

射線モデルと自己回帰型のモデルを組み合わせた 電磁場伝達関数の分解方法—水平成層構造の場合—

横山由紀子・熊澤峰夫・中島崇裕

核燃料サイクル開発機構東濃地科学センター

A Decomposition Method of the Electromagnetic Transfer Function Using Ray Model and Autoregressive-type Model —the Case of a Horizontal Layered Structure—

Yukiko YOKOYAMA, Mineo KUMAZAWA, and Takahiro NAKAJIMA

Tono Geoscience Center, Japan Nuclear Cycle Development Institute

Abstract

EM ACROSS (electromagnetic accurately controlled routinely operated signal system) is one of electromagnetic exploration methods. In this method, an accurately controlled continuous signal is transmitted and the transfer function of the transmitted and the received electromagnetic fields is observed. Because the transfer function is required to be decomposed to extract information of electromagnetic structure, we here developed such a processing technique. We studied the case of a horizontal structure consisting of isotropic homogeneous layers. We introduced a ray model to describe the transfer function, and then applied an AR (autoregressive) -type model to describe the ray model as a discrete linear system. We further developed a practical algorithm to estimate the parameters of the AR-type model. The present technique is demonstrated to work well in a simple numerical experiment, and we could estimate electric structure easily using the decomposed transfer function.

Key words: electromagnetic sounding, controlled source method, ray, decomposition, autoregressive, statistical modeling, frequency domain, ACROSS

1. まえがき

人工の電磁波を用いるコントロールソース法は地下の電氣的構造を探查する有効な方法の一つである。このような電磁探查法としては CSAMT (Controlled Source Audio-frequency MagnetoTellurics) 法や TEM (Transient ElectroMagnetics) 法, 地中レーダ等が良く知られている [e.g., Strack, 1992; Zhadanov and Keller, 1994; 佐藤, 1998]. このうち, CSAMT 法では測定した電場と磁場を電波インピーダンスに変換した後, これを用いて構造の解析を行う。一方, TEM 法や地中レーダではインピーダンスを介さずに電磁場のデータを直接使用する。電磁アクロス (ACROSS: Accurately Controlled Routinely Operated Signal System) も後者に属する探查法の一つであり, 従来よりも精密に

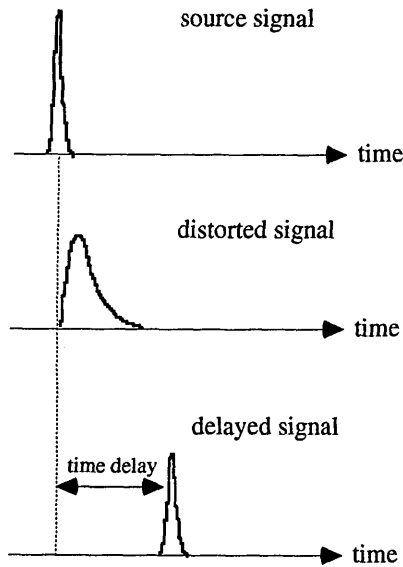


Fig. 1. Dispersion and time delay of signal.

制御した連続な電磁波を送信信号として使用する [小川・熊澤, 1996; Kumazawa, 1998 a; Nakajima *et al.*, 1998].

測定原理を等しくする探査方法でもデータ処理方法が異なることがある。例えば、TEM法では受信信号の時間変化に注目し、これをモデルに当てはめるという処理を主に行う [e.g., Strack, 1992]. また、地中レーダでは受信信号の送信信号に対する時間遅延を測定することが多い [e.g., 西山他, 1999; 鈴木他, 1999]. これらの処理方法の違いは使用する周波数領域の違いに主に起因する。前者では周波数が比較的低い電磁波を使用するために電磁場の分散が大きく、時間遅延を測定することが難しい。そこで、図1に示すような受信波形に対する送信波形の歪み、即ち分散関係を調べることで送受信点間の構造の情報を得る。これに対し、後者は比較的高周波数の電磁波を使用するので、送信波形はほぼ保存された形で受信点に至る。この場合は、送受信信号の時間差を測定することで送受信点間の構造の情報が得られる。

電磁アクロスではTEM法で使う低周波数領域から地中レーダで使う高周波数領域までの全周波数領域を使うことが考えられている [Kumazawa, 1998 a]. このため、分散関係と遅延の両方の情報を同時に抽出できるデータ処理方法が必要とされる。また、構造を知るためには抽出された分散関係と遅延の情報を適当に分解する必要がある。Kumazawa [1998 b] はこのようなデータ処理を行うための概念を発表し、Hasada *et al.* [2000] はそれを地震波の解析に応用して走時の分散曲線を求めることを試みた。しかし、手法が未熟であったために明確な複数の走時曲線を得ることができなかった。このため、分散関係と遅延の情報を抽出・分解するための具体的データ処理方法の開発が現在の課題となっている。

本研究ではこの課題を電磁場データ処理の問題として取り上げた。そして問題解決の第一歩として等方性一様媒質の水平成層から成る簡単な構造を想定し、このような場所得られる電磁場データを処理する方法を考えた。

データ処理方法の開発では現実世界を適切に抽象化し、それを計算機上で表現可能な形に持ち込むことがよく行われる [e.g., Biermann, 1990]. これを物理現象に応用する場合は方程式を二段階に亘ってモデル化することになる. そして、データからモデルを推定するための規準とアルゴリズムを考える.

本研究でもこの手順に従って開発を行った. まず、モデル化の第一段階として電磁場の伝播を射線 (ray) のモデルで記述することにした. このことは本稿の第二節で述べる. そしてモデル化の第二段階として射線のモデルをさらに離散化された統計モデルで近似表現した. このことは第三節に述べる. そして、最後に統計モデルのパラメータを推定する方法を考えた. この方法は第四節に示す. 第五節には提案した処理方法を用いた簡単な数値シミュレーション例を示した. この例を通し、開発した方法で電磁場データから分散関係と遅延の情報を抽出・分解できること、そしてその結果が構造推定に貢献することを示すためである.

2. 射線のモデル

ソースのない等方性の一様媒質中では電場の成分 E は透磁率 μ と電気伝導度 σ , 誘電率 ϵ に依存し、次の波動方程式に従う [e.g., Ward and Hohman, 1987].

$$\mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \nabla^2 E \quad (1)$$

磁場も電場と全く同じ形の式に従うので、以下では電場のみについて表記することにする.

平面波の場合を考えると上記の方程式の解は次のようになる.

$$E(\omega) = E_0 \exp(i\omega t - \mathbf{k}(\omega) \cdot \mathbf{r}) \quad (2)$$

ただし、上式で ω , $\mathbf{k}(\omega)$, \mathbf{r} は、それぞれ角周波数、波数ベクトル、位置ベクトルであり、波数ベクトルの大きさ $k(\omega)$ は物性値 μ, σ, ϵ と次の関係にある.

$$k(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} + 1 \right)} - i\omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right)} \quad (3)$$

上式右辺の第一項は位相の遅延に関係し、ゼロにはならない. このことは電磁波が必ず伝播することを意味する. 第二項は伝播に伴って起こる振幅の減衰に関わる量である. 第二項に含まれる $\sigma/\epsilon\omega$ が大きいときには電磁波は大きく減衰するが、この場合も第一項の効果により振動は伝わる. つまり、減衰の大小に関わらずこの電磁波の波面を定義することができる.

