

3. 昭和9年9月21日の颱風に因る琵琶湖の水位變化

地震研究所 高橋龍太郎

(昭和9年11月20日發表—昭和10年1月30日受理)

1. 昭和9年9月21日京阪地方を襲ひ、四國、近畿、中國地方に多大の損害を及ぼして富山灣方面に抜けた大颱風は、同日午前8~9時頃琵琶湖上を通過したので其れに伴つて第1圖に示す如き湖水の大なる水位變化を起したのである。

筆者は理論的に此様な颱風に因つて如何なる周期、如何なる振幅の水位變化及び靜振が誘發されるであらうかを計算し、其れが實際に觀測されたものと如何なる程度に於て合致し、又如何なる點に於て相違するかを調べ、其の相違が如何なる原因より來るかを探求して見やうと思ふ。

此の計算方法は少しく變形すれば、大阪灣の如き殆んど陸地に依つて圍まれてゐる海灣にも應用し得るから、颱風が如何にして高潮又は風津浪を生ずるかと云ふ問題の手掛りを與へるものと言へやう¹⁾。計算は先づ最初に氣壓の影響のみを取扱ひ、次に風に因る水位變化を取扱ふ豫定である。

琵琶湖の湖水學的研究に就ては既に海洋氣象臺に依つて行はれたものがあり、其の大部な報告は同臺彙報²⁾として發行されてゐる。本論文中の琵琶湖の深度、其他の材料は殆んど同報告に依つた。同湖水の靜振に就ては既に本多・中村博士³⁾の觀測、岡田・藤原博士外一名⁴⁾の雷雨に伴つて起つた湖水の靜振に關する研究がある。

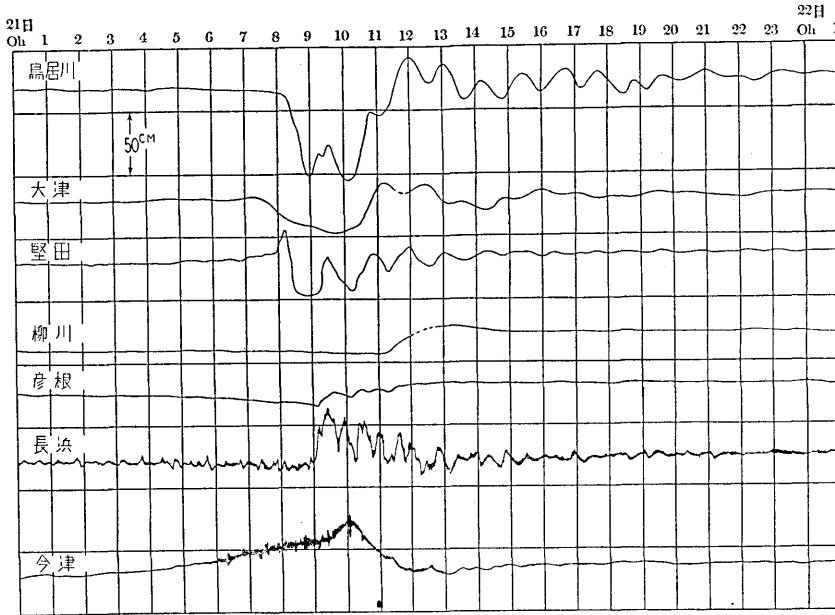
前者は主として實際の觀測によつて靜振の周期を調査し、模型實驗によつて其の振動のモードを決定しやうとしたものであり、後者は雷雨によつて起された湖水の靜振をフーリエ級數に依つて表はされるものとし、湖水に働く力として(イ)氣壓の急激なる上昇によるもの、(ロ)雨滴の湖面に落下する時の衝擊、(ハ)降雨量が湖面一様に分布しない爲の壓力差、(ニ)風の湖面に對する衝擊力、(ホ)雷雲と湖水との間に働

1) 最近寺田一彦氏は大阪灣を等深矩形の湖盆として同様の計算を實行された。

2) 海洋氣象臺彙報 8 (1926).

3) 東京帝國大學理科報告 第28卷.

4) 日本數學物理學會記事 [ii], 7 (1914), 210~221.



第 1 圖

く電氣力の5を考へ、其れを時と場所の函數として、フーリエ級數の値を數學的に求めて觀測値と同じ order になる事を述べたものである。

次に前記海洋氣象臺彙報に於ては靜振の觀測、數ヶ所に於ける同時觀測を行つた結果、大體次の結論を得て居る。

- 1) 周期 70 分内外の振動は、今津、竹生島、和邇に現れて、其の位相が逆である。彦根には現れない。
- 2) 周期 36 分内外の振動は今津、彦根に現はれるが其の發現回數は少ない。
- 3) 彦根と今津とには殆んど毎日周期 30 分内外の振動が現れる。而して位相が逆である。
- 4) 沿岸諸所に現れる 25 分~10 分の周期の振動は局部的振動である。

尙此の外、今回の颱風の際にも表れた 300~270 分の周期を持つた振動をも觀測して其の説明を試みてゐるが首肯致し難い所が多い。

又 70 分振動は湖北部のみの基本振動であるとしてゐるが、此の振動は大津、堅田等の湖南部に於ても本多・中村博士等に依つて觀測されてゐる事と合致しない。然るに一方本多・中村博士は此れを以て湖水全體としての基本振動であるとして居る。

筆者は以下に於て、琵琶湖に起る可き靜振の周期及モードを計算に依つて求め、次に其れを基礎として、9月21日の颱風によつて如何なる靜振が起り得るかを計算して

見て、共に據つて實際の観測が如何なる程度に説明し得るかを調べて見やうと思ふ。

2. 扱て颶風の通過による琵琶湖の水の運動を計算するに當つて、先づ一般に細長い形をした湖水を考へ、其の一端の攪亂されない時の水面に坐標の原點を定め、 x 軸を湖水の長さの方向に、又 z 軸を垂直に上方に取る。而して湖水の深さ、幅は共に x の任意の函数であり、颶風による氣壓の變化は $P(x,t)$ といふ一般な形に置く。今

