

2. 風に因つて生ずる湖水の運動

地震研究所 西村源六郎

(昭和10年1月15日發表 — 昭和10年1月30日受理)

緒 言

風によつて生ずる湖水の運動に就て數學的研究は可なり多いが、最近では日高博士の論文¹⁾や竹上學士²⁾の研究を擧げる事が出来る。著者は水中の壓力は單に靜力頭に等しく、重力方向の水分子の加速度は考へなくてもよい場合に就て湖底では全然摩擦抵抗がないとして計算を行ひ、2軸的な湖水の運動問題を研究してゐる。第1章では、幅、深さが變化してゐる湖に就て一般的な解を求め、第2、第3、及び第4章では具體的な形の湖に就て研究してある。特に第4章では深さ一定な長方形湖に就て風力の移動する場合を計算し、昭和9年9月21日室戸颶風による大阪灣内海水の運動を論ずるに必要な基礎解を求めてある。

第1章 一般解

海水の粘性係数を μ 、密度を ρ 、水分子の水平方向の變位、速度を夫々 ξ 、 u とし、重力による加速度を g とする時はオイラーの運動式として、海水は次のものを満足する運動をしなければならない。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - 2f \frac{\partial \xi}{\partial t} - g \frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (1)$$

(1)³⁾ に於て f は水平方向の速度に比例した運動抵抗があると考へた場合の抵抗係數である。尙直角坐標 (x, y) の原點は靜止水面に置き、 x は水平方向、 y は垂直方向で上向きを正にとつてゐる。 η は勿論靜止面からの上昇量を表はしてゐる。湖の幅及び深さは單に x 軸のみに關して變化するとしてこれを夫々 $b(x)$ 、 $h(x)$ とおく時、海水

1) 日高孝次 中央氣象臺歐文彙報 7 (1934), 233~244.

2) 竹上藤七郎 京都帝大理學部紀要 17 (1934), 305~318.

3) 式(1)の右邊第1項と第3項とを考へてみるに、第3項は水中の壓力を p とする時は、 $\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial \eta}{\partial x}$ なる關係より誘導したものであつて、これは $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ を意味してゐる。即ち第3項は第1項と相入れない關係にある事が氣付かれる。従つて風による湖水の運動を論ずるにはオイラーの運動式に於て上下方向の加速度も考へに入れて問題を取扱はなければならない事がわかる。この問題は他日論ずる考であるが、茲では式(1)で満足しておく事とする。

流れの連続方程式として,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{b(x)h(x)} \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial x} \{h(x)b(x)u\} dy \quad (2)$$

を得. 本研究での境界条件としては, $x=h_1$ 及び $x=h_2$ に於て

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

であり, $y=0$ なる水面では

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} = -f(x, t), \quad (4)$$

又湖底 $y=-h$ では

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

尙初めの条件としては $t \leq 0$ に於て

$$\eta = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

条件(4)は風による水平方向の分力 $f(x, t)$ が水の剪應力に釣合ふ条件であり, (5)は, 湖底面では單に垂直方向の静壓力 $\rho g(\eta - y) + p_0$ のみ作用して, 水平方向の水の運動は全然自由であると云ふ事を意味してゐる.

さて(1)より

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial x} \{h(x)b(x)u\} dy &= \frac{\mu}{\rho} \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} dy \\ &\quad - 2f \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial x} \{h(x)b(x)u\} dy - g \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} dy \end{aligned} \quad (1)'$$

なる関係式を得る事が出来る. これに(2)なる連続方程式を代入する時は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= \frac{g}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} + 2f \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ &\quad + \frac{\mu}{\rho h(x)b(x)} \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} dy. \end{aligned} \quad (1)''$$

茲に於て、水平速度 u に就ては

$$u = X(x, t)Y(y)$$

なる關係で表されると假定する時、(1)'' の右邊第 3 項に關しては水面 $y=0$ 、湖底面 $y=-h$ に於ける條件 (4) 及び (5) より

$$\begin{aligned} \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} dy &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) X(x, t) \frac{dY(0)}{d0} \right\} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) X(x, t) \frac{dY(-h)}{dh} \right\} \\ &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) f(x, t) \right\}. \end{aligned}$$