波面が定義できるので、電磁波の射線を図 2 (a) のように波面と直交する方向に定義することができる. このことより、電磁波がある射線に沿って進むというモデルで伝播の現象を記述できる. 媒質中に水平成層構造がある場合には、一点で放出された電磁波は反射や透過を繰り返す. そして、受信点を定めると図 2 (b) に矢印で示したような射線が描ける. このような場合には送信点より送り出された電磁波が複数の射線に沿って進み、受信

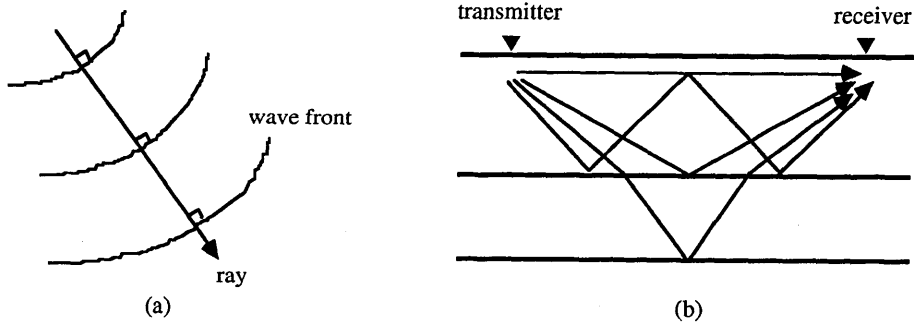


Fig. 2. Ray of electromagnetic wave (a) in a homogeneous medium and (b) in a horizontal layered medium.

点に至ると理解することができる。従って、受信される電場 $E(\omega)$ は異なる p 個の射線を経た $E_l(\omega)$ の重ね合わせとなる。

$$E(\omega) = \sum_{l=1}^p E_l(\omega) \quad (4)$$

電磁アクロスのように送信信号を精密に制御している場合は、受信点で受けた電磁波から送信信号 $E_0 e^{i\omega t}$ の影響を直接取り去ることができる。つまり、送受信点間の電場の伝達関数を間接的な測定量とすることができる。この伝達関数 $H(\omega)$ は成分ごとに次のように表される。

$$H(\omega) = \frac{E(\omega)}{E_0 e^{i\omega t}} \quad (5)$$

ここで、それぞれの射線に関わる伝達関数 $H_l(\omega)$ を次のように定義する。

$$H_l(\omega) = \frac{E_l(\omega)}{E_0 e^{i\omega t}} \quad (6)$$

これと (4), (5) 式より、送受信点間の電磁場の伝達関数はそれぞれの射線の伝達関数の和で表される。

$$H(\omega) = \sum_{l=1}^p H_l(\omega) \quad (7)$$

これが電磁場伝達関数の射線のモデルである。ここでモデルという言葉を用いているのは、無限数の射線の中から送信点と受信点を結ぶものだけを取り出すことにより、現象を単純化して記述しているからである。

3. 離散化された統計モデル

前節で伝達関数 $H(\omega)$ は複数の射線の伝達関数 $H_l(\omega)$ から構成されることを示した。それぞれの関数は射線が通過した場所の物性と伝播距離の情報を持つ。そこで、測定した伝達関数を予めそれぞれの射線の関数に分解しておけば、構造の解析が容易になる。本節で

はこの分解方法を考える。

まず、個々の伝達関数 $H_i(\omega)$ を自然対数のべきの関数で表すことにする [Kumazawa, 1998 a].

$$H_i(\omega) = \exp(i\phi_i(\omega)) \quad (8)$$

ここで、 $\phi_i(\omega)$ は複素関数であり、実部は位相の遅延に、虚部は振幅の減衰に関係する。また、周波数に依存することから分散性も表現している。

次に $\phi_i(\omega)$ を ω_0 の近傍でテイラー展開し、(8)式を次のように近似する。

$$H_i(\omega) \doteq \exp(i\phi_i(\omega_0)) \cdot \exp\left(i \frac{\partial \phi_i(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0)\right) \quad (9)$$

この近似を用いると伝達関数 $H(\omega)$ は次の形で表される。

$$H(\omega) \doteq \sum_{l=1}^p C_l \exp(i\alpha_l \omega) \quad (10)$$

ただし、上式で係数 α_l と C_l は次のとおりである。

$$\alpha_l = \frac{\partial \phi_i(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (11)$$

$$C_l = \exp\left(i\left(\phi_i(\omega_0) - \frac{\partial \phi_i(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \omega_0\right)\right) \quad (12)$$

上記(10)式の形を持つ関数は離散化すると AR (AutoRegressive) モデルで表現できることが知られている [e.g., Kay and Marple, 1981]. そこで、測定した伝達関数を AR 型のモデルで表すことにする。ただし、測定値にノイズが含まれていることを考慮し、ノイズを考慮した拡張プロニー法のモデル、またはそれと等価な存否法のモデルを採用する [Kay and Marple, 1981; Kumazawa *et al.* 1990].

間隔 $\Delta\omega$ で離散化した伝達関数 $H(n\Delta\omega)$ を、採用したモデルに従って表すと次のようになる。

$$\sum_{j=0}^p a_j H((n-j)\Delta\omega) = 0 \quad (13)$$

$$H^{obs}(n\Delta\omega) = H(n\Delta\omega) + \varepsilon(n\Delta\omega) \quad (14)$$

ただし、ここでの p は AR オーダであり、物理的には射線の数意味する。また、 a_j は AR 係数であり、 $H(n\Delta\omega)$ が実数の場合には実数、複素数の場合には複素数になる。測定値 $H^{obs}(n\Delta\omega)$ に含まれる $\varepsilon(n\Delta\omega)$ は、平均がゼロ、分散が λ のランダムノイズである。

上記(13)と(14)式が離散化された伝達関数データを処理するための最終モデルである。このモデルのパラメータ p と a_j を推定することで各 $H_i(n\Delta\omega)$ を推定でき、 $H(n\Delta\omega)$ を分解することができる。

4. パラメータ推定法

本節では前節に示したモデルパラメータを推定する方法を示す。

はじめに AR オーダ p が与えられた場合について考える. この場合はまず, データの共分散行列 P の固有値問題を解き, 固有ベクトルである AR パラメータ a_j のベクトル A を求める [Kay and Marple, 1981; Kumazawa *et al.*, 1990].

$$PA = \lambda A \quad (15)$$

次に, 求めた AR パラメータを係数とする多項式を解く,

$$\sum_{j=1}^p a_j z^{-j} = 0 \quad (16)$$

この多項式の l 番目の根 z_l より α_l が求められる.

$$z_l = \exp i \alpha_l \Delta \omega \quad (17)$$

次に求めた α_l を用い, N 個のデータとモデルの残差二乗和 S が最小となるように C_l を決める.

$$S = \sum_{n=1}^N \left(H^{obs}(n\Delta\omega) - \sum_{l=1}^p C_l \exp i \alpha_l n \Delta \omega \right)^2 \quad (18)$$

以上の操作により α_l と C_l が決まり, (9), (11), (12) 式より関数 $H_l(n\Delta\omega)$ を得る.

