

## 地震研究所マグニチュードとモーメントマグニチュードの 関係の理論的考察

井出 哲\*

東京大学地震研究所

### Comparison between ERI magnitude and moment magnitude based on theoretical source, path, and site effect.

Satoshi Ide\*

Earthquake Research Institute, University of Tokyo

#### Abstract

Magnitude of Earthquake Research Institute (ERI), University of Tokyo,  $M_E$ , is determined using an empirical equation of Watanabe (1971). Based on the omega-square source model, constant stress drop scaling, constant  $Q$ , and instrumental response, we calculated a typical waveform for each event with a given seismic moment and  $M_W$  to estimate its  $M_E$ . This leads to theoretical relationships, which show 1) saturation for  $M_W > 6$ , 2) overestimation of  $M_E$  for  $3 < M_W < 5$ , and 3) underestimation of  $M_E$  for  $M_W < 2$ . Under  $M_W > 2$ ,  $M_E$  scales with  $1.5M_W$ , which may affect the estimation of b-value of the Gutenberg and Richter equation. Catalogue values of  $M_E$  and  $M_W$  for small and medium events show the predicted trend.

**key words:** ERI magnitude, moment magnitude, omega-square model, constant stress drop scaling, constant  $Q$

#### 1. はじめに

地震研究所では渡辺 (1971) の計算式を用いてマグニチュードを決定、公表している。本論文では地震研究所マグニチュード  $M_E$  と記述する。渡辺 (1971) の計算式は京都大学阿武山観測所の速度型地震計の最大振幅をもとに気象庁マグニチュードに合うように距離補正をしたものである。具体的には同地震計上下動の最大速度振幅  $A_V$  (m/s), 震源距離  $R$  (km) ( $R < 200$  km) を用いて、

$$M_E = \frac{1}{0.85} (\log A_V + 1.73 \log R + 4.5) \quad (1)$$

と与えられる。本来、渡辺 (1971) のマグニチュードはこの地震計と計算式の組み合わせで定義されるべきものである。現在の地震研究所が決定しているマグニチュードは地震計特性が異なる以上異なるものと考えるのが適当である。多くのマグニチュード同様、この式の物理的意味は明らかでない。数多くのマグニチュードの中で唯

一物理的意味がはっきりしているものはモーメントマグニチュード  $M_W$  (Kanamori, 1977) である。 $M_W$  は震源の低周波数側極限での大きさを示す地震モーメント  $M_0$  (Nm) から

$$M_W = \frac{1}{1.5} (\log M_0 - 9.1) \quad (2)$$

と与えられる。

簡単な震源モデルと地震のスケーリング法則によって大体の震源から放射される波の振幅を計算することは可能である。さらに途中の経路、計器の特性についての知識を総括すれば標準的な  $M_W$  の地震から推定される地震波の振幅を計算、 $M_E$  と比較することも可能である。本研究では予測される振幅から理論的な  $M_E$  と  $M_W$  の関係を導き広いスケールレンジでの挙動を予測する。さらに実際の観測値がこの予測した挙動に従うことも示す。

\* e-mail: ide@eps.s.u-tokyo.ac.jp (〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1)

## 2. 震源モデルとスケーリング則に基づく地震波形

均質媒質では距離  $R$  の点における観測  $S$  波の速度振幅スペクトル  $\dot{u}(\omega)$  は

$$\dot{u}(\omega) = \frac{Rad}{4\pi\rho\beta^3R} S(\omega)A(\omega)I(\omega) \quad (3)$$

と表現される。ここで  $S(\omega)$ ,  $A(\omega)$ ,  $I(\omega)$  はそれぞれ震源スペクトル, 非弾性減衰, 計器特性である。Rad は放射源パターン,  $\rho$  は密度である。本研究ではそれぞれ 0.5, 2000 kg/cm<sup>3</sup> を用いる。S 波速度  $\beta$  は 3.5 km/s を仮定した。

