

等価介在物法を用いた逆解析手法による地盤材料の応力分布の取得 —地震動の高精度予測にむけて—

亀田 敏 弘
筑波大学機能工学系

The Inverse Analysis Method Based on Equivalent Inclusion Method to Obtain Stress Field of Geomaterial

Toshihiro KAMEDA
Institute of Engineering mechanics and systems, University of Tsukuba

Abstract

An inverse analysis scheme based on an equivalent inclusion method, which makes it possible to obtain a stress field from a displacement field and boundary conditions even if a constitutive relationship is unknown, was developed. To apply this scheme to actual material, an experiment using Toyoura sand was performed. A displacement field of the specimen was measured by means of a digitized image of the specimen, which was obtained using the image analysis method that can measure the field without contact.

Since it is necessary to obtain the mechanical properties of geomaterials to conduct a numerical simulation of an earthquake, this method will be helpful to evaluate their mechanical behavior.

Key words: inverse analysis, equivalent inclusion method, constitutive relationship, geomaterial, numerical simulation

1. はじめに

地震の被害を予測する場合、地震動を伝える媒質である地盤材料の力学的挙動を把握しておくことは重要であると考えられる。しかしながら、地盤材料は不均一かつ非弾性であるため、構成則を決定することは容易ではなく、また、汎用的な構成則が存在しないため、地表面における地震動を数値的にシミュレーションする際の構成則は線形弾性則、あるいは、Drucker-Prager 則等の簡単な弾塑性則が用いられることが少なくない。地盤材料の物性が不明なままでは、たとえ震源での地震動が既知としても、地表面での地震動による被害を推定することは不可能である。

差分法や有限要素法に代表される数値シミュレーション手法では、数式化された構成則を用意して、構成則によって応力からひずみ（あるいはその逆）を計算する。しかしながら、計算を進める上で必要なのは、数式化された構成則ではなく、応力とひずみの対応関係であるから、対象となる材料について予めその対応関係を蓄積しておけば、構成則を構

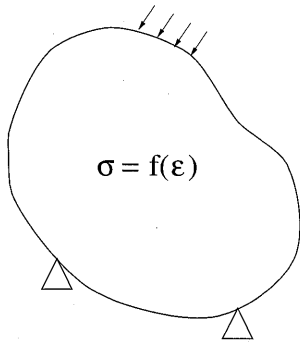


Fig. 1. Conventional analysis.

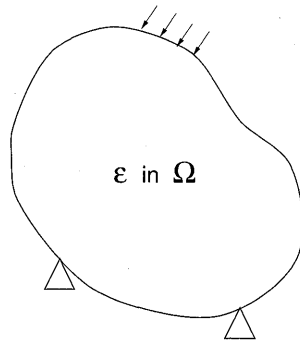


Fig. 2. Inverse analysis with equivalent inclusion method.

築することなく精度の高いシミュレーションが可能になると考えられる。

等価介在物法を応用した逆解析手法を用いることにより、不均一・非弾性材料の構成則が未知である場合において、変位場および境界条件から応力場を求めることが可能になる。Fig. 1 は一般的な解析手法すなわち順解析，Fig. 2 は等価介在物法を応用した逆解析手法での既知量をそれぞれ示したものである。順解析では、境界条件と構成則から、領域内部の応力・ひずみを決定するのに対して、逆解析では、境界条件と領域内部のひずみから、応力を決定することになる。このとき、材料は非弾性であってよく、逆解析を行う上で、構成則を仮定する必要は無い。

実際の材料に対して本手法による実験を行い、応力とひずみの対応関係を蓄積することにより、地表面での地震動のシミュレーションを行う上で重要と考えられる地盤材料の物性を決定することが可能になると考えられる。また、近年、地球シミュレータに代表される超高速計算機が実現されており、蓄積した非弾性材料の応力とひずみの対応関係を記憶装置 (RAM) に保持することにより、複雑な非弾性構成則を計算することなく、RAM アクセスのみで計算を進めることも可能となり、精度のみならず、計算速度の飛躍的向上にも貢献できると考えられる。

これらを念頭に置き、その第一歩として、本研究では等価介在物法を応用した逆解析手法を実材料に適用して、応力場の取得を試みる。

2. 等価介在物法を応用した逆解析の定式化

等価介在物法 (ESHELBY 1957) により、応力ひずみ関係は一般に次のように表すことができる。

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) = \sigma_{ij}^0 - \sigma_{ij}^* \quad (1)$$

