

第5章 地震動の尾部の *Periodogram Analysis*

§18. 週期分析に就いて。第1章乃至第4章に於ては、震央距離33 Kmの近地地震から震央距離ほとんど20,000 Kmに及ぶ遠地地震に至るまでの53個の地震について、東京で観測せられた記録に基き地震動の尾部の週期の研究を行った結果が述べられている。而してこれらの地震による尾部の卓越週期を見出すにあつては、得られた地震記録に基き、相次ぐ振動の山から山迄の長さを順次に読み取りそれを時間の長さに換算して週期を求め、之を1分毎の区間に区切つて或は週期頻度図、或は平均週期を求めて尾部の卓越週期を算出したのである。此のような方法により週期を算出することが出来たと云ふことは、記録紙の上に現れている尾部の振動が相當に綺麗な正弦型の波であつて、一見して、週期性が可なり正確に保持せられていることを予想せしむるに充分であつたからであること勿論であり、従つてこのような方法によつて第1乃至第4章に得られている結果が大体に於て信用するに足るものであるべきことは充分推察せられるところではあるが、更に嚴密に考えるならば、このようにして波の山から山迄の長さを測つて求め得た見かけ上の週期が地震の眞の週期を現わすものか否かについては俄かに肯定的断定を下すことは必ずしも可能であるという事は出来ない。従つて得られた地震記録について適当な方法で解析を行い、地震の週期の出来るだけ正当な値を見出すために探求を行うことが必要なこととなる。

振動曲線の解析を行つて若しその曲線に週期性があるならば、その正確な週期を見出す方法は種々考えられている。^{1) 2) 3)}

1) 坪井忠二 振動論(河出書房 1942), 84.

2) E.T. WHITTAKER and G. ROBINSON, *The Calculus of Observations*. (1926), 343.

3) D. BRUNT, *The Combination of Observations*, (1931), 206.

On the Coda Waves of Earthquake Motions. (Part 4)

By Syun'itiro Omoto
Earthquake Research Institute

Chapter 5. Periodgram Analysis of Coda Oscillations.

In the preceding Chapters studies have been made on the coda oscillations of 53 earthquakes, and their predominant periods have been determined from the curves of the successive one minute means of the periods of coda oscillations. In the present Chapter, with a view to establishing more definitely the periodicities in coda oscillations, a method of periodgram analysis has been resorted to.

The periodgrams have been prepared of eight selected earthquakes, two of which had epicentral distances less than 1,000km, one about 2,000km, two others about 4,000km, and the remaining three exceeding 10,000km. The results are seen in Figs. 3-18. The periodgrams on the second coda waves of extremely distant earthquakes show very high peaks at $p=16$ sec. (Figs. 17, 18), while some periodgrams of the first coda waves show two high peaks as seen in Figs. 15, 16. One of these two peaks is always seen at a period that agrees well with the predominant period of the same earthquake determined in the preceding Chapters, while the other peak is seen at the period T about 20seconds in all the earthquakes regardless of the difference in their epicentral distances.

Chapter 6. Analysis of Coda Oscillations by Takahashi-Husimi's Method.

From the results of the periodgram analysis explained in the previous Chapter we have learned that there are two peaks of different periods in almost every periodgram obtained from the oscillation curves of the first coda waves. This fact made us conjecture that there exist two sorts of waves with different periods in the first coda oscillations. On the other hand, in diagrams obtained from the oscillations in the second coda waves, we find only a single peak at $p=16$ seconds. But it must be noticed that such diagrams of periods as given in the previous Chapter indicate only the range of possible periods which can be usefully explored by a detailed analysis. For the purpose of determining more exactly the two period of the first coda oscillations as well as the single period of the second coda, detailed analysis on coda

oscillations were carried out by Takahasi-Husimi's method in the present Chapter. When a vibrating system is exposed to an irregular external force, the equation of its motion is given by

$$\ddot{x} + 2\varepsilon\dot{x} + n^2x = f(t),$$

where ε and n are the coefficient of damping and the circular frequency of the vibrating system respectively, and $f(t)$ is the external force of irregular nature. Takahasi proposed that in such a case it is possible to find out the two constants ε and n from the curve recorded by the vibrating system by the new method of analysis devised by him.

The present author expanded his theorem and proved that this method of analysis is also applicable when the external force comprises not only an utterly irregular term such as $\varphi(t)$, but also a term that represents a periodic motion of damping nature, say $\Delta e^{-\alpha t} \sin pt$. We carried out the calculations by Takahasi-Husimi's method of analysis on the coda waves of ten earthquakes selected out of the 53 that were studied in Chapters 1-4.

These ten earthquakes and the portions of their coda oscillations regarding which the analyses have been made are tabulated in Table I. The oscillation curves obtained as the result of the analysis are seen in Figs. 1-7. In case the external force contains a periodic term, the curve to be obtained from the calculations by Takahasi-Husimi's method of analysis will be a composite one made up of two sine curves of damping nature whose damping coefficients and circular frequencies are different from each other.

To decompose such a curve into its two component curves by the aid of the method of least square, is a laborious work involving elaborate calculations, but it is possible. The calculation of least square has been carried out, the curve has been decomposed, and thus we have been able to find out separately the circular frequency and the damping coefficient of each of these two component curves. Periods determined from these curves by means of calculations of least squares, or more simply from their graphs, are seen in Tables III, IV, VIII.

In the Table we notice, firstly, that the first coda oscillations contain two sorts of waves of different periods which are denoted as T_1 and T_2 in the Table. When we compare the period T_1 with the predominant period determined in the preceding Chapters, we at once see that the two agree with each other very well in the respective earthquakes. The period T_2 , on the other hand, is about 20 seconds with all

the earthquakes in spite of the difference of their epicentral distances. Earthquakes in which the T_2 period of about 20 sec. is observed are the New Guinea ($\Delta = 4,750\text{km}$), the Mexico, the Peru and Chili earthquakes, the last three giving epicentral distances exceeding 10,000km. All curves calculated from the second coda oscillations are very regular sine curves, and their periods are all 16 seconds. Damping coefficients of these curves are also very small. The period of 16 second is observed not only in curves calculated from the second coda waves but also sometimes in curves calculated from the first coda oscillations, as in the case of the Kagi ($\Delta = 2330\text{km}$), the Celebes ($\Delta = 4500\text{km}$), and the New Guinea ($\Delta = 4750\text{km}$) earthquakes. The T_1 periods of these earthquakes are 10.3, 15.4 and 15.4 seconds respectively, all very near the value of T_3 period.

Damping ratios of these curves are tabulated in Table VIII. As seen in the Table, dampings of curves that have T_1 periods are larger than those of curves with T_2 or T_3 period.

From all these facts found out in the present Chapter, it will not be unreasonable to conclude that T_2 and T_3 are the periods proper to the vibrating system, while T_1 is the period of the external force.

Chapter 7. On the free oscillations of the earth's surface layers revealed in the oscillation periods of coda waves.

From the studies made in the preceding Chapters, it has become clear that three sorts of waves of different periods, denoted here by T_1 , T_2 and T_3 , respectively, are to be seen in the coda oscillations of earthquake motions. Closer considerations will be given to these waves in this Chapter and in the next, the former being devoted to the study of the waves of T_2 and T_3 periods. Our assumption in the previous Chapter that these two periods, T_2 and T_3 , represented the free oscillation periods of the earth's surface layers was based upon the more fact that they retain constant values with all the earthquakes irrespective of their different epicentral distances. The object of the present Chapter is to afford more concrete bases to this assumption by calculating the free oscillation periods of the layers.

We have sufficiently clear knowledge on the structure of the earth's surface layers, that the question at issue is, when there takes place in a surface layer a stationary oscillation that has the node point at the lower boundary of the layer and

the loop at the free surface of the earth's crust, what period is to be expected of such an oscillation? Now we will assume with Z. Kinosita that this layer, which has already been calculated to be 4km thick by Professor T. Matuzawa, is covered by a thin layer of several hundred meters in thickness.

If we let the vertical axis of x be drawn vertically upward from the lower boundary of the thicker layer, and let the displacements, densities, rigidities and thicknesses of the second and the first be represented by $u', \rho', \mu', H' u', \rho'', \mu'', H''$ respectively, the mode of oscillations in those layers will be expressed by $u'' = A \cos \frac{2\pi}{H} x + B$; $u' = kx$.

Then under suitable boundary conditions we will determine two constants A and B , and, following Rayleigh-Ritz's method of calculations, equate the maximum kinetic energy to the maximum potential energy of vibrating systems, and we get the frequency equation. When this equation is resolved, the period T that is to be expected from such a stationary oscillation will be given by the formula given in equation (34,15) in this chapter. If we assume the numerical constants determining the physical qualities of these layers to be as seen in Table IV, the oscillation period T of the stationary waves in these layers will be $T=16$ seconds, the thickness of the first and the second layers being estimated at 0.38km and 2.95km respectively.

Next we will take into consideration a third layer, lying beneath the two layers mentioned above, whose thickness, according to the investigations of Professor T. Matsuzawa, is 16km.

Making calculations in the same manner as in the case of two layers we can get the oscillation period T of the stationary waves taking place in three layers. The formula of T is given in equation (34,21). Numerical values of physical constants of the third layer will be found in Table IV. From these data the period of the stationary oscillation in these three layers will be calculated to be $T=20$ seconds, provided the thickness of the third layer is about 16km.

The studies in the present Chapter have made it clear to us that the oscillation period of the stationary waves in the upper two layers (d'', d') will be 16 seconds, and of those in three layers inclusive (d'', d', d) will be 20 seconds, d'', d' and d being understood to be 0.83km, 2.95km, and 17.1km respectively.

Thus it may be reasonably concluded that the two predominating periods $T_2=20$ sec. and $T_3=16$ sec., appearing in the coda

oscillations of earthquake motions, represent the free oscillation periods of the earth's surface layers.

Chapter 8. Coda waves of T_1 period.

The relation between the period T_1 the epicentral distance is shown by a curve in Fig.1. This curve indicates that as the epicentral distance increases T_1 also increases.

Assuming that, by the effect of the inner friction in the earth's crust, the length of seismic waves becomes greater and greater with the increase of the epicentral distance, Dr. B. Gutenberg put $T = (T_0 + \alpha \Delta / V)^{1/2}$, where T is the period of seismic waves at the distance Δ from the epicentre, T_0 that of the waves at their starting point, V the velocity of the waves which we assume to be $V = 3.2 \text{ km/sec.}$; α is a values proportional to $W = (\lambda' + 2\mu') / \rho$, where λ' and μ' are the voluminal and equiveluminal viscosities, and ρ the density.

Denoting by η the coefficient of viscosity we are able to put $\frac{4}{3}\eta = \frac{1}{3}\rho\alpha$ Assuming that the above equation holds good in a relation shown in Fig.1, we determined the value of T_0 and α by least square method to be $T_0 = 7.1 \text{ sec} \pm 0.1 \text{ sec.}$, $\alpha = 0.5$. From this a reasonable value of η has been given as $\eta = 0.4 \times 10^{10} \text{ cgs}$

From these considerations it may safely be said that T_1 represents a period of waves whose length increases with the epicentral distance on account of the internal friction in the earth's crust and, a probable interpretation may thus be given to the T_1 period of the coda oscillations.

即ち、隠され週期を見出すにあつては、観測せられた振動曲線を適当な時間の間隔で区切りその点に於ける振幅の読取りを行つて得る数の系列について *Fourier* 分析を施し、出て来た色々の週期の中からいずれが充分大きな振幅を有し、物理的に意味を持つものであるかを定めることが最も正当な道であるということが出来よう。又更に振動曲線の中の適当な区間を限つて調和解析を行い含まれている幾つかの週期を求めることも出来る。併し現在の尚懸に於ては、求めるべき尾部の振動週期の精度は私又はその端数位迄で充分であり、目成るべく多くの地震について、又成るべく広い区間にわたつて週期の探求を行うことが望ましいので、まず始めに計算の速度を重んじ最も簡単に週期を見出す方法として *periodgram analysis* を採用し、次に第2段として上の如くにして概略の週期の知れた区間について高橋-伏見の方法により詳しい解析を行い、斯くて尾部の卓越週期の正しい値を見出そうと試みるのである。

§ 19. *Periodgram Analysis*. 地震動の尾部に現れている振動曲線について *Periodgram Analysis* を行い尾部の卓越週期を能う限り正確に求めんとするにあたり、前章迄に研究せられた53個の地震について、それら全ての地震記象の尾部全域にわたつて此の解析を行うことは徒らに莫大な労力と時間とを要するに過ぎないので先づこゝには適当な震央距離を有する数個の地震を選び出して、それら地震による尾部の或る限られた区間について解析を遂行し、斯くて見出された週期を既に平均週期曲線に基づいて見出されている卓越週期と比較することとしたのである。主等解析を行う為らに選ばれた地震は第I表に上げた8個の地震であり、近地地震2個、中距離の地震1個震央距離4~5,000 Kmの南洋の地震2個、震央距離極めて大なるもの3個である。第I表の地震番号は第1~4章に用いられた地震番号である。但し中距離の地震として送んだ NO. 54の地震は昭和16年(1941年)12月17日台湾嘉義附近に発生し死者358名を生じた大地震であり

第I表 *Periodgram analysis* を行った地震及び其の区間

地震番号	日 附	震 央	震央距離	區 間
16	1925Ⅲ 31	壺屋崎沖	^{Km} 259	6 ^m ~7 ^m , 8 ^m ~10 ^m
20	1936Ⅱ 21	河内大和	391	11~13
54	1941ⅩⅡ 17	嘉 義	2230	22~29, 30~37
36	1938Ⅴ 20	Celebes	4500	42~44, 52~53
37	1938Ⅴ 13	New Guinea	4600	55~56, 80~83, 102~103
49	1937ⅩⅡ 23	Mexico	11600	80~83
51	1937Ⅵ 21	Peru	14900	69~75, 123~126.
52	1936Ⅷ 13	Chili	16800	64~70, 78~81, 138~141.

第1章に平均週期を調べられた地震の中には加えられていないが、第1章の調べが行われた後良好な記録が得られたので、*Periodgram Analysis* を行ったものである。

さてこゝに解析を遂行して見出すとする週期は±0.5秒の精度を持ち得れば我々の最初の目的として十分に有効であり得るので、振動曲線を等間隔に区切って振幅の大きさを読取るべき時間の単位としては、求める週期の大きさに応じて1秒又は2秒を採用した。

§20. 週期分析法に関する注意。一般に *Periodgram analysis* を行うには⁴⁾ 先ず等間隔の時間の単位 α 毎に振幅の大きさを求めこれを順次に U_0, U_1, U_2, \dots とする。而してこの際求めんとする尾部の卓越週期の大約の値は略々推定せられるのであるが故に例えばその値が $p\alpha$ 秒であるとすれば p を整数を以つてあらわす事が出来るように時間の単位 α が適当に定められる事が必要である。斯く $p\alpha$ 秒の週期をもつとすれば上に得られた U の系列について相継ぐ U を p 箇毎に区切り p 箇の U よりなる列を次の如く並べて書けば p 行 n 列の U の乗用

4) 前掲 2), 3)

4

を得る。

$$\begin{array}{ccccccc}
 u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{p-1} & & \\
 u_p & u_{p+1} & u_{p+2} & \dots & u_{2p-1} & & \\
 \vdots & & & & & & \\
 u_{(n-1)p} & & & & & & u_{np-1}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccccccc}
 u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{p-1} & & \\
 u_p & u_{p+1} & u_{p+2} & \dots & u_{2p-1} & & \\
 \vdots & & & & & & \\
 u_{(n-1)p} & & & & & & u_{np-1}
 \end{array}} \right\} \text{(II)}$$

$$\text{Sums} \quad U_0 \quad U_1 \quad U_2 \quad \dots \quad U_{p-1}$$

上の如き配列法による u の集団に於て、もし u の数列が p 秒* の週期を持つ場合には各列毎に p 秒の波が丁度 1 週期ずつ繰返上れているわけであるから 1 つの行の u については同一位相に相当する振幅が上から下まで並んでいることとなる。従つて各行毎に加えて得られる U_0, U_1, \dots, U_{p-1} には p という週期の現象は p 倍せられて現われてきているのに対して、 p 以外の週期をもつ現象、又更に偶発的な原因に基く現象等は、位相が少しずつずれて重なつたり又は勝手な位相で重り合つたりする為、結局互に打消合つて消滅してしまい目的とする週期のみが保存されて残る結果を見出す事が出来ることとなる。

換言すれば等間隔の時間毎の振幅 u_x は次の如き式を以てあらわし得る事となる。

即ち、

$$u_x = a \sin \frac{2\pi x}{T} + bx \dots \dots \dots (20.1)$$

茲に T は考ふる現象の眞の週期、 bx はこの週期を持たない偶発的な現象による部分の項である。このような u について b 項による標準偏差 σ 、 u 項のそれを σ' とすれば、 T なる週期の項に就いての標準偏差は明らか

* $p\alpha$ 秒というべき所を α を丁度 1 に送んだと考へて論じてる一般性を失うことはないので以下簡單の爲に $\alpha = 1$ として p 秒の週期とよぶこととする。

に $\frac{1}{2}a^2$ であるから

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}a^2 + \sigma_b^2 \dots\dots\dots (20.2)$$

となる。前述 p なる週期の (I) の集団に於て任意の $U_x = U_x + U_{p+x} + U_{2p+x} + \dots\dots\dots U_{(n-1)p+x}$ は

(20.1) により

$$U_x = a \frac{\sin \frac{n\pi p}{T}}{\sin \frac{\pi p}{T}} \sin \left\{ \frac{2\pi x}{T} + \frac{(n-1)\pi p}{T} \right\} + B_x \dots\dots\dots (20.3)$$

となる。茲に

$$B_x = b_x + b_{p+x} + \dots\dots\dots + b_{(n-1)p+x} \dots\dots\dots (20.4)$$

である。 $U_x, (x=0, 1, \dots, p-1)$ の数列の標準偏差を Σ とすれば $B_x, (x=0, 1, \dots, p-1)$ の標準偏差は $n\sigma_b^2$ であること明らかであるので、 σ を求めたときと同様にして

$$\Sigma^2 = \frac{1}{2}a^2 \frac{\sin^2 \frac{n\pi p}{T}}{\sin^2 \frac{\pi p}{T}} + n\sigma_b^2 \dots\dots\dots (20.5)$$

となる。今

$$N_x = \frac{1}{n} U_x, \quad (x=0, 1, \dots, p-1)$$

と置けば、 N_x は、 U_x を構成する $U_x, U_{p+x}, \dots, U_{(n-1)p+x}$ の平均の値と云うべきものであり、従つてこの数列の標準偏差 Σ_N は

$$\Sigma_N^2 = \frac{1}{n^2} \Sigma^2 = \frac{a^2}{2n^2} \frac{\sin^2 \frac{n\pi p}{T}}{\sin^2 \frac{\pi p}{T}} + \frac{1}{n} \sigma_b^2 \dots\dots\dots (20.6)$$

で與えられる。

本末は、こゝに得られた各行の平均値 N_0, N_1, \dots, N_{p-1} の数列の標準偏差と U 項の標準偏差との比 η をとり、 η と p とを直角座標軸にとつた図を以て *Periodgram* とするのである。即ち n の値が極めて大となつたとき *Periodgram* の式としては次の形が与えられている。

$$\eta^2 = \frac{\sum^2 N}{\sigma^2} = \frac{a^2}{2n^2} \frac{\sin^2 \frac{n\pi p}{T}}{\sin^2 \frac{\pi p}{T}} + \frac{1}{n} \sigma_b^2 = \frac{\frac{1}{2} a^2 + \sigma_b^2}{\dots} \quad (20.7)$$

然るにこれについての標準偏差を1つ1つの地震の尾部の波の振幅について求め、更に数多くの試みられた週期 p の N についての標準偏差を算出して *periodgram* を求めることは多大の労力を必要とする。而して元來 *periodgram* に於ては非常なる正確度を必要とするというよりも寧ろ数多くの週期を試みて迅速に週期を見出すことが要求されるのであるが故に、筆者は標準偏差を算出することを省略し p 秒の週期に就て求められた N_x ($x=0, 1, \dots, p-1$) の数列の N の値の最大のものと最小のものとの差 \mathcal{L} を求め之を N 列の振幅とよび、 \mathcal{L} と p とを直角座標軸にとつた図を以て *Periodgram* に代行するものとしたのである。

$N_x = \frac{1}{n} U_x$ に於いて (20.3) より *trial period* p に対する N_x は

$$N_x = \frac{a}{n} \frac{\sin \frac{n\pi p}{T}}{\sin \frac{\pi p}{T}} \sin \left\{ \frac{2\pi x}{T} + \frac{(n-1)\pi p}{T} \right\} + \frac{1}{n} B_x \quad (20.8)$$

である。従つてこの N の数列の振幅 \mathcal{L} は

$$\mathcal{L} = \frac{2a}{n} \frac{\sin \frac{n\pi p}{T}}{\sin \frac{\pi p}{T}} \xi + \frac{2}{n} \bar{B} \quad (20.9)$$

となる。茲に

$$\bar{B} = \frac{1}{p} \sum_{x=0}^{p-1} B_x$$

$$\xi \leq 1$$

である。 \mathcal{L} の値は $p \rightarrow T$ の場合に急に大きな値となりそれ以外では小さな値をとり、 $p = T$ では

$$\mathcal{L}_T^2 = \left\{ 2a + \frac{2}{n} \bar{B} \right\}^2$$

となり極大値を与え、 $p = T(1 \pm \varepsilon)$, $\varepsilon = 1/n$ に於て

$$\mathcal{L}_{T(1 \pm \frac{1}{n})}^2 = \left\{ \frac{2}{n} \bar{B} \right\}^2$$

となり極小値を与える。 n^2 については (20.7) より $p = T$ で極大 $p = (1 \pm 1/n)T$ で極小となるのが見られるので $\mathcal{L} - p$ の *periodgram* に於て *peak* を与える週期を見出して週期の決定を行うことは標準偏差を計算して週期の決定を行うことと同一の結果を與えるものなることを推定し得るので以下に於ては全く此の方法により *periodgram* を描くこととし、標準偏差を計算することによる時間を節約することとした。ただ $\mathcal{L} - p$ の図より得られた *periodgram* に於ては \bar{B} の項により影響を受けることは $\mathcal{L} - p$ の図の場合より著しいけれども、元来 \bar{B} の項は n が大なるときは正負相消しあつて小さい値となるべき項であることを予想しているのであるから大きな過誤を結果に与えることはないと考えられる。

§ 21. 2倍展開法。週期分析を行うにあたり眞の週期を成るべく精しく決める為めには、等間隔に区切られた時間の單位 α は小さくする程有效であるわけであるが、併し實際に於て α を小さくすることは振動曲線の振幅の読取りが困難となりその後の計算に要する手数も倍加せられるので自ら限度があり、あまりに小さくすることは出来ない。従つてある單位 α で読み取られた値 u を用いて眞の週期をなるべく正確に求める為 u の配列の模様を集團 (I) に示された形式から少しく交することにより $(n + 1/2)\alpha$ の週期を見出し得る如き方法が考えられている。⁶⁾ 即ち、實際に読取られた時間の間隔の單位は α であるが必要な週期の附近に於ては $1/2\alpha$ の細かさで読取が行われたと同等の結果を持たんとす

6) WHITTAKER and ROBINSON, *loc. cit.* 2), 354.

るものである。即ち $(p + \frac{1}{2})$ の週期を見出すため

$$\left. \begin{array}{l} u_0, \quad u_1, \quad \dots, \quad u_{p-1} \\ u_p, \quad u_{p+1}, \quad \dots, \quad u_{2p-1} \\ u_{2p+1}, \quad \dots \end{array} \right\} \dots \dots \dots (II)$$

の如き配列に従えば、各列の個数が p 個であるに対し執行しようとする週期は $p + \frac{1}{2}$ であることによる位相のズレは、第3列以下の奇数列について第1行に置かれるべき $u_{(n-1)(p+\frac{1}{2})-1}$ が棄てられることにより修整せられて大体に於て $(p + \frac{1}{2})$ の週期の有無を推定せしむるに足るよう巧みに構成せられている。しかし (I) の集団の場合と異り同一行の全ての u が同一位相にあるのではないので位相のズレがどの程度の影響を与えるかを吟味し置く事が必要である。

此の場合にも、勝手な u_x の値は $T = p + \frac{1}{2}$ という週期をもつ週期函数の部分と、この週期性をもっていない部分 bx とからなっていると考えることが出来るので前の場合と同様

$$u_x = a \cos \left(\frac{2\pi x}{T} + \delta \right) + bx$$

と置くことが出来る。今このでは週期函数の部分の位相のズレのみが問題とされるのであるから u_x より bx の部分を除いたものを w_x と置くこととすれば

$$w_x = u_x - bx = a \cos \left(\frac{2\pi x}{T} + \delta \right) \dots \dots \dots (21.1)$$

$$(T = p + \frac{1}{2})$$

である。 w_x が第1列の値即ち $x = 0, 1, \dots, p-1$ のいずれかであるとき奇数番目の列の w の中 w_x と同一行にあるものは (II) の集団の配列に従えば $w_{(n-1)(p+\frac{1}{2})+x}$ であるから

$$\begin{aligned} w_{(n-1)(p+\frac{1}{2})+x} &= a \cos \left\{ \frac{2\pi \left\{ (n-1)(p+\frac{1}{2}) + x \right\}}{T} + \delta \right\} \\ &= a \cos \left\{ \frac{2\pi x}{T} + \delta \right\} \end{aligned}$$

$$= \omega x$$

となる。同様にして偶数番目の列の ω の中 ωx と同一行にあるものは $\omega^{(n-1)p + \frac{1}{2}(n-2)x}$ であるから

$$\begin{aligned} \omega^{(n-1)p + \frac{1}{2}(n-2)x} &= a \cos \left\{ \frac{2\pi \left\{ (n-1)p + \frac{1}{2}(n-2)x \right\}}{T} + \delta \right\} \\ &= a \cos \left\{ \frac{2\pi (p+x)}{T} + \delta \right\} \\ &= \omega_{p+x} \end{aligned}$$

となる。即ち(II)の集団に於ては同一行の ω の中週期函数を示す項に就いては奇数番目の列の項は夫等お互に、又偶数番目の列の項は夫等お互に、夫々同一位相にあつて、奇数番目の項の値は総べて第1列目の ωx の値に、又偶数番目の項の値は第2列目の ω_{p+x} の値に夫々全く一致することを知ることが出来る。然るに第1列の x 番目の項と第2列の x 番目の項との ω の値は、1つの列の項の数が p 個であるのに対して週期は $p + \frac{1}{2}$ であつて等しくないため位相が異り、 $\omega x = \omega_{p+x}$ とはならない。併し *periodogram* を求めるのに、前述の如く N の列の振幅の大きさを以てする場合には、 ωx が第1列の極大値である場合 ω_{p+x} も亦常に第2列の極大値であつて、同時に又第1列の極小値である $\omega x'$ に対応する第2列の $\omega_{p+x'}$ も亦第2列での極小値であつて、従つて $\omega_{p+x} - \omega_{p+x'}$ が第2列の振幅の大きさを興えするという関係が常に保たれるならば、 ωx と ω_{p+x} との間に僅かの位相差に基く差異があつても問題とするには及ばない。併し実際には必ずしも常にこの関係は満ちられているとは限らないことは次に述べる如くにして明らかにすることが出来る。

今 $p + \frac{1}{2}$ なる週期を求めるための集団(II)に於て第1列の ω の中最大値を興えらるものを ωx とすれば同じ列の最小値を興えらる ω は本来ならば ωx と π だけの位相差をもつ $\omega x + (p + \frac{1}{2})/2$ である筈であるが、何番目と整数を以て数えられるべき ω としては $x + p/2 + 1/4$ に最も近い整数をとる為 $\omega x + p/2$ であることとなる。(今 p は假に偶数である

