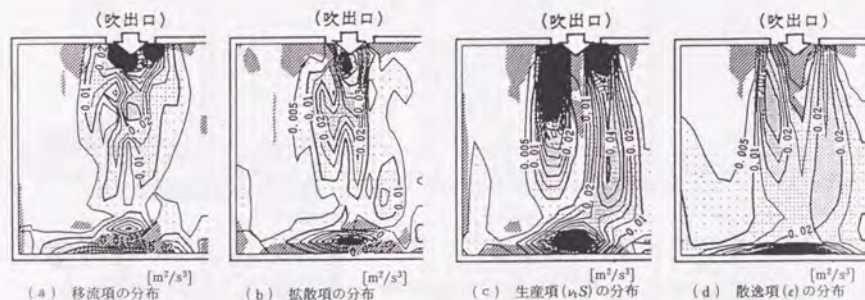


図 1.7 k の輸送方程式の各項の分布
(差分分割はタイプ2を使用)

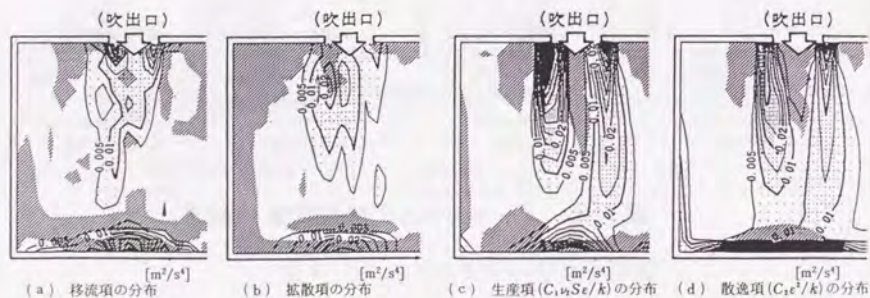


図 1.8 ε の輸送方程式の各項の分布
(差分分割はタイプ2を使用)

(1) 運動方程式中の各項の分布

ハッチ部分 (///) は輸送方程式中の各比較対象項の絶対値がTruncation Error (図 1.5(c)-2) の絶対値よりも小さい領域を示す (以下同様) (補注1.6参照)。平均流方程式中の各々移流項、拡散項および圧力項の分布は図 1.6 に示すように、いずれもTruncation Error より小さい領域が生じる。特に拡散項 (図 1.6(b)) は、吹出し噴流の衝突する床面および天井近傍の領域においてTruncation Errorと等オーダーもしくは小さくなる。 $k-\varepsilon$ モデルを基礎とするシミュレーションでは、前節 (1.4.2) での検討結果に示されるようにこの程度の差分分割ではメッシュをさらに細かくしても必ずしもTruncation Errorが小さくなる保証がない。しかしながら、本来Truncation Errorは差分分割が細かくなればなるほど小さくなることが期待されるので、この意味では本シミュレーションにおける差分分割が必ずしも十分ではないことを示している。

(2) 乱流エネルギー k の輸送方程式中の各項の分布

図 1.7 に k の輸送方程式中の移流、拡散、生産および散逸の各項の分布を示す。拡散項に限らず移流項、生産項等もTruncation Errorと比較すると小さい領域が生じる。特に吹出し噴流の衝突する床面、吹出し口周辺の天井近傍および噴流の境界層部分等の領域で、各項はTruncation Errorに比べて等オーダーもしくは小さい。

(3) エネルギー散逸率 ε の輸送方程式中の各項の分布

図 1.8 に ε の輸送方程式中の移流、拡散、生産および散逸の各項の分布を示す。 k と同じく移流項および拡散項は壁際でTruncation Errorよりも小さい。この傾向は特に拡散項で顕著である。したがって ε の輸送方程式に関しては壁面近傍の差分分割が現況で特に不十分であり、この部分のメッシュ分割をさらに細かくすることによりシミュレーション結果が変化する可能性がある。

1.5 考察

0 方程式モデルの場合には、 ν_t 一定の条件は流れ場全体にある程度一様な流れの特徴スケールを課するとみなせるので、差分分割の細かさに比例して誤差が素直に減少するものと推定される。一方、 $k-\varepsilon$ モデルの場合には、 ν_t は場の関数であり、その値は流れ場のみならず差分分割の粗密により、ある程度の影響を受ける。不十分なメッシュ分割で行われるシミュレーションにおいて、大きな差分分割でのシミュレーション結果はそれ以下の細かいスケールの性状を解析できず、結果的に流れ場やこれに大きくかわる ν_t の値に対して差分スケールに関連する大きな特徴スケールを同時に課す効果を持つと考えられる。この効果は、差分分割が細くなるにつれて減少し、流れ場や ν_t に課された差分分割にかかわる特徴ス

ケールから解放されて本来の流れ場のみより定まる特徴スケールを持つようになると考えられる。不十分なメッシュ分割で行われるシミュレーションにおいてメッシュをより細かくした場合、流れの特徴スケールもさらに小さくなるので流れ場の風速の勾配は差分分割の大きい場合の結果に比べて大きくなる傾向にある。大きな風速勾配は大きなTruncation Errorを生ずる原因となり、誤差が減少しないものと考えられる。

本章での $k-\varepsilon$ モデルを用いたタイプ2の差分分割による結果は実験とおおむねよく一致しており、実用上十分な結果を得られるということもできる。しかしながら、一方においては、この程度のメッシュ分割では、分割をさらに細かくした場合、得られるシミュレーション結果がまだ変化する可能性を持ち、Solution Error, Truncation Errorも減少しないという意味で、まだまだ不十分であることも明らかである。数値定数等を含め、乱流モデルの検討¹⁶⁾がさらに必要であり、これらに関する診断の必要性を示唆している。

1.6 第1章結論

数値シミュレーションのSolution ErrorとTruncation Errorについて定量的かつ具体的に評価する方法を提案した。またこの誤差評価手法を0方程式モデルおよび $k-\varepsilon$ モデルに適用した場合の差分分割の粗密がシミュレーション結果に及ぼす影響を考察した。本章で用いた差分分割の範囲内の検討では以下の結果が得られた。

- (1) ν_t を一定とする0方程式モデルでは差分分割を細かくすると誤差は小さくなる。
- (2) $k-\varepsilon$ モデルの場合には差分分割を細かくしても誤差は必ずしも小さくならず、現状の差分分割や数値定数を含む乱流モデルの検討が未だ不十分であることが示唆された。
- (3) Truncation Errorは $k-\varepsilon$ モデルの基礎方程式中の各項と比較すると、吹出し噴流の衝突する床面および吹出し口周辺の天井近傍の領域で等オーダーもしくは大きくなる傾向がある。

第1章補注

- 1.1 Solution ErrorはSolutionの次元と一致する。したがって流速のSolution Errorはm/s、乱流エネルギー k のSolution Errorは m^2/s^3 の次元を持つ。
- 1.2 Truncation Errorは輸送方程式の次元と一致する。したがって流速のTruncation Errorは m/s^2 、乱流エネルギー k のTruncation Errorは m^2/s^3 の次元を持つ。
- 1.3 誤差評価に際しては差分間隔が $2h$ の場合の解析結果を差分間隔 h のデータ定義点に補間する必要がある。そのため補間方法それ自体の精度も検討の必要⁶⁾があるが、本章では一次精度のラグランジェ補間を用いており、補間精度に関する検討は特に行っていない。
- 1.4 差分にかかわるTruncation Errorは差分と微分との差、すなわち

$$\tau(h, x) = L_h[u(0, x)] - L[u(0, x)] \quad (1.8)$$

と定義されることも多い。これは(1.5)式を考慮すると

$$\begin{aligned} \tau(h, x) &= L_h[u(0, x)] - f - (L[u(0, x)] - f) \\ &= L_h[u(0, x)] - f \end{aligned} \quad (1.9)$$

となり、(1.6)式の定義と等しい。

- 1.5 本章で行ったシミュレーションにおいて解 $u(h, x)$ は、流れ場の一部で残る非定常性などのために厳密には各格子点で、

$$L_h[u(h, x)] - f = 0 \quad (1.10)$$

を満たさない。そのため本研究におけるTruncation Error $\tilde{\tau}(h, x)$ の算出では、この寄与分を差し引いて(1.11)式により評価している。

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}(h, x) &= L_h[\tilde{u}(0, x)] - f - (L_h[u(h, x)] - f) \\ &= L_h[\tilde{u}(0, x)] - L_h[u(h, x)] \end{aligned} \quad (1.11)$$

- 1.6 流速（ベクトル量）のSolution Error, Truncation Errorおよび拡散項は各方向成分を合成（2乗和の平方根）して示す。

第1章参考文献

- 1) 加藤信介, 村上周三, 須山喜美: クリーンルーム内の気流性状に関する研究 (その5), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 217-218, 1984
- 2) 須山喜美, 村上周三, 加藤信介: クリーンルーム内の気流性状に関する研究 (その6), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 219-220, 1984
- 3) 村上周三, 加藤信介, 永野紳一郎: クリーンルーム内の浮遊微粒子拡散性状に関する研究 (その6), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 269-270, 1985
- 4) C.W.Hirt: Heuristic Stability Theory for Finite Difference Equations, J.Comp.Physics, Vol. 2, 339, 1968
- 5) 野村 豪, 松尾 陽, 加藤信介: MAC法の空間差分間隔に関する考察—数値解析手法を用いる室内空気分布予測法に関する研究, その1—, 日本建築学会論文報告集, 292号, pp. 61-72, 1980
- 6) S.C.Caruso, J.H.Ferziger and J.Oliger: Adaptive Grid Techniques for Elliptic Fluid Flow Problems, Report No. TF-23, Mech. Engrg. Dept., Stanford University, 1985. 11
- 7) S.C.Caruso, J.H.Ferziger and J.Oliger: Adaptive Grid Techniques for Elliptic Fluid Flow Problems, AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting, Nevada, 1986. 1
- 8) 例えば篠原能材著: 数値解析の基礎, 日新出版, 1982. 4
- 9) P.J.Roache: Computational Fluid Dynamics, 高橋亮一 他訳「コンピュータによる流体力学」, 構造計画研究所, 1978
- 10) 永野紳一郎, 村上周三, 加藤信介: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第14報), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1033-1034, 1987
- 11) B.P.Leonard: A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, North-Holland Publishing Company, 19, 1979
- 12) B.P.Leonard: The QUICK Algorithm: A Uniformity third-order Finite-difference Method for Highly Convective Flows, Computer Method in Fluids, Pentech Press, 1980
- 13) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第9報), 移流項差分に関するQUICKスキームと各種スキームの比較—その1, 空気調和・衛生工学会学術論文集, pp. 617-620, 1986
- 14) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第10報), 移流項差分に関するQUICKスキームと各種スキームの比較—その2, 空気調和・衛生工学会学術論文集, pp. 621-624, 1986
- 15) 田中俊彦, 村上周三, 小峯裕己: タンデム型熱線風速計による室内気流の測定, 三次元的な測定システムの開発, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 313-314, 1978
- 16) 村上周三, 加藤信介, 永野紳一郎: 乱流数値シミュレーションの診断システムに関する研究 (第8報), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 279-280, 1986

第2章 運動エネルギー保存に関する各種差分スキーム

2.1 はじめに

建築分野における室内および建物周辺の流れ場の予測・設計のための支援ツールとして乱流数値シミュレーション技術が実際に用いられる段階となっている。その適用に際しては、シミュレーションを行う上で具体的に決定すべき条件（乱流モデル、差分スキーム、境界条件、メッシュ分割等）が多くあり、その選択基準の根拠を何におくべきなのか判断に迷う場合が多い。それゆえ選択した種々の条件により解析結果がどのような挙動を示し、どの程度の精度で得られるのかを検討することは、解析結果だけから予測判断を行う必要がある場合には特に重要である。

通常、解析結果の精度を検証する場合には実験結果との比較によることが多い。しかしながら、計算対象によっては、実験を厳密に行うことが困難となることもある。このような場合には、数値解析結果の妥当性の検証は使用した解析条件に依存するため、解析結果自体を用いて数値的な評価を行いうる手法の開発が一層重要となる。著者らは、このような観点から差分法における数値解析結果の評価・診断手法の開発を進めている^{1), 2)}。本章はその一環として差分法における運動エネルギー保存に関する検討を行ったものである。

運動方程式を差分近似したシミュレーションでは本来保存されるべき移流項等の輸送項における運動エネルギーが数値粘性等により保存されない状況がしばしば発生することが知られている^{3)~5)}。本章では $k-\varepsilon$ 型2方程式乱流モデルを基礎とし、MAC法の定義点に基づく乱流数値シミュレーションに関して、各種の移流項差分スキーム（中心差分、風上差分、QUICK⁶⁾）を対象として運動エネルギーの保存性について検討した²⁾。

2.2 基礎方程式と運動エネルギー収支

検討対象とした $k-\varepsilon$ モデルを(2.1)~(2.5)式に示す。

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial X_j} + \frac{\partial \frac{P}{\rho}}{\partial X_i} + \frac{\partial \frac{2}{3}k}{\partial X_i} - \frac{\partial}{\partial X_j} \{ (v + \nu_t) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \} = 0 \quad (2.2)$$

① ② ③ ④ ⑤

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial U_j k}{\partial X_j} - \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\left(v + \frac{\nu_t}{\sigma_1} \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} \right) - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \varepsilon = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial U_j \varepsilon}{\partial X_j} - \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\left(v + \frac{\nu_t}{\sigma_2} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right) - C_1 \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} = 0 \quad (2.4)$$

$$\nu_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.5)$$

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_1 = 1.0, \sigma_2 = 1.3$$

2.2.1 平均運動エネルギーの収支

平均エネルギー方程式は(2.2)式に U_i を乗じて次式となる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U_i U_i + \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{P}{\rho} + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{2}{3} k \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) + (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥

(2.6)式⑤、⑥の両項は(2.2)式⑤項に対応する。(2.6)式を流れ場全体で積分することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U_i U_i dV + \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i dV + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{P}{\rho} dV + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{2}{3} k dV \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dV + \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥

(2.7)式にガウスの発散定理を適用すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U_i U_i dV + \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i dS + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{P}{\rho} dS + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{2}{3} k dS \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dS + \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥

すなわち(2.7)式②～⑤項に対応する(2.8)式②～⑤項のいずれもが、流れ場の境界面を検査面として評価されているため流れ場内部でのエネルギーの発生、消散には関与しない。

2.2.2 乱流エネルギーの収支

(2.7)、(2.8)式と同様に(2.3)式を流れ場全体で積分して(2.9)式を得、さらにガウスの発散定理を適用して(2.10)式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U_i U_i dV + \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i dV + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{P}{\rho} dV + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{2}{3} k dV \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dV + \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U_i U_i dV + \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i dS + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{P}{\rho} dS + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{2}{3} k dS \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dS + \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

① ② ③ ④ ⑤

(2.10)式で示されるように乱流エネルギーの時間変動は②、③項の境界面での収支の差および④、⑤項で示される乱流エネルギーの生成、散逸の総和によって定まる。

2.2.3 全運動エネルギー収支

空間全体の全運動エネルギー収支は、(2.8)および(2.10)式の和により(2.11)式のように表示される。ただし平均流の運動エネルギー $K = \frac{1}{2} U_i U_i$ 、乱れのエネルギー $k = \frac{1}{2} u_i u_i$ とする。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U_i U_i dV + \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i dS + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{P}{\rho} dS + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{2}{3} k dS \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dS + \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV \\ & + \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} u_i u_i dV + \frac{\partial u_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} u_i u_i dS + \frac{\partial u_i}{\partial X_i} \frac{P}{\rho} dS + \frac{\partial u_i}{\partial X_i} \frac{2}{3} k dS \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} u_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) dS + \frac{\partial}{\partial X_j} u_i (\nu + \nu_i) \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial X_j} dV = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

定常な流れ場の全運動エネルギーは、上式に示されるように流入流出境界面における正味の全運動エネルギー収支(②項)、圧力仕事の収支(③項)および、境界面でのせん断応力のなす仕事(④項)、境界面での乱流エネルギーフラックス(⑤項)、流れ場内部の粘性のみによるせん断応力のなす仕事(⑥項)および、流れ場内部で生じる散逸(⑦項)によりバ

ランスする（定常であれば時間微分項①は零となる）。

2.3 差分近似式における運動エネルギーの保存

2.3.1 輸送項における保存

輸送方程式中の生産項、散逸項を除いて輸送項は運動エネルギーの流れ場内部での発生、散逸に関与しない。したがって、(2.7)式から(2.8)式の変形で示されるように平均運動エネルギー方程式の空間積分に際してはガウスの発散定理、(2.12)～(2.15)式の関係が利用される。

$$\iiint_V \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i dV - \iint_A U_n \frac{1}{2} U_i U_i dS = 0 \quad (2.12)$$

① ②

$$\iiint_V \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{P}{\rho} dV - \iint_A U_n \frac{P}{\rho} dS = 0 \quad (2.13)$$

① ②

$$\iiint_V \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{2}{3} k dV - \iint_A U_n \frac{2}{3} k dS = 0 \quad (2.14)$$

① ②

$$\begin{aligned} & - \iiint_V U_i \frac{\partial}{\partial X_j} (v + v_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dV = \\ & \quad \text{①} \\ & - \iiint_V \frac{\partial}{\partial X_j} U_i (v + v_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dV + \iiint_V (v + v_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV \\ & \quad \text{②} \qquad \qquad \qquad \text{③} \\ & = - \iint_A U_i (v + v_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dS + \iiint_V (v + v_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV \quad (2.15) \\ & \quad \text{④} \qquad \qquad \qquad \text{⑤} \end{aligned}$$

本研究では、上式中の各項をシミュレーション結果から評価し、(2.12)～(2.15)式の各等式が満たされるか否かを検討する。これにより、移流項等の輸送に係る各項の差分近似において、差分に伴う数値誤差のエネルギードレイン（エネルギー流出：(2.12)～(2.15)式の収支のインバランス）が具体的に評価できる。(2.12)～(2.15)式中の体積分項の数値評価法

は、次節2.3.2、表面積分の数値評価法は2.3.3節に示す。

2.3.2 運動エネルギー輸送項の体積分

MAC法は、コントロールボリューム法に基づいたスタガードグリッドを用いている。速度成分、 U, V, W 等はコントロールボリュームの界面で定義されている。平均運動エネルギー $K = \frac{1}{2} U_i U_i$ はスカラー量であるので乱流エネルギー k 等と同様に、コントロールボリューム中央で定義する。ここではコントロールボリューム界面における速度成分の2乗量の単純平均により評価する。平均運動エネルギーの (i, j, k) 点まわりの時間微分は、運動量輸送方程式の差分式を用いて次式で評価される。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial K}{\partial t} \right)_{i,j,k} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (U_i U_i)_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial U^2}{\partial t} + \frac{\partial V^2}{\partial t} + \frac{\partial W^2}{\partial t} \right\}_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ (U_{i+1/2,j,k} \frac{\partial U_{i+1/2,j,k}}{\partial t} + U_{i-1/2,j,k} \frac{\partial U_{i-1/2,j,k}}{\partial t}) \right. \\ &\quad + (V_{i,j+1/2,k} \frac{\partial V_{i,j+1/2,k}}{\partial t} + V_{i,j-1/2,k} \frac{\partial V_{i,j-1/2,k}}{\partial t}) \\ &\quad \left. + (W_{i,j,k+1/2} \frac{\partial W_{i,j,k+1/2}}{\partial t} + W_{i,j,k-1/2} \frac{\partial W_{i,j,k-1/2}}{\partial t}) \right\} \quad (2.16) \end{aligned}$$