AR オーダが与えられている場合に対し, オーダが与えられていない場合の実用的なパラメータ推定法は確立されていない. AR オーダの推定方法としては AIC (Akaike Information Criterion) 等の規準を用いる方法があるが, この方法は予測誤差が正規分布をしているという仮定が満たされないと機能しない [Kay and Marple, 1981]. さらに, 本研究のような場合は二次元の AIC 量を計算する必要があるが, この方法は多くの計算量を必要とするのであまり実用的とは言えない [Matsuura *et al.*, 1990; Yokoyama *et al.*, 1997]. このような困難があるために AR オーダの推定を厳密に行わないデータ処理も行われている [Hori *et al.*, 1989; Imanishi *et al.*, 1992]. しかし, 伝達関数を明確に分解するためには射線の数を知ることは不可欠である.

そこで, 本方法では従来の欠点を持たない AR オーダの推定法を新しく導入することにした. Yokoyama *et al.* [2000] は励起源のある非斉次 AR モデルの AR オーダを推定するために, 仮定からずれたデータが与えられても機能し, かつ計算量の少ない方法を考案した. この方法によれば, モデルに与える AR オーダを十分に大きくすれば, エラーの分布に関わらず推定値のバイアスが小さくなり, 真値に近づくことが示されている. また, 推定した複数のパラメータ α_l のうち, ノイズやエラーに起因するものはおよそ $\alpha_l > 2\pi/p\Delta\omega$ の範囲に分布することも示されている.

これらの性質は非斉次 AR モデルのみではなく, 本研究で用いるモデルでも成り立つので, その性質を利用することにした. 具体的には, 十分に大きい AR オーダを与え, その値に関わらずおよそ $\alpha_l < 2\pi/p\Delta\omega$ の範囲内でほぼ一定値を示すパラメータを尤もらしいと判断する. そして, そのパラメータの数を AR オーダの推定値とするのである.

このような AR オーダの推定方法と, 前述の α_l と C_l の推定方法とを組み合わせると全パラメータの推定を行うことができる. そのためのアルゴリズムとして図 3 に示すものを考案した. アルゴリズムは大きく 2 段階に分かれ, 第一段階で AR オーダを決め, 第二段

電磁場伝達関数の分解方法

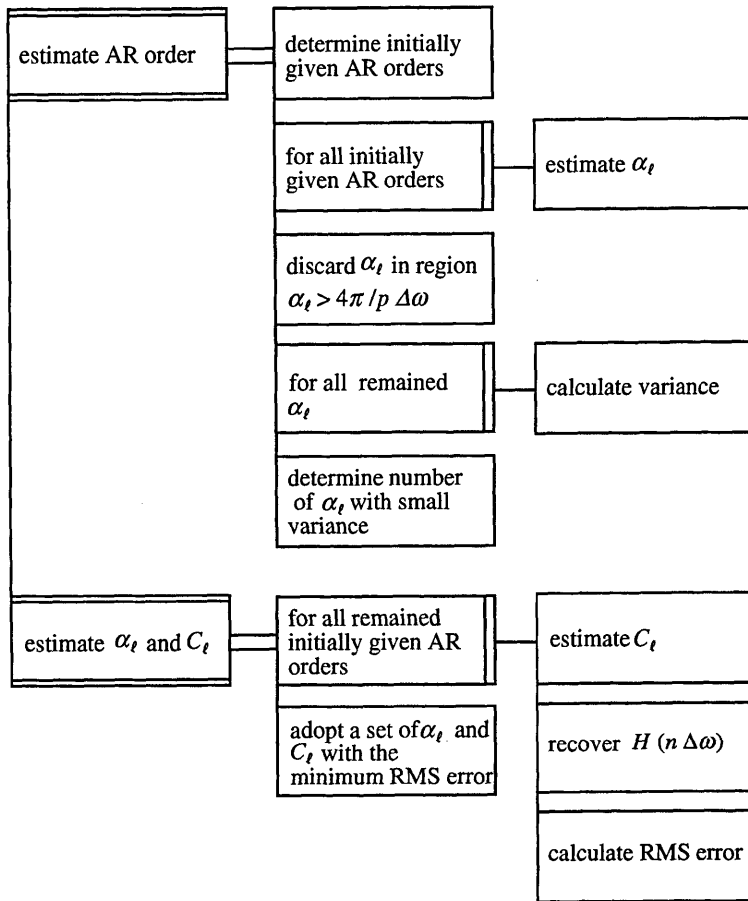


Fig. 3. Algorithm for parameter estimation.

階で他のパラメータ α_l と C_l を決める。

第一段階ではまず、モデルに与える AR オーダ p の適当な範囲を決める。そして、その範囲のオーダ全てについて α_l を推定する。求めた α_l のうち、 $\alpha_l > 4\pi/p\Delta\omega$ の範囲にあるものはエラー起源の可能性があるので除去する。ここで α_l の下限を 2 倍したのは、これまでの予備的な数値実験により、この程度の数値を掛けた方がうまく機能することがわかっているためである [横山, 2000]。そして最後に、残った範囲の中から p に対してある程度安定した値を持つ α_l を採用し、その個数を推定する AR オーダと決める。パラメータ α_l の値が安定しているかはその分散により判断する。

ここまでの操作により p に対してほぼ同じ値を持つ α_l が残るので、第二段階としてこの中から適当なものを選ぶ。そのために残った全ての α_l の組み合わせについて C_l を計算し、 $H(n\Delta\omega)$ を回復する。そしてデータ $H^{obs}(n\Delta\omega)$ と回復した $H(n\Delta\omega)$ の残差二乗和を計算し、最も小さい値を与える α_l と C_l の組み合わせを最終的な推定値として採用する。

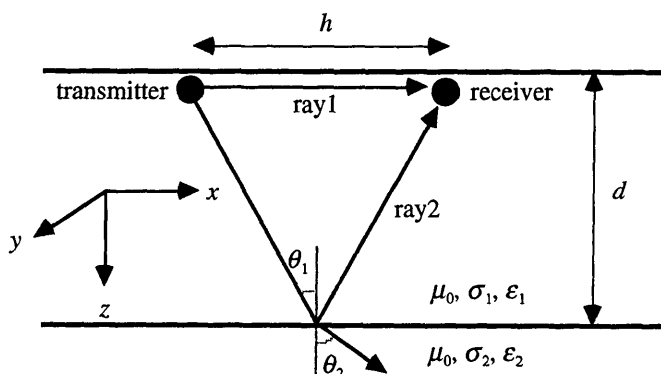


Fig. 4. A model structure for numerical experiment.

