

感度解析と最適化手法による騒音低減に関する研究

小机 わかえ

感度解析と最適化手法による騒音低減に関する研究

小机 わかえ

目次

第1章 序論	…1
1.1 本研究の目的	…2
1.2 従来の研究	…7
1.2.1 騒音振動に関する感度解析	…7
1.2.2 構造変更による車室内騒音低減解析	…9
1.2.3 位相最適化解析	…11
1.2.4 音質評価に関する研究	…12
1.3 本研究の概要と意義	…13
第2章 本研究で新たに開発した解析手法	…20
2.1 構造-音場連成問題における新しいモーダル周波数 応答感度解析手法	…21
2.1.1 従来モーダル周波数応答感度解析手法	…22
2.1.1.1 モード変位法に基づくモーダル周波数応答 感度解析手法	…22
2.1.1.2 モード加速度法に基づくモーダル周波数応答 感度解析手法	…26
2.1.2 提案する新しいモーダル周波数応答感度解析手法	…29
2.1.2.1 定式化	…29
2.1.2.2 誤差の収束条件の導出	…31

2.1.2.3	誤差解析を用いたシフト値と使用モードの 設定方法	…33
2.1.2.4	一般粘性減衰を考慮した連成系の定式化	…41
2.2	積分感度解析手法	…46
2.3	積分感度を用いた騒音低減サイジング最適化解析手法	…49
2.4	一般化固有値指標と積分感度を用いた騒音低減位相 最適化解析手法	…52
2.4.1	解析方法	…53
2.4.2	最適化方法	…59
第3章	構造-音場連成問題における新しいモーダル周波数 応答感度解析	…65
3.1	緒言	…66
3.2	適用例	…66
3.3	結言	…72
第4章	モーダル周波数応答感度を用いた、簡易車両モデル における騒音低減解析	…82
4.1	緒言	…83
4.2	適用例	…83
4.2.1	固有振動数感度解析	…83
4.2.2	固有モード感度解析の異なる手法の比較	…84

4.2.3	モデル周波数応答感度を用いた騒音低減解析	…87
4.3	結言	…89
第5章	積分感度を用いた騒音低減解析	…101
5.1	緒言	…102
5.2	適用例	…102
5.3	結言	…103
第6章	積分感度を用いた騒音低減サイジング最適化解析	…109
6.1	緒言	…110
6.2	適用例	…110
6.3	結言	…115
第7章	一般化固有値指標と積分感度を用いた騒音低減位相最適化解析	…124
7.1	緒言	…125
7.2	適用例	…125
7.3	結言	…130
第8章	音質に関する研究	…137
8.1	緒言	…138
8.2	本研究で提案する、解析結果を実際の音にする音響	

CAEシステムの開発	…140
8.2.1 ハードウェアの構成	…140
8.2.2 ソフトウェアの構成	…141
8.3 適用例	…142
8.3.1 音の時刻歴応答解析	…142
8.3.2 テストピース実験による音の収録	…144
8.3.3 加振実験から得られる音と解析結果から 得られる音の比較	…144
8.3.4 提案する本システムの応用例	…145
8.4 結言	…146
第9章 結論	…156
付録 構造-音場連成系の理論	…162
A.1 連成系の固有値方程式	…163
A.2 連成系における新しいモード合成法	…165
A.3 固有モード感度解析	…169
A.4 直接周波数応答感度解析	…176
参考文献	…183
本研究に関する著者の発表論文リスト	…190

謝辭

…200

1.1 本研究の目的

自動車の騒音は、乗員に直接影響を与える車室内騒音と、自動車から外部に放出される車外騒音の二つに分けられる。そのうち、本研究で扱う自動車の車室内騒音は車の快適性を左右する重要な要素であり、熾烈な自動車の商品競争の中、静粛性に関する要求もますます厳しくなっている。車室内騒音を設計段階で正確に予測するために、有限要素法(以下FEMと略す)や境界要素法(以下BEMと略す)などにより様々な検討が行われてきた^[1]^[2]^[3]。これにより、定性的な予測が可能となり、設計にかなり役だっている。しかし、後述する理由により、定量的な予測は依然として困難である。また、これができたとしても、実際に必要なのは、目標の騒音レベルを持つ構造を求めることであり、このために、構造の一部を設計変更して解析を繰り返し、どこを対策すべきかを探索することが行われている。これには、一回の計算に時間がかかるため、多大な工数を要す。そこで、例えば観測点騒音に対する各部の設計変数の影響を効率よく算出できる感度解析が有効である。そのために、FEMやBEMに基づいた感度解析手法の開発、応用も試みられてきている^[4]^[5]^[6]。

しかし、感度解析手法の開発、応用が試みられているのは構造振動の場合だけで、ここで取り上げる車室内騒音の問題に対しては、以下に述べるように、感度解析の基礎となるモード合成技術ですら利用できなかった。こもり音やロードノイズといった、60Hzから300Hzまでを範囲とする車室

内の騒音は、車室を囲む車体パネルの振動によって音が発生するが、音もまた、車体振動に影響を与える構造振動と音の連成問題である。この連成系では、FEM等で得られるマトリクスが対称でないため、通常のモードの重ね合わせができなかったためである。従って、1970年代までは、非連成で解析が行われていた。1980年にMacNealらによって、変数を2倍にしてマトリクスの対称化が得られ^[7]、これに基づいてモード合成法の適用が可能となって、初めて連成系の解析が進んだ。これは、MSC/NASTRANのような汎用ソフトに組み込まれ、現在に至るまで世界の自動車メーカー各社で使用されてきている。しかし、この方法では変数を2倍にすることで、式が煩雑となるため、感度解析の定式化は困難であった。これにたいして1990年に萩原、馬らは右固有ベクトルと左固有ベクトルを用い、左固有ベクトルが右固有ベクトルで表現されることを見いだすことによって、変数を増やすことなくモード合成法の適用を可能とした。これを基に連成系の感度解析の定式化が可能となった^[8]。

さて、固有モード感度解析は、モード合成法が基礎になっているため、ここで、モード合成法の歴史を概観してみる。モード合成法は、応答値がすべてのモードの重畳和で表されることを利用したものであるが、車体のような大規模なモデルですべてのモードを用いるのは、実用的ではない。モード合成法の歴史はどれだけ多くのモードを省略できるかの検討の歴史でもある。まず、昔からあったモード変位法は、高次のモードを省略する

が、その補正を行わない最も簡単な方法である。これで、変位については割合良い精度が得られたとしても、音圧や応力に対しては精度が悪いという報告もある^[8]。そこで、高次のモードを省略して、その補正を行うモード加速度法がWilliamsにより開発され^[9]、それによりモード合成技術が大いに進んだ。また、1979年に、Hansteenらによっても、高次のモードを省略して、それを補正する方法が報告され、一時話題となった^[10]。しかし、これはモード加速度法と等価であることが、馬、萩原によって示されている^[11]。モード加速度法の欠点は低次のモードを省略できないことである。これが、実はこもり音やロードノイズの解析を困難とする原因となっている。

すなわち、ここで問題としている周波数域は、音場系では比較的低次のモードであるが、構造系では高次のモードに対応しており、音圧レベルを計算する際に、不要な構造系の低次のモードを考慮する必要があったためである。これに対して、馬、萩原は、高次のモードだけではなく、低次のモードも省略できる新しいモード合成法を開発した(以下、これを新しいモード合成法と称す)^[11]。図1.1に示すように、これは、シフト値 μ を変えることによって、モード変位法、モード加速度法(=ハンスティーンの方法)に退化する最も汎用性のあるものである。

ここで再び固有モード感度解析に話を戻すが、モード変位法、モード加速度法、新しいモード合成法それぞれに基づいて感度解析が誘導されてい

る。それらの関係を図1.2に示すが、この場合も、新しいモード合成法に基づく固有モード感度解析手法は、パラメータの値によって、モード変位法から誘導されるFoxらの方法^[4]、モード加速度法から誘導されるWangの方法^[6]に退化する最も汎用的なものとなっている。そして、新しい方法は、従来の方法に比較して、少数のモードだけで、精度の良い値が、効率良く得られることが示されている。また、萩原と馬は、これらの感度解析手法を右固有ベクトル、左固有ベクトルを用いて連成系に拡張し、三者の比較を行っている^[12]。

以上のように、高次のモードと低次のモードが省略できる新しい方法に基づいて、連成系においても定量的な検討ができる可能性が得られたわけで、長年の問題のいくつかが解決されそうな状態にある。しかし、騒音低減問題において、重要な部分を占めるのは、周波数応答感度解析である。その検討は今まで得られていなかったが、その大きな理由は、使用する固有モードをどの範囲までとれば良いかを明確にしないと、実用には適さないからである。本研究では、誤差解析を援用してその点を解決した。また、連成系における一般ダンピング系の定式化は困難な問題であったが、それも解決することができた。さらに、実際の問題では、ある特定の周波数域の応答を扱うことが必要であるが、ここでは新しい概念である積分感度を自ら定義し、それを最適化解析と結び付けて、重量を低減して、ある周波数範囲の応答の積分値(エネルギー量)を低減する方法を示した。ここでは

これらの手法の開発とともに、その車室内騒音低減問題への応用について述べる。

車室内騒音低減問題では、しばしば最適化解析が用いられる。最適化解析には、板厚などを設計変数とするサイジング最適化解析、座標などを設計変数とする形状最適化解析、位相自体を変える位相最適化解析がある。本研究では、車室を囲むパネルの板厚を設計変数とするサイジング最適化解析と均質化法を用いた位相最適化解析により騒音低減を試みる。均質化法による位相最適化解析はBendsoeと菊池により始められたが^[18]、動的問題への適用は困難で、長らく静的な剛性問題にその適用は限定されていた。しかし、馬らにより開発された一般化固有値指標^[25]と新しい最適化解析法^[28]により、その壁は取り除かれたといえる。本研究では、均質化法による位相最適化解析を構造-音場連成系の内部騒音問題に初めて適用し、一般化固有値指標を援用して、特定の周波数範囲の音圧レベルの積分値を下げる方法を示す。

また、騒音に関する3つの要素は振動、音圧レベル、音質である。近年、音質に対する要求もますます厳しくなっているが、音質が解析で検討された例は見られない。ここでは、解析結果を実際の音に変換する音響CAEシステムを開発し、これが騒音、振動研究の強力な武器となることを示す。

1.2 従来の研究

本研究の内容は、前節に述べたように、次の5項目である。①馬-萩原のモード合成法に基づく、構造-音場連成系におけるモーダル周波数応答感度解析の新たな定式化、②特定の周波数範囲の音圧レベルの積分値に基づく積分感度解析の新たな定式化、③開発したこれらの手法を用いた、構造-音場連成系における騒音低減解析、騒音低減最適化解析、④連成系で均質化法を用いた騒音低減位相最適化解析の初めての試み、⑤音質評価の研究で、解析に基づく音質評価を可能とする音響CAEシステムと名付けた新しいシステムの開発とその音質評価研究への可能性を示したこと。本節では、これらに関係する従来の研究として、騒音振動に関する感度解析、構造変更による車室内騒音低減解析、位相最適化解析、音質評価について従来の研究を概観し、問題点の抽出を行う。

1.2.1 騒音振動に関する感度解析

操縦安定性、乗心地、そしてここの課題であるこもり音、ロードノイズ等の車両の振動・騒音特性は車両構造の特定の部位の特定の周波数領域における応答特性に大きく影響される。したがって、構造物の周波数応答特性を効率良く最適化する解析手法が望まれる。それには、構造の一部を変更したとき、騒音・振動の周波数応答特性の変化を短時間で算出する周波数応答感度解析が有効である。周波数応答解析には、直接周波数応答解析

とモーダル周波数応答解析があるが、感度解析にもそれらを基本にした直接周波数応答感度解析とモーダル周波数応答感度解析の2つの解法が考えられる。ここで取り上げるモーダル周波数応答感度解析には、複数の固有ペアの感度係数を求める固有モード感度解析の使用が有効である。

固有モード感度解析は、モード合成法に基づいて定式化される。これには、まずモード変位法に基づくFox法がある^[4]。Fox法では固有モードの感度を現構造の低次の固有モードの重ね合わせとして表現し、質量正規化と質量直交性の条件から係数パラメータを決定している。さらに、モード加速度法に基づく方法としてWang法がある^[6]。これは、高次のモードを省略したことによる補正項を考慮した方法である。また、馬、萩原のモード合成法を用いて、高次のモードだけでなく低次のモードも省略できる新しい固有モード感度解析が定式化され(以下、新しい固有モード感度解析法と称す)、その有効性が示されている^[9]。

モーダル周波数応答感度解析には、固有ペアを用いる方法と周波数応答の式を直接微分する方法がある。いずれの場合においても、モード変位法によるものしか得られていない。この場合、先述のように高次のモードを省略するが補正を行わないため、応答値と同様に、変位の感度に関してはある程度の精度が得られるが、音圧レベルの感度については精度が悪い。後の2つの方法、特に新しいモード合成法を用いると、精度が改善されることが十分に予想される。しかし、対象とする周波数範囲に対して、どの

範囲の固有モードまでその算出に利用すれば目標の精度が得られるかを明確にすることは容易でない。そのため、これまで検討された例は見られない。

1.2.2 構造変更による車室内騒音低減解析

自動車車室内の騒音は、車両の商品性を左右する重要な性能のひとつである。車室内騒音のうち、いわゆる、こもり音、ロードノイズ等はエンジンやサスペンションからの振動入力 が車体を構成するパネルを振動させ、更に車室内の空気を加振して音を発生させる約60~300Hzの騒音である。これらの騒音のFEMを用いた予測の試みは、例えば2次元については、Nefske^[15]、3次元についてSung等^[16]により発表されている。これらは、構造のFEM解析により求められたパネル各部分の振動加速度を入力として自動車車室内空間モデルでFEM音場を用いて解かれている。更に、BEM音場を用いて解析された例もある^[48]。ところで、設計において実際に必要なのは、解析により予測された騒音レベルを目標の値まで低減させる構造を求めることである。そのひとつの解決策としてJoachimら^[17]は車体を構成する各部のパネル振動の車内騒音に与える影響の度合いを表す寄与率を実験により求めることを試みた。一方、屋代らは寄与率を解析で求めるようにしたことでより効率良い検討ができるようになった^[1]。そこでは、車体を構成する各部のパネル振動の乗員耳位置騒音に対する寄与率を解析

で算出する方法が開発された。ここで寄与率とは例えば正の寄与率が高い部分の振動レベルを下げれば音が下がることを意味するものである。その結果、寄与率の高い部位を重点的に制振して、あるいは構造を変更することにより、音圧レベルの低減を得た。しかし、この方法でも振動を抑える部分がわかって振動形態が複雑になると構造のどの部分をどれだけ変更すればそれが実現されるかは容易には得られない。これには、構造振動に対する各部の設計変更の影響の度合いを効率よく算出できる感度解析の適用が有効である。

そのため、内部騒音問題に感度解析が適用されるようになった^[2]。ここでは、騒音低減の問題を構造変更の問題に効率的に置き換える方法が提案され、音場の最適化が行われた。騒音低減対策を行う際、設計変更範囲と変更の大きさを決めることが重要であるが、ここでは、各設計変数の感度係数をあらかじめ昇順に並べ変えてチェックすることにより、騒音低減が効率よく行われることが示された。そして、感度係数の高い設計変数をある程度以上選ぶと最適化過程における収束が早いこと、最適化ルーチンの中でFEMの代わりに感度解析を用いると、一回の反復に要する計算時間は感度解析を用いない場合よりはるかに短いことが中空立方体モデルと共に車体モデルにおいても示された^[2]。ただし、この解析では音場から構造への影響を表す連成項は省略されている。また、ここでは共振周波数におけるピークレベルの低減が行われたが、実際に望まれているのは、ある周波

数範囲の応答の低減である。すなわち、連成系において、興味のある周波数範囲の応答の積分値を効率よく低減する手法が求められている。

1.2.3 位相最適化解析

近年、自動車の軽量化や原低が強く要求され、材料の変更によらない軽量化技術の重要性が増しつつある。このような状況の中、本研究の主題である車室内騒音低減もできるだけ軽量構造で得たいという要望がある。それには最近話題になりつつある均質化法を使った位相最適化解析の活用が考えられる。均質化法を使った最適設計手法はデンマーク工科大学のBendsoeとミシガン大学の菊池によって開発された^[18]。この方法は、設計領域内に無数の微小孔が存在すると仮定し、その孔の大きさをコントロールすることにより限られた材料を設計領域内に最適に再分配する方法である。他の、構造のサイジングなどを設計変数とする場合と異なり、与えられた初期形状の外形の最適化に加え、内部に新たに穴を開けるなどの位相の変更まで含んだ最適設計が可能である。しかし、この最適設計問題では、普通の構造最適化問題より遥に多くの設計変数を用いる必要がある。例えば、よりスムーズな境界を持つ最適構造を得るために、設計領域を極めて細かいメッシュに切って計算する。従って、簡単な問題についても、何千、何万もの設計変数を取り扱う必要があることがある。このように考えられたため、文献 [18] で使用された最適手法はより短い時間で検討できる最