ただし、 $\frac{\partial U_{i+1/2,j,k}}{\partial t}, \frac{\partial V_{i,j+1/2,k}}{\partial t}, \frac{\partial W_{i,j,k+1/2}}{\partial t}$ はそれぞれ $(i+1/2, j, k)$ 点、 $(i, j+1/2, k)$ 点、 $(i, j, k+1/2)$ 点まわりの(2.2)式②～⑤項を各種差分スキームにより表現することにより得られる。また、(2.16)式の流れ場全体にわたる体積分は(2.17)式で与えられる。

$$\iiint_V \left(\frac{\partial K}{\partial t} \right) dV = \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{k=1}^{k_{\max}} \left(\frac{\partial K}{\partial t} \right)_{i,j,k} h_x h_y h_z \quad (2.17)$$

h_x, h_y, h_z : 差分間隔

(2.17)式右辺は(2.7)式②～⑥に対応する各差分表現項を含む。例えば(2.7)式②項（(2.12)式①項）は以下の様に具体的に評価される。

$$\iiint_V \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \frac{1}{2} U_i U_i dV \approx \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{k=1}^{k_{\max}} \frac{h x_j h y_j h z_k}{2} \left\{ \begin{aligned} & U_{i+1/2,j,k} \left(\frac{\partial U^2}{\partial X} + \frac{\partial UV}{\partial Y} + \frac{\partial UW}{\partial Z} \right)_{i+1/2,j,k} \\ & + U_{i-1/2,j,k} \left(\frac{\partial U^2}{\partial X} + \frac{\partial UV}{\partial Y} + \frac{\partial UW}{\partial Z} \right)_{i-1/2,j,k} \\ & + V_{i,j+1/2,k} \left(\frac{\partial VU}{\partial X} + \frac{\partial V^2}{\partial Y} + \frac{\partial VW}{\partial Z} \right)_{i,j+1/2,k} \\ & + V_{i,j-1/2,k} \left(\frac{\partial VU}{\partial X} + \frac{\partial V^2}{\partial Y} + \frac{\partial VW}{\partial Z} \right)_{i,j-1/2,k} \\ & + W_{i,j,k+1/2} \left(\frac{\partial WU}{\partial X} + \frac{\partial WV}{\partial Y} + \frac{\partial W^2}{\partial Z} \right)_{i,j,k+1/2} \\ & + W_{i,j,k-1/2} \left(\frac{\partial WU}{\partial X} + \frac{\partial WV}{\partial Y} + \frac{\partial W^2}{\partial Z} \right)_{i,j,k-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

ただし()_{i+1/2,j,k}は()内の微分量のi+1/2, j, k点まわりの差分を示し、他の点も同様である。他の輸送項に関しても同様であるが、ここでは省略する。

2.3.3 運動エネルギー輸送項の境界面積分

シミュレーションにおける(2.12)～(2.15)式中の境界表面積分項の取り扱い方には2通りの考え方がある。1つは(2.12)～(2.15)式の表面積分項を直接差分式等を用いて評価する方法である。今1つは数値的に体積分をする際に用いる差分表現法(例えば(2.18)式の右辺)の中で境界面積分に対応する項のみを直接抽出する方法である。本章の評価においては前者の方法をとる。

以下、前者の方法に基づいて(2.12)～(2.15)式の境界面積分の各項を具体的に表現する方法を示す。ただし、ここでは境界面をX方向に垂直なYZ面(X=i-1/2)としX方向を法線方向とする例を示す。(i-1/2, j, k)点を境界面と一致するコントロールボリューム界面の中心とする。

$$\textcircled{1} \quad U_n \frac{1}{2} U_i U_i dS \approx U_{i-1/2,j,k} \frac{(U_{i-1/2,j,k})^2 + (V_{i-1/2,j,k})^2 + (W_{i-1/2,j,k})^2}{2} h y_j h z_k \quad (2.19)$$

定義点でない $V_{i-1/2,j,k}$, $W_{i-1/2,j,k}$ は、速度境界条件等を考慮した補間により求める。

$$\textcircled{2} \quad U_n \frac{P}{\rho} dS \approx U_{i-1/2,j,k} P_{i-1/2,j,k} h y_j h z_k \quad (2.20)$$

$P_{i-1/2,j,k}$ は $U_{i-1/2,j,k}$ の運動方程式を具体的に評価して(i-1/2, j, k)面における圧力勾配((2.21)式)を求めた後、この圧力勾配と流体内部圧力($P_{i,j,k}$)から、(i-1/2, j, k)面の位置まで補間することにより求めることができる。

$$\left(\frac{P}{\rho} \right)_{i-1/2,j,k} = - \left(\frac{\partial U^2}{\partial X} + \frac{\partial UV}{\partial Y} + \frac{\partial UW}{\partial Z} \right)_{i-1/2,j,k} - \left(\frac{\partial^2 k}{\partial X} \right)_{i-1/2,j,k} + \left[\left(\frac{\partial}{\partial X} \left\{ v_i 2 \frac{\partial U}{\partial X} \right\} + \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ v_i \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ v_i \left(\frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial X} \right) \right\} \right]_{i-1/2,j,k} \quad (2.21)$$

なお、(2.21)式の各項は速度に関する境界条件が既知であれば具体的に評価される。

$$\textcircled{3} \quad U_n \frac{2}{3} k dS \approx U_{i-1/2,j,k} \frac{2}{3} k_{i-1/2,j,k} h y_j h z_k \quad (2.22)$$

$k_{i-1/2,j,k}$ は境界条件から既知である。

$$\textcircled{4} \quad U_i v_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_n} + \frac{\partial U_n}{\partial X_i} \right) dS \approx \left\{ U_{i-1/2,j,k} v_{i-1/2,j,k} \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial X} \right)_{i-1/2,j,k} + V_{i-1/2,j,k} v_{i-1/2,j,k} \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{i-1/2,j,k} + W_{i-1/2,j,k} v_{i-1/2,j,k} \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_{i-1/2,j,k} \right\} h y_j h z_k \quad (2.23)$$

2.4 解析結果

検討した差分スキームを表2.1に、境界条件を表2.2に示す²⁾。解析した室内モデルを図2.1に示す。Case 7の場合のシミュレーション結果を模型実験結果(図2.2)と対応させて図2.3に示す。気流分布の様相は模型実験結果とCase 1, 5, 6を除く各Caseのシミュレーションで、吹出し口間の小さな上昇流を含め、平均流の流れの様相は良い対応を示すことが確認されている²⁾。Case 5, 6は表2.1で示したように同一計算条件で計算不安定となり、収束解が得られていない。またCase 1は数値粘性が大きいためか、吹出し噴流の減衰が大きく噴流間床面付近の上昇流も顕著でなく拡散性の強い傾向を示している²⁾。

表 2.1 解析した差分スキームの種類

Case No.	差分スキーム		備考
	運動方程式移流項	k, ε の輸送方程式移流項	
Case 1	全体風上 ^{*1}	全体風上	
Case 2	全体中心	全体風上	
Case 3	中心+部分風上 ^{*1}	全体風上	
Case 4	全体QUICK	全体風上	三次元QUICK ^{*3}
Case 5	全体中心	全体常時中心 ^{*2}	発散
Case 6	全体QUICK	全体常時QUICK	発散
Case 7	全体QUICK	QUICK+一時風上 ^{*2}	三次元QUICK
Case 8	全体QUICK	QUICK+一時風上	一次元QUICK ^{*3}
Case 9	中心+部分風上	中心+一時風上	
Case 10	中心+部分風上	QUICK+一時風上	三次元QUICK
Case 11	中心+部分QUICK	QUICK+一時風上	三次元QUICK
Case 12	中心+部分QUICK	中心+一時風上	三次元QUICK

(各差分スキームの名称の定義: *1~*3)

*1) 差分スキームの適用領域に関して

- ・全体一次精度風上, 全体中心, 全体QUICK: それぞれ室内空間全体の領域に一次精度風上差分, 中心差分, QUICKスキームを適用することを意味する。
- ・“中心差分+部分風上”, “中心+部分QUICK”: 室内空間のほとんどの領域に中心差分スキームを適用し, 吸込み口周辺の領域(各方向とも4セル以内程度)のみにそれぞれ一次精度風上差分, QUICKスキームを適用することを意味する。
- ・本文および各図では風上差分は“一次精度風上差分”を意味する。

*2) 計算途中の差分スキームの変更に関して

- ・常時中心, 常時QUICK: それぞれ計算中に中心差分, QUICKスキームのみを使用する。
- ・“QUICK+一時風上”, “中心+一時風上”: それぞれQUICK, または中心差分の途中で, ある計算セルの k の値もしくは隣接するセルの k の値が, k の空間平均値の1/100未満となる場合, そのセルに関して, k, ε の輸送方程式移流項に一次精度風上差分スキームが一時的に適用される。計算された k が, k の空間平均値の1/100以上になれば再びもとの差分スキームが適用される。

*3) QUICKスキームの次元に関して

- ・三次元QUICK: コントロールボリューム界面値の算出に三次元的な補間式を使用する。
- ・一次元QUICK: コントロールボリューム界面値の算出に一次元的な補間式を使用する。

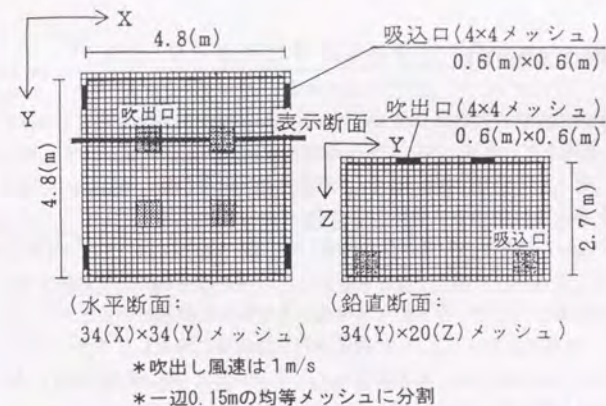


図 2.1 解析した室内モデルおよびメッシュ分割

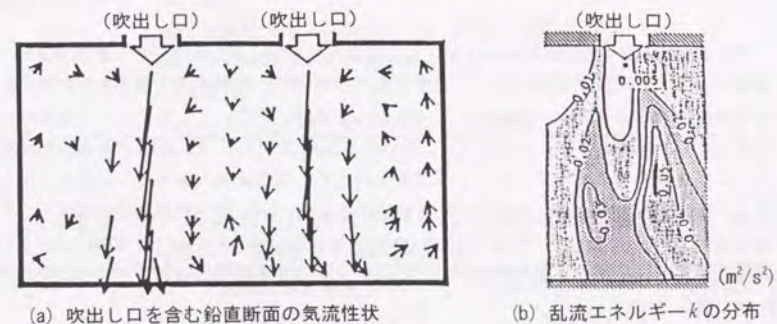


図 2.2 模型実験結果

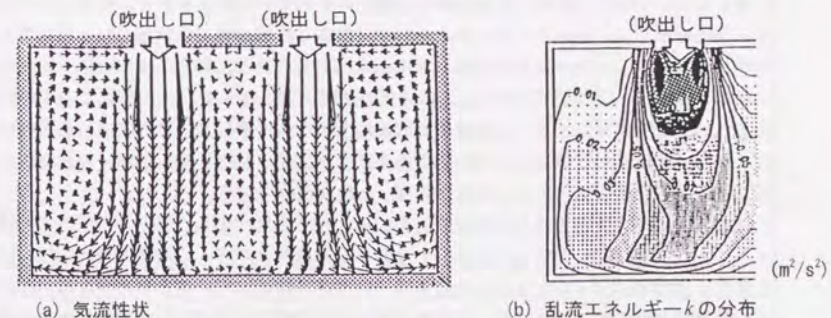


図 2.3 Case 7のシミュレーション結果

2.4.1 時間的定常性の検討

エネルギー収支の検討に先立ち、(2.2)、(2.3)式から解析結果の時間的定常性をチェックする。表2.3に流速および乱流エネルギー k の非定常量の空間平均値を示す。壁面境界では定常とみなし、零としている。表2.3より(2.2)式の総和は各Caseとも 0.1m/s^2 のオーダーである。これは計算を1秒間進める間に全体で約 0.1m/s の非定常量が生じることを意味している。図2.4にCase 7の場合の非定常量の分布 $(\sqrt{(\partial U/\partial t)^2 + (\partial V/\partial t)^2 + (\partial W/\partial t)^2})$ を示す。吹出し口・吸込み口の部分で値が大きく、この傾向は各Caseとも同様である。これは流入・流出の境界条件に速度一定を課す速度型境界条件にも問題があると考えられ、今後検討を要する。(2.3)式の総和は、 k 、 ε の輸送方程式移流項に適用したスキームによって値が異なり、風上差分(Case 1~4)、QUICK(Case 7, 8, 10, 11)、中心差分(Case 9, 12)のグループの順に値が小さくなっている。

2.4.2 空間平均エネルギーの比較

表2.4に流れ場の平均運動エネルギー K 、乱流エネルギー k 、エネルギー散逸率 ε および渦動粘性係数 ν_t の空間平均値を示す。運動方程式移流項に一次精度風上差分を用いたCase 1の平均風速の運動エネルギーは他のケースに比べて極端に小さい。また、これに対応して乱流エネルギー k 、散逸 ε も小さくなっている。これは後述するように運動方程式移流項差分スキームに依存するエネルギー・散逸が大きい、平均運動エネルギーが低下したものである。平均運動エネルギーの低下により相対的に乱流エネルギーの生産項が小さくなり、乱流エネルギー、エネルギー散逸とも小さくなっている。さらにCase 1と同様に k 、 ε の輸送方程式移流項に一次風上差分を適用したCase 2~4では渦動粘性係数 ν_t が他のCaseに比べて小さい値を示す。

2.4.3 各ケースごとの全運動エネルギー収支

表2.5に(2.11)式に基づく空間全体の全運動エネルギーの収支を示す。符号は+がエネルギー・流出を示し、-がエネルギー・流入を示す。解析した流れ場では吹出し口・吸込み口面積が等しく、流入・流出する平均運動エネルギーは同一である。流入・流出に伴う正味の運動エネルギー減少((2.11)式②項)は、給排気の乱流エネルギーレベルの差によるものだけであるため、この寄与は小さい。境界面で剪断応力のなす仕事((2.11)式④項)の寄与はさらに小さい。吹出し口と吸込み口間の圧力損失によってなされた仕事(③項)が相対的に大きく、ほぼ室内全体のエネルギー散逸(⑥項)と釣り合っている。

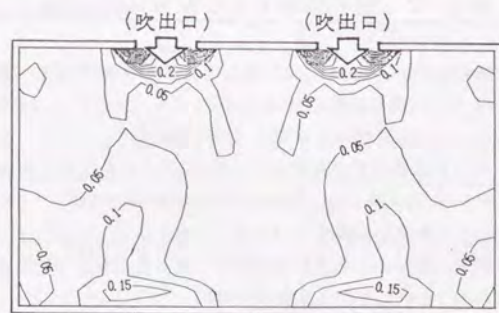
なお、吸込み口近傍を風上差分近似したCase 3, 9, 10は吹出し、吸込み口間の圧力損失が小さく、(2.11)式②~⑥項までの合計すなわち全運動エネルギーの時間微分(①項)は零から大きくずれる。シミュレーション結果は、ほぼ定常に達していると考えられる。そのためこの差異はこれらのケースにおいて流出口面における圧力の見積りに相対的に大きな誤差が

表2.2 境界条件および差分スキーム

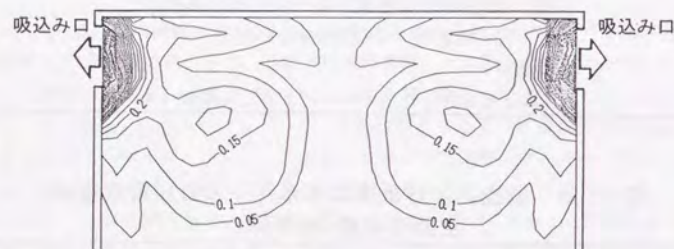
(1) 吹出し口	$U_i = 0.0, U_n = U_{out}, k = k_{out}, \ell = \ell_{out}$ 添え字 i, n : 吹出し口面に対してそれぞれ接線方向、法線方向を示す U_{out} : 吹出し口風速 ($=1\text{m/s}$) k_{out} : 流入乱流エネルギー ($=0.005\text{m}^2/\text{s}^2$) ℓ_{out} : 乱れの長さスケール ($=0.2\text{m}$)
(2) 吸込み口	$U_i = 0.0, U_n = U_{in}, \partial k/\partial n = 0.0, \partial \varepsilon/\partial n = 0.0$ U_{in} : 吸込み口風速 ($=1\text{m/s}$)
(3) 壁面	$(\partial U_i/\partial n)_{n=0} = m \cdot (U_i)_{n=h}/h, U_n = 0.0, \partial k/\partial n = 0.0,$ $(\varepsilon)_{n=h} = \{C_\mu \cdot (k)_{n=h}^{3/2}\} / (C_\mu^{1/4} \cdot \kappa h)$ h : 壁面から第一セルの差分定義点までの距離 m : U_i がベキ乗分布するとみなしたときのベキ指数 ($m=1/7$) κ : カルマン定数 ($\kappa=0.4$)
(4) 差分スキーム	<ul style="list-style-type: none"> 空間差分 <ul style="list-style-type: none"> 各方程式移流項: 各種スキーム (表2.1参照) 各方程式拡散項: 中心差分スキーム 時間差分 <ul style="list-style-type: none"> Adams-Bashforthスキームによる二次精度スキーム

表2.3 流速および乱流エネルギー k の非定常量の空間平均値(室全体)

Case No.	流速の非定常量	乱流エネルギー k の非定常量
	$\frac{\iiint_V \left(\left \frac{\partial U}{\partial t} \right + \left \frac{\partial V}{\partial t} \right + \left \frac{\partial W}{\partial t} \right \right) dV}{\iiint_V dV}$ (m/s^2)	$\frac{\iiint_V \left(\left \frac{\partial k}{\partial t} \right \right) dV}{\iiint_V dV}$ (m^2/s^3)
Case 1	0.0476	-0.00104
Case 2	0.1193	-0.00103
Case 3	0.1001	-0.00104
Case 4	0.1126	-0.00103
Case 7	0.1068	-0.00065
Case 8	0.1118	-0.00065
Case 9	0.0949	-0.00052
Case 10	0.0956	-0.00064
Case 11	0.1078	-0.00065
Case 12	0.1077	-0.00051



(a) 吹出し口を含む鉛直断面



(b) 床面近傍の水平断面

図 2.4 Case 7 の非定常量 $\left(\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)^2 \right)$ の分布

表 2.4 エネルギー等, 乱流統計量の空間平均値(室全体)

Case No.	平均速度のエネルギー $1/2 U_i U_i$ (m^2/s^2)	乱流エネルギー k (m^2/s^2)	乱流エネルギー散逸率 ε (m^2/s^3)	渦動粘性係数 ν_t (m^2/s)
Case 1	0.0242	0.0190	0.0053	0.0079
Case 2	0.0360	0.0261	0.0093	0.0088
Case 3	0.0352	0.0254	0.0081	0.0088
Case 4	0.0350	0.0252	0.0081	0.0088
Case 7	0.0324	0.0305	0.0093	0.0117
Case 8	0.0336	0.0302	0.0092	0.0115
Case 9	0.0321	0.0293	0.0090	0.0112
Case 10	0.0322	0.0306	0.0092	0.0117
Case 11	0.0328	0.0309	0.0095	0.0118
Case 12	0.0328	0.0296	0.0093	0.0112

表 2.5 全運動エネルギーの各項の大きさの収支 (2.11式)

Case No.	$\iint_A U_n (K+k) dS$	$-\iint_A U_i v_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_n} + \frac{\partial U_n}{\partial X_i} \right) dS$	$\iiint_V \varepsilon dV$	$\iint_A U_n \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) dS$	$-\iint_A \frac{v_i}{\sigma_i} \frac{\partial k}{\partial X_n} dS$	$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V (K+k) dV$
	②項 (m^2/s^3)	③項 (m^2/s^3)	④項 (m^2/s^3)	⑤項 (m^2/s^3)	⑥項 (m^2/s^3)	①項 (m^2/s^3)
Case 1	-0.012	-0.338	0.012	0.0	0.330	-0.008
Case 2	0.073	-0.642	0.034	0.0	0.575	0.040
Case 3	-0.002	-0.258	0.023	0.0	0.505	0.268
Case 4	0.016	-0.624	0.027	0.0	0.509	-0.072
Case 7	0.074	-0.651	0.027	0.0	0.578	0.028
Case 8	0.068	-0.696	0.027	0.0	0.569	-0.032
Case 9	0.064	-0.309	0.021	0.0	0.560	0.336
Case 10	0.057	-0.285	0.021	0.0	0.575	0.368
Case 11	0.075	-0.624	0.027	0.0	0.591	0.069
Case 12	0.081	-0.644	0.027	0.0	0.578	0.043