ρ	水の密度	u	水の x 方向への變位
p	水中に於ける壓力	$P(x,t)$	大氣壓
g	重力の加速度	ζ	水面の上昇
$b(x)$	湖水の幅	$h(x)$	湖水の深さ
l	湖水の長さ		

とする時は運動の方程式は

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1)$$

となり連続の條件は

$$\zeta = - \frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} [b(x)h(x)u] \quad (2)$$

となる。然るに

$$p = P(x,t) + \rho g(\zeta - z) \quad (3)$$

であるから運動の方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (4)$$

となる。今

$$u = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (5)$$

なる變位ポテンシャルを導入すると (4) から次の式を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = g\zeta + \frac{1}{\rho} P. \quad (6)$$

但し此時に出て来る t の函数は p の内に押込んだ。

此式は又 (2) を用ひて次の様にも書ける。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{g}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} [b(x)h(x) \frac{\partial \phi}{\partial x}] + \frac{1}{\rho} P. \quad (7)$$

此の微分方程式を解く爲に

$$\frac{d}{dx} [b(x)h(x) \frac{d\chi_s}{dx}] + \frac{\lambda_s^2}{g} b(x) \chi_s = 0 \quad (8)$$

なる方程式を満足し、

$$\frac{d\chi_s}{dx} = 0, \quad x = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d\chi_s}{dx} = 0, \quad x = l \quad (10)$$

なる境界の條件を満し、且つ

$$\int_0^l b(x) \chi_s^2 dx = 1 \quad (11)$$

なる様に任意恆数を定められた χ_s なる函数と λ_s とを求める。 χ_s は即ち此の振動系の正規化された正規函数である。然る時は(8)から

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda_r^2 - \lambda_s^2)}{g} \int_0^l b(x) \chi_r \chi_s dx &= - \int_0^l \left\{ \chi_s \frac{d}{dx} [b(x)h(x) \frac{d\chi_r}{dx}] \right. \\ &\quad \left. - \chi_r \frac{d}{dx} [b(x)h(x) \frac{d\chi_s}{dx}] \right\} dx = b(x)h(x) \left(\chi_r \frac{d\chi_s}{dx} - \chi_s \frac{d\chi_r}{dx} \right) \Big|_0^l \quad (12) \end{aligned}$$

なる關係を得、(9)(10)によつて(12)の右邊は消失するから $r \neq s$ ならば

$$\int_0^l b(x) \chi_r \chi_s dx = 0 \quad (13)$$

なる關係が得られる。即ち χ_s, χ_r は直交關係を有する。又(8)式より直ちに得られる通り

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_s^2}{g} \int_0^l b(x) \chi_s dx &= - \int_0^l \frac{d}{dx} (b(x)h(x) \frac{d\chi_s}{dx}) dx \\ &= - b(x)h(x) \frac{d\chi_s}{dx} \Big|_0^l \quad (14) \end{aligned}$$

であるから、(9)、(10)に依り $\lambda_s \neq 0$ ならば

$$\int_0^l b(x) \chi_s dx = 0 \quad (15)$$

である。 $\lambda_s = 0$ の場合は静力学的場合で、静気圧の掛つてゐる場合に相當するから今は考へない。

以上 (11), (13), (15) により $0 \sim l$ の範圍に於ける x の任意の函数 $f(x)$ は

$$f(x) = C_0 + \sum_{s=1}^{\infty} C_s \lambda_s \quad (16)$$

なる形に展開出来る事が判る。但し C_0 は恆數で

$$C_0 = \frac{\int_0^l b(x) f(x) dx}{\int_0^l b(x) dx} \quad (17)$$

であり、 C_s は

$$C_s = \int_0^l b(x) f(x) \lambda_s dx \quad (18)$$

である。

今

$$\phi = \sum_{s=1}^{\infty} A_s \lambda_s \quad (19)$$

とすれば

$$A_s = \int_0^l b(x) \phi \lambda_s dx, \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{d^2 A_s}{dt^2} \lambda_s, \quad (21)$$

$$\frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} [b(x) h(x) \frac{\partial \phi}{\partial x}] = \sum_{s=1}^{\infty} \lambda_s \int_0^l \frac{\partial}{\partial x} [b(x) h(x) \frac{\partial \phi}{\partial x}] \lambda_s dx \quad (22)$$

となる。然るに (19), (8), (11), (13), により

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{\partial}{\partial x} [b(x) h(x) \frac{\partial \phi}{\partial x}] \lambda_s dx &= \sum_{r=1}^{\infty} A_r \int_0^l \frac{d}{dx} [b(x) h(x) \frac{d\lambda_r}{dx}] \lambda_s dx \\ &= - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\lambda_r^2}{g} A_r \int_0^l b(x) \lambda_r \lambda_s dx \\ &= - \frac{\lambda_s^2}{g} A_s \end{aligned} \quad (23)$$

であるから (22) は

$$\frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} [b(x) h(x) \frac{\partial \phi}{\partial x}] = - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\lambda_s^2}{g} A_s \lambda_s \quad (24)$$

となる。次に $P(x, t)$ を展開するに當つて

$$P(x, t) = P_0(t) + P'(x, t) \quad (25)$$

とすれば

$$\begin{aligned} P(x, t) &= \sum_{s=1}^{\infty} \lambda_s \int_0^t P(x, t) b(x) \lambda_s(x) dx \\ &= \sum_{s=1}^{\infty} \lambda_s \int_0^t P'(x, t) b(x) \lambda_s(x) dx \\ &= \sum_{s=1}^{\infty} f_s(t) \lambda_s \end{aligned} \quad (26)$$

となるから、湖上の氣壓が一樣に變化する事は湖水の運動に對して少しも影響がない。(21), (23), (26) を (7) に代入すれば λ_s の各々について次の微分方程式を得る。

$$\frac{d^2 A_s}{dt^2} + \lambda_s^2 A_s = \frac{1}{\rho} f_s(t). \quad (27)$$

此の解は一般に

$$A_s = \frac{1}{\rho \lambda_s} \int_0^t f_s(\xi) \sin \lambda_s(t - \xi) d\xi + A \cos \lambda_s t + B \sin \lambda_s t \quad (28)$$