ここで C_{ijkl} は弾性テンソル， σ_{ij} ， ϵ_{ij} ， ϵ_{ij}^* はそれぞれ応力，ひずみ，非弾性ひずみ (eigen strain) テンソルである。また、

$$\sigma_{ij}^0 = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (2)$$

$$\sigma_{ij}^* = C_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \quad (3)$$

のことである。

領域内において、釣合いが成立していることから、釣り合い式 $\sigma_{ij,j} = 0$ を用いると、次式を得る。

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}^v \quad (4)$$

地盤材料は、せん断変形により体積変化を伴うものが多いため、平面ひずみ場において、非弾性体積変化とせん断ひずみが比例関係にあると仮定して、定数 k を用いて次式のように表す。

$$\varepsilon_{12} = k (\varepsilon_{11}^* + \varepsilon_{22}^*) \quad (5)$$

平面ひずみ場では、式(4)は次のようになる。

$$\sigma_{11,1}^* + \sigma_{12,2}^* = \sigma_{11,1}^v + \sigma_{12,2}^v \quad (6)$$

$$\sigma_{21,1}^* + \sigma_{22,2}^* = \sigma_{21,1}^v + \sigma_{22,2}^v \quad (7)$$

式(6), (7)をさらに偏微分して、式(5), $\sigma_{12}^* = \sigma_{21}^*$ を使って、和、差をつくると、次式が得られる。

$$\sigma_{11,1}^* + \sigma_{12,2}^* = \sigma_{11,1}^v - \sigma_{22,2}^v - k \sigma_{12,2}^v \quad (8)$$

$$\sigma_{12,11}^* + \sigma_{12,22}^* = \sigma_{12,11}^v + \sigma_{12,22}^v + \sigma_{11,12}^v + \sigma_{22,12}^v - k \sigma_{12,12}^v \quad (9)$$

領域内の変位場が既知であるから、式(2)により、式(8), (9)の右辺は既知である。また、境界での応力が既知であれば、式(1)から境界での σ_{11}^* , σ_{12}^* が求められる。したがって、式(8), (9)は、境界での σ_{11}^* , σ_{12}^* を境界条件とした、 σ_{11}^* , σ_{12}^* の Poisson's 方程式となり、数値的に解くことができる。こうして、領域内の σ_{ij}^* の場が求められ、式(1)より、 σ_{ij} が求められる。

3. 豊浦標準砂を用いた応力場の取得実験

数値実験における検証は既に報告しているが (HORI, KAMEDA and HOSOKAWA 1999), 地盤材料の応力場を実際に取得した例は無い。本研究では、実験に広く用いられている豊浦標準砂に対して載荷実験を行い、境界条件とひずみ場から応力場を取得することを試みる。

3.1 実験装置

逆解析を行うためには、供試体のひずみ場と境界条件を取得する必要がある。本研究では、Fig. 3 に示す手法により、1回の計測でひずみ場と境界条件の両者が取得できるよう

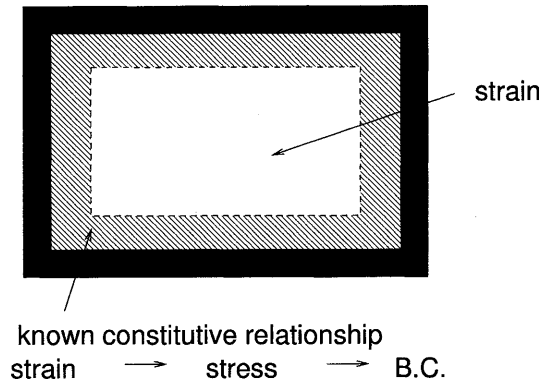


Fig. 3. Strain field and boundary condition measurement.