この結果を (1)'' に代入して水面の變化を示めず η に關する釣合式として⁴⁾

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= \frac{g}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} - 2f \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ &\quad - \frac{1}{\rho} \frac{1}{h(x)b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) f(x, t) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

を得、茲に於て (7) を (3) 及び (6) の條件で解く事次の如し。

$$\frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{d\chi_s(x)}{dx} \right\} + \frac{\lambda_s^2}{h_1} \chi_s(x) = 0 \quad (8)$$

の解 $\chi_s(x)$ は $x=h_1$ 及び $x=h_2$ に於て夫々

$$\left[\frac{d\chi_s(x)}{dx} \right]_{x=h_1} = 0, \quad \left[\frac{d\chi_s(x)}{dx} \right]_{x=h_2} = 0 \quad (9)$$

を満足する時は、直交函数である事は容易に證明が出来る。(8) に於ける λ_s は (9) で決定される常數である。従つて上昇量 η は $\chi_s(x)$ でその級數に展開が出來て、

$$\eta = \sum_{s=1}^{\infty} A_s \chi_s(x) \quad (10)$$

とおく事が出来る。勿論

$$A_s = \frac{\int_{h_1}^{h_2} b(x) \eta(x, t) \chi_s(x) dx}{\int_{h_1}^{h_2} b(x) \chi_s^2(x) dx} \quad (11)$$

4) 釣合式 (7) を得るには高橋助教授の考へに負ふ所大である。

である. 又 $\frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\}$ も展開出来て

$$\frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} = - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\lambda_s^2 A_s}{h_1} \chi_s(x) \quad (12)$$

となる. (12) を出すには, (3) 及び (9) を用ひてゐる. 又 $\frac{\partial \eta}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$ も夫々展開出来て

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{dA_s}{dt} \chi_s(x), \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{d^2 A_s}{dt^2} \chi_s(x) \quad (13)$$

を得. 又 $\frac{1}{h(x)b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x)f(x,t) \right\}$ も $\chi_s(x)$ で展開する時は, その級数の係数は

$$\frac{\int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{h(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x)f(x,t) \right\} \chi_s(x) dx}{\int_{h_1}^{h_2} b(x)\chi_s^2(x) dx} \quad (14)$$

となる. (10), (11), (12), (13), (14) を利用して, (7) より

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 A_s}{dt^2} + 2f \frac{dA_s}{dt} + g \frac{\lambda_s^2}{h_1} A_s \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{h(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x)f(x,t) \right\} \chi_s(x) dx}{\int_{h_1}^{h_2} b(x)\chi_s^2(x) dx} \end{aligned} \quad (15)$$

を得. A_s を $t \leq 0$ なる時 (6) なる条件, 即ち

$$A_s = 0, \quad \frac{dA_s}{dt} = 0 \quad (16)$$

を満足する様に解き, η を求める時は

$$\eta = - \frac{1}{\rho} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\phi_s(t) \chi_s(x)}{\sqrt{\frac{g}{h_1} \lambda_s^2 - f^2} \int_{h_1}^{h_2} b(x) \chi_s^2(x) dx}. \quad (17)$$

但し

$$\phi_s(t) = e^{-ft} \int_0^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{g}{h_1} \lambda_s^2 - f^2} (t - \xi) d\xi \int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{h(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h(x)b(x)f(x,\xi) \right\} \chi_s(x) dx \quad (18)$$

である。(17)を利用して具体的に湖の形、即ち $b(x)$ 及び $h(x)$ を與へて湖水の運動式を求めておく。

第2章 深さ D, 長さ H なる梯形湖内の水の運動

深さ D なる梯形湖に於て、

$$b(x) = \gamma + \delta x \tag{19}$$

とする時は、(8)の解で(9)を満足するものは次の如くなる。

$$\begin{aligned} \chi_s(x) &= V_0 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta x)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} \\ &= Y_1 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta h_1)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} J_0 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta x)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} - J_1 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta h_1)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} Y_0 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta x)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\}. \end{aligned} \tag{20}$$