となり、第1項は強制振動を、第2、第3項は自由振動を示すが、若し $t=0$ の時に湖水が靜止してゐたとすれば $t=0$ の時 $\frac{dA_s}{dt} = 0, A_s = 0$ で

$$\begin{aligned} A \cos \lambda_s t + B \sin \lambda_s t &= \frac{1}{\rho \lambda_s} \cos \lambda_s t \int_0^0 f_s(\xi) \sin \lambda_s \xi d\xi - \frac{1}{\rho \lambda_s} \sin \lambda_s t \int_0^0 f_s(\xi) \cos \lambda_s \xi d\xi \\ &= -\frac{1}{\rho \lambda_s} \int_0^0 f_s(\xi) \sin \lambda_s(t - \xi) d\xi \end{aligned} \quad (29)$$

となるから

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{1}{\rho \lambda_s} \int_0^t f_s(\xi) \sin \lambda_s(t - \xi) d\xi \\ &= \frac{1}{\rho \lambda_s} \int_0^t \sin \lambda_s(t - \eta) d\eta \int_0^t P(\xi, \eta) b(\xi) \lambda_s(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (30)$$

となりとは (2) 及 (24) より

$$\gamma = -\sum_{s=1}^{\infty} \frac{\lambda_s^2}{g} A_s \lambda_s$$

$$= - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\lambda_s \chi_s}{\rho g} \int_0^t \sin \lambda_s (t-\eta) d\eta \int_0^l P(\xi, \eta) b(\xi) \chi_s(\xi) d\xi, \quad (31)$$

又は (26), (27) を (31) に代入して

$$\zeta = \frac{1}{g} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{d^2 A_s}{dt^2} \chi_s - \frac{1}{\rho g} P'(x, t). \quad (32)$$

(33)式の右邊の第2項は静力學的部分であり、第1項は動力學的部分であるが、琵琶湖の大きさが颱風の大きさに較べて可成り小さいので $P'(x, t)$ は高さ 2~3mm. Hg に過ぎないから、(32)の右邊第2項は 5cm 以下になる。故に若し第1項の和の内に他のものに較べて非常に大きな項が二三あれば、 ζ の形は其等の項で殆んど決つて來る。即ち或地點で觀測された ζ の記録に現れてゐる振動は第1項の内の其等の項であると見做し得るのである。

(27)から容易に解る通り $f_s(t)$ の周期が $2\pi/\lambda_s$ に近いもの程 A_s 、従つて又 $\frac{d^2 A_s}{dt^2}$ が大きくなる筈である。

以上は水と湖岸、湖底との摩擦を考へに入れてゐない計算であるが、琵琶湖の様に溢れた所がある湖水で、然も其處が或るモードの振動の節附近に當つた場合には、湖壁の摩擦が相當効くであらう。今其の様な場合を考へ、 $R(x)$ を湖水の動水學的半徑とし、摩擦力は

$$2\epsilon R(x) \frac{\partial u}{\partial t} \quad (33)$$

であるとする。然る時は (7) に相當して

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2\epsilon R(x) \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{g}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} [b(x)h(x) \frac{\partial \phi}{\partial x}] = \frac{1}{\rho} P \quad (34)$$

なる式を得る。此の積分を實行するに當つて、今 $\epsilon R(x)$ の代りに其の平均値を用ふる事にする。然る時は R_s は一つの s に就ては恆數であるから

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{dA_s}{dt} \chi_s \quad (35)$$

から、(27) の代りに

$$\frac{d^2 A_s}{dt^2} + 2k_s \frac{dA_s}{dt} + \lambda_s^2 A_s = \frac{1}{\rho} f_s(t) \quad (36)$$

を得、前と同じ條件の下に

$$A_s = \frac{1}{\rho \gamma_s} \int_0^t e^{-k_s(t-\eta)} \sin \gamma_s(t-\eta) d\eta \int_0^l P(\xi, \eta) b(\eta) \chi_s(\xi) d\xi, \quad (37)$$

$$\chi_s = \sqrt{\lambda_s^2 - k_s^2}$$

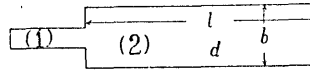
を得るから

$$\zeta = -\sum_{s=1}^{\infty} \frac{\lambda_s^2 \chi_s}{\gamma_s \rho g} \int_0^l e^{-\chi_s(t-\eta)} \sin \gamma_s(t-\eta) d\eta \int_0^l P(\xi, \eta) b(\xi) \chi_s(\xi) d\xi \quad (38)$$

となる。勿論此の場合に χ_s の形は實際のモードとは多少違つたものになるが止むを得ない。吾々は暫く(8)式の與へる χ_s を用ふる事にし、次に其れを數値計算によつて求めて見る。

3. 數値計算に入るに先立つて、正規函數 χ_s が大體如何なる函數であるかを計算して置く事も決して無駄ではない。此の爲に今第2圖の様な形を爲した湖水を考へ、(1)及(2)の部分に關する種々の量を(1)(2)の添數で區別する事とする。然る時は、原點を(1)(2)の繼目に取つて、

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} = c_1^2 \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial x^2}; \quad c_1^2 = gh_1,$$



第2圖

$$\frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2} = c_2^2 \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial x^2}; \quad c_2^2 = gh_2$$

なる運動の方程式と

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = 0, \quad x = -l_1,$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = 0, \quad x = l_2,$$

$$\zeta_1 = \zeta_2, \quad x = 0$$

$$b_1 h_1 u_1 = b_2 h_2 u_2, \quad x = 0$$

なる境界の條件を得る。今 ζ, u の時間に關する項 $\cos(\omega t + \varepsilon)$ を省略すれば運動の方程式及境界の條件は夫々

$$\frac{d^2 \zeta_1}{dx^2} + \lambda_1^2 \zeta_1 = 0, \quad \lambda_1^2 = \frac{\sigma^2}{c_1^2},$$

$$\frac{d^2 \zeta_2}{dx^2} + \lambda_2^2 \zeta_2 = 0, \quad \lambda_2^2 = \frac{\sigma^2}{c_2^2},$$