注) ①項は②～⑥項の合計。定常解が得られるので0となるべき値。

あるために生じたと考えられる。

2.4.4 差分スキームのエネルギー保存性

表2.6に各輸送項における差分近似に伴うエネルギードレイン（流出）量を示す。符号は+がエネルギードレイン（流出）を示し、-がエネルギー流入を示す。運動方程式移流項を一次精度風上差分としたCase 1は移流項でのエネルギードレイン量が極端に多い。

また、QUICKスキーム（Case 4, 7, 8）は一次精度風上差分に比べ絶対量は少ないが、やはりエネルギードレインが多少認められる。中心差分スキーム（Case 2）では、これに対してエネルギードレインが負の小さい値を示し、多少エネルギー生産気味の傾向を示す。これは数値誤差の影響である。

圧力によるエネルギー輸送におけるエネルギードレイン量は移流項に比べ小さい。しかし正のドレインを示し、圧力によるエネルギー輸送が数値的にエネルギー消費的であることを示している。

拡散項に由来する数値的なエネルギードレイン（(2.15)式②-④=①-④-⑤項）は正の値を示し、かなり大きい。この理由には運動方程式から算出される平均流のエネルギー輸送方程式で評価する乱流エネルギーの生産項と、乱流エネルギー輸送方程式で評価する乱流エネルギー生産項の数値評価法が異なることが一つの可能性として挙げられる。前者は離散化に際してコントロールボリュームの界面を中心として離散式を作成しているのに対して、後者はコントロールボリューム中央で評価している点が異なる（補注2.1参照）。

本章の結果は、著者らが用いた k の輸送方程式における乱流運動エネルギーの生産項の評価が、小さめに見積もられている可能性を暗示している。

表2.6 差分近似に伴う各項のエネルギードレイン（2.12~2.15式）

Case No.	$\left(\begin{array}{c} \iiint_V \frac{\partial U_i}{\partial X_j} U_i U_j dV \\ - \iint_S U_i \frac{1}{2} U_i U_j dS \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \iiint_V \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) dV \\ - \iint_S U_i \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) dS \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} - \iiint_V U_i \frac{\partial}{\partial X_j} v_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dV \\ - \iiint_V v_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV \\ + \iint_S U_i v_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dS \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} - \iiint_V U_i \frac{\partial}{\partial X_j} v_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) dV \\ \left(\iiint_V v_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV \right) \end{array} \right)$				
	2.12式	2.13, 2.14式	2.15式 (①-④-⑤)	2.15式⑤項	2.15式①項
	(m^2/s^3)	(m^2/s^3)	(m^2/s^3)	(m^2/s^3)	(m^2/s^3)
Case 1	0.584	0.034	0.217	0.319	0.549
Case 2	-0.071	0.048	0.334	0.649	1.002
Case 3	0.014	0.038	0.251	0.502	0.776
Case 4	0.161	0.053	0.260	0.525	0.812
Case 7	0.123	0.063	0.319	0.628	0.974
Case 8	0.147	0.058	0.299	0.621	0.947
Case 9	0.017	0.042	0.377	0.584	0.882
Case 10	0.014	0.055	0.313	0.604	0.938
Case 11	0.119	0.063	0.328	0.641	0.996
Case 12	0.119	0.057	0.296	0.618	0.941

(+はエネルギー流出を、-はエネルギー増加を示す)

2.5 第2章結論

シミュレーションにおける空間の全運動エネルギー収支および各輸送項における差分スキームのエネルギードレイン量を具体的に評価し各種差分スキームの妥当性を検討した。

- (1) 移流項の一次精度風上差分スキームにおけるエネルギードレイン量が他のスキームに比べて顕著に大きいこと。
- (2) 圧力および拡散項等も移流項の数値的なエネルギードレイン量に比べれば、小さいが無視できない数値的なエネルギードレインがあることが示された。

この結果から、シミュレーション結果の妥当性を評価するための指標として運動エネルギー収支の検討が有効であることがわかった。

第2章補注

- 2.1 k の輸送方程式の離散スキームに基づく (2.15) 式⑤項における乱流エネルギー生産項の数値評価は、以下の式による。

$$\begin{aligned}
 \iiint_V (v + v_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) dV &\approx \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{k=1}^{k_{\max}} h x_i h y_j h z_k \cdot \\
 &\quad (v + v_{i,j,k}) \left[\left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_{i,j,k}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)_{i,j,k}^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial Z} \right)_{i,j,k}^2 \right\} \cdot 2 \right. \\
 &\quad + \left[\left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)_{i-1/2,j-1/2,k} + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)_{i+1/2,j-1/2,k} \right. \right. \\
 &\quad + \left. \left. \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)_{i-1/2,j+1/2,k} + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)_{i+1/2,j+1/2,k} \right\} / 4 \right]^2 \\
 &\quad + \left[\left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)_{i,j-1/2,k-1/2} + \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)_{i,j-1/2,k+1/2} \right. \right. \\
 &\quad + \left. \left. \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)_{i,j+1/2,k-1/2} + \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)_{i,j+1/2,k+1/2} \right\} / 4 \right]^2 \\
 &\quad + \left[\left\{ \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_{i-1/2,j,k-1/2} + \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_{i+1/2,j,k-1/2} \right. \right. \\
 &\quad + \left. \left. \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_{i-1/2,j,k+1/2} + \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_{i+1/2,j,k+1/2} \right\} / 4 \right]^2 \Big] \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

第2章参考文献

- 1) 村上周三, 加藤信介, 永野紳一郎: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第1報), 差分間隔に伴う数値誤差の推定・評価方法, 日本建築学会計画系論文報告集, 第385号, pp. 9-17, 1988
- 2) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第2報), 移流項差分における一次精度風上, QUICK, 中心差分スキーム等の比較検討, 日本建築学会計画系論文報告集, 第390号, pp. 1-12, 1988
- 3) Arakawa, A.: Computational Design for Long-Term Numerical Integration of the Equations of Fluid Motion, Two-Dimensional Incompressible Flow, Part 1, Journal of Computational Physics, 1, 119, 1966
- 4) 野村 豪, 松尾 陽, 加藤信介: 数値解析手法を用いる室内空気分布予測法に関する研究その1, MAC法の空間差分間隔に関する考察, 日本建築学会論文報告集, 第292号, pp. 61-72, 1980
- 5) Roache, P. J.: Computational Fluid Dynamics, 高橋亮一 他訳, コンピュータによる流体力学 (上) (下), 構造計画研究所, 1978
- 6) Leonard, B. P.: Computer Methods in Fluids, Pentech Press, pp. 159-195, 1980

第3章 標準 $k-\varepsilon$ モデルの壁面境界条件の各種タイプの検討

3.1 はじめに

室内気流数値シミュレーションでは、固体壁面の境界条件の取り扱いの適否が流れ場に大きな影響を及ぼす。壁面境界層の取り扱いには、大きく分けて2種類ある。一つは、壁面境界付近のメッシュを粘性底層厚さに比べて比較的大きく分割し、境界層の影響を壁関数を用いて表現する方法であり、今一つは、微細なメッシュを用いて粘性底層の内部に至るまで分割を行う低レイノルズ乱流に対応する方法の2種類である。

本章では、 $k-\varepsilon$ モデルを適用する場合の前者の壁関数を用いた取り扱いについて論じる。室内気流数値シミュレーションにおける境界条件に関しては、坂本¹⁾、貝塚²⁾、倉淵³⁾らが実験結果との比較から考察を行っている。また村上、加藤、須山⁴⁾もこれを比較検討している。

ここでは、固体境界面近傍の差分間隔を一定として、既に著者らが用いた境界条件の他、Launder & Spalding⁵⁾、Chiang & Launder⁶⁾およびLeschziner⁷⁾らの提案した境界条件モデルを検討した結果に関して述べる。

3.2 各種境界条件のモデル

壁面境界で用いる変数の定義点を図3.1に示す。また、各研究者が検討および提案した壁関数を用いた境界条件の一覧を表3.1に示す。 ε の境界条件に関しては、表3.1(5)式の条件を壁法則、表3.1(15)式の条件を体積分と以後略称する。

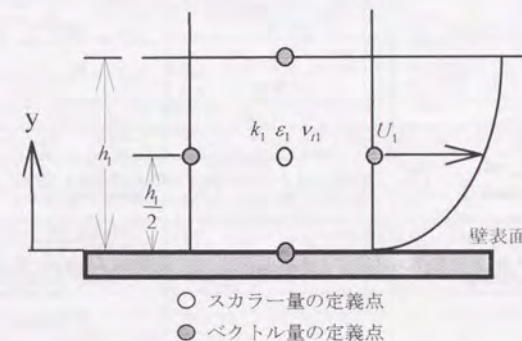


図3.1 U, k, ε, v_t の定義点

表 3. 1 U, k, ε に関する壁面境界条件 ($k-\varepsilon$ モデル)

Type	速度 U の境界条件	乱流エネルギー k の境界条件	散逸率 ε の境界条件	備 考
1	$(U)_{y=0} = 0$ (No-slip) より $\tau_w = (\mu \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \mu \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (1)	0 方程式モデルのため無関係	0 方程式モデルのため無関係	・ Type 1, 2, 3 のみは 0 方程式モデルしたがって ν_i 一定 ・ ν の効果は無視 ・ 文献 4) で検討
2	$(\frac{U}{U_1}) = (\frac{y}{(h_1/2)})^{1/7}$ (1/7 乗則) より $(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \nu_i \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (2)	同 上	同 上	
3	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = 0$ (Free-slip) (3)	同 上	同 上	
4	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \nu_i \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (No-slip) (1)	$(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial k}{\partial y})_{y=0} = 0$ (Free-slip) (4)	$\varepsilon_i = \frac{C_{\varepsilon 1}^* k^{1/2}}{x (h_1/2)}$ (5)	・ 文献 4) で Type 5 は基本タイプとされている ・ ν の効果は無視 ・ 文献 4) で検討
5	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \nu_i \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (1/7 乗則) (2)	同 上	同 上	
6	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = 0$ (Free-slip) (3)	同 上	同 上	
7	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \nu_i \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (No-slip) (1)	同 上	$(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y})_{y=0} = 0$ (Free-slip) (6)	・ ν の効果は無視 ・ 文献 4) で検討
8	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \nu_i \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (1/7 乗則) (2)	同 上	同 上	
9	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = 0$ (Free-slip) (3)	同 上	同 上	
10	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \nu_i \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (1/7 乗則) (2)	同 上	$(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\varepsilon_1}{(h_1/2)}$ (7)	・ 文献 4) の検討では Type 10, 11 とともに発散 ・ ν の効果は無視
11	同 上	同 上	$(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\varepsilon_1}{(h_1/2)}$ (1/7 乗則) (8)	
12	同 上	$(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial k}{\partial y})_{y=0} = \frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{k_1}{(h_1/2)}$ (No-slip) (9)	$\varepsilon_i = \frac{C_{\varepsilon 1}^* k^{1/2}}{x (h_1/2)}$ (壁法則) (5)	・ 文献 4) の検討では Type 12 は発散 ・ ν の効果は無視
13	同 上	$(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial k}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{k_1}{(h_1/2)}$ (1/7 乗則) (10)	同 上	
14	$U_1 = \frac{u_*}{x} \ln \left(\frac{(h_1/2)}{z_0} \right)$ (11) $\tau_w = \mu_i \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0} = u_*^2$ (12)	$k_1 = C_{\mu}^{1/2} u_*^2$ (13)	$\varepsilon_i = \frac{u_*^3}{x (h_1/2)}$ (14)	・ 平板境界層並びにラフネスのある室内気流に適用 ・ 文献 8, 9) で検討
15 ^m	$(\nu_i \frac{\partial U}{\partial y})_{y=0} = \frac{1}{7} \nu_i \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (1/7 乗則) (ν の効果は無視) (2)	$(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial k}{\partial y})_{y=0} = 0$ (Free-slip) (4)	$\varepsilon_i = \frac{C_{\varepsilon 1}^* k^{1/2}}{x (h_1/2)} \ln \left[\frac{E \cdot (h_1/2) (C_{\varepsilon 1}^* k)^{1/2}}{\nu} \right]$ (15) $E=9.0$ (壁面粗度パラメータ) (ε に関する体積積分平均と略称、以下同様)	

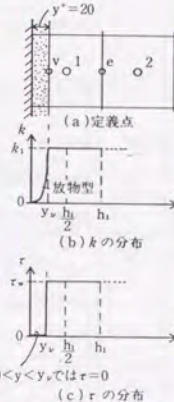
表 3. 1 の続き

16 ⁿ	①速度 U の境界条件 (Log-law を用いて ν を考慮) 壁面第一セルの U_1 はセル平均値とする $0 \leq \frac{u_* y}{\nu} \leq 5$ $U(y) = \frac{u_* y}{\nu}$ (16) $U_1 = \int_0^{h_1/2} \frac{U(y)}{h_1} dy$ (19) $5 < \frac{u_* y}{\nu} < 30$ $U(y) = 5.0 u_* \cdot \ln \left(\frac{u_* y}{\nu} \right) - 3.05 u_*$ (17) $\left\{ (\nu + \nu_i) \frac{\partial U_1}{\partial y} \right\}_{y=0} = u_*^2 = \frac{\tau_w}{\rho}$ (20) $30 \leq \frac{u_* y}{\nu}$ $U(y) = 2.5 u_* \cdot \ln \left(\frac{u_* y}{\nu} \right) + 5.5 u_*$ (18)	・ (19) 式において $U(y)$ の分布を (16) ~ (18) と仮定し、計算から求められた時間積分 N ステップの U_1 と (16) ~ (19) より u_* を評価し、(20) 式を境界条件として $N+1$ ステップの U_1 を計算する
	②乱流エネルギー k の境界条件 $k_1 = C_{\mu}^{1/2} u_*^2$ (13)	・ 速度境界条件で求められた u_* により (13) 式で k に第一種の境界条件を与える。 (13) 式は、2 次相関の近似的式とみなしてよいが、貝塚らは (13) 式において境界層内で下記の () 内の式が成立することを (13) 式を与える根拠の一つとしている ($\nu_i u_* = \nu_i \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0}$) $\nu_i \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0} = \varepsilon$ $\nu_i = C_{\mu} \frac{k_1}{\varepsilon}$
	③散逸率 ε の境界条件 $\varepsilon_i = \frac{u_*^3}{x (h_1/2)}$ (21)	
	④温度 T の境界条件 ($P_r = 0.71$ の場合、 ν を考慮) 壁面第一セルの T_1 はセル平均値とする $0 \leq \frac{u_* y}{\nu} \leq 5$ $T_w - T(y) = 0.71 \theta_* \frac{u_* y}{\nu}$ (22) $T_1 = \int_0^{h_1/2} \frac{T(y)}{h_1} dy$ (25) $5 < \frac{u_* y}{\nu} < 30$ $T_w - T(y) = 5.0 \theta_* \cdot \ln \left(\frac{u_* y}{\nu} + 2.04 \right) - 6.21 \theta_*$ (23) $-\left\{ \left(\frac{\nu + \nu_i}{\sigma} \right) \frac{\partial T_1}{\partial y} \right\}_{y=0} = u_* \theta_* = \frac{q_w}{C_p \rho}$ (26) $30 \leq \frac{u_* y}{\nu}$ $T_w - T(y) = 2.5 \theta_* \cdot \ln \left(\frac{u_* y}{\nu} \right) + 2.62 \theta_*$ (24)	・ 既知の T_w, u_* から (22) ~ (25) 式により θ_* を求める。 求められた u_*, θ_* により、(26) 式を T_1 に関する境界条件とする。 T_w : 表面温度 σ : 貝塚らは 1.0 としている
17 ⁿ	①速度 U の境界条件 (ν を考慮) $U_1 = \left(\frac{y}{(h_1/2)} \right)^m$ のべき乗を仮定 $\frac{\nu_{i1}}{\nu} \leq 2$ $m = 1$ (27) $\left\{ (\nu + \nu_{i1}) \frac{\partial U_1}{\partial y} \right\}_{y=0} = m(\nu + \nu_{i1}) \frac{U_1}{(h_1/2)}$ (28) $\frac{\nu_{i1}}{\nu} \leq 2$ $m = 1$ (29) $2 < \frac{\nu_{i1}}{\nu} < 24$ $m = \frac{3}{7} \cos \left\{ \frac{\pi}{22} \left(\frac{\nu_{i1}}{\nu} - 2 \right) \right\} + \frac{4}{7}$ (30) $24 \leq \frac{\nu_{i1}}{\nu}$ $m = \frac{1}{7}$ (31)	・ U_1 の境界条件を (28) 式で与える。その際の m は (29) ~ (31) 式で定める
	②乱流エネルギー k の境界条件 $(\frac{\nu_i}{\sigma_i} \frac{\partial k}{\partial y})_{y=0} = 0$ (4) (Free-slip)	
	③散逸率 ε の境界条件 $\varepsilon_i = \frac{C_{\varepsilon 1}^* k^{1/2}}{x (h_1/2)}$ (5) (壁法則)	
	④温度 T の境界条件 $Q_w = \text{放射により壁面と接する他のセル表面から伝達される熱}$ $Q_{cv} = \text{熱伝導により壁から伝達される熱}$ $Q_{cv} = \text{対流熱伝達により空気から伝達される熱}$ $Q_w + Q_{cv} + Q_{cv} + Q_0 = 0$ (32) Q_0 : 壁面上で発生する熱 $Q_{cv} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i B_{\mu i} T_i \Delta S_i - \sigma \varepsilon_i T_i^4 \Delta S_i$ (33) T_i, T_w : 内側表面温度 θ_i : 室内側第一セルの空気温度 $Q_{cv} = -\lambda_w \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \Delta S_i = -\lambda_w \frac{(T_w - T_i)}{h_w} \Delta S_i$ (34) $B_{\mu i}$: 表面吸収係数 $\Delta S_i, \Delta S_w$: 壁面要素の面積 λ_w : 壁熱伝導率 T_w : 外側表面温度 h_w : 壁面厚さ $\varepsilon_i, \varepsilon_w$: 放射率 $T_i = \beta^{-1}$ β : 膨張係数 σ : 放射定数 $Q_{cv} = \rho C_p \left\{ \left(a + \frac{\nu_i}{\sigma_i} \right) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right\}_{y=0} \Delta S_i = m \rho C_p \left(a + \frac{\nu_{i1}}{\sigma_i} \right) \left(\frac{\theta_i + T_w - T_i}{(h_1/2)} \right) \Delta S_i$ (35) a : 熱伝導率 σ_i : 乱流プラントル数	
18 ⁿ	①速度 U の境界条件 (Log-law を用いて ν を考慮) $\frac{U_1}{\tau_w} (C_{\mu}^{1/2} k_1)^{1/2} = \frac{1}{x} \ln \left[\frac{E \cdot h_1 (C_{\mu}^{1/2} k_1)^{1/2}}{2 \nu} \right]$ (36) $\left\{ (\nu + \nu_i) \frac{\partial U_1}{\partial y} \right\}_{y=0} = \frac{\tau_w}{\rho}$ (20)	・ N ステップでの U_1, k_1 および既知定数 h_1, E, ν を用いて (36) 式より壁面応力 τ_w/ρ を求める。これを (20) 式として評価し、 $N+1$ ステップの U_1 を求める際の境界条件とする
	②乱流エネルギー k の境界条件 (k 方程式中の散逸項 ε_i は体積積分平均値として算出) (補注 3. 5 参照) $(\frac{\partial k}{\partial y})_{y=0} = 0$ (4)	$\varepsilon_i = \frac{C_{\varepsilon 1}^* k^{1/2}}{x (h_1/2)} \ln \left[\frac{E \cdot (h_1/2) (C_{\varepsilon 1}^* k)^{1/2}}{\nu} \right]$ (15) P_{k1} に関しては (補注 3. 5 参照)
	③散逸率 ε の境界条件 $\varepsilon_i = \frac{C_{\varepsilon 1}^* k^{1/2}}{x (h_1/2)}$ (5) (壁法則)	
	④温度 T の境界条件 $(T_1 - T_w) \frac{C_p \rho C_{\mu}^{1/2} k^{1/2}}{Q_w} = \frac{\sigma_i}{x} \ln \left[\frac{E \cdot h_1 (C_{\mu}^{1/2} k)^{1/2}}{\nu} \right] + \sigma_w \frac{\pi}{\sin \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sigma_{k1}}{\sigma_n} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_{k1}} \right)^{1/4}$ (37)	