適性規準法に基づかれていた。その後の一連の検討^{[19] - [22]}もこの最適性規準法に基づかれているが、この方法では目的関数の感度係数の符号が変化する騒音振動問題には適さない。そこで萩原らのグループでは最適化手法として数学的プログラミング手法を用いることによって動的問題も静剛性の問題と何等遜色なく検討できることを示した^{[23]、[24]}。その後、馬らのグループで最適性規準法からも、数学的プログラミング手法からも導かれる極めて優れた最適化手法が開発された^{[25] - [28]}ことにより、ミシガングループでも動的な検討ができるようになった。すなわち、本手法の動的問題への適用は緒についたばかりで、騒音など比較的高次元のモードを扱う必要のある場合の解析例は殆ど見られない。

1.2.4 音質評価に関する研究

近年、自動車における快適性研究の一つとして、車室内外騒音に対し、従来の「静粛性向上」に加えて、人の感性に適合した「快適な音響空間」はどうあるべきかを明らかにする必要が高まっている。それに伴い、音に対する感性を定量的に評価する、「音質定量評価手法」の研究、開発が活発に行われている。これは、音のもつ「物理量」とその音に対する人の「主観的評価」との対応づけを図ろうとするもので、このうち主観的評価の方法として「官能検査」を用いるのが一般的である。この官能検査の実施にあたっては、正確に物理量が設定された評価音を提示することが、主

観的評価と物理量との関連性をより明確に求めるうえで重要な役割を果たす。そこで、収録してきた騒音を任意に加工、合成でき、検査目的に応じた評価音として忠実に再生できる音のシミュレーションシステムが各社で開発されている^[33]。これらのシステムでは、近年進歩の著しいデジタル信号処理技術が駆使されており、これらは一般に音響シミュレータと呼ばれる。このようなシステムを用いて、ロードノイズや、排気音^[34]、車室内加速時騒音^[35]^[36]、トランスミッションギヤノイズやトランスミッションガラ音のような異音^[37]の音質の評価法が開発されてきた。しかし、実験によらず、FEMやBEMのような計算力学の手法により、解析シミュレーションにより得られた結果だけを用いて、その音質を評価するシステムの開発例は無く、車両の構造と音質の関係を明確に対応づけた研究は今のところ見られない。

1.3 本研究の概要と意義

本研究の構成を図1.3に示す。同図に示すように、本研究は騒音低減を感度解析と最適化解析、音質解析により実現しようとするものである。本論文は九つの章と付録からなる。第2章では、第3章以降に示す解析の基礎となる、本研究で新たに開発した解析手法を示している。第3章から第7章までは、構造-音場連成系問題における感度解析と最適化解析、それらを用いた車室内騒音低減解析について述べている。また、第8章は音質評価

に関する研究を取り上げている。第9章は結論である。付録では、第2章以降の議論の基礎となる、これまでに開発された連成系の理論を示している。以下、各章の概要を示す。

第2章では、第3章以降で述べる解析に用いる、本研究で新たに開発した解析手法をまとめて記す。

第3章では、騒音、振動解析で最も重要なモーダル周波数応答感度解析に対して、新しいモード合成法を用いることにより、より優れたものが得られる可能性を示す。従来は、採用するモードをどの範囲までとればよいか不明であったが、この点を誤差解析を用いて解決する。また、構造-音場連成系では、減衰に関しては、従来は比例減衰系に対してのみ定式化がなされていたが、ここでは一般減衰の場合も合わせて定式化を行なう。そして、実際の車室を模擬した箱モデルを対象に、観測点での音圧レベルのモーダル周波数応答の感度係数が精度良く、かつ効率的に求められることを示す。

萩原-馬は、構造振動における固有モード感度解析であるFoxらの方法、Wangの方法、新しい方法を構造-音場連成系に拡張し、新しい方法が格段に優れていることを示した^[12]。しかし、その対象は簡単な箱モデルに限られていた。

そこで、第4章では、馬-萩原の開発した新しいモード合成法に基づく構造-音場連成系の固有モード感度解析手法を、比較的大規模な車両モデルに

適用し、その有効性を示す。そして、設計者が感度解析を実際に車室内の騒音を低減するために利用する場合のプロセスと、その具体的方法を示す。

第5章では、構造-音場連成系における新しい感度解析手法として、第2章で提案した積分感度解析を実際に行う。これは、特定の周波数範囲の音圧レベルを一度に扱える「音圧レベル積分」や「音圧レベル積分感度」に基づくものである。ここでは、積分感度を用いて、わずかな重量増加で音圧レベル積分の低減が得られることを示す。

第6章では、構造-音場連成系で、積分感度に最適化解析を繋げたサイジング最適化解析を行い、音圧レベル積分の低減が得られることを示す。この騒音低減サイジング最適化解析では、対象周波数内に構造系の共振ピークが1つだけ含まれる場合の例題ではあるが、これまでの観測点騒音の周波数応答感度を用いた最適化解析より収束性が良いことを示す。

第7章では、構造-音場連成系で、均質化法を用いた騒音低減位相最適化解析を初めて試みる。馬らにより定義された一般化固有値指標^[25]を採用し、重量を減少させて、特定の周波数範囲の音圧レベル積分を効率良く低減するための方法を示す。

第8章では、音質評価に関する研究について述べる。FEMやBEMにより得られた音の解析結果を、実際の音に変換する音響CAEシステムと名付けたシステムを構築した。箱モデルで得られる音場の時刻歴応答の解析結果を、実験結果と比較し、音質に良好な対応が得られたことを示す。また、

本システムの種々な分野への応用を提案する。

第9章は結論で、本論文の成果を要約するものである。主たる成果は、騒音、振動問題において重要なモーダル周波数応答感度の新しい手法を開発し、また、初めて積分感度を定式化したことである。そして、それらを使って、騒音低減解析に応用した点である。また、内部騒音問題で位相最適化解析を初めて試みたことも挙げられる。さらに、計算力学的手法により解析された騒音の音質評価のために、音響CAEシステムと名付けた一種の音響シミュレータシステムを開発し、テストピースでその有効性を示した点も成果と考えられる。

最後に、付録には本研究の基礎となった構造-音場連成系に対して、これまでに得られた理論についてまとめて示す。

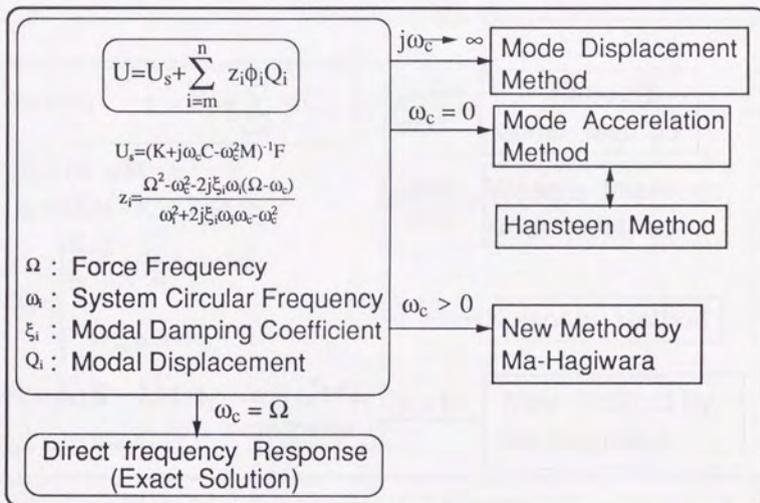


図1.1 新しいモード合成法と従来のモード合成法の関係

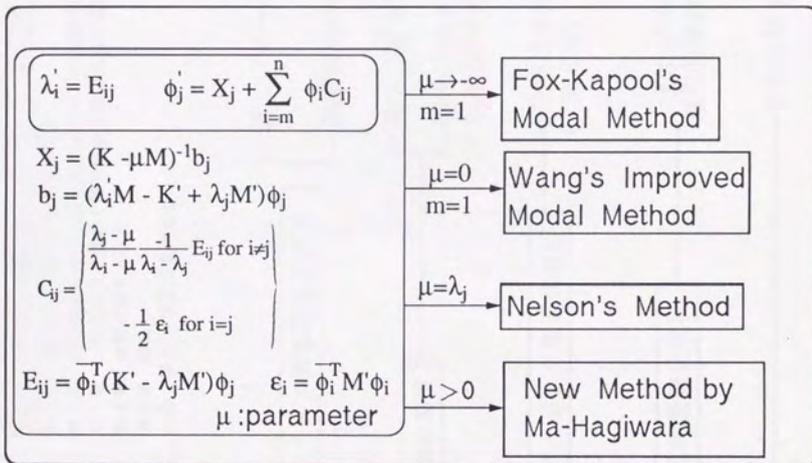


図1.2 新しいモーダル感度解析手法と従来のモーダル感度解析法の関係

序論 本研究で新たに開発した解析手法

第1章 構造-音場連成問題における新しいモーダル周波数応答感度解析

第2章 モーダル周波数応答感度を用いた、簡易車両モデルにおける騒音低減解析

第3章 積分感度を用いた騒音低減解析

第4章 積分感度を用いた騒音低減サイジング最適化解析

第5章 一般化固有値指標と積分感度を用いた騒音低減位相最適化解析

第6章 音質に関する研究

第7章 結論

第8章 構造-音場連成系の理論

第9章 付録

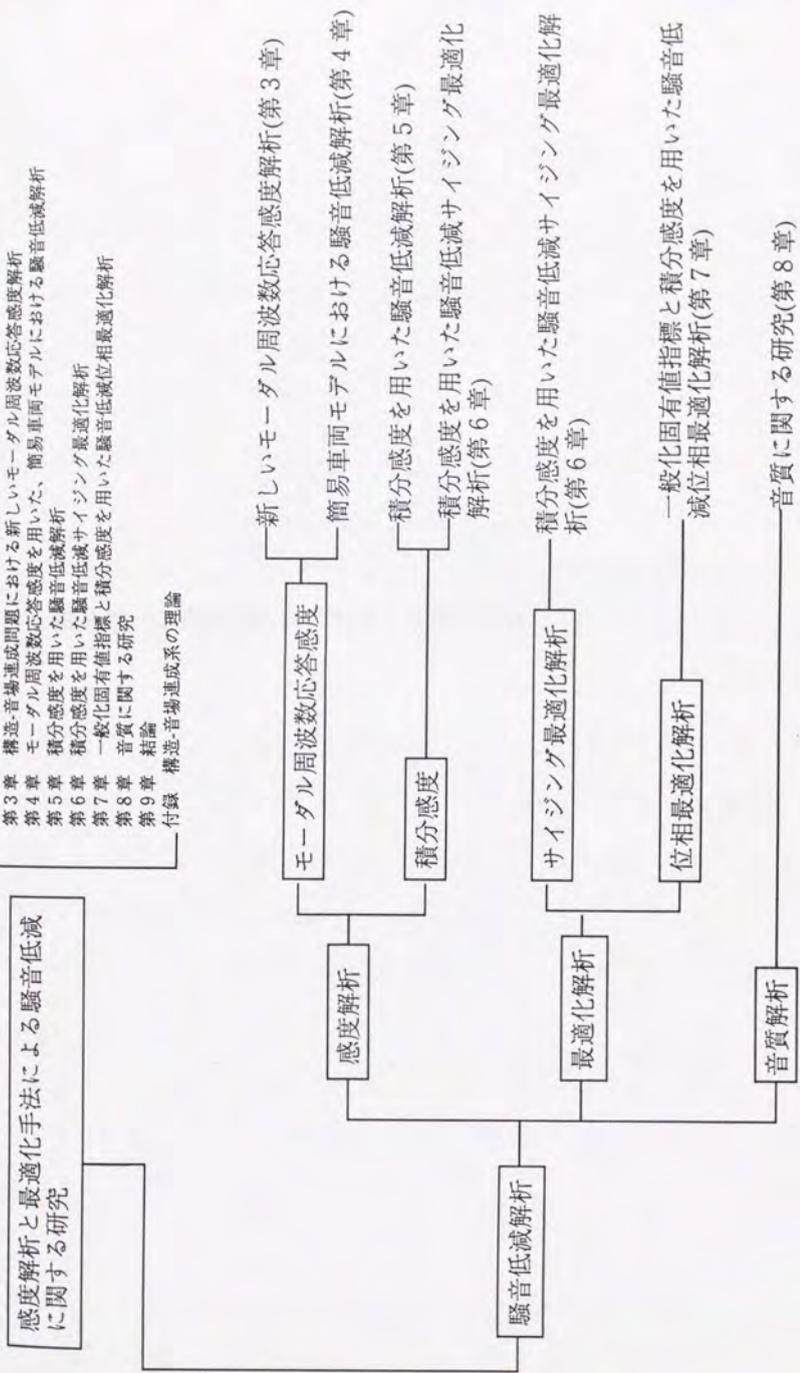


図1.3 本研究の構成

第2章 本研究で新たに開発した解析手法

2.1 構造-音場連成問題における新しいモーダル周波数応答感度解析手法

車両の静粛性は商品性に深く関わることから、静音化技術の開発が強く望まれている。車室内の騒音を解析する場合、車室を構成するパネルの振動と車室内の音場の連成を扱う必要のあるケースがしばしば生じる。萩原らは文献 [8] で、連成系において右固有ベクトルと左固有ベクトルの概念を導入してモード合成法の適用を可能とし、それに基づき構造-音場連成系の固有モードの感度解析手法を開発した。更に、文献[13]では構造-音場連成系のモーダル周波数応答（以下MFRと略する）とその感度解析(以下MFR感度と略する)の手法について検討した。しかし、文献[13]の展開で利用したモード合成法は、従来のモード変位法を連成系に拡張したもので、文献 [8] で示したように、モード変位法により連成系の固有ベクトルの感度を求める場合には、構造の変位成分については割合により精度が得られるが、音圧の感度の精度が著しく低下することがある。固有モードを利用するMFR及びその感度を求める場合にも、同じことが生じる。これは、基本的には、モード変位法の欠点により生じたことで、それを改善する必要がある。

そこで、馬-萩原は文献 [11] で、周波数応答解析を例に、新しいモード合成法を提案した。本節では、この新しいモード合成法に基づいて新しいMFR感度解析の開発を試みる。

2.1.1 従来のモーダル周波数応答感度解析

構造-音場連成系のMFR感度解析手法としては、モード変位法及びモード加速度法による方法が定式化されている。これらは、それぞれ、固有ペアの感度による方法と、モーダル周波数応答の微分による方法で定式化できる。

固有ペアによる方法では、現構造と設計変更後のモーダル周波数応答をそれぞれ求め、その応答の差から感度係数を算出する。設計変更後の応答の計算には、固有モード感度解析より求めた設計変更後の固有ペアを用いる。

モーダル周波数応答の微分による方法では、モーダル周波数応答の式を微分して得られた式に、固有ペアの感度を代入することにより応答感度を求める。

2.1.1.1 モード変位法に基づくモーダル周波数応答感度解析

構造-音場連成系のMFR感度係数を、設計変数の変更量に対する MFR の変化率で定義する。設計変数を α_k ($k = 1, 2, \dots$) とし、周波数応答値 U の α_k に関する変化率 s_k を差分で表せば、MFR感度係数は $s_k = \Delta U_k / \Delta \alpha_k$ と書ける。ここに $\Delta \alpha_k$ は設計変数 α_k の微小変更量で、 ΔU_k は α_k の変動による応答値 U の変化量である。本章では、MFRの変化量 ΔU_k の求め方について検討する。

設計変数の微小変更量 $\Delta\alpha_k$ に対して、連成系の方程式の係数行列 K 、 M の変化量を ΔK^k 、 ΔM^k とする。ここに

$$\Delta K^k = \begin{bmatrix} \Delta K_{ss}^k & \Delta K_{sa}^k \\ 0 & \Delta K_{aa}^k \end{bmatrix}, \quad \Delta M^k = \begin{bmatrix} \Delta M_{ss}^k & 0 \\ \Delta M_{as}^k & \Delta M_{aa}^k \end{bmatrix}$$