Table 1. Parameters of model structure.

	given	estimated
first layer		
relative permeability	1.00	given
conductivity (S/m)	1.00×10^{-5}	1.00×10^{-5}
relative permittivity	1.00×10^2	1.00×10^2
depth (m)	2.00×10^2	2.02×10^2
second layer		
relative permeability	1.00	given
conductivity (S/m)	1.00×10^{-2}	$(1.13 \sim 1.58) \times 10^{-2}$
relative permittivity	1.00	$2.51 \times 10^1 \sim 5.01 \times 10^2$

5. 数値シュミレーションの例

5.1 データの合成

前節までに提案した方法が正しく機能するかを確認するために数値シュミレーションを行った。ここでは図4にある二層水平成層構造を考え、この中をTE (Transverse Electric) モードの平面波がxz平面上にある二つの射線に沿って伝わるとした。データのS/N比が高い場合には多重反射の射線も取り扱えるが、ここでは例をより簡単なものにするために考慮しなかった。物性値は伝達関数の性質が図で視認しやすいものを選び、表1のように設定した。また、周波数の中心値は分散性と位相遅延の両効果が表れる範囲を選び、 5.00×10^5 Hzとした。

このような構造の上に 2.00×10^2 m 離して送信点と受信点を設置し、図5に示す $5.00 \times$

電磁場伝達関数の分解方法

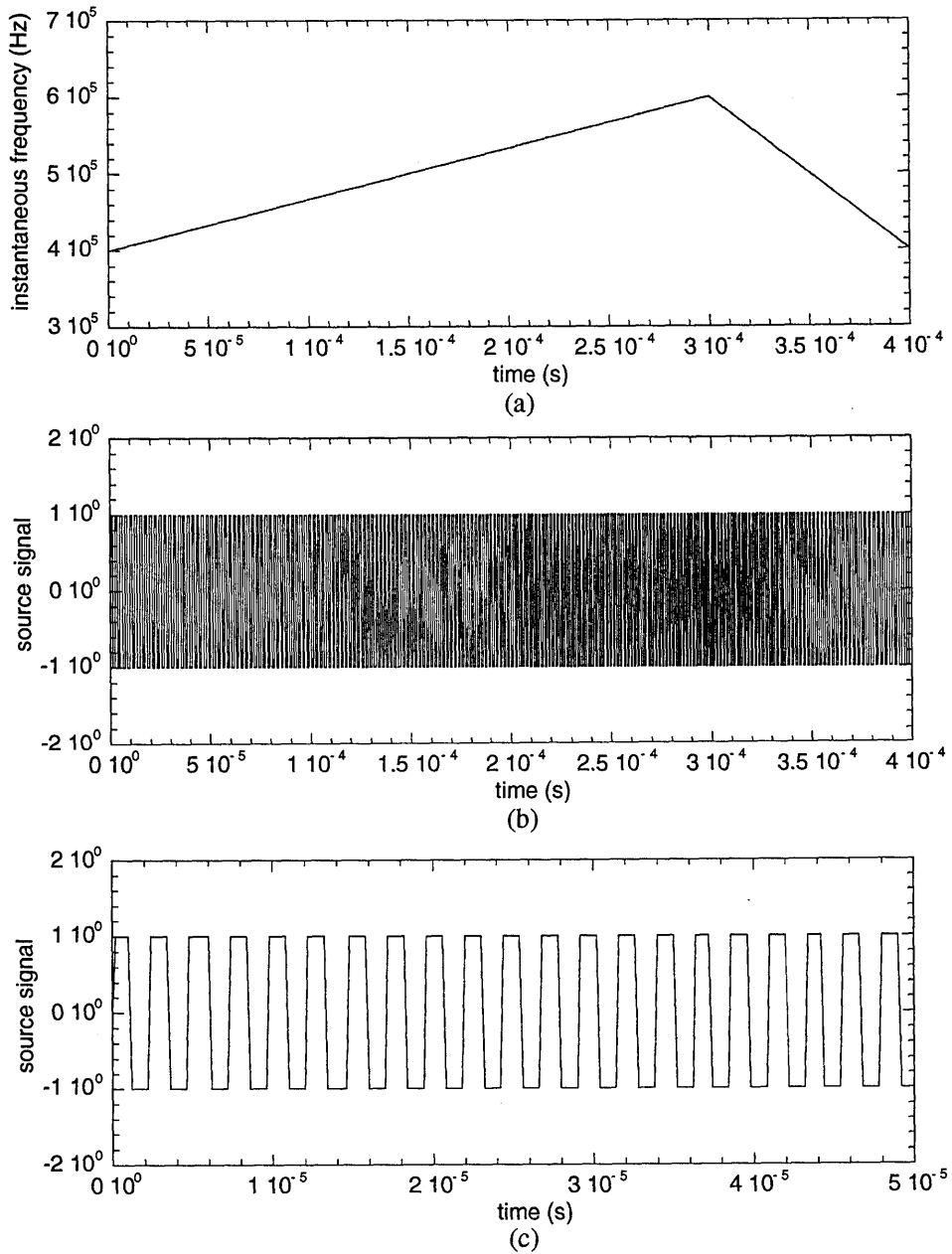


Fig. 5. Rectangular chirp signal used as a source signal. (a) Instantaneous frequency, (b) one modulation cycle of signal, and (c) enlargement of the first one-eighth part of (b).

$10^5 \pm 1.00 \times 10^5$ Hz の周波数を持つ矩形型のチャープ信号を送ることを想定した。ただし、簡単のために、電場の y 成分のみについてここでは考えることにする。サンプリング間隔は 2.00×10^{-7} 秒とした。

送信点と受信点の間の電場 y 成分の伝達関数 $H(\omega)$ は直進する射線 1 の関数 $H_1(\omega)$ と反射を含む射線 2 の関数 $H_2(\omega)$ の和となる。

$$H(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) \quad (19)$$

射線 1 の関数は一様媒質中の伝播の関数となるので複素の波数 $k_1(\omega)$ と送受信点間の距離 h を用いて次のように計算できる。

$$H_1(\omega) = \exp(-ik_1(\omega)h) \quad (20)$$

ただし、波数は媒質の物性値と周波数に依存し、次のように決まる [e.g., Ward and Hohman, 1987].

$$k_1(\omega) = \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1 \omega^2 \left(1 - i \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1 \omega}\right)} \quad (21)$$

また、射線 2 では第一層での伝播の後、第二層との境界での反射、その後第一層での伝播が起こるので、その伝達関数は次のようになる。

$$H_2(\omega) = \exp(-ik_1(\omega)s) \cdot H^R(\omega) \cdot \exp(-ik_1(\omega)s) = \exp(i\phi^R(\omega) - 2k_1(\omega)s) \quad (22)$$

ただし、 $i\phi^R(\omega)$ は $H^R(\omega)$ の対数であり、伝播距離 s は第一層の深さ d を用いて次のように決まる。

$$s = \sqrt{d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} \quad (23)$$

また、反射の関数 $\phi^R(\omega)$ は電磁場の接続条件より次のようになる [e.g., Ward and Hohman, 1987].

$$\phi^R(\omega) = -i \ln \frac{\mu_2 k_1 \cos \theta_1 - \mu_1 k_2 \cos \theta_2}{\mu_2 k_1 \cos \theta_1 + \mu_1 k_2 \cos \theta_2} \quad (24)$$

上式に含まれる第二層での波数 k_2 と透過角 θ_2 はそれぞれ次の式で与えられる。

$$k_2(\omega) = \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 \omega^2 \left(1 - i \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2 \omega}\right)} \quad (25)$$

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2 \sin^2 \theta_1} \quad (26)$$