T_1 : 点 1 での平均温度 T_w : 壁面での平均温度 q_w : 壁面での熱流束 C_p : 流体の定圧比熱
 σ_n : 乱流プラントル数 σ_{k1} : 層流プラントル数 E : 壁面粗度パラメータ (=9.0)
 A : van Driest の定数 (滑面で 26.0)

表 3.1 の続き

①速度Uの境界条件 (Log-lawを用いてvを考慮)		・ Type 18と同様の境界条件を用いる
②乱流エネルギーkの境界条件 (k方程式の生産項 \bar{P}_{k1} , $\bar{\epsilon}_1$ は体積積分平均値を用いる)		
粘性底層内でのkの分布は放物形を仮定している (図 3.2 (b) 参照)		
・ $0 < y < y_v$	$k = k_v \left(\frac{y}{y_v}\right)^2$ (38)	
粘性底層の外側では、 ・ $y_v < y < h_1$		$k = k_1$ (39)
とする。 壁面境界第一セルでの粘性底層厚さは、 $k_v = k_1$ と仮定して		
$R_v = y^+ = y_v \frac{C_{\mu}^{1/4} k_v^{1/2}}{\nu} = 20$	(40)	
から y_v を決定できる 壁面第一セル内の乱流エネルギー生産項 \bar{P}_{k1} の体積平均値 \bar{P}_{k1} は次式により求める		
$\bar{P}_{k1} = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} \bar{P} dy = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} \frac{\rho \nu}{U_s} \frac{\partial U}{\partial y} dy = \frac{\tau_w}{\rho h_1} (U_s - U_v)$	(41)	(図 3.2 (c) 参照)
U_s は U_1 と U_v の平均値から求められる U_v は(36)式で $h_1 = y_v$ とおくことにより求められる 壁面第一セル内の散逸率 $\bar{\epsilon}$ の体積平均値 $\bar{\epsilon}_1$ は以下のように評価する 粘性底層内では(38)式の関係から $\bar{\epsilon}$ を次式で評価すると一定値となる		
・ $0 \leq y \leq y_v$	$\bar{\epsilon} = 2\nu \frac{k_v}{y_v^2} = 2\nu \frac{k_v y^2}{y_v^2} = 2\nu \frac{k_v}{y_v^2}$ (42)	
粘性底層より上部では ・ $y_v < y < h_1$		$\bar{\epsilon} = \frac{C_{\mu}^{3/4} k_1^{3/2}}{xy}$ (43)
$\bar{\epsilon}_1 = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} \bar{\epsilon} dy = \frac{1}{h_1} \left[2\nu \frac{k_v}{y_v} + \frac{C_{\mu}^{3/4} k_1^{3/2}}{x} \ln \left(\frac{h_1}{y_v} \right) \right]$	(44)	
壁面上では拡散を零として (4) (Free-slip)		
k_1 は輸送方程式中の生産項を \bar{P}_{k1} , 散逸項を $\bar{\epsilon}_1$ として算出する		
③散逸率 $\bar{\epsilon}$ の境界条件	$\bar{\epsilon}_1 = \frac{C_{\mu}^{3/4} k_1^{3/2}}{x(h_1/2)}$ (5)	(壁法則)

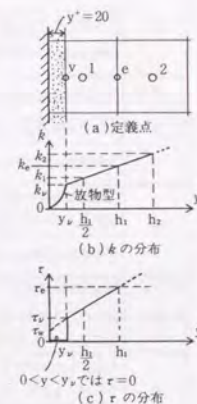
図 3.2 k, τ の分布
(Type 19)

3.2.1 Type 1~13 (1/7乗則, Free-slipおよびNo-slip) に関する検討

著者らは4個の吹出し口と4個の吸込み口を持つ室内モデルを対象としてこれらの境界条件を用いて検討した⁴⁾。この検討から、①速度Uの境界条件の差異は、 v_t が一樣の場合およびkをFree-slip、 ϵ を壁法則とする場合には計算結果に及ぼす影響は比較的小さい、②k、 ϵ をFree-slipとした場合、Uの境界条件の差異は結果に大きな影響を及ぼす、③壁面近傍の ϵ の境界条件の与え方が重要であること等の知見が得られた。さらに流れ場の全般的な考察から、①室内気流におけるkの生産Pと散逸 ϵ は壁面近傍および吹出し噴流のシア領域で大きい、②Pについては噴流および噴流周辺部が圧倒的に大きく、壁面においては相対的に小さくなる、③Pと ϵ の比に着目すると吹出し噴流および噴流が床面に衝突・発散する領域でPが大きく、その他の壁面近傍等では ϵ が大きい、④Pに関しては噴流部が圧倒的に大きいことが全体の結果に及ぼす影響は小さい、⑤ ϵ に関しては相対的に壁面の影響力が大きいこと等が指摘されており、Pおよび ϵ の境界条件モデルに関する検討の必要性が示唆されている。この一連の検討では模型実験結果と良い対応を示すType 5の境界条件を基本タイプとしている。

表 3.1 の続き

①速度Uの境界条件 (Log-lawを用いてvを考慮)		
$\frac{U_s}{\tau_w} (C_{\mu}^{1/4} k_v)^{1/2} = \frac{1}{x} \ln \left[\frac{E \cdot h_1 (C_{\mu}^{1/4} k_v)^{1/2}}{2\nu} \right]$	(45)	$\left\{ (v + \nu) \frac{\partial U}{\partial y} \right\}_{y=0} = \frac{\tau_w}{\rho}$ (20)
$R_v = y^+ = y_v \frac{C_{\mu}^{1/4} k_v^{1/2}}{\nu} = 20$	(40)	$k_v = k_1 + \frac{(k_2 - k_1)}{(h_2 - (h_1/2))} (y_v - (h_1/2))$ (46)
既知の k_1 , k_2 から粘性底層厚の決定式(40)および粘性底層以上の厚さにおけるkの分布式(46)より y_v , k_v を求め、既知の U_s を用いて式(45)より τ_w/ρ を求める (図 3.3 参照)		
②乱流エネルギーkの境界条件 (k_1 を \bar{P}_{k1} , $\bar{\epsilon}_1$ から算出)		
粘性底層内でのkの分布は放物形を仮定している (図 3.3 (b) 参照)		
・ $0 < y < y_v$	$k = k_v \left(\frac{y}{y_v}\right)^2$ (38)	
粘性底層の外側では、 ・ $y_v < y < h_1$		$k = k_1 + \frac{(k_2 - k_1)}{(h_2 - (h_1/2))} (y - (h_1/2))$ (47)
壁面第一セル内の乱流エネルギー生産項 \bar{P}_{k1} の体積平均値 \bar{P}_{k1} は次式により求める		
$\bar{P}_{k1} = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} \bar{P} dy = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} \frac{\rho \nu}{U_s} \frac{\partial U}{\partial y} dy = \frac{\tau_w}{\rho h_1} \left[\tau_w + (\tau_w - \tau_v) \frac{y}{h_1} \right] \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\tau_w}{\rho h_1} \left[\tau_w + \frac{1}{h_1} \ln \left(\frac{h_1}{y_v} \right) + \frac{\tau_v (\tau_w - \tau_v)}{\rho h_1 x k_v^{1/2}} \left(1 - \frac{y_v}{h_1} \right) \right]$	(48)	
$x^+ = C_{\mu}^{1/4} x = 0.23$ (49)		
壁面上では拡散を零として (4) (Free-slip) $\left\{ (v + \nu) \frac{\partial U}{\partial y} \right\}_e = 0$ (50)		
(45), (50)式により求まる τ_w , τ_v および(40), (46)式による k_v , y_v を用いて(48)式によりkの輸送方程式中の生産項を評価する 次に壁面第一セル内の散逸率 $\bar{\epsilon}$ の体積平均値 $\bar{\epsilon}_1$ を以下のように評価する		
$\bar{\epsilon}_1 = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} \bar{\epsilon} dy$ として求めるが、 (38)式より粘性底層内での $\bar{\epsilon}$ は一定として次式で評価する	(42)	
・ $0 \leq y \leq y_v$	$\bar{\epsilon} = 2\nu \frac{k_v}{y_v^2} = 2\nu \frac{k_v y^2}{y_v^2} = 2\nu \frac{k_v}{y_v^2}$ (42)	
粘性底層より上部では ・ $y_v < y < h_1$		$\bar{\epsilon} = \frac{C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{xy} = \frac{k^{3/2}}{C_1 y}$ (51)
$C_1 = \frac{x}{C_{\mu}} = 2.55$ ($C_{\mu} = 0.09$, $x = 0.42$) (52)		
(42), (51)式を用いて $\bar{\epsilon}_1$ は次式により求める		
$\bar{\epsilon}_1 = \frac{1}{h_1} \left[2\nu \frac{k_v}{y_v} + \frac{1}{C_1} \left(\frac{2}{3} (k_v^{3/2} - k_1^{3/2}) + 2a (k_v^{3/2} - k_1^{3/2}) + \lambda \right) \right]$	(53)	
$\lambda = a^{3/2} \ln \left[\frac{(k_v^{3/2} - a^{3/2}) / (k_1^{3/2} + a^{3/2})}{(k_1^{3/2} - a^{3/2}) / (k_v^{3/2} + a^{3/2})} \right]$ ($a \geq 0$)	(54)	
$= 2(-a)^{3/2} \left[\text{TAN}^{-1} \frac{k_v^{3/2}}{(-a)^{3/2}} - \text{TAN}^{-1} \frac{k_1^{3/2}}{(-a)^{3/2}} \right]$ ($a < 0$)	(55)	
ここで $a = k_1 - \frac{(k_2 - k_1)}{(h_2/2 - h_1/2)} \cdot \frac{h_1}{2}$		
k_1 は輸送方程式中の生産項を \bar{P}_{k1} , 散逸項を $\bar{\epsilon}_1$ として算出する 壁面上では拡散を零とする ((4)式)		
③散逸率 $\bar{\epsilon}$ の境界条件	$\bar{\epsilon}_1 = \frac{C_{\mu}^{3/4} k_1^{3/2}}{x(h_1/2)}$ (5)	(壁法則)

図 3.3 k, τ の分布
(Type 20)3.2.2 Type 14 (壁面にラフネスを持つ室内気流の場合の境界条件)⁸⁾

坂本ら⁹⁾により提案された境界条件モデルである。粗い壁面上の乱流境界層の検討に用いられたものである。ラフネスパラメータ ϵ_0 の適切な設定方法に問題点を残している。

3.2.3 Type 15

著者らが気流障害物を設置した場合の室内気流に関して行った検討において、Launder & Spalding⁵⁾の提案を参考に ϵ の境界条件を定めたものである¹⁰⁾。壁面に接して障害物を設置した場合に障害物上方で生じる循環流の様相は実験結果に近づくが、壁面近傍では表 3.1(15)式の採用により渦動粘性係数 ν_t を小さく見積もることにより流れ場が不安定となり振動解を与える場合があることが示されている。

表3.1の続き

21 ¹⁰⁾	①速度Uの境界条件	・Log-lawを用いて ν を考慮するType 20の境界条件と同様
	②乱流エネルギー k の境界条件	・ k_1 を P_{k1} , \bar{z}_1 から算出するType 20の境界条件と同様
	③散逸率 ε の境界条件	・ ε_1 を $P_{\varepsilon 1}$, \bar{z}_1 から算出するType 20の境界条件と同様
$y^+ = 50$ の ε の値 $\varepsilon_{y^+=50}$ を(56)式により求め、この値を第一種境界条件として与え、 $y^+ < 50$ の領域を計算から除外した流体第一セルをコントロールボリュームとして ε の輸送方程式と解いて求める $y^+ = 50$ における境界面での移流項成分は零 ($V = 0$) とする $\varepsilon_{y^+=50} = \frac{C_{\varepsilon 1}^* \cdot k_{y^+=50}^2}{\nu} \quad (56)$ $y_{y^+=50} = 50, \quad k_{y^+=50} = 50, \quad (58) \text{式を連立させて解く}$ $R_{y^+=50} = y_{y^+=50} = 50 \frac{C_{\varepsilon 1}^* \cdot k_{y^+=50}^2}{\nu} = 50, \quad (57) \quad k_{y^+=50} = k_1 + \frac{(k_2 - k_1)}{(h_2 - (h_1/2))} (y_{y^+=50} - (h_1/2)) \quad (58)$		
22 ¹⁰⁾	①速度Uの境界条件	(2)式を用いる
	②乱流エネルギー k の境界条件	(4)式を用いる
	③散逸率 ε の境界条件	(5)式を用いる
23 ¹⁰⁾	①速度Uの境界条件 (ν を考慮)	$U_1 = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left[\frac{E \cdot h_1 \cdot u_*}{2\nu} \right] \quad (59) \quad \left\{ (\nu + \nu_t) \frac{\partial U}{\partial y} \right\}_{y=0} = u_*^2 \quad (60)$
	②乱流エネルギー k の境界条件	$k_1 = C_{\mu}^{1/2} \cdot u_*^2 \quad (13)$
	③散逸率 ε の境界条件	$\varepsilon_1 = \frac{u_*^3}{\kappa (h_1/2)} \quad (14)$
24	①速度Uの境界条件 (ν を考慮)	$\left\{ (\nu + \nu_t) \frac{\partial U}{\partial y} \right\}_{y=0} = \frac{1}{7} (\nu + \nu_t) \frac{U_1}{(h_1/2)} \quad (61) (1/7 \text{乗則})$
	②乱流エネルギー k の境界条件	・ k_1 を求める際の ε_1 は(15)式による \bar{z}_1 を用いるType 18の境界条件と同様
	③散逸率 ε の境界条件	$\bar{z}_1 = \frac{C_{\varepsilon 1}^* \cdot k_1^{1/2}}{\kappa (h_1/2)} \ln \left[\frac{E \cdot (h_1/2) (C_{\mu}^{1/2} \cdot k_1)^{1/2}}{\nu} \right] \quad (15)$
25	①速度Uの境界条件	(61)式による ν を考慮した1/7乗則
	②乱流エネルギー k の境界条件	・ k_1 を求める際の ε_1 は(15)式による \bar{z}_1 を用いるType 18の境界条件と同様
	③散逸率 ε の境界条件	$\varepsilon_1 = \frac{C_{\varepsilon 1}^* \cdot k_1^{1/2}}{\kappa (h_1/2)} \quad (5) \text{ (壁法則)}$
26	①速度Uの境界条件	・Log-lawを用いて ν を考慮したType 18の境界条件と同様
	②乱流エネルギー k の境界条件	・ k_1 を求める際の ε_1 は(15)式による \bar{z}_1 を用いるType 18の境界条件と同様
	③散逸率 ε の境界条件	・(15)式による \bar{z}_1 を用いる
27	①速度Uの境界条件	・Log-lawを用いて ν を考慮するType 20の境界条件と同様
	②乱流エネルギー k の境界条件	・ k_1 を P_{k1} , \bar{z}_1 から算出するType 20の境界条件と同様
	③散逸率 ε の境界条件	・(15)式による \bar{z}_1 を用いる

3.2.4 Type16 (y^+ に依存する三層モデル)

貝塚ら²⁾による垂直加熱平板の自然対流を対象とした検討である。速度、温度および k の分布が実験値に比べて壁面近傍で小さいことが示されている。壁面第一セルの差分間隔の検討を含めた境界条件の検討が必要であることを指摘している。このモデルの改良型が倉瀬ら¹¹⁾により提案されている。

3.2.5 Type17 (ν_t/ν の比によりベキ指数を変化させる三層モデル)

坂本ら¹⁾により提案された熱対流を解析する際の壁面間放射熱伝達を考慮したモデルである。温度分布は実験結果と比較的良好な対応を示している。速度分布に関しては実験結果との対応は悪く検討の余地を残していることが示されている。

3.2.6 Type18 (速度Uの境界条件にLog-lawを適用)

Lauder & Spalding⁵⁾により提案されたモデルである。速度Uの境界条件にLog-lawを適用し、壁面第一セルにおける k の算出に際して散逸項 ε は体積平均値(表3.1(15)式)を用いている。加熱円管流等の解析に用いられており、実験との対応は比較的良好。

3.2.7 Type19 (k の境界条件に生産項Pと散逸項 ε の体積平均値を適用)

Lauder, Leschzinerら⁷⁾により提案されたモデルである。粘性底層を考慮して、壁面第一セルにおける k の輸送方程式中の生産項と散逸項を体積平均値で与えるものである。表3.1中の図3.2に示すように、壁面第一セル内の粘性底層の外側では k および壁面せん断応力の分布を一定とみなしている。

3.2.8 Type20 (速度Uの境界条件に粘性底層を考慮したLog-lawを適用)

Chiang & Launder⁶⁾によって提案されたモデルである。表3.1中の図3.3に示すように壁面第一セル内で k および壁面せん断応力が分布を持つとして k の生産項、散逸項の体積平均値を算出する。

3.2.9 Type21 (壁面第一セルで ε の輸送方程式を解くモデル)

Leschzinerの提案によるモデルである¹²⁾。Type20の速度Uおよび k の境界条件を加えて ε の境界条件は $y^+ = 50$ の位置で ε の値を算出し、これを境界値とする第一種境界条件で壁面第一セルの ε の輸送方程式を解くものである。

3.2.10 Type22 (計算境界面を物理境界面から微小距離 h 離れたモデル)

加藤らが一般曲線座標系を用いたシミュレーションで検討したモデルである¹³⁾。計算境界面を物理的な壁面境界層よりも h だけ上方に定めて、そこで速度に関して表3.1(2)式、 k に関しては表3.1(4)式および ε に関しては表3.1(5)式が成立すると仮定する。これによりレギュラーグリッドでありながら壁面でスリップ速度 U_T を定義する必要がなく、通常のスタガードグリッドとほぼ同様の境界条件の取り扱いが可能となった。

3.2.11 Type23 (壁面摩擦速度を用いたモデル)

Rodiら¹⁴⁾により用いられているモデルである。Type14と異なる点は、これが滑らかな壁を対象とし、速度境界条件において $(h_1/2)/z_0$ のかわりに $E \cdot y^+$ により対数値を定義する方法である。モデルの適用範囲は $30 < y^+ < 100$ である。

3.2.1.2 Type24~27 (本章の検討に加えたモデル)

Type23までのモデルに対して、境界条件の組み合わせが未検討であるモデルとしてType24~27を検討する。

3.3 境界条件の解析結果による検討

以上までに説明した各種壁面境界条件のうち、速度 U の境界条件が1/7乗則の場合に散逸率 ε の境界条件に関する検討を行ったType5 (ただし V を考慮)、25, 24、速度 U の境界条件がLog-lawの場合に散逸率 ε の境界条件に関する検討を行ったType18, 26, 23さらに粘性底層を考慮した場合のType20, 27, 21の計9タイプについて検討を加え、適切な境界条件選択の際の指針を与える。

3.3.1 解析方法

4個の吹出し口と4個の吸込み口のある3次元室内モデル (図3.4: $34(X) \times 34(Y) \times 20(Z)$)=23, 120の均等メッシュ分割) を解析する。 $k-\varepsilon$ モデルの基礎方程式を表3.2に、計算条件を表3.3に示す。