及び

$$\frac{d\zeta_1}{dx} = 0, \quad x = -l_1,$$

$$\begin{aligned}\frac{d\xi_2}{dx} &= 0, & x &= l_2, \\ \zeta_1 &= \zeta_2, & x &= 0, \\ \frac{b_1}{\lambda_1^2} \frac{d\xi_1}{dx} &= \frac{b_2}{\lambda_1^2} \frac{d\xi_2}{dx}, & x &= 0,\end{aligned}$$

となる。最後の条件は、 $\frac{b}{\lambda^2} = g\sigma^2$ であるから

$$b_1 h_1 \frac{d\xi_1}{dx} = b_2 h_2 \frac{d\xi_2}{dx}, \quad x=0,$$

と書き直せる。従つて

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= A \cos \lambda_1 (x + l_1), \\ \zeta_2 &= B \cos \lambda_2 (x - l_2)\end{aligned}$$

とすれば運動の方程式と境界の条件の初めの二つが満足するから、残りの条件から

$$\begin{aligned}A \cos \lambda_1 l_1 &= B \cos \lambda_2 l_2, \\ Ab_1 h_1 \lambda_1 \sin \lambda_1 l_1 &= -Bb_2 h_2 \lambda_2 \sin \lambda_2 l_2.\end{aligned}$$

従つて此より

$$b_1 h_1 \lambda_1 \sin \lambda_1 l_1 \cos \lambda_2 l_2 + b_2 h_2 \lambda_2 \cos \lambda_1 l_1 \sin \lambda_2 l_2 = 0,$$

即ち

$$\frac{b_1 h_1}{c_1} \sin \frac{l_1}{c_1} \sigma \cos \frac{l_2}{c_2} \sigma + \frac{b_2 h_2}{c_2} \cos \frac{l_1}{c_1} \sigma \sin \frac{l_2}{c_2} \sigma = 0$$

を得る。此れより σ の値を求めれば、次に $A : B$ の値を求むる事が出来、正規函数の形が判る。今琵琶湖の實際の値に近いものとして

$$\begin{aligned}l_1 &= 15000, & l_2 &= 45000, \\ b_1 &= 4000, & b_2 &= 12000, & (\text{單位米突}) \\ h_1 &= 4, & h_2 &= 50,\end{aligned}$$

を取り、時間の單位に分を用ひると $g = 35300$, $c_1 = 376$, $c_2 = 1330$, $\frac{l_1}{c_1} = 40$, $\frac{l_2}{c_2} = 34$, $\frac{b_1 h_1}{c_1} = 43$, $\frac{b_2 h_2}{c_2} = 451$ を得るから

$$\begin{aligned}f(\sigma) &= 43 \sin 40\sigma \cos 34\sigma + 451 \sin 34\sigma \cos 40\sigma \\ &= 247 \sin 74\sigma - 204 \sin 6\sigma\end{aligned}$$

なる式の零點を求める事となる。此の式の最初の三つの根は大體

$$\sigma = 0.0395, 0.0908 \text{ 及び } 0.1200$$

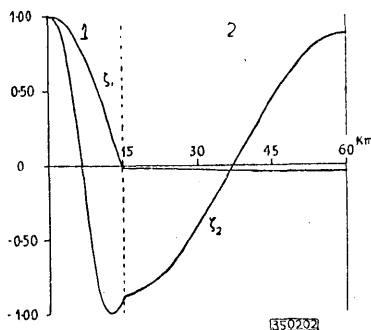
である。従つて此等に相等した週期は夫々

$$T = 159, 69, 52$$

となる。而して是等の σ に相當して $\frac{A}{B}$ は

$$\frac{A}{B} = \frac{\cos 34\sigma}{\cos 40\sigma} = -24.6; +1.14; 65.0$$

を得る。是等に相等する ζ の値は第3圖に示した様なものとなり、週期約159分のもは(2)の部分では殆んど認め難い事となる。69分の週期の振動は従來一部の學者に依つて湖北部の振動であると信ぜられてゐ

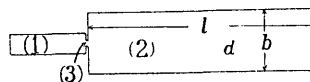


第3圖

たが實は湖水全體としての第二次振動である事、従つて湖の南部に於て本多、寺田博士等に依つて観測されたものと同一のものである事を教へるのである。

然る時は第1圖に示した各量水儀の記録の内、堅田以南のものに現はれてゐる大きな長い週期の振動は何であらうか。前にも述べた通り此の振動は湖水上を颶風が通過したとか、雷雨が通過したとかの激しい攪亂のあつた場合にのみ観測されるやうであつて、平穩なる天候には現れないのである。又量水記録からも判る通り此の週期の振動の減衰は非常に急速である。筆者は是等の事實から推して、此の振動は湖水の基本振動であると考えるのである。但し以上の計算では基本振動の周期は159分と出て居るが、湖水の實際の形は基本振動の節の附近で非常に縊れて居る爲と、其の爲に減衰作用が甚しくなつて來る爲と、此の二つの原因によつて實際に於ては週期は非常に延びるのであらう。此の考は此の振動が堅田以南でのみ観測される事、氣象的攪亂の甚しき時にのみ観測されるといふ事實とよく調和する様に思はれる。

然らば振動の節の處が縊れてゐる爲にどの位週期が延びるのであるか計算して置く必要がある。今第4圖の様な湖水を考へると前と全く同様な計算によつて振動周期を與へる σ は次の式の根である。



第4圖

$$\frac{b_1 h_1}{c_1} \frac{b_2 h_2}{c_2} \sin \frac{l_1}{c_1} \sigma \sin \frac{l_2}{c_2} \sigma \sin \frac{l_3}{c_3} \sigma - \frac{b_1 h_1}{c_1} \frac{b_3 h_3}{c_3} \sin \frac{l_1}{c_1} \sigma \cos \frac{l_2}{c_2} \sigma \cos \frac{l_3}{c_3} \sigma - \frac{b_2 h_2}{c_2} \frac{b_3 h_3}{c_3} \cos \frac{l_1}{c_1} \sigma \sin \frac{l_2}{c_2} \sigma \cos \frac{l_3}{c_3} \sigma - \left(\frac{b_3 h_3}{c_3} \right)^2 \cos \frac{l_1}{c_1} \sigma \cos \frac{l_2}{c_2} \sigma \sin \frac{l_3}{c_3} \sigma = 0.$$