とする。奇数の場合にも同様にして計算を行うことが出来る。) 但し $x > \frac{1}{2}(p + \frac{1}{2})$ の場合には極小の W の値を上のように置くことが出来ないが、 $x < \frac{1}{2}(p + \frac{1}{2})$ と置いては少しも一般性を失うことはないから簡単のために上の条件は成立つものとする。さて此の場合乗用(II)の配列法に従えば W_{p+x} は W_x よりも $\frac{1}{2}$ だけ位相が遅れているのを拘らず W_x の下に書き並べられており、 W_x より $\frac{1}{2}$ だけ進んだ W_{p+x+1} は W_{x+1} の下に書かれている。 $W_{(x+p/2)}$ の近くにて x より $\frac{1}{2}$ だけ位相の遅れている $W_{(p+x+p/2)}$ が $W_{(x+p/2)}$ の下に、 $\frac{1}{2}$ だけ進んだ $W_{(p+x+p/2+1)}$ が $W_{(x+p/2+1)}$ の下にかけられていることとなる。而して真の最小は $W_{p+x+p/2+1/4}$ に相当する所であるので $W_x - W_{x+p/2}$ が第1列の最大振幅を與えるときに第2列の最大振幅が W_x ; $W_{x+p/2}$ と夫々同一の行にある W_{p+x} , $W_{p+x+p/2}$ の差で与えられるとは限らない。従つて $\mathcal{M}' = W_{p+x} - W_{p+x+p/2}$, $\mathcal{M}'' = W_{(p+x+1)} - W_{(p+x+p/2+1)}$ と置き \mathcal{M}' と \mathcal{M}'' との大きさを比較することとしよう。

上の如く $p + \frac{1}{2}$ の周期に於て $W_x - W_{x+p/2}$ が第1列の最大振幅を與えるときには次の2つの特殊な場合があり得る。即ち

- (I) W_x が最大で最小は $W_{x+p/2}$ よりも更に $\frac{1}{4}$ だけ後である場合
- (II) $W_{x+p/2}$ が最大で最大は W_x よりも $\frac{1}{4}$ だけ早く起る場合である。

$W_x = a \cos \left\{ 2\pi x/T + \delta \right\}$, 但し $T = p + \frac{1}{2}$
と置けば

$$\begin{aligned} \mathcal{M}' &= W_{(p+x)} - W_{(p+x+p/2)} \\ &= a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x)}{T} + \delta \right\} - a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+p/2)}{T} + \delta \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (21.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}'' &= W_{(p+x+1)} - W_{(p+x+p/2+1)} \\ &= a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+1)}{T} + \delta \right\} - a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+p/2+1)}{T} + \delta \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (21.3)$$

である。

(I)の場合；

w_x , 最大, 故に

$$a \cos \left\{ \frac{2\pi x}{T} + \delta \right\} = a \quad \text{即ち} \quad \frac{2\pi x}{T} + \delta = 0 \quad \dots\dots (21.4)$$

$w_{x+p/2+1/4}$, 最小, 故に

$$a \cos \left\{ \frac{2\pi(x+p/2+1/4)}{T} + \delta \right\} = -a \quad \text{即ち} \quad \frac{2\pi(x+p/2+1/4)}{T} + \delta = \pi \quad \dots\dots (21.5)$$

である。(21.2)より

$$\begin{aligned} \eta p' &= a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x)}{T} + \delta \right\} - a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+p/2)}{T} + \delta \right\} \\ &= a \cos \frac{2\pi p}{T} + a \cos \frac{2\pi(p-1/4)}{T} \\ &= a \cos \frac{2\pi p}{T} (1 + \cos \frac{\pi}{2T}) + a \sin \frac{2\pi p}{T} \sin \frac{\pi}{2T} \end{aligned}$$

$T = p + 1/2$ であるので

$$\eta p' = a \cos \frac{\pi}{T} (1 + \cos \frac{\pi}{2T}) - 2a \sin^2 \frac{\pi}{2T} \cos \frac{\pi}{2T} \quad \dots\dots (21.6)$$

となる。次に $\eta p''$ については(21.3)より

$$\begin{aligned} \eta p'' &= a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+1)}{T} + \delta \right\} - a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+p/2+1)}{T} + \delta \right\} \\ &= a \cos \frac{2\pi(p+1)}{T} + a \cos \frac{2\pi(p+3/4)}{T} \\ &= a \cos \frac{2\pi(p+1)}{T} (1 + \cos \frac{\pi}{2T}) + a \sin \frac{2\pi(p+1)}{T} \sin \frac{\pi}{2T} \\ &= a \cos \frac{\pi}{T} (1 + \cos \frac{\pi}{2T}) + 2a \sin^2 \frac{\pi}{2T} \cos \frac{\pi}{2T} \quad \dots\dots (21.7) \end{aligned}$$

従って

$$\eta p' - \eta p'' = -4a \sin^2 \frac{\pi}{2T} \cos \frac{\pi}{2T} < 0 \quad \dots\dots (21.8)$$

故に

$$\mathcal{M}' < \mathcal{M}'' \dots \dots \dots (21.8)$$

であることが解る。次に

(II) の場合

$W(x+\frac{1}{2})$; 最小. 故に

$$a \cos \left\{ \frac{2\pi(x+\frac{1}{2})}{T} + \delta \right\} = -a, \quad \text{即ち} \quad \frac{2\pi(x+\frac{1}{2})}{T} + \delta = \pi \dots \dots \dots (21.9)$$

$W(x-\frac{1}{4})$; 最大. 故に

$$a \cos \left\{ \frac{2\pi(x-\frac{1}{4})}{T} + \delta \right\} = a \quad \text{即ち} \quad \frac{2\pi(x-\frac{1}{4})}{T} + \delta = 0 \dots \dots \dots (21.10)$$

である。(I)の場合と同様にして(22.2)及び(22.3)式より \mathcal{M}' , \mathcal{M}'' の値を計算すれば次の如くなる。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}' &= a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x)}{T} + \delta \right\} - a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+\frac{1}{2})}{T} + \delta \right\} \\ &= a \cos \frac{\pi}{T} (1 + \cos \frac{\pi}{2T}) + 2a \sin^2 \frac{\pi}{2T} \cos \frac{\pi}{2T} \dots \dots \dots (21.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}'' &= a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+1)}{T} + \delta \right\} - a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+\frac{1}{2}+1)}{T} + \delta \right\} \\ &= a \cos \frac{\pi}{T} (1 + \cos \frac{\pi}{2T}) - 2a \sin^2 \frac{\pi}{2T} \cos \frac{\pi}{2T} \dots \dots \dots (21.12) \end{aligned}$$

従って

$$\mathcal{M}' - \mathcal{M}'' = + 4a \sin^2 \frac{\pi}{2T} \cos \frac{\pi}{2T} > 0 \dots \dots \dots (21.13)$$

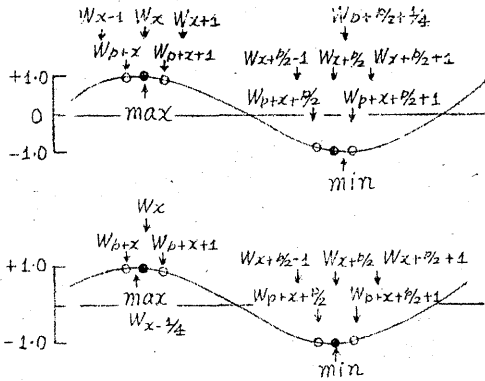
故に

$$\mathcal{M}' > \mathcal{M}'' \dots \dots \dots (21.13)$$

であることが解る。

この関係は第1図を一見すれば明らかである。即ち第1列の最大値を与える W の位相によつて第2列の振幅は \mathcal{M}' で与えられる場合と \mathcal{M}'' で与えられる場合とが生じ得ることとなる。

併しこの方法は元来 α の間隔で与えられた W の数列より $p\alpha + \frac{1}{2}\alpha$ の週期に対する振幅を求めんとするのであるが故に、第1列の W が下度



第 1 図

となく II の集団の同一行の u を単に加えて振幅を求めて差支えを生じない、併し、後に述べる如く $720'$, $720''$ の差は、 ω が小さくなった場合には必ずしも簡単に無視し得る程小さくはないことが生じ得る。而して第 2 列の振幅が $720'$ で与えられるか、 $720''$ で与えられるかにしたがいは $\omega + 1/2$ の週期に対する正当な振幅を求める方法は、実際の手続としても後に見る如く、極めて容易に計算を行い得るので、少くとも理論的にもより正しいと推察せられる振幅の大きさを与える方法につき考察をなすことは無意味ではないと思われるので以下に之について少くも述べることにする。

先ず始めに $720' \sim 720''$ が必ずしも常に小さいとは限らないことは次の如くにして知る事が出来る。第 1 図に示された如き場合に於て、 $720' \sim 720''$ の大きさは (21.8) , (21.13) より $\pm a \sin^2 \frac{\pi}{27} \cos \frac{\pi}{27}$ で与えられるが更に図より明らかなる如く、 $720' \sim 720''$ が最大となるのは W_{p+x} が最大値をとる場合である。その場合の $720' \sim 720''$ の値は

W_{p+x} が最大、故に

$$a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x)}{T} + \delta \right\} = a, \quad \frac{2\pi(p+x)}{T} + \delta = 0 \quad (21.14)$$

従つて $W_{p+x+1/2+1/4}$ が最小、故に

極大値となる場合の確率は $1/2 \times$ の間隔で u が与えられた場合の確率に較べれば $1/2$ に過ぎず始めから極めて嚴密な議論を適用することは必要ではないことは当然のことである。従つて、若し $720'$, $720''$ の差が常に極めて小さい値であれば、その差に拘泥することなく

$$a \cos \left\{ \frac{2\pi(p+x+p/2+1/4)}{T} + \delta \right\} = -a, \quad \frac{2\pi(p+x+p/2+1/4)}{T} + \delta = \pi \quad (21.15)$$

(21.2) より

$$\begin{aligned} \mathcal{M}' &= W_{p+x} - W_{p+x+p/2} \\ &= a + a \cos \frac{\pi}{2T} \end{aligned}$$

(21.3) より

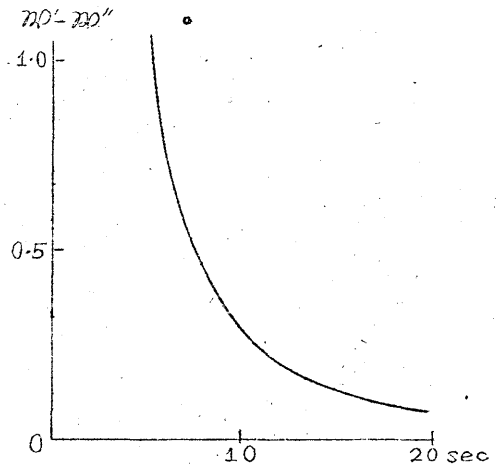
$$\begin{aligned} \mathcal{M}'' &= W_{p+x+1} - W_{p+x+p/2+1} \\ &= a \cos \frac{2\pi}{T} + a \cos \frac{3\pi}{T} \end{aligned}$$

従つて

$$\mathcal{M}' - \mathcal{M}'' = 4a \cos \frac{\pi}{2T} \sin^2 \frac{\pi}{2T} (1 + 2 \cos \frac{\pi}{2T})$$

第2図に $\mathcal{M}' - \mathcal{M}''$ の値が示されている。T が小さい場合には急激にこの値は増大することが明らかに現れる。従つて集団 (II) の配列に於て

U の *periodic term* の中 W_x が第1列の極値であつたとしても同一行第2列目の W_{p+x} は第2列の W につき極値であるか否かは定め得ないのであるが故に單に縦に各行を加えて作られた N の列から振幅を求め $a+1/2$ の週期に対する振幅であると考えて *periodgram* を作ることは全く正当でないといわなくてはならない。



第 2 図

正当な大きさを持つ振幅を求めるためには、集団 (I) で試みた如く、 a が真の週期である場合には U の週期函数の部分については位相の等しいものが1行ずつ加え合されて N の列が作られるようにすることが必要である。従つて $a+1/2$ なる週期に対し (II) の配列を行つたならば、各

行毎に奇数列の u を加えて求めた $Nod.0, Nod.1, \dots, Nod.(p-1)$ と偶数列の u を加えて求めた $Nev.0, Nev.1, \dots, Nev.(p-1)$ とを別々に計算して Nod, Nev の夫々の列毎に見出された振幅の大きさを加え合せたものを以て週期 $(p+\frac{1}{2})$ の振幅となすべきである。併しなから実際に計算を行うにあつては第 $(2p+1)n-1$ (但し $n=1, 2, \dots$) 番目毎の u を除いて (II) に示されたような集團を書き並べ、之の各行について奇数列、偶数列の項を別々に加え合せて夫々 $Nod.$ 及び $Nev.$ の列を求めることは徒らに煩雜な計算を行うこととなり途中に於て遺誤を犯す危険も多分に生じて来る。然るに配列の方法を少しく工夫することにより此等の煩雜さ及び遺誤を犯す危険から脱れ上述の理論から要求せられる値を容易に算出することが出来る。今求めんとする週期が $p+\frac{1}{2}$ であるとき、之の2倍の週期、即ち $2p+1$ が存在する時と同様に考え、(I) の集團に示された普通の配列法に違つて相繼ぐ u の値について $2p+1$ 行の集團をつくる。

$$\left. \begin{array}{l} u_0, \quad u_1, \quad \dots, \quad u_{p-1}, u_p, u_{p+1}, \quad \dots, \quad u_{2p-1}, u_{2p} \\ u_{2p+1}, u_{2p+2}, \quad \dots, \quad u_{3p}, u_{3p+1}, u_{3p+2}, \quad \dots, \quad u_{4p}, u_{4p+1} \end{array} \right\} \text{III}$$

$$\underline{u_{(2m-1)p+m-1}, u_{(2m-1)p+m-2}, u_{(2m-1)p+m-1}, u_{2mp+m-2}, u_{(2mp+m-1)}}$$

Sums $U_0, U_1, \dots, U_{p-1}, U_p, U_{p+1}, \dots, U_{2p-1}, U_{2p}$
 $\frac{1}{m}$ of U 's $M_0, M_1, \dots, M_{p-1}, M_p, M_{p+1}, \dots, M_{2p-1}, M_{2p}$
 之等の $2p+1$ 行、 m 列の集團に於て各行の和を U_0, \dots, U_{2p} 、之等を列の數 m で除したものを M_0, \dots, M_{2p} とする。(II) と (III) とを較べれば*

* (II) の u のみを用いて (III) の集團を書き並べるとすれば (II) の u が奇数のときは $m = n + \frac{1}{2}$ となるので (III) に於て第 m 列の第 p 行乃至 $2p$ 行の u は存在しないこととなる、従つて $U_p \sim U_{2p}$ は $m-1$ で除して $M_p \sim M_{2p}$ を求めればよい。

一見して明らかなる如く(Ⅲ)の第1行乃至第 $(p-1)$ 行の u は夫々(Ⅱ)の第1行乃至第 $(p-1)$ 行の u の中から奇数列のもののみを選び出したものに全く一致する。従つて $M_0 = \text{Nod} \cdot 0$, $M_1 = \text{Nod} \cdot 1$, \dots , $M_{p-1} = \text{Nod} \cdot (p-1)$ である。更に(Ⅲ)の第 (p) 行乃至第 $(2p-1)$ 行の u はⅡの第1行乃至第 (p) 行の u の中より偶数列のもののみを選び出して並べたものと、各行毎に全く一致して $M_p = \text{Nev} \cdot 0$, $M_{p+1} = \text{Nev} \cdot 1$, \dots , $M_{(2p-1)} = \text{Nev} \cdot (p-1)$ であることを知ることが出来る。従つて(Ⅱ)の配列に違ふときの改良せられた方法によれば週期 $(p+\frac{1}{2})$ に対する振幅は $\text{Nod} + \text{Nev}$ により正當に与えられると述べたが、此の事はとりも直さず M_0, \dots, M_{p-1} の振幅 $\mathcal{M}(0 \sim p-1)$ と $M_p, \dots, M_{(2p-1)}$ の列の振幅 $\mathcal{M}(p \sim 2p-1)$ との和 $\mathcal{M} = \mathcal{M}(0 \sim p-1) + \mathcal{M}(p \sim 2p-1)$ で与えられるということに外ならない。併し更に又 M_{2p} が M 列の最大又は最小値を与える場合もあり得るので、振幅 \mathcal{M} を求めるにあたり M_{2p} の値も用ひ得るやう既述の議論に補正を加へることが出来る。元来 M_0, \dots, M_{p-1} ; 及び M_p, \dots, M_{2p-1} の列は共に p 個であつて求めんとする週期より共に短いのであるから、いずれかの列に1個を加へて1つの列は p 個の M よりなり週期に比べていわば $\frac{1}{2}$ だけ不足し、他の1つの列は $(p+1)$ 個の M よりなり、いわば $\frac{1}{2}$ だけ加割である如くに M の列を分割すればそれぞれ等2つの列の振幅を加へたものを以て $(p+\frac{1}{2})$ の週期の振幅とするのが最も妥當であると考えられるであらう。かくすれば第1の数列として M_0, \dots, M_{p-1} , 第2の数列として M_{2p} を加へて M_p, \dots, M_{2p} をとり前者の振幅 $\mathcal{M}(0 \sim p-1)$ 後者の振幅 $\mathcal{M}(p \sim 2p)$ の和を \mathcal{M} と置いて $(p+\frac{1}{2})$ の週期に対する振幅とすれば、眞の振幅を求めるために一歩近寄つたこととなる。(Ⅱ)の配列法に倣へば M_{2p} の値は全然棄てしまわれていた値であるが之が極値をとる場合もあり得るので、この値も含めて振幅を求め得る点に於ても週期の2倍に展開して配列する方法が優れていると云える。

以上述べ来つた如く $p+\frac{1}{2}$ の週期に対する振幅を求めるにあつて

は(II)の配列に従つて單に N を計算し之の振幅 \mathcal{N} を求めることは理論的に通りであることが解つた。此の通りを避けるためには奇数列偶数列を別々に計算してその結果得られる振幅 $\mathcal{N}_{od} + \mathcal{N}_{ev}$ を用ひるべきである。併し此の計算は甚だしく煩雜であるので(III)の配列に従うのが遙かに有利であり、得られる結果も更に真に近いことが明らかになつたので以下に於ては $p + \frac{1}{2}$ の週期を求めるにあつては此の新らしい方法に遵う者とした。

上の理論に依れば $M_0 \sim M_{p-1}$ の列と $M_p \sim M_{2p}$ の列の極値とが現われる場所の位相差は高々1であるべきであるが実際に計算を行つた結果では列の数が少くない場合等に於ては α の項による値が大きな影響をもつこととあり得る爲、2つの列の極値の現われる場所が甚しく喰ひ違ふ場合も生じ得る。その様な場合に $\mathcal{N}_{0 \sim p-1} + \mathcal{N}_{p \sim 2p}$ を以つて $(p + \frac{1}{2})$ の週期の振幅とすることは正しくないこと勿論である。2倍展南法に於ては M_0, \dots, M_{p-1} 及び M_p, \dots, M_{2p} の2つの列の極値の現われる場所の位相差については特に注意が拂われなくてはならない。後に述べる実際の計算の結果の1つ1つに就いて之を述べる事は煩雜にすぎるので第II表に2,3の実例をあげて略々理論から要求せられるような事が実際に行われていることを示すに止めたいと思ふ。

此の表には後に述べる *periodgram* に於て卓越週期を示す週期の近くの $p + \frac{1}{2}$ の値をあげてあるが同表AはMの数列、Bはそれに対応する \mathcal{N} 及び \mathcal{N} の値である。Bの地震番号及び区画は後に第3~18図に求められている *periodgram* に対応するものである。Aに於て数列の中央附近にいれられた *cut* は $M_0 \sim M_{p-1}$, $M_p \sim M_{2p}$ の2つの数列の境を示し、太字は夫々の数列で最大値、最小値を示すMを示すものである。Mの列の前半 ($M_0 \sim M_p$) と後半 ($M_p \sim M_{2p}$) とに於て極値を与えるMの位置は表に見る如く必ずしも一致していないが、その位置のズレは僅かに1~2に止り、理論から要求される事柄が略々充たされている。数列V, X等に於ては極大値が M_{2p} に現われてをり此

のような場合には (II) の配列法によれば ρ の値は正当な値よりも小さくとりあやまることとなる。

第 II 表 2 倍展開法の例

(A)

P	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	+17.6	+6.2	-0.9	+6.7	-74.8	+5.2	+7.5	+15.6	+9.1	-18.0
2	+31.7	+46.2	-6.3	+12.7	-20.5	+5.2	-2.5	-5.1	+10.8	-0.6
3	+23.4	+53.8	-9.0	+25.1	+51.5	+10.1	-8.2	-13.7	+7.6	+7.6
4	+0.3	+60.0	-1.1	+4.5	+87.7	+5.8	-13.2	-10.5	+8.4	+13.8
5	-32.1	+47.7	-3.3	+3.6	+64.1	-1.7	-15.7	+8.7	-4.9	+13.0
6	-75.9	-14.6	-13.9	-18.7	-7.1	-11.8	-10.5	+11.7	-9.0	+10.6
7	-39.8	-50.3	-1.8	-52.7	+14.4	-12.7	+0.7	+24.8	-10.4	+2.9
8	+22.9	-41.2	+14.1	-88.7	+3.7	-7.0	+2.6	+25.2	-8.2	-4.1
9	+68.7	-30.6	+32.0	-86.9	+6.7	-1.2	+5.0	-28.1	+12.6	-12.7
10	+51.7	-10.2	+24.1	-14.7	-12.0	+2.3	+2.5	-28.6	+15.8	-1.2
11	+7.5	-23.2	-3.6	+64.3	-16.6	-0.1	+0.8	-8.1	+5.1	-2.5
12	-39.9	-76.5	-21.2	+95.3	-9.0	-5.5	-2.5	+8.6	+5.6	+4.2
13	-46.4	-31.3	-18.8	+78.3	-27.2	-4.9	-4.1	+39.1	-8.3	+14.3
14	-4.6		+11.3	+15.9	-18.8	-5.8	-2.3	+63.1	-9.0	+2.1
15	+10.7		+24.7	+40.0	+8.2	-6.7	+4.4	+55.8	-7.6	+0.8
16				-41.3	+35.9		+7.4	+34.3		-7.8
17				-55.3	+35.3		+7.3	+2.9		-12.7
18				-54.1	+16.4					
19				-28.1	-42.1					
20					-72.0					
21					-87.9					

(B)

	Earthq. No.	Epi- Center	Portion	α	P	T_0	\bar{a}	\bar{a}_{comp}	\bar{a}_{prsp}	\bar{a}
I	20	Koti- Yamato	11 ^m ~13 ^m	1	7+0.5	^{sec} 7.5	222.7	107.6	115.4	222.7
II	36	Celebes	40~44	2	6+0.5	13	140.9	74.6	66.3	140.9
III	"	"	"	"	7+0.5	15	58.4	12.8	53.2	66.0
IV	"	"	"	"	9+0.5	19	264.4	113.8	150.6	264.4
V	"	"	"	"	10+0.5	21	163.7	162.5	123.8	286.3
VI	37	New Guinea	100~103	"	7+0.5	15	30.9	22.8	9.3	32.1
VII	"	"	"	"	8+0.5	17	32.3	23.2	11.5	34.7
VIII	49	Mexico		"	8+0.5	17	114.3	38.5	42.2	130.7
IX	52	Chili	138~141	"	7+0.5	15	42.8	21.2	24.8	45.9
X	"	"	"	"	8+0.5	17	58.0	31.8	27.0	58.8

§ 22. *Periodgram analysis* により求められた卓越週期

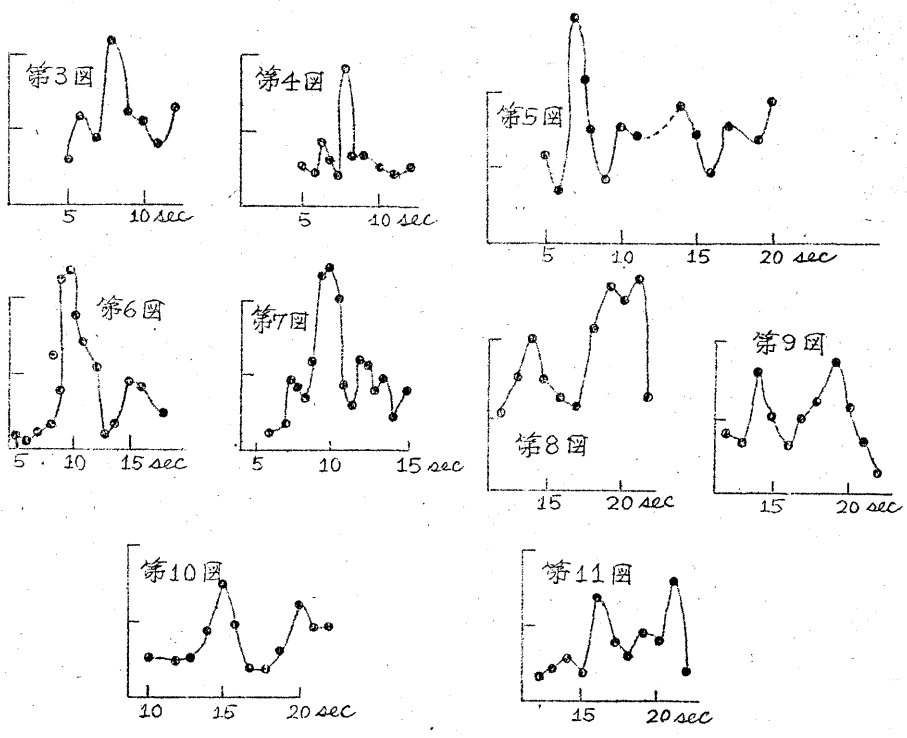
以上述べた如き方法に従い、第I表にあけた8個の地震の尾部について *periodgram analysis* を行い夫々の地震について各々の試みられた週期に対して計算された振幅は第III表に示される如くである。之より *Periodgram* を画けば第3~13図に示されるような曲線が得られる。

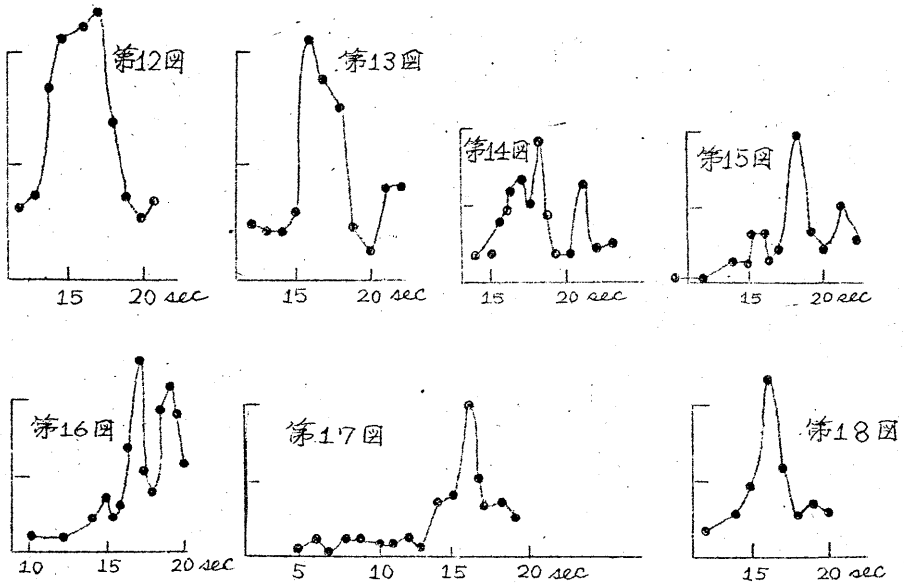
第3, 4図は塩屋崎の地震の曲線である。前者は6分の始めより第6分乃至7分の2分間、後者は第8分より10分迄の3分間について求められた結果であるが、いずれにても8秒の週期の存在を認めることが出来る。平均週期より求められた卓越週期の値は $T_0 = 6.5$ 秒である。第5図は河内大和地震のものである。第11分乃至第13分の3分間を解析した結果7秒の週期の存在が明瞭に認められる。平均週期より求められた値は $T_0 = 7.16$ 秒となり両者一致した値を示している。第6, 7図は