表 1 のパラメータを (20)-(26) 式に代入し、(19) 式を計算すると本節で使用する伝達関数を得る。

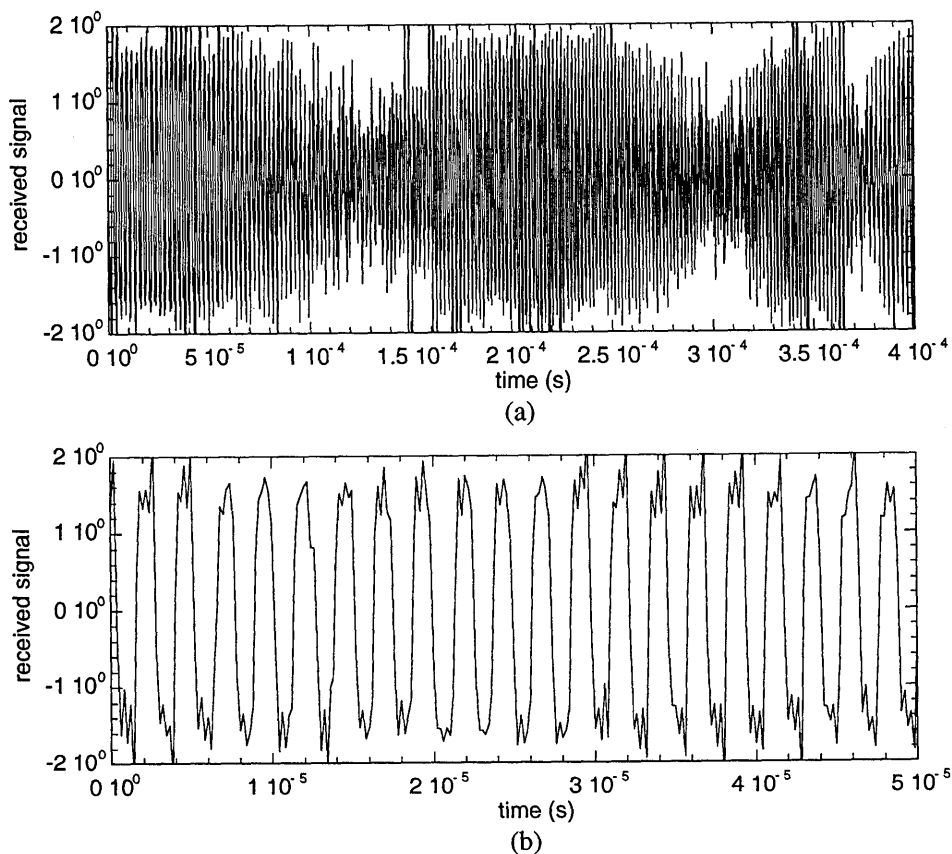


Fig. 6. Synthesized received signal including 20 dB random noise. (a) One modulation cycle of signal, and (b) enlargement of the first one-eighth part of (a).

図5 (b) の送信信号をフーリエ変換し、求めた伝達関数を掛けた後、逆フーリエ変換を施して受信信号を合成した。ただし、これらの計算では 0.00 Hz からナイキスト周波数 2.50×10^6 Hz までの周波数を使用した。合成した受信信号に 20 dB のランダムノイズを付加したものが図6の時系列である。これを以下で行う数値実験用の受信信号とする。

5.2 伝達関数の分解

図5 (b) の送信信号と図6 (a) の受信信号をそれぞれフーリエ変換し、比をとると図7の伝達関数を得る。この関数のうち $4.00 \times 10^5 - 6.00 \times 10^5$ Hz の周波数領域にあるものが処理の対象となるデータである。

初期に与える AR オーダを 1-50 までの範囲に設定し、(15)-(17)式を用いて図7のデータより α_l を推定する。この結果は図8のようになり、 $\alpha_l < 4\pi/p\Delta\omega$ の範囲に二つの安定した値が現れる。この二つの値の平均値と標準偏差はそれぞれ $6.67 \times 10^{-6} \pm 1.22 \times 10^{-7}$ と $1.48 \times 10^{-5} \pm 1.25 \times 10^{-6}$ とであり、標準偏差が平均値よりも一桁以上小さいことから充分に安定していると見做せる。従って AR オーダは 2 と推定される。

次に 2 つの安定したパラメータ α_l に対してそれぞれ C_l を求め、 $H(n\Delta\omega)$ を回復する。

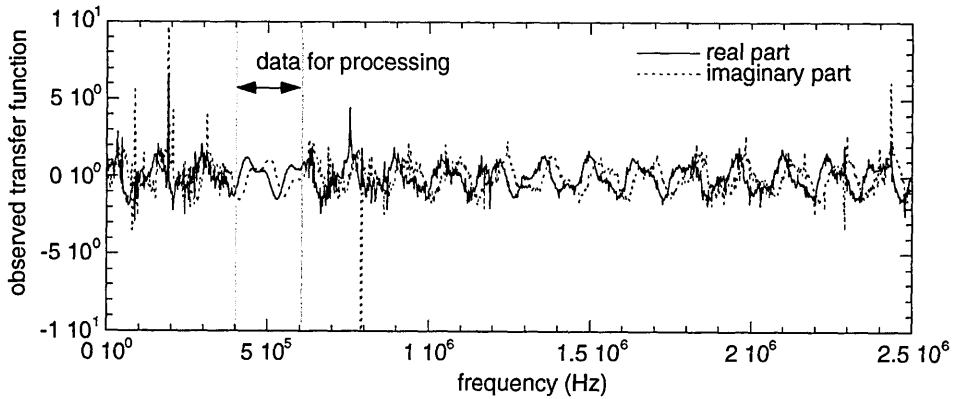


Fig. 7. Transfer function obtained from the source and the received signals.

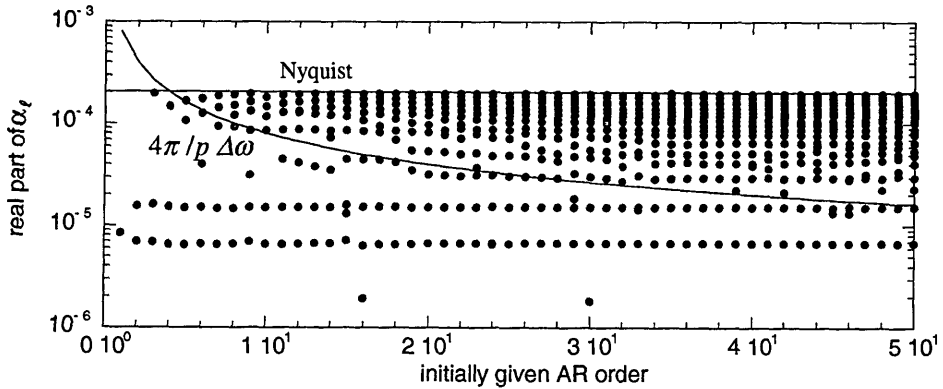


Fig. 8. Real part of estimated α_i for a wide band of initially given AR order. Thin lines indicate boundaries for proper values, the Nyquist and $4\pi/p\Delta\omega$.