震源スペクトル  $S(\omega)$  は Aki (1967), Brune (1970) のオメガ 2 乗モデルを仮定する。因果律を考慮すれば震源スペクトル (モーメント関数 2 階微分のスペクトル)  $S(\omega)$  は

$$S(\omega) = \frac{\omega M_0}{1 + 2i\omega/\omega_0 - (\omega/\omega_0)^2} \quad (4)$$

の形をとる。ここで  $\omega_0$  はコーナー角周波数を表す。フーリエ変換は Aki and Richards (1980) の表現に従う。応力降下量  $\Delta\sigma$  がわかっているならば Brune (1970, 1971) に基づき以下の式で与えられる。

$$\omega_0 = 2.34\beta \left( \frac{16\Delta\sigma}{7M_0} \right)^{1/3} \quad (5)$$

$\beta$  は S 波速度である。

地震の大きさに関わらず平均応力降下量はほぼ等しくなることが知られている (Kanamori and Anderson, 1975)。この関係が M3 程度まで成り立つことは 1980 年代に既に知られており, さらに近年 M1 程度の小さな地震まで成り立つことが示されている (Abercrombie, 1995; Ide *et al.*, 2002)。個々の地震の応力降下量はばらつきが大きく, 場所や環境によって異なることも知られている。しかし値は概ね 0.1 MPa から 10 MPa 程度の値をとるので, 本研究ではこれを 1 MPa という値で代表させる。するとコーナー周波数は  $M_w$  1, 3, 5 で約 50 Hz, 5 Hz, 0.5 Hz となる。応力降下量 1 MPa の理想的な地震を距離 10 km の観測点で観察した場合のスペクトル振幅を Fig. 1a に示す。これをすべて観測するには幅広い帯域と大きなダイナミックレンジが必要である。

非弾性減衰は  $Q$  一定, Azimi *et al.* (1968) の式を仮定し以下のように表す。

$$A(\omega) = \exp i(K(\omega)R - \omega t) \quad (6)$$

$$K(\omega) = \frac{\omega}{\beta} + i \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_1\omega} + \frac{2\alpha_0\omega}{\pi(1 - \alpha_1^2\omega^2)} \ln \frac{1}{\alpha_1\omega} \quad (7)$$

ここで  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  は定数で,  $\alpha_1\omega < 1$  のとき

$$\alpha_0 = (2Q\beta)^{-1} \quad (8)$$

である。地殻の  $Q$  は地表の極浅いところを除き概ね 100 から 1000 の範囲に入っている。ここでは主に標準的な

$Q$  として 200 を採用する。また,  $\omega \approx 10^3$  まで計算する都合上,  $\alpha_1$  は  $10^{-5}$  とした。Fig. 1b には  $Q=200$ , 距離 10 km を仮定した減衰の曲線を示す。振幅を測定する地震計は固有周波数 1 Hz 減衰定数 0.7 程度のものである。地震計特性にはこの値を採用する。地震研究所微小地震観測網ではアナログデータを明星電気 GTA45, 白山工業 LT 8500 等のデータ変換装置で 100sps に AD 変換している。代表的な特性として白山工業 LT8500 の周波数特性を用いる。地震計と AD 変換記の特性をあわせてものを計器特性  $I(\omega)$  とする (Fig. 1c)。

こうして計算した震源スペクトル, 非弾性減衰, 計器特性を通して観測される振幅スペクトルを Fig. 1d に示す。Fig. 1a と Fig. 1d を比較すると観測しうるスペクトルのごく一部しか観測できていないことが如実に示される。このスペクトルを位相特性も考慮して時間領域に戻すと Fig. 1e のようになる。 $M_w$  2 以下では波形はほとんど変化せず, AD 変換器のアンチエイリアシングフィルターの形に近くなる。非弾性減衰の影響もあるがそれより収録を 100sps でしていることが重要である。またこの範囲ではコーナー周波数の影響が見えないので, 仮定するモデルには依存せず, ただ収録システムでスペクトルの形が決める。また,  $M_w$  が大きくなると振幅はあまり増えなくなる。これは 1 Hz 地震計の特性によるもので, マグニチュードの飽和として知られる現象の原因になっている。