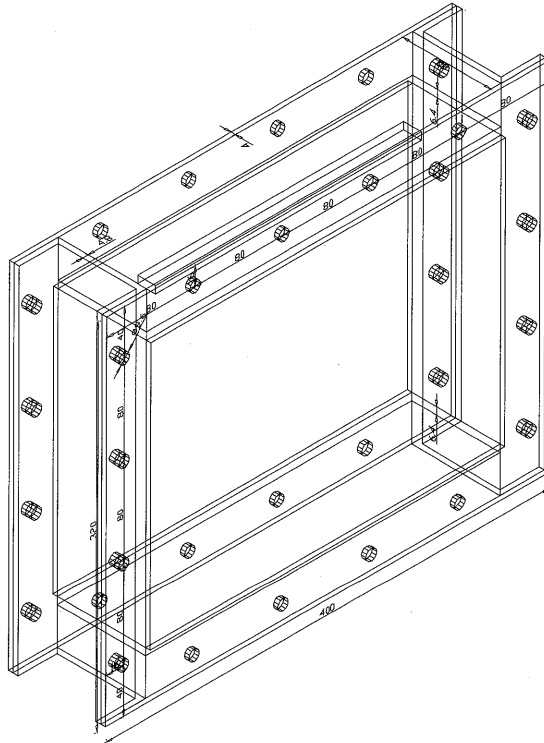


Fig. 4. Frame for experiment.

な工夫を用いる。供試体の周囲を応力ひずみ関係が既知の材料（本研究では硬質ラバーフォーム）で取り囲むことにより、境界での応力はひずみを測定することにより決定が可能になる。

Fig. 4 に示すような、縦 240 mm×横 320 mm×奥行き 80 mm のステンレス製の型枠を用いて実験を行う。型枠前面と後面には厚さ 10 mm のガラス板を用いて、内部が観察できるようにする。豊浦標準砂の周囲には厚さ 40 mm のラバーフォームを配置するため、供試体寸法は縦 160 mm×横 240 mm×奥行き 80 mm となる。

本実験ではガラス板によって供試体の奥行き方向の変形が拘束されるため、平面ひずみ状態下の変形となる。

供試体と型枠前面のガラス板の間には 20 mm 間隔の格子点を印刷したメンブレン（ラテックスゴム膜）をはさむ。ガラス板とメンブレン間にシリコングリスを塗付して摩擦を低減することにより、供試体とメンブレンは一体化して変形するため、格子点の移動を計測することにより、逆解析に必要な情報を取得することが可能となる。格子点の計測では、35 mm カメラで撮影して A4 版に引き伸ばした映像をスキャナで計算機に取り込み、画像解析を行う方法を採用する。20 mm 間隔の格子点に対して、解像度 600 dpi のスキャナを用いるため、理論上は

$$25.4/600/20=2.1 \times 10^{-3}$$

(10)

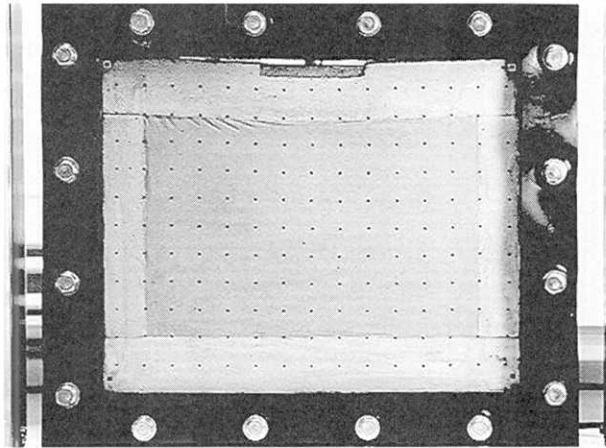


Fig. 5. Specimen at 200N loading.

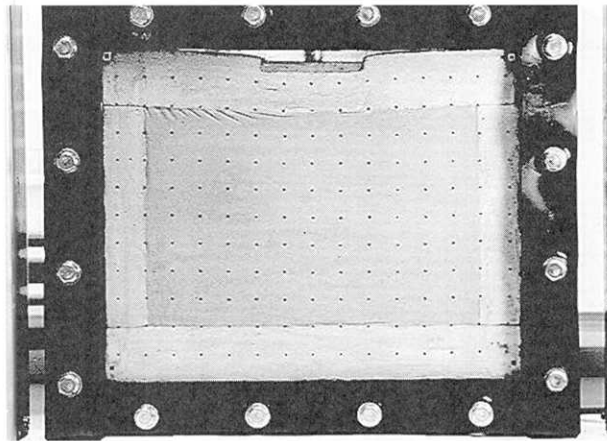


Fig. 6. Specimen at 400N loading.