此の式の $l_1, h_1, b_1, l_2, b_2, h_2$ に前と同じ値を入れ, $l_3=530, h_3=8, b_3=1200$ とすると, σ は

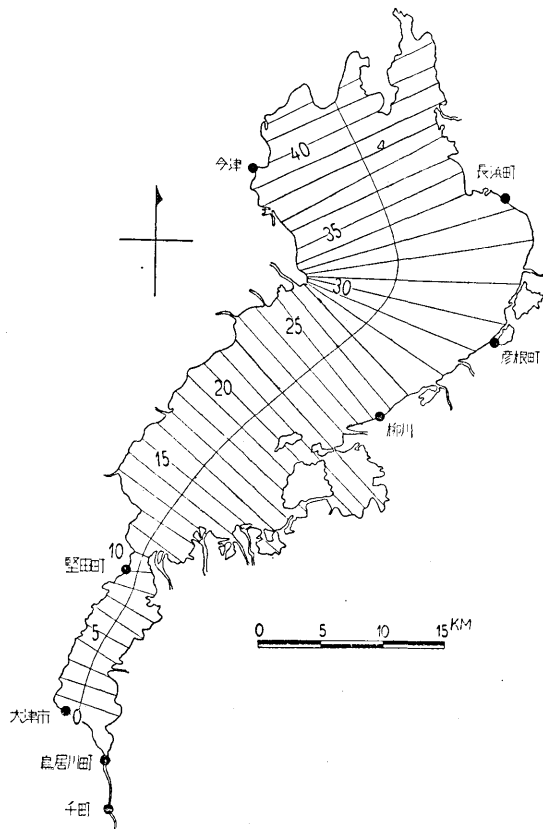
$$\sigma=0.037.$$

となり T は約 170 分となる. 即ち以上の様な假定では繰らせた爲の直接の影響は左程大きくないし, ζ_1 の形も左程違つて来ない. 従つて此れが実際に観測された周期 270 分に延びる爲には減衰比は約 50 でなければならぬ. 然るに實際観測されるものゝ減衰比は 15 であるから此れは實際とは可成り遠いものと言はねばならぬ. 然し此れは湖水の實際の形とは可成り異なる形を採用してゐるからであつて後に述べる如く, 實際の湖水に就て數値計算を行ふと $T_1 = 208$ 分となから, 實際の減衰比を用ひると丁度 270 分となるのである.

此の長週期の振動を或る學者は, 琵琶湖に夏季に於て生ずる湖水の不連続層に起因せしめて, 其の表面層を爲す水の靜振であると説明して居る. 然し乍ら少しく考へて見れば判る通り, 斯様な場合には不連続面には非常に長週期の波動が生ずる可能性はあるが, 水の表面には左様な變形は起り難く, 且つ其の不連続面の振動周期も今考へてゐる振動を説明するには餘りに長過ぎるものとなる筈である.

4. 扱愈々實際の琵琶湖に就いて, χ_3 の形を求める爲に (8) 式の數値積分を行ふ. 此の爲に第 5 圖の様に琵琶湖を中線に直角に, 等距離に引いた直線に依つて 43 の區域に分け, 境界に圖の様に番號を付け, 境界に於ける諸量には此の番號を, 區域の中心に於ける諸量には $n + \frac{1}{2}$ の番號をつける.

(8) を書直して



第 5 圖

$$\Delta [b(x)h(x) \frac{dX_s}{dx}] + \frac{\lambda_s^2}{g} b(x) \Delta x X_s = 0, \quad (39)$$

とする時は $b(x)h(x)$ は湖水の斷面積 S であり、又 $b(x)\Delta x$ は區域の面積 A であるから

$$\Delta (S_n X'_{s,n}) = -\frac{\lambda_s^2}{g} A_{n-\frac{1}{2}} X_{s,n-\frac{1}{2}}, \quad (40)$$

$$X_{s,n+\frac{1}{2}} = X_{s,n-\frac{1}{2}} + X'_{s,n} \Delta x \quad (41)$$

なる式を得る。従つて $X_{s,0.5} = 1.000$, $X'_{s,0} = 0.000$ と與へれば、 S_n 及び $A_{n+\frac{1}{2}}$ の値は下記の通りに判つてゐるから、 $X_{s,n+\frac{1}{2}}$, $X'_{s,n}$ の値は順次に計算出来る。而して $X'_{s,4.2} = 0$ となる様に λ_s の値を加減すれば宜しいのである。

$\lambda_s \frac{2\pi}{T_s}$ は前節の計算又は實際の觀測から $T_1 = 200$ 分、 $T_2 = 68$ 分の附近である事が判つてゐるから

$$\frac{\lambda_1^2}{g} = 4.35 \times 10^{-8}, \quad \frac{\lambda_2^2}{g} = 2.4 \times 10^{-7} \quad (42)$$

の附近を探せばよい。 $A_{n+0.5}$ 及 S_n の値は前記海洋氣象臺の報告と地圖とによつて下記の値を採用した。

計算の結果得られた T_1 , T_2 , X_1 , X_2 の値は次の通りである。

n	A_n (單位 10^6 平方米)	$S_{n+\frac{1}{2}}$ (單位 10^4 平方米)	$C_1 X_{1, n+\frac{1}{2}}$ $T_1 = 208$ 分	$C_2 X_{2, n+\frac{1}{2}}$ $T_2 = 68$ 分
0		—		1.000
1	6.8	1.5	1.000	0.836
2	6.6	2.5		0.653
3	5.9	2.3	0.958	0.401
4	5.2	1.6		0.001
5	5.3		0.842	-0.547
6	5.9	1.2		-1.036
7	6.2	1.1	0.607	-1.256
8	5.9	1.4		-1.290
9	4.0	1.2	0.344	-1.139
	2.0	0.9		