## 3. 理論的な $M_E$ と $M_W$ の関係

時系列データが理論的に計算できればあとは振幅を用いて (1) 式からマグニチュードを計算するだけである。Fig. 2 に異なる距離での  $M_w$  と  $M_E$  の関係を示す。 $Q$  は 200 を仮定している。顕著なのはマグニチュードが小さい場合, 大きい場合に  $M_w = M_E$  の直線から大きくずれることである。大きいほうは 1 Hz 地震計に起因する  $M_E$  の飽和, 小さいほうは 100 sps サンプリングによる影響である。それでも小さい方は距離が短い場合に, 大きい方は距離が大きい場合に, すなわち実際に用いられる距離では比較的良好な推定を与える。これは (1) 式において幾何学的距離減衰と非弾性減衰を経験的を一つの距離減衰として良く近似しているからである。しかしながら  $M_E$  1 以下の特に小さい地震でのバイアスは大きくこの規模の地震を取り扱う時には注意が必要である。この領域での  $M_w$  と  $M_E$  の関係は傾き 1 でないので特に頻度分布を計算する時に影響が大きい。Gutenberg and Richter 則の  $b$  値の計算では  $b$  値を過小評価する傾向につながる。

Fig. 2 において 3-5 程度のマグニチュードではやや

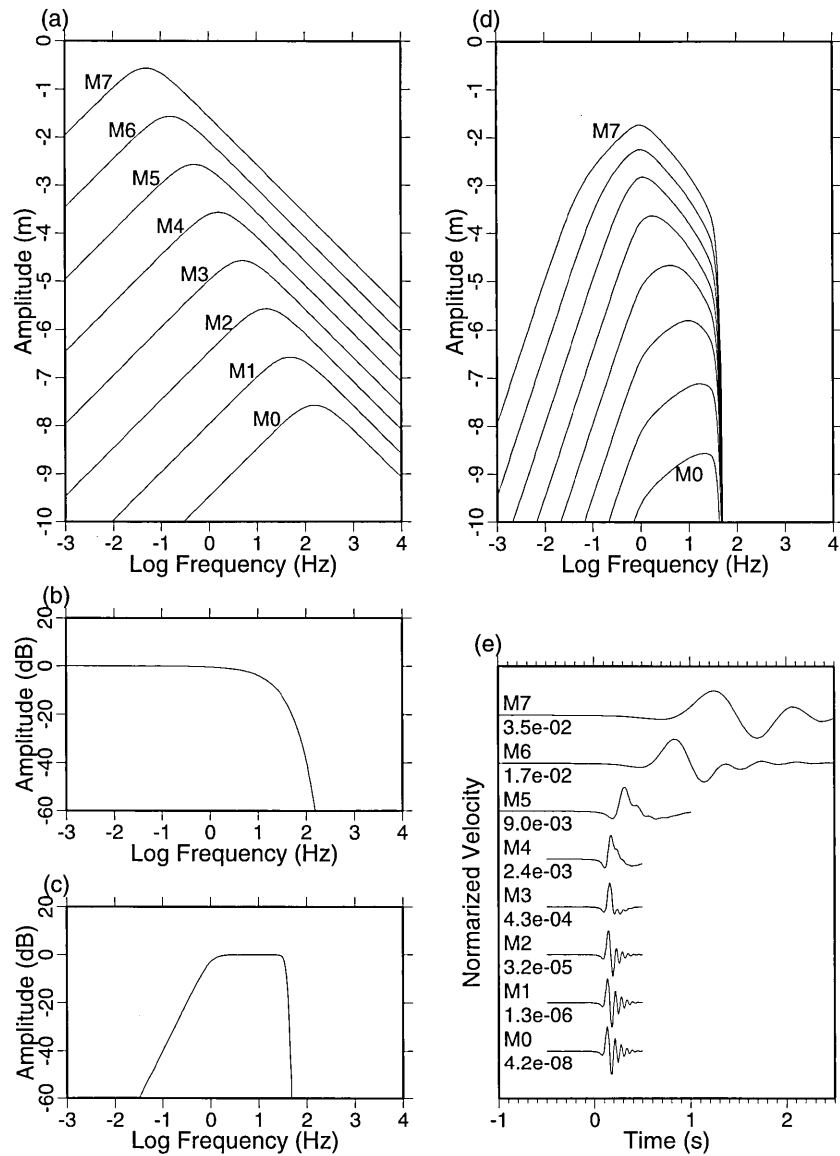


Fig. 1 (a) Amplitudes of source spectra assuming omega-square model with  $\Delta\sigma=1$  MPa. Calculated for a hypocentral distance of 10 km. (b) Attenuation spectra of Azimi *et al.