である。簡単のために、以下では添字 k を省略する。

(1) 固有ペアの感度による方法

MFRの計算式により、現構造の周波数応答値を U 、設計変更後の周波数応答値を U_1 とすれば、周波数応答値の変化量 ΔU は次のように求められる。

$$\Delta U = U_1 - U \quad (2.1)$$

ここに、 ϕ_i は正規化された固有ベクトルとすれば、モード変位法に基づく場合、 ΔU は次のようにして得られる。

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i \bar{\phi}_i^T F}{\lambda_i - \omega^2}, \quad U_1 = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_{1i} \bar{\phi}_{1i}^T F}{\lambda_{1i} - \omega^2} \quad (2.2)$$

である。また、式(2.2)において

$$\begin{aligned} \lambda_{1i} &= \lambda_i + \Delta\lambda_i, \\ \phi_{1i} &= \phi_i + \Delta\phi_i, \quad \bar{\phi}_{1i} = \bar{\phi}_i + \Delta\bar{\phi}_i \end{aligned} \quad (2.3)$$

である。ここに、 $\Delta\lambda_i$ は設計変数の変動 $\Delta\alpha_k$ による固有値 λ_i の変化量、 $\Delta\phi_i$ と $\Delta\bar{\phi}_i$ は $\Delta\alpha_k$ による ϕ_i と $\bar{\phi}_i$ の変化量である。

系が縮重固有値を持たないと仮定すれば、 $\Delta\lambda_i$ は付録に示した式(A.29)、式(A.30)により、また $\Delta\phi_i$ と $\Delta\bar{\phi}_i$ はあらためて次のように求められる。

$$\Delta\lambda_i = \bar{\phi}_i^T (\Delta K - \lambda_i M) \phi_i \quad (2.4)$$

$$\Delta\phi_j = \sum_{i=1}^n \phi_i C_{ij}, \quad \Delta\bar{\phi}_j = \sum_{i=1}^n \bar{\phi}_i D_{ij} \quad (2.5)$$

ここに、

$$C_{ij} = \begin{cases} \frac{-1}{\lambda_i - \lambda_j} \bar{\phi}_i^T (\Delta K - \lambda_j \Delta M) \phi_j & \text{for } i \neq j \\ \frac{1}{2} \bar{\phi}_i^T \Delta M \phi_j & \text{for } i = j \end{cases} \quad (2.6)$$

また

$$D_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_i - \lambda_j} \bar{\phi}_i^T (\Delta K - \lambda_i \Delta M) \phi_j & \text{for } i \neq j \\ -\frac{1}{2} \bar{\phi}_i^T \Delta M \phi_j & \text{for } i = j \end{cases} \quad (2.7)$$

である。式(2.4)、(2.5)によって、 $\Delta \lambda_i$ 、 $\Delta \phi_i$ 、 $\bar{\Delta \phi}_i$ が求められたとすれば、それらを式(2.3)、さらに式(2.1)、(2.2)に代入すれば、 ΔU が求められる。そして $s_k = \Delta U_k / \Delta \alpha_k$ によって、周波数応答値の感度 s_k が求められる。

(2) 周波数応答の式を直接微分する方法

周波数応答の方程式

$$(K - \omega^2 M)U = F \quad (2.8)$$

を微分して無限小の変化量 $d(\)$ を微小量 $\Delta(\)$ で近似すれば

$$(K - \omega^2 M)\Delta U = -(\Delta K - \omega^2 \Delta M)U \quad (2.9)$$

が得られる。指定された設計変数の変更に対して、式(2.9)の右辺は既知の量である。もし $F^* = -(\Delta K - \omega^2 \Delta M)U$ とすれば式(2.9)は式(2.8)と同じ形になる。従って応答感度は応答の場合と同様の方法で求められる。モード変位法に基づく場合は式(2.9)の ΔU が次のように求められる。

$$\Delta U = \sum_{i=1}^n \phi_i \omega_i \quad (2.10)$$

ここに

$$\omega_i = \frac{1}{\lambda_i - \omega^2} \phi_i^T F^* = \frac{-1}{\lambda_i - \omega^2} \phi_i^T (\Delta K - \omega^2 \Delta M)U \quad (2.11)$$

である。

2.1.1.2 モード加速度法に基づくモーダル周波数応答感度解析

モード変位法に基づく場合と同様に2種類の定式化がある。

(1) 固有ベアの感度による方法

2.1.1.1節と同様にして、モード加速度法に基づく場合には以下のようになる。

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2}{\lambda_i} \frac{\phi_i \phi_i^T}{\lambda_i - \omega^2} F + K^{-1} F \quad (2.12)$$

$$U_1 = \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2}{\lambda_{1i}} \frac{\phi_{1i} \phi_{1i}^T}{\lambda_{1i} - \omega^2} F + K_1^{-1} F \quad (2.13)$$

である。ここで、 $K_1 = K + \Delta K$ である。また、右及び左固有ベクトル感度はそれぞれ、式(2.14)、(2.15)で表される。

$$\Delta \phi_j = \sum_{i=1}^n \phi_i C_{ij}^1 + K^{-1} b_j \quad (2.14)$$

$$\bar{\Delta} \phi_j = \sum_{i=1}^n \bar{\phi}_i D_{ij}^1 + K^{-1} \bar{b}_j \quad (2.15)$$

ここに

$$b_j = (\Delta \lambda_j M - \Delta K + \lambda_j \Delta M) \phi_j$$

$$\bar{b}_j = (\Delta \lambda_j M - \Delta K + \lambda_j \Delta M) \bar{\phi}_j$$

$$C_{ij}^1 = \begin{cases} \frac{\lambda_j}{\lambda_i} \frac{1}{\lambda_j - \lambda_i} E_{ji} & (\text{for } i \neq j) \\ C_{ii}^0 & (\text{for } i = j) \end{cases} \quad (2.16)$$

$$D_{ij}^1 = \begin{cases} \frac{\lambda_i - 1}{\lambda_j \lambda_i - \lambda_j} E_{ji} & (\text{for } i \neq j) \\ D_{ii}^0 & (\text{for } i = j) \end{cases} \quad (2.17)$$

ここで $C_{ii}^0 = D_{ii}^0 = -\frac{1}{\lambda} \phi_i^T \Delta M \phi_i$ である。また、 $E_{ij} = \phi_i^T (\Delta K - \lambda_j \Delta M) \phi_j$
 $\bar{E}_{ji} = \phi_i^T (\Delta K - \lambda_i \Delta M) \phi_j$ である。

(2) 周波数応答の式を直接微分する方法

モード加速度法の式を用いれば、式(2.9)の ΔU が次のように求められる。

$$\Delta U = U_a^* + \sum_{i=1}^n \phi_i \omega_i^a \quad (2.18)$$

ここに U_a^* は

$$K U_a^* = F^* = -(\Delta K - \omega^2 \Delta M) U \quad (2.19)$$

の解で、 ω_i^a は次式により求められる。

$$\omega_i^a = -\frac{\omega^2}{\lambda_i} \frac{1}{\lambda_i - \omega^2} \phi_i^T (\Delta K - \omega^2 \Delta M) U \quad (2.20)$$

2.1.2 提案するモーダル周波数応答感度解析

2.1.2.1 定式化

ここでも2種類の定式化が得られる。

(1) 固有ペアの感度による方法

馬-萩原のモード合成法に基づく場合、以下の式が得られる。

$$U = \sum_{i=m}^n \frac{\omega^2 - \mu}{\lambda_i - \mu} \frac{\phi_i \phi_i^T}{\lambda_i - \omega^2} F + (K - \mu M)^{-1} F \quad (2.21)$$

$$U_1 = \sum_{i=m}^n \frac{\omega^2 - \mu}{\lambda_{1i} - \mu} \frac{\phi_{1i} \phi_{1i}^T}{\lambda_{1i} - \omega^2} F + (K_1 - \mu M_1)^{-1} F \quad (2.22)$$

である。ここで、 $K_1 = K + \Delta K$, $M_1 = M + \Delta M$ である。また、右及び左固有ベクトル感度はそれぞれ、式(2.23)、(2.24)で表される。ここで、 μ はシフト値と呼ばれるパラメータである。

$$\Delta \phi_j = \sum_{i=m}^n \phi_i C_{ij}^2 + (K - \lambda_c M)^{-1} b_j \quad (2.23)$$

$$\bar{\Delta} \phi_j = \sum_{i=m}^n \bar{\phi}_i D_{ij}^2 + (K - \lambda_c M)^{-1} \bar{b}_j \quad (2.24)$$

ここに

$$C_{ij}^2 = \begin{cases} \frac{\lambda_j - \lambda_c}{\lambda_i - \lambda_c} \frac{-1}{\lambda_i - \lambda_j} E_{ji} & (\text{for } i \neq j) \\ C_{ii}^0 & (\text{for } i = j) \end{cases} \quad (2.25)$$

$$D_{ij}^2 = \begin{cases} \frac{\lambda_i - \lambda_c}{\lambda_j - \lambda_c} \frac{-1}{\lambda_j - \lambda_i} \bar{E}_{ji} & (\text{for } i \neq j) \\ D_{ii}^0 & (\text{for } i = j) \end{cases} \quad (2.26)$$

である。ここで、 λ_c は固有モード感度解析におけるシフト値である。

(2) 周波数応答の式を直接微分する方法

馬-萩原のモード合成法に基づくモード合成法の式を用いれば、式(2.9)の ΔU が次のように求められる。

$$\Delta U = U_d^* + \sum_{i=m}^n \phi_i \omega_i^d \quad (2.27)$$

ここに U_d^* は

$$(K - \mu M)U_d^* = -(\Delta K - \omega^2 \Delta M)U \quad (2.28)$$

の解で、 ω_i^d は次式により求められる。

$$\omega_i^d = -\frac{\omega^2 - \mu}{\lambda_i - \mu} \frac{1}{\lambda_i - \omega^2} \phi_i^T (\Delta K - \omega^2 \Delta M) U \quad (2.29)$$

ここで、 μ はシフト値である。 μ の選び方については以下1節を設けて述べる。

2.1.2.2 誤差の収束条件の導出

ここでは、モーダル周波数応答感度において、使用する固有モードの範囲とシフト値を決めるために用いる、誤差解析について述べる。

(1) モーダル周波数応答の誤差

i 次のモードを省略したとき、モード変位法による場合の誤差を $e_i^c = \|\phi_i C_i\|$ (但し $C_i = \frac{\phi_i^T}{\lambda_i - \omega^2} F$) とおけば、新しい方法により生じる絶対誤差 e_i は、

以下のようになる。

$$e_i = |z_i| e_i^c \quad z_i = \frac{\Omega^2 - \mu}{\lambda_i - \mu} \quad (2.30)$$

新しい方法による誤差が、モード変位法の誤差より小さくなる条件は、

$$|z_i| = \frac{|\Omega^2 - \mu|}{|\lambda_i - \mu|} < 1 \quad (2.31)$$

である^[11]。

(2) 固有ベクトル感度の誤差

j 次の固有ベクトルの感度に対し、第 i 次のモードが省略される場合、モード変位法に基づく方法により生じる絶対誤差を $e_{ij}^0 = \|\phi_i D_{ij}\|$

(但し $D_{ij} = \frac{-1}{\lambda_i - \lambda_j} \phi_i^T (\Delta K - \lambda_j \Delta M) \phi_j$) とすれば、新しい方法により生じる

絶対誤差 e_{ij} は、以下のようになる。

$$e_{ij} = \frac{|\lambda_j - \mu|}{|\lambda_i - \mu|} e_{ij}^0 \quad (2.32)$$

新しい方法による誤差が、モード変位法に基づく方法より小さくなる条件は、

$$\frac{|\lambda_j - \mu|}{|\lambda_i - \mu|} < 1 \quad (2.33)$$

である^[12]。

2.1.2.3 誤差解析を用いたシフト値とモード番号の設定方法

モード合成法では、全モードを用いれば直接周波数応答値に一致する。しかし、実際の解析ではできるだけ多くのモードを省略して使用される。例えば、本研究では現在大規模な固有値解析において最も定評のあるランチョス法を利用している。本手法によればシフト値を適切にスイープさせることによって、全自由度の固有ペアを正しく求めることは理論的に可能だとされている。しかし、求める固有ペアの数の3乗に比例して計算時間が長くなるので^[23]、たとえランチョス法を利用する場合でも求める固有ペアの数はMFRやMFR感度の精度を保證するに必要な数だけに限定できることが重要である。新しいモード合成法に基づくMFR感度の場合、モードを大幅に削減できることが予想される。その際、ただ単にモードの省略を行うだけでは精度が下がる。ところで、車両の騒音には様々な名称を有す性能があり、対象とする性能、また車種によって重要となる周波数域は異なる。この周波数域を興味ある周波数範囲と称し、この周波数範囲に対してどの位の範囲のモードを使用すべきかを考察する。

ここでは、興味のある周波数範囲を決めた後、まず初期値として少なくともその周波数範囲内にある固有モードは使用することにする。これに対応して、馬-萩原のモード合成式が誘導できるためのテーラー展開の収束条件式から、シフト値 μ の範囲を決めることができる。この中からシフト値を適当に決め、望みの精度を設定して、すなわちモード変位法による場合の

精度に対して何倍の精度にするか決め、興味のある周波数範囲 $[\omega_a, \omega_b]$ の MFR 感度解析に用いるモードの最小番号と最大番号を設定し直す。この流れを図 2.1 のフローチャートに示す。

前節で、MFR 感度を求める際に、固有ペアの感度による方法と周波数応答を直接微分する方法を示した。但し、本研究では具体的な応用は前者の場合に留めているので、ここでは前者の固有ペアの感度による場合について検討する。すなわち、ここで検討する式は式(2.1)、式(2.14)、式(2.15)から得られる ΔU で式(2.34)で表される。

$$\Delta U = \underbrace{\left\{ \sum_{i=m}^n z_{1i} \phi_{1i} Q_{1i} + (K_1 - \mu M_1)^{-1} F \right\}}_{\text{A部}} - \underbrace{\left\{ \sum_{i=m}^n z_i \phi_i Q_i + (K - \mu M)^{-1} F \right\}}_{\text{B部}} \quad (2.34)$$

ただし

$$z_i = \frac{\Omega^2 - \mu}{\lambda_i - \mu} \quad Q_i = \frac{\overline{\phi_i}^T F}{\lambda_i - \Omega^2}$$

$$z_{1i} = \frac{\Omega^2 - \mu}{\lambda_{1i} - \mu} \quad Q_{1i} = \frac{\overline{\phi_{1i}}^T F}{\lambda_{1i} - \Omega^2}$$

ここで、

$$\lambda_{1i} = \lambda_i + \Delta \lambda_i$$

$$\phi_{1i} = \phi_i + \Delta \phi_i$$

$$\overline{\phi_{1i}} = \overline{\phi_i} + \Delta \overline{\phi_i}$$

であり、固有ベクトル感度は式(2.16)と式(2.17)を改めて示すと、以下のよう
に表される。

$$\Delta\phi_j = \sum_{i=m'}^{n'} \phi_i C_{ij}^2 + (K - \mu M)^{-1} b_j \quad (2.16)$$

$$\bar{\Delta}\phi_j = \sum_{i=m'}^{n'} \bar{\phi}_i D_{ij}^2 + (K - \mu M)^{-1} \bar{b}_j \quad (2.17)$$

ここで式(2.34)と式(2.16)、(2.17)の m と m' 、 n と n' はここでは同一として
いる。

まず、外力周波数が Ω のときの応答について、式(2.34)のB部の式が成立
するための条件、すなわちテーラー展開の収束条件は $|\mu| < 1$ で、次式が成り
立つ必要がある^[11]。

$$\frac{|\Omega^2 - \mu|}{|\lambda_i - \mu|} < 1 \quad (2.35)$$

ここで、 λ_i は省略する固有モードの現構造での固有値、 μ はシフト値であ
る。このとき i 次の固有モードを省略したことによる新しいモード合成式
の誤差は、3.3.2節で述べたように、モード変位法による場合より小さくな
る。また、同様に、式(2.34)のA部の式が成立するための条件は、同じくテ
ーラー展開の収束条件式から、

$$\frac{|\Omega^2 - \mu|}{|\lambda_{1i} - \mu|} < 1 \quad (2.36)$$

を得る。ここで λ_{i_1} は省略する固有モードの設計変更後の固有値である。

一方、式(2.34)のA部第1項を計算する際に用いるj次の固有ベクトル感度 $\Delta\phi_j$ について、式(2.16)と式(2.17)が成り立つための条件、すなわちテーラ展開の収束条件式は、2.1.2.2節より、次のように与えられる。

$$\frac{|\lambda_j - \mu|}{|\lambda_i - \mu|} < 1 \quad (2.37)$$

ここで、 λ_j はモーダル周波数応答感度の計算に用いる固有モードの固有値、 λ_i は固有ベクトル感度を計算する際に省略する固有モードの固有値である。このときi次のモードを省略したことによる新しい方法による固有ベクトル感度の誤差は、2.1.2.2節で述べたように、モード変位法で誘導される場合より小さくなる。