第 III 表 夫々の trial period p.v. に対する振幅 δ

地番 区 P	No. 16		No. 20		No. 54		No. 36		No. 37			No. 49		No. 51		No. 52		
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	17	15	16	18		
	6 7	8 10	11 13	22 29	30 37	42 44	52 53	55 56	80 83	102 103	80 83	69 75	123 130	64 70	78 81	138 141		
5	64.5	103.8	117.6	84									0.34					
6	115.2	849	69.6	6.6	5.3								1.01					
6.5		168.2																
7	89.3	118.9	298.4	11.6	7.1								0.29					
7.5		77.0	222.7		19.3													
8	221.7	363.8	448.9	13.5	17.4								1.19					
8.5		130.1		65.3	14.2													
9	125.4	131.8	83.8	40.3	23.5								1.23					
9.5				115.8	46.2													
10	113.7	101.8	153.1	118.4	47.5			27.4					0.94	15.8	9.1			
10.5				88.6	39.7													
11	80.7	89.4	139.4	70.1	15.9								0.95					
11.5					10.7													
12	130.3	109.9		57.3	23.9	106.4	77.0	24.0	16.7	9.6	34.9		1.23	11.2	10.1	19.3		
12.5					23.4													
13				9.1	16.6	140.8	58.3	27.5	22.1	10.5	31.5		0.62					
13.5					18.9													
14			178.6	15.6	8.7	193.8	149.7	44.4	29.2	25.6	27.7	16.7	3.55	63.4	21.3	29.3		
14.5			144.6	45.3	15.6	141.0	100.8	73.8	18.3	32.1	37.8	17.7	4.20	57.2	36.8	45.9		
15.5												42.0		128.9	22.5			
16			92.5	91.4		117.1	64.3	51.3	72.7	32.9	158.2	46.3	10.03	133.0	28.7	115.6		
16.5												59.2	5.20	60.5	70.8			
17			157.1			111.0	100.7	17.6	38.2	34.7	130.7	66.9	3.37	89.0	123.6	58.8		

地震号	No. 16			No. 20			No. 54			No. 36			No. 37			No. 49		No. 51		No. 52		
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	17	15	16	18						
区画	6	8	11	22	30	42	52	55	80	102	80	69	123	64	78	138						
P	7	10	13	29	37	44	53	56	83	103	83	75	130	70	81	141						
17.5												52.0			54.2							
18				22.6		215.3	122.2	19.2	32.1	21.2	112.5	94.6	3.49	397.1	40.8							
18.5												44.9			92.7							
19			136.9			244.4	175.3	31.4	45.8	10.5	33.3	17.9	2.57	141.0	108.7	36.6						
19.5															90.9							
20			186.9			256.1	106.9	63.5	38.5	7.8	18.0	18.5										
21						273.7	71.0	50.2	81.3	10.5	58.6	65.5		90.9	58.0	31.3						
22						125.0	33.2	49.3	22.0		61.1	23.7		212.2								
23												26.4		117.6								





嘉義地震について第22分～29分及び第30分～37分の8分間宛より得られた曲線である。いずれも10秒の週期のあることが明らかであるが更に前者に於ては16秒の週期の存在が認められる。この地震の平均週期曲線は第1節にも述べた如く求められていないが、第3章の震央距離と卓越週期を示す曲線より嘉義地震の震央距離に対する卓越週期を推定すれば、 $T_0 = 10.8$ 秒となり上に得た値と略々相似た値となる。この10秒の週期の外に第6回に於けるもう一種の週期即ち16秒の週期の存在が認められることは極めて注目すべき事柄であり、後に述べる他の地震の曲線についてもこの現象があることが見られるので之については後に再び問題とすることにして、震央距離4,000～5,000kmの地震、Celebes 及び New Guinea の地震の解析を行った結果を示したものが第8～12回である。第42分乃至44分及び第52分乃至53分の間で解析を行った Celebes の地震では(第8,9回) *periodogram* の曲線の形が鋭くはないが、14秒及び19～20秒の週期の存在するのが見られる。平均週期曲線より求められた卓越週期は $T_0 = 15.3$ 秒であるがここに求められたものはそれより少しく小さいよ

うである。New Guinea の地震については第55~56分のものからは15秒及び20秒、第80~83分の曲線からは16秒及び21秒の週期が存在することが示される。調べられた区間が異なることにより卓越する週間に1秒ずつの差がある。平均週期より求められた $T_0 = 15.3$ 秒に比べれば少しく長いようである。以上の2つの地震の *periodogram* に於ても、近地地震の場合と同様平均週期曲線より求められた卓越週期と大体に於て等しい週期の存在が認められるが、それのみでなく、更にもう一つ20秒前後の週期の波が存在することが明らかに認められる。第12図は New Guinea の地震の尾部の終末部に近い第102~103分を解析した結果であるが之では極大の週期を与える山が極めて幅が広く不鮮明であるが、16秒前後の週期があることを推定することが出来る。此のような曲線からは週期の確定をすることは不可能であり、この T_0 の値について Fourier 分析その他で解析を行うことが必要であるが、後に高橋一状見の方法により解析を行ったので、この T_0 については之以上解析を行うのは止めることとした。

震央距離の極めて大なる地震の中、第I表 No. 49 Mexico の地震、No. 51 Peru の地震、No. 52 Chili の地震について *periodogram analysis* を行った結果は第13~18図に示されている。Mexico の地震にては $T_0 = 17.5$ 秒と求められているが第13図に於ては16秒及び17乃至18秒の週期の存在することが著しく現れているが、その他21~22秒の週期もあるように見えている。Peru の地震及び Chili の地震については前者は第69~75分後者は第64~70分及び第78~81分の区間についての *periodogram* が第15~16図に示されており更に前者の第123~126分、及び後者の第138~141分の区間で求められた *periodogram* が第17及び第18図に示されている。第13~16図に示された区間は前章に於て第1尾部と名付けられた区間であり、第17~18図に示されたのは第2尾部と名付けられた区間について解析を行つ

た結果である。第1尾部に属する区間では平均週期曲線からは Peru の地震では $T_0 = 17.7$ 秒、Chili の地震では $T_0 = 17.6$ 秒であつたが第13回 Peru の地震の *periodgram* からは18秒 Chili の地震については第13, 14回から17秒及び18秒の週期が存在することを知る事が出来る。併しいずれの図に於てもこの他にこれ等より少しく長い週期即ち略々20秒の週期が存在する事が明瞭に現れているのが見られる。

次に第4章に於て平均週期より卓越週期を求めるにあたり第1尾部にては平均からの偏差が大きく相異つた週期の波が混在しているのではないかと疑われたのであつたがここに現れた結果に見てもそのことが確からしく思われるのである。併しこれかどのような形で混在しているかは未だ明らかではないが後に高橋-伏見の方法による解析を行った後に於て再び検討を行うこととする。之等第1尾部の解析に対し、第2尾部の波についての *periodgram* 第17, 18回からは両者共に16秒の週期の存在が極めて顕著であつて疑問の余地がない。平均週期から Peru $T_0 = 16.3$ 秒, Chili $T_0 = 16.6$ 秒と求められ確率誤差も少なく規則正しい波であることが認められていたものである。

§23. *Periodgram* より見出された週期と平均週期曲線より求められた週期との比較。

前節 *Periodgram* より決定せられた週期を記述する序でに1つ1つの地震について前章平均週期曲線より求めた卓越週期の値を挙げて比較して来たがそれ等を一括して表示すれば第IV表の如くなる。之によつて見るに *periodgram* より得られた週期と平均週期曲線より求められた卓越週期とは大体に於てよく一致していることを知る事が出来る。従つてこの事は既に第1~4章に於て求められた卓越週期は地震動の尾部の中に存在している主な週期を現すのであるとの主張の一つの基礎を与えるものであると思われる。次に特に注意すべきことは Peru, Chili の地震の第1尾部にては2種類の週期が存在し、その1つは17

第IV表 卓越週期の比較

T_M ; 平均週期曲線から求められた卓越週期

T_P ; *periodgram analysis* より求められた卓越週期

地震 番号	T_M		T_P		
	1st coda	2nd Coda	1st Coda		2nd coda
16	6.5 ^{sec}	—	8	—	—
20	7.2	—	7	—	—
36	15.9	—	14	20	—
37	15.3	—	15	20	—
49	17.5	16.9	16	—	—
51	18.1	16.5	18	21	16
52	17.7	16.6	18	20	16

～18秒、他は20秒前後の週期であることが明らかにせられた事である。而してこの2種類の週期が見られるのは之等2つの地震のみに限られた現象ではなくて、震央距離2,000 km を超える全ての地震について認められたのである。この2種類の週期中短い方の週期はいずれの地震についてもその地震の T_0 の値と略々同一であるが他の一つは No. 54 の嘉義地震の場合を除けばいずれに於ても20秒前後であり、他のもう一つの T_0 に略々等しい値を與える週期が震央距離に応じて変化するに対して、震央距離に関せずいずれの地震にても一定であることに注意しなくてはならない。嘉義地震の場合にはこの週期は16秒であつて、第2尾部の波に見られる週期と全く一致していることは特に注意せられなくてはならない。

第22節に於て既に述べた如くこの行つた如き方法により行われた *periodgram analysis* の結果からは概略の週期が推定せられるに止まり詳しい値を求める為には第2近似を進めなくてはならない。併しこの上は上の結果より得られた T_0 の値について更に解析を進める

替りに、高橋-伏見の解析法により週期を決定することとし次の第6章に於てその結果を述べることにする。

第6章 高橋-伏見の方法による 地震動の尾部の週期解析

§24 高橋-伏見の解析法。前章に於ては *Periodogram analysis* により尾部の振動週期の解析を行つた結果に基づいて考察を行い、尾部の振動の中に含まれている卓越週期の概略の値を見出すことが出来た。それ等の卓越週期の値を一層正確に決定して尾部の振動の性質を明らかにする為第6章に於ては高橋氏^{1), 2)}により考察せられた方法に基づいて解析を遂行する事とした。

元來、高橋-伏見の方法は、1つの振動系に不規則な外力が加えられて振動系を振動せしめた場合に、振動系の画いた記録からその振動系の特性を示す2つの常数、週期と減衰率とを求めようとするものである。之は現在の我々の問題にとつては大いに望ましい解析法であるように期待せられるので此の方法を用いて尾部の振動週期の解析を行う事とした。併し我々の問題に於ては外力として考えられるものは地震波として運ばれてくる地震による *Energy* である。地震波は伝播してくる途中に於て地表面及び内部の不連続面等に於て幾回もの反射屈折を行うのみでなく、地殻の不均一性等により一層複雑な反射屈折を重ね観測点附近に到達して振動系を刺戟するに當つては益々不規則な衝撃としての性質を持つようになってくるべき事が推察せられるけれども、それと同時に規則正しい週期性を保持した波も亦到達し未つておるべきことが推察せら

1) 高橋浩一郎、理研彙報 14 (1935), 255.

2) K. TAKAHASHI and K. HUSIMI, *Geophys. mag.* 9 (1935) 29.

れる。従つて高橋-伏見の方法を拡張して外力が不規則な振動をも含むような場合には振動系の画いた記録を解析することにより如何なる結果を得ることが出来るかを吟味する事とする。

§25 高橋-伏見の方法の拡張。振動系に作用する外力が、全く不規則に働く部分と規則的に働く部分とより成つていていると考え得る場合、この振動系の運動の方程式は普通の記号法に従つて

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{dx}{dt} + n^2x = f(t) \dots\dots\dots (25.1)$$

と書くことが出来る。茲に ε は減衰係数、 n は振動系の振動率を与える常数である。 $f(t)$ は外力であり、之が全く不規則に働く部分と規則的に働く部分とからなつていていると考え、前者の型は決め得ないが之を $\varphi(t)$ と置き、後者は規則的な振動性を持つ地震波であるとし、之が減衰性の正弦型の波であると考え、 $Le^{-\alpha t} \sin pt$ と置けば (25.1) 式の $f(t)$ の代りに

$$f(t) = \varphi(t) + Le^{-\alpha t} \sin pt \dots\dots\dots (25.2)$$

と置くことが出来る。(25.1) 式の解は $n > \varepsilon$ のとき

$$x = C_1 e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t + C_2 e^{-\varepsilon t} \sin \sigma t \\ - \frac{e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t}{\sigma} \int f(t) e^{\varepsilon t} \sin \sigma t dt + \frac{e^{-\varepsilon t} \sin \sigma t}{\sigma} \int f(t) e^{\varepsilon t} \cos \sigma t dt \dots\dots\dots (25.3)$$

$$\sigma = \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}$$

であるので $f(t)$ の (25.2) の値を入れれば

$$x = C_1 e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t + C_2 e^{-\varepsilon t} \sin \sigma t \\ + \frac{Le^{-\alpha t}}{\sqrt{(\alpha^2 - 2\alpha\varepsilon + n^2 - p^2)^2 + 4p^2(\alpha - \varepsilon)^2}} \sin p(t - \tau) \\ - \frac{e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t}{\sigma} \int \varphi(t) e^{\varepsilon t} \sin \sigma t dt + \frac{e^{-\varepsilon t} \sin \sigma t}{\sigma} \int \varphi(t) e^{\varepsilon t} \cos \sigma t dt \dots\dots\dots (25.4)$$

となる値し

$$\tan pC = \frac{2b(\varepsilon - \alpha)}{\alpha^2 - 2\alpha\varepsilon + n^2 - p^2}$$

である。この $\varphi(t)$ が全く不規則であるということは高橋の仮定に従えば、

- (1) $\varphi(t)$ は x 及び dx/dt と無相関である。
- (2) $\varphi(t)$ の平均は 0 である。
- (3) $\int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt$ と $\int_{t_1'}^{t_2'} \varphi(t) dt$ とは $(t_1, t_2), (t_1', t_2')$ が共通の領域を持たない限り関係がない。

と考えるのである。

今 $\varphi(t)$ が

$$\varphi(t) = \varphi_0(t - \delta_0) + \varphi_1(t - \delta_1) + \dots + \varphi_n(t - \delta_n) + \dots \quad (25.5)$$

とし

$$\left. \begin{array}{ll} t - \delta_i < 0 \text{ のとき} & \varphi_i(t - \delta_i) = 0 \\ 0 < t - \delta_i < +\Delta t_i \text{ のとき} & \varphi_i(t - \delta_i) \neq 0 \\ t - \delta_i > +\Delta t_i \text{ のとき} & \varphi_i(t - \delta_i) = 0 \end{array} \right\} \dots (25.6)$$

$$\delta_{i-1} < \delta_i \quad (25.7)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots$$

のような形であらわされる場合にはそのような外力により振動系の自由振動が次々に励起される有様は次の様に書き表わすことが出来る。

$$\begin{aligned} x = \bar{z} & \left\{ e^{-\varepsilon(t-\delta_i)} \{ C_{1i} \cos \sigma(t-\delta_i) + C_{2i} \sin \sigma(t-\delta_i) \} \right\} \\ & + \frac{L e^{-\alpha t}}{\sqrt{(\alpha^2 - 2\alpha\varepsilon + n^2 - p^2)^2 + 4p^2(\alpha - \varepsilon)^2}} \sin p(t - C) \\ & - \frac{e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t}{\sigma} \int \varphi(t) e^{\varepsilon t} \sin \sigma t dt + \frac{e^{-\varepsilon t} \sin \sigma t}{\sigma} \int \varphi(t) e^{\varepsilon t} \cos \sigma t dt \end{aligned} \quad (25.8)$$

(25.8) 式に於て一定の時間の間隔毎に観測した x の値の中、平均からの偏倚が正であるようなものを選び出し、夫々其時刻を $t=0$ としてそれから後の平均の運動を考えたときどのような曲線が得られる筈であ

るかを考えることとする。

便宜上、 x の値を単弦的に振動する部分と不規則に振動する部分とに分けて考えることとし

$$x = x' + x'' \quad \dots\dots\dots (25.9)$$

茲に

$$x' = \sum \left[e^{-\varepsilon(t-d_i)} \{ C_1 i \cos \sigma(t-d_i) + C_2 i \sin \sigma(t-d_i) \} \right] \\ + \frac{\Delta e^{-\alpha t}}{\sqrt{(\alpha^2 - 2\alpha\varepsilon + n^2 - p^2)^2 + 4p^2(\alpha - \varepsilon)^2}} \sin p(t-\tau) \quad \dots\dots\dots (25.10)$$

$$x'' = -\frac{e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t}{\sigma} \int \varphi(t) e^{\varepsilon t} \sin \sigma t dt \\ + \frac{e^{-\varepsilon t} \sin \sigma t}{\sigma} \int \varphi(t) e^{\varepsilon t} \cos \sigma t dt \quad \dots\dots\dots (25.11)$$

と置き、先ず x' であらわされる曲線について上に述べたような平均の曲線を求めたときどのような曲線が得られるかを考えて見ることとする。

始めに簡単のため不規則な外力としては φ の唯一つが加えられたとしてそれ以後の x' の運動を x_0 と書けば、 $\delta_0 = 0$ としても差支えないので

$$x_0 = e^{-\varepsilon t} \{ C_1 \cos \sigma t + C_2 \sin \sigma t \} \\ + \frac{\Delta e^{-\alpha t}}{\sqrt{(\alpha^2 - 2\alpha\varepsilon + n^2 - p^2)^2 + 4p^2(\alpha - \varepsilon)^2}} \sin p(t-\tau) \quad \dots\dots\dots (25.12)$$

となる、これを一定の時間の単位 τ で区切つたときの時刻を

$$t_1 = \tau, \quad t_2 = t_1 + \tau, \quad \dots\dots, \quad t_n = t_{n-1} + \tau, \quad \dots\dots \quad \dots\dots\dots (25.13)$$

とし、夫々の時刻の x_0 の値を $x_0(t_1)$, $x_0(t_2)$, $\dots\dots$, とする。(25.12)

式を一層簡単な形に書き直して(25.14)の如く置くと右辺第1項と第2項との位相差は一般に勝手な値でありうるのでその角を Δ とすれば、

$$x_0 = a e^{-\varepsilon t} \sin \sigma t + b e^{-\alpha t} \sin \{ p(t-\tau) + \Delta \} \quad \dots\dots\dots (25.14)$$

となる、この式において ε と α も共に非常に小さくて振動がいつまでも

繰返えされるとするとき(25.13)の如くにして区切られたある時刻 t_s に於て(25.14)式右辺第1項の値が

$$ae^{-\alpha t_s} \sin \sigma t_s \doteq a \sin \sigma t_s = a \sin \delta = h \dots (25.15)$$

$$\text{茲に } 0 < \delta < \frac{\pi}{2}$$

であるとき $x'_1(t_s) > 0$ の条件がなりたつためには

$$be^{-\alpha t_s} \sin \{b(t_s - \tau) + \Delta\} \doteq b \sin \{b(t_s - \tau) + \Delta\} > -h \dots (25.16)$$

でなくてはならない、2つの単弦振動の振幅が等しい場合には(25.15)、(25.16)から第2項の角は

$$\pi + \delta > b(t_s - \tau) + \Delta$$

$$\text{又は } 2\pi - \delta < b(t_s - \tau) + \Delta$$

でなくてはならない、従つて第2項の角がこの条件を満足し得る確率即ち、第1項が $+h$ であつたとき $x'_1(t_s) > 0$ ならしめる確率 P_+ は

$$P_+ = \frac{\pi + \delta + \delta}{2\pi} = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{\pi}$$

となる、同様にして、 $a \sin \delta = -h$ であつたとき尚且つ $x'_1(t_s) > 0$ の条件が満足されるための確率 P_- は

$$P_- = \frac{\pi - \delta - \delta}{2\pi} = \frac{1}{2} - \frac{\delta}{\pi}$$

である。即ち、上の様な条件の下に於ては(25.13)の様区切られた時刻の x'_0 の中その値が零より大なるものについては、第1項に同じくは、その値が正であるものの方が、絶対値が等しくて附号が負であるものに較べて $x'_0(t_s) > 0$ ならしめる確率が大きく、更にその絶対値の大なるもの程 $x'_0(t_s) > 0$ ならしめる確率は益々大であることを示すものである。従つて、きわめて長い時間になつて $\sum_{t_s} \{x'_0(t_s)\}$ (但し Σ は $x'_0(t_s) > 0$ ならしめるような全ての t_s にういてのみ行うこととする)をつくるとき第1項の絶対値の小さいものは正負略々同数に現われるた

め相殺せられることが多いが、絶対値の大きいもの程、負号のついでものが加えられることが少くなり $\sum \{x'_0(t_s)\}$ の中に残ってくる確率が多くなって来る。

以上(25.14)式右辺第1項について考えてきたことは、全く同様に第2項についてもあてはまり、第2項についても $\sum \{x'_0(t_s)\}$ の中にはその振幅の大きい所が多く加え合せられていることは容易に知ることが出来る。

一般には第1. 第2項の最大振幅 α 及び β は等しくはないけれども、そのような場合でも、 $\sum \{x'_0(t_s)\}$ の中には各項の振幅の大きい所が多く加えられていることを推察することが出来る。

次に、次々に加えられる外からの利戟によつて自由振動が次々に起つている場合には上に述べた事柄がどのようになるかを考察して見よう。一定の時間 τ の間隔 τ で(25.10)式の x' を区切つたときの値を $x'(t_1)$, $x'(t_2)$ ----- 等と書き t_s なる時刻に於て $x'(t_s) > 0$ であつたとする。このような場合 $x'(t_s) > 0$ ならしめる確率の最も大きいものは何であるかを求めるにあたり、(25.10)式で与えられる x' の右辺自由振動の項について、 δ_i の處しては(25.7)式で示される法則性以外には何とも知り得ないので計算を行うことは出来ないが、この場合の如く次々と自由振動が生じている場合も、上に述べた1つの自由振動の場合から類推して、 $e^{-\varepsilon(t_s - \delta_i)} \{C_1 \cos \sigma(t_s - \delta_i) + C_2 \sin \sigma(t_s - \delta_i)\}$ の形をまつ自由振動に於てもその振幅の大きい所が $x'(t_s) > 0$ ならしめる確率が大であると考えることが出来る。全く同様に $[L e^{-\alpha t} / \{(\alpha^2 - 2\alpha\varepsilon + \eta^2 - \rho^2)^2 + 4\rho^2(\alpha - \varepsilon)^2\}^{\frac{1}{2}}] \sin \rho(t - \tau)$ の形をまつ外力による單弦型の振動についてその振幅の大きい所が $x'(t_s) > 0$ ならしめる確率が最も大であると考えることが出来る。

次にこのような正の値をまつ $x'(t_s)$ を全て加え合せ

$$\sum_{t_s} x'(t_s) \text{ ----- (25.16)}$$

と、時刻 t_s に対して τ より1單位の時間 τ だけ経過した次の時刻

$(ts + \tau)$ に於ける x' の値、 $x'(ts + \tau)$ を (25.16) で加え算を行つたと同じ ts について加え合せたもの

$$\sum_{ts} x'(ts + \tau) \dots\dots\dots (25.17)$$

とを比較する。(23.16)の $x'(ts)$ は平均からの偏倚が正であるものが全て集められたのであるから、次の瞬間の x' のあらわす $x'(ts + \tau)$ は全部が正であるというわけには行かない、少くとも幾つかは $x'(ts + \tau) < 0$ でなければならぬ従つて

$$\sum x'(ts) > \sum x'(ts + \tau) \dots\dots\dots (25.18)$$

となる、このことは、上のようにして $x'(ts) > 0$ である多くの x' を選び出して夫々その場合の x' の値を x 。その時を $t=0$ としてそれ以後の x' の運動の平均の値をあらわす曲線を求めたとすれば、そのような平均の曲線に於ては、 $t=0$ の所が常に極大となることを示すものである。而してこのようにして得られた曲線は、週期についても位相についても何も相関のない全く独立な2つの単弦振動が重ね合せられたものであるので $t=0$ で x' の平均が極大であるということは之を構成する2つの曲線が夫々 $t=0$ で極大であることを示すものである。此の事は又、夫々の単弦振動について $t=0$ の所で、振幅の大きいものが加え合せられている確率が最も大であることが先に知られているので、この点から夫々の単弦振動の曲線は $t=0$ の所で極大となるであろうと予想せられていた事である。

故にこのような平均の曲線は、

$$\overline{x}_+ = \overline{a_0^{(+)}} e^{-\epsilon t} \cos \omega t + \overline{b_0^{(+)}} \cos p t \dots\dots\dots (25.19)$$

と書くことが出来る、こゝに \overline{x}_+ は $x' > 0$ のものを全てとつて平均したという意味であり、 $\overline{a_0^{(+)}}$ 及び $\overline{b_0^{(+)}}$ は $x' > 0$ ならしめるときの (25.10) 式第1項及び第2項の振幅を平均したものであることを意味し、必ずしも $\overline{a_0^{(+)}}$, $\overline{b_0^{(+)}}$ の全てが正のもののみであることを意味するものではない。

不規則な外力と共に加わる場合、上の如き x' に不規則な外力による振

動 x'' が加わったときの振幅 x について考えることとする。 $x = x' + x''$ であるので $x' > 0$ の所が必ずしも常に $x > 0$ の所ではない、併し非常に多くの x の値について $x > 0$ の所を選び出してそれらの点を初めとしたときの平均の運動を考えれば、 x'' による影響は正負互いに消し合つて統計的には $x' > 0$ の場合について得られたと全く同じことがあてはまると考えることが出来る、従つてそのような x の平均の値を \overline{x}_+ と書けば \overline{x}_+ は $\overline{x'}$ と同じ性質を持つであろうと考えられるのでその値は (25.19) 式と相似たものとなる筈であるので次のように書くことが出来る。

$$\overline{x}_+ = \overline{A_0} e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t + \overline{B_0} e^{-\alpha t} \cos pt \dots\dots\dots (25.20)$$

こゝに $\overline{A_0}$ 及び $\overline{B_0}$ は常数で t に無関係である。

$x < 0$ のものについて、以上に於ては全て平均からの偏倚が正であるものについてのみ論じて来たが、負であるものについても以上と全く同様な考えをもちことが出来ることは明らかであるので $x < 0$ であるような全ての x について上のような平均を行えば \overline{x} は

$$\overline{x}_- = \overline{A_0} e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t + \overline{B_0} e^{-\alpha t} \cos pt \dots\dots\dots (25.21)$$

と置くことが出来る、然るに不規則な振動は統計的には正負同等に生じると考えられるし又単弦振動は $x = 0$ に対して正負対称であるので

$$\overline{x}_+ = -\overline{x}_- \dots\dots\dots (25.22)$$

と考へて不合理ではない、従つて (25.19) 及 (25.20) より

$$\overline{x}_+ - \overline{x}_- = |\overline{A_0}| e^{-\varepsilon t} \cos \sigma t + |\overline{B_0}| \cos pt \dots\dots\dots (25.23)$$

となる。

即ち、勝手な x を始めとして、 x が正ならば其の脈で、負ならば符号を変えて全部を加え合せて平均したものは右辺に示されたような曲線となることを示すものである。右辺は減衰振動を現す2つの曲線より成つており、その1つ、第1項の示すものは振動系自身の自由振動を現し、他の1つ、第2項は (25.2) で与えられる外力の中、減衰性の正弦波による振動を示すものである。

今何等かの方法により此如に示されし曲線を解析して2つの振動曲線を別々にとり出すことが出来たと仮定すれば、夫々の曲線から直ちに普通の方法によつて、夫等の曲線の減衰率及び週期を定めることが出来る。即ちこのような方法により解析を行えば、地震記象より、振動系の減衰率、週期を定められるのみでなく、振動系を振動せしむる外力が全く不規則な力のみでなく週期的な力も含む場合にはその週期的な外力の週期並びに減衰率をも知ることが出来ることが判明したことになる。

§26 地震記象の解析、地震記象に見られる尾部の振動について上記の解析法を行うには極めて多大の手数が必要とする。従つて前章迄に調べられた54個の地震の全部についてこの解析法を遂行することは不可能であつたのでこの中10個の地震を選びそれらの尾部の一部について解析を行うこととした。高橋-伏見の方法により解析を行つた地震及びその行われた区間は第I表に示す如くである。解析を行うにあつては、地震記象について等間隔に区切られた時刻毎の振幅の大きさ