3.3.2 ε の境界条件に関する検討点

ε は壁近傍でその値が大きくなり、その ε の値の変化が流れ場に与える影響も大きい。したがって、壁近傍の ε の値を大きく左右することになる ε の境界条件の適否が流れ場に与える影響は極めて大きい。既往の著者らの検討では壁法則 ($\varepsilon = C_\mu^{3/4} k^{3/2} / \kappa z$) による値を壁に接する流体セル中心に与える境界条件を用いた場合、当然のことながら壁面での差分分割の粗密が流れ場に大きな影響を与える¹⁵⁾ (補注3.6参照)。一方、壁に接するセル中心で ε を積分平均値で与える方法は壁法則による ε よりも大きな値 (壁面に接するセルの大きさによるが、通常の室内気流解析では $y^+ = h_1 C_\mu^{1/4} k^{1/2} / 2y = 50 \sim 500$ の差分間隔をとるため、一般に前者は後者の10倍以上) を与え、ある程度大きな差分メッシュを用いても、不当に ε を小さく評価することなく実現象との対応が比較的良好な結果が得られている。両者の ε の設定方法の違いは、壁面に接するコントロールボリューム内で一様とはみなせない ε に関して、セル中心で定義される値がセル平均の ε を表すのか、あるいはまさにその定義点位置の値を表すのかという問題に帰着される (補注3.7参照)。

本章では、この観点から ε 方程式における壁面に接するセル中心の ε の値に対して、定義点位置の値 (壁法則) と体積積分の2通りに関し、各種の境界条件と合わせて検討する (補注3.8参照)。

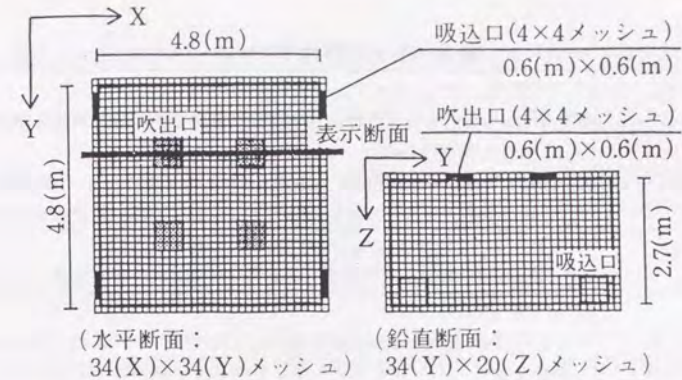


図3.4 解析対象とする室内モデルとメッシュ分割

表3.2 基礎方程式 ($k-\varepsilon$ モデル)

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (62)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_i}{\partial X_j} = -\frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) + \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right\} \quad (63)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial X_j} \right) + P_k - \varepsilon \quad (64)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (65)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = k^2 \ell \quad (66)$$

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (67)$$

各数値定数: $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$

U_i : 平均速度 (m/s) P : 圧力 (N/m²) k : 乱流エネルギー (m²/s²)

ε : 乱流散逸率 (m²/s³) ν_t : 渦動粘性係数 (m²/s) ℓ : 乱れの長さスケール (m)

表 3.3 計算条件^{*1}

(1) 吹出し口	$U_t = 0.0, U_n = U_{out}, k = k_{out}, \ell = \ell_{out}$ 添え字 t, n : 吹出し口面に対してそれぞれ接線方向, 法線方向を示す U_{out} : 吹出し風速 (=1m/s) k_{out} : 流入乱流エネルギー (=0.005m ² /s ²) ℓ_{out} : 乱れの長さスケール (=0.2m)
(2) 吸込み口	$U_t = 0.0, U_n = U_{in}, \partial k / \partial n = 0.0, \partial \varepsilon / \partial n = 0.0$ U_{in} : 吸込み風速 (=1m/s)
(3) 壁面	$U_n = 0.0, \partial k / \partial n = 0.0$ その他は表 4.1 に示す境界条件を用いる
(4) 差分スキーム	・ 空間差分 各方程式移流項: QUICK (三次元) + 一時風上 ^{*2} 各方程式拡散項: 中心差分スキーム ・ 時間差分 Adams-Bashforth 法による二次精度スキーム
(5) 最低保証値	もし $k < k_{min}$ ならば $k = k_{min}$ とする。 $k_{min} = k_{AVE} \times 0.005$, k_{AVE} : k の室内空間平均値 もし $\varepsilon < \varepsilon_{min}$ ならば $\varepsilon = \varepsilon_{min}$ とする。 $\varepsilon_{min} = \varepsilon_{AVE} \times 0.002$, ε_{AVE} : ε の室内空間平均値

*1) 本シミュレーションは実スケールの物理量を用いて行われた。

*2) QUICK + 一時風上: QUICK スキームによる計算途中であるセルの k の値または隣接するセルの k の値が、 k の室内空間平均値の 1/200 未満となる場合、そのセルに関して、 k, ε の輸送方程式移流項に一次精度風上差分スキームが一時的に適用される。計算された k が、 k の室内空間平均値の 1/200 以上になれば、再び元の差分スキームが適用される。

3.4 速度 U の境界条件が 1/7 乗則の場合の ε の境界条件に関する検討 (補注 3.9 参照)

3.4.1 壁法則を適用した場合 (Type 5 (ただし V を考慮) : 図 3.6)

模型実験¹⁶⁾ (図 3.5) と対応する吹出し口間での上昇流が再現されている。吹出し口端よりやや下方と噴流が床面に衝突する部分のシアアが大きい領域で k, ε の分布が大きい。

3.4.2 壁法則と体積積分 (k 方程式) を併用する場合 (Type 25 : 図 3.7)

気流分布 (図 3.7(a)) は Type 5 (図 3.6(a)) とほとんど差異はない。吹出し口周囲の ε の分布 (図 3.7(c)) は Type 5 とは異なり最大値がやや下方に移動して滑らかな様相を示す。Type 5 で観察された床面での極値は消失している。 k の分布 (図 3.7(b)) は Type 5 (図 3.6(b)) とほぼ同様の傾向を示している。

3.4.3 体積積分で与える場合 (Type 24 : 図 3.8)

気流分布 (図 3.8(a)) は、吹出し口間の天井近傍で弱い上昇流が生じることを除けば Type 5, 25 とほとんど差異はない。 ε (図 3.8(c)) は床面付近で Type 5 (図 3.6(c)) とほぼ同様の分布となり極値を示す。また Type 5 で見られた吹出し口周辺の ε の極値は Type 25 と同様、下方に移動し、混合が良く行われる位置で最大となる。 k の様相は Type 5, 25 の分布とほぼ等しい。

3.4.4 考察

Type 5, 24, 25 の結果の差異は極めて小さく、いずれがより妥当であるのかという判断をこの結果から考察することは難しい (補注 3.10 参照)。しかし、Type 25 において壁面第一セルの k 方程式における ε と ε 方程式における ε の与え方が異なると、噴流の床面衝突領域での ε の極端なピークが消失し、なだらかな分布を示す。実験では正確な ε の測定・評価が困難なためにこれと比べていずれが実現象に良く対応するかを判断することはできない。しかし、 k に関するシミュレーション結果および実験結果の k の分布 (図 3.5)¹⁶⁾ には、 ε の極端なピークに対応する床面付近のピークが生じていないこと等を考慮すると Type 25 の結果は必ずしも不当とは言えず、むしろ適切なものとも考えることも可能である。

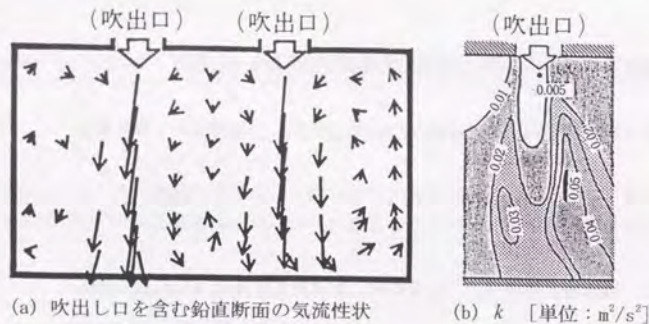


図3.5 模型実験結果¹⁶⁾

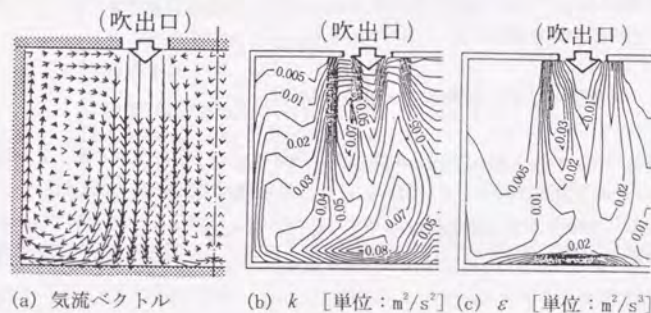


図3.6 Type5 (U_T : 1/7乗則, ε : 壁法則)

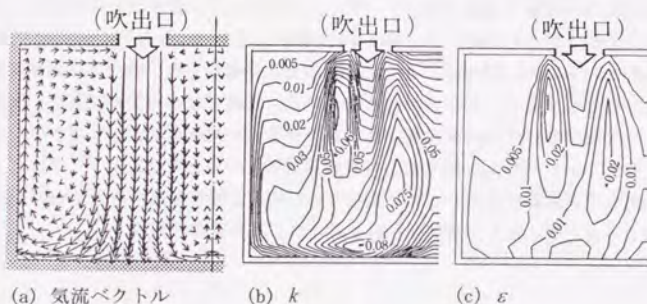


図3.7 Type25 (U_T : 1/7乗則, ε : 壁法則, k 方程式では体積積分)

3.5 速度 U の境界条件にLog-lawを適用した検討

3.5.1 ε の境界条件に壁関数と体積積分を適用した場合 (Type18, 26: 図3.9, 3.10)

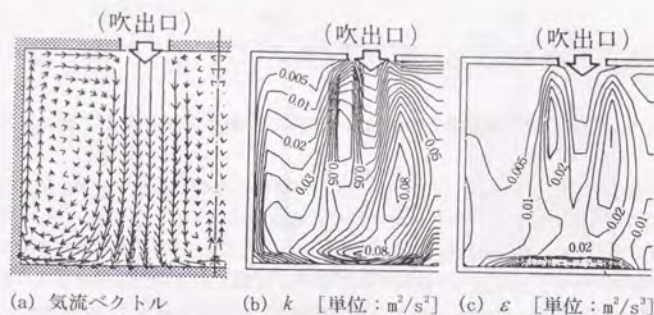
速度境界条件にLog-lawを用いて、 k 方程式中の ε は体積積分により求め、 ε 方程式自身の境界条件として壁関数および体積積分を用いた場合の2タイプ (Type18, 26) の解析結果を図3.9, 3.10に示す。気流分布に関しては吹出し口間中央の天井近傍の様相を除けば両者にほとんど差異はない。また、1/7乗則の境界条件と比較すると同じ ε の境界条件を課した場合には、壁法則の場合のType25と18および体積積分の場合のType24と26の比較から知れるように、それぞれほとんど差異はない。これはLog-law、1/7乗則両者の条件によるシミュレーション結果から壁面近傍の速度勾配を逆算した場合ほとんど同じ値を示すことから裏付けられる。すなわち、室内気流の解析では速度境界条件に1/7乗則、Log-lawのどちらを適用してもあまり大きな差異は生じない。 ε の分布に関しては、 ε 方程式の境界条件に壁法則を適用したType18 (図3.9(c)) は体積積分を適用したType26 (図3.10(c)) に比べて床面での値が顕著に小さくなっている。この傾向は1/7乗則の検討 (Type25, 24) の場合と全く同様である。

3.5.2 壁面摩擦速度 u_* により k, ε を定義する場合 (Type23: 図3.11)

Rodiら¹⁴⁾ が用いている摩擦速度を速度勾配から求め、これを用いて k, ε の壁面第一セルの値を与える境界条件の場合の結果をType23 (図3.11) に示す。気流分布 (図3.11(a)) および k の分布 (図3.11(b)) はType18, 26の様相とほとんど変わりはない。 ε の分布 (図3.11(c)) は床面近傍で、 k の極値に対応する位置で極値を持つことがわかる。これは、表3.1の式(13), (14)から u_* の値の大小が k, ε の値に直接反映されることから理解できる。

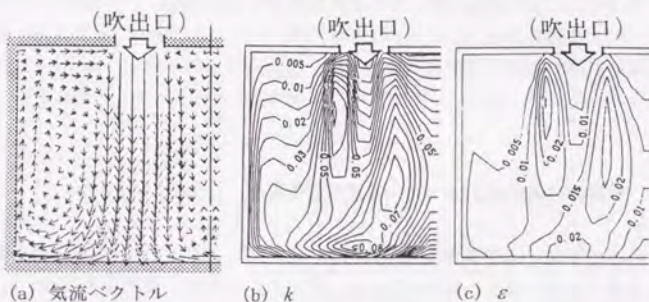
3.6 粘性底層を考慮した境界条件に関する検討 (Type20, 27: 図3.12, 3.13)

壁面第一セルの粘性底層部の性状をより考慮した境界条件を適用し⁶⁾、 ε 方程式における境界条件を壁法則から求めた結果を図3.12 (Type20)、体積積分から求めた結果を図3.13 (Type27) に示す。気流分布ではType27 (図3.13(a)) を見ると吹出し口間中央の天井近傍の様相はType25, 26と同様、上昇流となるのに対して、Type20 (図3.12(a)) ではType25, 24と同じく下降流となっており、 ε 方程式における境界条件の差異がおよぼす影響はType25, 24, 18, 26の場合と共通している。Type20, 27は、他のType25, 24, 18, 26と比べて天井沿いの風速が大きな傾向を示す。この他の大きな特徴として吹出し口出隅の噴流の混合が開始される領域での k, ε の値が顕著に大きい。これは、図は省略するが、この付近での k の生産が大きいことに対応している。実験結果 (図3.5) からは吹出し口出隅でのこうした k の極値は観察されず、むしろ混合が進んだ領域で k の極大値が生じているType25, 24, 18のほうが実験結果に近い。吹出し口出隅で生じるこの k, ε の極大値は吹出し口出隅部分を含む計算



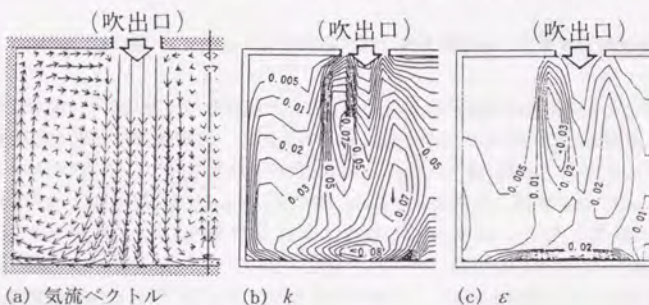
(a) 気流ベクトル (b) k [単位: m^2/s^2] (c) ε [単位: m^2/s^3]

図3.8 Type24 (U_T : 1/7乗則,
 ε : k, ε 方程式とも ε の評価は体積積分)



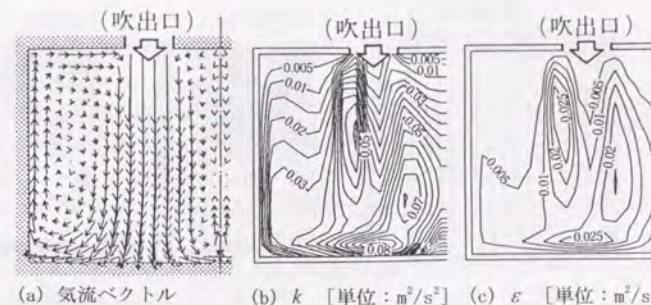
(a) 気流ベクトル (b) k (c) ε

図3.9 Type18 (U_T : Log-law,
 ε : 壁法則, k 方程式では体積積分)



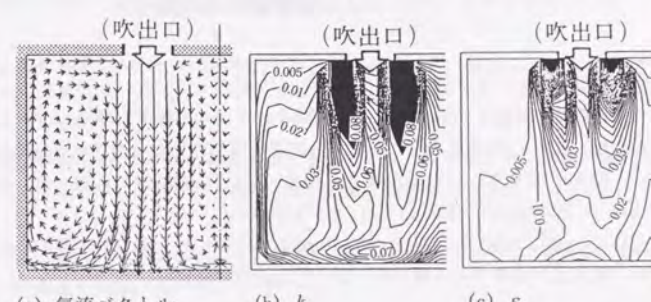
(a) 気流ベクトル (b) k (c) ε

図3.10 Type26 (U_T : Log-law,
 ε : k, ε 方程式とも ε の評価は体積積分)



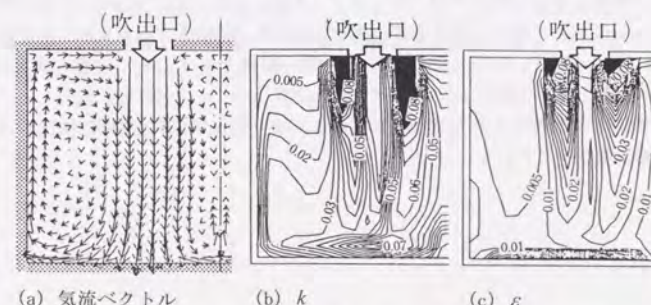
(a) 気流ベクトル (b) k [単位: m^2/s^2] (c) ε [単位: m^2/s^3]

図3.11 Type23 (U_T : Log-law,
 k, ε : 壁面摩擦速度により与える)



(a) 気流ベクトル (b) k (c) ε

図3.12 Type20 (U_T : 粘性底層を考慮したLog-law,
 ε : 壁法則, k 方程式では体積積分)



(a) 気流ベクトル (b) k (c) ε

図3.13 Type27 (U_T : 粘性底層を考慮したLog-law,
 ε : k, ε 方程式とも ε の評価は体積積分)

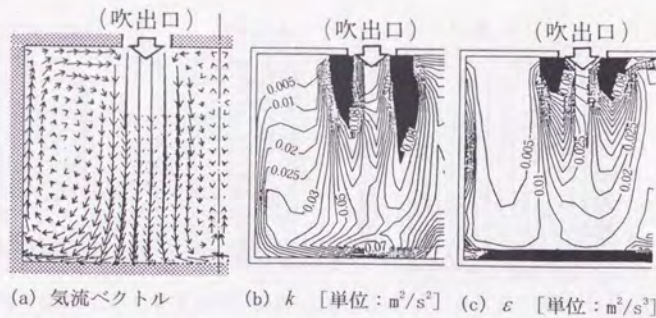


図 3.14 Type21 (U_T : 粘性底層を考慮したLog-law,
 $\varepsilon: y^+ = 50$ を境界面として第一種境界条件で与え
 ε 方程式を直接解く)

セルで k の生産が極めて大きく評価されていることと対応している。この意味で示した結果は、 k, ε の境界条件の問題というよりも出隅部分の境界条件の設定（補注3.11参照）や、渦粘性モデルを用いる $k-\varepsilon$ モデル自身にもともと問題を残していたものが k, ε の境界条件の精密化に伴い、問題が顕在化したものと考えられる。なおType20, 27の比較では、 k はType20（図3.12(b)）の方がType27（図3.13(b)）よりも全体的にやや大きくなっている。 ε は噴流部を中心としてType27（図3.13(c)）の方がType20（図3.12(c)）よりも全体的にやや大きめである。特に噴流部が衝突する床面近傍においてType27は大きい。

3.7 Leschzinerの提案によるモデル（Type21：図3.14）（補注3.12～3.14参照）

これはType20の境界条件を発展させ、 $y^+ (= y_\nu C_\mu^{1/4} k_\nu^{1/2} / \nu) = 50$ における ε の値を第一種境界条件として与えて壁面に接する流体第一セルから ε の輸送方程式を解くモデルである。気流分布（図3.14(a)）はType24, 26, 27と同様の様相を示す。 k の分布（図3.14(b)）はType20, 27とほぼ同様の傾向を示す。 ε の分布（図3.14(c)）は全体的に他のタイプに比べて大きく、特に壁面近傍で大きな値が現れている。またType20, 27と同様に吹出し口出隅部分で k, ε の極大値が生じている。