(次頁へ續く)

n	A_n (單位 10^4 平方米)	$S_{n+\frac{1}{2}}$ (單位 10^6 平方米)	$C_1 X_{1, n+\frac{1}{2}}$ $T_1 = 208$ 分	$C_2 X_{2, n+\frac{1}{2}}$ $T_2 = 68$ 分
10	4.8	1.0		-0.912
11	7.7	5.2	0.012	-0.838
12	10.6	8.2		-0.763
13	13.7	25.4	-0.028	-0.727
14	15.2	36.0		-0.692
15	18.5	41.7	-0.038	-0.652
16	17.2	48.0		-0.609
17	18.0	51.8	-0.044	-0.562
18	17.3	54.7		-0.510
19	16.7	55.9	-0.050	-0.454
20	19.4	56.2		-0.393
21	22.5	56.5	-0.055	-0.328
22	23.8	57.1		-0.259
23	17.8	57.6	-0.060	-0.186
24	18.2	58.0		-0.112
25	17.6	59.8	-0.064	-0.039
26	18.0	62.5		0.031
27	19.9	67.0	-0.068	0.096
28	21.4	75.0		0.153
29	22.6	85.0	-0.076	0.203
30	27.2	101.0		0.242
31	32.9	117.0	-0.077	0.275
32	27.9	124.0		0.303
33	24.8	122.0	-0.079	0.329
34	19.8	116.0		0.353
35	20.8	110.0	-0.085	0.377
36	20.3	101.0		0.400
37	21.6	87.0	-0.086	0.423

(次頁へ續く)

n	A_n (單位 10^6 平方米)	$S_{n+\frac{1}{2}}$ (單位 10^4 平方米)	$C_1 \chi_{1, n+\frac{1}{2}}$ $T_1 = 208$ 分	$C_2 \chi_{2, n+\frac{1}{2}}$ $T_2 = 68$ 分
38	22.5	79.1		0.445
39	23.2	79.0	-0.086	0.462
40	20.9	79.4		0.474
41	17.1	40.5	-0.087	0.488
42	11.9	13.4	-0.094	0.510

以上に依つて求められた基本振動の週期 208 分は減衰作用の働いてゐない場合であるが、實際に観測される減衰(減衰比15)を考慮すると是は 270 分となつて實測とよく合致する。

斯くして得られた χ_1, χ_2 の値を正規化する爲に、上記の χ_1, χ_2 の値は皆次の恒數 C_s で除して置く

$$C_s^2 = \int_0^l b(x) \chi_s^2 dx$$

$$= \sum \chi_{s, n+\frac{1}{2}}^2 A_{n+\frac{1}{2}}, \quad (43)$$

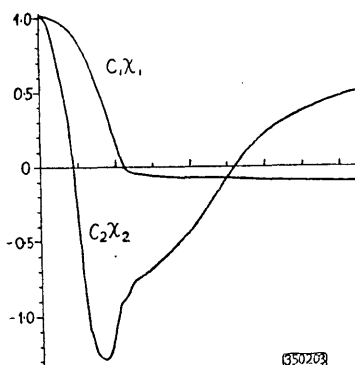
計算の結果は

$$C_1^2 = 39.54 \times 10^6, \quad (44)$$

$$C_2^2 = 151.94 \times 10^6$$

となる。 χ_1, χ_2 の形は第6圖に示した様になる。

次に吾々は $f_s(t)$ を求めねばならぬ。氣壓變化としては吾々は彦根に於ける氣壓を用ひ、颱風の速度は毎時 60 km であると假定する。琵琶湖の長さは 65 km であるから、颱風が琵琶湖を通過するに要する時間は 65 分である、従つて湖水の長さは第7圖では略1時間の長さに相當するから、12日の8h~9hの間を除けば、湖上の氣壓の分布は殆んど直線的である。従つて此等の時間に對する $f_s(t)$ を求めるには湖水の兩端に於ける氣壓差を p として



第 6 圖

$$P = \frac{p(t)}{65} x$$

と取り,

$$f_s(t) = \frac{p}{65} \int_0^l x b(x) \chi_s dx,$$

$$= \frac{p(t)}{43} \sum_n (n + \frac{1}{2}) A_{n+\frac{1}{2}} \chi_{s, n+\frac{1}{2}} \quad (7)$$

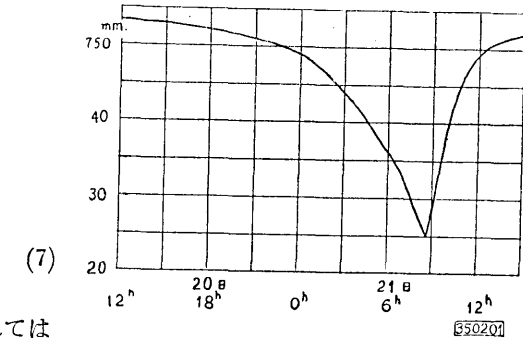
を求めた. 21日 8~9h の間に對しては
颶風の中心の位置を ξ とし湖水の兩端の
氣壓を $725 + p_1(t)$, 及 $725 + p_2(t)$ とし

$$f_s(t) = \int_0^{\frac{l}{2}} p_1 \frac{\xi - x}{\xi} b(x) \chi_s d\chi + \int_{\frac{l}{2}}^l p_2 \frac{x - \xi}{65 - \xi} b(x) \chi_s d\chi$$

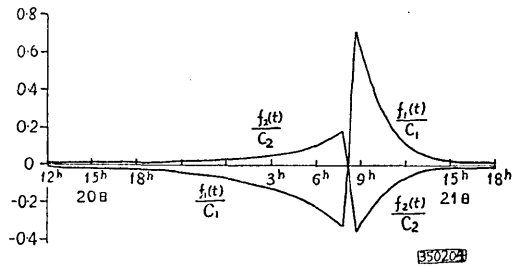
$$= p_1 \sum \frac{(n + \frac{1}{2}) - (n + \frac{1}{2})}{n' + \frac{1}{2}} A_{n+\frac{1}{2}} \chi_{s, n+\frac{1}{2}}$$

$$+ p_2 \sum \frac{(n' + \frac{1}{2}) - (n' + \frac{1}{2})}{42.5 - (n' + \frac{1}{2})} A_{n+\frac{1}{2}} \chi_{s, n+\frac{1}{2}} \quad (45)$$