* (1968), in which  $Q$  is nearly constant and is assumed to be 200. Calculated for the hypocentral distance of 10 km. (c) Amplitude of instrumental response. (d) Far-field body wave spectral amplitude after convolution of (a)-(c). (e) Waveforms in time domain. These are calculated by an inverse Fourier transformation of spectra (d).

$M_E$ が大きくなる傾向がある。この関係は経路の減衰の仮定にも依存する。Fig. 3は $Q$ を変えて $M_W$ と $M_E$ の関係を示したものである。この規模の地震が多く観察される距離 50 km の点で計算した。 $Q$ の変化が大きく影響することがわかる。また実際には $Q$ の周波数依存性などが考えられるので大きな不確実性が残る。ただし $Q=100$ という極端な値を考えてやっと $M_W$ と $M_E$ が同程度になるので、多くの場合は $M_E$ が大きくなることが予測される。

また、実際の地震はいろいろな応力降下量を持つ。 $M_E$ では応力降下量がマグニチュードと切り離せない。Fig. 4は距離 50 km,  $Q=200$ を仮定して 0.1 MPa, 1 MPa, 10

MPaの3通りの応力降下量について計算した $M_W$ と $M_E$ の関係である。マグニチュード2以下では変化は影響しないものの $M_W$ 4程度では $M_E$ に1以上の違いを引き起こす。

#### 4. 観測例による検証

これまでの節で、観測範囲の上限と下限で $M_E$ は $M_W$ に比べて小さな値を与えることを示した。大きな地震についてはマグニチュードの飽和として知られる現象であるが小さな地震の場合の比較例は少ない。そこで実際の地震で予測されるような関係が得られるか検証する。