但し λ_s は
$$V_1 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta h_2)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} = 0 \tag{21}$$

の第 s 番目の正根である。然る時は

$$\begin{aligned} \int_{h_1}^{h_2} b(x) \chi_s^2(x) dx &= \left[(\gamma + \delta h_2)^2 V_0^2 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta h_2)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} \right. \\ &\quad \left. - (\gamma + \delta h_1)^2 V_0^2 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta h_1)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} \right] \end{aligned} \tag{22}$$

となり、従つて求むる上昇量 η は次の如し。

$$\eta = - \frac{2\sqrt{h_1} \delta}{\rho \sqrt{g}} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\phi_s(t) V_0 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta x)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\}}{\sqrt{\frac{g}{h_1} \lambda_s^2 - f^2} \left[(\gamma + \delta x)^2 V_0^2 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta x)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} \right]_{h_1}^{h_2}} \tag{23}$$

但し

$$\begin{aligned} \phi_s(t) &= e^{-ft} \int_0^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{g}{h_1} \lambda_s^2 - f^2} (t - \xi) \\ &\quad \cdot \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\gamma + \delta x) f(x, \xi) \right\} V_0 \left\{ \frac{\lambda_s(\gamma + \delta x)}{\delta \sqrt{h_1 D}} \right\} dx d\xi. \end{aligned} \tag{24}$$

第3章 幅 B, 長さ H, 深さが直線的に變化する湖内の運動

今深さ $h(x) = a + bx$ とする時は、(8)の解で(9)を満足するものは次の如し。

$$\begin{aligned}
 \chi_s(x) &= W_0 \left\{ \frac{2\lambda_s}{b_1/\bar{h}_1} \sqrt{a+bx} \right\} \\
 &= Y_1 \left\{ \frac{2\lambda_s}{b_1/\bar{h}_1} \sqrt{a+bh_1} \right\} J_0 \left\{ \frac{2\lambda_s}{b_1/\bar{h}_1} \sqrt{a+bx} \right\} \\
 &\quad - J_1 \left\{ \frac{2\lambda_s}{b_1/\bar{h}_1} \sqrt{a+bh_1} \right\} Y_0 \left\{ \frac{2\lambda_s}{b_1/\bar{h}_1} \sqrt{a+bx} \right\}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

但し λ_s は $W_1 \left\{ \frac{3\lambda_s}{b_1/\bar{h}_1} \sqrt{a+bh_1} \right\} = 0$ の第 s 番目の正根である。これによつて自由振動週期は決定される。又ロンメルの公式を利用して、

$$\int_{h_1}^{h_2} b(x) \chi_s^2(x) dx = \frac{B}{b} \left[(a+bx) W_0^2 \left\{ \frac{2\lambda_s}{b_1/\bar{h}_1} \sqrt{a+bx} \right\} \right]_{x=h_1}^{x=h_2} \quad (26)$$

を得。従つて此等の結果を (17), (18) に代入する時は水面の上昇運動を決定する事が出来る。

第 2, 第 3 章に於ける $f(x, t)$ の形を與へて、水の運動の具體的な性質の研究は次に譲つておく。

第 4 章 深さ、幅一定なる長方形湖内の運動

長方形湖の深さを D , 幅を B , そして長さを H とする時は、式 (8) を満足し、(9) に適する $\chi_s(x)$ は次の如くなる。

$$\chi_s(x) = \cos \frac{s\pi}{H} (x-h_1), \quad \lambda_s = s\pi \frac{\sqrt{h_1 D}}{H}. \quad (27)$$

そして $\int_{h_1}^{h_2} b(x) \chi_s^2(x) dx = \frac{BH}{2}$ となり、(17) より

$$\eta = \frac{2}{\rho} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\phi_s(t) \cos \frac{s\pi}{H} x}{\sqrt{s^2 \pi^2 g D - f^2 H^2}} \quad (28)$$

であつて、
$$\phi_s(t) = e^{-ft} \int_0^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2 \pi^2 D}{H^2} - f^2} (t-\xi) \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} f(x, \xi) \cos \frac{s\pi x}{H} dx d\xi. \quad (29)$$