3.8 第3章結論

$k-\varepsilon$ モデルの壁面境界条件について解説し、そのうち9タイプのモデルについて解析を行い、検討した。その結果から以下のことがわかった。

- (1) 速度 U の境界条件に $1/7$ 乗則、Log-law を適用した場合の差異はほとんど見られない。
- (2) ε の境界条件の差異は速度分布にさほど大きな影響を及ぼさないが ε の分布には部分的に大きな影響が現れる。
- (3) k 方程式中で ε を体積分分で与える場合、噴流が衝突する領域での ε は、 ε 方程式での ε 壁法則で与える場合の方が体積分分で与える場合よりも小さく計算される。
- (4) 粘性底層を考慮するモデルでは吹出し口出隅部分のシア領域における k, ε が大きく評価される。
- (5) 壁面第一セルの ε についても輸送方程式を立てて解くモデルでは、噴流の衝突する床面および循環流が形成されている壁面での ε の大きな値が示される。
- (6) 現状では各種境界条件の差異による変化はおおむね微小であるが、部分的（床面や噴流近傍）に極端な差異が現れる。

本章で用いたメッシュ分割と吹出し口出隅の境界条件では、Type18のLaunder & Spalding⁵⁾ やType23のRodi¹⁴⁾ によるモデル等が総合的にみて比較的良好な結果をもたらしていると推察される。本章では比較的単純な形状の室内で考察を行った。室内に障害物がある場合や熱流がある場合等のより複雑な条件では、各種境界条件に優劣が生じることはすでに部分的に確認している。今後更に検討を重ねたい。

第3章補注

- 3.1 Type22を除いて表3.1はMAC法に準じたコントロールボリューム法によるスタガードメッシュによるシミュレーションを前提としている。
- 3.2 U_N は法線速度成分、 U_T は接線速度成分を表す。境界面では $U_N=0$ とする。これは U_N に関する第一種（デリクレ型）境界条件となる。表3.1では流体側第一セルの U_{T1} を評価する際に必要となる速度 U_T の境界条件（主に第二種（ノイマン型）境界条件）を示す。なおこの場合、圧力に関する境界条件は不要となる。圧力に関するポアソン方程式を解く場合に必要となる境界条件に関しては、壁面法線方向成分の運動方程式に速度境界条件を代入することにより圧力勾配に関する境界条件として得られる。
- 3.3 流体側第一セルの k_1 を評価する際に必要となる境界条件である。主に第二種（ノイマン型）の境界条件で与えられることが多い。この場合、壁面上での拡散フラックスを与えるものとなっている。
- 3.4 流体側第一セルの ε_1 を評価する際に必要となる境界条件である。主に第一種（デリクレ型）の境界条件で与えられることが多い。
- 3.5 \bar{P}_1 はMAC法によるスタガードグリッドの定義点を用いていることから、速度勾配は平均操作によりセル中心で算出されている。したがって、結果的に \bar{P} はコントロールボリューム内で平均されているともみなせる。ここで ε_1 は ε_0 とはせずに、壁面からの距離に関係する位置の一点で代表させる。
- 3.6 壁面近傍の差分間隔を細かくすると、壁法則による ε の境界条件により壁面第一セルの乱れの長さスケールが直接減少し、そのため渦動粘性係数が減少して平均流の性状が大きく変化する。すなわち ε に関しては、境界条件のメッシュ間隔の依存性が極めて大きいので、メッシュをあまり細かくできない。室内気流の3次元解析等の場合、壁面第一セルの差分間隔を大きくすると実現象との対応の悪い結果が往々にして生じる。
- 3.7 コントロールボリューム法により離散化し有限体積内のバランス式を解く立場からは、セル中心の値は体積積分値で表す方に合理性がある。特に k 方程式では k の散逸は壁面近傍ほど良く行われるので、 ε はコントロールボリューム内の体積平均値で評価する必要がある。一方 ε 方程式においては、壁面に接するセルでは輸送方程式が解かれず、その隣の更に流体側の計算セルで初めて輸送方程式が解かれる。この際、壁面に接するセルにおける ε の値はコントロールボリューム界面での ε の移流・拡散フラックスを評価するために用いられる。この場合、壁面に接するセル中心の ε の値は壁面のごく近傍の影響を多く含む体積平均値より、その定義点位置の値とする方が合理性がある。

3.8 k 方程式における ε は補注3.7でも述べたように体積積分で評価することに相当の合理性がある。したがって、本研究では k 方程式中の ε に関しては主に体積積分平均による ε を用いる。

3.9 壁面境界層で $P=\varepsilon$ の局所平衡を仮定した場合に、速度境界条件を1/7乗則として P を評価した場合とLog-lawで P を評価した場合では、対応する ε の値は異なる。すなわち、(S-1)式で $\partial U/\partial Y$ を1/7乗則で与えた場合は $\varepsilon \sim 1/y^{6.7}$ となり、Log-lawで与えた場合は $\varepsilon \sim 1/y$ となる。ここでは速度境界条件がLog-lawの場合に整合性のある壁法則($\varepsilon \sim 1/y$)による ε を境界条件として用いているが、上記したようにその勾配による差異は小さい。

$$\varepsilon = P = -\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (S-1) \quad \left(\because \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{u^*}{\kappa y} \right) \quad \text{Log-law}$$

$$\text{ただし } -\overline{uv} = u^{*2} = \text{const} \quad (S-2) \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{u^*}{y} \frac{1}{y^{6.7}} \quad \frac{1}{7} \text{乗則} \quad (y^*: \text{定数})$$

3.10 速度境界条件を1/7乗則とし、壁面第一セルの ε の算出に壁法則を用いる場合は、補注3.9で述べたように $P=\varepsilon$ の仮定に矛盾が生じている。しかし実験との対応の良い解が得られており、この程度の矛盾がシミュレーション結果に及ぼす影響は小さい。

3.11 今回のシミュレーションでは吹出し口出隅部分は1/7乗則、Log-law等の条件を与えていない。スタガードメッシュシステムによる計算では、出隅部分O点での壁面応力（または変形速度および渦粘性）が必要とされる。今回のシミュレーションでは、

$$v_i \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right|_o = \frac{v_{i1} + v_{i2} + v_{i3}}{3} \left(\frac{2V_2}{hx_1 + hx_2} \right) \quad (S-3)$$

$$v_i \left. \frac{\partial V}{\partial Y} \right|_o = \frac{v_{i1} + v_{i2} + v_{i3}}{3} \left(\frac{2U_2}{hy_1 + hy_2} \right) \quad (S-4)$$

したがって、出隅部分の応力は

$$v_i \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \Big|_o = \frac{2(v_{i1} + v_{i2} + v_{i3})}{3} \left(\frac{V_2}{hx_1 + hx_2} + \frac{U_2}{hy_1 + hy_2} \right) \quad (S-5)$$

として計算している。また k 、 ε のプロダクション項を計算する際のO点での変形速度

$$\left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \text{は} 2 \left(\frac{V_2}{hx_1 + hx_2} + \frac{U_2}{hy_1 + hy_2} \right) \text{として与えられる。}$$

図3.15 吹出し口出隅部分の計算セル定義点

3. 12 Type20, 21, 27では乱流エネルギー k の分布を壁面に接する流体第一セルの中央で定義する k_1 とそれに続く第二セルの中央で定義する k_2 とが $k_1 < k_2$ となることが暗に仮定されている。計算途上で k の分布が $k_1 \geq k_2$ となる場合には $k_1 = k_2$ と置き換えている。
3. 13 Type21では $y^+ = 50$ となる位置をステップ毎に求めて、これを第一セルの下端の位置とするアルゴリズムを用いると、この位置が壁面第一セル中央位置の高さ h を越える場合が生じ、ついには発散する。したがって、今回の計算では $y^+ = 50$ の位置の ε を求め、これを $y = 0$ の位置に定義しなおして ε を計算した。
3. 14 吹き出し口周辺の壁面第一セルにおいて ε の値が異常に大きくなり、この結果発散する事態が生じた。この場合は、 ε が室内空間平均値 $\times 100$ 以上の値(約 $1.5\text{m}^2/\text{s}^3$)となるセルに対して方程式を解かず、体積積分平均値(表3.1(15)式)を与える。

- 1) 坂本雄三, 松尾陽, 野村豪, 鎌田元康: 2 方程式モデルによる 3 次元熱対流の数値解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (計画), pp. 321-322, 1978
- 2) 加治屋亮一, 貝塚正光: 垂直加熱平板自然対流に対する空気分布予測法の数値実験—熱対流の数値解析 (その 4) —, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (計画), pp. 427-428, 1983
- 3) 泰地, 倉渕 隆, 鎌田元康: 壁面境界条件に関する考察—2 次元等温流に関して—, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (計画), pp. 243-244, 1984
- 4) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: 乱流数値シミュレーションの診断システムに関する研究 (第 4 報), 吹出・吸込のある室内気流の数値解析診断 その 3—速度及び乱流量の壁境界条件の検討, 日本建築学会関東支部研究報告集, pp. 149-152, 1985
- 5) Launder B.E. and D.B. Spalding: The numerical computational of turbulent flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol.3, pp. 269-289, 1974
- 6) Chiang C.C. and B.E. Launder: On the calculation of turbulent heat transport downstream from an abrupt pipe expansion, Numerical Heat Transfer, vol.3, pp. 189-207, 1980
- 7) Leschziner M.A.: 東京大学生産技術研究所 第 7 回 N S T オープンセミナー資料, 1987
- 8) 野村豪, 村上周三, 加藤信介: 室内気流の模型実験と数値実験 (その 3), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (計画), pp. 231-232, 1980
- 9) 坂本雄三, 松尾陽: 2 方程式モデルによる乱流境界層の数値実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (計画), pp. 177-178, 1976
- 10) 加藤信介, 村上周三, 須山喜美: コンベンショナルフロー型クリーンルーム内の気流性状に関する研究 (その 17), 気流障害物を有する流れ場・拡散場の模型実験と数値解析—壁面 E 境界条件の検討—, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学), pp. 111-112, 1987
- 11) 倉渕隆, 鎌田元康: 非等温室内空気分布の壁面境界条件に関する研究—垂直加熱平板自然対流に関する検討—, 空気調和衛生工学会学術論文集, pp. 565-568, 1988
- 12) Leschziner M.A. 私信
- 13) 加藤信介, 村上周三, 石田義洋: 一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その 10, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学), pp. 747-748, 1988
- 14) Rodi W.: Turbulence models and their application in hydraulics, IAHR, The Netherlands, 1984
- 15) 村上周三, 加藤信介, 永野紳一郎: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第 1 報), 差分間隔に伴う数値誤差の推定・評価方法, 日本建築学会計画系論文報告集, 第 385 号, pp. 9-17, 1988
- 16) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: 乱流数値シミュレーションの診断システムに関する研究 (第 6 報), 吹出し・吸込みを持つ室内気流の診断 (その 5), 空気調和・衛生工学会学術論文集, pp. 673-676, 1985

- 17) 村上周三, 加藤信介, 須山喜美: 室内気流数値解析の診断システムに関する研究 (第2報), 移流項差分における一次精度風上, QUICK, 中心差分スキーム等の比較検討, 日本建築学会計画系論文報告集, 第390号, pp. 1-12, 1988

第4章 非等温室内気流解析におけるWETモデルの組み込み

4.1 室内2次元の非等温解析

4.1.1 はじめに

非等温乱流のシミュレーションにおいて、乱れによる熱フラックス $\overline{u_i \theta}$ の勾配輸送モデル (Eddy Viscosity (Diffusivity) Model, 以後EVMと略称) は、その精度に関して疑問が多い (補注4.1参照)。そのためこれを用いず $\overline{u_i \theta}$ 自身の支配方程式に基づいて $\overline{u_i \theta}$ を評価し、精度を高めているモデルとして、これら乱れのセカンドモーメント方程式をクローズして解くモデルDSM、および代数化して解くモデルASMが開発されている¹⁾。しかしこれらは方程式の数とそれに伴う経験定数が多く、取り扱いが複雑である。そのため、 $k-\epsilon$ モデルを主体とし、 $\overline{u_i \theta}$ 等に関して単なるEVMより精度向上を計ったモデルも開発されている²⁾。本研究では、こうしたモデルの1つであるLaunderの提案によるWETモデル³⁾に準拠し、これを修正したモデルを用いた $k-\epsilon$ モデルによる数値解析手法を検討する。

4.1.2 $\overline{u_i \theta}$ の高精度近似モデル (局所平衡型WETモデル)

表4.1に今回用いたモデルの導出過程を示す。これは、 $\overline{u_i \theta}$ の輸送方程式において局所平衡を仮定し、変動圧力相関項をDSM、ASMモデルに準じて近似、整理している。Launderはもとも $\overline{u_i \theta}$ 等のセカンドモーメント輸送方程式における生産項の重要性に着目し、生産項のみを取り出してWETモデルの概念を提案している (補注4.2参照)。この意味で今回用いた局所平衡型WETモデルとLaunderのオリジナルWETモデルでは数値定数等に若干の違いがある。

4.1.3 解析概要

解析対象は、図4.1に示す2次元室内の流れ場 (補注4.3参照)。これを 40×40 の均等メッシュ分割により解析する。用いた $k-\epsilon$ モデルを表4.2に示す。ただし $\overline{u_i \theta}$ は、EVM (表4.1(5)式) またはWET (表4.1(7)式) により評価する。検討種類は表4.3に示す。速度等の壁面境界は壁関数を用いて評価する。熱流の壁面境界条件 (補注4.4参照) に関しては、Case 1: 壁面で一定の熱流 (熱フラックス) を与える場合と、Case 2: 壁面上の温度を与える場合 (その熱流は未知) の2ケースを検討する。表4.4に各Caseの境界条件を示す。Case 2ではChiang & Launderによる壁関数に基づく条件^{3), 4)}を使用する。諸量は、吹出し口幅 L_o 、吹出し風速 U_o 、及び壁面における流入熱フラックス $\overline{u_i \theta}$ (Case 1) もしくは加熱壁面と吹出し空気温度差 $\Delta \Theta$ (Case 2) を用いて無次元化する (補注4.3参照)。境界条件が異なるため、Case 1とCase 2で室内に流入する熱量等が一致しておらず、両者の浮力の効果等を定量的に比較するための条件は正確には一致していないが、ほぼ等しい。

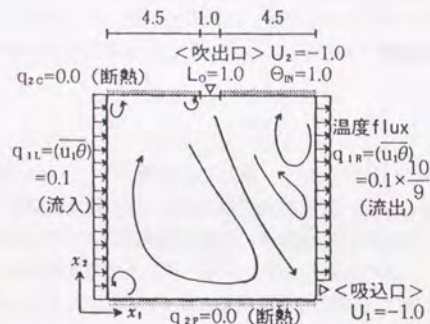


図 4.1 計算対象流れ場 (2次元)

4.1.4 熱流一定境界条件の下でのEVMとWETの比較 (境界条件: Case 1)

壁面から流入(左側)、流出(右側)する熱流を同一とする条件で、 $\overline{u_i \theta}$ に関するWETモデルとEVMを比較する。WETモデルによる結果は、WET1: 表4.1(7)式の第1項のみを考慮するもの、WET2: 同じく第2項までを考慮するものを示す。第3項までを含めたWET3は発散して解が得られなかった(補注4.5参照)。

(1) 流線 (図4.2)

EVM, WET1, WET2 の順に室内左側の大きな循環渦が強くなっている。これは以下に述べる $\overline{u_i \theta}$ の評価の差に基づく浮力効果の差によるものと考えられる。しかし、全体的な様相にはそれほど大きな差異は見られない。

(2) 温度 Θ (図4.3)

無次元温度の3.0の等値線に多少の差異が見られるものの3者に大きな差異はない。

(3) 水平方向の乱流熱フラックス $\overline{u_i \theta}$ (図4.4)

水平方向(X_1 方向)の乱流熱フラックス $\overline{u_i \theta}$ の分布は加熱壁、冷却壁近傍および噴流域でEVM, WET1, WET2の順に少しずつ大きくなっている。これは特に噴流域や冷却壁側において顕著である。全体にEVMモデルと2つのWETモデルとの差異に比べ、WETモデル同士との差異は小さい。

表 4.1 局所平衡型のWETモデルの導出

温度フラックス $\overline{u_i \theta}$ の輸送方程式は次式で与えられる(分子散逸項は省略)¹⁾。

$$\frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial t} = D_{i\theta} - (\overline{u_i u_k} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} + \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \overline{\theta^2} g_i \beta) + \frac{P'}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial X_i} \quad (1)$$

定常状態の(1)式において局所的に移流拡散が無視できると仮定すれば左辺の実質微分項および右辺第1項($D_{i\theta}$ は $\overline{u_i \theta}$ の拡散項)は消え、生産項(右辺第2~4項)と圧力・変動温度勾配相関項(右辺第5項)が釣り合う。

DSM, ASMと同様に右辺第5項の圧力・変動温度勾配相関項を次式で近似する¹⁾。

$$\frac{P'}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial X_i} = -C_{i\theta} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{i\theta 2} \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + C_{i\theta 3} \overline{\theta^2} g_i \beta + \Phi_{i(\theta 1)} \quad (2)$$

(2)式において右辺第1項: Rotta項、第2, 3項: Rapid項、第4項: Wall Reflection項と呼ばれる。

(2)式第4項は無視して、(2)式を(1)式に代入し、 $\overline{u_i \theta}$ に関して整理すると、

$$\overline{u_i \theta} = -\frac{k}{\varepsilon} \left[C_{i\theta} \overline{u_i u_k} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} + C_{i\theta 2} \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + C_{i\theta 3} \overline{\theta^2} g_i \beta \right] \quad (3)$$

これが $\overline{u_i \theta}$ の局所平衡型のWETモデルの原形である。

$k-\varepsilon$ モデルによる方程式系をクローズさせるために(3)式の各項は次のように近似する。

・第1項の $\overline{u_i u_k}$ はEVMを用いる。

$$\overline{u_i u_k} = -\nu_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ik} k \quad (4)$$

・第2項の $\overline{u_k \theta}$ はEVMを用いる。

$$\overline{u_k \theta} = -\frac{\nu_i}{\sigma_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} \quad (5)$$

・第3項では $\overline{\theta^2}$ の近似が問題となる。今回は $\overline{\theta^2}$ の輸送方程式について、移流拡散のない局所平衡状態を考える。

$$\overline{\theta^2} = -C_{\theta 1} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k \theta} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} \quad (6)$$

(6)式の $\overline{u_k \theta}$ はEVMを用いる。

したがって今回の $\overline{u_i \theta}$ のWETモデルは次式で与えられる。

$$\overline{u_i \theta}_{(WET)} = -\frac{k}{\varepsilon} \left[C_{i\theta} \overline{u_i u_k}_{(EVM)} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} + C_{i\theta 2} \overline{u_k \theta}_{(EVM)} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} - C_{i\theta 3} C_{\theta 1} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k \theta}_{(EVM)} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} g_i \beta \right] \quad (7)$$

表 4.2 基礎方程式 (k, ε および Θ の方程式)

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_1} \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} \right\} + P_k + G_k - \varepsilon \quad (8)$$

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (9)$$

$$G_k = -\overline{u_i \theta} g_i \beta \quad (\text{WETモデル}) \quad \text{または} \quad \frac{\nu_t}{\sigma_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial X_i} g_i \beta \quad (\text{EVM}) \quad (10)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_2} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right\} + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (P_k + C_3 G_k) - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (11)$$

$$C_3 = 1.0 \quad (G_k < 0) \quad \text{または} \quad 0.0 \quad (G_k \geq 0) \quad (\text{Viollet model}^{(8)}) \quad (12)$$

$$\frac{D\Theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} (-\overline{u_i \theta}) \quad (13)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (14)$$