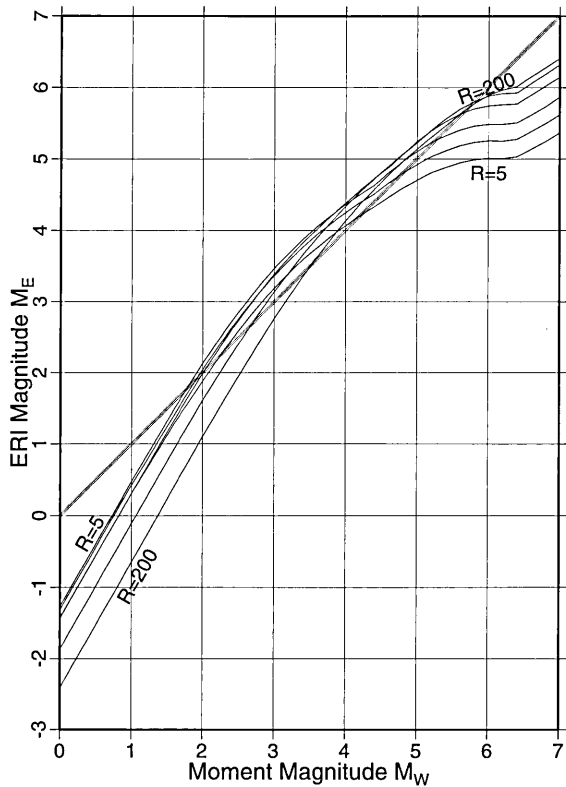


Fig. 2. Theoretical relations between moment magnitude  $M_W$  and ERI magnitude  $M_E$  calculated for hypocentral distances of 5, 10, 20, 50, 100, and 200 km.  $\Delta\sigma=1$  MPa and  $Q=200$  are assumed.

地震研究所の足尾観測点の近傍 5 km 以内に発生した  $M_E$  2 以下の 81 イベントについて  $M_E$  と  $M_W$  を比較した。  $M_W$  は観測スペクトルをオメガ 2 乗モデルで当てはめることで決定される。 マグニチュードは一時的な欠測の場合以外 5 観測点の平均として与えられる。 Fig. 5 はその結果である。 とともに  $M_W=M_E$  の直線と、  $Q=200$ ,  $R=5$  km で計算した  $M_W$  と  $M_E$  の関係を示す。 観測値は予想される関係にほぼ一致する。

前節では  $M_W$  3-5 の範囲でも  $M_E$  が  $M_W$  をやや上回る場合が多いことを示した。 この範囲では防災科学技術研究所がモーメントマグニチュードを発表している (福山他, 1998; Fukuyama *et al.*, 1999)。 Fig. 6 は東京大学地震研究所発表の  $M_E$  と防災科学技術研究所発表の  $M_W$  の比較である。 群発地震活動などがなかった 1998 年一年間の地震を比較した。 ばらつきは大きいものの  $M_E$  が  $M_W$  を上回る傾向は確認できる。 このばらつきは地域ごとの減衰, 応力降下量, 観測点距離などのばらつきなどが原因である。

## 5. まとめ

渡辺 (1971) に基づく地震研究所発表のマグニチュー

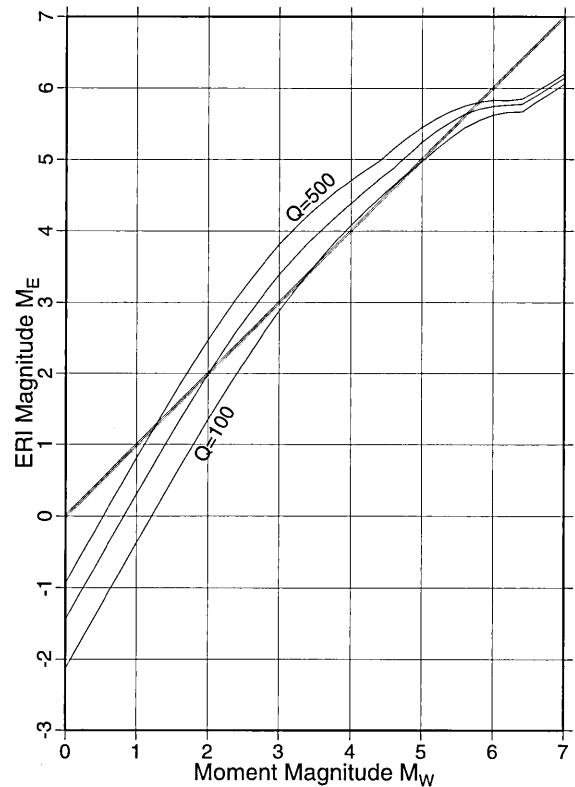


Fig. 3. Theoretical relations between moment magnitude  $M_W$  and ERI magnitude  $M_E$  calculated for  $Q$  of 100, 200, and 500.  $\Delta\sigma=1$  MPa and a hypocentral distance of 50 km are assumed.