以上で、式(2.34)が成立するためには式(2.35)、(2.36)、(2.37)を同時に満たす必要があり、その条件から μ の範囲が求まる。

式(2.35)より、k番目の高次のモードを省略する場合、すなわち $\lambda_k > \omega_b^2$ のときのシフト値の範囲は、

$$-\infty < \mu < \frac{1}{2}(\lambda_k + \Omega^2) \quad (2.38)$$

与えられる。1番目の低次のモードを省略する場合、すなわち $\lambda_1 < \omega_a^2$ のときは、

$$\frac{1}{2}(\lambda_1 + \Omega^2) < \mu < +\infty \quad (2.39)$$

で与えられる。式(2.36)からも、同様の結果が得られる。

一方、式(2.37)より、j 番目の固有ベクトル感度について、k' 番目の高次のモードを省略する場合は、

$$-\infty < \mu < \frac{1}{2}(\lambda_{k'} + \lambda_j) \quad (2.40)$$

で与えられる。l' 番目の低次のモードを省略する場合は、

$$\frac{1}{2}(\lambda_{l'} + \lambda_j) < \mu < +\infty \quad (2.41)$$

で与えられる。

高次と低次のモードの両方を省略する場合、省略する低次のモードの固有周波数の上限を ω_L 、高次のモードの固有周波数の下限を ω_H と置くと、式(2.37)から式(2.41)の条件を同時に満たす μ の範囲は以下のように与えられる。

$$\frac{1}{2}(\omega_L^2 + \lambda_j) < \mu < \frac{1}{2}(\omega_H^2 + \Omega^2) \quad \text{for } \lambda_j > \Omega^2 \quad (2.42)$$

$$\frac{1}{2}(\omega_L^2 + \Omega^2) < \mu < \frac{1}{2}(\omega_H^2 + \lambda_j) \quad \text{for } \lambda_j < \Omega^2$$

今、対象とする周波数範囲を $[\omega_a, \omega_b]$ とし、この周波数範囲外の高次のモードと低次のモードをすべて省略することにする。すると、式(2.42)を同時に満たす μ の範囲は、周波数範囲の両端をとって、式(2.34)のB部に対しては以下のように与えられる。

$$\frac{1}{2}(\omega_L^2 + \omega_b^2) < \mu < \frac{1}{2}(\omega_H^2 + \omega_a^2) \quad (2.43)$$

また、A部に対しては以下のように与えられる。

$$\frac{1}{2}(\omega_{1L}^2 + \omega_b^2) < \mu < \frac{1}{2}(\omega_{1H}^2 + \omega_a^2) \quad (2.44)$$

ここで、設計変更後の構造にたいして、省略する低次のモードの固有周波数の上限を ω_{1L} 、高次のモードの固有周波数の下限を ω_{1H} とした。 $\omega_H > \omega_b$ 、 $\omega_a > \omega_L$ であることにより、明らかに式(2.43)を満たす μ は存在する。式(2.40)についても同様である。なお、ここで $\omega_L = \omega_{1L}$ 、 $\omega_H = \omega_{1H}$ とみなせるので、結局、本研究の方法によるモーダル周波数応答感度を表す式(2.30)が成立するための条件は式(2.43)で与えられ、このとき本研究の方法の誤差はモード変位法に基づく場合よりも小さくなる。

以上の手順でシフト値の範囲を求めた後、その中の中間に近い値を実際の解析に用いる値とする。その後、図2.1に示したフローチャートのステッ

ブ5と6を実行する。すなわち、固有ベクトル感度について、モード変位法に基づく方法を用いた場合の誤差の何分の一の誤差にするかを設定し、改めて、誤差解析に基づく次のような近似式を用いる^[12]。

$$\lambda_{n+1} \geq \mu + \beta_H' |\lambda_j - \mu| \quad \lambda_{m-1} \leq \mu - \beta_L' |\lambda_j - \mu| \quad (2.45)$$

これにより、使用する固有モードの最大番号 n と最小番号 m を求め直す。なお、 λ_{n+1} は $n+1$ 番目の固有モードの固有値、 λ_{m-1} は $m-1$ 番目の固有モードの固有値である。また λ_j は考えている固有モードの固有値である。ここで、式(2.16)、(2.17)で表される j 番目の固有ベクトル感度に対してモード変位法による場合の精度の β_H' 倍(高次のモードを省略する場合)、そして β_L' 倍(低次のモードを省略する場合)の精度を与えるように設定している。ここで精度の倍率は次のように定義している。

$$\beta_H' = \frac{\delta_{jH}}{\delta_H}, \quad \beta_L' = \frac{\delta_{jL}}{\delta_L} \quad (2.46)$$

ここで、 δ_{jH} は、 $n+1$ 次以上の高次のモードを全部無視したときのモード変位法に基づく場合の固有ベクトル感度の誤差である。 δ_{jL} は、 $m-1$ 次以下の低次モードを全部無視したときのモード変位法に基づく場合の誤差である。 δ_H は新しい方法で高次のモードを省略することによる誤差、 δ_L は同様に低次のモードを省略することによる誤差である。

式(2.41)で β_H と β_L を別々に設定したのは、 β_H の値は比較的大きく設定しても n は求まるが、 β_L は式(2.45)から明らかのように、大きくし過ぎると右辺が負となり m が求まらない場合があるからである。そのような場合は、 m が求まるような β_L の範囲を導出し、設定し直した β_L に対して m を決める。

また、式(2.30)のB部で表される周波数 Ω のMFRに対しても同様にして、ステップ7とステップ8で、モード変位法による場合の精度の β_H 倍(高次のモードを省略する場合)、そして β_L 倍(低次のモードを省略する場合)の精度を与えるような、最低モード番号 m と最高モード番号 n を以下の近似式を用いて求め直す^[11]。

$$\lambda_{n+1} \geq \mu + \beta_H |\Omega^2 - \mu| \quad \lambda_{m-1} \leq \mu - \beta_L |\Omega^2 - \mu| \quad (2.47)$$

これは例えば、興味のある周波数の範囲に含まれるモードだけを考慮する場合、周波数区間の外側近傍に固有モードが存在すると、区間の端付近で精度が悪化する可能性があるからである。 β_H, β_L も式(2.41)の場合と同様の理由で別々に設定している。式(2.34)全体の精度を上げる必要がある場合には β_H を更に大きくすることも考える。

以上の式を用いれば、望みの精度を得るために新しい方法で使用するモードの範囲を求めることができる。

2.1.2.4 一般粘性減衰を考慮した連成系の定式化

これまで減衰については無視してきたが、減衰には、粘性減衰とヒステリシス減衰があり、両者にそれぞれ比例、一般がある。例えば、比例減衰行列などモード座標変換によって対角化できる場合については、文献 [11] で扱っている。通常解析は比例減衰で十分と考えられるが、ここで一般減衰の場合の検討を試みる。

減衰を考慮しない場合や比例減衰の場合には、付録に示した式(A.7)のように、左固有ベクトルは右固有ベクトルを用いて簡単な式で表されるが、構造系に一般粘性減衰を仮定した場合は、変数変換などを伴い、複雑な形となる。これらの詳細は以下に示すが、この場合、減衰を考慮しないときと同様に、右固有ベクトルだけで直交条件と正規化条件が得られる。これにより、定式化は多少複雑となるが、モーダル周波数応答とその感度についても、同様の手順で求めることができる。

一般ヒステリシス減衰の場合は、ヒステリシス減衰行列を $[D]$ とすると、調和励振を受ける場合の運動方程式は以下のように表される。

$$[M](\ddot{x}) + ([K] + j[D])(x) = \{F\} e^{j\omega t} \quad (2.48)$$

したがって構造系においては、変数変換などをすることなく、剛性行列 $[K_{ss}]$ を $[K_{ss}] + j[D_{ss}]$ で置き換えるだけで、減衰の無い場合と同様に直交条件

と正規化条件が得られる。連成系の場合も、構造系の剛性行列を同様に置き換えることにより、右固有ベクトルだけで直交条件と正規化条件が得られる。そして、モーダル周波数応答とその感度についても同様の議論を行うことができる。

ここで、構造系に一般粘性減衰を考慮した場合を考える。すると、連成系の方程式は次のように表される。

$$M_{ss}\ddot{u} + K_{ss}u + K_{sa}p + C_{ss}\dot{u} = F_s \quad (2.49)$$

$$M_{as}\ddot{u} + M_{aa}\ddot{p} + K_{aa}p = F_a \quad (2.50)$$

ここで、 C_{ss} は、構造系の一般粘性減衰行列である。この方程式に対して、次のような変数変換を行う。

$$y = \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} \quad z = \begin{Bmatrix} p \\ \dot{p} \end{Bmatrix} \quad (2.51)$$

すると次のような方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} D_s & 0 \\ D_{as} & D_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} E_s & E_{sa} \\ 0 & E_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_s \\ f_a \end{Bmatrix} \quad (2.52)$$

ただし、ここで次のように置いた。

$$D_s = \begin{bmatrix} C_{ss} & M_{ss} \\ M_{ss} & 0 \end{bmatrix} \quad D_a = \begin{bmatrix} 0 & M_{aa} \\ M_{aa} & 0 \end{bmatrix} \quad D_{as} = \begin{bmatrix} 0 & M_{as} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{sa} = \begin{bmatrix} K_{sa} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_s = \begin{bmatrix} K_{ss} & 0 \\ 0 & -M_{ss} \end{bmatrix} \quad E_a = \begin{bmatrix} K_{aa} & 0 \\ 0 & -M_{aa} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

不減衰系の場合と同様に、構造系、音場系それぞれで固有値解析を行う。但し、この場合、固有値、固有ベクトルは一般に複素数となる。固有値解析の後、モーダル座標系に変換して、連成系を縮約すると、式(2.54)に示すような方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} d_s & 0 \\ d_{as} & d_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\eta} \\ \zeta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} e_s & e_{sa} \\ 0 & e_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta \\ \zeta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{f}_s \\ \bar{f}_a \end{Bmatrix} \quad (2.54)$$

ただし、

$$\{y\} = [\Phi_s] \{\eta\}, \{z\} = [\Phi_a] \{\zeta\} \quad (2.55)$$

とおいた。ここで、 $[\Phi_s]$ は、構造系の固有ベクトルから成る行列、 $[\Phi_a]$ は、音場系の固有ベクトルから成る行列である。また、以下の式が成り立つ。

$$[\Phi_s]^T [D_s] [\Phi_s] = d_s \quad (\text{対角行列}) \quad (2.56)$$

$$[\Phi_s]^T [E_s] [\Phi_s] = e_s \quad (\text{対角行列}) \quad (2.57)$$

$$[\Phi_a]^T [D_a] [\Phi_a] = d_a \quad (\text{対角行列}) \quad (2.58)$$

$$[\Phi_a]^T [E_a] [\Phi_a] = e_a \quad (\text{対角行列}) \quad (2.59)$$

$$[\Phi_a]^T [D_{as}] [\Phi_s] = [d_{as}] \quad (2.60)$$

$$[\Phi_s]^T [E_{sa}] [\Phi_a] = [e_{sa}] \quad (2.61)$$

式(2.54)より得られる固有値問題は係数行列が対称でないので、右固有ベクトルと左固有ベクトルを用いて定式化を行う。ここで、左固有ベクトル $\bar{\phi}$ が右固有ベクトル ϕ によって次のように表されたとする。

$$\bar{\phi}_i^T = \{ \phi_{si}^T, (A\phi_{ai})^T \} \quad (\text{for } \lambda_i \neq 0)$$

$$\phi_i^T = \{ \phi_{si}^T, \phi_{ai}^T \} \quad (2.62)$$

λ_i : 連成系の固有値 s : 構造系を示す添字 a : 音場系を示す添字

ここで、 A は対称行列で、以下の式を満たすことが示される。

$$[e_{sa}] = \lambda_j [B] [e_{sa}] [A] \quad (2.63)$$

ただし、行列 B は以下のようにして定義される対角行列である。

$$[d_{as}] = ([B] [e_{sa}])^T \quad (2.64)$$

行列Bは、次のような連成項の間の関係式

$$K_{sa} = -M_{as}^T \quad (2.65)$$

を用いると、以下のような形となることが示される。

$$[B] = \begin{bmatrix} -\lambda_{s1} & & 0 \\ & -\lambda_{s2} & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\lambda_{si} \text{ は、構造系の} i \text{ 番目の固有値})$$

(2.66)

以上より、右固有ベクトルの直交条件は以下のように与えられる。

$$\phi_{si}^T d_s \phi_{sj} + A (\phi_{ai}^T d_{as} \phi_{sj} + \phi_{ai}^T d_a \phi_{aj}) = 0 \quad (2.67)$$

$$\phi_{si}^T e_s \phi_{sj} + \phi_{si}^T e_{sa} \phi_{aj} + A \phi_{ai}^T e_a \phi_{aj} = 0 \quad (\text{for } i \neq j) \quad (2.68)$$

また、右固有ベクトル ϕ_i の質量に関する正規化条件は

$$\phi_{si}^T d_s \phi_{sj} + A (\phi_{ai}^T d_{as} \phi_{sj} + \phi_{ai}^T d_a \phi_{aj}) = 1 \quad (2.69)$$

となる。

2.2 積分感度解析手法

先述のとおり、こもり音やロードノイズなどの車室内騒音は、音も構造振動に影響を与える連成現象である。この構造-音場連成系ではFEMで得られる方程式の係数行列は非対称であるため、従来の構造系のモード合成法が成立しない。すなわち、構造系のものと同じモードの直交条件式や正規化条件式は成立しない。そこで、1980年にMacNealらは自由度を2倍にしてマトリックスの対称化を得た^[7]。これにより、モード合成技術の適用が可能となった。しかしこの方法では感度係数を求めるのが難しいという問題点がある。そこで、萩原、馬らは構造-音場連成系にたいして四つの命題を誘導し、これらの命題を用いて非対称のマトリックスのまま、従来の構造系で用いられていたモード合成技術の連成系での利用を可能にした^[8]。そして、これに基づき、固有モード感度解析^[14]、直接周波数応答感度解析^[23]、モーダル周波数応答感度解析^[13]の定式化が行われた。これらの感度解析を用いて、内部騒音を低減することを考える。低減を考える場合、ピーク周波数を対象にする場合と、ある周波数域の騒音の積分値を対象にする場合とが考えられる。本節では、後者の問題を取り上げる。それを検討する方法として、特定の周波数範囲の音圧レベルの積分値の感度係数を利用することが有効と考えられる。そこで、ここで音圧レベルの積分値である「音圧レベル積分」とさらに音圧レベル積分の感度である「音圧レベル積分感度」という量を定義する。ここでは特定の周波数域のdBで表され

た音圧レベルの積分、すなわちエネルギーの全体評価量に対して積分感度を定義する。

まず、新たに提案する積分感度の定式化について述べる。構造-音場連成系で周波数応答 U を用いて、音圧レベルをデシベルで表せば、

$$p = 10 \log_{10} \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 \quad (2.70)$$

となる。ここで $U_0 = 2 \times 10^{-5}$ Pa (パスカル) である。 U_0 をしきい値とし、 $U \leq U_0$ のとき、上式の音圧レベル p をゼロとする。

考慮する周波数領域を $[\omega_a, \omega_b]$ とする。ここで $\omega_a \leq \omega_b$ である。式(2.70)の音圧レベル p が dB 表示であるので、周波数領域 $[\omega_a, \omega_b]$ にわたる積分は次のようになる。

$$G_p = 10 \log_{10} \left\{ \int_{\omega_a}^{\omega_b} 10 \frac{p}{10} d\omega \right\} \quad (2.71)$$