のひずみを検出できることになる。

3.2 実験結果

荷重を 0 N から準静的に 800 N まで増加させ、200 N ごとに計測・逆解析を行った。

ダイランシーの計測が不十分なため、逆解析においてはダイランシーは無いものとして計算を行った。Fig. 5-8 に供試体の変形の様子、Fig. 9-12 に σ_{22} の変化の様子、Fig. 13-16 に σ_{22} の変化の様子をそれぞれ示す。図中、縦軸の単位は Pa、横軸の単位は mm である。

荷重が増加するにつれ、Fig. 10-12 に見られるように、载荷部を中心として、 σ_{22} が増加しており、非弾性ひずみが大きいことが認められる。

精度の検証は本研究では行っていないため定量的な評価を行うことは不可能であるが、

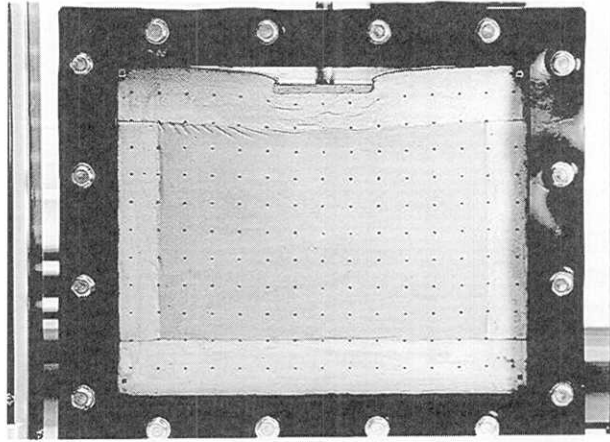


Fig. 7. Specimen at 600N loading.

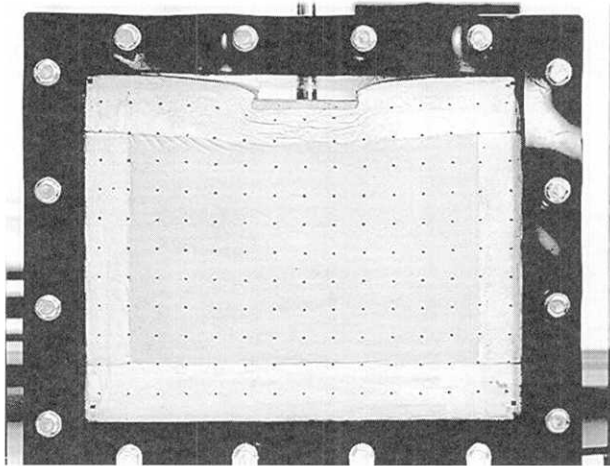


Fig. 8. Specimen at 800N loading.

非弾性ひずみの分布ならびに載荷部周辺の応力から判断すると、定性的には応力分布が取得できたと考えられる。

4. おわりに

等価介在物法を応用した逆解析手法を地盤材料に適用して、領域内部の応力分布の取得を試みた。今後、ダイランシーの十分な計測、実際に作用している応力との比較、境界条件取得方法の改良等を行い、精度の検証ならびに精度の向上が課題であると考えられる。本研究は平成11年度科学研究費 奨励研究(A) 補助金を受けている。ここに感謝いたします。