第I表 高橋-伏見の方法を行つた地震及其の区間

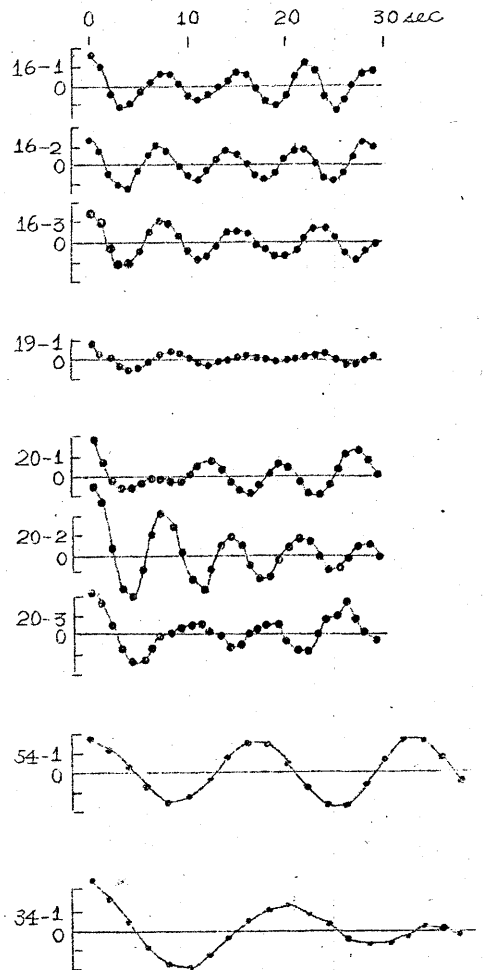
A; 曲線番号, B; 地震番号, C; 震央, D; 成分, E; 解析区間、

A	B	C	D	h	E	A	B	C	D	h	E
16-1	16	Siwoya-saki	E-W	1	S m m 10-12	36-1	36	Celebes	E-W	2	S m m 40-41
16-2	"	"	"	"	12-14	36-2	"	"	"	"	41-42
16-3	"	"	"	"	16-17	36-3	"	"	"	"	42-43
19-1	19	Kesenu-ma	N-S	2	14-15	36-4	"	"	"	"	43-44
20-1	20	Koti-Yamato	E-W	1	15-17	36-5	"	"	"	"	50-51
20-2	"	"	N-S	"	11-13	36-6	"	"	"	"	51-52
20-3	"	"	"	"	14-16	36-7	"	"	"	"	60-62
54-1	54	Kagi	"	1	30-32	36-8	"	"	"	"	62-64
34-1	34	Celebes Sea	E-W	2	40-42	36-9	"	"	"	"	71-73

A	B	C	D	h		E	A	B	C	D	h		E
				S	m						S	m	
37-1	37	New-Guinea	E-W	2	50	52	51-8	51	Peru	N-S	2	58	59
37-2	"	"	"	"	53	55	51-9	"	"	"	"	59	61
37-3	"	"	"	"	69	71	51-10	"	"	"	"	70	72
37-4	"	"	"	"	71	72	51-11	"	"	"	"	72	74
37-5	"	"	"	"	72	73	51-12	"	"	"	"	80	82
37-6	"	"	"	"	82	84	51-13	"	"	"	"	82	84
37-7	"	"	"	"	93	95	51-14	"	"	"	"	150	151
37-8	"	"	"	"	100	102	51-15	"	"	"	"	151	153
37-9	"	"	"	"	102	104	52-1	52	Chili	E-W	2	66	68
49-1	49	Mexico	E-W	2	69	71	52-2	"	"	"	"	68	70
49-2	"	"	"	"	71	72	52-3	"	"	"	"	80	81
49-3	"	"	"	"	72	73	52-4	"	"	"	"	81	83
49-4	"	"	"	"	73	74	52-5	"	"	"	"	83	85
49-5	"	"	"	"	82	84	52-6	"	"	"	"	105	107
49-6	"	"	"	"	84	85	52-7	"	"	"	"	107	108
49-7	"	"	"	"	90	92	52-8	"	"	"	"	108	110
49-8	"	"	"	"	92	94	52-9	"	"	"	"	120	121
49-9	"	"	"	"	99	101	52-10	"	"	"	"	121	122
49-10	"	"	"	"	101	103	52-11	"	"	"	"	122	123
51-1	51	Peru	E-W	2	56	58	52-12	"	"	"	"	138	139
51-2	"	"	"	"	58	60	52-13	"	"	"	"	139	140
51-3	"	"	"	"	71	73	52-14	"	"	"	"	140	141
51-4	"	"	"	"	77	79	52-15	"	Chili	N-S	2	62	63
51-5	"	"	"	"	79	81	52-16	"	"	"	"	63	64
51-6	"	"	"	"	122	124	52-17	"	"	"	"	66	67
51-7	"	Peru	N-S	2	56	58	52-18	"	"	"	"	67	68

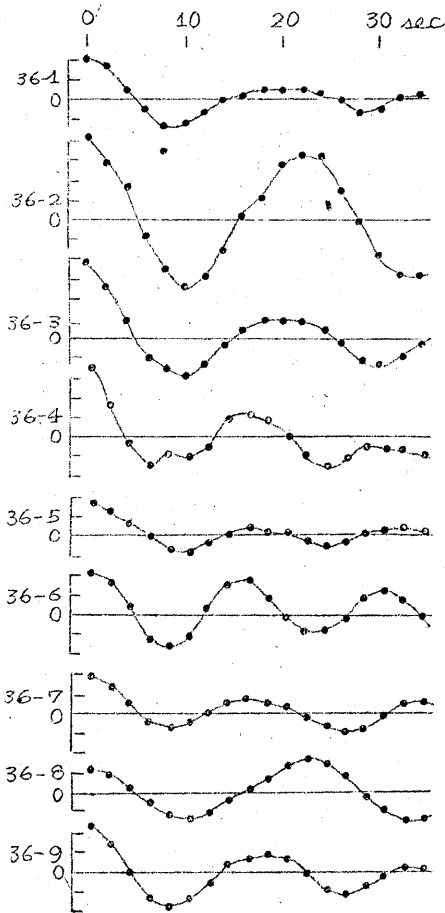
A	B	C	D	h	E	A	B	C	D	h	E
52-19	52	Chili	N-S	2	80-81	52-24	52	Chili	N-S	2	130-131
52-20	〃	〃	〃	〃	82-83	52-25	〃	〃	〃	〃	131-132
52-21	〃	〃	〃	〃	83-84	52-26	〃	〃	〃	〃	132-133
52-22	〃	〃	〃	〃	115-117	52-27	〃	〃	〃	〃	133-134
52-23	〃	〃	〃	〃	117-119						

を又として計算が行われたが、求めようとする週期は大略15～20秒であるので等間隔に区切る時間の単位としては1秒又は2秒が用いられた。第I表のhはこの時間の単位である。このようにして2分乃至3分の区間にわたって解析を行えば、1つの行にならぶ観測値の数は60～90となるので、不規則な原因によるものは正負相殺せられて零に近くなるとの条件は大体に於て充されているのではないかとと思われる。解析を行った地震は前章に *periodogram analysis* を行った地震を用いたが尾部のなるべく広い区間にわたって解析を行うため、調べられた区間は *periodgram analysis* を行った区間と必ずしも一致していない。このようにして求められた振動曲線は第1～7図に示されている。図に記入せられてい



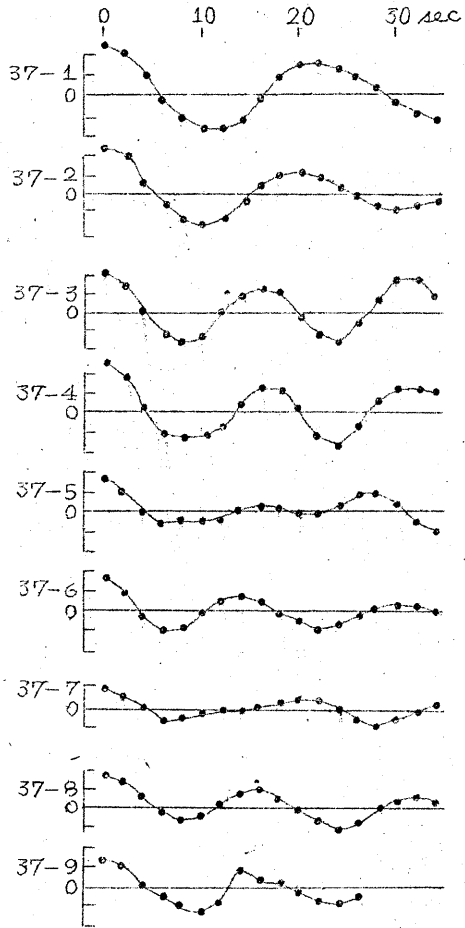
第 1 図

高橋一伏見による振動曲線



第 2 図

振動曲線 (Celebes 地震)

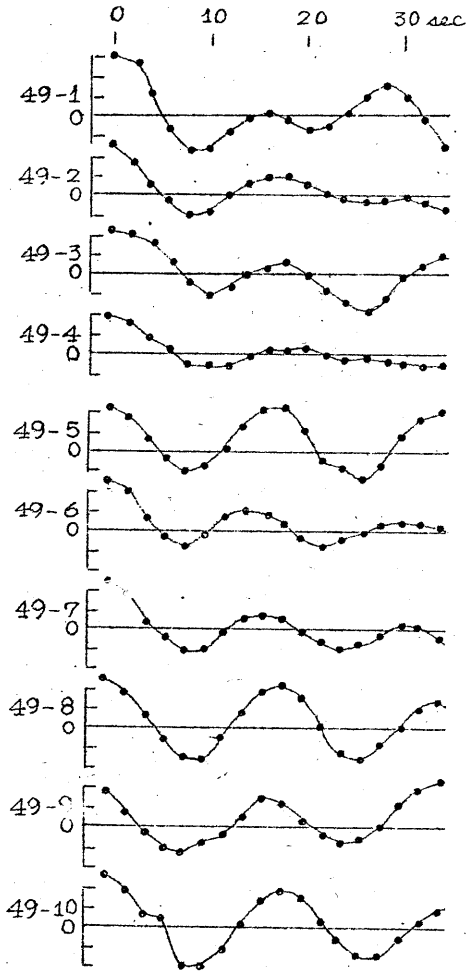


第 3 図

振動曲線 (New Guinea 地震)

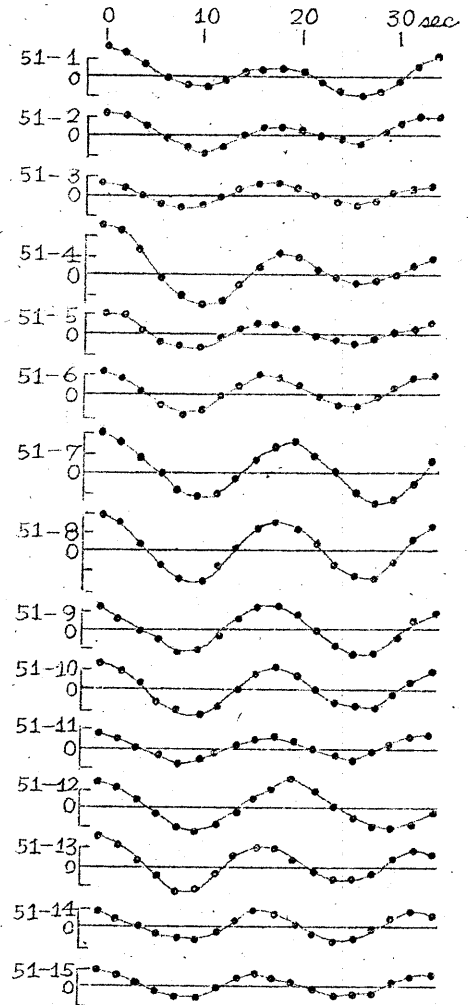
る番号は第 I 表の曲線番号である。之等の図を画くために計算より得られた数値は第 II 表 (40 頁 ~ 47 頁) に見られる如くである。

之等の図に現われている振動曲線の中、或るものは振動の週期性が極めて明瞭に現われていて一見して 1 本の正弦曲線よりなり週期を現出し得ると思われるものもあるが、又或るものについては曲線の型が必ずしも正弦曲線であると断定し難く、週期を必ずしも気掛上の週期をとつてよいか否か疑問であるようなものもある。而してこれ等の曲線は前節 (2.9) 式に見られる如く外より週期的な力に加えられるときは 2 本の



第 4 図

振動曲線 (Mexico 地震)

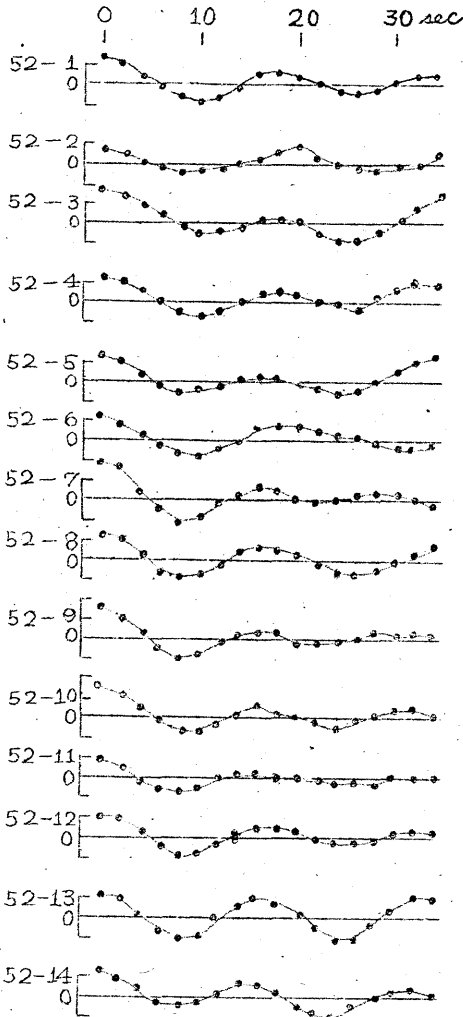


第 5 図

振動曲線 (Peru 地震)

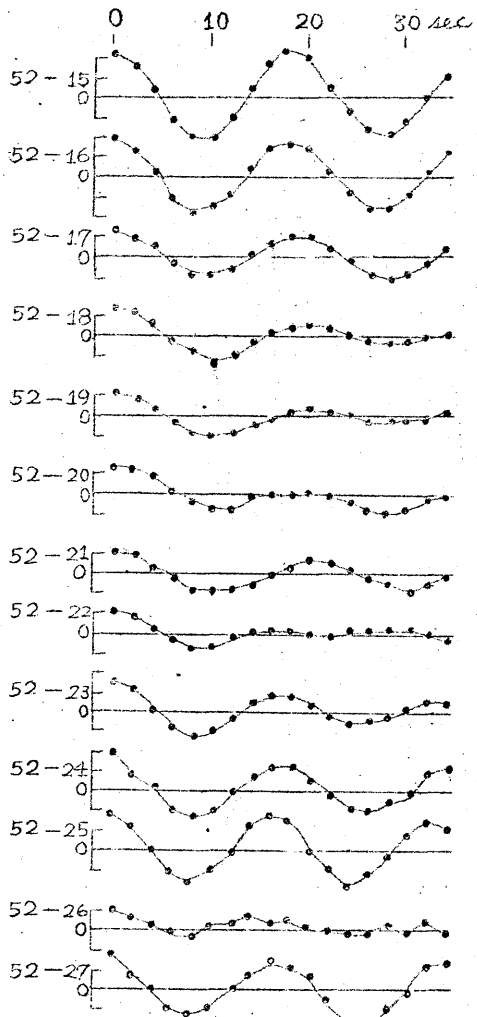
減衰性正弦曲線が重ね合されたものであることが示とれているので、振動曲線を分離して2本の単純な正弦曲線に分解することを考えることとする。

§ 27 2つの減衰性振動曲線が重ね合せられている曲線を分離すること、第27節に証明せられた如く高橋-伏見の方法により解析を行った結果得られる振動曲線(以下簡潔の爲に「振動曲線」と呼ぶこととす



第 6 圖

振動曲線 (Chili 地震, E-W Comp)



第 7 圖

振動曲線 (Chili 地震, N-S Comp)

る) は 2 つの減衰性正弦曲線の合成せられたものであり、それら 2 つの正弦波の週期は全く独立であつてお互に等しくないのを普通とするのである。そのような場合 1 本の振動曲線を之を構成する 2 つの振動曲線に分解するには最少自乗法を用いて解析を行う方法が考察せられている。³⁾

3) C. RUNGE and H. KÖNIG, *Vorlesungen über Numerischen Rechnen* Berlin (1924), 231.

第 II 表

高橋-伏見の方法により得られた振動曲線の数値

各欄の頭書の数字は第 I 表の曲線番号

	16-1	16-2	16-3	19-1	20-1	20-2	20-3	54-1	34-1
1	+154.2	+132.7	+78.2	+65.6	+183.3	+229.1	+206.0	+158.3	+507.5
2	+102.6	+63.5	+52.3	+36.5	+70.7	+176.9	+169.8	+124.7	+350.5
3	-29.1	-46.4	-10.9	+5.9	-25.6	+18.3	+48.2	+26.7	+101.1
4	-102.2	-117.5	-58.6	-29.7	-79.9	-114.9	-65.4	-91.4	-161.4
5	-83.4	-122.2	-58.2	-56.5	-73.1	-135.1	-141.1	-159.9	-335.9
6	-18.6	-33.0	-21.1	-45.1	-47.2	-50.6	-130.4	-140.2	-367.6
7	+34.9	+51.6	+29.1	-0.5	-21.1	+70.0	-70.6	-39.9	-256.6
8	+68.2	+89.7	+52.5	+21.5	-20.1	+133.3	-3.0	+85.1	-63.7
9	+67.2	+67.9	+46.5	+39.4	-30.1	+99.5	+13.3	+161.7	+112.1
10	+18.7	-1.5	+14.8	+22.5	-29.1	+6.1	+35.6	+145.7	+234.8
11	-47.1	-55.5	-21.0	+8.7	+3.1	-87.6	+40.8	+37.0	+256.8
12	-69.3	-73.2	-42.1	-15.2	+61.6	-117.6	+45.4	-88.5	+176.0
13	-43.3	-35.8	-33.6	-25.6	+68.7	-44.3	+6.0	-168.2	+47.2
14	-9.4	+31.2	-4.0	-12.3	+36.9	+39.1	+8.5	-161.5	-67.3
15	+32.9	+71.5	+21.4	+1.1	-23.7	+61.6	-77.1	-67.6	-117.8
16	+74.2	+61.8	+32.5	+6.4	-68.1	+29.1	-58.0	+68.3	-106.8
17	+68.9	+2.5	+25.6	+10.0	-84.5	-38.4	+5.9	+162.1	-50.1
18	+4.5	-54.0	-4.9	+6.3	-52.6	-84.1	+23.9	+169.3	+10.6
19	-71.4	-74.1	-19.6	-2.5	+10.7	-72.5	-44.1	+86.5	+32.0
20	-96.8	-42.9	-35.6	-6.0	+58.6	-17.4	+45.8	-39.5	-12.2

後の説明の便利の爲以下に簡単にその方法を記述する事とする。

今高橋-伏見の方法により解析を行つて得られた振動曲線のとなる時刻の振幅を y とすれば (25.23) 式を参照して振動曲線の型は

	36-1	36-2	36-3	36-4	36-5	36-6	36-7	36-8	36-9	37-1
1	+618.0	+812.1	+757.1	+359.8	+359.8	+334.7	+182.1	+121.5	+118.2	+122.0
2	+509.4	+553.0	+509.5	+147.7	+229.4	+249.0	+136.7	+97.0	+66.7	+99.4
3	+144.6	+303.0	+141.7	-37.3	+103.5	+36.6	+51.8	+39.7	+4.7	+44.3
4	-196.1	-184.9	-204.5	-159.1	-8.2	-180.3	-42.0	-48.9	-60.5	-16.6
5	-423.2	-521.5	-324.0	-94.8	-150.1	-264.5	-73.8	-107.6	-83.9	-61.9
6	-391.2	-711.6	-377.0	-105.1	-142.1	-168.6	-42.0	-137.1	-65.0	-91.6
7	-211.8	-573.4	-265.6	-45.5	-74.8	+36.8	+3.9	-104.8	-26.2	-94.8
8	-8.9	-300.9	-60.4	+90.6	+39.3	+213.9	+40.6	-53.9	+20.2	-69.1
9	+39.9	+54.0	+95.5	+107.2	+118.9	+240.7	+63.6	+9.8	+32.3	-11.7
10	+106.8	+222.9	+177.8	+75.5	+49.5	+132.2	+60.4	+76.3	+42.6	+40.4
11	+122.4	+552.4	+196.6	+1.9	+10.7	-33.3	+39.0	+130.0	+39.0	+76.1
12	+136.2	+642.8	+180.7	-118.8	-56.9	-146.1	-17.6	+164.8	+1.1	+70.4
13	+17.9	+618.8	+104.3	-145.3	-103.5	-147.4	-74.0	+150.3	-43.8	+60.5
14	+25.4	+272.6	-60.8	-111.2	-37.6	-47.1	-98.4	+87.4	-55.1	+36.3
15	-231.2	-17.3	-253.8	-45.8	+16.9	+102.0	-73.5	-21.5	-32.9	+17.9
16	-173.9	-381.0	-286.5	-75.2	+79.8	+176.4	-11.4	-96.0	-9.8	-28.7
17	+17.7	-574.4	-197.3	-76.8	+92.1	+127.5	+46.1	-130.0	+11.6	-47.8
18	+71.7	-589.9	-55.8	-93.9	+35.3	-6.9	+56.9	-134.1	+8.0	-69.5
19	-132.3	-444.9	+58.9	-93.4	-8.1	-150.8	+26.1	-111.8	+19.9	-82.1
20	+157.3	-235.8	+301.6	+19.5	-31.9	-190.2	-11.2	-71.1	+39.4	-63.2

$$y = Ae^{-\varepsilon t} \sin n(t-\tau_1) + Be^{-\alpha t} \sin p(t-\tau) \dots (27.1)$$

と置くことが出来る。問題は此の式から $\varepsilon, n, \tau, \alpha, p, \tau, A$ 及び B の8個の常数を求めればよいのである。(27.1) を書き替えて、

$$y = \alpha_1 e^{\beta_1 t} + \alpha_2 e^{\beta_2 t} + \alpha_3 e^{\beta_3 t} + \alpha_4 e^{\beta_4 t} \dots (27.2)$$

と置く。

	37-2	37-3	37-4	37-5	37-6	37-7	37-8	37-9	49-1	49-2
1	+108.7	+95.8	+121.7	+88.7	+82.2	+52.9	+83.7	+77.4	+159.4	+118.0
2	+86.8	+69.5	+88.8	+52.1	+45.3	+39.2	+66.5	+58.0	+127.9	+81.4
3	+27.1	+7.3	+5.2	+1.5	-15.1	+7.4	+28.4	+9.7	+50.3	+24.3
4	-30.4	-51.6	-56.1	-22.2	-52.1	-20.3	-11.4	-25.4	-38.8	-22.7
5	-72.9	-75.8	-66.7	-29.6	-42.9	-22.7	-36.2	-43.8	-85.4	-54.0
6	-88.4	-56.5	-51.6	-27.4	-6.4	-14.4	-21.2	-53.7	-81.1	-45.3
7	-64.4	+1.4	-35.2	-12.1	+25.6	-4.1	+8.6	-32.5	-37.2	-5.6
8	-22.6	+37.3	+10.8	+7.9	+39.2	-4.7	+35.3	+43.0	-0.8	+31.5
9	+20.9	+63.9	+56.4	+15.4	+20.2	+5.7	+41.2	+17.4	+8.7	+49.9
10	+48.1	+50.4	+51.2	+12.7	-1.5	+18.8	+26.2	+15.1	-17.6	+41.9
11	+53.8	-10.1	+9.9	-8.6	-25.4	+24.6	-7.1	-10.8	-38.2	+30.1
12	+39.9	-59.6	-64.6	-0.7	-41.0	+14.5	-34.2	-37.6	-30.7	+5.9
13	+18.6	-72.1	-88.5	+13.7	-33.7	-6.0	-50.2	-37.9	+7.0	+10.3
14	-11.5	-28.7	-40.6	+45.9	-10.9	-27.9	-35.9	-24.5	+48.2	-16.9
15	-34.9	+34.5	+27.5	+45.6	+14.2	-34.1	-4.1		+70.8	-17.7
16	-45.2	+80.5	+59.0	+20.2	+29.2	-25.4	+20.6		+49.7	-8.5
17	-37.3	+84.4	+57.4	-26.9	+18.0	-5.0	+29.0		-9.6	-20.2
18	-20.6	+38.4	+44.3	-49.3	-1.3	+10.0	+10.5		-75.1	-38.5
19	+3.7	-28.1	+12.5	-52.0	-18.1	+9.4	-21.4		-104.4	-42.3
20	+34.0	-77.9	-32.2	-23.9	-15.9	+5.7	-41.4		-66.7	-45.3

$$\left. \begin{aligned}
 \text{解} \quad \alpha_1 &= -\frac{1}{2} i A e^{+in\tau_1}, & \beta_1 &= -(\varepsilon + in), \\
 \alpha_2 &= +\frac{1}{2} i A e^{-in\tau_1}, & \beta_2 &= -(\varepsilon - in), \\
 \alpha_3 &= -\frac{1}{2} i B e^{+ip\tau}, & \beta_3 &= -(\alpha + ip), \\
 \alpha_4 &= +\frac{1}{2} i B e^{-ip\tau}, & \beta_4 &= -(\alpha - ip),
 \end{aligned} \right\} (27.3)$$

	49-3	49-4	49-5	49-6	49-7	49-8	49-9	49-10	51-1	51-2
1	+113.0	+346.7	+228.1	+253.4	+241.9	+233.9	+179.6	+127.1	+286.7	+236.6
2	+103.8	+288.0	+179.6	+190.9	+172.4	+176.9	+79.2	+99.1	+228.7	+196.6
3	+77.5	+159.7	+61.5	+61.2	+34.8	+62.7	-33.6	+28.8	+108.8	+85.6
4	+29.8	+11.6	-59.8	-42.4	-58.8	-69.8	-113.3	+20.9	-47.0	-24.9
5	-26.0	-93.6	-119.5	-83.4	-119.5	-166.4	-129.5	-103.4	-92.2	-151.9
6	-50.3	-139.8	-88.1	-32.6	-113.3	-161.0	-80.8	-108.0	-121.8	-168.5
7	-35.3	-119.1	+9.0	+46.9	-39.1	-57.8	-37.6	-63.2	-56.4	-114.6
8	-0.5	-43.9	+132.1	+109.3	+46.2	+80.9	+51.7	+7.7	+19.7	-15.5
9	+25.0	+18.0	+216.2	+96.0	+78.5	+182.9	+144.0	+64.4	+74.3	+65.2
10	+25.5	+33.0	+204.2	+30.6	+42.4	+215.3	+122.9	+90.0	+77.3	+87.3
11	-2.8	+18.2	+95.4	-48.1	-9.9	+153.6	+34.5	+70.2	+17.5	+44.4
12	-51.3	-25.7	-54.6	-94.8	-69.5	+5.0	-42.8	+18.6	-83.1	-24.3
13	-83.6	-55.3	-80.1	-57.7	-96.4	-125.4	-86.0	-37.0	-175.7	-61.4
14	-91.8	-76.0	-154.1	-44.8	+80.0	-164.5	-64.5	-76.2	-211.7	-112.5
15	-60.3	-87.6	-66.7	+35.8	-32.1	-89.1	+5.6	-74.8	-168.1	+0.6
16	-5.9	-99.8	+74.6	+58.5	+8.3	+2.0	+106.1	-38.9	-62.2	+107.3
17	+25.9	-124.7	+175.4	+34.5	+19.0	+92.5	+208.6	+12.2	+57.7	+176.3
18	+47.8	-127.7	+193.3	+13.9	-52.8	+138.2	+220.8	+47.3	+140.9	+169.2
19	+52.1	-98.2	+83.3	-46.9	-103.4	+84.7	+142.0	+55.1	+153.1	+90.4
20	+45.3	-40.9	-55.4	-40.4	-101.1	-15.9	-23.7	+30.6	+99.3	-54.9