ここで、 G_p は $[\omega_a, \omega_b]$ にわたる音圧レベルの全体評価を表す量であり、これを音圧レベル積分と呼ぶ。

また、設計変数の変化量 $\Delta\alpha$ に対する音圧レベル p の変化量を Δp とすると、音圧レベルの感度は

$$s_p = \frac{\Delta p}{\Delta \alpha} \quad (2.72)$$

である。これを用いると、音圧レベル積分の感度は

$$G_s = \frac{\int_{\omega_a}^{\omega_b} 10^{\frac{p}{10}} s_p d\omega}{\int_{\omega_a}^{\omega_b} 10^{\frac{p}{10}} d\omega} \quad (2.73)$$

と表される。ここで、 G_s は $[\omega_a, \omega_b]$ にわたる音圧レベル全体の変化率を表す量であり、 G_s を音圧レベル積分感度と呼ぶ。以上の定式化より明らかに

$$G_s = \frac{\Delta G_p}{\Delta \alpha} \quad (2.74)$$

となっている。

2.3 積分感度を用いた騒音低減サイジング最適化解析手法

2.2節では、構造-音場連成系において、音圧レベルの積分値で特定の周波数範囲の音圧レベルを一度に扱える「音圧レベル積分」とさらに音圧レベル積分の感度である「音圧レベル積分感度」という量を定義した。ここでは音圧レベル積分感度を最適化解析と繋げた、騒音低減のためのサイジング最適化解析手法を示す。

本解析手法で用いた最適化手法は設計変更量を最小とする方法と、これにさらに各設計変数の変更率の絶対値を等しくするという条件を追加したものである（以下、簡単に設計変更率を一様とする最適化解析と称す）。以下にその定式化を簡単に示す。

(1) 設計変更量を最小とする方法^[24]

現構造の音圧レベル積分を \bar{G} 、目標値を G とする。設計変数として箱のパネルを構成するシェル要素の板厚を考えそれを x_n とする。板厚の設計変更率を α_n とおくと、

$$x_n = \bar{x}_n (1 + \alpha_n) \quad (2.75)$$

と表される。ここで、次のような汎関数を定義する。

$$\Pi = \sum_{n=1}^N \alpha_n^2 + \sum_{j=1}^p \mu_j (G_j - \bar{G}_j - \sum_{n=1}^N G_n^1 \alpha_n)^2 \quad (2.76)$$

G_n^1 は音圧レベル積分の設計変数 α_n に関する感度係数を表し、 μ_j はラグランジュ乗数、 \bar{G}_j は j 番目の積分値、 G_j はその目標値、 N は設計変数の数である。また p は設定する目標値の数である。上記の汎関数を最小にするとして、以下の極値化条件により、板厚 x_n の値を決定する。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha_n} = 0 \quad n=1, \dots, N$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mu_j} = 0 \quad j=1, \dots, p$$

α_n に関する 2 次の項を省略すると、以下のような行列を用いた表現が得られる。ここでは $p=1$ の場合を扱う。すなわち、 $\bar{G}_j = \bar{G}$ 、 $G_j = G$ である。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (G - \bar{G})^2 \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

ここで、 $N \times N$ の正方マトリックス A はその成分が、

$$A_{nn} = 2, \quad A_{nm} = 0 \quad (n \neq m) \quad (2.78)$$

の対角マトリックス、 $N \times 1$ の長方マトリックス B は

$$B_{n1} = -2(G - \bar{G})G_n^I \quad (2.79)$$

をその成分とし、 C はゼロマトリックスである。この連立一次方程式を解き、 $\alpha_n = 0$ 、すなわち $G = \bar{G}$ となるまで、繰り返して計算を行なう。

(2) 設計変更率一様による方法

設計変更率一様による方法では、(1)の定式化にさらに次の全設計変数の変更率の絶対値が等しいという条件が付加される。即ち、

$$|\alpha_1| = |\alpha_2| = \dots = |\alpha_N| = |\alpha|$$

とくと、変更率に対して以下のような式が得られる。

$$|\alpha| = -\frac{1}{2} \frac{G - \bar{G}}{\text{sign}(\alpha_1)G_1^I + \text{sign}(\alpha_2)G_2^I + \dots + \text{sign}(\alpha_N)G_N^I} \quad (2.80)$$

ここで $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ の符号は、第1ステップですなわち現構造に対して求める積分感度の符号から決めることにする。これを用いて、(1)と同様に繰り返し計算を行ない設計変数である板厚の収束値を得る。

2.4 一般化固有値指標と積分感度を用いた騒音低減位相最適化解析手法

近年、自動車の燃費向上や原価低減が強く要求され材料の変更によらない軽量化技術の重要性が増しつつある。このような状況の中、車室内騒音低減もできるだけ軽量構造で得たいという要望がある。それには最近話題になりつつある均質化法を使った位相最適化解析の活用が考えられる。均質化法を使った最適設計手法はデンマーク工科大学のBendsoeとミシガン大学の菊池によって開発された^[18]。この方法は、設計領域内に無数の微小孔が存在すると仮定し、その孔の大きさをコントロールすることにより限られた材料を設計領域内に最適に分配する方法である。他の、構造のサイジングなどを設計変数とする場合と異なり、与えられた初期形状の外形の最適化に加え、内部に新たに穴を開けるなどの位相の変更まで含んだ最適設計が可能である。しかし、この最適設計問題では、よりスムーズな境界を持つ最適構造を得るために、設計領域を極めて細かいメッシュに切って計算するなど、普通の構造最適化問題より遥に多くの設計変数を用いる必要がある。このため、文献[18]で使用された最適手法はより短い時間で検討できる最適性規準法に基づかれていた。また、文献[18]以来、長らくその適用範囲は剛性問題にとどまっていた。その原因は最適性規準法では目的関数の感度係数の符号が変化するなど振動問題には適さないためであるとし、最適化手法として数学的プログラミング手法を用いることによって動的問題も静剛性の問題と同等遜色なく検討できることを萩原らは示

していた^[23]、^[24]。その後、まもなく馬らによって最適性規準法からも、数学的プログラミング手法からも導かれる極めて優れた最適化手法が開発され^[28]、均質化法による動的解析もようやく準備が整いつつある状況といえる。従って、その応用は低次の振動問題に留まっており、騒音など比較的高次元のモードを扱う必要のある場合の解析例は未だ見られない。ここでは、内部音場問題に適用し、興味のある周波数範囲内の応答の積分値を下げるための位相最適化解析手法の開発を試みる。これを実現するための方法として著者らが提案した、積分応答値を直接、目的関数とする方法と、馬らが誘導した一般化固有値指標を目的関数とする方法^[25]とが考えられる。後者の場合、興味のある周波数範囲内にある共振モードを範囲外に出したり考慮するモードの節を加振点に移動させることなどが考えられる。ここでは前者の方法を基本とするが、その際一般化固有値指標を拘束関数として用いることにより、応答の積分値の低減を図る。

2.4.1 解析方法

今回の解析の流れを図2.2に示す。ここで利用する解析技術は、構造-音場連成系における固有値感度、一般化固有値指標とその感度、音圧レベル積分及び均質化法である。一般化固有値指標と均質化法について、ここで議論ができる程度に簡単に述べる。

(1) 一般化固有値指標

固有振動数最適化問題については次の三つの問題が考えられる。すなわち、(a) 指定された固有振動数を最大にする。(b) 構造の固有振動数と既知の周波数との間の距離を最大にする。(c) 固有振動数と与えられた目標固有振動数との差を最小にする。また、これらの問題の中、単一の固有振動数だけでなく、多数の固有振動数を考える必要があるときもある。そこで、馬らによって、次のような一般化固有値指標が定義された^[25]。

$$\lambda^* = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_0^* + \left(\frac{\sum_{i=1}^m w_i (\lambda_{n_i} - \lambda_0)^n}{\sum_{i=1}^m w_i} \right)^{\frac{1}{n}} \\ \text{(for } n = \pm 1, \pm 2, \dots; n \neq 0) \\ \lambda_0^* + \exp \left(\frac{\sum_{i=1}^m w_i \ln |\lambda_{n_i} - \lambda_0|}{\sum_{i=1}^m w_i} \right) \\ \text{(for } n = 0) \end{array} \right. \quad (2.81)$$

ここに、 λ_{n_i} ($n_i = n_1, n_2, \dots, n_m$) は最適化の対象とする固有値である。 m は考慮する固有値の数である。また、 w_i ($i = 1, 2, \dots, m$) は重みで、 λ_0^* と λ_0 ($i = n_1, n_2, \dots, n_m$) はシフトパラメーターである。式(2.81)の一般化固有値指標を用いれば、 n 、 λ_0^* と λ_0 ($i = n_1, n_2, \dots, n_m$) の与え方によって、以下のような固有値最適化問題を考えることができる。

(a) $n = \pm 1, \pm 3, \dots$ とすれば

$$\text{Maximize } \lambda^*_{a, b, \theta}$$

(2.82)

によって、指定された固有値 λ_{n_i} ($n_i = n_1, n_2, \dots, n_m$) の重み付き平均を最大にすることができる。

(b) $n = 0, \pm 2, \dots$ とすれば

$\lambda_{0i} = (2\pi \omega_{0i})^2$, ω_{0i} ($i = 1, 2, \dots, m$) を既知の周波数 (例えば、外力の周波数、避けたい周波数など) とすれば、

$$\text{Maximize } \lambda^*_{a, b, \theta}$$

(2.83)

によって、構造の固有周波数と既知の周波数との距離の重み付き平均を最大化することができる。

(C) $n = 0, \pm 2, \dots$ とし、 λ_{0i} ($i = n_1, n_2, \dots, n_m$) を与えられた目標固有値とすれば

$$\text{Minimize } \lambda^*_{a, b, \theta}$$

(2.84)

によって、構造の固有値 λ_{n_i} ($n_i = n_1, n_2, \dots, n_m$) と与えられた目標固有値 λ_{0i} ($i = n_1, n_2, \dots, n_m$) との差の重み付き平均を最小にすることができる。

(2)一般化固有値指標の感度

設計変数 x に対して、式(2.81)を微分すれば、次のような一般化固有値指標の感度が得られる。

$$\frac{\partial \lambda^*}{\partial x} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\lambda^* - \lambda_0^*)^{1-n} \sum_{i=1}^m w_i \frac{\partial \lambda_{ni}}{\partial x}}{\sum_{i=1}^m w_i (\lambda_{ni} - \lambda_{0i})^{1-n}} \\ \quad (\text{for } n = \pm 1, \pm 2, \dots; n \neq 0) \\ \frac{|\lambda^* - \lambda_0^*| \sum_{i=1}^m w_i \frac{\partial \lambda_{ni}}{\partial x}}{\sum_{i=1}^n w_i |\lambda_{ni} - \lambda_{0i}|} \\ \quad (\text{for } n=0) \end{array} \right\} \quad (2.85)$$

ここに

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_{ni}}{\partial x} &= \phi_{ni}^T \left(\frac{\partial K}{\partial x} - \lambda_{ni} \frac{\partial M}{\partial x} \right) \phi_{ni} \\ &= \phi_{ni,e}^T \left(\frac{\partial k_e}{\partial x} - \lambda_{ni} \frac{\partial m_e}{\partial x} \right) \phi_{ni,e} \end{aligned} \quad (2.86)$$

また、 $\phi_{ni,e}$ は n_i 次固有ベクトルの有限要素 e に関する成分である。

$\frac{\partial k_e}{\partial x_k}$ と $\frac{\partial m_e}{\partial x_k}$ は有限要素 e の剛性マトリクスと質量マトリクスの感度である。

k_e 、 m_e は次の(3)で示される。

(3) 均質化法によるマイクロ構造の解析

均質化法では与えられた設計領域の中に非均質な材料が分布されていると考え、その材料は図2.3(b)に示すようにマイクロ構造を持つと仮定する。ここに、空白も特種な材料であり、それは例えば図2.3(a)のような仮想的なマイクロ構造を持っていると仮定する。ただし、仮想マイクロ構造の材料密度はゼロである。上述のマイクロ構造を用いる場合、構造のソリッド部分の弾性係数と質量密度を一定とし、それぞれを E_{ijkl}^0 と ρ^0 とすれば、弱形式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} E_{ijkl}^{\epsilon} \frac{\partial u_i^{\epsilon} \partial v_k}{\partial x_j \partial x_l} d\Omega + \int_{\Omega} \rho^{\epsilon} \frac{\partial^2 u_i^{\epsilon}}{\partial t^2} v_i d\Omega \\ &= \int_{\Omega} f_i^{\epsilon} v_i d\Omega + \int_{\Gamma} t_i v_i d\Gamma \\ & \text{for } \forall v \in V \end{aligned} \quad (2.87)$$

ここに、 Ω は構造の設計領域、 Γ は設計領域の境界、 u_i^{ϵ} は変位、 v_k は仮想変位、 f_i^{ϵ} は体積力、 t_i は境界に作用する外力である。また、

$$E_{ijkl}^{\epsilon} = \begin{cases} E_{ijkl}^0 & \text{in solid} \\ 0 & \text{in cavity} \end{cases}$$

$$\rho^{\epsilon} = \begin{cases} \rho^0 & \text{in solid} \\ 0 & \text{in cavity} \end{cases}$$

であり、 $v = \{v_1, v_2, v_3\}$ は仮想変位ベクトルで $\{v \in (H^1(\omega))^3 \mid v|_r = 0\}$ は許容変位空間である。均質化法を用いれば、次のような均質化されたマクロ構造に関する弱形式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} E_{ijkl}^h \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \frac{\partial v_k}{\partial x_l} d\Omega + \int_{\Omega} \rho^h \frac{\partial^2 u_i^0}{\partial t^2} v_i d\Omega \\ &= \int_{\Omega} f_i^h v_i d\Omega + \int_{\Gamma} t_i v_i d\Gamma \\ & \text{for } \forall v \in V \end{aligned} \quad (2.88)$$

ここに、 u^0 は変位 u^e のゼロ次近似で、

$$\begin{aligned} E_{ijkl}^h &= \frac{1}{|\Upsilon|} \int_{\Upsilon} \left(E_{ijkl}^e - E_{ijpq}^e \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right) dy \\ \rho^h &= \frac{1}{|\Upsilon|} \int_{\Upsilon} \rho^e dy, \quad f^h = \frac{1}{|\Upsilon|} \int_{\Upsilon} f^e dy \end{aligned}$$

はそれぞれ、均質化弾性係数、質量密度及び体積力である。また、 χ_p^{kl} はマクロ構造の特性を表す関数で、次式によって求められる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Upsilon} \left[E_{ijkl} - E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right] \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dy = 0 \\ & \text{for } \forall v \in V_Y \end{aligned} \quad (2.89)$$

ここに、 Y はマイクロ構造の領域、 V_Y はマイクロ構造の許容変位空間である。さらに有限要素を用いれば弱形式は離散化することができる。各構造

の要素の剛性マトリクス k_e と質量マトリクス m_e は次式で求められる。

$$k_e = \int_{\Omega} B_e^T D_e B_e d\Omega \quad m_e = \int_{\Omega} \rho_e N_e^T N_e d\Omega \quad (2.90)$$

ここに、 B_e は歪みの形状関数、 N_e は変位の形状関数、 $D_e = T_e^T D^h T_e$ は回転された材料常数行列、また、 $\rho_e = \rho^h$ で、

$$D^h = \begin{bmatrix} E_{1111}^h & E_{1122}^h & 0 \\ E_{1122}^h & E_{2222}^h & 0 \\ 0 & 0 & E_{1212}^h \end{bmatrix}$$

$$T_e = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\cos\theta\sin\theta \\ -2\cos\theta\sin\theta & 2\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

(2.91)

である。図2.4に示したマイクロ構造を用いる場合には要素 e について設計変数を a_e 、 b_e 、 θ_e とすれば、要素 e の剛性マトリクス k_e と質量マトリクス m_e は a_e 、 b_e 、 θ_e の関数となる。すなわち、 $k_e = k_e(a_e, b_e, \theta_e)$ 、 $m_e = m_e(a_e, b_e, \theta_e)$ である。

2.4.2 最適化方法

最適化の目的関数としては、音圧レベル積分を用いる。拘束関数は、ここでは一般化固有値指標及び重量とする。即ち、次のような不等号制約条件を用いる。

$$G_1 = \int_V \rho(x) dV - V_0 = \sum_{e=1}^N \int_{V_e} \rho(x_e) dV - V_0 \leq 0$$

(2.92)

$$G_2 = \lambda^* - \bar{\lambda}^* \leq 0$$

(2.93)

ここで、 $\rho(x)$ は設計変数 x_e の関数で、セルの密度を示し、 V_0 は目標とする重量である。 λ^* は一般化固有値指標、 $\bar{\lambda}^*$ は一般化固有値指標の上限値である。このときの拘束関数の感度は、次式に示すようになる。

$$\frac{\partial G_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \int_{V_e} \rho(x) dV = \int_{V_e} \rho dV$$