そして、これと与えたデータとの間の RMS (Root Mean Square) エラー \sqrt{S} を計算すると図 9 のようになる。最も小さいエラーを与えるのは初期に与えた AR オーダが 26 の時であり、RMS エラーは 4.31×10^{-2} となる。これは与えた伝達関数の標準偏差の 3.97% であり、十分に小さい値と言える。この時の α_i と、 α_i と C_i より計算した $\phi_i(\omega_0)$ を表 2 に示した。表 2 より、推定したパラメータのほとんどは真値に近い値になっているが、 α_1 と α_2 の虚部の推定値が真値からずれていることがわかる。これは、虚部が実部に比べて小さい値を持つために、計算誤差が大きくなったためと考えられる。

推定した値を用いて伝達関数 $H(n\Delta\omega)$ を回復すると図 10 のようになり、与えたデータと良く一致する。真値からのずれが大きかった α_1 と α_2 の虚部は絶対値が小さいために $H(n\Delta\omega)$ への寄与は小さい。この図で与えたデータに見られる小さな凸凹はノイズであり、滑らかな伝達関数を推定することによりノイズが除去できていることが確認できる。

求めた伝達関数の時間空間での性質を調べるために、推定した伝達関数を逆フーリエ変換して時系列 $h(t)$ にした。ただし、対象とした周波数領域外へは関数を外挿し、負の周波

電磁場伝達関数の分解方法

Table 2. Parameters of discrete model.

	given	estimated
AR order	2	2
$\alpha_1 = \left. \frac{\partial \phi_1(\omega)}{\partial \omega} \right _{\omega=\omega_0}$	$-6.67 \times 10^{-6} + 3.87 \times 10^{-14} i$	$-6.67 \times 10^{-6} + 3.53 \times 10^{-9} i$
$\alpha_2 = \left. \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \right _{\omega=\omega_0}$	$-1.50 \times 10^{-5} + 6.79 \times 10^{-8} i$	$-1.50 \times 10^{-5} + 8.01 \times 10^{-8} i$
$\phi_1(\omega_0)$	$(-2.15 - 6\pi) + 3.77 \times 10^{-2} i$	$(-2.11 \pm 2n\pi) + 3.88 \times 10^{-2} i$
$\phi_2(\omega_0)$	$(-4.18 \times 10^{-1} - 14\pi) + 6.77 \times 10^{-1} i$	$(-4.57 \times 10^{-1} \pm 2n\pi) + 6.83 \times 10^{-1} i$
$\left. \frac{\partial \phi^R(\omega)}{\partial \omega} \right _{\omega=\omega_0}$	$-1.28 \times 10^{-7} + 6.79 \times 10^{-8} i$	$3.69 \times 10^{-8} + 8.01 \times 10^{-8} i$
$\phi^R(\omega_0)$	$2.42 + 5.93 \times 10^{-1} i$	$(2.80 \pm 2n\pi) + 5.98 \times 10^{-1} i$

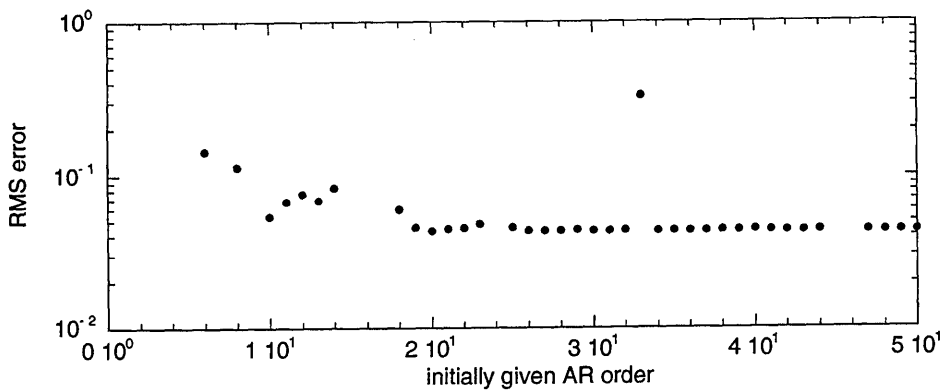


Fig. 9. RMS errors of the estimated models.

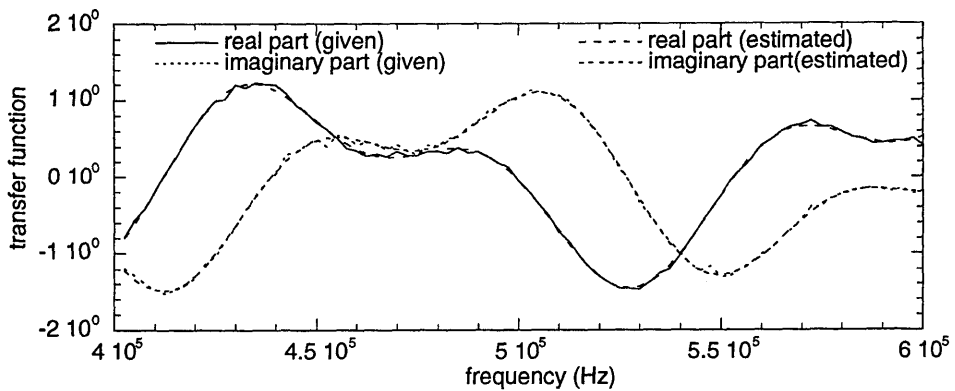


Fig. 10. Estimated transfer function.

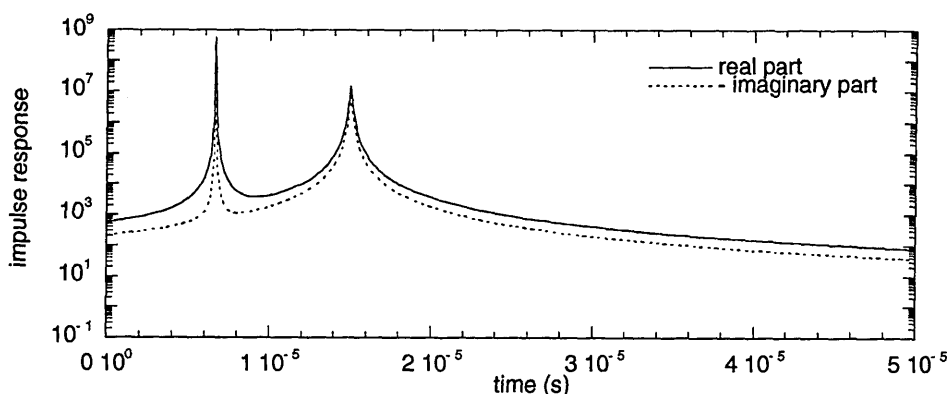


Fig. 11. A model of impulse response calculated from the estimated transfer function.

数領域では α_i の複素共役を用いた.

$$h(t) = \sum_{i=1}^p \frac{2 C_i \text{Im} \alpha_i}{(t + \text{Re} \alpha_i)^2 + (\text{Im} \alpha_i)^2} \quad (27)$$

この方法はプロニーの“スペクトル”と呼ばれる表現方法を周波数領域から時間領域への変換に適用したものである [Kay and Marple, 1981]. 求めた関数は伝達関数の時間空間での表現になっているのでインパルス応答の一つのモデルである. 求めたインパルス応答のモデルは図 11 のようになり, 実部と虚部はほぼ同じふるまいをする. このうち, 実部に注目すると 2 つのピークが認められ, 直達波と反射波が異なる時刻に到達することがわかる. また, 2 つのピークの波形は異なっており, 広がり大きいことから反射波の方が分散性が強いことがわかる. また, 2 つめのピークの方が小さくなっている. このような違いは, 反射波の方が長距離を伝播しているためと反射による減衰作用を受けているために起こる.

5.3 構造の推定

前節までの操作で伝達関数を複数の射線の関数に分解し, かつノイズを除去することができた. 本稿の主題はこのための方法を示すことにあつたので, これではほぼ目的は達成できたと言える. しかし, 分解した関数をどのように用いるかがわからなければ, 分解することの利点を理解しにくい. そこで本節では分解した関数を用いて簡単な構造推定を行う.