但し計算の都合上、坐標 (x) の原点は $x=h_1$ に移してある。

今颱風によつて起される湖水の運動問題として、これを應用してみる。さて $f(x, t)$ の強さは風速の 2 乗に比例してゐると考ふべきであり、又颱風の移動と共に移動し且

つその分布範囲は湖の長さ H , 幅 B に比しては遙かに大なりと考へて, $f(x, t)$ を次の形で表はす事とする.

$$f(x, t) = \varphi_1(x, t) + \varphi_2(x, t). \quad (30)$$

但し $\varphi_1(x, t)$ に就ては,

$$\left. \begin{aligned} &0 < q(x - ct) \text{ なる間は, } \varphi_1(x, t) = 0, \\ &0 > q(x - ct) > -\pi \text{ なる間では,} \\ &\varphi_1(x, t) = A[2 \sin q(x - ct) - \sin 2q(x - ct)], \\ &-\pi > q(x - ct) \text{ 時は又 } \varphi_1(x, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

であり, $\varphi_2(x, t)$ に就ては,

$$\left. \begin{aligned} &-\pi < q(x - ct) \text{ の間では, } \varphi_2(x, t) = 0, \\ &-\pi > q(x - ct) > -2\pi \text{ なる間では,} \\ &\varphi_2(x, t) = B[2 \sin q(x - ct) - \sin 2q(x - ct)], \\ &-2\pi > q(x - ct) \text{ の時は,} \\ &\varphi_2(x, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (31')$$

なる関係にあるものとする. 即ち $\varphi_1(x, t)$ は $\frac{\pi}{q}$ なる長さをもち c なる速さで湖面上を移動し, $\varphi_2(x, t)$ も $\frac{\pi}{q}$ なる長さをもつて c なる速さで $\frac{\pi}{q}$ なる相の後れをもつて, $\varphi_1(x, t)$ に續いて移動するとする. $\varphi_1(x, t)$ は $t=0$ より湖上に現はれるが $\varphi_2(x, t)$ は $t = \frac{\pi}{qc}$ まで現はれて來ない様にしてある. (31), (31)' で結ばれた (30) による (28) 或は (29) の解を求めるには

(i) $t < 0$, (ii) $0 < t < H/c$, (iii) $H/c < t < \pi/qc$, (iv) $\pi/qc < t < \pi/qc + H/c$, (v) $\pi/qc + H/c < t < 2\pi/qc$; (vi) $2\pi/qc < t < 2\pi/qc + H/c$ 及び (vii) $2\pi/qc + H/c < t$ なる 7 個の時間的な區分に就て研究すべきである.

(i) $t < 0$ なる場合には全然風の影響が湖水面上に現はれないから $f(x, t) = \varphi_1(x, t) + \varphi_2(x, t) = 0$. 故に $\phi_s = 0$. (η の式は略しておく.)

(ii) $0 < t < H/c$ なる區間では

$$\phi_s = e^{-ft} \int_0^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \quad (32)$$

によつて解決する事が出来る。

(iii) $H/c < t < \pi/qc$ なる区間では

$$\begin{aligned} \phi_s = & e^{-ft} \int_0^{H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\ & + e^{-ft} \int_{H/c}^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \quad (33) \end{aligned}$$

となる。

(iv) $\pi/qc < t < \pi/qc + H/c$ なる区間では (31) の $\varphi_1(x, t)$ の他に (31)' の $\varphi_2(x, t)$ が現はれて来て次の様になる。

$$\begin{aligned} \phi_s = & e^{-ft} \int_0^{H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\ & + e^{-ft} \int_{H/c}^{\pi/qc} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\ & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_{c\xi - \pi/q}^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\ & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_2(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi. \quad (34) \end{aligned}$$