(2.94)

$$\frac{\partial G_2}{\partial x} = \frac{\partial \lambda^*}{\partial x}$$

(2.95)

ここで、 $\partial \lambda^* / \partial x$ は一般化固有値指標の感度である。

なお、最適化法としてはADSソフト^[42]の可能方向法を利用する。

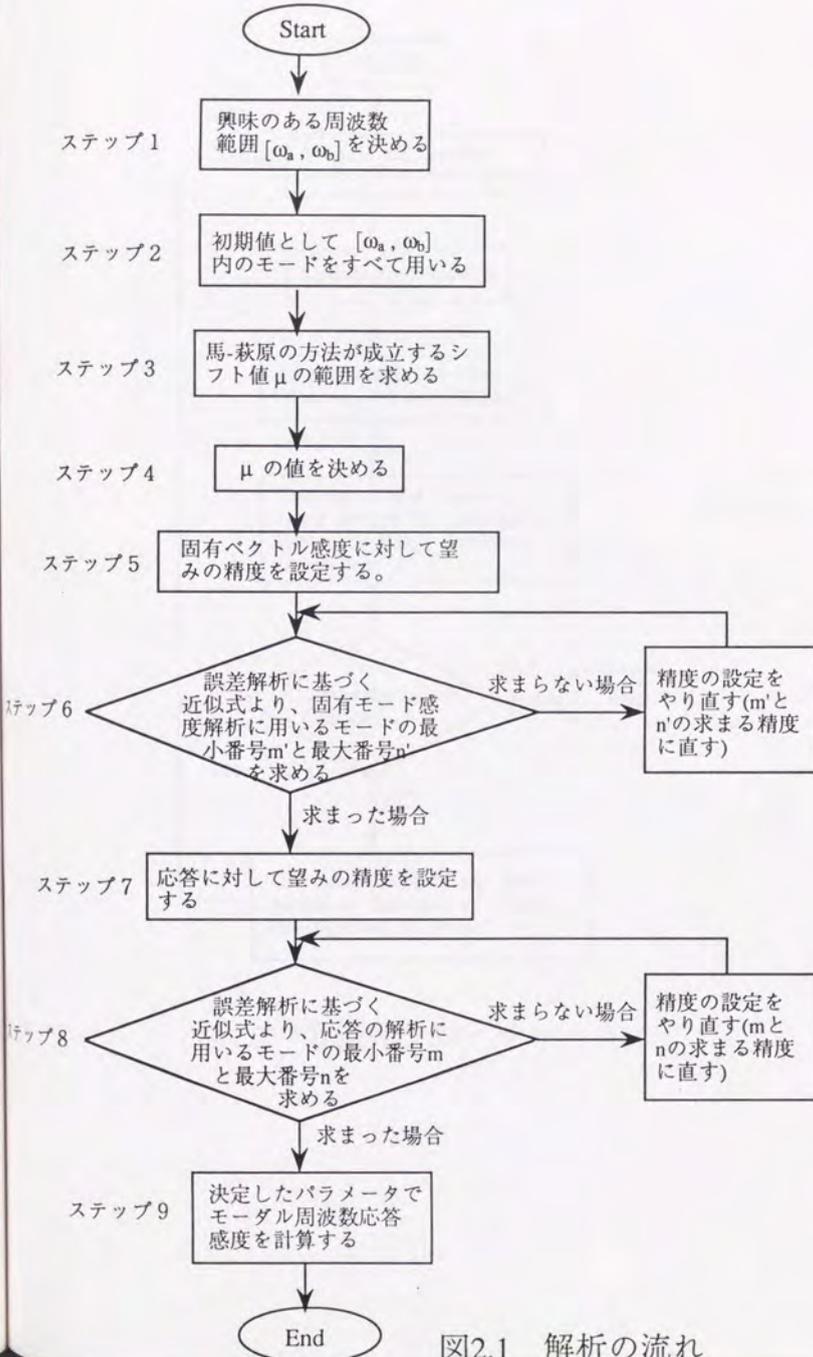


図2.1 解析の流れ

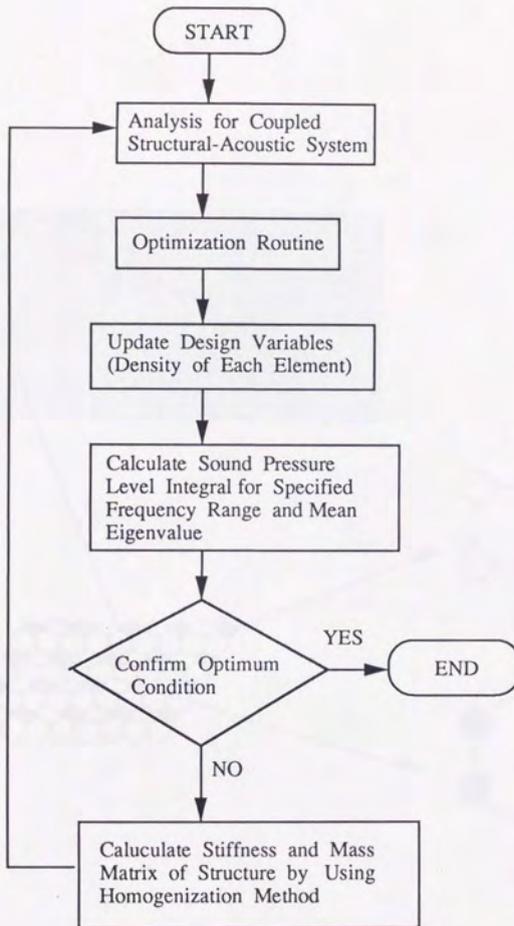


図2.2 最適化フローチャート

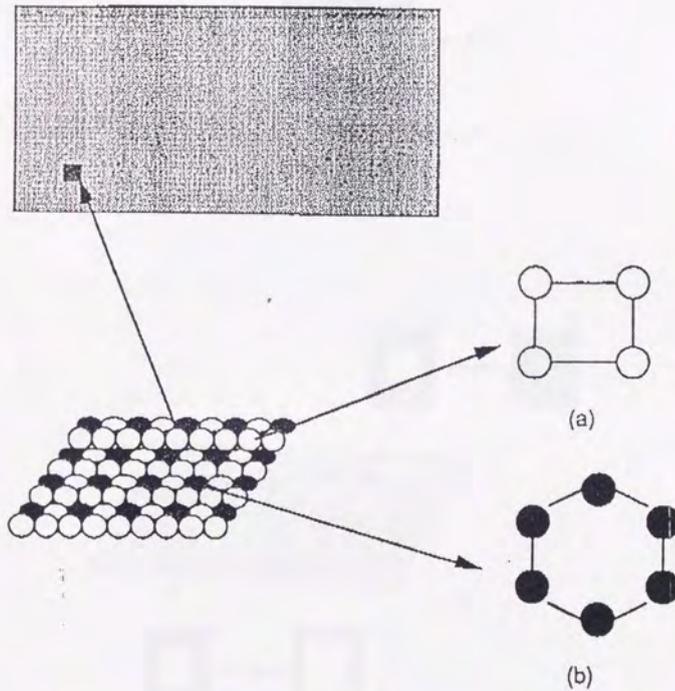


図2.3 設計領域におけるマイクロ構造

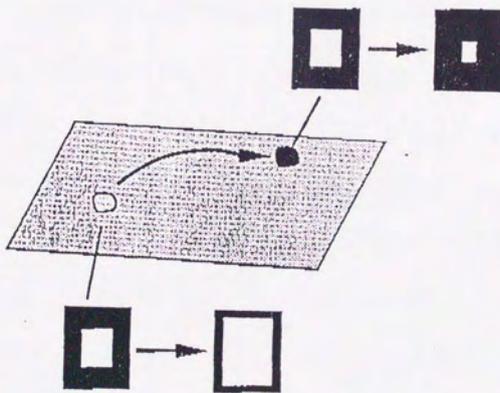
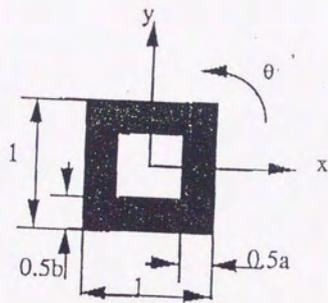


図2.4 マイクロ構造

第3章 構造-音場連成問題における新しいモーダル周波数応答感度解析

本章では、構造-音場連成問題における新しいモーダル周波数応答感度解析について、その基本的な考え方を説明する。まず、構造-音場連成問題の基本的な定式化を述べる。次に、モーダル周波数応答感度解析の原理を説明し、その具体的な計算方法を述べる。最後に、数値計算の結果を示し、その有効性を検証する。

構造-音場連成問題の基本的な定式化は、構造方程式と音場方程式を連立して解くことで行われる。構造方程式は、構造体の運動方程式を表現し、音場方程式は、音場の波動方程式を表現する。連立して解くことで、構造体の変位と音場の圧力分布を同時に求めることができる。

モーダル周波数応答感度解析の原理は、構造体の固有モードと音場の固有モードをそれぞれ求め、それらのモードを基底として、構造-音場連成問題をモード展開法で解くことにある。モード展開法は、問題をモード空間に投影することで、次元を削減し、計算量を削減することができる。また、モード感度解析を行うことで、構造-音場連成問題の感度を評価することができる。

具体的な計算方法は、まず構造体の固有モードと音場の固有モードをそれぞれ求める。次に、モード展開法を用いて、構造-音場連成問題をモード空間に投影する。最後に、モード感度解析を行うことで、構造-音場連成問題の感度を評価する。

数値計算の結果は、構造-音場連成問題の感度を評価するための指標として用いられる。感度解析の結果は、構造-音場連成問題の感度を評価するための指標として用いられる。感度解析の結果は、構造-音場連成問題の感度を評価するための指標として用いられる。

3.1 緒言

2.1節では、新しいモード合成法に基づいて、新しいMFR感度解析手法の開発を行った。本章では、構造-音場連成系の箱モデルを例に、モード変位法及びモード加速度に基づいたMFR感度解析手法との比較を行ない、計算精度が大幅に改善されることを示す。

3.2 適用例

図3.1に示すように、長さ200cm、横160cm、高さ150cm、板厚0.1 cmの鋼板からなる中空直方体の構造-音場連成系モデルを考える。構造系の節点数は98、要素数(CQUAD4要素)は96である。音場系の節点数は125、要素数(CHEXA要素)は64である。簡単のために、ここではまず構造系に68個、音場系に70個の低次固有モードを用いて、連成系の全体を138の自由度を持つ系に縮約する。ここで、系の加振点を箱上の節点7のz方向、観測点を音場内の節点32とし、底面のシェル要素の板厚を設計変数とする。設計変数を0.0005%変化させて(即ち $\Delta\alpha/\alpha = 0.0005\%$)、モード変位法に基づく方法、モード加速度法に基づく方法、馬萩原のモード合成法に基づく方法より求めたモーダル周波数応答感度 ΔU の周波数特性を図3.2と図3.3に示す。文献[11]で示したように、新しい方法は第2章の式(2.21)あるいは式(2.28)において、シフト値 $\mu = -\infty$ のときモード変位法に基づく方法、 $\mu = 0$ のときモード加速度法に基づく方法に帰着する。

図3.2では高次のモードと低次のモードの両方を省略したときの検討結果を示す。ここでは、対象周波数範囲 $[\omega_a, \omega_b]$ で $\omega_a = 80 \text{ Hz}$ 、 $\omega_b = 100 \text{ Hz}$ とする。3.3.2節で述べた方法に従ってシフト値と使用モードを決定してから、モーダル周波数応答感度の値を比較する。ここで、第2章の図2.1に示すフローチャートのステップ2として、対象とする周波数範囲に含まれる固有モード番号である $m=55$ 、 $n=56$ をスタートの値とした。また、ステップ3として、式(3.43)からシフト値の範囲として $84.51 \text{ Hz} < \mu_f < 99.82 \text{ Hz}$ (ただし、 $\mu_f = \sqrt{\mu}/2\pi$) が得られた。そこで、ステップ4として、 $\mu_f = 90 \text{ Hz}$ とした。ここで一例としてステップ5では低次のモードを省略する場合、萩原-馬の方法による固有ベクトル感度の値がモード変位法と同じ精度を持つ、すなわち $\beta_L' = 1.0$ とする。また、高次のモードを省略する場合、モード変位法の7倍の精度を持つ、すなわち $\beta_H' = 7.0$ とする。その数値を基に、ステップ6で、式(2.45)から最小モード番号 $m'=40$ 、最大モード番号 $n'=70$ が得られた。ステップ7では低次のモードを省略する場合、新しい方法によるMFRの値がモード変位法の2倍の精度を持つ、すなわち $\beta_L = 2$ とする。また、高次のモードを省略する場合、モード変位法の30倍の精度を持つ、すなわち $\beta_H = 30$ とする。この数値より、ステップ8では式(2.47)から、同じく最小モード番号 $m=40$ 、最大モード番号 $n=70$ が得られた。そこで、図3.2で39次以下の低次のモードと71次以上の高次のモードを省略した場合の感度の計算結果を、直接周波数応答解析から得られる数値を正解値として比較した。

これによると、本研究の方法による感度の値は正解値と殆ど一致している。一方、モード変位法、モード加速度法に基づく方法による感度曲線は大きなピークを生じて振動しており、正解値から大きく外れている。このように、モード変位法やモード加速度法に基づく方法では高次と低次のモードを省略すると正解値から大きく外れるのに対し、本研究による方法ではシフト値と使用モードを適切に選べば、正解値に近い精度のよい値が得られる。

図3.3は低次のモードはいっさい省略しないことだけが異なる以外、図3.2と全く同じ条件を与えて計算したものである。すなわち $m=1$ 、 $n=70$ 、 $\mu_f=90$ である。同図に示すように本研究の方法による感度の値は、当然のことであるが正解値と殆ど一致している。一方、モード変位法に基づく場合は図3.2と全く変わらない結果となっている。ここで注目すべき点は、もともと高次のモードが省略可能なモード加速度法に基づく場合は正解値にかなり近い値を与えているが、本研究による方法はそれに比べてさらに精度が良くなっていることである。このように、本方法はシフト値と使用モードを適切に選べば高次のモードだけを省略する場合も、モード変位法に基づく場合より、格段に精度が良く、また、モード加速度法に比べても一段と精度が向上することが示された。

上記の考察をより定量的に裏付けるために、図3.2、図3.3と同一の観測点、で周波数を90Hzに絞って高次のモードだけを省略した場合、その周波数点

でのMFR感度の収束性を比較し表3.1に示した。同表で本研究の方法として $\mu_f = 88 \text{ Hz}$, 80 Hz の二通りを与えている。本研究の方法の場合、 $\mu_f = 90 \text{ Hz}$ のときは正解値を与えるため、 $\mu_f = 88 \text{ Hz}$ の方が $\mu_f = 80 \text{ Hz}$ の場合より精度が良く $n=60$ で既に妥当な値を与えている。モード変位法に基づく場合は、感度の値が大きく振動し、符号まで変化している。モード加速度法の場合は確かにモード変位法の場合よりは収束性がよいが、全モード数に近い120のモードを使用しても正解値からかなり離れており、実際上はモード加速度法の場合も高次のモードすら省略するのは困難であることを意味している。このように本研究の方法では先述したように周波数を絞れば μ_f として同じ値を与えることにより正解値を与えるが、通常要求される周波数域は幅を持っているため、シフト値として図3.2のときに求めた範囲内のうちいわば端に近い値である $\mu_f = 80 \text{ Hz}$ の場合も同表に示している。同表に示すように 80 Hz の場合も既に $n=80$ で妥当な値を与えている。

表3.2は高次と低次のモードの両方を省略した場合の結果を示す。ここでは $\mu_f = 88 \text{ Hz}$ とした本研究の方法が最も精度が良い。本研究の方法では、 $\mu_f = 80 \text{ Hz}$ の場合も、 $m=50$ まで精度の良い値が得られる。一方、モード変位法、モード加速度法に基づく場合は、それらの値が正解値より大きく外れ振動するなど高次のモードだけを省略した場合よりさらに精度が悪くなっている。