この t の一定の間隔毎に y が与えられる場合 t は h を公差とする等差級数であると考え

$$v = 1, 2, \dots, n$$

であらわされる整数 v を用いれば

$$y_v = \alpha_1 l^{\beta_1(t_1 + v-1)h} + \alpha_2 l^{\beta_2(t_1 + v-1)h} + \alpha_3 l^{\beta_3(t_1 + v-1)h} + \alpha_4 l^{\beta_4(t_1 + v-1)h} \dots \dots \dots (27.4)$$

トニカ

	51-3	51-4	51-5	51-6	51-7	51-8	51-9	51-10	51-11	51-12
1	+144.5	+214.9	+200.8	+115.0	+803.4	+749.7	+209.1	+140.9	+73.9	+257.4
2	+ 98.2	+182.9	+137.0	+ 89.0	+593.7	+582.3	+447.7	+106.7	+ 53.5	+212.3
3	+ 5.6	+ 96.4	+ 19.1	+ 17.4	+282.1	+140.9	+ 9.1	+ 27.6	+ 9.8	+ 79.4
4	- 95.7	- 7.7	- 98.7	- 60.8	- 44.8	-366.5	-147.5	- 62.7	- 39.5	- 73.8
5	-134.4	- 90.1	-156.6	-101.9	-368.8	-630.1	-224.2	-122.4	- 70.3	-188.1
6	-108.8	-125.0	-131.2	- 89.7	-549.3	-654.0	-201.5	-124.0	- 66.9	-233.1
7	- 34.7	-110.9	- 36.0	- 29.2	-479.4	-361.9	- 77.0	- 69.1	- 31.6	-177.2
8	+ 57.1	- 42.1	+ 57.9	+ 39.5	-126.6	+ 63.8	+ 92.5	+ 11.9	+ 15.3	- 46.5
9	+113.5	+ 34.8	+112.5	+ 86.5	+286.2	+409.8	+206.1	+ 73.9	+ 43.2	+ 95.8
10	+111.1	+ 75.9	+105.9	+ 85.2	+556.8	+550.1	+243.0	+108.1	+ 58.3	+199.7
11	+ 56.5	+ 73.0	+ 36.5	+ 37.7	+585.7	+457.5	+161.0	+ 80.4	+ 34.0	+281.5
12	- 23.4	+ 24.4	- 37.2	- 26.5	+383.1	+102.8	+ 2.0	+ 14.0	- 7.2	+167.7
13	- 89.1	- 15.0	- 93.0	- 69.7	- 47.4	-289.3	-148.2	- 52.3	- 41.1	+ 35.6
14	- 99.3	- 39.9	-102.0	- 75.0	-447.0	-534.8	-248.9	- 98.7	- 61.4	- 94.1
15	- 62.0	- 35.5	- 67.7	- 37.6	-687.6	-551.2	-224.2	- 68.6	- 24.4	-184.9
16	+ 0.6	- 2.9	+ 7.4	+ 22.6	-632.6	-241.1	- 97.3	-12.6	+ 15.3	-212.2
17	+ 57.2	+ 35.5	+ 60.7	+ 67.2	-259.8	+204.8	+ 75.9	+ 53.9	+ 51.7	-151.4
18	+ 81.2	+ 65.4	+ 94.8	+ 75.3	+210.5	+535.4	+195.1	+ 94.8	+ 66.1	- 32.9
19	+ 51.0	+ 81.3	+ 67.3	+ 43.7	+546.3	+596.0	+236.2	+ 92.4	+ 50.7	+ 84.2
20	- 9.4	+ 71.4	+ 14.3	-12.3	-662.0	+406.2	+163.9	+ 26.4	- 6.8	+163.5

となる。ここで

$$e^{\beta_1 h} = Z_1, \quad e^{\beta_2 h} = Z_2, \quad e^{\beta_3 h} = Z_3, \quad e^{\beta_4 h} = Z_4 \quad \dots \dots \dots (27.5)$$

及び、

$$\alpha_1 e^{\beta_1(t_1 + \sqrt{v-1}h)} = f, \quad \alpha_2 e^{\beta_2(t_1 + \sqrt{v-1}h)} = g, \quad \alpha_3 e^{\beta_3(t_1 + \sqrt{v-1}h)} = k, \\ \alpha_4 e^{\beta_4(t_1 + \sqrt{v-1}h)} = l \quad \dots \dots \dots (27.6)$$

	51-13	51-14	51-15	52-1	52-2	52-3	52-4	52-5	52-6	52-7
1	+282.6	+78.5	+71.4	+639.2	+512.5	+635.2	+473.2	+440.6	+444.6	+329.6
2	+219.9	+51.4	+50.8	+453.4	+383.1	+564.7	+393.2	+380.2	+280.3	+273.0
3	+43.5	+5.6	+5.0	+134.5	+138.9	+356.2	+171.2	+144.1	+20.0	+76.0
4	-146.6	-46.2	-36.4	-122.8	-132.3	+82.8	-49.9	-91.5	-211.4	-130.5
5	-267.5	-76.8	-43.1	-291.9	-373.7	-132.4	-303.9	-248.4	-363.6	-242.9
6	-238.6	-62.4	-52.1	-359.0	-373.0	-245.0	-337.1	-234.3	-364.7	-208.8
7	-88.0	-14.0	-12.9	-293.1	-323.5	-235.4	-229.2	-122.7	-233.5	-74.4
8	+96.0	+43.8	+40.5	-51.7	-74.2	-103.5	-31.1	+2.2	-70.4	+29.4
9	+211.5	+78.4	+59.8	+209.5	+168.7	+50.4	+130.4	+83.5	+111.2	+87.3
10	+197.9	+69.4	+56.1	+237.5	+342.4	+108.6	+174.5	+48.8	+227.8	+60.2
11	+95.8	+18.7	+20.7	+153.9	+416.6	+24.4	+88.8	-69.4	+244.6	-8.6
12	-32.7	-41.6	-19.9	+33.2	+213.0	-171.8	-48.7	-180.6	+121.7	-40.7
13	-131.7	-76.5	-53.4	-168.5	-68.3	-334.3	-122.8	-283.7	+60.9	-32.7
14	-134.7	-68.6	-58.9	-249.5	-300.3	-365.2	-225.0	-272.2	-2.9	+31.9
15	-80.7	-21.1	-30.3	-147.4	-399.9	-246.1	+1.2	-57.5	-98.5	+75.6
16	+83.8	+39.1	+15.6	+51.3	-268.3	-5.3	+214.7	+155.0	-162.5	+44.1
17	+168.9	+77.0	+46.2	+162.9	-44.3	+263.9	+352.7	+374.8	-185.6	-17.8
18	+142.6	+73.6	+59.7	+168.1	+251.5	+495.2	+338.4	+448.7	-162.5	-87.7
19	-5.6	+20.9	+37.0	+114.2	+134.7	+591.6	+180.8	+338.9	-90.5	-112.5
20	-142.9	-31.7	-6.0	+12.1	+393.3	+507.1	-109.9	+173.4	+5.2	-69.8

と置けば、

$$y_v = f + g + k + l$$

$$y_{v+1} = f z_1 + g z_2 + k z_3 + l z_4$$

$$y_{v+2} = f z_1^2 + g z_2^2 + k z_3^2 + l z_4^2$$

$$y_{v+3} = f z_1^3 + g z_2^3 + k z_3^3 + l z_4^3$$

$$y_{v+4} = f z_1^4 + g z_2^4 + k z_3^4 + l z_4^4$$

	52-8	52-9	52-10	52-11	52-12	52-13	52-14	52-15	52-16	52-17
1	+275.9	+110.2	+107.9	+83.8	+103.4	+127.8	+121.7	+771.2	+896.1	+248.5
2	+202.2	+72.5	+68.9	+47.7	+89.3	+92.5	+90.9	+525.2	+645.1	+179.7
3	+38.7	+24.5	+31.1	-4.1	+31.5	+13.3	+23.8	+39.0	+111.3	+91.2
4	-105.1	-41.2	-2.4	-52.8	-35.8	-68.7	-33.0	-430.3	-462.8	-111.5
5	-184.8	-72.2	-45.0	-67.7	-90.6	-106.7	-54.3	-702.7	-818.4	-207.5
6	-143.7	-57.4	-42.7	-44.2	-81.7	-80.1	-27.9	-650.6	-816.0	-204.8
7	-41.2	-13.3	-22.4	-9.3	-37.5	-12.8	+15.2	-282.2	-357.4	-118.7
8	+71.9	+22.6	+11.8	+33.7	+20.2	+57.9	+55.3	+202.4	+181.8	+18.3
9	+124.6	+31.0	+35.6	+44.5	+60.8	+100.3	+55.8	+596.9	+697.0	+144.0
10	+109.1	+21.3	+44.9	+34.3	+53.2	+69.6	+12.4	+738.4	+914.6	+206.8
11	+47.1	-14.5	+3.2	+9.9	+21.4	+14.4	-47.2	+561.7	+805.5	+189.2
12	-43.8	-21.5	-17.1	-15.5	-14.2	-59.1	-85.6	+119.1	+205.6	+57.8
13	-103.6	-12.4	-31.1	-24.3	-34.3	-112.6	-91.0	-365.3	-307.6	-73.1
14	-146.4	+0.8	-11.3	-20.6	-23.8	-100.9	-56.1	-691.4	-719.4	-201.6
15	-103.7	+16.8	+4.8	-7.9	-4.5	-39.8	+1.3	-684.6	-798.9	-237.3
16	-22.8	+12.3	+23.9	+4.0	+18.1	+48.5	+37.4	-383.7	-465.5	-175.4
17	+55.6	+15.7	+27.6	+14.1	+28.4	+101.2	+38.7	+94.7	+35.4	-38.3
18	+119.2	+14.2	+10.6	+5.4	+16.1	+101.5	+13.3	+503.4	+512.8	+116.8
19	+98.4	+9.7	-2.4	-9.5	-19.1	+46.6	-18.7	+678.6	+681.2	+183.1
20	+41.4	-11.5	-9.5	-11.2	-42.3	-33.8	-30.4	+540.1	+563.8	+234.2

となる。之より f, g, h 及び l を消去するのこ

$$-(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4) = S_1$$

$$Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_4 + Z_4 Z_1 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_4 = S_2$$

$$-(Z_1 Z_2 Z_3 + Z_2 Z_3 Z_4 + Z_3 Z_4 Z_1 + Z_4 Z_1 Z_2) = S_3$$

$$Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 = S_4$$

.....(27.8)

と置けば、 Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 は

	52-18	52-19	52-20	52-21	52-22	52-23	52-24	52-25	52-26	52-27
1	+239.3	+105.6	+107.9	+138.2	+155.3	+164.4	+185.9	+189.3	+111.9	+164.2
2	+243.5	+81.9	+92.8	+135.4	+116.4	+135.2	+89.4	+122.0	+52.2	+80.3
3	+105.9	+27.3	+52.6	+75.0	+40.4	+16.6	+0.6	-2.7	+14.3	+4.3
4	-63.8	-34.9	-4.7	+13.0	-35.4	-93.6	-112.9	-119.9	-20.2	-98.9
5	-189.5	-82.4	-61.5	-40.6	-94.2	-140.7	-139.7	-167.7	-45.1	-137.7
6	-230.5	-100.8	-93.9	-76.0	-72.0	-111.4	-102.9	-106.5	+14.6	-92.4
7	-175.7	-85.4	-84.7	-68.0	-21.0	-22.9	-7.6	-2.0	+20.7	-9.8
8	-61.8	-49.4	-56.4	-19.2	+0.9	+64.5	+79.5	+120.9	+66.9	+74.2
9	+51.4	-4.4	-7.5	-1.9	+25.9	+108.6	+125.4	+165.7	+44.8	+138.1
10	+116.9	+29.4	+38.3	+1.3	+10.4	+83.5	+116.7	+144.5	+45.1	+107.4
11	+119.6	+40.6	+64.1	+13.4	-17.2	+20.8	+39.9	-2.4	+5.3	+1.0
12	+72.2	+26.8	+59.2	-3.4	-13.0	-45.2	-28.5	-86.1	-6.1	-74.5
13	+0.1	-0.6	+19.7	-46.1	+5.2	-73.6	-91.4	-171.2	-4.2	-152.4
14	-55.7	-30.1	-22.4	-79.1	+23.2	-64.4	-107.1	-122.4	-20.9	-171.7
15	-74.9	-46.6	-56.9	-83.9	+47.0	-24.7	-68.7	-32.9	+21.4	-95.0
16	-58.4	-41.2	-70.8	-58.2	+31.1	+24.4	-10.4	+85.0	-4.8	-2.2
17	-27.2	-17.0	-48.7	-22.2	-18.2	+54.1	+86.3	+149.4	+38.9	+122.5
18	-5.9	+18.6	-15.3	-6.9	-44.5	+44.5	+114.7	+106.3	-19.5	+151.3
19	-15.9	+50.9	+26.1	+13.0	-74.4	+16.6	+89.8	+31.4	+9.1	+139.0
20	-41.4	+68.5	+58.6	+3.1	-63.6	-19.0	+24.6	-70.9	-25.6	+53.1

$$Z^4 + S_1 Z^3 + S_2 Z^2 + S_3 Z + S_4 = 0 \quad \dots\dots\dots (27.9)$$

の根となるから

$$y_{\nu} S_4 + y_{\nu+1} S_3 + y_{\nu+2} S_2 + y_{\nu+3} S_1 + y_{\nu+4} = 0 \quad \dots\dots\dots (27.10)$$

となる。上の式を S_4, S_3, S_2 及び S_1 の4個を未知の係数とする観測方程式と見て、 y_{ν} の m 個の値より得られる $(m-3)$ 個の観測方程式より普通の方法により *normal equation* をつくり之を解いて係数

の値を定めれば(27.9)の4次方程式の係数が求められたこととなる。従つて次にこの4次方程式を解いて4個の根を求めるとき、(27.1)が減衰正弦曲線であるならば(27.9)の根は2組の共軛複素数で與えられる筈である。之を

$$\begin{cases} Z_1 = a + ib, & \begin{cases} Z_3 = c + id \\ Z_4 = c - id \end{cases} \\ Z_2 = a - ib, & \end{cases}$$

とする。(27.1)の実験式が虚数を含まないためには α, β 等も亦虚数でなくてはならないが、その形は当然(27.3)のようになるべきである。従つて、(27.1)の如く求められた Z の値は(27.3)及び(27.5)より、

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= e^{\beta_1 h} = a + ib = e^{-(\varepsilon + i n) h} \\ Z_2 &= e^{\beta_2 h} = a - ib = e^{-(\varepsilon - i n) h} \\ Z_3 &= e^{\beta_3 h} = c + id = e^{-(\alpha + i p) h} \\ Z_4 &= e^{\beta_4 h} = c - id = e^{-(\alpha - i p) h} \end{aligned} \right\} \quad (27.12)$$

である。これより ε, n, α 及び p を求めれば

$$\varepsilon = -\frac{1}{2h} \log_e (a^2 + b^2)$$

$$n = \frac{1}{h} \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

及び

$$\alpha = -\frac{1}{2h} \log_e (c^2 + d^2)$$

$$p = \frac{1}{h} \tan^{-1} \frac{d}{c}$$

となる。このようにして振動率及び減衰係数が求められれば之等の値を再び(27.1)式に入れることにより(27.1)は A, B, τ_1 及び τ_2 の4個のみを未知係数とする式となるので、この式について更に今一回観測値 y_r を用いて最少自乗法を行えば、上の4個の係数を決定することが出来る。

以上の如くにして尾部の振動曲線に就いて第2節に述べた高橋-伏見の解析法を行つて得られた振動曲線に、この第26節に述べた解析法を

行えば、振動系の自由振動の週期、減衰率及び週期的な外力の週期、減衰率並びに夫々の振動の振幅、位相差等の全てを知ることが出来る筈である。

次に今ここで述べられた解析法に従つて第1〜7図に示されている振動曲線の解析を行おうとするのであるが、図の中の幾つかの振動曲線は極めて簡単な正弦曲線の型をなしてなり、2本の減衰性正弦曲線が重り合ったものと考えるよりは寧ろ1本の減衰性正弦曲線であると推定する方が適當であると考えられるものもある。勿論それらの振動曲線についても上述の方法を行えば週期及び減衰率等を解析的に知ることが出来るが上述の方法による計算は容易ではないのでそのような場合には始めから1本と假定して計算を行つた方が遙かに有利であつて、それらの結果より週期、減衰率等を知ることが出来る。1本の減衰曲線として解析を行う場合には(27.1)の右辺は第1項しかないと考えるのであるが故に(27.10)の観測方程式に対応すべき式より *normal equation* を求めれば2個の未知係数を含む式が得られる。この未知数は(27.9)に対応して

$$Z^2 + S_1 Z + S_2 = 0 \dots\dots\dots (27.15)$$

であらわされる2次方程式の係数を与えるのでこの2次方程式が1組の共軛複素数根を持つ場合には以下前の時と全く同様に計算すれば振動曲線の週期及び減衰率等を求めることが出来る。

之等の解法に於て最も特色とする所は(27.9)又は(27.15)の4次方程式又は2次方程式を解くことであつて之が共軛複素根を與える時に限り週期を求め得ることとなる。

§ 28. 振動曲線の解析 第27節に得られている振動曲線について上に述べた方法により解析を行い、振動曲線を構成する要素を見出すこととする。先ず第1〜7図より明らかに1つの正弦曲線よりなると思われるものを除き夫々の地震について1〜2個宛の振動曲線について4次式を解く方法により解析を行うこととした。これらの図に現われている

振動曲線は大体に於て減衰型の正弦曲線又はそれが組合せられたものに近い形を現わしている事が窺われる。併し詳しく調べれば、必ずとも恒次ぐ極大が漸次に振幅が小さくなっているとは限らず、理論的に期待せられるような減衰曲線ではないことがあるが大多数のものに於ては、少くとも第1、第2の極大迄又は更に第3の極大あたり迄は減衰性正弦曲線の性質は保たれていることを認めることが出来る。之等の曲線の減衰性が途中で失われる現象については別の機会⁴⁾に論ずることとするが、こゝでは減衰性が保たれていると推察せられる所までで曲線を打切つて、最少自乗法を行うこととした。計算を行うための観測方程式に採るべき値としては第3の極大迄の項の値を用いることとした。

之等の曲線に就いて最少自乗法を行つて解析を遂行した結果は第Ⅲ表に

第Ⅲ表 4式方程式を解いて求められた減衰性正弦曲線の常数

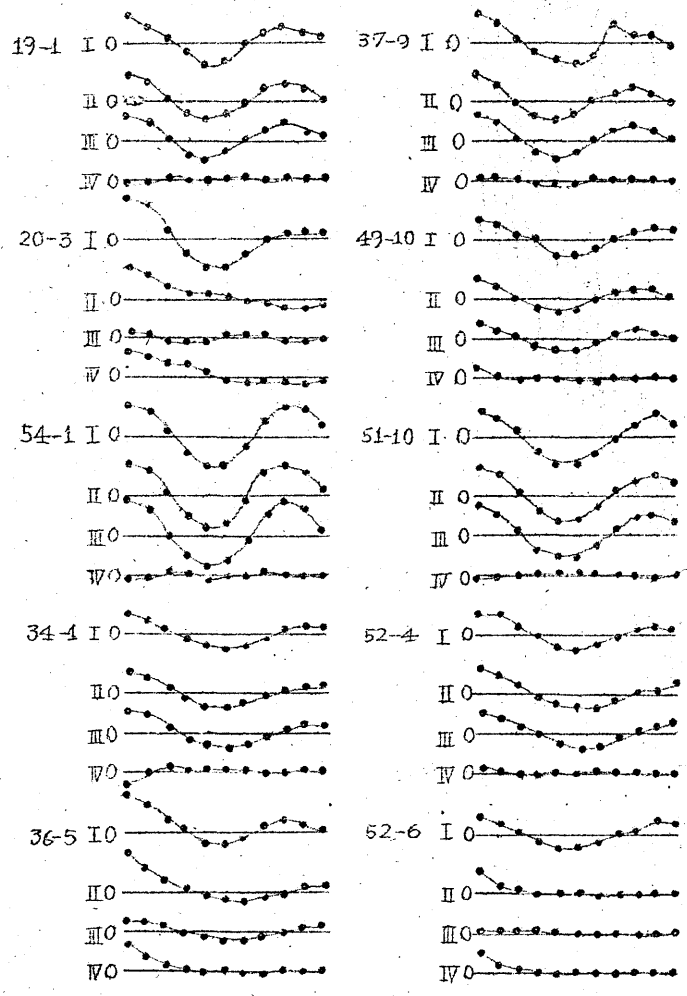
曲線番号	ε	α	n	ρ	T_n	T_ρ	A	L
19-1	-0.0707	-0.5383	44° 45'	56° 29'	16.08	6.4	+34.51	- 3.77
20-3	-0.0311	-0.1577	61° 41'	19° 31'	5.9	36.88	+ 9.79	+67.58
54-1	-0.0115	-0.6712	44° 01'	67° 33'	16.36	10.66	+89.05	-12.62
34-1	-0.0899	-0.9502	36° 22'	54° 46'	19.84	13.14	+282.28	- 31.94
36-5	-0.0364	-0.5728	33° 10'	23° 50'	21.70	30.25	+54.78	+127.81
37-9	-0.0942	-0.3995	45° 14'	46° 55'	15.92	15.46	+35.03	+ 4.09
49-10	-0.0145	-0.3234	43° 57'	42° 25'	16.40	17.00	+33.06	+18.63
51-10	-0.0348	-0.5204	40° 33'	38° 14'	17.76	19.00	+72.92	- 1.35
52-4	-0.0588	-0.9333	34° 34'	38° 26'	20.84	18.74	+200.74	+44.42
52-6	-0.0565	-0.8378	23° 41'	39° 13'	30.40	18.38	+ 4.30	+241.94

4) 表俊一郎「高橋-伏見の方法による地震動尾部の解析結果」、地震研究所談話会発表、第202回(1944)

挙げた如くである。之等の計算をなすにあつては第25節に於て(25.23)式より期待せられる如く、求められる振動曲線は $t=0$ の所が振幅最大の曲線となるべきであることが予想せられるので週期及び減衰率を決定した後で振幅を求めるにあつては、(27.1)式の位相の差を与える項を0と見て、 $t=0, T=0$ と置いて計算を遂行した。第Ⅱ表の各行に頭書した文字は(27.1)式の記号と同じ意味であり、 T_n 及び T_p は振動率夫々

々々及び ω である振動の週期を、秒を單位として現わしたものである。

此のようにして得られた曲線と實際に求められている曲線とを比較すれば第8図のようになる。之等の図に於てIは高橋一状見の方法により求められた振動曲線、IIは計算により求められた曲線、III及びIVはIIの曲線を分解して得られる2つの正弦曲線である。いずれの図に於ても計算より求められたものは略々概測より



第 8 図

I; 振動曲線、III、IV; Iを2つの成分に分解した曲線、II; IIIとIVを合成したるの

ト
四
角

得られたものとよく似た形を与えている事が解るが、Ⅲ、Ⅳの曲線の中
 2, 3のものは始めの位相が π だけ異り、始めから負の値となって現れ
 ているものがあるが、これらの図から見てもこのように分解して考うる
 ことは可能であると思われる。然し之等の曲線に就いては、減衰の大き
 い方の波の影響はむしろ極めて小さく、振動曲線の形を支配するのに大
 部分の役割をはたすものは、減衰係数の小さい方のいずれか1つの波で
 あるように見える。

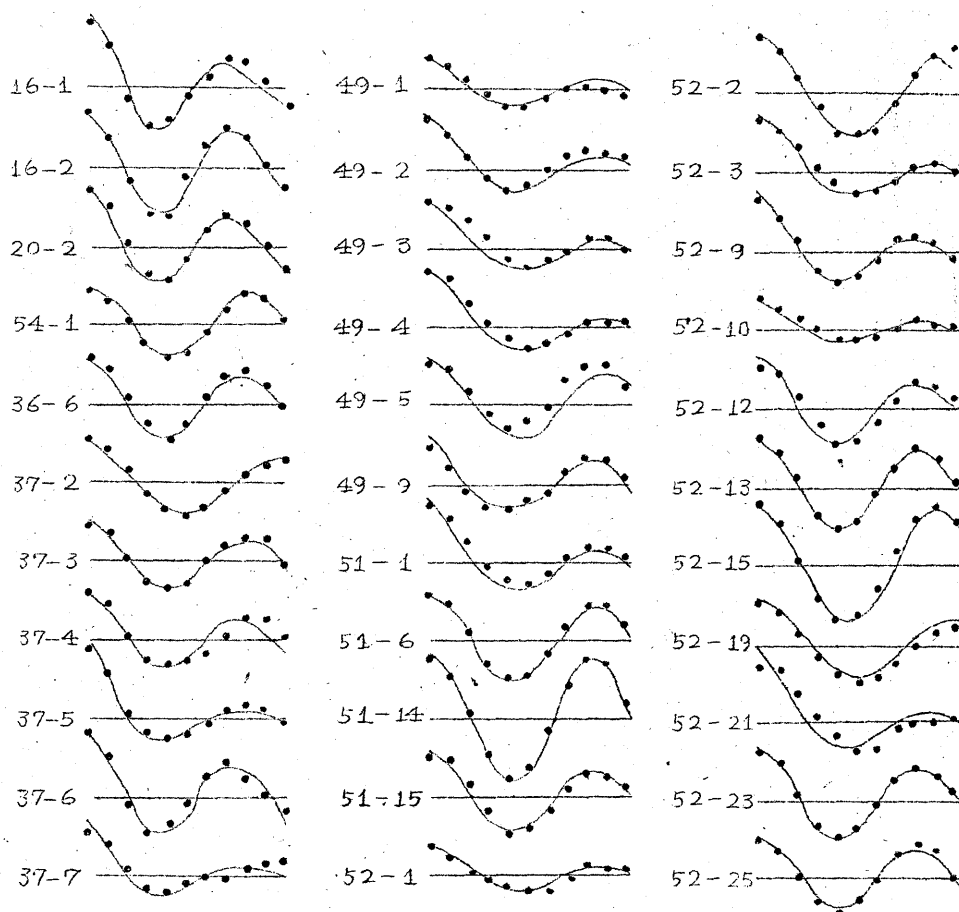
此のように解析して得られた週期に就いては他の振動曲線の週期を求

第Ⅳ表 2次方程式を解いて求められた減衰性正弦曲線の常数

曲線 番号	ε	ω	T	A	曲線 番号	ε	ω	T	A
16-1	0.168	51 23	7.01	395.644	51-1	0.197	41 06	17.56	642.659
16-2	0.049	49 01	7.34	273.748	51-6	0.025	43 20	16.62	239.972
20-2	0.099	51 53	6.94	477.396	51-14	0.001	43 34	16.52	157.160
54-1	0.010	44 23	16.22	364.714	51-15	0.052	43 30	16.56	221.358
36-6	0.050	47 19	15.21	692.202	52-1	0.138	39 27	18.26	741.766
37-2	0.063	36 33	19.70	204.716	52-2	0.042	39 20	18.30	1051.983
37-3	0.079	44 03	16.34	213.050	52-3	0.207	36 47	19.56	1530.230
37-4	0.083	48 29	14.86	226.346	52-9	0.156	44 38	16.14	2578.848
37-5	0.262	43 14	16.66	197.462	52-10	0.280	42 47	16.84	280.259
37-6	0.102	48 23	14.88	154.754	52-12	0.077	44 24	16.28	258.741
37-7	0.196	45 14	15.92	133.194	52-13	0.016	43 49	16.44	232.288
49-1	0.181	42 11	17.08	360.774	52-15	0.005	39 27	18.26	1513.130
49-2	0.153	40 03	17.98	258.493	52-19	0.064	34 24	20.94	239.822
49-3	0.136	37 33	19.18	223.619	52-21	0.235	40 00	18.00	378.014
49-4	0.196	36 30	19.72	736.259	52-23	0.069	44 10	16.28	389.700
49-5	0.022	40 11	17.90	415.161	52-25	0.035	43 41	16.50	384.975
49-9	0.091	43 33	16.72	420.052					