等価介在物法を用いた逆解析手法による地盤材料の応力分布の取得

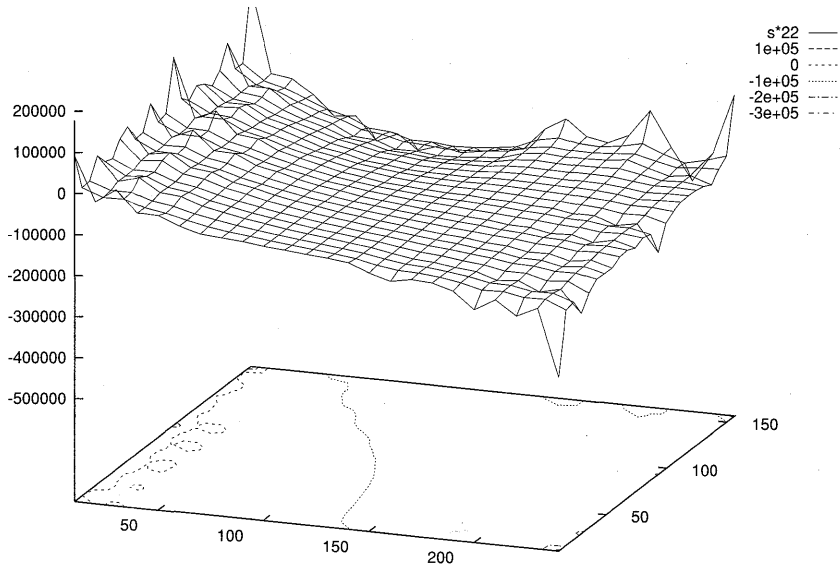


Fig. 9. σ_{22}^* at 200N loading.

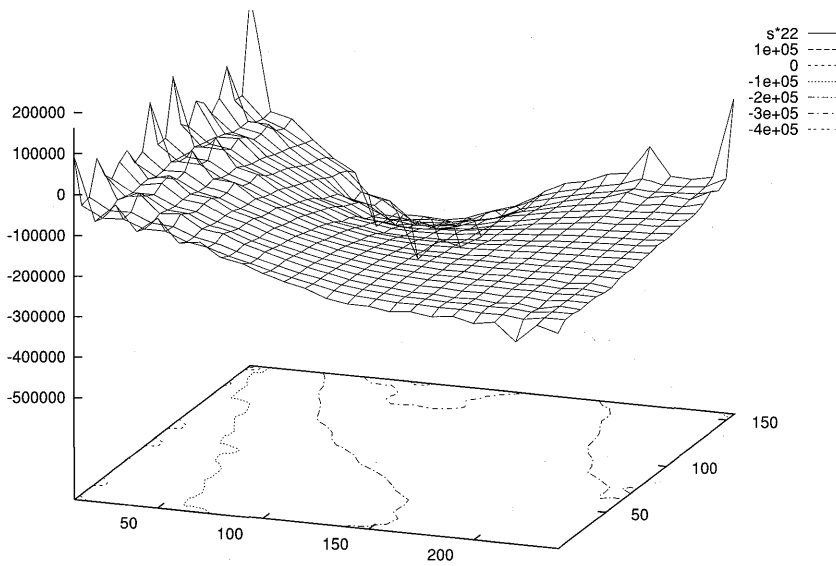


Fig. 10. σ_{22}^* at 400N loading.

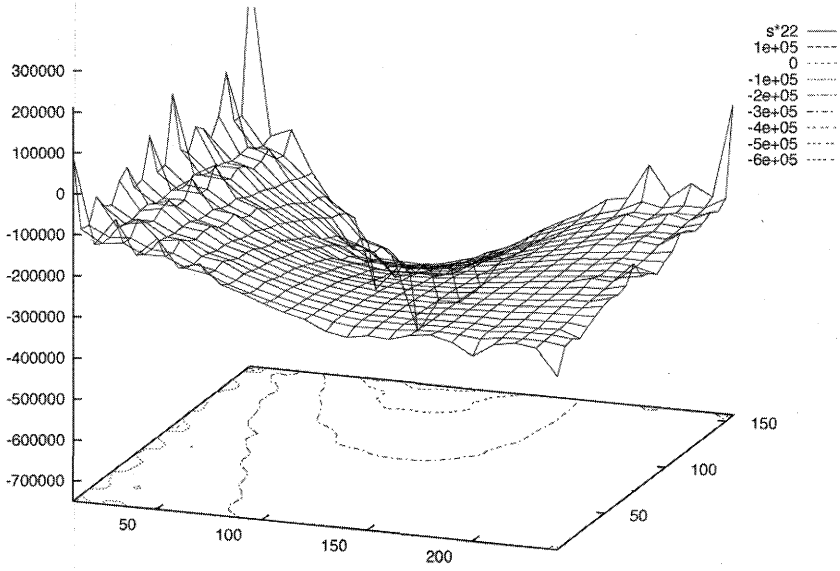


Fig. 11. σ_{22}^* at 600N loading.