次に、シフト値 μ の範囲を求める方法を第2章でフローチャートに示し

たが、それに則って値を得た場合とそれを無視した値を用いた場合の比較を行う。まず、図2.1のフローチャートのステップ1で周波数範囲を、

$\omega_a = 60 \text{ Hz}$ から $\omega_b = 120 \text{ Hz}$ とし、ステップ2でこの範囲に含まれる第53次から第57次のモードを採用した。省略する低次のモードの固有周波数の上限は $\omega_L = 53.946 \text{ (Hz)}$ 、高次のモードの固有周波数の下限は $\omega_H = 123.390 \text{ (Hz)}$ である。

ステップ3で収束条件であるシフト値の範囲を求めると、式(2.43)より $93.03 \text{ Hz} < \mu_f < 97.02 \text{ Hz}$ である。ここで、フローチャートに則った場合を考える。ステップ4でこの範囲内の値として $\mu_f = 95 \text{ Hz}$ とする。ステップ5で式

(2.41)の固有ベクトル感度の精度を $\beta'_L = \beta'_H = 1.0$ と設定する。ステップ6でこれに対応する使用モードの範囲を求め直すと変わらずに $m = 53, n = 57$ となる。ステップ7で、式(2.47)のMFR感度の精度にたいしても

$\beta_L = \beta_H = 1.0$ と設定すると、ステップ8でやはり変わらずに $m = 53, n = 57$ となる。次に、フローチャートを無視する例を示す。興味のある周波数範囲にたいして $\omega_L = 53.946 \text{ (Hz)}$ 、 $\omega_H = 123.390 \text{ (Hz)}$ 、 $\mu_f = 60 \text{ Hz}$ とする。ここで、

$\mu_f = 60 \text{ Hz}$ は興味のある周波数範囲の端の値であるが、収束条件の範囲外の値である。従って、フローチャートのステップ4以下を無視することになる。この場合、式(2.45)より固有ベクトル感度の精度は、 $\beta'_H = 1.17$

$\beta'_L = 0.07$ となり、式(2.47)よりMFRの精度は、 $\beta_H = 1.0, \beta_L = 0.04$ となる。そこで、両者の比較を図3.4と図3.5に示すが、フローチャートに則った場合は正解値に非常に近いが、フローチャートを無視する場合、精度は悪くなって

いる。これは、 $\beta_L' = 0.07, \beta_L = 0.04$ が影響しているためと考えられる。以上のようにフローチャートに則れば満足できる精度が得られることがわかる。

ここで、これらの解析手法の計算時間の比較を行う。本例ではモード変位法もモード加速度法とも全モードを使用することになる。最初に、構造系の自由度を m (本例では588)、音場系の自由度を n (本例では125)として、それぞれの系で固有値解析を行う。その際、連成系を自由度 $m' + n'$ (本例では138)のモーダル座標系に縮約するために、構造系に m' 個(本例では68)、音場系に n' 個(本例では70)のモードを抽出する。この計算量は、 $(m'^3 + n'^3)$ に比例する。これはいずれの手法でも必要な共通項である。

モード変位法の場合、全モードを使用するため、ここで使用したランチョス法によると、固有値解析には $(m' + n')^3$ に比例する計算量が必要となる。

一方、モード加速度法では、縮約後の固有値解析の部分の計算量はモード変位法と等価となる。更に、省略した項の補正項として、 $m' + n'$ (本例では138)次の行列の逆行列を計算する必要がある。この逆行列については、著者らが文献 [23] で提案した手法を用いると、 $m' + n'$ 次の非対称行列の逆行列を直接求めるかわりに、反復法を利用して m' と n' の次数の行列の逆行列を計算する。これにLU分解を利用すると計算量はそれぞれ m'^2 、 n'^2 のオーダーとなる。

次に、本解析手法では極めて少ないモード(例えば、本例の場合、求めるモードは5個)を用いるだけなので、固有値解析の部分の計算時間はモード

変位法の場合の $(5/138)^3$ となる。そして、補正項の部分の計算量はモード加速度法とほぼ等価となる。

以上の大まかな検討においても本手法の効率性が理解できると思われるが、具体的に本例のCPUタイムで、少数点以下を省略して比較すると、モード変位法は28秒、モード加速度法は31秒、著者らの方法は11秒であった。使用計算機はCray-YMP (500MFLOPS) である。

3.3 結言

本章で得られた結果を以下にまとめる。

- ・馬-萩原は高次のモードだけを省略できる従来のモード加速度法に対し、高次のモードと低次のモードの両方を省略できる新しいモード合成法を開発した。
- ・感度解析、部分構造合成法、実験同定など騒音振動解析のより高級な技術はすべてモード合成式から誘導される。
- ・これらの技術で現在定評のあるものは、すべてモード加速度法から誘導されている。萩原らのグループでは、新しいモード合成法に基づいて固有モード感度解析、部分構造合成法などを開発して従来のものよりはるかに優れていることを示してきた。
- ・本章では第2章2.1節で定式化を示したモーダル周波数応答感度解析(MFR)についてそれを確認した。

- ・MFRの場合、使用する固有モードの範囲を設定するのが困難であったため、これまで開発できなかったものである。
 - ・第2章では(1)固有ペアの感度による方法と(2)周波数応答の式を直接微分する方法の2つでMFRの定式化を行った。そして、(1)の方法について、誤差解析を援用してシフト値と使用するモードの範囲を決める方法を開発し、それをフローチャートで示した。
 - ・本章では、フローチャートに則ってシフト値と使用するモードを決め、モード変位法、モード加速度法、本研究に基づく方法の比較を行った。
 - ・まず、高次のモードだけを省略する場合には、本研究の方法は従来の高次のモードが省略可能とされているモード加速度法よりも更に精度が良くなる。
 - ・ここで示した方法の場合、本研究で得た誤差解析に基づいたモードを用いれば非常に少ないモード数で良好な精度が得られるが、本研究の方法以外では低次のモードと高次のモードを省略して実用に耐える程の信頼性を持つものはない。
 - ・次に、計算量を概算して、三者を比較した。これにより今回開発した方法の計算量が格段に少ないという結果が得られたが、実際のCPUタイムで比較してその確認を得た。
- 今後、本研究の延長として次のことを考えている。
- ・既に感度解析だけで、あるいは感度解析と最適化解析を結合して、均質

化法による位相最適化解析も含めて、特定の周波数点で、また特定の周波数範囲で、騒音低減を目的とした検討が効率良く行えることが示されている。

- ・ 今後は、大規模問題での騒音低減のための検討を、本方法に部分構造合成法などを援用して、行っていく。
- ・ 具体的には、まず、部分構造合成法でどの部分の対策を行えばよいか検討し、その後、部分構造合成法で絞った部分のどこに対策を施すべきかの検討を、感度解析だけであるいは感度解析と最適化解析を組み合わせで行う。

表3.1 高次のモードを省略した場合のMFR感度

Exact Value = -9.8015

m=1 n=	Modal Displacement $\mu = -\infty$	Mode Accrelation $\mu = 0.0$	Present Method $\mu_f = 88 \text{ Hz}$	Present Method $\mu_f = 80 \text{ Hz}$
138	-9.8015	-9.8015	-9.8015	-9.8015
120	12.543	-12.943	-9.9196	-9.8569
100	-12.731	-10.257	-9.8240	-9.8357
80	-62.876	-11.305	-9.8664	-9.8703
60	0.0	-11.453	-9.8662	-10.119
55	0.41559	24.383	-7.3893	-0.38513

表3.2 高次と低次のモードを省略した場合のMFR感度

Exact Value = -9.8015

n=70 m=	Modal Displacement $\mu = -\infty$	Mode Accerlation $\mu = 0.0$	Present Method $\mu_f = 88 \text{ Hz}$	Present Method $\mu_f = 80 \text{ Hz}$
1	-54.715	-11.229	-9.8634	-10.100
10	-54.676	-34.983	-9.8641	-10.104
20	-54.677	-35.424	-9.8641	-10.104
40	-80.105	67.322	-9.8112	-9.7858
50	-56.789	-18.527	-9.8221	-9.8646
60	-8.0010	0.0	-8.8158	-8.6919

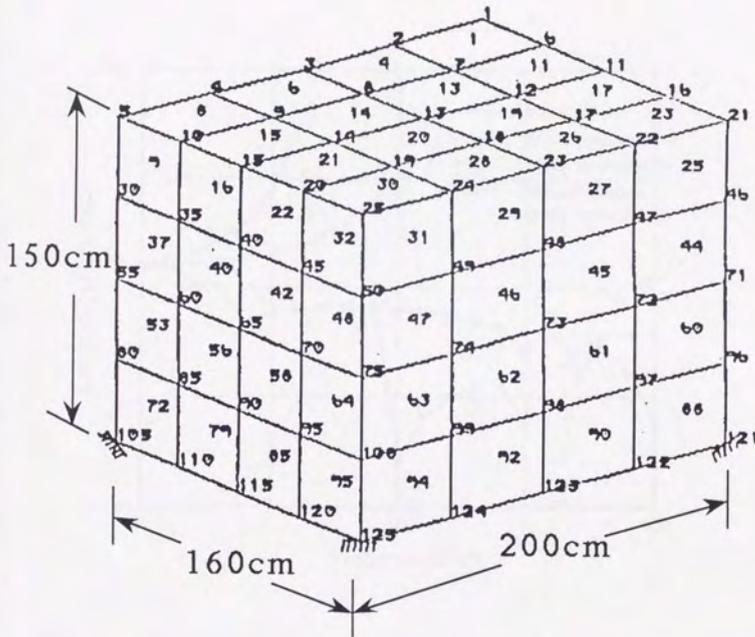


図3.1 解析に用いた箱モデル

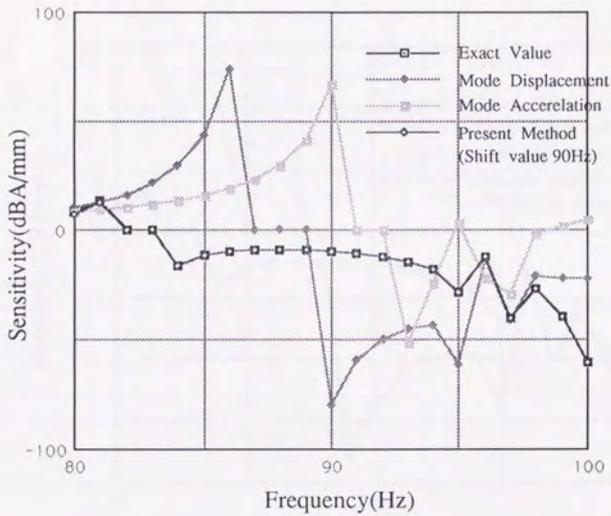


図3.2 高次と低次のモードを省略した場合のMFR感度

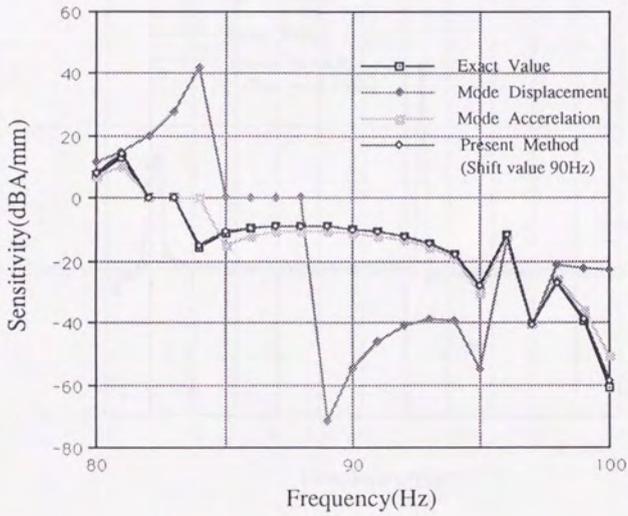


図3.3 高次のモードを省略した場合のMFR感度

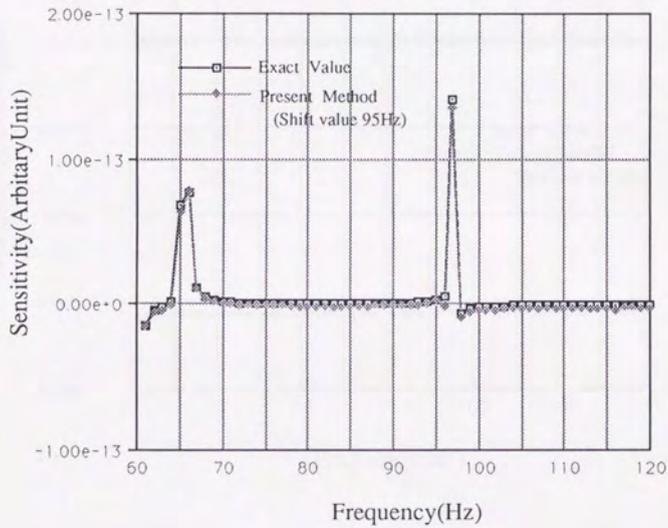


図3.4 モーダル周波数応答感度の比較

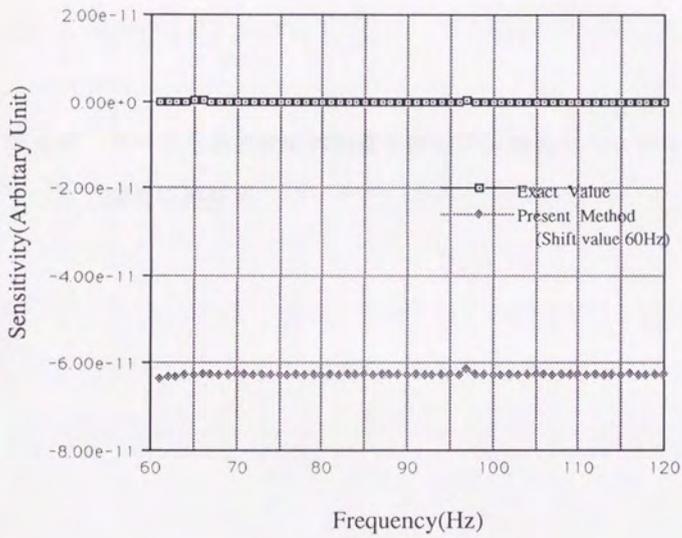


図3.5 モーダル周波数応答の比較

第4章 モーダル周波数応答感度を用いた、簡易車両モデルにおける 騒音低減解析

4.1 緒言

自動車の車室内騒音はその商品性に大きな影響を持つため、設計段階でシミュレーションによってそのレベルを正確に算出できることは、きわめて重要である。本研究では、車室を模擬したモデルを対象に、構造-音場連成系の問題を取り扱う。振動と騒音の低減を目的とする場合、感度解析を用いれば、解析モデルの修正や、構造の最適化が容易となる。しかし、構造-音場連成系の係数行列は対称ではないので、構造力学で一般に得られる、固有モードにたいする伝統的直交条件は成立しない。そこで、馬、萩原らは連成系にたいする直交条件と正規化条件を導出し、新たに感度解析手法を定式化した^[8]。本章では、萩原、馬らの開発した新しい固有モード感度解析手法を、比較的大規模な車両モデルの車室内騒音問題に適用し、その有効性を示す。さらに、設計者が騒音を低減するために感度解析を実際に行う場合のプロセスと具体的方法を示す。

4.2 適用例

4.2.1 固有振動数感度解析

図4.1に示す、簡易車両モデルは、368個の節点と、366個の四角形平板要素から成る(図4.1(a))。平板の厚さは、0.4cmである。また、内部音場モデルの節点数は638で、ソリッドの要素数は430である(図4.1(b))。図4.2に示すように、キャビンを囲む9つの面をそれぞれひとつの設計変数とし、設計

変数を α_k ($k=1,2,\dots,9$) で表す。この簡易モデルに対して、構造系で79個、音場系で18個、合計して連成系で、97個の固有値と固有ベクトルのペアを求めた。表4.1は、周波数領域0から11Hz、55Hzから60Hz、78Hzから100Hzでの、求めた構造系の固有振動数、音場の固有振動数、連成系の固有振動数を示す。

表4.2に示すように、車室を構成する9つのパネルをそれぞれ1つの設計変数として、第2、第3、第4、第54、第79番目の固有振動数の設計変数 α_k ($k=1,2,\dots,9$) に対する感度を求めた。第2、第3、第4番目の固有振動数は、構造系の共振に関するものであり、第54、第79番目の固有振動数は音場系の共鳴に関するものである。

4.2.2 固有モード感度解析の異なる手法の比較

固有モード感度解析は、いずれもモード合成法から誘導される。そのモード合成法の精度は、一般に使用するモードの数に依存する。したがって、固有モード感度解析も、使用するモード数によって、精度が変わることが考えられる。本節では、このことについて検討する。