構造の推定に際しては, 二層の水平構造であることは予めわかっているものとする. また, 透磁率も真空透磁率と仮定する. さらにコントロールソース法を想定していることから送信信号と送受信点間の距離 h は既知となる.

推定は三段階に分けて行う. まず, 直達波の関数を用い, 第一層の物性値を推定する. 次に反射波の関数を用い, 第一層の深さを推定する. そして, さらに第 2 層の物性値に制限を加える.

はじめに直達波の関数を解析する. この関数は理論より (20) 式の形を持つので, $\phi_1(\omega)$ は次のようになる.

電磁場伝達関数の分解方法

$$\phi_1(\omega) = -k_1(\omega)h \quad (28)$$

この関数より $\left. \frac{\partial \phi_1(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ の実部と $\phi_1(\omega_0)$ の虚部の理論式を導き、それらが表 2 に示した推定値と等しくなる σ_1 と ε_1 を求める。即ち、次の二つの式を満たす解を求める。

$$\operatorname{Re} \left. \frac{\partial \phi_1(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} = -6.67 \times 10^{-6} \quad (29)$$

$$\operatorname{Im} \phi_1(\omega_0) = 3.88 \times 10^{-2} \quad (30)$$

ここで $\left. \frac{\partial \phi_1(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ の虚部を用いないのは決定精度が悪いためであり、 $\phi_1(\omega_0)$ の実部を用いないのは絶対値が決まらないためである。上記の (29) と (30) 式を満たす σ_1 と ε_1 の関係はそれぞれ図 12 に示すダイアグラムのようなになる。二つのダイアグラムは一点で交わり、この点での σ_1 と ε_1 の値が求める第一層の物性値となる。決定した値は表 1 のとうりである。

次に反射を含む射線 2 の関数を考える。この関数は理論より (22) 式で与えられるので、まずこの関数に含まれる $\phi^R(\omega)$ について考察する。関数 $\phi^R(\omega)$ より求められる $\left. \frac{\partial \phi^R(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ の実部を、地殻として考え得る範囲のパラメータ $10^0 < \varepsilon_2 < 10^3$ と $10^{-7} < \sigma_2 < 10^7$ を与えて計算すると次の範囲の値を取る。

$$-3.40 \times 10^{-14} \leq \operatorname{Re} \left. \frac{\partial \phi^R(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} \leq 3.06 \times 10^{-12} \quad (31)$$

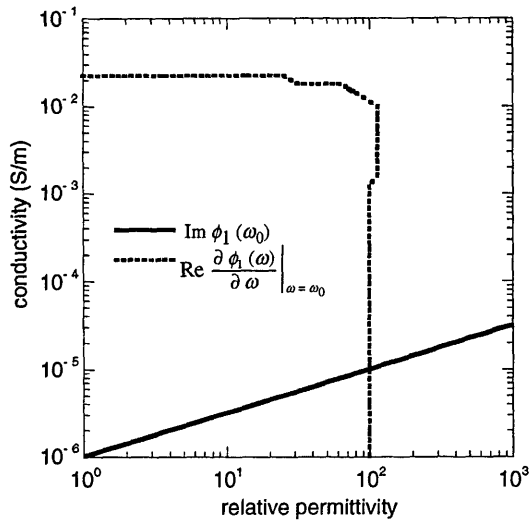


Fig. 12. Relative permittivity and conductivity that satisfy $\operatorname{Re} \left. \frac{\partial \phi_1(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} = -6.67 \times 10^{-6}$ and $\operatorname{Im} \phi_1(\omega_0) = 3.88 \times 10^{-2}$.

この範囲の値は表2の $\left. \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ の実部と比較すると7桁以上小さく、反射による影響がほとんどないことがわかる。従って、 $\left. \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ の実部では伝播に伴う影響のみを考えれば良い。

そこで、次のような近似により、 $\left. \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ の実部から第一層の深さを推定する。つまり、次の式を満たす深さ d を求める。

$$\operatorname{Re} \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \doteq -2 \operatorname{Re} \frac{\partial k_1(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} s = -1.50 \times 10^{-5} \quad (32)$$

左辺の関数は第一層の深さ d に対して図13に示す変化をする。このグラフと点線で示した右辺の値が等しくなる深さは表1のようになる。

最後に反射の関数より第2層の物性値を推定する。まず、決定した第一層のパラメータを用い、 $\left. \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ と $\phi_2(\omega_0)$ より第一層での伝播の影響を除去する。

$$\frac{\partial \phi^R(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} + 2 \frac{\partial k_1(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} s \quad (33)$$

$$\phi^R(\omega_0) = \phi_2(\omega_0) + 2 k_1(\omega_0) s \quad (34)$$

その後、求めた $\phi^R(\omega_0)$ の虚部と $\left. \frac{\partial \phi^R(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$ の虚部が推定値と等しくなる ε_2 と σ_2 を求める。即ち、次の二式を満たす ε_2 と σ_2 を求める。

$$\operatorname{Im} \frac{\partial \phi^R(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} = 8.01 \times 10^{-8} \quad (35)$$

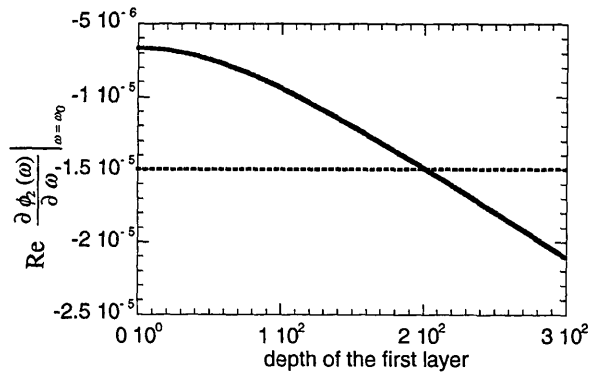


Fig. 13. Dependency of $\operatorname{Re} \frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0}$ on depth of the first layer. Broken line indicates the estimated value -1.50×10^{-5} .

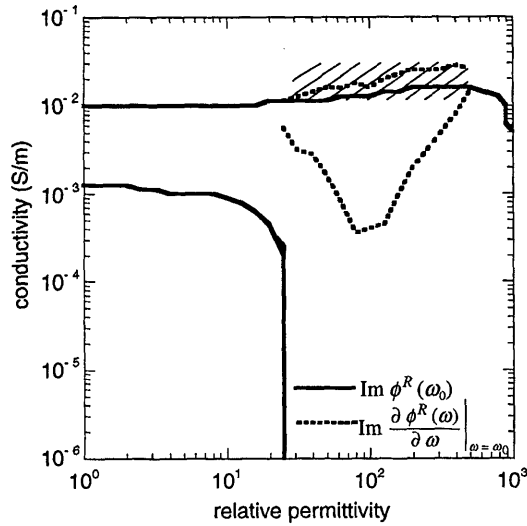


Fig. 14. Relative permittivity and conductivity that satisfy $\text{Im} \frac{\partial \phi^R}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} = 8.01 \times 10^{-8}$ and $\text{Im} \phi^R(\omega_0) = 5.98 \times 10^{-1}$. Two diagrams are regarded to overlap in the shaded area.