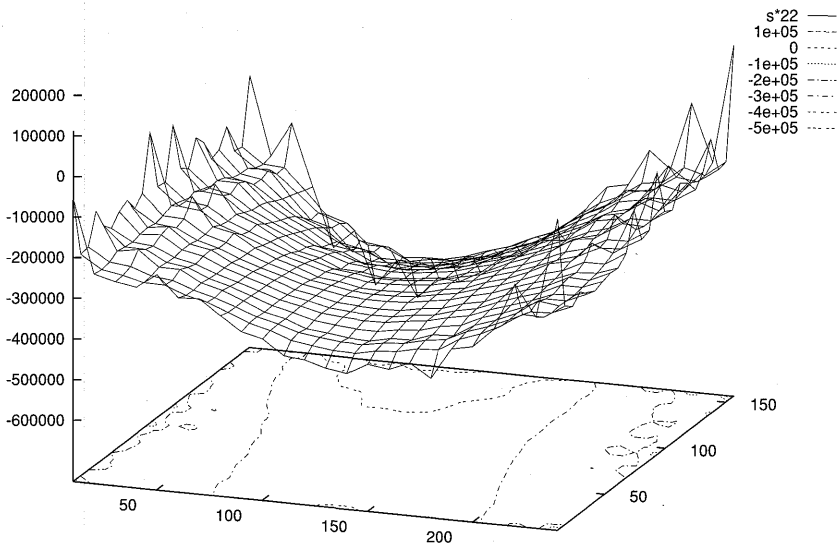


Fig. 12. σ_{22}^* at 800N loading.

等価介在物法を用いた逆解析手法による地盤材料の応力分布の取得

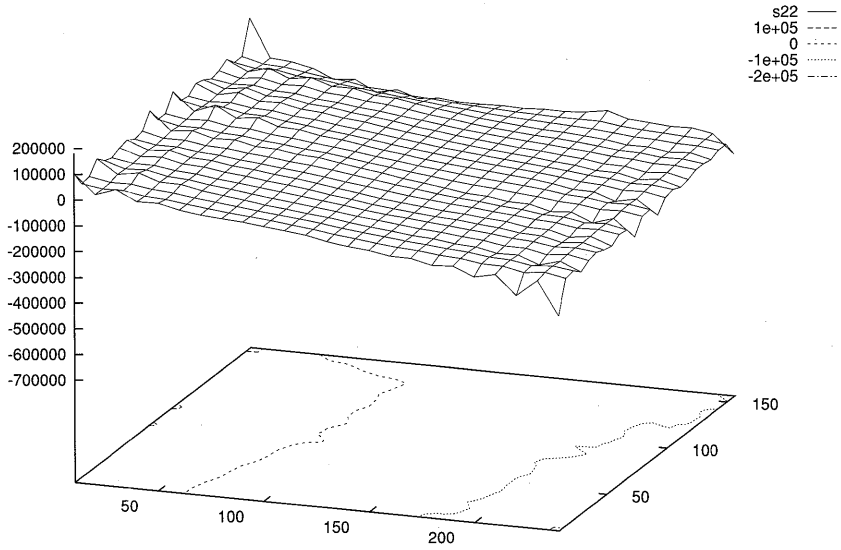


Fig. 13. σ_{22} at 200N loading.

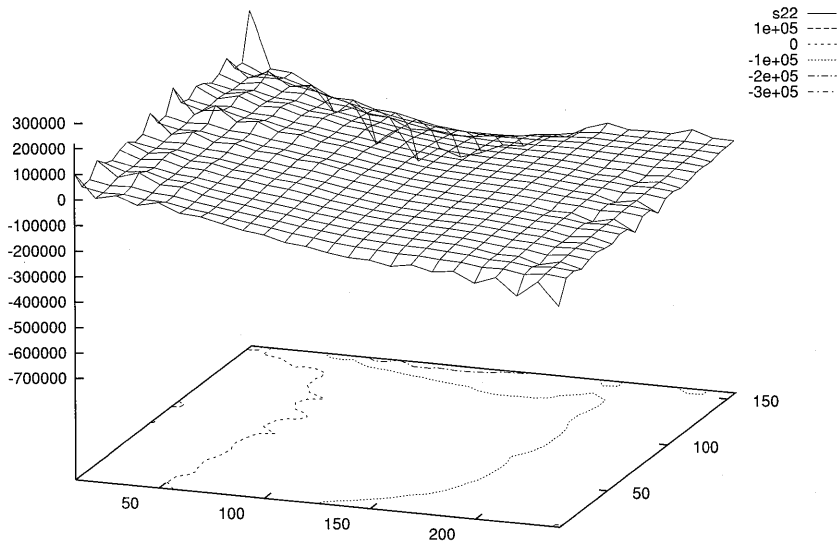


Fig. 14. σ_{22} at 400N loading.