表4.3と4.4に示す入力点は、図4.1に示すように、客室の右側のエンジンマウント位置であり、計測点は、客室音場内の右ハンドル車の運転者の右耳位置である。まず、高周波数のモードを省略した場合、新しい固有モード感度解析手法とFox法、Wang法とを比較するため、シフト値を

$\mu_f = -\infty, 0.0, 6.0, 6.9$ (Hz) ($\mu_f \neq \lambda_j$ ただし $\mu_f = \sqrt{\mu}/2\pi$) として計算を行なう。表 4.3(a) の値は、連成系の第 2 番目の固有モードの、入力点の成分の設計変数 α_2 に関する感度である。ここでは高次モードの省略の影響を見るため、最低次のモード番号 m を 1 に固定し、使用する最高次のモード番号 n の値を 3 から、全モード数の 97 まで変化させた。 $\mu_f = -\infty$ の時、この方法は、Fox 法に帰着する。また $\mu_f = 0.0$ の時、この方法は Wang 法に帰着する。全てのモードを用いたときの感度を厳密解とすると、表 4.3(a) より、3 個のモードを用いたとき、新しい方法で、シフト値 μ_f を 6.0 とした時、厳密解に対して誤差は 3.1% であり、 μ_f の値をモードの固有振動数 6.945 Hz に近づけて 6.9 とすると、誤差は 0.2% である。一方、Wang の方法の誤差は 7.9% であり、Fox 法の誤差は 1.7% である。ここで、Fox 法の精度の方が、新しい方法でシフト値 μ_f を 6.0 としたときより良いが、しかし、使用するモード数を 6 個に増やすと新しい方法で μ_f を 6.0 としたときの誤差は 2.6% で精度は改善されるが、Fox 法の誤差は逆に 48% と格段に大きくなる。すなわち、Fox 法ではすべてのモードを使用しない限り、誤差は予測できず、いくつのモードを用いればよいか不明である。一方、新しい方法で、 μ_f を固有振動数に近い 6.9 とすると、表 4.3 から明らかなように 3 個のモードで、また、 μ_f を 6.0 とすると 6 個のモードを用いるだけで、実用的な精度が得られる。このように、 μ_f を正の値とする新しい固有モード感度解析手法は高周波数のモードが省略できるとされている Wang の方法より、精度が良

いことがわかる。また、文献[12]で述べているように、誤差解析から、シフト値がモードの固有振動数に近い程、感度の精度が良くなることを、この車両モデルにおいても確認した。表4.3(b)は、(a)と同一のモードの計測点の成分の感度であるが、表4.3(a)と同様のことがいえる。

次に、低周波数のモードの省略の影響を調べるために、シフト値を $\mu_f = -\infty, 0.0, 78.0, 79.0(\text{Hz})$ ($\mu_f \neq \lambda_j$) として、連成系の第79番目の固有モードの設計変数 α_2 に関する感度を計算した結果を、表4.4に示す。ここでは、最高次のモード番号 n を 97 に固定し、最低次のモード番号 m を 79 から 1 まで変化させた。同表(a)から、79番目から 97番目までの、18個のモードを用いたとき、新しい方法でシフト値 μ_f を、78.0とした時、厳密解に対して誤差は 2.3% であり、 μ_f の値をモードの固有振動数 78.77Hz に近づけて、79.0とすると、誤差は 1.8% である。一方、Fox法の誤差は、10.7% であり、Wang法の誤差は 19.3% である。また、Fox法、Wang法とも $m=1$ としてはじめて正解値となる。すなわち、両手法とも低次の周波数のモードは一つも省略できないことを示しているが、新しい方法では $m=30$ で、誤差はほとんど 0 に近づいている。したがって、同表は、低次のモードを省略した場合、Wang法はFox法よりかえって精度が悪くなるが、新しい固有モード感度解析法は、Fox法よりずっと精度が良いことを示している。また、高次のモードを省略する場合と同様、シフト値がモードの固有振動数に近い程、感度の精度が良くなることを、この車両モデルにおいても確認した。表・

4.4(b) は、(a)と同一のモードの計測点の成分の感度であるが、表4.4(a)と同様に萩原-馬の方法の精度と収束性が良いことを示している。特に、 $\mu_f = 79.0 \text{ Hz}$ としたときには、 $m=70$ として27個のモードを用いると、誤差が0となっている。

計算の効率については、新しい方法では、行列 ($K - \mu M$) の逆行列を1度計算するだけでよいのに対して、Nelsonの方法では、各々の固有ベクトル ϕ_j に対して、逆行列を計算しなければならない。つまり、新しい固有モード感度解析手法は、1つ以上の固有ベクトルを扱うとき、Nelsonの方法より効率的である。

4.2.3 モーダル周波数応答感度を用いた騒音低減解析

本節では、設計者が実際に感度解析を使って、騒音低減のための設計法を得るための、具体的な指針を示す。すなわち、次のようなステップを踏み、モーダル周波数応答感度解析を用いて、連成系における騒音の低減を図る。

- (1)モーダル周波数応答解析を行ない、ピーク値となる周波数等、問題とする周波数点と周波数域を設定する。
- (2)問題とする周波数域のピーク位置において、感度係数の絶対値が大きい設計変数を見つける。
- (3)問題とする周波数域において、上記の設計変数に対して、モーダル周

波数応答感度解析を行ない、感度係数の周波数特性を計算する。

(4)連成系における騒音の低減を目的として、上で得られた感度の周波数特性を考慮して、感度解析の結果だけで、あるいは感度解析を用いた最適化解析を行なうことによって、具体的な設計法を得る。

図4.3は、ステップ(1)の結果を示す。ここではモーダル周波数応答解析を、周波数域 0.0 Hzから、90.0 Hzまで行なった。同図に示すように、連成系の音圧特性には、3つの大きなピーク、すなわち 23.6Hzでの81.2dBA、31.2Hzでの81.38dBA、57.8Hzでの80.31dBAがある。

音場の共鳴から生じている57.8Hzのピーク値を低減するために、ステップ(2)のモーダル周波数応答感度解析を行なった。表4.5に、9つの設計変数に関する、ピーク周波数57.8Hzでの、周波数応答感度の計算結果を示す。この表からわかるように、設計変数 $\alpha_3, \alpha_7, \alpha_9$ に関する感度の絶対値は、4.322, 10.06, 2.932 (dBA/mm)であり、比較的大きな値を持つ。そこで、設計変数 $\alpha_3, \alpha_7, \alpha_9$ をステップ(3)のモーダル周波数応答感度解析で用いる。

図4.4は、ステップ(3)の結果を示す。ここでは $\alpha_3, \alpha_7, \alpha_9$ に関しての、モーダル周波数応答感度を52Hzから、65Hzの周波数域で、計算している。表4.5に示すように、3つの設計変数に対して、ピーク位置57.8Hzで、感度係数は正である(板の厚さを増すと音圧のレベルが上がる)。したがって、音圧のピーク値を低減するためには、設計変数である板の厚さを減少させる必要がある。しかし、図4.4に示すように、設計変数 α_3 に関する感度の周-

波数特性は、ピーク位置近くの周波数域で、比較的絶対値の大きな負の値を持つ。これは、設計変数が減少すると、ピーク位置近くで音圧が大きく増加し、さらに新しいピークが生じる可能性のあることを示す。したがって、設計変数 α_3 は、音圧を低減するためには、 α_7, α_9 ほどには、役にたかないといえる。

最後に、以上の結果を考慮して、ステップ(4)において、設計変数 α_7, α_9 を4 mmから、3 mmに変更した。その結果、図4.5に示すように、57.8Hzのピークで、7.2dBAの音圧の低減を得た。更に、最適化解析を利用すれば、より定量的な検討ができると考えられるが、これは第6章で行なう予定である。

4.3 結言

本章で得られた結果を以下にまとめる。

- [1] 構造-音場連成系において、固有モードや周波数応答の感度を求める手法としては、本研究以外のものは見当たらない。この新しい手法を使って、重量を低減し、なおかつ騒音レベルを下げる方法について検討した。具体的には、車室を構成する各パネルをそれぞれ1つの設計変数とし、観測点での音圧の感度係数の周波数特性をまず求め、以下のように、興味のある周波数域で、対策上最も効果のある設計変数を見いだすという方法である。

- [2] 感度の周波数特性から騒音低減の検討がなされた例は見当たらないが、まず興味のあるピーク周波数において感度係数を求め、その中から比較的大きな正の値を持つ設計変数を抽出する。次に、それらについて感度係数の周波数分布を求め、ピーク周波数付近で、比較的絶対値の大きな負の感度係数を持たない設計変数を選び出して、その値を減少させることにより騒音の低減がなされる例を示した。
- [3] また、モーダル周波数応答感度は、固有モード感度が基本となっていることから、萩原-馬の開発した新しい手法と、従来の代表的な固有モード感度解析の手法であるWangの方法やFox法などと、定量的な比較を行ない、高次のモードを省略する場合、また低次のモードを省略する場合も、ここでとりあげた比較的大規模なモデルにおいても、新しい手法が格段に優れていることを初めて示した。

表4.1 構造-音場連成系の固有振動数

モード 番号	構造系固有 振動数 (Hz)	音響系固有 振動数 (Hz)	連成系固有 振動数 (Hz)
1		1) 0.00	0.00
2	1) 6.962		6.945
3	2) 9.179		9.458
4	3) 10.44		10.36
5	4) 10.75		10.86
52	51) 55.22		55.21
53	52) 55.80		55.75
54		2) 56.90	56.57
55	53) 56.64		57.75
56	54) 57.80		57.86
78	76) 78.29		78.27
79		3) 78.76	78.77
80	77) 78.82		79.19
81	78) 79.56		79.46
82	79) 79.57	4) 96.90	81.63
83			98.97

表4.2 構造-音場連成系での固有振動数に対する各設計変数の感度係数

設計変数	f_2 ($\times 0.1$)	f_3 ($\times 0.1$)	f_4 ($\times 0.1$)	f_{54} ($\times 0.1$)	f_{79} ($\times 0.1$)
α_1	2.477	2.812	2.661	2.718	1.806
α_2	0.266	0.581	0.439	2.495	2.041
α_3	0.033	0.229	0.087	1.162	1.539
α_4	0.113	0.432	0.458	0.320	0.867
α_5	1.652	2.583	0.896	0.222	0.749
α_6	5.664	4.945	2.117	1.077	1.841
α_7	6.232	5.015	5.231	4.439	1.055
α_8	0.471	3.223	7.045	0.674	4.616
α_9	0.471	3.216	7.098	0.693	4.616

表4.3 高次のモードを省略したときの固有ベクトル感度

(a) sensitivities of the input point ($\times 10^{-2}$)

$m=1$ $n=$	$\mu_f = -\infty$	$\mu_f = 0.0$	$\mu_f = 6.0\text{Hz}$	$\mu_f = 6.9\text{Hz}$
3	-7.598	-6.929	-7.252	-7.460
6	-11.07	-8.149	-7.671	-7.484
10	-7.520	-7.519	-7.488	-7.474
15	-7.480	-7.506	-7.484	-7.474
60	-8.336	-7.482	-7.476	-7.474
97	-7.474	-7.474	-7.474	-7.474

(b) sensitivities of the output point ($\times 10^{-6}$)

$m=1$ $n=$	$\mu_f = -\infty$	$\mu_f = 0.0$	$\mu_f = 6.0\text{Hz}$	$\mu_f = 6.9\text{Hz}$
3	0.937	0.816	0.976	1.065
6	1.901	1.155	1.092	1.071
10	1.809	1.153	1.093	1.071
15	1.796	1.151	1.092	1.071
60	1.104	1.070	1.070	1.070
97	1.070	1.070	1.070	1.070

表4.4 低次のモードを省略したときの固有ベクトル感度

(a) sensitivities of the input point ($\times 10^{-4}$)

n=97	$\mu_f = -\infty$	$\mu_f = 0.0$	$\mu_f = 78.0\text{Hz}$	$\mu_f = 79.0\text{Hz}$
m=79	-4.839	-5.215	-4.899	-4.295
70	-5.387	-5.701	-4.322	-4.385
54	-4.698	-4.611	-4.357	-4.375
30	-4.453	-4.662	-4.369	-4.372
5	-4.384	-5.178	-4.371	-4.371
1	-4.371	-4.371	-4.371	-4.371

(b) sensitivities of the output point ($\times 10^{-5}$)

n=97	$\mu_f = -\infty$	$\mu_f = 0.0$	$\mu_f = 78.0\text{Hz}$	$\mu_f = 79.0\text{Hz}$
m=79	8.790	8.253	9.454	9.306
70	9.134	8.633	9.339	9.330
54	9.225	8.774	9.333	9.330
30	9.306	9.011	9.330	9.330
5	9.331	9.447	9.330	9.330
1	9.330	9.330	9.330	9.330

表4.5 ピーク周波数におけるドライバー
耳位置の周波数応答感度係数

感度係数	α_1	α_2	α_3	α_4	
	2.667	2.675	4.322	1.723	
	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9
	1.114	0.987	10.06	0.800	2.932

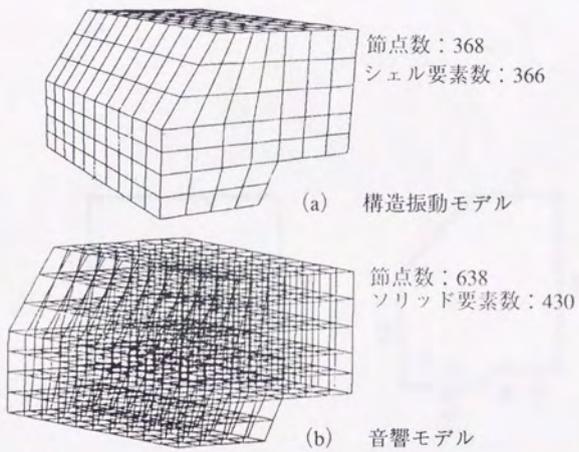


図4.1 簡易車両モデル

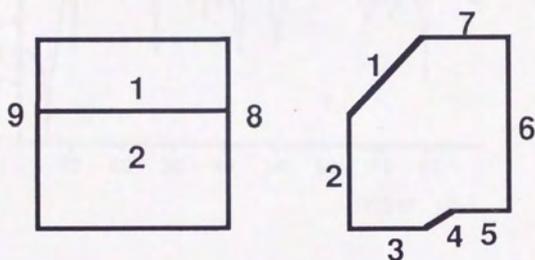


図4.2 設計変数の定義

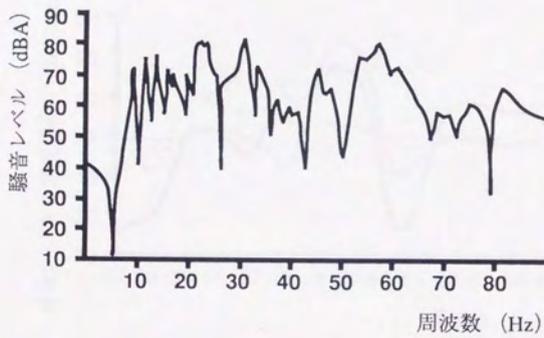


図4.3 構造-音場連成系の観測点騒音-周波数特性

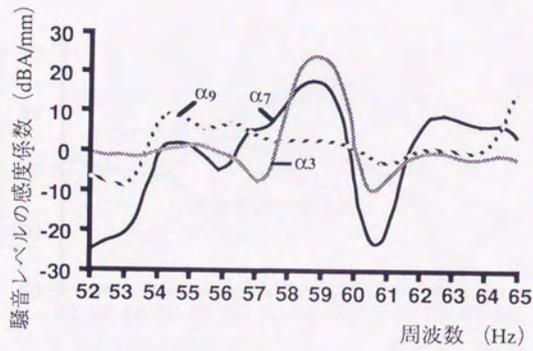


図4.4 観測点騒音に対する各設計変数の
モーダル周波数応答感度特性

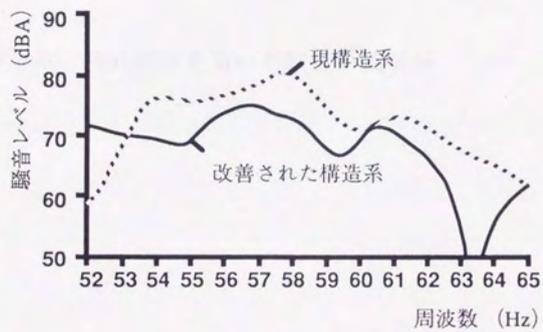


図4.5 観測点騒音レベルの低減