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_1 = 1.0, \sigma_2 = 1.3$$

表 4.3 検討種類

$\overline{u_i \theta}$ の近似方法	境界条件*1	備 考
EVM	Case 1	EVM((5))式のみによる近似
	Case 2	
WET1	Case 1	(7)式第1項のみで近似*2
WET2	Case 1	(7)式第2項までによる近似
	Case 2	
WET3	—	(7)式第3項までを含めた近似 → 発散 (補注4.5参照)

*1 Case 1 は壁で熱流を既知とする。熱流の条件の他は一般的なLog-lawによる固体壁条件を用いる。Case 2 は熱流のある壁でChiang & Launder⁽⁴⁾によるLog-lawの壁関数境界条件を用いる。この場合、壁面温度を既知として与え熱流はシミュレートされる (補注4.4参照)。

*2 $\overline{u_i \theta}$ のGGDH(Generalized gradient diffusion hypothesis)表現ともみなせる。この場合のみ $C_{\theta 1} = 0.15$ とする。

数値定数⁽¹⁾

$$C_{i\theta 1} = 3.0, \quad C_{i\theta 2} = 0.5, \quad C_{i\theta 3} = 0.3, \quad C_{\theta 1} = 0.15 \text{ (WET1)}, \quad 0.25 \text{ (WET2,3)}, \quad C_{\theta 2} = 0.25, \\ C_{\theta 3} = 0.25, \quad C_{\theta 4} = 0.25, \quad \sigma_\theta = 0.25$$

表 4.4 境界条件

(1) 速度境界条件

① Case 1 : Generalized Log-law

$$\frac{U_p}{\tau_w} (C_\mu^2 k_p)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\kappa} \ell_n \left[\frac{E \cdot y_p (C_\mu^2 k_p)^{\frac{1}{2}}}{\nu} \right] \quad (15)$$

② Case 2 : Chiang & Launder によるLog-law

$$\frac{U_p}{\tau_w} (C_\mu^2 k_p)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\kappa} \ell_n \left[\frac{E \cdot y_p (C_\mu^2 k_p)^{\frac{1}{2}}}{\nu} \right] \quad (16)$$

$$\kappa = 0.42, E = 9.0$$

(2) 熱流壁の境界条件

① Case 1 : 壁面熱フラックスを与える

② Case 2 : 壁面温度を与える

$$\frac{(\Theta_w - \Theta_p)}{u_i \theta} (C_\mu^2 k_p)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\kappa} \ell_n \left[\frac{\tilde{E} \cdot y_p (C_\mu^2 k_p)^{\frac{1}{2}}}{\nu} \right] \quad (17)$$

$$\tilde{\kappa} = 0.44, \tilde{E} = 4.0 \quad (\text{補注4.4参照})$$

(3) k 方程式中の壁面第一セルの生産項 P_k および散逸項 ε_p の値

① Case 1 : Log-law

B.E.Launder, D.B.SpaldingによるLog-law (詳細は文献9参照)

$$\varepsilon_p = \frac{(C_\mu^2 k_p)^{\frac{3}{2}}}{\kappa \cdot y_p} \ell_n \left[\frac{E \cdot y_p (C_\mu^2 k_p)^{\frac{1}{2}}}{\nu} \right] \quad (18)$$

② Case 2 : Chiang & LaunderによるLog-law

P_k, ε_p はセル体積積分値 (詳細は文献4参照)

(4) ε の壁面境界条件 (壁法則)

Case 1, Case 2 とも共通

$$\varepsilon_p = \frac{(C_\mu^2 k_p)^{\frac{3}{2}}}{\kappa \cdot y_p} \quad (19)$$

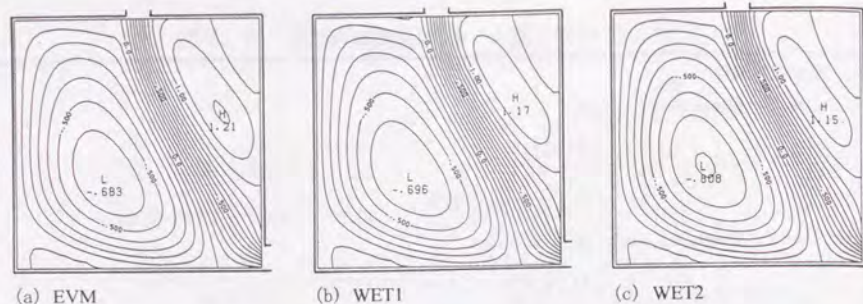


図 4.2 流線の比較

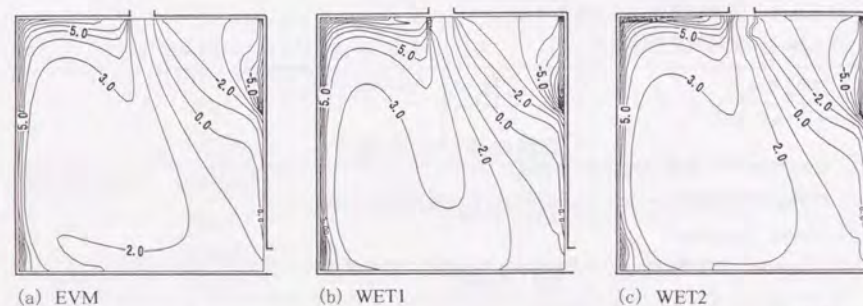


図 4.3 温度 θ の比較

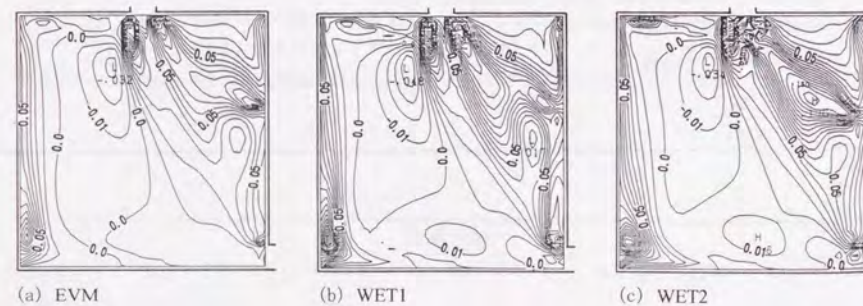


図 4.4 水平方向の乱流熱フラックス $\overline{u_1\theta}$ の比較

(4) 鉛直方向の乱流熱フラックス $\overline{u_2\theta}$ (図 4.5)

鉛直方向(X_2 方向)の乱流熱フラックス $\overline{u_2\theta}$ は $\overline{u_1\theta}$ と同様にEVM, WET1, WET2の順に大きくなる。特にEVMとWETの差が大きい。この傾向は温度勾配 $\partial\theta/\partial X_1$ や速度勾配 $\partial U_1/\partial X_2$ の大きい領域ほど顕著となる。温度勾配の主要項は $\partial\theta/\partial X_1$ で壁付近で大きく、速度勾配の主要項は $\partial U_2/\partial X_1$ で噴流付近や壁付近で大きい。重要なことは $\partial\theta/\partial X_1$ はEVMによる $\overline{u_2\theta}$ の評価において考慮されないことである。また、WET2モデルの場合、EVMやWET1では評価されなかった乱流熱フラックス $\overline{u_1\theta}$ と平均速度勾配 $(\partial U_1/\partial X_2)$ の相互作用が考慮されることの寄与は大きい。

(5) フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$ (図 4.6)

加熱壁、冷却壁近傍において G_k の絶対値は P_k に比べて大きい傾向を示す。特にWET2では $|-G_k/P_k|$ のレベルが10以上となる領域が熱流壁近傍で現れ、EVMと顕著に異なる。これはWETにおいて浮力による乱れの生産がEVMに比べてより正確に表現された結果と考えられる。

(6) 乱流エネルギー k (図 4.7)

熱流壁近傍を除き、 P_k に比べ G_k の寄与が小さいため k の分布は、EVMとWET2ではほぼ類似している。室中央では G_k ($\overline{u_2\theta}$ に対応)の評価の差異による影響はほとんど現れていない。

4.1.5 温度一定境界条件の下でのEVMとWETの比較(境界条件: Case 2)

WETモデルは熱フラックス $\overline{u_1\theta}$ の構造をより正確にモデル化し、浮力場における乱れの生産をEVMに比べてより正しく評価する(補注4.1参照)。従って壁面近傍における熱伝達をより正確に評価する可能性を持つ。浮力効果が相対的に大きくなる熱流壁近傍で、壁面の温度境界条件として壁表面温度を与え、壁からの熱伝達がシミュレートされる条件でWET2モデルとEVMモデルを比較する。ただし、ここでは熱流壁の壁関数としてChiang & Launder^{3), 4)}の条件を用いる(補注4.4参照)。

(1) 流線 (図 4.8)

EVMに比べてWET2の方が加熱壁側の循環流が強くなっている。これは図4.9に示す温度分布からもわかるようにWET2の方が加熱壁近傍の温度がやや高く、このため浮力の効果に差異が現れたためであると考えられる。

(2) 温度 θ (図4.9)

EVMに比べてWET2の方が加熱壁近傍から室中央にかけてより高い値をとる。室内右側で差異は小さい。

(3) 水平方向の乱流熱フラックス $\overline{u_1\theta}$ (図4.10)

EVMに比べWET2は顕著に大きな値を示す。特に噴流付近や加熱・冷却壁面近傍でWET2は大きな値を示す。EVMに比べてWET2は壁面表面で熱伝達率を大きく評価している。

(4) 鉛直方向の乱流熱フラックス $\overline{u_2\theta}$ (図4.11)

$\overline{u_1\theta}$ (図4.10) 以上にモデルの差異が大きく現れて、分布性状は両者で全く異なっている。WET2モデルによる垂直方向の $\overline{u_2\theta}$ は加熱・冷却壁面近傍や噴流の領域で顕著に大きく評価されている。この垂直方向の熱フラックス $\overline{u_2\theta}$ は浮力による乱れの生産に大きな役割を果たし (補注4.1参照)、その結果、 $\overline{u_1\theta}$ にも大きな影響を及ぼす。定量的に正確な比較はできないが、熱流を与えたCase 1 ではEVM, WET2の $\overline{u_1\theta}$ の分布性状に差が少ないのに比べ、壁面温度を与えて壁面熱伝達をシミュレートするCase 2の場合、 $\overline{u_1\theta}$ のモデリングの差異はシミュレーション結果に大きな影響を与える。

(5) フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$ (図4.12)

上記の考察に対応し、WET2はEVMに比べ加熱・冷却壁近傍で浮力による生産 G_k を大きく評価している。

(6) 乱流エネルギー k (図4.13)

EVMとWET2の k の分布は加熱・冷却壁のごく近傍を除いてあまり差異がみられない。図は省略するが、散逸率 ϵ も同様に、EVMとWET2の両者であまり差異がない。

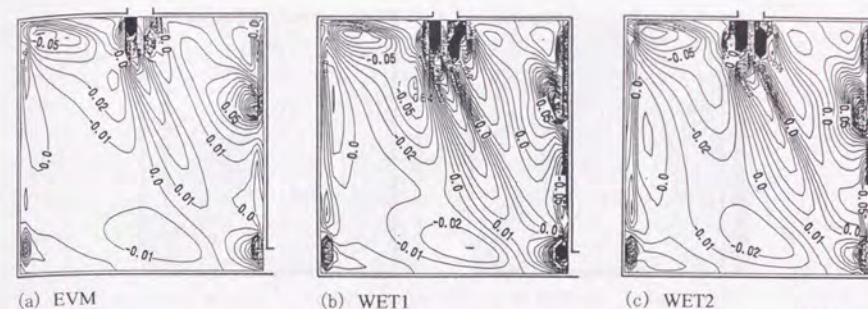


図4.5 鉛直方向の乱流熱フラックス $\overline{u_2\theta}$ の比較

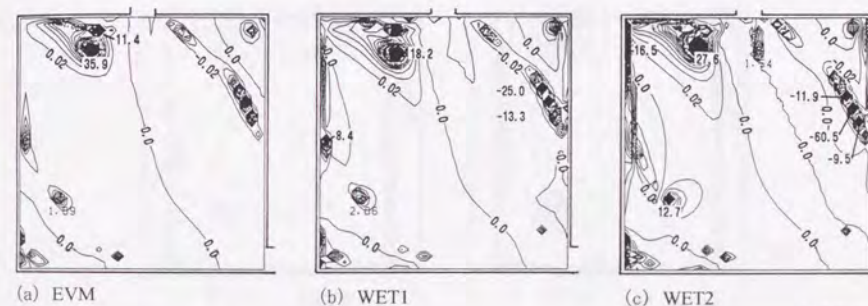


図4.6 フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$ の比較

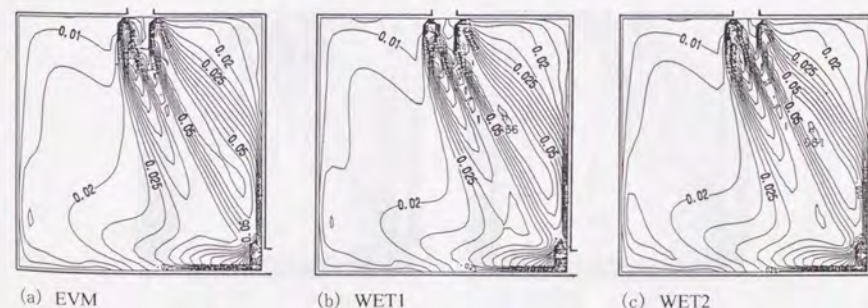


図4.7 乱流エネルギー k の比較

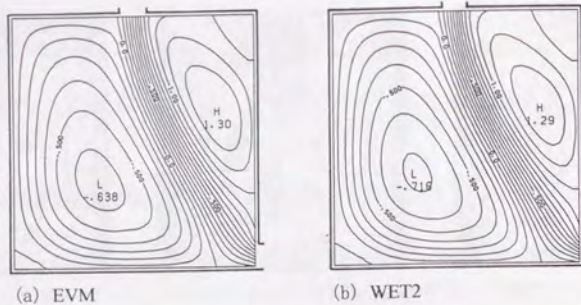


図4.8 流線の比較

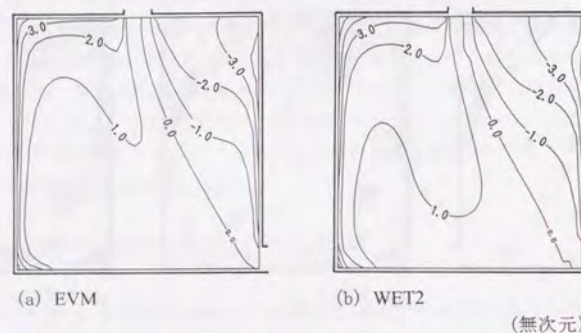


図4.9 温度 θ の比較

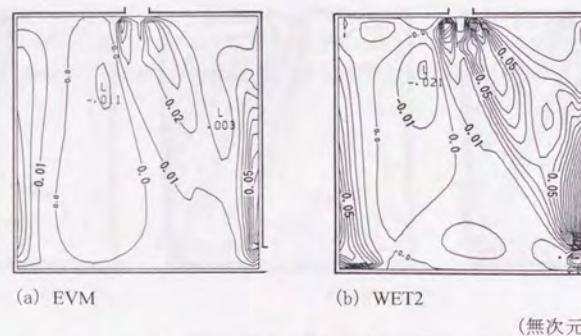


図4.10 水平方向の乱流熱フラックス $u_1\theta$ の比較

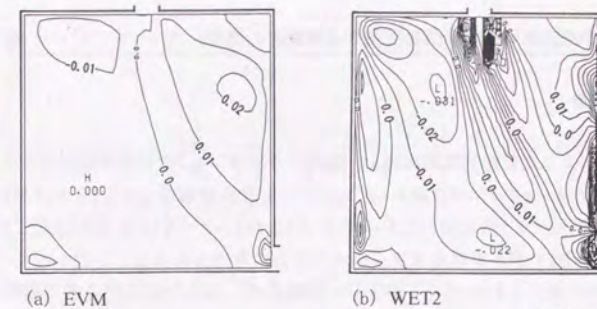


図4.11 鉛直方向の乱流熱フラックス $u_2\theta$ の比較

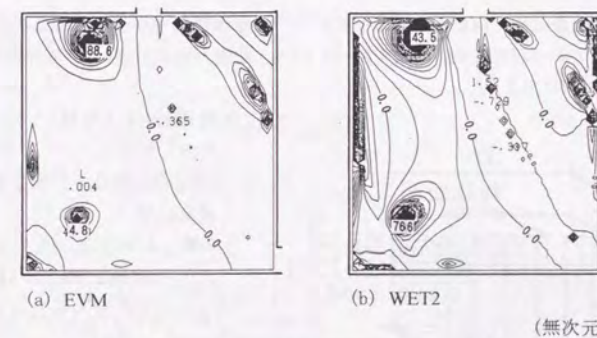


図4.12 フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$ の比較

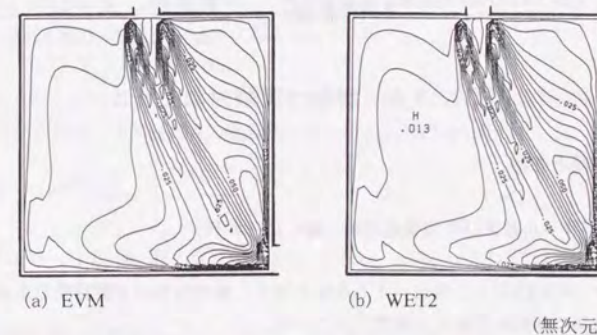


図4.13 乱流エネルギー k の比較

4.2 室内3次元非等温水平噴流に関する実験との比較

4.2.1 背景

前節4.1にて2次元非等温流れ場を、温度フラックス $\overline{u_i \theta}$ の局所平衡モデルとしてWETモデル⁵⁾を用いた $k-\varepsilon$ モデル(以降 $k-\varepsilon$ WET)により数値解析した。その結果EVM(温度フラックスに渦拡散モデル)を用いた $k-\varepsilon$ モデル(以降 $k-\varepsilon$ EVM)よりも温度フラックスを大きく評価し、WETモデルが温度フラックスの評価に有効であることがわかった。本節では3次元非等温流れ場にこれを用いて解析し、実験結果⁶⁾および既に同条件で解析された $k-\varepsilon$ EVMやASM(代数応力モデル)の結果⁷⁾と比較することによりその有効性を検討する。

4.2.2 計算概要

計算、実験対象は図4.14に示す居室モデル^{6), 7)}。左側壁面中央部から冷気を吹出し、右側壁面が発熱面でかつ四隅に吸込み口を持っている。基礎方程式は表4.5、境界条件は表4.6、計算条件は表4.7に示す。

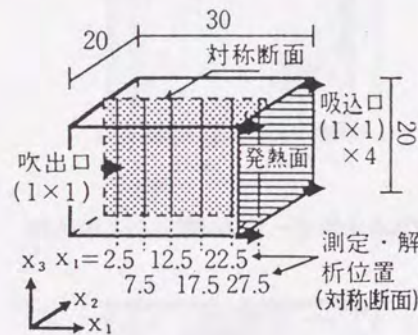


図4.14 計算、実験対象モデル

- ・ 諸量を吹出し口幅 L_o , 吹出し風速 U_o , (吸込み-吹出し)温度差 $\Delta\Theta_o$ で無次元化
- ・ 実験においては、 $U_o = 1.0 \text{ m/s}$, $L_o = 0.04 \text{ m/s}$, $\Delta\Theta_o = 12.2^\circ\text{C}$ で $Ar = \frac{-g\beta \cdot \Delta\Theta_o \cdot L_o}{(U_o)^2} = 0.016$
- ・ 室寸法は $1.2\text{m} \times 0.8\text{m} \times 0.8\text{m}$ 吹出し噴流の Re 数は 2.7×10^3
- ・ 計算では、 $L_o = U_o = \Delta\Theta_o = 1.0$ で、 $Ar = -g\beta = 0.016$ としている