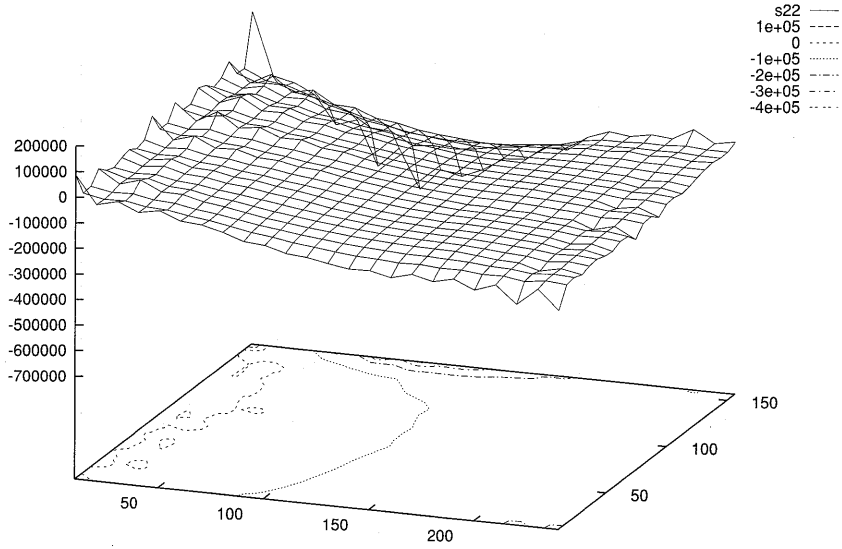


Fig. 15. σ_{22} at 600N loading.

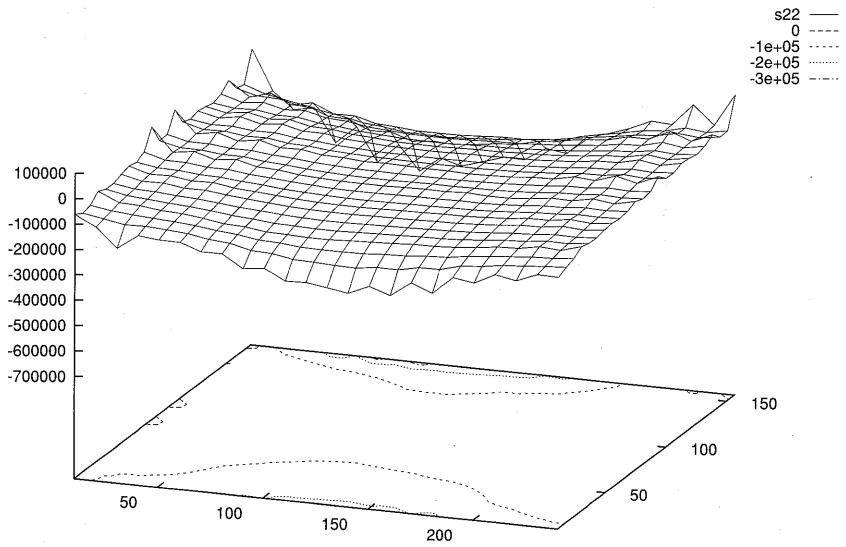


Fig. 16. σ_{22} at 800N loading.

参考文献

- ESHELEY, J.D., 1957, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, *Proc. Roy. Soc. London A*, **241**, 376-396.
- NEMAT-NASSER, S. and M. HORI, 1993, "*Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*", North-Holland, London.
- HORI, M., T. KAMEDA, 1998, Formulation of inverse problem of identifying material properties base on equivalent inclusion method, in "*Inverse Problems in Engineering Mechanics*", edited by M. TANAKA and G. S. DULIKRACH, Elsevier, pp. 225-234.
- HORI, M., T. KAMEDA and N. HOSOKAWA, 1999, Formulation of identifying material property distribution based on equivalent inclusion method, *Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE*, **16**, 21-30.

(Received March 31, 2000)

(Accepted June 21, 2000)