として求めた. 其の結果は第 8 圖
の如くである. 次に此等の結果
を用ひて A_s を求めるに當つて注
意すべき事は, $t=0$ の時 $\dot{A}_s = 0$,
 $A_s = 0$ でなければならないから,
 $f'_s(t) = 0, f_s(t) = 0$ なる時に t の起
算時を取らねばならない. 然し乍



第 7 圖



第 8 圖

ら $f_s(t)$ は $t \rightarrow -\infty$ の時に 0 であるから, 今 T を充分大きな値として

$$t = T + \tau, \quad \xi = T + \eta$$

とすれば

$$\int_0^t f_s(\xi) \sin \lambda_s (t - \xi) d\xi = \int_{-T}^{\tau} f_s(\eta) \sin \lambda_s (\tau - \eta) d\eta$$

$$= \int_{-\infty}^{\tau} f_s(\eta) \sin \lambda_s (\tau - \eta) d\eta \quad (46)$$

を得るから, τ の起算時は此の式に依れば任意である. 従つて

$$A_s = \frac{1}{\rho\lambda_s} \sin \lambda_s \tau \int_{-\infty}^{\tau} f_s(\eta) \cos \lambda_s \eta d\eta - \frac{1}{\rho\lambda_s} \cos \lambda_s \tau \int_{-\infty}^{\tau} f_s(\eta) \sin \lambda_s \eta d\eta. \quad (47)$$

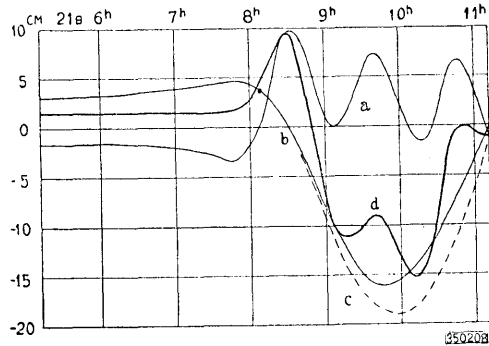
又減衰のある場合には同様にして

$$A_s = \frac{1}{\rho\gamma_s} e^{-k_s \tau} \sin \gamma_s \tau \int_{-\infty}^{\tau} e^{k_s \eta} f_s(\eta) \cos \gamma_s \eta d\eta - \frac{1}{\rho\gamma_s} e^{-k_s \tau} \cos \gamma_s \tau \int_{-\infty}^{\tau} e^{k_s \eta} f_s(\eta) \sin \gamma_s \eta d\eta. \quad (48)$$

として A_s を求める事が出来る。

但し此の場合 k の値は其のモードの減衰を表す様にとつた。即ち $s=2$ の時は $k_2=0$, $s=1$ の時は減衰比が實際の値になる様にした。

此の様に計算した結果は第9圖に示す通りであつて、同圖の a, b, c の曲線は夫々



第 9 圖

$$-\frac{\lambda_2}{\rho g C_2} \int_0^t f_2(\xi) \sin \lambda_2(t-\xi) d\xi, \quad (49)$$

$$-\frac{\lambda_1^2}{\gamma_1 \rho g C_1} \int_0^t f_1(\xi) e^{-k_1(t-\xi)} \sin \gamma_1(t-\xi) d\xi, \quad (50)$$

$$-\frac{\gamma_1}{\rho g C_1} \int_0^t f_1(\xi) \sin \gamma_1(t-\xi) d\xi \quad (51)$$

を表す。従つて堅田に於ては $C_1\lambda_1 \doteq 0$, $C_2\lambda_2 \doteq -1.3$ であるから a 曲線を顛倒したものは堅田に於ける検潮記録の曲線と合致しなければならぬ。

又 d 曲線は (49) と (50) とを共儘相加したものであつて、大津に於ては大體 $C_1\lambda_1 = 1.0$, $C_2\lambda_2 = 1.0$ であるから、此れは大津の検潮記録と合致せねばならぬ。又烏井川の検潮記録は大津のと比較して時間が多少遅れ、又振幅が大きくなるが、曲線の形は大津のものと同じである筈であるから、d 曲線は又烏井川の検潮曲線とも形が似なければならぬのである。

一般に任意の x の値に對する z の値、即ち、任意の地點に於ける検潮曲線は a 及 b 曲線に夫々其の地點の $C_1\lambda_1$ 及び $C_2\lambda_2$ を乗じて加へ合はせれば求める事が出来る。共

これは前にも述べた通り f_3, f_4, \dots 及び f_3, f_4, \dots 等は極く小さい量であるからである。

計算の結果を観測曲線と比較するに當つて注意すべき事は、観測は湖深の次第に淺くなつてゐる湖岸に於て行はれたものであるのに對し、計算にて求めたものは湖水の中心線に於ける値である事である。湖水が岸まで中心線から深さが一樣である場合には岸の値と中心線の値とは同じになるであらうが、然らざる場合には岸に於ける値は多の場合中心に於ける値よりも大きくなる事は明かである。又烏井川量水所の如く河の中に入つてゐる所では岸に於ける値よりも更に數倍の振幅となり、且高低水位の起時も多少遅れる事は容易に肯首し得る事であらう。

更に又注意すべき事は量水器に於ては長週期又は積年的の湖水位の變化の記録を目的として居るものであるので、平常時標に左程の正確さを要せぬ爲に、時間の不正確なる事多く、此の研究の様な目的には多少の不安を感じる事である。此の不安は短週期の變化に對する程大きい。第1圖は観測記録を共儘信用して寫し取つたものであるから、時間に多少の齟齬がある事は止むを得ない。

以上の注意を以て、計算の結果と観測された水位變化とを比較するならば、兩者曲線の形状は可成り似てゐる事を認める事が出来る。殊に若し第二次靜振が始めから大きな振幅で始まる事なく、振幅が次第に大きくなつたものとすれば、計算曲線 d の最初の山は無くなり大津又は烏井川の記録と頗る似たものとなるであらう。實際の颱風は初め大津の兩側を通り、堅田の北あたりから湖上に出たと考へられるのに、計算に於ては湖水の中心線に沿つて移動したと考へてゐるから、靜振に起り初めの頃は實際の靜振は計算値よりも小さかつたと考へられる。又此の事は次に述べる風の影響の爲に第二次靜振の振幅が次第に大きくなつたのであるとも考へられる。