ド  $M_E$  は物理的意味の明かなモーメントマグニチュード  $M_W$  に対して非線形な関係にあることが示された。  $M_W$  2 以下では 2 つのモーメントの比例係数は 1 ではなく  $M_W=0$  のとき  $M_E=-1$  となる。 従って  $M_2$  以下の地震については

$$M_W = \frac{2}{3}(M_E + 1) \quad (9)$$

が比較的良い近似を与える。 またこれは計測システムが不変であれば震源や伝播経路の影響によらない有効な式である。 Gutenberg and Richter 則の  $b$  値を推定する際には注意が必要である。  $M_3$  から 5 の範囲では傾きは等しいものの  $M_E$  が 0.2 程度過大評価になる。 但しこの関係は伝播経路や震源特性に依存するので経験式を導出することはあまり意味が無い。 地域ごとに評価すべきであるが、その評価が個々にモーメントマグニチュードを推定することに比べて意味があるかは疑問である。

歴史的観点, また計算の簡便さから, この計算法によるマグニチュードは今後も有用である。 但し, (1) 式によるマグニチュード推定が実は計器特性に依存すること認識しておく必要がある。 例えば (1) 式に広帯域地震計の振幅を入れれば地震モーメントに対する関係は異なって

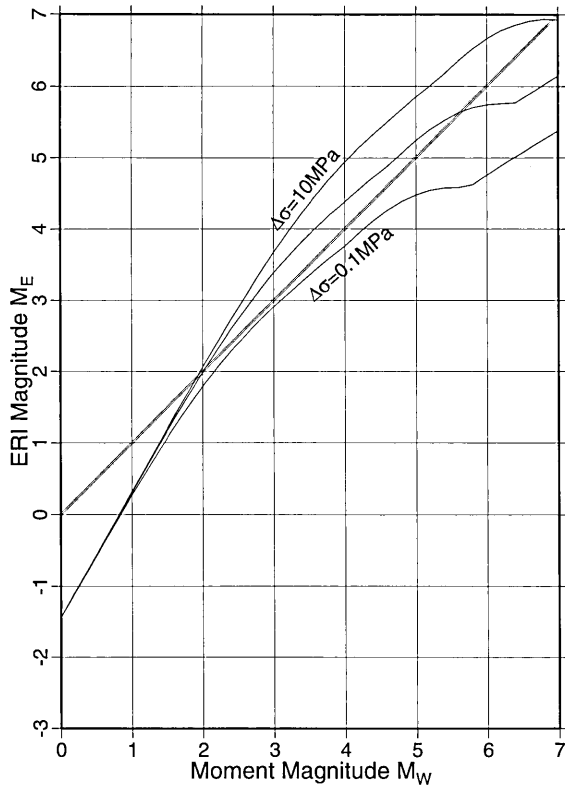


Fig. 4. Theoretical relations between moment magnitude  $M_W$  and ERI magnitude  $M_E$  calculated for  $\Delta\sigma$  of 0.1, 1, and 10 MPa.  $Q=200$  and a hypocentral distance of 50 km are assumed.

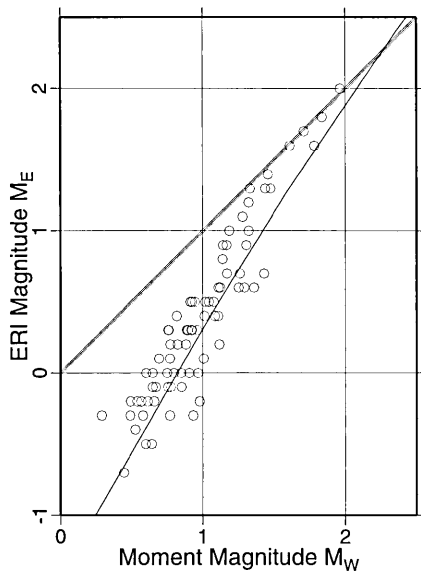


Fig. 5. A tentative P-wave velocity model at depth ranges of (a) 0-2.5 km and (b) 0-35 km for J-1. Numerals are P-wave velocities in km/s.