めた後に、それ等と一緒に論ずることとする。

次に第2には、第1〜7図に得られた振動曲線の中、1本の正弦曲線よりなるらしく思われる振動曲線に就いて2次方程式を解く方法により解析を行った結果は第IV表にあげた如くである。之等に於ても振幅の大きさを決めるにあたりては $\tau = 0$ と仮定して計算を行った。計算により得られた曲線と、実際に求められた曲線とを比較する為第9図には計算より得られた曲線に重複して第II表に得られた振動曲線の値が黒の丸



第 9 図

高橋一伏晃の方法により得られた値
曲線は2次式を解いて計算により得られたもの

で示されている。夫々の曲線番号に応じて第1~8回と対比すれば大多数のものに於てはよく一致しているのが見られる。

現在の研究に於て求められた振動曲線のその要素の中で最も問題としようとしているのは振動曲線の週期である。而して以上の如くにして解析を行つて週期を求めた32個の振動曲線は週に見られる如く、元来明らかなに正弦曲線の形をなしており図の上からメノゴにて週期を算定して求められる週期は、最少自乗法を行う労力を費して求められる値と大きな差異のないであろうことは略々推察し得るところである。従つて之等2次式を解く方法により解析を行つた曲線の各々について、曲線の始めから第1の極小迄の時間の2倍、即ち、半週期の2倍と、第2の極大迄の時間、即ち、1週間との2つを平均したものをその曲線についてメノゴにより求められた週期の値とし、之を最少自乗法によつて求められたものと比較すれば第V表のようになり、計算を行つた32本の曲線について *Probable error* は $\pm 0.2 \pm \text{sec}$ にすぎない。従つて上記の32本及び4次式を解いて解析を行つた10本の曲線を除いた残余の曲線については、筆に図の上から自算により週期が求められた。

第V表 T及びT'の比較

T; 計算により求められた週期

T'; 視察により求められた週期、 $T' = \frac{1}{2}(T_a + 2T_i)$

T_i; 振動曲線の半週期、T_a; 振動曲線の1週期

曲線番号	T _i	T _a	T'	T	曲線番号	T _i	T _a	T'	T
36-5	8.6	16.4	16.8	16.80	37-6	7.2	14.6	14.5	14.88
36-6	7.4	15.4	15.1	15.21	49-1	8.8	16.8	17.2	17.08
37-2	9.8	19.4	19.5	19.70	49-2	8.8	17.2	17.4	17.98
37-3	8.2	16.6	16.5	16.34	49-3	9.6	17.8	18.5	19.18
37-4	7.6	15.4	15.3	14.86	49-4	10.2	18.8	19.6	19.72
37-5	8.4	16.8	16.8	16.70	49-5	9.0	17.4	17.7	17.92

曲線番号	T_i	T_a	T'	T	曲線番号	T_i	T_a	T'	T
49-9	8.4	16.8	16.8	16.72	52-9	8.4	16.2	16.5	16.14
51-1	9.0	17.2	17.6	17.56	52-10	8.6	16.4	16.8	16.8
51-6	8.2	16.6	16.5	16.62	52-12	8.4	16.4	16.6	16.28
51-9	8.8	17.6	17.6	17.84	52-13	8.4	16.2	16.5	16.44
51-11	8.4	16.8	16.8	16.22	52-15	8.8	18.4	18.0	18.26
51-14	8.4	16.6	16.7	16.52	52-18	9.6	19.2	19.2	19.06
51-15	8.4	16.6	16.7	16.56	52-19	10.4	20.2	20.5	20.94
52-1	9.2	17.6	18.0	18.25	52-21	9.6	18.6	18.9	18.00
52-2	9.2	18.8	18.6	18.30	52-23	8.2	16.4	16.4	16.28
52-3	10.4	16.8	18.8	19.56	52-25	8.2	16.4	16.4	16.50

§ 29. 誤差. こゝで誤差のことについて一言触れて置くこととしよう。±次方程式を解いて2本の減衰性正弦曲線(第8図)を求めた場合の観測方程式は(27.40)式

$$y_{\nu} S_4 + y_{\nu+1} S_3 + y_{\nu+2} S_2 + y_{\nu+3} S_1 + y_{\nu+4} = 0 \dots\dots\dots (29.1)$$

である。これより *normal equation* をつくり S_i を求めれば、 S を夫々の観測方程式に代入した場合の残差 v は

$$y_{\nu} S_4 + y_{\nu+1} S_3 + y_{\nu+2} S_2 + y_{\nu+3} S_1 + y_{\nu+4} = v \dots\dots\dots (29.2)$$

となる。これより一方程式の *probable error* を求めることが出来る。而して y の *probable error* を r_y とすれば、実は *normal equation* の係数の中に夫々観測値がはいつているのであるから一般の誤差論の場合の如く、

$$r_y = r / \sqrt{1 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2} \dots\dots\dots (29.3)$$

と置いたのでは概略の r_y の値を求めうるにすぎないが之で大體の見当はつけられるであらう。 r と r_y の値は第VI表(A)にあげてある。それによれば r_y は第II表 y の値に対して小さい値となっているので±等の実験式を採用せうということが出来るであらう。

第 VI 表 振動曲線の誤差

A			B			
曲線番号	γ	γ_y	曲線番号	γ	γ_y	Δt_{sec}
19 - 1	4.80	3.70	16 - 1	8.93	5.24	1.60
20 - 3	11.92	6.61	20 - 2	8.38	5.18	1.21
54 - 1	3.80	2.31	54 - 1	3.20	1.58	1.49
34 - 1	7.86	2.83	36 - 6	3.35	2.50	1.72
36 - 5	17.81	10.06	37 - 2	3.07	1.50	2.84
37 - 9	16.30	14.20	49 - 1	4.67	2.69	3.02
49 - 10	11.71	9.00	51 - 6	1.78	0.90	1.08
51 - 10	4.62	3.74	51 - 14	2.25	1.28	1.16
52 - 4	18.95	12.55	52 - 1	4.10	2.23	0.78
52 - 6	22.38	12.01	52 - 23	3.11	1.21	1.62

2次方程式を解いて1本の減衰性正弦曲線(第9図)を求めた場合の観測方程式

$$y \nu^2 S^2 + \gamma \nu + 1 S + \gamma \nu + 2 = 0 \dots\dots\dots (29.4)$$

に対しては各々の地震について1つずつの振動曲線をえらび γ 及び γ_y の値を計算した結果は第 VI 表 B に示された通りである。ついでに γ にこの程度の誤差があるとした場合週期などの程度の差異が生じるかということも同じく第 VI 表最後の欄にあげてある。この場合にも (29.3) 式で述べたと同じ注意が必要であるが γ の値にくらべて γ_y の値は可なり小さいのでこのような実験式を採用して差支えないと考えるであろう。

§ 30. 振動曲線の週期

此のようにして第 1 ~ 7 図にあげた 79 本の総べての振動曲線について振動週期を求めることが出来たので以下に第 1 ~ 7 図の振動曲線 1 つ 1 つについて考察を行つて見よう。

第1圖の振動曲線の中始めの3個の曲線は塩屋崎の地震 (No. 16) によるものでいずれも簡単な正弦曲線をなしている。次の 19-1 気仙沼地震 (No. 19) の曲線に於ては4次式を解いて解析を行った結果2つの曲線に分かれその1つは週期6.4秒他は8.0秒となる事が知られた。河内大和地震 (No. 20) の曲線については 20-1, 2 から夫々6.8秒, 6.9秒の週期が明らかに見られるに反し 20-3 には必ずしも一見して図から明瞭な週期を定めるには疑わしい形をなしているのを解析した結果は、

$T_1 = 5.8$ 秒, $T_2 = 18.5$ 秒の2つの週期があることが解つた。嘉義地震 (No. 54) の曲線 54-1 も2つの週期をもち $T_1 = 10.7$ 秒, $T_2 = 16.4$ 秒となる。Celebes 海の地震 (No. 34) の曲線 34-1 について $T_1 = 13.1$ 秒, $T_2 = 19.8$ 秒となる。

第2圖は Celebes 地震 (No. 36) による振動曲線である。これでは 36-1 乃至 36-3 即ち第40分~50分の間で解析を行った曲線は大多数週期 20秒前後の波を現わしており又反し 36-6 ~ 36-9, 即ち第50分~70分の間で解析を行ったものでは大多数は週期 15秒程度の波が現われている事を知ることが出来る。併し2つの区間で波の週期が確然と異つてゐるわけではなく、多少は入り交つてゐるのが見られる。

36-5 を2つの曲線に分解した結果 $T_1 = 15.1$ 秒, $T_2 = 21.7$ 秒となる。此のようにして Celebes の地震については略々2つの異つた週期が現われて来ている如く見られるのでそれらを別々に平均すれば、

$T_1 = 15.4 \pm 0.10$ 秒, $T_2 = 20.3 \pm 0.47$ 秒となる。

第3圖 New Guinea の地震については、第50分頃に 20秒の週期の波が現われているのに対しそれ以後には 15秒の週期の波が現われる。而して極めて終末部に近く第100分の頃の曲線 37-9 を2つの曲線に解析した結果は、 $T_1 = 15.5$ 秒, $T_2 = 15.9$ 秒となつてゐる。今第70分以後の週期について、16秒以上の週期と 15秒の週期と2つの種類があるものと強いて考へることとすれば、之等を夫々の群について平均すれば、夫々 15.4 秒, 16.1 秒となる。第50分の頃に現われ

に週期を考慮に入れて *New Guinea* の地震の尾部については3種類の週期が見られると考えれば、夫々 $T_1 = 15.4 \pm 0.14$ 秒、 $T_2 = 20.3 \pm 0.12$ 秒、 $T_3 = 16.3 \pm 0.16$ 秒とすることが出来る。

Mexico の地震の解析を行った結果が第4図に示されている。図に見る如く大多数の振動曲線については17秒の週期が現われているが49-3、49-4にて20秒の波が見られ、極めて終末部に近く第101~103分の間で解析を行った結果得られた曲線49-10からは16.4秒、17.0秒の週期が得られている。*Mexico* の地震についてもそれぞれの群について平均を行えば、 $T_1 = 17.3 \pm 0.12$ 秒、 $T_2 = 19.5 \pm 0.17$ 秒、及び $T_3 = 16.6 \pm 0.11$ 秒の3つの週期のあることを知る事が出来る。

第5図に *Peru* の地震より求められた振動曲線が示されている。51-1乃至51-6は東西成分、51-7乃至51-15は南北成分より求められたものである。東西成分から求められたものには第60~80分の間でいずれも17秒の週期があらわれており、終末部に近い120分のものでは16秒の週期が現われている。之に対して南北成分から求めたものでは第50分の近くで19.8秒、19.0秒の週期が現われており又第70~71分を解析した結果17.8秒、19.0秒の週期が混在していることが解つた。この他に東西成分のものに現われていた17秒の週期が見られることは勿論である。第100分以後の波では極めて美しい16秒の週期の正弦曲線が得られている。このようにして *Peru* の地震について求められた週期は $T_1 = 17.6 \pm 0.04$ 秒、 $T_2 = 19.5 \pm 0.13$ 秒及び $T_3 = 16.6 \pm 0.03$ 秒となる。

Chili の地震について解析を行った結果が第6、7図に示されている。第6図52-1乃至52-14は東西成分、第7図52-15乃至52-27は南北成分より得られた振動曲線である。高橋-伏見の解析法を遂行するにあたり、*Chili* の地震による地震記録は良好なものが見られたので研究の始めには先ず第1に此の記録に基づいて詳しい解析を

行つたのである。既に第4章に見出されし所により之等震央距離極めて大なる地震については第2尾部に於ては16秒の週期をもつ極めて一様な週期の振動が繰返されることが知られてゐたが、第2尾部に属する種々の区間に就いて高橋一状見の解析を行つた結果このことは確かにそうであることが確認せられた。第1尾部については、平均週期は第2尾部の場合と異り必ずしも一様な値を示さないことが指摘せられていたのであり、51-4の曲線につき4次式による解析を行つた結果20.8秒、18.7秒の2種類の週期を得た。第1尾部の区間に属する振動曲線52-1～52-5及び52-15～52-21について見るに明らかに2つの週期を持ち、1つは18秒、他は20秒の週期の存在することを認めることが出来る。従つてそれら3種類の群の週期があるとして之を求めれば東西成分に就いては $T_1 = 18.3 \pm 0.08$ 秒、 $T_2 = 20.2 \pm 0.40$ 秒及び $T_3 = 16.4 \pm 0.16$ 秒となり南北成分については $T_1 = 18.2 \pm 0.06$ 秒、 $T_2 = 20.0 \pm 0.34$ 秒及び $T_3 = 16.4 \pm 0.04$ 秒と求める事が出来る。此の結果を見れば、3種のいずれの週期についても確率誤差は同じ程度であり第1尾部の放についてはこのようにして分解して考察することが適當であることが明らかにせられた次第である。

以上の如くにして夫々の振動曲線から求められた全ての週期は第VII表に示される通りである。

第VII表 振動曲線から求められた週期

曲線番号	T	曲線番号	T	曲線番号	T
16 - 1	7.0 <i>sec.</i>	20 - 3	5.9, 18.5 <i>sec. sec.</i>	36 - 4	15.9
16 - 2	7.3	54 - 1	10.7, 16.4	36 - 5	15.1, 21.7
16 - 3	7.1	54 - 1	13.1, 19.8	36 - 6	15.2
19 - 1	6.4	36 - 1	18.8	36 - 7	15.6
20 - 1	6.8	36 - 2	21.7	36 - 8	21.2
20 - 2	6.9	36 - 3	19.4	36 - 9	15.3

曲線番号	T	曲線番号	T	曲線番号	T
37-1	^{sec} 20.8	51-3	^{sec} 17.3	52-9	16.1
37-2	19.7	51-4	17.5	52-10	16.8
37-3	16.3	51-5	17.4	52-11	16.4
37-4	14.9	51-6	16.6	52-12	16.3
37-5	19.2, 16.7	51-7	19.8	52-13	16.4
37-6	19.7	51-8	19.0	52-14	16.3
37-7	15.9	51-9	17.8	52-15	18.3
37-8	15.6, 15.9	51-10	17.8, 19.0	52-16	18.2
37-9	15.5	51-11	17.6	52-17	18.3
49-1	17.1	51-12	20.0	52-18	19.1
49-2	17.9	51-13	17.4	52-19	20.9
49-3	19.2	51-14	16.5	52-20	20.1
49-4	19.7	51-15	16.6	52-21	18.0
49-5	17.9	52-1	18.3	52-22	16.4
49-6	16.6	52-2	18.3	52-23	16.3
49-7	17.3	52-3	18.7, 19.6	52-24	16.3
49-8	17.5	52-4	20.8	52-25	16.5
49-9	16.7	52-5	18.0	52-26	16.2
49-10	17.0, 16.4	52-6	18.2	52-27	16.4
51-1	17.6	52-7	16.3		
51-2	17.8	52-8	16.6		

§ 31. 高橋-伏見の解析法により見出された週期と震央距離との関係。以上の如く前節に於ては個々の地震について夫々それらの地震動の尾部に存在している振動週期の解析を行った結果その中に存在している週期を見出すことが出来た。それらの結果第 VII 表に示されている週期を夫々の地震毎に平均して夫々の地震による尾部の卓越週期を求めれば

第 VIII 表に見られる如くなる。表に見る如く之等の週期は夫々の地震について 2 つ又は 3 つの異なる種類の群があることが明らかであり、 T_1 , T_2 及び T_3 と記されている。之等の週期を夫々の地震の震央距離に応じて図示すれば第 10 図の如くなる。第 1 に T_1 の群の週期は (第 10 図黒丸) 夫々の地震について、既に第 1 ~ 4 章に於て尾部の平均週期曲線より求められた夫々の地震の卓越週期の値と略々一致しており、震央距離と共に増大する傾向が明らかに認められる。之に反して T_2 及び T_3 の群の週期の大きさはいずれの地震についても $T_2 =$ 略々 20 秒、 $T_3 =$ 略々 16 秒であつて震央距離に關係せず一定の値であるように見られる。先に平均週期より求められた卓越週期に於ても、震央距離 40,000 Km を超える 5 個の遠地地震 *Mexico, Ecuador, Peru, Chili* 及び *South Georgia* の地震に就ては、第 2 尾部の

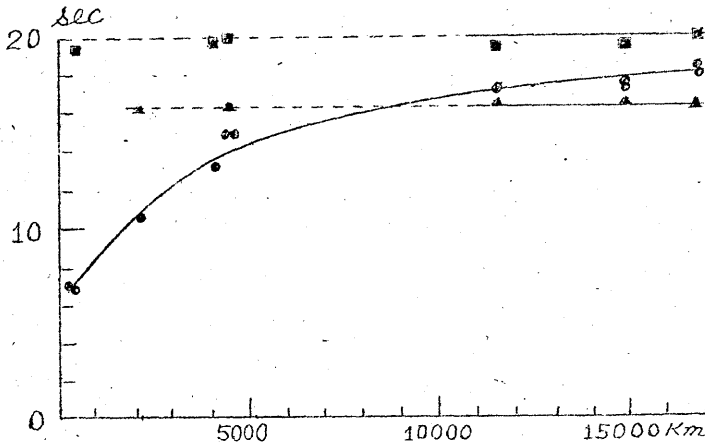
第 VIII 表 高橋-伏見の方法より求められた卓越週期

地震番号	震 央	成 分	震央距離	T_1	T_2	T_3
			km	sec	sec	sec
16	<i>Siwoyasaki</i>	E-W	259	7.1	—	—
19	<i>Kesenuma</i>	N-S	380	6.4	—	—
20	<i>Kôti-Yamato</i>	$\begin{matrix} E-W \\ N-S \end{matrix}$	391	6.5	19.6	—
54	<i>Kagi</i>	N-S	2,230	10.7	—	16.4
34	<i>Celebes sea</i>	E-W	4,110	13.1	19.8	—
36	<i>Celebes</i>	E-W	4,470	15.4	20.3	—
37	<i>New Guinea</i>	E-W	4,550	15.4	20.3	16.3
49	<i>Mexico</i>	E-W	11,600	17.3	19.5	16.6
51	<i>Peru</i>	E-W	14,900	17.5	—	16.6
"	"	N-S	"	17.6	19.5	16.6
52	<i>Chili</i>	E-W	16,800	18.3	20.2	16.4
"	"	N-S	"	18.2	20.0	16.4

第 10 図

高橋-伏見の方法により見出された卓越週期と震央距離との関係

● T_1 ; ■ T_2 ; ▲ T_3 .



卓越週期として16秒の値が得られてゐるがこゝに得られている16秒の週期は *Mexico*, *Peru* 及び *Chili* の地震では第2尾部の振動より求められた値である、更に16秒の週期は *New Guinea* の地震の第70分及び第100分の附近及び嘉義地震の曲線の中で生じているのが認められる。

次に20秒の週期が見られるのは *Mexico*, *Peru* 及び *Chili* の地震では第1尾部の振動の中であつて、17秒~18秒の週期の振動と混じて存在していたのであるが高橋-伏見の解析法を行う事によつて分離せられて、この週期の存在を確かめ得たのである。

更にこゝに調べられた *Celebes*, *New Guinea* の地震についても、亦 *Celebes* 海の地震についても T_1 の他に T_2 の群に属す週期の存在していることを知る事が出来る。而して T_2 の群の週期は多く第1尾部の始めの部分に現れている傾向を認める事が出来る。

此のようにして此の解析を行うと結果地震動の尾部の振動には3つの種類の振動があり夫等の週期を夫々 T_1 , T_2 及び T_3 と記せば夫等の週

期について知り得た事実は上の如きものであることを明らかにしたのである。而して此等の週期の中 T_2 及び T_3 は震央距離に因せずいづれの地震についても一定の値をもつものである事が明らかにせられたので、之は振動系の自由振動の週期を現わすものであり之に対して T_1 は振動系に加えられた外力即ち伝播して来た地震波の週期を現わすものであると推定することは極めて当然な考えであろうと思われる。然しながら此所で考うべきことは、本章に於ては高橋-伏見の解析法を採用して解析を行つてきたのであるが、此の事は最初から或る1つの振動系の存在を仮定して論を進めてきている事となる。従つてこゝでは如何なる振動系の存在を仮定することが出来るかの問題について考察して置かななくてはならない。此の場合地震動を記録せしめるのに用いられた地震計自身が1つの振動系である事に第1に注意が拂われるのは当然であるが地震計の常数は第1章第I表に見られる如くであつて自由振動週期は略々60秒であるので、求められた T_2 , T_3 等の週期を自由振動の週期として持つ如き振動系として地震計を考えることは難かしい。従つて第2に地震計の設置せられた場所の表面層を振動系と考える事が問題となる。而して表面層の中に自由振動が起り得るか否かの問題については昔々論議もあるが今表面層の振動を考え之が一定の自由振動の週期を持ち得るものであるとすれば、そのような表面層を1つの振動系と考えることは不可能ではないと思われる。若しそのような仮定が許されるとすれば本章に高橋-伏見の方法により求められた振動曲線を解析して得られた週期中、 T_2 及び T_3 は表面層の自由振動の週期を現わすものと考えすることは必ずしも不可能のことではないといふ得るであろう。斯くの如くして表面層を1つの振動系と考えれば、外力の週期的な部分(第25節 25.2式の右辺第2項)の勢力が極めて強い場合には表面層は強制振動を行はせられて振動曲線からは外力の週期が得られ、又逆に週期的な波の勢力が弱くなり外力の中に含まれる色々な週期の波の為に衝撃的な性質の方が優勢になってくれば、振動曲線には表面層の自由振動の週期が得らるべ

第 IX 表 各振動曲線の減衰係数 λ

曲線番号	T_1	λ	曲線番号	T_2	λ	曲線番号	T_3	λ
16-1	^{sec} 7.0	0.0866	34-1	^{sec} 19.8	0.1212	54-1	^{sec} 16.4	0.0119
16-2	7.3	0.0439	36-1	18.8	0.1676	37-3	16.3	0.0814
19-1	6.4	0.3358	36-5	21.7	0.0556	37-5	16.7	0.2690
20-2	6.9	0.0778	37-2	19.7	0.0848	37-9	15.9	0.0930
54-1	10.7	0.2673	37-7	20.0	0.2273	49-9	16.6	0.0960
34-1	13.1	0.5573	49-3	19.5	0.1741	49-10	16.4	0.0156
36-6	15.2	0.0461	49-4	19.7	0.2565	51-6	16.6	0.0272
37-4	14.9	0.0734	51-10	19.0	0.5511	51-14	16.5	0.0002
37-6	14.9	0.0907	52-3	19.6	0.2674	51-15	16.6	0.0552
37-9	15.5	0.3501	52-18	19.7	0.0992			
49-1	17.1	0.1959	52-19	20.9	0.0936			
49-2	17.9	0.1790						
49-5	17.9	0.0402						
49-10	17.0	0.3337						
51-1	17.6	0.2211						
51-3	17.3	0.0338						
51-4	17.5	0.0943						
51-9	17.8							
51-10	17.8	0.0406						
52-1	18.3	0.0522						
52-2	18.3	0.0522						
52-4	18.7	0.0850						
52-6	18.2	0.7161						
52-15	18.3	0.0066						
52-21	18.0	0.2704						

きことはこの解析法の理論から予想せられるところであつて、此処に解析せられた振動曲線に見る如く、第1尾部の振動の中で或区向では T_1 の週期又別の区向では T_2 の週期が現われる現象も表面層の自由振動を考えれば、1つの解状を与えることが出来るであらう。

此の様な自由振動が持続せられる場合には減衰係数が当然内題となつてくる。前の第 III, IV 表には第 (27.3) 式の記号にしたがい λ と λ' の値があげてあるが、之を夫々の振動率で割つた値、通例 λ と記号せられる減衰係数⁵⁾を用いて示せば第 IX 表の如く

5) 萩原尊礼、振動測定(宝文館)1945, 29.

なる。表面層の自由振動を現わす曲線の減衰係数は外より伝播してくると考えればこの減衰係数に比べ一般に相当に小さいことが明らかに見られ、殊に T_3 のこの減衰係数は小さく T_3 の波が極めて規則正しい振動として記象の上でいつまでも持続せられる一つの理由となると考えられる。

此のようにして、高橋一伏見の解析の結果得られた T_2 , T_3 等の週期が若しも表面層の自由振動の週期であると言えし場合に、実際に今最も簡単な *model* に従い、曾て Wiechert⁶⁾ が考えた如く、表面層の中心層の下端を節とし自由表面を腹とする定常振動が生じるとすれば、層の厚さ d は波の週期 T 波の速度 V とにより $d = \frac{1}{4} VT$ で与えられる。而して之等の V 及び T の値として松沢教授の求められた値を用い、第1層の中での伝れ波の速度 $V_1 = 1.14 \text{ km/sec}$ 第2層の中での値を $V_2 = 3.15 \text{ km/s}$ 、第1層及び第2層の厚さ d_1, d_2 を夫々 $d_1 = 4.5 \text{ km}$, $d_2 = 16 \text{ km}$ と置けば、それらの層の中に生じ得べき定常波の週期として上の式から $T_1 = 16 \text{ 秒}$, $T_2 = 21 \text{ 秒}$ を期待することが出来る。併し之は極めて大雑把な略算であるので今少しく精しく解析を行ひ之等の問題を研究しなくてはならないが、こゝには高橋一伏見の方法により得られた結果を述べるに止め次章に於て現在迄に得られている事實に基き尾部の性質の考察を行うこととする。

第7章 地震動の尾部に現れる 表面層の自由振動

§ 32. T_2 及び T_3 の週期をもつ波。地震動の尾部の波の中に含まれている週期について第1乃至6章にわたり詳しい解析を行つた。この中前章高橋一伏見の解析により尾部の振動の中には T_1, T_2, T_3 と記号せら

6) E. WIECHERT und K. ZÖPPRITZ, "Über Erd-beben Wellen". *Monatsh. d. K. Gesell. Wiss. z. Göttingen*, 1907, 54.