4.2.3 結果と考察

(1) 気流ベクトルおよび平均風速分布 (図4.15, 4.16)

図4.15に $k-\varepsilon$ WETによる気流ベクトル図を示す。風速分布は実験結果とよい対応を示しており、流れ場の様相を精度よく再現されている。

表4.5 $k-\varepsilon$ WETモデルの基礎方程式(3次元)

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_i}{\partial X_j} = -\frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) + \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ v_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right\} \quad (21)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{v_i}{\sigma_1} \frac{\partial k}{\partial X_j} \right) + P_k + G_k - \varepsilon \quad (22)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{v_i}{\sigma_2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (P_k + C_3 \cdot G_k) - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial \Theta U_i}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_j} (-\overline{u_i \theta_{(WET)}}) \quad (24)$$

$$v_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (25)$$

$$P_k = -\overline{u_i u_{j(EVM)}} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (26)$$

$$G_k = -\overline{u_i \theta_{(WET)}} \cdot g_i \beta \quad (27)$$

$$\overline{u_i \theta_{(WET)}} = -\frac{k}{\varepsilon} \left(C_{\theta 1} \cdot \overline{u_i u_{k(EVM)}} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} + C_{\theta 2} \cdot \overline{u_k \theta_{(EVM)}} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \quad (28)$$

$$\overline{u_i u_{k(EVM)}} = -v_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ik} \cdot k \quad (29)$$

$$\overline{u_k \theta_{(EVM)}} = -\frac{v_i}{\sigma_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial X_k} \quad (30)$$

$$C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, C_3 \text{は } G_k > 0 \text{ の場合、} 1.0, G_k \leq 0 \text{ の場合 } 0.0$$

$$\sigma_1 = 1.0, \sigma_2 = 1.3, \sigma_\theta = 1.0, C_{\theta 1} = C_{\theta 2} = 0.25$$

表4.6 境界条件 (表中の数値は無次元化されている)

流入境界: $U_{in} = 1.0, k_{in} = 0.0018, \ell_{in} = 0.325, \Theta_{in} = 0.0$

流出境界: $U_{out} = 0.25, k, \varepsilon, \Theta$: Free-slip

壁面境界: 壁面上のシアーストレスは(31)式、壁面速度勾配は(32)式、 k 方程式中の壁面第一セルの

$\varepsilon(\varepsilon)$ は(33)式、 ε 方程式中の壁面第一セルの $\varepsilon(\varepsilon_1)$ は(34)式で与える。

$$\frac{U_i}{(\tau_w/\rho)} (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ell_n \left[\frac{E \cdot (h_i/2) \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \quad (31) \quad \left[(\nu + v_i) \frac{\partial U_i}{\partial y} \right]_{wall} = \frac{\tau_w}{\rho} \quad (32)$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa (h_i/2)} \cdot \ell_n \left[\frac{E \cdot (h_i/2) \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \quad (33) \quad \varepsilon_1 = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa (h_i/2)} \quad (34)$$

k はFree-slip, 発熱面は $\overline{u_i \theta} = -0.025$, その他の面では $\overline{u_i \theta} = 0.0$

$\kappa = 0.4, C_\mu = 0.09, E = 9.0, \nu = 1/Re = 1/2670$

表 4. 7 計算条件

メッシュ分割は $35(x_1) \times 22(x_2) \times 54(x_3) = 41,580$ 。最小メッシュ幅は 0.25, 最大メッシュ幅は 1.0。計算は x_2 方向の対称性より、 x_2 方向の半分のみを計算対象とした。 $U_i, k, \varepsilon, \Theta$ の移流項の差分スキームは Quick、ただし吹出し・吸込み口近傍では一次精度風上差分スキームを使用。

(2) 温度 Θ (図 4. 17, 4. 18)

$k-\varepsilon$ WET は ASM や $k-\varepsilon$ EVM に比較して全体的にやや高めの値を示すが、実験結果によく対応する結果となっている。特に吹出し口近傍の下方の領域では $k-\varepsilon$ EVM よりも実験結果の分布に近づいている。これは後述するように $k-\varepsilon$ WET が $u_i \theta$ を $k-\varepsilon$ EVM に比べてより大きく評価したことによる。しかしながら発熱面近傍では $k-\varepsilon$ WET は実験結果よりもやや高めの値を示す。

(3) 乱流エネルギー k (図 4. 19)

$k-\varepsilon$ WET の分布は実験および ASM と良く一致している。これは $k-\varepsilon$ EVM よりも浮力による k の生産項 G_k をより精度よく評価した結果が反映されていると考えられる。

(4) フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$ (図 4. 20)

G_k は $\overline{u_3 \theta}$ に Ar 数 0.016 を乗じたものである。室上部で大きな正值を示す。発熱面近傍で $-G_k/P_k$ のレベルは -4 以下の領域が現れ、浮力による乱れの生産が十分に評価されている。大きな正值の領域は温度成層化により乱れの生産が抑えられていることを示す。しかしながらこの領域では G_k の値そのものは小さく、 k に対する影響は小さい。

(5) 乱流熱フラックス $\overline{u_i \theta}$ (図 4. 21, 4. 22)

$k-\varepsilon$ WET による温度フラックス $\overline{u_i \theta}$ の分布は、ASM に比較して絶対値は小さいもののその分布はほぼ等しい。 $k-\varepsilon$ EVM に比較して噴流部分の $\overline{u_i \theta}$ 等が大きく評価されており、既報と同様に著しい改善が見られる。このことは $k-\varepsilon$ WET が吹出し口近傍で大きなメインシア ($\partial U_i / \partial x_3$) の効果を $\overline{u_i \theta}$ の生産項である速度勾配項として取り込み (式 (7))、温度勾配項 ($\partial \Theta / \partial x_k$) を含めた生産項を ASM とほぼ同程度に評価していることを意味している。

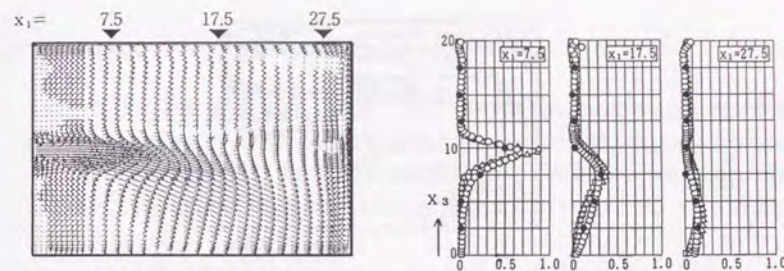


図 4. 15 気流ベクトル

図 4. 16 スカラー風速 ($\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}$) 分布の比較

(対象断面: 図 4. 14 参照)

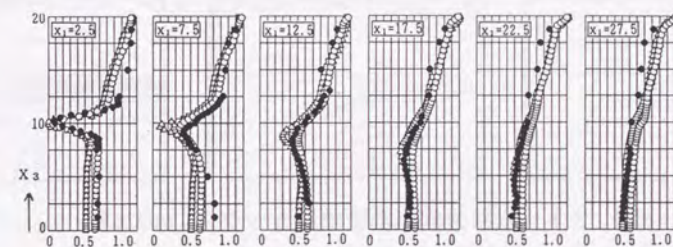


図 4. 17 温度分布 Θ の比較

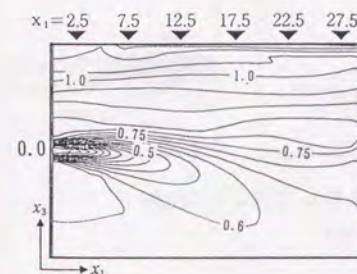


図 4. 18 温度分布 Θ ($k-\varepsilon$ WET)
(吹出し温度 0°C)

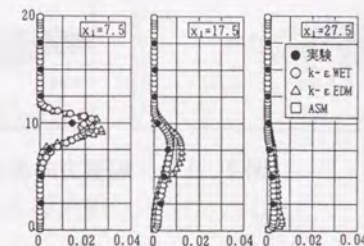
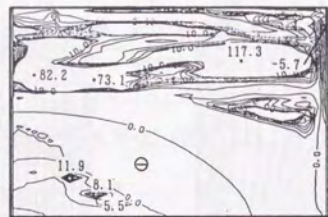


図 4. 19 乱流エネルギー k の分布の比較



Θ：負の領域

図4.20 フラックスリチャードソン数 $-G_k/P_k$ の分布
($k-\varepsilon$ WET)

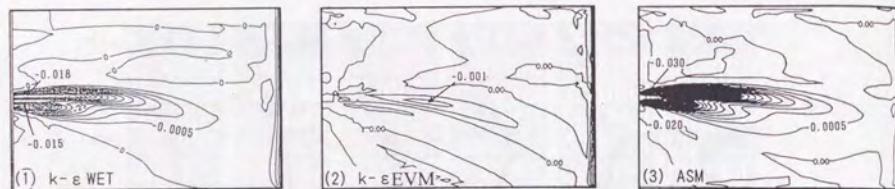


図4.21 水平方向の乱流熱フラックス $\overline{u_y \theta}$ の比較
(対象断面：図4.14参照)

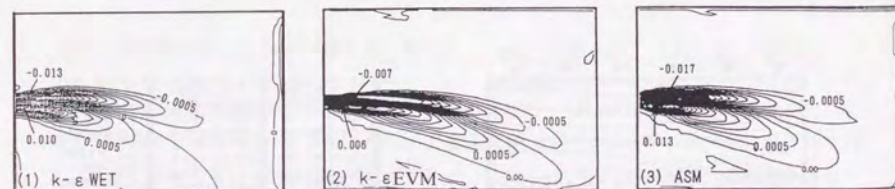


図4.22 鉛直方向の乱流熱フラックス $\overline{u_z \theta}$ の比較
(対象断面：図4.14参照)

4.3 第4章結論

- (1) まず2次元の非等温室内気流を対象とし、 $\overline{u_y \theta}$ に局所平衡型WETモデルを用いた非等温 $k-\varepsilon$ モデルの検討を行った。本モデルはEVMに比べて、特に、壁面熱伝達をシミュレートする場合に $\overline{u_y \theta}$ や G_k 、また表面熱伝達を顕著に大きく評価した。WETモデルの結果はASM⁷⁾のそれに近く、従来のEVMに比べて精度を格段に向上させることを確認した。
- (2) 次に、3次元の室内非等温水平吹き出し噴流について $k-\varepsilon$ WETを適用し、実験と比較した。同モデルによる U, Θ, k は、実験結果と良く一致し、3次元の場合でも温度フラックス $\overline{u_y \theta}$ をASMと同程度に評価でき、 $k-\varepsilon$ EVMに比べて $\overline{u_y \theta}$ の予測精度は格段に向上することがわかった。ASMに比較すると k の生産項 P_k の精度は落ちるものの、簡便さの点では有用なモデルであることが確認できた。

第4章補注

- 4.1 浮力が働く流れ場では、浮力が乱れ、特に乱れによる拡散輸送に及ぼす効果は二通りある。一つは平均運動方程式中に現れる時間平均された温度による $g\beta\Delta\Theta$ の項である。これは平均速度場(変形速度)に影響を与えてシアーによる k 等の生産項を通じて間接的に $u_i u_j$ や $u_i \theta$ 等の乱れ成分に寄与する。いま一つは k や ε の乱れの統計量の方程式中に現れる温度変動に関わる浮力の効果であり、 k の生産項 $G_k (-\overline{u_i \theta} g_i \beta)$ として直接乱れの生産に寄与するものである。後者は直接乱れによる運動量や熱流の拡散に影響を与え、浮力の働く流れ場の乱れ性状に対し重要な役割を持つ。特にシアーによる乱れの生産 P_k に比べて G_k による乱れの生産が重要となる自然対流場のシミュレーションでこれが重要となる¹⁰⁾。

図4.23に示すような垂直加熱壁の対流熱伝達を考える。 X_1 方向の熱伝達 $\overline{u_1 \theta}$ を正確にシミュレートするためには、ここでの $v_i, k, \overline{u_i^2}$ 等の乱れ成分、そしてさかのぼればその生産過程まで正確にシミュレートする必要がある。ここで浮力による乱れの生産は重力と同じ方向の $\overline{u_2 \theta}$ のみが寄与する。 $\overline{u_2 \theta}$ に関する輸送方程式(表4.1(1)式)を考えれば明らかのように $\overline{u_2 \theta}$ には X_2 方向の平均温度勾配 $\partial\Theta/\partial X_2$ のほか多くの要素、特に $\partial\overline{u_2}/\partial X_1$ 等が影響を与える。しかしこれを勾配輸送のみで近似した場合、浮力による乱れの生産は X_2 方向平均温度の勾配 $\partial\Theta/\partial X_2$ のみしか反映されない。 X_2 方向の平均温度勾配が小さい場合、例えば壁面付近の温度が一定の場合など $\partial\Theta/\partial X_2 \approx 0$ すなわち $\overline{u_2 \theta} \approx 0$ とされ、浮力による乱れの生産が過小評価されてしまう。これは結局 k 及び v_i を小さく評価し壁から室内へ伝達される X_1 方向の熱伝達 $\overline{u_1 \theta}$ を正しくシミュレートすることを不可能にする。

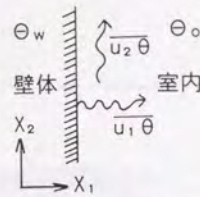


図4.23 参考図

- 4.2 Launderは $\overline{u_i \theta}$ 等乱れの統計量のレベル(Wealth)がその生産項(Earning)に乱れの時間スケールを乗じたものでほぼ近似できるという比喩的な説明の下に、この命名を行った。これは財産(Wealth)はほぼ収入(Earning)に時間(Time)をかけたものに比例するという比喩によっている。
- 4.3 今回の解析では無次元して得られる浮力項をCase 1の場合、(壁面からの熱フラックスによる浮力)/(吹出しの慣性力) = Ar数 = $g\beta\overline{u_1 \theta}/(U_o^2/L_o) = 1/3000$ とした。この値はほぼ吹出し風速を1m/s、吹出し口幅0.1m、熱フラックス0.1℃m/s (108kcal/hm²)、

$g=9.8\text{m/s}^2, \beta=1/300$ とする場合に対応する。Case 2の場合、Ar数 = $g\beta\Delta\Theta/(U_o^2/L_o) = 1/30$ としている。ただし、 $\Delta\Theta$ は加熱壁面温度と吹出し空気温度差としている。両者のAr数は一見大きく異なるが、熱流壁からの熱フラックス $\overline{u_1 \theta}$ や室内の平均的な温度、速度は両者でほぼ対応する値となっており、その浮力効果はほぼ対応する(g, β は両者共通)。

- 4.4 温度境界に壁関数を用いるシミュレーションは低レイノルズ型 $k-\varepsilon$ モデルで粘性底層までシミュレートする場合と異なり、正確なヌセルト数の予測をなかなか期待できないようである。しかし今回は WETモデルとEVMモデルの比較という観点に関心があり、壁関数を用いた取り扱いとしてこのChiang & Launderによる壁関数の境界条件⁴⁾を用いた。なお、表4.4(17)式における \bar{E} の値は、ビー関数^{3),4)}
- $$P=1/\bar{k} \cdot \ln(\bar{E}/E)=9.24 \left\{ (\sigma/\sigma_\theta)^{3/4} - 1 \right\} \left[1 + \exp\{-0.007(\sigma/\sigma_\theta)\} \right] \quad (35)$$
- において、 $\sigma=0.7$, および $\sigma_\theta=\kappa/\bar{k}=0.91^{3)}$ より $\bar{E} \approx 4.0$ と仮定した。

- 4.5 表4.1(7)式第3項を付加すると発散し、解が得られなかった。その理由として以下のように θ^2 のモデル化に問題があると考えられる。 θ^2 のモデル化には、EVMが用いられている。表4.1(6)式の $\overline{u_i \theta}$ をEVMで近似すると θ^2 は次式で与えられる。

$$\overline{\theta^2} = -C_{\theta 4} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i \theta} \frac{\partial \theta}{\partial X_i} = \frac{C_{\theta 4} C_\mu k^3}{\sigma_\theta \varepsilon^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X_i} \right)^2 \quad (36)$$

すなわち表4.1(3)式から $\overline{u_i \theta_{WET}}$ の第3項は

$$-C_{\theta 3} \frac{k}{\varepsilon} \overline{\theta^2} g_i \beta = -\frac{C_{\theta 3} C_{\theta 4} C_\mu k^4}{\sigma_\theta \varepsilon^3} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X_i} \right)^2 g_i \beta \quad (37)$$

と評価される。(37)式は、重力方向の温度勾配により、その正負にかかわらず $\overline{u_i \theta}$ が重力と逆方向に温度勾配の2乗に比例して生じることを意味する。次に平均温度 Θ の輸送方程式(表4.2(13)式)において $\overline{\theta^2}$ にかかわる $\overline{u_i \theta}$ 項の重力方向(ここでは2方向: g_2 は負、図4.1参照)の拡散を考える。

$$\frac{\partial}{\partial X_2} (-\overline{u_2 \theta}) = \frac{\partial}{\partial X_2} \left(\frac{C_{\theta 3} C_{\theta 4} C_\mu k^4}{\sigma_\theta \varepsilon^3} \beta \frac{\partial \theta}{\partial X_2} g_2 \right) \frac{\partial \theta}{\partial X_2} \quad (38)$$

(38)式の右辺括弧内は拡散係数に相当する。ここで括弧内が負、すなわち g_2 と $\partial\Theta/\partial X_2$ が逆符号となり流れが安定となる場合には、負の拡散が生じることになる。実際にはこのような負の拡散効果は、 $\overline{u_i \theta}$ 自身が安定成層により小さくなるのでそれに伴って $\overline{\theta^2}$ も小さくなり、減少するものと考えられる。しかし、EVMにより(36)~(38)式のモデル化を行うとこの効果が正しく反映されない。従って流れが安定の領域で、表4.1(7)式第3項はこの温度勾配をますます助長する熱フラックスを生じ、 Θ の輸送方程式を安定して解くことを困難とする。

第4章参考文献

- 1) 村上周三, 加藤信介, 近藤靖史: 代数応力方程式モデルによる室内気流解析—2次元等温・非等温流れ場の検討—, 生産研究, vol.41, No.1, pp.11-20, 1989
- 2) 例えば, 倉瀬隆, 鎌田元康: 浮力噴流の数値解析—垂直平面浮力噴流について—, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学), pp.1039-1040, 1987
- 3) Launder B.E.: On the Computation of Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flows, Journal of Heat Transfer, Transactions of the ASME, vol.110, pp.1112-1128, 1988
- 4) Chieng C.C. and B.E.Launder: On the Calculation of Turbulent Heat Transport Downstream from An Abrupt Pipe Expansion, Numerical Heat Transfer, vol.3, pp.189-207, 1980
- 5) 永野紳一郎, 村上周三, 加藤信介: 温度フラックス高精度近似 $k-\epsilon$ モデルによる非等温室内気流の数値解析 (その1), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学), pp.475-476, 1989
- 6) 加藤信介, 村上周三, 中川浩之: 非等温室内気流の数値解析に関する研究, 生産研究, vol.41, No.1, pp.92-95, 1989
- 7) 近藤靖史, 村上周三, 加藤信介: 応力方程式モデルによる室内気流解析 (その7), 代数応力モデルによる3次元室内気流非等温流れ場の解析, 空気調和・衛生工学会学術講演論文集, pp.5-8, 1989
- 8) Gabillard M. and P.L. Viollet: Refined Flow Modeling and turbulence Measurements, Proc. of 3rd Int. Symp., pp.241-248, 1988
- 9) Launder B.E. and D.B. Spalding: The Numerical Computation of Turbulent Flows, Computer Methods in applied Mechanics and Engineering, vol.3, pp.269-289, 1974
- 10) Launder B.E.: A Simple Second-Moment Closure for the Prediction of Turbulent Flows under the Action of Force Fields - Part I Closure of the Second-Moment Equations -, 生産研究, vol.41, No.6, pp.14-21, 1989

第二編

C F Dによる室内拡散場の制御