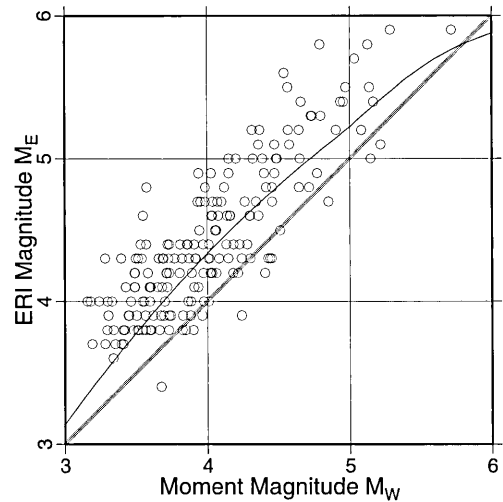


Fig. 6. Comparison between  $M_E$  and  $M_W$  of National Research Institute of Earth Science and Disaster Prevention (Fukuyama *et al.*, 1999). The events are earthquakes in Central Japan that occurred in 1998. The line shows a theoretical relation assuming  $\Delta\sigma = 1$  MPa,  $Q=200$ , and a hypocentral distance of 100 km.

くるし、計測のサンプリングレートの変更でさえ小さい地震のマグニチュード-モーメント関係に影響する。

Fig. 1 に示したように現在の観測では本当に観測できる地震の信号の一部しか観測できていないので帯域の拡幅は今後の重要課題である。その際、歴史的継続性を考慮するなら更新した機器に対して現在と同じ特性を与えて計算しつづける努力が必要となる。

#### Reference

- Abercrombie, R.E., 1995 Earthquake source scaling relationships from -1 to 5  $M_L$  using seismograms recorded at 2.5 -km depth, *J. Geophys. Res.*, **100**, 24,05-24,036.
- Aki, K., 1967, Scaling law of seismic spectrum *J. Geophys. Res.*, **72**, 1217-1231.
- Aki, K. and P. Richards, 1980, *Quantitative Seismology*, 932 pp., W.H. Freeman, New York.
- Azimi, Sh.A., A.V. Kalinin, V.V. Kalinin and B.L. Pivovarov, 1968, Impulse and transient characteristics of media with linear and quadratic absorption laws, *Izv., Phys. Solid Earth, February*, pp. 88-93.
- Brune, J.N., 1970, Tectonic stress and spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **75**, 4997-009, 1970. (Correction, 1971, *J. Geophys. Res.*, **76**, 5002.)
- 福山英一・石田瑞穂・D.S. Dreger・川井啓廉, 1998, オンライン広帯域地震データを用いた完全自動メカニズム決定, *地震* **2**, **51**, 149-156.
- Fukuyama, E., M. Ishida, S. Horiuchi, H. Inoue, S. Hori, S. Sekiguchi, H. Kawai and H. Murakami, 1999, NIED seismic moment tensor catalogue January-ecember, 1998, *Technical Note Nat'L Res. Inst. Earth Sci. Disas. Prev.*, **193**, 1-35.
- Kanamori, H., 1977, The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **82**, 2981-2987.

- Kanamori, H. and D. L. Anderson, 1975, Theoretical basis of some empirical relations in seismology, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **65**, 1073-1095.
- Ide, S., G.C. Beroza, S.G. Prejean and W.L. Ellsworth, 2002, Earthquake scaling down to M1 observed at 2 km depth in the Long Valley Caldera, California, *submitted to J.*

- Geophys. Res.*  
渡辺 晃, 1971, 近地地震のマグニチュード, *地震* **2**, 24, 189-200.

(Received January 31, 2002)

(Accepted September 25, 2002)