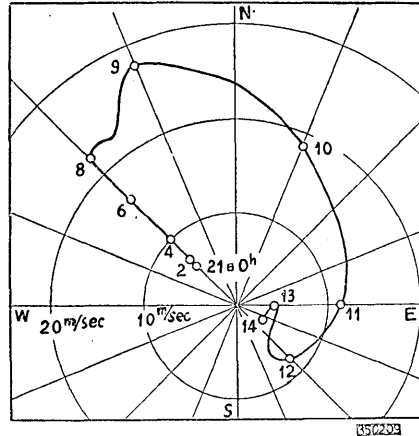
靜振の起り初めの時刻、從つて其れに續く最高、最低水位の起時は、計算では 7h50m に颱風の中心が湖水の南端に差掛つて 60 軒の時速で湖上を通過したのであるのに、實際の颱風が湖水南端に到着した時刻及其の速度は精密には知り難い事と、前にも述べた量水機の時標の不正確の爲に 30 分位の前後は免れ難い。

唯、堅田、長濱等の記録が計算値に比して 2~3 倍の振幅を示す事は岸の影響としても大きすぎる。然し湖水の靜振を起すものは氣壓の變化のみでなく、風に依る衝撃、摩擦等によつても略々同じ位相の靜振が誘起され得る事を思ひ合はするならば、或は此の位の不一致は有つて然る可きであらう。風によつて起る靜振に就ては次の機會に述べる積りである。

計算によると 4.5 時間周期の靜振は西北部では西南部の 1/10 程度になる筈であるから、大津に於て實際に観測された様に此の靜振の振幅を 30cm としても西北部では

3cm 程度となり、到底觀測し得ざる量である。従つて長濱、彦根、今津等に於ける非振動性の水位の緩變化は其の原因を氣壓の他に求めねばならぬ。

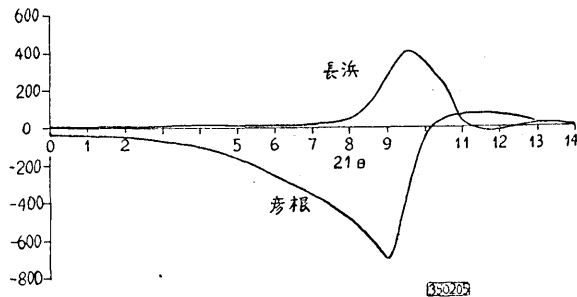
西北部は其面積が大きいから、風の影響が大きく現れる筈である。西北部沿岸に於ける風向、風速の觀測は彦根測候所のものが唯一のものである。が、今彦根に於ける風向、風速をベクトル圖にて表せば、ベクトルの頭の軌跡は第 10 圖に示した様になる。風に因る湖水の面積は風速の岸に直角な性分の自乗に比例するものとして、彦根及彦根に一番近い長濱での曲線を作つて見ると第 11 圖に示した様になり、其の極大の位置其他の曲線の形狀は、夫々彦根及長濱にて觀測された水位變化曲線に就て短周期の振動を表したものと全く相似形となる。



第 10 圖

従つて彦根、長濱等の長期水位變化が風に因るものである事は先づ疑ない所で

あると信ずる。今津其他に於けるものも同様であらうが、此處等に於ては風向、風速の觀測を缺き彦根の値を用ゆるには餘りに場所が離れすぎて居るから證明は致し難い。



第 11 圖

水位變化を得る爲に風速

の自乗に乗ず可き恆數は彦根に於ては 0.032、長濱に於ては 0.063 である。

5. 以上を括要するならば、(1) 270 分周期の靜振は湖水全體の基本振動である。(2) 68 分周期の靜振は湖水の第二次振動である。(3) 昭和9年9月21日の颱風に伴つて起つた靜振の振幅の半分は氣壓の變化によつて起されたものとして説明し得る。(4) 靜振の位相は計算によつて略説明し得る。(5) 西北部に於ては第二次靜振と風に因る湖水の面積とが水位變化の主なる部分であつて、基本振動は殆んど現れない。

終に臨み檢潮記錄の借覽其他に就き種々御便宜を與へられた滋賀縣廳土木課、内務省大阪土木出張所、此の研究に終始庇護を賜つた本研究所長石本博士、及び、數値計

算の勞を取られた水上理學士に深謝の意を表す。

3. *Level Changes of Lake Biwa caused by the Typhoon of Sept. 21, 1934.*

By Ryûtarô TAKAHASI,

Earthquake Research, Institute.

The destructive typhoon that visited Osaka on the morning of Sept. 21, 1934, after causing considerable damages to the city and its environments, passed over Lake Biwa.

The water of the lake was agitated so violently by this travelling disturbance, that seiches with amplitudes as large as 30 cm or more occurred. In addition to this remarkable oscillation of the lake water, there was observed a non-oscillatory level change of nearly the same amount at the northern part of the lake. Records of tide-gauges obtained at 7 lake-shore stations are given in Fig. 1. The positions of these stations are shown in Fig. 5.

The writer, by a combination of Stokes method and numerical integrations, calculated the extent and manner of oscillation of the lake water as the result of the travelling low pressure. In this calculation the meteorological data observed at Hikone (彦根) were utilized, but the effects of the strong winds that accompany the typhoon were not taken into consideration.

The thick line in Fig. 9 is the calculated curve of the seiches as the south end of the lake. The results obtained indicate (1) that the 270 min seiche, the origin of which had hitherto been uncertain, is the fundamental oscillation elongated in period by severe damping, (2) that the 68 min seiche is the binodal oscillation of the whole water of the lake, (3) that the calculated epochs of the high and low water level nearly coincide with those observed, (4) that the calculated amplitude accounts for only half the observed amount, because the latter is due to impulses of the winds as well as to pressure variation, (5) that the non-oscillatory level change at the northern half of the lake is due to the drift of water by the strong wind.