(v) $\pi/qc + H/c < t < 2\pi/qc$ なる区間では $\varphi_1(x, t)$ はなくなり、たゞこの爲めに起された自己振動が残り、この上に $\varphi_2(x, t)$ の影響が重つて来る。即ち

$$\begin{aligned} \phi_s = & e^{-ft} \int_0^{H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\ & + e^{-ft} \int_{H/c}^{\pi/qc} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\ & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^{\pi/qc + H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_{c\xi - \pi/q}^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^{\pi/qc+H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_2(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc+H/c}^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_2(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi. \quad (35)
 \end{aligned}$$

(vi) $2\pi/qc < t < 2\pi/qc + H/c$ なる區間では次の積分を求めればよい事となる。

$$\begin{aligned}
 \phi_s = & e^{-ft} \int_0^{H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{H/c}^{\pi/qc} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^{\pi/qc+H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_{c\xi-\pi/q}^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^{\pi/qc+H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_2(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc+H/c}^{2\pi/qc} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_2(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{2\pi/qc}^t e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_{c\xi-\pi/q}^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_2(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi. \quad (36)
 \end{aligned}$$

(vii) $2\pi/qc + H/c < t$ なる時は全然 $\varphi_1(x, t)$ もなくなり湖水の運動はたゞ $\varphi_1(x, t)$ 及び $\varphi_2(x, t)$ で起された自己振動のみとなつて来る。その關係は次の如し。

$$\begin{aligned}
 \phi_s = & e^{-ft} \int_0^{H/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{c\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{H/c}^{\pi/qc} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{8\pi x}{H} dx d\xi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^{\pi/qc + \Pi/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_{e\xi - \pi/qc}^{\Pi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_1(x, \xi) \cos \frac{s\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc}^{\pi/qc + \Pi/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{e\xi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_2(x, \xi) \cos \frac{s\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{\pi/qc + \Pi/c}^{2\pi/qc} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_0^{\Pi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_3(x, \xi) \cos \frac{s\pi x}{H} dx d\xi \\
 & + e^{-ft} \int_{2\pi/qc}^{2\pi/qc + \Pi/c} e^{f\xi} \sin \sqrt{\frac{gs^2\pi^2 D}{H^2} - f^2(t-\xi)} \int_{e\xi - \pi/qc}^{\Pi} \frac{\partial}{\partial x} \varphi_4(x, \xi) \cos \frac{s\pi x}{H} dx d\xi. \quad (37)
 \end{aligned}$$

以上 (32)~(37) の積分を求める事は容易であるが、實際問題に就て次の論文で研究する事としてるのでその時まで略しておく。

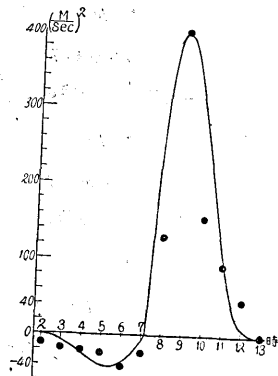
尙昭和 9 年 9 月 21 日に襲來せる颶風に就て、大阪測候所での暴風觀測による風速⁵⁾ V の 2 乗を圖示すると第 1 圖の様になるが、これに本計算に於ける (31), (31)' による $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ を同じく第 1 圖に示めすと曲線となる。

但し

$$\varphi_1(t) = -32(2 \sin t - \sin 2t),$$

$$\varphi_2(t) = -310(2 \sin t - \sin 2t).$$

可なり實際の觀測と一致さす事が出来るので、これに就て、大阪灣等の風による海水の運動を具體的に研究し發表する事にしてゐる。



第 1 圖 黑點は觀測によるものであり、曲線は $-32(2 \sin t - \sin 2t)$ 及び $-310(2 \sin t - \sin 2t)$ を示めす。

5) この V^2 は中野理學士によつたもので、 V は SW 分速度のみをさり SW 方向を正、NE 方向を負としてゐる。

中野猿人 科學 4 (1934), 461.

2. *On the Motion of Water Generated by Winds in a Lake of Variable Section.*

By Genrokuro NISHIMURA,

Earthquake Research Institute.

I solved the long wave equation and obtained a general expression for the motion of water generated by winds in a lake of variable section. I shall, on a future occasion, use the mathematical results thus obtained in studying the water motion in the Bay of Oosaka caused by the typhoon that swept the Kwansai District of Nippon on September 21, 1934.