$$\text{Im} \phi^R(\omega_0) = 5.98 \times 10^{-1} \quad (36)$$

ここで、 $\frac{\partial \phi^R(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0}$ の実部を使用しないのは、前述のように値が小さく、計算誤差が大きいと予想されるためである。また、 $\phi^R(\omega_0)$ の実部は絶対値が特定できないために使用しないことにした。図 14 に示した (35) と (36) 式の解はそれぞれ二本の曲線上に分布する。これら二つのダイアグラムは二点で重なるが、ある程度の誤差範囲を考慮すると斜線で示した範囲でも重なっていると見做すことができる。そこで、斜線の領域での値を ϵ_2 と σ_2 の推定値とすることにした。

以上までの計算で表 1 に示した構造の全パラメータを推定した。第二層の誘電率については真値とは異なる値が推定されたが、他のパラメータは真値とよく一致している。第二層の誘電率が推定できなかったのは、伝達関数を分解したときに $\frac{\partial \phi_2(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0}$ の虚部の推定が 18% ずれたためであり、この推定精度を上げるためにはデータの S/N 比を向上させる必要があると考えられる。

6. むすび

以上、等方性の一様媒質から成る水平成層構造を仮定し、送受信点間の電磁場伝達関数を分解する方法を考えた。そのために、まず伝達関数を射線のモデルで表現し、さらに AR 型の離散モデルによって表現した。そして、このモデルにデータをあてはめることにより伝達関数を射線の単位に分解すると同時にノイズを除去する方法を開発した。また、

簡単な2層構造の場合について数値シミュレーションを行い、提案方法がうまく機能することを確認した。さらに、伝達関数を予め分解しておくことで構造の推定が容易になることも数値シミュレーションを通じて示した。

実際のデータを使用する場合には本稿で取り上げたよりも複雑な処理が必要となる。まず、第一に地下の構造は三次元として考えなければならない。また、伝達関数は最大で9成分を持つ二階のテンソル量であり、観測点分布を考慮するとそれぞれの成分は空間周波数と時間周波数の計4次元のデータになる。さらに、使用する周波数も様々な領域に渡ると考えられる。このため、より一般的な構造についての伝達関数のモデル化、多成分多次元データ処理法の開発、周波数領域分割規準の検討等をさらに進める必要がある。

このように未だ多くの問題を抱えてはいるものの、水平成層構造の場合のデータ処理法の開発に成功したことで、我々が必要とする地下構造の情報を伝達関数から取り出すための指針を見定めることができたと言えよう。この意味で本研究の成果は伝達関数処理研究の第一歩と評価することができ、提案方法をより一般的な場合に拡張することで実用的な解析方法が開発できると考えられる。

謝 辞

本稿は『平成11年度東京大学地震研究所共同利用・研究集会(課題番号:1999-W-06)「地球電磁気学的イメージングから地殻内の流体層について何がわかるか」』において発表し、議論された成果をさらに発展させてまとめたものである。

文 献

- BIERMANN, A.W., 1990, Great ideas in computer science, pp. 495, MIT Press, Cambridge.
- HASADA, Y., KUMAGAI, H., and M. KUMAZAWA., 2000, Autoregressive modeling of transfer functions in frequency domain to determine complex travel times, *Earth Planets Space*, (in press).
- HORI, S., FUKAO, Y., KUMAZAWA, M., FURUMOTO, M., and A. YAMAMOTO, 1989, A new method of spectral analysis and its application to the Earth's free oscillations: the "Sompi" method, *J. Geophys. Res.*, **94**, 7535-7553.
- IMANISHI, Y., SATO, T., KUMAZAWA, M., OOE, M., and Y. TAMURA, 1992, Observation of seismic core modes from a superconducting gravimeter record, *Phys. Earth Planet. Int.*, **72**, 249-263.
- KAY, S.M. and S.L. MARPLE, 1981, Spectrum analysis - a modern perspective, *Proc. IEEE*, **69**, 1380-1419.
- KUMAZAWA, M., IMANISHI, Y., FUKAO, Y., FURUMOTO, M., and A. YAMAMOTO, 1990, A theory of spectral analysis based on the characteristic property of a linear dynamic system, *Geophys. J. Int.*, **101**, 613-630.
- KUMAZAWA, M., 1998 a, Theoretical basis, development and prospect of EM ACROSS - An approach unifying low frequency MT (magnetotelluric) and high frequency radar, *Abstracts of international workshop on frontiers in monitoring science and technology for earthquake environments*, A 2-21.
- KUMAZAWA, M., 1998 b, A new light and new eye to look into the solid Earth and a potential monitoring methodology of geodynamics states - introduction to ACROSS, *Abstracts of international workshop on frontiers in monitoring science and technology for earthquake environments* A-11.
- MATSUURA, T., IMANISHI, Y., IMANARI, M., and KUMAZAWA, M., 1990, Application of a new method of high-resolution spectral analysis, "Sompi," for free induction decay of nuclear magnetic resonance, *Applied Spectroscopy*, **44**, 618-626.

電磁場伝達関数の分解方法

- NAKAJIMA, T., KUMAZAWA, M., KUNITOMO, T., and K. TSURUGA, 1998, Current approach and the preliminary results on the EM ACROSS utilizing the diffusional transmission of electromagnetic signals in the MT range, *Abstracts of international workshop on frontiers in monitoring science and technology for earthquake environments*, AP2-41.
- 西山英一郎・鈴木敬一・笠井弘幸, 1999, GPRにおけるデータ処理法, 地質ニュース, 537, 53-60.
- 小川克郎・熊澤峰夫, 1996, 音波と電磁波のアクロスによる地殻内の水と応力と物理的状態の常時リモートセンシングへむけて, 日本地震学会講演予稿集 1996 年度秋季大会, P45.
- 佐藤源之, 1998, 地中レーダ, 「物理探査ハンドブック 3 手法編」, 401-408 頁, 物理探査学会, 東京.
- STRACK, K.M., 1992, *Exploration with deep transient electromagnetics*, pp. 373, Elsevier, Amsterdam.
- 鈴木敬一・笠井弘幸・西山英一郎, 1999, ステップ式連続波レーダ探査装置を用いた地中レーダ探査の比較, 地質ニュース, 537, 44-52.
- 横山由紀子, 2000, 情報量規準を使用しない AR オーダの推定法, 第 15 回ディジタル信号処理シンポジウム講演論文集, C2-4, 197-202.
- YOKOYAMA, Y., KUMAZAWA, M., IMANISHI, Y., and N. MIKAMI, 1997, A new method of non-stationary time series analysis based on inhomogeneous AR equation, *IEEE Trans. Signal Processing*, 45, 2130-2136.
- YOKOYAMA, Y., KUMAZAWA, M., and N. MIKAMI, 2000, Estimation of the AR order of an inhomogeneous AR model with input expanded by a set of basis, *IEICE Trans. fundamentals*, E83-A, 551-557.
- WARD, S.H. and G.W. HOHMANN, 1987, Electromagnetic theory for geophysical applications, in *Electromagnetic methods in applied geophysics vol. 1*, edited by M.N. Nabighian, pp. 131-312, Society of exploration geophysicists, Oklahoma.
- ZHDANOV, M.S. and G.V. KELLER, 1994, *The geoelectrical methods in geophysical exploration*, pp. 873, Elsevier, Amsterdam.

(Received August 7, 2000)

(Accepted December 1, 2000)