れるる種類の週期の救があることが見出され、 T_2 は震央距離と共に週期も次第に長くなる波であり、 T_2 及び T_3 は震央距離の相異にも関わらず如何なる地震の場合にも略一定の週期を以て現われる波であつて、 $T_2=20$ 秒、 $T_3=16$ 秒であることも明らかにせられた。之等の中 T_2 は既に第4章に於て第2尾部の卓越週期として見出されている週期と全く一致しているのが見られるので、 T_2 、 T_3 等の週期について夫々の章で異つた方法により求められている値を比較するため相対応する区間毎にそれ等の値を表示すれば第I表のようになる。これら個々の区間毎に求め

第I表 異つた方法により求められた各区間毎の週期の比較

T_2, T_3 ; 高橋-伏見の方法による

T_m ; 平均週期曲線による

地震 番号	区 間	T_2	T_m			地震 番号	区 間	T_3	T_m		
34	40~42	19.8	12.7	14.5	14.5	20	14~16	18.5	7.4	7.0	6.9
36	40~41	18.8	12.3	14.4		37	69~71	16.3	16.4	13.7	14.5
〃	41~42	21.7	14.4	16.9		〃	72~73	16.7	13.8	16.0	
〃	42~43	19.4	16.9	17.7		〃	102~104	15.9	16.1	16.2	15.8
〃	50~51	21.7	16.8	14.5		49	99~101	16.7	16.8	19.2	19.0
〃	62~64	21.2	17.5	15.7	22.0	〃	101~103	16.4	19.0	16.1	18.3
37	50~52	20.8	13.7	16.3	13.5	51	122~124	16.6	15.4	15.6	16.7
〃	53~55	19.7	15.6	14.3	14.8	〃	150~151	16.5	16.1	16.6	
49	72~73	19.2	17.1	17.1		〃	151~153	16.6	16.6	16.5	16.5
〃	73~74	19.7	17.1	17.8		52	107~108	16.3	15.8	16.4	
51	56~58	19.8	20.8	17.9	18.7	〃	108~110	16.6	16.4	15.7	15.4
〃	58~59	19.0	18.7	18.5		〃	120~121	16.1	17.4	16.2	
〃	70~72	19.0	18.8	16.9	17.9	〃	121~122	16.8	16.2	15.9	
〃	80~82	20.0	19.9	17.2	15.8	〃	122~123	16.4	15.9	17.0	

地震番号	区間	T_2	T_m		地震番号	区間	T_3	T_m	
52	80~81	19.5	16.6	16.6	52	138~139	16.3	16.2	16.3
"	81~83	20.8	16.6	1.60 17.3	"	139~140	16.4	16.3	15.5
"	67~68	19.1	18.3	18.4	"	140~141	16.3	15.5	15.6
"	80~81	20.9	18.4	15.9	"	115~117	16.4	14.7	18.2 15.4
"	82~83	20.1	17.4	16.1	"	117~119	16.3	15.4	15.1 15.2
					"	130~131	16.3	18.0	16.2
					"	131~132	16.5	16.2	-
					"	132~133	16.2	-	16.1
					"	133~134	16.4	16.1	17.2

られている週期の値を夫々の地震毎に平均を行つて求められた値は第II表に見る如くである。

これによれば T_3 は平均週期より第2尾部の振動について求められた値ときわめてよく一致していることを認めることが出来るが高橋-伏見の方法で T_2 の週期の現われている区間では平均週期の値にも20秒の週期が現われている。

此のようにして求められた値について平均を行つた結果 $T_2 = 20$ 秒、 $T_3 = 16$ 秒となることを知ることが出来る。之等の週期は震央距離に拘係せず一定の値を持つてゐるという所から、土地の表面層の自由振動が生じているのではないかと推察せられたのである。

第 II 表

T : 高橋-伏見の方法により求められた卓越週期

T_{M-3} : 第2尾部について平均週期より求められた卓越週期

地震番号	T		T_{M-3}
	T_2	T_3	
20	-	18.5	-
54	-	16.4	-
34	19.8	-	-
36	20.8	-	-
37	20.3	16.3	-
49	19.5	16.5	16.9
51	19.5	16.6	16.5
52	20.1	16.4	16.6

§ 3.3. 表面層の振動。表面層の自由振動については古くより種々論ぜられている所であるが、大森博士¹⁾が東京帝国大学構内及び神田中央気象台に現れる卓越週期として出されているものは前者では0.26秒、0.60秒、1.25秒及び2.6秒であり後者では0.30秒、0.69秒、1.34秒及び1.88秒である。其の後末玄博士²⁾が振動分解器により研究せられた結果本郷に於ては0.3秒の週期の波が卓越することを見出され、それに引続いて詳しい研究が石本教授³⁾によつて遂行せられた本郷の卓越週期0.3秒、丸の内内の卓越週期0.6秒なることを発表せられている。その後萩原教授⁴⁾及び筆者の研究した所によれば本郷に於ては0.2秒の週期が卓越する事が見出された。然し之等現在までに研究せられた結果を見るに研究の対象とせられた振動は多くは短週期の振動であり、地震による破壊力と直接に関係する為振動の加速度の週期の研究に主力が注がれた感がある。従つて土地の自由振動の週期を調べる為用いられた地震計は大森博士の場合に於て自己振動週期5~6秒のものが用いられており、石本博士及びそれ以後の研究に於ては総て週期1秒乃至0.5秒の加速度計による記象から地動の週期が求められた。然し之等の短週期の地震計による記象からは長い振動週期を有する自由振動を見出すこと不可能ではないとしても極めて困難な事であるので、前章に述べた様な長い週期をもつ波が見出されることなく終つたのも寧ろ當然のことと云い得るであらう。

地表面の近くに層があることにより土地の固有振動が起り得るか否か

1) F. OMORI, *Publ. Earthq. Invest. Comunity.*, 11 (1902), 1.

2) K. SUYEHIRO, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 11 (1926), 59; 7 (1929), 467.

3) M. ISHIMOTO, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 11 (1933), 171.

4) 萩原尊礼、表俊一郎、地震研究所彙報 16 (1938), 632; 17 (1939)

については妹沢博士^{5),6),7)}は地層の下面の反射屈折、表面の反対を考へて自由振動の発生の問題を論じられたことがあるが、それにと拘らず表面層の自由振動が如何にして誘起せられるかに就いて充分満足な機構を考へることは必ずしも簡單ではないと思われる。

§34. *Rayleigh Ritg* の方法により期待せられる表面層の自由振動週期(I)、2層の場合、地表面近くの地層の性質については震害学上の基礎の上に立つて幾多の詳しい研究が松沢教授^{8),9),10),11)}により遂行せられており、その他今村博士¹²⁾、その後に行われた水卜博士¹³⁾の研究等により表面層の配列の状況は相當に明確にせられている。そのような表面層の配列の下に於て、それ等の層の中に自由振動が生じると仮定する時、如何なる振動週期を期待し得るかの問題を考へることとする。

松沢教授により研究せられた結果は第III表の如くであり、水卜博士は更に地表面の近くに一つの層

第III表 表面層の配列
(松沢教授による)

表面層	速度		V_p	V_s
	Km	Km		
0 ~ 4			1.94	1.14
4 ~ 20			5.1	3.15
20 ~ 50			6.1	3.7
50 ~			7.5	4.5

- 5) K. SEZAWA, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 8 (1930), 1.
- 6) K. SEZAWA, and G. NISHIMURA, *ibid.*, 8 (1930).
- 7) K. SEZAWA and G. NISHIMURA, *ibid.*, 10 (1932), 1.
- 8) T. MATUZAWA, K. HASEGAWA and S. HAENO, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 4 (1928), 85.
- 9) T. MATUZAWA, *ibid.* 5 (1928) 499; 6 (1929), 177.
- 10) T. MATUZAWA and T. FUKUTOMI, *ibid.* 10 (1932), 499.
- 11) T. MATUZAWA, K. YAMADA and T. SUZUKI, *ibid.*, 7 (1929) 24.
- 12) A. IMAMURA, F. KISHINOUE and T. KODAIRA, *ibid.*
- 13) Z. KINOSITA, *ibid.* 15 (1937), 965.

の存在を仮定しその厚さを計算した結果厚さ d'' は

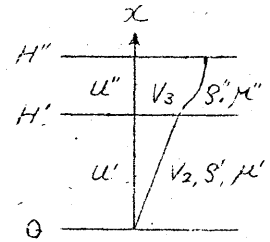
$$V_p = 450 \text{ m/s}, \quad V_s = 240 \text{ m/s} \quad \text{のとき} \quad d'' = 360 \text{ m}$$

$$V_p = 500 \text{ m/s}, \quad V_s = 266 \text{ m/s} \quad \text{のとき} \quad d'' = 420 \text{ m}$$

となることを示している。こゝに V_p, V_s は夫々 P 波及 S 波の速度である。従つてそれらの結果に基づき今地表近くにある3つの層がある場合を仮定しその中に縦れ波による定常波が生じた場合を考えることとする。

先ず第Iに松沢教授の求められた最上層の中に定常振動が生じ得ると仮定する。而してこの層の上部には水卜博士により研究せられた如き性質を持つ一つの若い層が存在していると考えれば、そのような状態の下に於て生ずる表面層の自由振動からは如何なる振動週期が期待せられるかを *Rayleigh Ritz* の方法により計算することとしよう。

今第1図に見る如く二等の層を上から第1、第2層とよび第1、第2層の中を伝播する縦れ波の変位、速度及びそれらの層の密度、剛性率を夫々、 u'', v_3, ρ'', μ'' 及び u', v_2, ρ', μ' とする。第2層の下の境を原点とし鉛直上方に x 軸をとり第1層の下の境及び自由表面の x 座標を夫々 H' 及び H'' とすればこのような層の中



第 1 図

で生じうる定常波の *mode* は必ずしも直ちに知ることは出来ないけれども定常波の週期を *Rayleigh - Ritz* の方法により求めようとする場合には、波の *mode* が多少異つても求められる週期の大ききには殆んど変化を生じないという利点があるので、境界条件を満足し得るよう適当な形を仮定して、

$$u'' = A \cos \frac{2\pi}{H''} x + B \dots\dots\dots (34.1)$$

$$u' = c x \dots\dots\dots (34.2)$$

と置く。而してこの場合に第2層の下面が節となり自由表面では腹となる振動を考えれば、第1及び第2層の境界面で変位及び応力が夫々連続

であるとの条件が差されなくてはならないので、境界条件としては

$$\left. \begin{aligned} x=0; & \quad u'=0 \\ x=H'; & \quad u'=u'', \quad \mu' \frac{\partial u'}{\partial x} = \mu'' \frac{\partial u''}{\partial x} \\ x_2=H''; & \quad u'' \frac{\partial u''}{\partial x} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34.3)$$

が成立つ。従つて、これらの条件の下に於ては夫々の層の中の波の形は

$$u' = kx \sin pt, \dots\dots\dots (34.4)$$

$$u'' = \left\{ \frac{H'}{H''} + \frac{\lambda}{2\pi} \left(\cos \frac{2\pi H'}{H''} - \cos \frac{2\pi x}{H''} \right) \right\} k H'' \sin pt \dots\dots\dots (34.5)$$

となる値し

$$\lambda = \frac{u'}{\mu''} \frac{1}{\sin \frac{2\pi H'}{H''}}$$

である。このような波が板定された層の中に生ずる場合、波のもつ *Kinetic energy* 及び *potential energy* を計算すれば、次のようになる。

1) *Kinetic energy*

i) 第2層の中の *Kinetic energy* L' は

$$\begin{aligned} L' &= \int_0^{H'} \frac{1}{2} \rho' \left(\frac{\partial u'}{\partial t} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \rho' \int_0^{H'} k^2 x^2 p^2 \cos^2 pt dx \\ &= \frac{1}{6} \rho' k^2 H'^3 p^2 \cos^2 pt \dots\dots\dots (34.6) \end{aligned}$$

ii) 第1層の中の *Kinetic energy* L'' は

$$\begin{aligned} L'' &= \int_{H'}^{H''} \frac{1}{2} \rho'' \left(\frac{\partial u''}{\partial t} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \rho'' k^2 H''^2 p^2 \cos^2 pt \left\{ \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \int_{H'}^{H''} \cos^2 \frac{2\pi x}{H''} dx \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\lambda}{\pi} \left(\frac{H'}{H''} + \frac{\lambda}{2\pi} \cos \frac{2\pi H'}{H''} \right) \int_{H''}^{H'} \cos \frac{2\pi x}{H''} dx \\
& + \left(\frac{H'}{H''} + \frac{\lambda}{2\pi} \cos \frac{2\pi H'}{H''} \right)^2 \int_{H''}^{H'} dx \Big\} \\
& = \frac{1}{2} \rho'' k^2 H''^2 p^2 \cos^2 pt \left\{ \left\{ \frac{\lambda^2}{8\pi^2} + \left(\frac{H'}{H''} + \frac{\lambda}{2\pi} \cos \frac{2\pi H'}{H''} \right)^2 \right\} (H'' - H') \right. \\
& \quad \left. + \frac{\lambda}{2\pi^2} \left\{ H' + \frac{H'' \lambda}{2\pi} \left(\cos \frac{2\pi H'}{H''} - \frac{1}{8} \right) \right\} \sin \frac{2\pi H'}{H''} \right\} \dots (34.7)
\end{aligned}$$

従つて振動系のもつ total kinetic energy L_0 は

$$L_0 = L' + L''$$

であるから (34.6) 及び (34.7) より

$$\begin{aligned}
L_0 & = \frac{1}{2} \rho'' k^2 p^2 H''^3 \cos^2 pt \left[\frac{1}{3} \rho' \delta^3 + \rho'' \left\{ \frac{\lambda^2}{8\pi^2} + \left(\delta + \frac{\lambda}{2\pi} \cos^2 \pi \delta \right)^2 \right\} (1 - \delta) \right. \\
& \quad \left. + \frac{\rho'' \lambda}{2\pi^2} \left\{ \delta + \frac{\lambda}{2\pi} \left(\cos 2\pi \delta - \frac{1}{8} \right) \sin 2\pi \delta \right\} \right] \dots (34.8)
\end{aligned}$$

但し

$$\delta = \frac{H'}{H''}$$

で与えられる。次に

2) potential energy

i) 第2層の中の potential energy V' は

$$\begin{aligned}
V' & = \int_0^{H'} \frac{1}{2} \mu' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 dx \\
& = \frac{1}{2} \mu' k^2 \sin^2 pt \int_0^{H'} dx \\
& = \frac{1}{2} \mu' k^2 H' \sin^2 pt \dots (34.9)
\end{aligned}$$

ii) 第1層の中の potential energy V'' は

$$\begin{aligned}
V'' & = \int_{H'}^{H''} \frac{1}{2} \mu'' \left(\frac{\partial u''}{\partial x} \right)^2 dx \\
& = \frac{1}{2} \mu'' \lambda^2 k^2 \sin^2 pt \int_{H'}^{H''} \sin^2 \frac{2\pi x}{H''} x \cdot dx
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} \mu'' \lambda^2 k^2 \sin^2 pt \left\{ (H'' - H') + \frac{H'}{4\pi} \sin \frac{4\pi H'}{H''} \right\} \dots (34.10)$$

従つて振動系のこの total potential energy を V_0 とすれば

$$V_0 = V' + V''$$

であるから (34.9) 及び (34.10) より

$$V_0 = \frac{1}{2} k^2 H'' \sin^2 pt \left\{ \delta \mu' + \frac{1}{2} \mu'' \lambda^2 \left(1 - \delta + \frac{1}{4\pi} \sin 4\pi \delta \right) \right\} \dots (34.11)$$

茲に $\delta = \frac{H'}{H''}$, $\lambda = \frac{\mu}{\mu''} / \sin 2\pi \delta$

で与えられる。

(34.8) と (34.11) に於て kinetic energy 極大の値と potential energy 極大の値とを等値すれば振動数方程式が得られるので之から週期を求めることが出来る。

$$L_0 \max = V_0 \max$$

$$\begin{aligned} \text{即ち } \rho^2 H''^3 & \left\{ \frac{1}{3} \rho' \delta^3 + \rho'' \left\{ \frac{\lambda^2}{8\pi^2} + \left(\delta + \frac{\lambda}{2\pi} \cos 2\pi \delta \right)^2 \right\} (1 - \delta) \right. \\ & \left. + \rho'' \frac{\lambda}{2\pi^2} \left\{ \delta + \frac{\lambda}{2\pi} (\cos 2\pi \delta - \frac{1}{8}) \right\} \sin 2\pi \delta \right\} \\ & = H'' \left\{ \delta \mu' + \frac{1}{2} \mu'' \lambda^2 \left(1 - \delta + \frac{1}{4\pi} \sin 4\pi \delta \right) \right\} \dots (34.12) \end{aligned}$$

之より週期 T_I を求めれば

$$\begin{aligned} T_I &= \frac{2\pi}{\rho} \\ &= \frac{2\pi H''}{V_2} \sqrt{\frac{R_I}{S_I}} \dots (34.13) \end{aligned}$$

茲に

$$\begin{aligned} R_I &= \frac{1}{3} \delta^3 + \frac{\rho''}{\rho'} \left\{ \frac{\lambda^2}{8\pi^2} + \left(\delta + \frac{\lambda}{2\pi} \cos 2\pi \delta \right)^2 \right\} (1 - \delta) \\ &+ \frac{\lambda}{2\pi^2} \frac{\rho''}{\rho'} \left\{ \delta + \frac{\lambda}{2\pi} (\cos 2\pi \delta - \frac{1}{8}) \right\} \sin 2\pi \delta, \end{aligned}$$

$$S_I = \delta + \frac{1}{2} \frac{\mu''}{\mu'} \lambda^2 \left(1 - \delta + \frac{1}{4\pi} \sin 4\pi \delta \right).$$

$$\lambda = \frac{H'}{H''} \frac{1}{\sin 2\pi \delta}$$

$$\delta = \frac{H'}{H''}$$

で与えられる。

表面層の物理的性質をきめる常数は松沢教授により求められており、其の後水卜士が更に浅い層をきめた際に用いた値等を参照して現在の問題に於て第1、第2層の性質をきめるに最も適当な値としては第IV表の如きものを仮定すること
 第IV表 表面層の物理的性質
 が出来る。

層	V_s km/s	μ c.g.s.	ρ c.g.s.
第1層	0.24	8.9×10^8	1.59
第2層	1.14	2.26×10^{10}	2.2

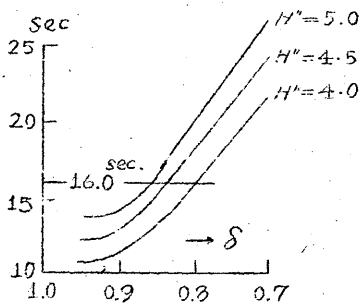
而して第2層の下の境までの深さは略々松沢教授の研究せられた前に従い 4 km程度であると仮定し、

之等の数値を上式の式に入れて週期を求めた結果は第2図に示される如くなる。横軸に $\delta = H'/H''$ をとり *parameter* H'' が $H'' = 4 \text{ km}$, $H'' = 4.5 \text{ km}$

及び $H'' = 5 \text{ km}$ の場合の週期 T の値を縦軸として図に示されている。之によれば $H'' = 4.5 \text{ km}$, $\delta = 8.3 \times$ は $H'' = 5.0 \text{ km}$, $\delta = 8.6$ の場合には 16 秒の週期が期待出来る。次に第1、第2層の厚さと週期 T との間の関係を変更

に照瞭にするため横軸に第1層の厚さ d'' (茲に $d'' = H'' - H'$) をとり *parameter*

を第2層の厚さ d' (茲に $d' = H'$) にとって計算を行つたときの T を示せば第3図のようになる。之より第1、第2層の色々な厚さの組合せに対して期待せられる自由振動の週期を直ちに知ることが出来



第2図

2層の場合の自由振動
 週期 $\delta = H'/H''$

る。今試みに図より $T = 16.0$ 秒、 $T = 16.4$ 秒に対する d' 及び d'' の値を読み取れば第V表及び第4図のようになる。図に示された位の範囲に於ては d' と d'' との関係はほぼ直線的であると考へれば $T = 16.0$ 秒の週期に対しては

$$d'' = 1.10 - 0.0909 d'$$

$T = 16.4$ 秒に対しては

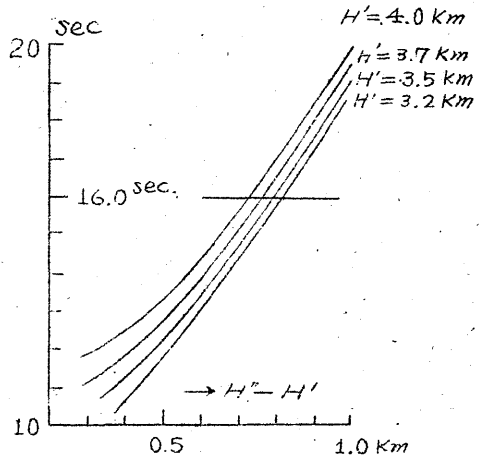
$$d'' = 1.10 - 0.0929 d'$$

の関係がある。先の第6章にて略算の結果大約期待せられた如

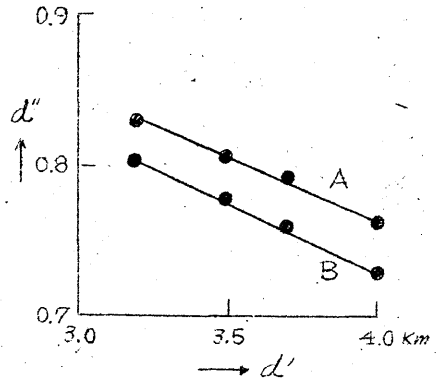
第 V 表

16.0 秒及び 16.4 秒の週期をもちような表面層の厚さの組合せ

d'	d'' ($T = 16.0 \text{ sec}$)	d'' ($T = 16.4 \text{ sec}$)
Km	Km	Km
4.0	0.730	0.762
3.7	0.761	0.792
3.5	0.778	0.806
3.2	0.803	0.829



第 3 図



第 4 図

d' と d'' との関係

A ; $T = 16.4 \text{ sec}$

B ; $T = 16.0 \text{ sec}$

く松沢教授の第1層の中に横波定常波が生じるとすればその週期略々16秒となるべきことが期待せられたのであつたが上に述べた如くして適当な厚さの層の配列の下に於て16秒の週期をもち定常振動の可能性が見出されたこととなる。 d'' の値は木下理学士により400 mと求められているが、この場合には d' の厚さにも自ら制限があり無闇に厚くす

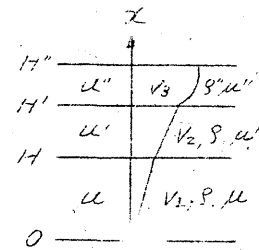
ることゝ出来ないので、 $T = 16.0$ 秒又は $T = 16.4$ 秒の週期の定常振動を期待するとすれば2つの層の厚さを略々次の如く置くことが出来るであらう。

$T = 16.0$ 秒のとき $d' = 3.4 \text{ Km}$ $d'' = 0.79 \text{ Km}$

$T = 16.4$ 秒のとき $d' = 3.5 \text{ Km}$ $d'' = 0.80 \text{ Km}$

§ 35. *Rayleigh Ritz* の方法により期待される表面層の自由振動週期 (II). 3層の場合

次に20秒の週期の波について考える事とする。既に第6章に於て、第1層部の中に20秒の週期をもつ波が写出された際、この波が表面層の自由振動を起すのと仮定すれば層の厚さは略16 Km となるべきであり之は松沢教授により求められている第1、第2層の中での自由振動と考えられることが述べられているので今此如く20秒の波について考察を行うにあたりては16秒の場合に用いた上記の方法を更に進めて、第5図の如き3層が存在し大等の物理的常数が第VI表のように記号せられた時、第3層の下の境を *node* とし自由表面を *loop* とする定常振動の変位を



第VI表 表面層の記号

第5図

表面層	変位	速度	剛性率	密度	厚さ
1	u''	V_3	μ''	ρ''	$d'' = H'' - H'$
2	u'	V_2	μ'	ρ'	$d' = H' - H$
3	u	V_1	μ	ρ	$d = H$

$$\left. \begin{aligned} u'' &= A \cos \frac{2\pi}{H''} x + B \\ u' &= Cx + D \\ u &= f_0 x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35-1)$$

と置くこととする。このときの境界条件も2層のときと同じ考えに基づき

$$x = 0 ; \quad u = 0$$

$$x = H ; \quad u = u', \quad \mu \frac{\partial u}{\partial x} = \mu' \frac{\partial u'}{\partial x}$$

$$x = H' ; \quad u' = u'' \quad \mu' \frac{\partial u'}{\partial x} = \mu'' \frac{\partial u''}{\partial x}$$

$$x = H'' ; \quad \mu'' \frac{\partial u''}{\partial x} = 0$$

と置くことが出来るのでこれらの条件をいれれば夫々の層の中での波の形は

$$\left. \begin{aligned} u &= kx \sin pt \\ u' &= \left\{ \frac{\mu}{\mu'} x + H \left(1 - \frac{\mu}{\mu'} \right) \right\} k \sin pt \\ u'' &= \left\{ \frac{\mu}{\mu''} H' + \left(1 - \frac{\mu}{\mu''} \right) H + \frac{H''}{2\pi} \alpha \cos \frac{2\pi H'}{H''} \right. \\ &\quad \left. - \frac{H''}{2\pi} \alpha \cos \frac{2\pi}{H''} x \right\} k \sin pt \end{aligned} \right\} \dots (35.2)$$

となる。茲に

$$\alpha = \frac{\mu}{\mu''} \frac{1}{\sin \frac{2\pi H'}{H''}}$$

である。又より Kinetic energy 及び potential energy を計算すれば次のようになる。

- 1) Kinetic energy ; 第3, 第2 及び第1層の Kinetic energy を夫々 L , L' 及び L'' とすれば

$$\left. \begin{aligned} L &= \int_0^H \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{6} \rho k^2 p^2 H^3 \cos^2 pt \\ L' &= \int_H^{H'} \frac{1}{2} \rho' \left(\frac{\partial u'}{\partial t} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \rho' k^2 p^2 \cos^2 pt \left\{ \frac{1}{3} \frac{\mu^2}{\mu'^2} (H'^3 - H^3) \right. \end{aligned} \right\} \dots (35.3)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\mu}{\mu'} \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right) H (H'^2 - H^2) + \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right)^2 H^2 (H' - H) \Big\} \\
 L'' = & \int_{H'}^H \frac{1}{2} \rho'' \left(\frac{\partial u''}{\partial t}\right)^2 dx \\
 = & \frac{1}{4\pi^2} \rho'' k^2 p^2 H''^2 \cos^2 pt \left\{ \left(\frac{\alpha}{4} + \frac{2\pi^2}{H''^2} M^2\right) (H'' - H') \right. \\
 & \left. - \frac{1}{16\pi} \alpha^2 H'' \sin \frac{4\pi H'}{H''} + \alpha M \sin \frac{2\pi H'}{H''} \right\}
 \end{aligned}$$

茲に

$$M = \frac{\mu}{\mu'} H' + \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right) H + \frac{H''}{2\pi} \alpha \cos \frac{2\pi H'}{H''}$$

従つて振動系のその total kinetic energy を L_0 とすれば

$$\begin{aligned}
 L_0 = & L + L' + L'' \\
 = & \frac{1}{2} k^2 p^2 H''^3 \cos^2 pt \left\{ \frac{1}{3} \rho \frac{H^3}{H''^3} + \rho' \left\{ \frac{1}{3} \frac{\mu^2}{\mu'^2} \left(\frac{H'^3}{H''^3} - \frac{H^3}{H''^3}\right) \right. \right. \\
 & + \frac{\mu}{\mu'} \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right) \frac{H}{H''} \left(\frac{H'^2}{H''^2} - \frac{H^2}{H''^2}\right) + \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \frac{H^2}{H''^2} \left(\frac{H'}{H''} - \frac{H}{H''}\right) \Big\} \\
 & + \frac{1}{2\pi^2} \rho'' \left\{ \left(\frac{\alpha^2}{4} + 2\pi^2 N^2\right) \left(1 - \frac{H'}{H''}\right) - \frac{1}{16\pi} \alpha^2 \sin \frac{4\pi H'}{H''} \right. \\
 & \left. + \alpha N \sin \frac{2\pi H'}{H''} \right\} \dots\dots\dots (35.4)
 \end{aligned}$$

$$N = \frac{1}{H''} M$$

となる。

2) Potential energy ; 第3, 第2及び第1層の potential energy を夫々 V, V' 及び V'' とすれば

$$\begin{aligned}
 V = & \int_0^{H''} \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx \\
 = & \frac{1}{2} \mu k^2 H \sin^2 pt \\
 V' = & \int_H^{H'} \frac{1}{2} \mu' \left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2 dx \\
 = & \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{\mu'} k^2 (H' - H) \sin^2 pt \Big\} \dots\dots\dots (35.5)
 \end{aligned}$$

$$V'' = \int_{H'}^{H''} \frac{1}{2} \mu'' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 dx$$

$$= \frac{1}{4} \mu'' \alpha^2 \rho^2 \sin^2 pt \left\{ (H'' - H') + \frac{\mu'}{\pm \pi} \sin \frac{4\pi H'}{H''} \right\}$$

従つて振動系の total potential energy を V_0 とすれば

$$V_0 = V + V' + V''$$

$$= \frac{1}{2} \rho^2 \sin^2 pt \left\{ \mu H + \frac{\mu^2}{\mu'^2} (H' - H) + \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{\mu''^2} \frac{H'' - H'}{\sin^2 \frac{2\pi H'}{H''}} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4\pi} \frac{\mu^2}{\mu''^2} H'' \cot \frac{2\pi H'}{H''} \right\} \dots \dots \dots (35.6)$$

となる。之より振動数方程式を出すために

$$L_0 \max = V_0 \max$$

と置けば

$$\rho^2 H''^2 \left\{ \frac{1}{3} \rho \delta^3 + \rho' \left\{ \frac{1}{3} \frac{\mu^2}{\mu'^2} (\zeta^3 - \delta^3) + \frac{\mu}{\mu'} \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right) \delta (\zeta^2 - \delta^2) \right. \right.$$

$$\left. + \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \delta^2 (\zeta - \delta) + \frac{1}{2\pi^2} \rho'' \left\{ \frac{\alpha^2}{4} + 2\pi^2 N^2 \right\} (1 - \zeta) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{16\pi} \alpha^2 \sin 4\pi \zeta + \alpha N \sin^2 \pi \zeta \right\}$$

$$= \mu \delta + \frac{\mu^2}{\mu'} (\zeta - \delta) + \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{\mu''} (1 - \zeta) \frac{1}{\sin^2 2\pi \zeta}$$

$$+ \frac{1}{4\pi} \frac{\mu^2}{\mu''} \cot 2\pi \zeta \dots \dots \dots (35.7)$$

但し $\delta = \frac{H}{H''}$, $\zeta = \frac{H'}{H''}$

となる。従つて周期 T_{II} は $T_{II} = 2\pi/p$ より

$$T_{II} = 2\pi/p$$

$$= \frac{2\pi H''}{V'} \sqrt{\frac{R_{II}}{S_{II}}} \dots \dots \dots (35.8)$$

茲に

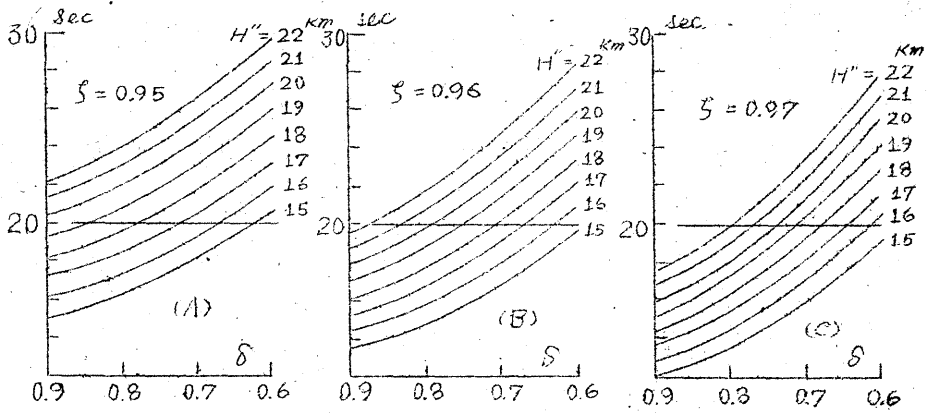
$$R_{II} = \frac{1}{3} \delta^3 + \frac{\rho'}{\rho} \left\{ \frac{1}{3} \frac{\mu^2}{\mu'^2} (\zeta^3 - \delta^3) + \frac{\mu}{\mu'} \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right) \delta (\zeta^2 - \delta^2) \right.$$

二十一頁

$$\begin{aligned}
 & + \left(1 - \frac{\mu}{\mu''}\right)^2 \delta^2 (\zeta - \delta) \left\} + \frac{1}{2\pi^2} \frac{\delta''}{\delta} \left\{ \left(\frac{\alpha^2}{4} + 2\pi^2 N^2\right) (1 - \zeta) \right. \\
 & \left. - \frac{1}{16\pi} \alpha^2 \sin 4\pi \zeta + \alpha N \sin 2\pi \zeta \right\} \\
 S_{II} = & \delta + \frac{\mu}{\mu''} (\zeta - \delta) + \frac{1}{2} \frac{\mu}{\mu''} (1 - \zeta) \frac{1}{\sin 2\pi \zeta} + \frac{1}{4\pi} \frac{\mu}{\mu''} \cot 2\pi \zeta \\
 \alpha = & \frac{\mu}{\mu''} \frac{1}{\sin 2\pi \zeta} \\
 N = & \frac{\mu}{\mu''} \zeta + \left(1 - \frac{\mu}{\mu''}\right) \delta + \frac{\alpha}{2\pi} \cos^2 \pi \zeta \\
 \delta = & \frac{H}{H''}, \quad \zeta = \frac{H'}{H''}
 \end{aligned}$$

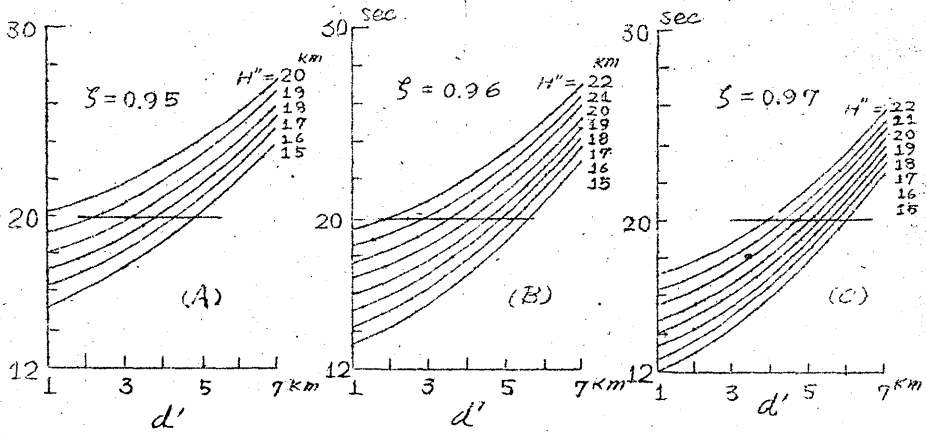
で与えられる。

第1及び第2層の常数は第IV表に仮定したと同様とし第3層の値を $V_3 = 3.7 \text{ km/sec}$, $\mu = 26.8 \times 10^{12} \text{ C.G.S.}$, $\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$ と置く。而して第3層の厚さとして略々松沢教授の推定せられた所に従い 16 km をとり、仮定せられた数値を用いて(3±.21)式より T_{II} の値を求めることとする。第1層の厚さは、第1、第2層の中で自由振動週期16秒を持つためには 0.7 km 附近であることが必要であるので、この条件を満すためには仮定せられた H'' に対する ζ の値も自ら制限せられて $\zeta = H'/H''$ は $0.95 \sim 0.98$ でなくてはならない。之等の条件の下に於て T_{II} の数値を算出し、 δ と T_{II} との関係を求めれば、 $\zeta = 0.95, 0.96, \dots, 0.97$ に対して夫々第6図A, B, Cを得る。更に層の厚さとの関係を順から示すため第3層の厚さ $d (= H - H')$ と T_{II} とを座標軸にとつて図を画けば第7図A, B, Cの如くなる。これらの図から夫々の ζ の値に対し、 $T = 20$ 秒を与えるような各層の厚さを求めれば、第VII表のようになる。茲に d'' , d' は2層の場合と同様第1、第2層の厚さ、 d は第3層の厚さとする。之等の値より d'' と d' との関係を示す図を画けば、夫々の ζ の値に対して第8図の曲線A, B及びCの如くなる。この図に16秒の週期の存在を仮定したときに得られた第V表の値を入れれば直線Dのようになる。



第6図 3層の場合の表面層の自由振動週期

$S = H/H''$, parameter は3層の厚さ



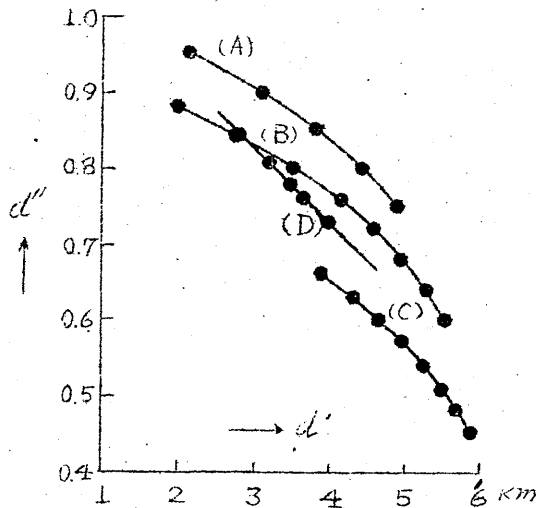
第7図

3層の場合の表面層の自由振動週期

横軸 第2層の厚さ, parameter は3層の厚さ

第Ⅳ表 20秒の週期をもつような表面層の厚きの組合せ

H''	$\zeta = 0.95$		$\zeta = 0.96$		$\zeta = 0.97$	
	d'	d''	d'	d''	d'	d''
22 ^{Km}	— ^{Km}	— ^{Km}	1.95 ^{Km}	0.88 ^{Km}	5.88 ^{Km}	0.66 ^{Km}
21	—	—	2.80	0.84	4.29	0.63
20	—	—	3.54	0.80	4.63	0.60
19	2.12	0.95	4.19	0.76	4.94	0.57
18	3.08	0.90	4.55	0.72	5.24	0.54
17	3.82	0.85	4.95	0.68	5.49	0.51
16	4.42	0.80	5.27	0.64	5.68	0.48
15	4.89	0.75	5.54	0.60	5.88	0.45



第Ⅷ図 表面層(3層)の自由振動週期

20秒の場合の d' と d'' との関係 A, B, C は $\zeta = 0.95, 0.96, 0.97$ Dは2層の場合の週期が16秒であるような d' と d'' の関係

§36. 表面層の自由振動週期と厚さ

今第1, 第2及び第3の3つの層が存在して, 第1, 2層の中で16

す。第1, 2, 3層の中で20秒の週期をもつ定常振動が生じうる為にはそれ等の層の厚さは第V表及び第IV表にあげた d' 及び d'' の値の中互に矛盾するものであることは出来ない。即ち、第8図に於て、B, Dなる2つの曲線の交点に於ける d' 及び d'' の値を採れば少くとも上の條件は満足する厚さを求めることが出来る。従つて尚より之を求めれば

$$d'' = 0.83 \text{ Km}, \quad d' = 2.95 \text{ Km}$$

となり、此のときの第3層の厚さ d は

$$d = 17.1 \text{ Km}$$

となる。

この様にして各層の厚さが求められ、第1層の厚さは木下博士の求めたものよりは少く厚く求められた。第2層の下端迄の深さは3.9kmとなり、之は松沢先生の求められた最上層の厚さ4kmと極めてよく一致し、更に第3層の厚さ17.1kmも松沢先生の求められた厚さ16kmと全くよく一致しているということが出来る。斯くの如くにして尾部の振動の中に見出された2つの週期が表面層の自由振動の週期であると考へて表面層の厚さを求めた値は、地震学上から求められている筈と全く合致することを認めることが出来た。

而して之等2つの自由振動の中、20秒の週期をもつ振動は主として第1尾部の中に、16秒の週期をもつ振動は第2尾部の中に見られることは既に前に見た如くである。併し更に精しくしらべれば、第1尾部の中にも16秒の週期の自由振動が生じているのが見られる地震もあることが認められるが、それらの地震は震央距離も比較的小さく従つて T_1 の値が14〜5秒であつて、むしろ16秒の方に近いものであることを知る事が出来る。之に対し震央距離が大きく T_1 の値が17〜8秒となるような地震の尾部には20秒の週期の自由振動が現われてきており、大体に於て、外から加えられる振動の週期の大きさに応じてその週期に近い方の自由振動が励起せられていると考え得るようである。

此のように考へることが許されるとすれば前に第4章に於て No. 49

Mexico の地震の場合には第1尾部の終りに近い第100～110分の間で他の更に震央距離の大きい地震の場合には第2尾部に於て始めて現われていた16秒の週期が既に現われていることが特に注目せられたのであつたけれども、このことに対する一つの説明として次のように考えることが出来る。即ち此等の部分は、2つや既に第1尾部の終末部であるので、第1尾部の始めの部分は振幅と週期との大きい表面波の直後であるので自由振動を利戟する外力の週期も長く、その結果20秒の週期の自由振動が励起せられているけれども、終末部に於ては自由振動を利戟するものが分散性の表面波等のときには週期も短かくなつてゐる筈であるのでそれにより励起せられる自由振動も16秒の週期のものが生じているのではないかと思われる。

斯の様にして深さ夫々3.9 Km 及び21 Km の表面層の中での定常振動を考えれば夫等の振動週期は夫々16秒及び20秒となることを知ることが出来た。前章に於て地震動の尾部に現われる $T_2 = 20$ 秒、 $T_3 = 16$ 秒の週期は震央距離に關係することなく一定の値を示すとの理由から表面層の自由振動の週期を現わすものであるかも知れないと推定せられたのであつたが、此の章に得られた結果は、此の推定に対し更に1つの肯定的論拠を与えるということが出来るであらう。

第8章 地震動の尾部に現れる傳播性の 地震波の週期に就いて

§37. T_1 の週期をとり、前章第32節に於て尾部の振動の中には3つの異つた週期を持つ波が見られることを述べ、夫等の週期を夫々 T_1 、 T_2 及び T_3 と呼んだ。而して其の中 T_2 及び T_3 は前章に論じたる如く表面層の自由振動が励起せられその週期が現われているのであることが判明したので此所には T_1 に就いて考察を行う事とする。

前章第32節の時と同じく夫々の地震について高橋-伏見の方法によ

り見出された T_1 の値と第1～4章で求められた平均週期 T_m とを相対
 応する区間毎に比較すれば第I表に示されている如くなる。之等の値
 を見るに震央距離 10,000 Km を超える地震では1分毎に求められた平
 均週期 T_m には前章に研究せられた T_2 の値が混在している影響が現れ
 ている為 T_1 と T_m との値は必ずしも一致していない。之に対して震央
 距離が次第に小さくなり従つて T_1 の値も小さくなつて T_2 との差が大
 となるにつれ T_2 週期の自由振動が誘起せられることも少くなるので T_1
 と T_m とは夫々よく一致しているのが見られる。更に之を夫々の地震毎
 に平均して1つの地震の T_1 の平均の値と、その地震の T_m の平均の値
 即ち、卓越週期 T_m とを比較すれば第II表のようになり上に述べた傾向
 が一層明瞭に現われている。殊に震央距離 10,000 Km 以下の地震につ
 いては両者の値は全く一致していることを認めることが出来る。第6章
 に於て *periodogram analysis* を行つた際に求められた卓越週期
 T_p の値を相対応する地震毎に示せば同表第3の欄に挙げた如くなる。
 この値も高橋-伏見の方法及び平均週期の方法から述べられた卓越週期
 の値と大体に於て全く一致していることを知る事が出来る。先に各分
 毎の平均週期より卓越週期を求めるにあつては求められた卓越週期が
 果して眞に尾部の振動の中に実在する週期であるか否かについては疑問
 14)とすべき点が残されているのであつたが第II表に得られた結果より見
 れば、夫々の地震について各分毎の平均週期より決定せられた尾部の卓
 越週期の値はその地震について眞に尾部の振動の中に実在している週期
 であると言ふことが出来るであろう。更に此の事から *periodogram*
analysis 又は高橋-伏見の方法による解析を行わなかつた他の地震
 についても第1～4章に於て求められた尾部の卓越週期の値は夫々それ
 等の地震動の尾部の眞の卓越振動週期であると考えずは極めて妥當な
 推論であり、尚且夫等の週期は第6章高橋-伏見の方法により詳しく研

第 I 表

T_1 ; 高橋-伏見の方法により得られた遅期

T_m ; 平均遅期曲線より得られた各分毎の遅期

地盤 番号	区 間	T_1	T_m			地盤 番号	区 間	T_1	T_m		
16	10 - 12	7.0	6.3	6.2	6.4	49	90 - 92	17.3	17.0	17.6	16.3
"	12 - 14	7.3	6.4	6.3	6.6	"	92 - 94	17.5	16.3	19.3	15.2
"	16 - 17	7.1	6.8	6.6		"	101 - 103	17.0	19.0	16.1	18.3
19	14 - 15	6.4	6.5	7.6		51	56 - 58	17.6	18.8	18.0	17.4
20	15 - 17	6.8	7.0	6.9	8.0	"	58 - 60	17.8	17.4	17.4	17.2
"	11 - 13	6.9	7.4	6.6	7.2	"	71 - 73	17.3	16.1	17.3	15.6
"	14 - 16	5.9	6.3	6.9	7.1	"	77 - 79	17.5	17.5	16.5	16.5
34	40 - 42	13.1	12.7	14.5	14.5	"	79 - 81	17.4	16.5	16.2	16.9
36	43 - 44	15.9	17.7	15.7		"	59 - 61	17.8	18.5	19.2	17.2
"	50 - 51	15.1	16.8	14.5		"	70 - 72	17.8	18.8	16.9	17.9
"	51 - 52	15.2	14.5	13.6		"	72 - 74	17.6	17.9	17.9	18.0
"	60 - 62	15.6	17.5	15.8	17.5	"	82 - 84	17.4	15.8	17.5	16.4
"	71 - 73	15.3	18.9	13.5	17.0	52	66 - 68	18.3	17.9	18.4	19.8
37	71 - 72	14.9	14.5	13.8		"	68 - 70	18.3	19.8	17.5	17.3
"	82 - 84	14.9	15.4	12.4	16.9	"	81 - 82	18.7	16.6	16.0	17.3
"	93 - 95	15.9	14.6	17.4	19.6	"	83 - 85	18.0	17.3	19.1	26.2
"	100 - 102	15.6	19.8	15.4	16.1	"	105 - 107	18.2	15.8	18.1	15.8
"	102 - 104	15.5	16.1	16.2	15.8	"	62 - 63	18.3	18.2	21.9	
49	69 - 70	17.1	17.1	16.7		"	63 - 64	18.2	21.9	19.9	
"	71 - 72	17.9	17.3	17.1		"	66 - 67	18.3	16.9	18.3	
"	82 - 84	17.9	16.7	15.8	16.3	"	83 - 84	18.0	16.1	18.0	
"	84 - 85	16.6	16.3	17.8							

究を行つた際に T_1 と記しに群に属すべき週期であることを知る事が出来る。

その様に考えれば、現在までに研究せられた所により震央距離極めて小さい近地地震から10,000 km を超える遠地地震に及ぶ広い範囲にわたつて尾部の振動週期中 T_1 の群に属す週期が見出された事となるので第1章第IV表、第3章第IV表、第VI表及び第6章第VIII表より T_1 と震央距離の関係を求めれば第1図に示された様になる。図より T_1 の値は震央距離と共に増大する傾向が明らかに認められる。

§38. T_1 と震央距離との関係

地震波が傳播して行くにつれて、波の週期が次第に長くなる現象は験震学的にも屢々指摘せられており、又之を説明する為には理論的研究となされている。併しこの週期の延びる現象に就いては、験震学上の立場から解明を行ふ為には地球全域にわたる観測を必要とする事であり、甚だ困難な幾多の問題を含むが故に未だ充分正確な事実が充分必要なだけ見出されているとは云い得ない状態であると云えよう。其の意味に於て此

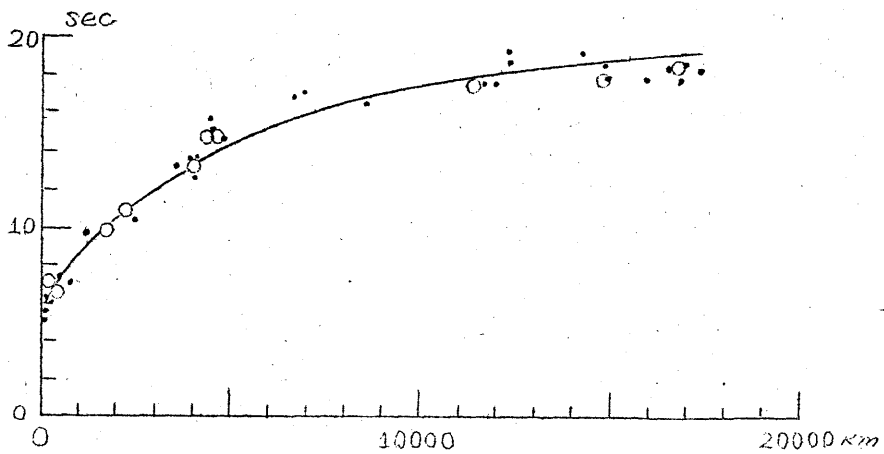
第II表 T_1, T_M, T_p の比較

T_1 ; 高橋-伏見の方法から求められた卓越週期

T_M ; 平均週期曲線から求められた卓越週期

T_p ; *periodogram analysis* から求められた卓越週期

地震番号	T_1	T_M	T_p
	sec	sec	sec
16	7.1	6.5	8
19	6.4	6.8	—
20	6.5	7.2	7
54	10.7	—	10
34	13.1	13.4	—
36	15.4	15.9	14
37	15.4	15.3	15
49	17.3	17.5	16
51	17.6	18.1	18
52	18.3	17.7	18



第1図 T_1 週期と震央距離

所に尾部の振動の中に見出された T_1 週期の波も、地震波について1つの事実を提供するものとなり得るであろうと思われる。従つて此所に求められた僅かの事実から直ちに此の現象の理論的説明を行つて断定を下す事は困難であるが、嘗つて Gutenberg のより考えられた方法に従つて週期の長くなる現象の考察を行い、此の現象について唯一のとは云い得なくとも1つの解釈を与えたいと思ふ次第である。

Gutenberg¹⁵⁾ は粘弾性体の中の波動方程式として故妹沢博士¹⁶⁾ が仮定せられた式に従い

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \nabla^2 \Phi + \frac{\lambda' + 2\mu'}{\rho} \frac{\partial \nabla^2 \Phi}{\partial t} \quad (38.1)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 W + \frac{\mu'}{\rho} \frac{\partial \nabla^2 W}{\partial t} \quad (38.2)$$

と置いた。茲に Φ 及び W は固体の dilatation 及び rotation を与え、 λ, μ は Lamé の弾性係数、 λ', μ' は粘性係数を表わすものとする。このようにして例えは震源附近の変位が $t=0$; $u = \frac{B}{b} e^{-\gamma^2/b^2}$

15) B. GUTENBERG, Hand. d. Geophys. IV (1932) 16.

16) K. SEZAWA, Bull. Earthq. Reslt. Inst. 3 (1927), 13.

のような場合には勝手な時及び所で u の値は

$$u = \frac{B}{2\sqrt{4Wt+b^2}} \left(e^{-\frac{x+vt}{4Wt+b^2}} + e^{-\frac{x-vt}{4Wt+b^2}} \right) \dots\dots\dots (38-3)$$

で現わされ、波動形の長さは遠方に行くに従い次第に長くなることを示した。ここで V は波の速度、 W は粘性による影響を現す項で、

$W = (\lambda + 2\mu) / 2\rho$ である。Gutenberg に従つて (38-3) に求められた波の型に於て相継ぐ u の大きさが1つの極大の $1/2$ になる点と次の極大の $1/2$ になる点との間の距離の2倍を $W=0$ の場合の一波長に相当するものとの考えを波長 L と置けば (38-3) より

$$L = (2.86b^2 + 11.2Wt)^{1/2} = (L_0 + 11.2Wt)^{1/2} \dots\dots\dots (38-4)$$

となる。波の週期を T 、震央距離を Δ として $L = VT$ 、 $t = \Delta/V$ により上式を書きかえれば、 T と Δ との間には

$$T = \left(T_0^2 + \alpha \frac{\Delta}{V^3} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (38-5)$$

の関係があり震央距離に対し週期は雙曲線的に増加することを知らることが出来る。第1図を見ると T_1 と震央距離との間には略々此の関係が存在しているらしく思われるのでこの図を画いた時の T_1 及び Δ を観測値として最少自乗法より T_0 と α とを求めた。最少自乗法を行うにあたり、第6章第VIII表即ち高橋一伏見の方法より求められた T_1 には2の荷重を附し、平均週期より得られたものよりは信用度が高いと考えた。求められた α の値は T_0 の値と共に第III表に示されている。 V の値は震央距離の大きな地震について石週期

第III表 T_0, α 及び η の値

の現れ始めをこの波の到着した時と考え2~3の地震より大略の値を求

T_0	V	α	η c.g.s.
7.6 <small>sec</small>	3.2 <small>km/s</small>	$0.6 \times 10^{10} \text{ cm}^2/\text{sec}$	0.3×10^{10}
	3.5	0.8×10^{10}	0.4×10^{10}
	4.0	1.2×10^{10}	0.5×10^{10}

めれば第IV表に示す如くなる。之を参照して第III表には $V=3.2, 3.5, 4.0 \text{ km/sec}$ に対する α の値を示した。

§39. T_1 より求められる地殻の内部摩擦係数。Gutenbergによれば¹⁷⁾前節に用いられた粘性係数 λ' , μ' と内部摩擦係数 η との間には

$$\mu = \eta, \quad \lambda' = -\frac{2}{3}\mu'$$

の関係を置くことが出来るので、第III表に得られた α より η の値を求めることが出来る。¹⁸⁾¹⁹⁾ 即ち、(38.4); (38.5)より α はほぼ $\alpha = 10 \text{ W}$ と置くことが出来るので、之等の関係を用いて η の大きさのorderを求める為の略算を行えば

$$\eta \doteq \frac{1}{2}\alpha$$

となる。之より η を求めれば η は第III表終りの欄にあげたとようになる。着者が T_1 の週期から求めた α の値はGutenbergの求めたものに比べて少しく小さいようである。

以上の如く考えれば地震動の層部に見られた T_1 の週期をもつ波は、地殻の粘性により次第に週期が長くなりながら伝播する波であると考えられ、その週期の延びる割合より地殻の内部摩擦の係数を求めれば、

第IV表

T_1 週期の波の伝播速度

地震番号	震央距離	T_1 の始め	V
	km	約分	km/s
36	4,470	21	3.5
37	4,550	22	3.4
49	11,600	58	3.3
51	14,900	56	4.4
52	16,800	66	4.2
53	17,500	80	3.6

17) B. GUTENBERG, Hand. d. Geophys. II, (1931) 533.

18) B. GUTENBERG, loc. cit. 17) 553.

19) 竹内均 第204回地震研究所談話会(昭和19年7月1日)発表

$\eta = 0.4 \times 10^{-10}$ となると考え得る。

結 言

震央距離 33 km の近地地震より、約 20,000 km に及ぶ遠地地震に至るまで 54 個の地震につき東京本郷に於て観測せられた記録に基づいて尾部の振動週期の解析を行った。即ち、始めに 1 分毎の平均週期より尾部の卓越週期を求め次に *Periodogram analysis* を行つて卓越週期を求め更に高橋一伏見の解析法により卓越週期を算出した結果を比較して研究を行つた結果、地震動の尾部の振動の中には 3 種類の異つた週期を持つ波が見出され T_1 , T_2 及び T_3 と記号せられた。この中 T_1 の週期は震央距離 Δ と共に増大し T_1 と Δ との間の関係は、 α を常数とすれば、 $T_1 = (T_0 + \alpha \Delta / v_3)^{1/2}$ で現わすことが出来た。 α は地震の内部摩擦に關係する常数であり、之より内部摩擦係数 η を求めた結果 $\eta = 0.4 \times 10^{-10}$ となつた。 T_2 及び T_3 はいずれの地震についても、震央距離に關係せず $T_2 = 20$ 秒、 $T_3 = 16$ 秒となることが知られた。地殻表層に近く、厚さ夫々第 1 層 0.83 km、第 2 層 2.95 km、第 3 層 17.1 km の表層層があると考えてそれらの層の中に第 2 層の下の境及び第 3 層の下の境を *node* とし自由表面を *loop* とする接れ波の定常波が生じると仮定すればそれ等の波の週期は夫々 16 秒及び 20 秒となるべきことが計算せられた。これらの結果より T_2 及び T_3 は表面層の自由振動の週期を現するのであるとせられた次第である。

終りに、此の研究を行うに當り、常に著者に励ましを与えられた地震研究所長津屋教授に厚く御礼申し上げる次第である。萩原教授からは、此の研究の最初より終始懇切なる御指導と熱心なる御鞭撻とを賜り誠に感謝に堪えざる所である。更に又、此の研究に興味を持ち屢々適切なる助言を与えられた坪井忠二教授に茲に厚く御礼申し上げる次第である。尚又精勵よく著者の研究に協力援助を惜まれなかつた小林芳子、牧野三枝子、

川上千枝子の地震研究所小講分室の方々に対し厚く感謝の意を表したい
と思う。