

大型宇宙構造物の軌道上システム同定に関する研究

山 口 功

①

大型宇宙構造物の軌道上システム同定に関する研究

平成 9 年

山 口 功

概 要

宇宙構造物や人工衛星はそのミッションの複雑化、多様化、高性能化に伴い、構造も大型化、柔軟化する傾向にある。このようなシステムに対して、いわゆるロバスト制御理論に基く制御系設計法が適用され、優れた制御性能を与えることが可能となってきた。しかしロバスト制御といえども、制御対象の数学モデルを用いて設計される。そのため、求められた制御系の保守性を低減し、優れた制御性能を達成するためには、可能な限り正確な同定を行うことが不可欠である。ところが、軌道上で展開・組立される宇宙構造物の場合では、地上での振動試験は容易ではなく、軌道上同定によるより精密なモデルの同定が必要となってきた。しかしながら、従来法による同定理論を軌道上同定に適用すると宇宙実験という特殊性から生じる様々な制約のため、いくつかの問題点がある。そこで、本論文では、これらの問題点を克服するために従来の時間領域でのハンケル行列による同定理論に以下のような項目について独自の理論的拡張を行った。

- (i) 矩形波入力への拡張
- (ii) 加速度出力への拡張
- (iii) 回帰法を適用した入出力行列の同定精度の改良
- (iv) 2次振動系からの剛体モードの同定精度の改良
- (v) 閉ループ系での加振による開ループ系の同定への拡張

本論文で提案されたこれら新規の軌道上同定のためのアルゴリズムは1軸エアテーブル試験装置による地上実験や技術試験衛星VI型による軌道上実験によりその妥当性が検証された。

地上実験では圧縮空気によって浮上するアルミ製の円板を模擬衛星本体とし、それにCFRPで作成されたアイソグリッドパネルが搭載された構成の1軸エアテーブル試験装置を用いた。アクチュエータとしてエアテーブル支持軸に非接触式トルカが、またセンサとしてテーブル角測定装置が取り付けられ、テーブル角が測定され、さらにアイソグリッドパネルには圧電式の小型軽量加速度計も取り付けられている。このシステムに対してトルカから矩形波を入力してテーブル本体を加振して、その際に測定された姿勢角や加速度計データに対して、本研究で提案されたアルゴリズムを適用して解析を行った。その結果、

- (i) 第3章において提案されたアルゴリズムの実験的検証

(ii) 同アルゴリズムの軌道上同定実験への適用可能性の検証

について確認した。また、1994年8月に打ち上げられた技術試験衛星VI型による軌道上同定実験では姿勢制御用のガスジェットスラスタを用いて軌道上で衛星本体を加振し、その時の衛星本体の姿勢角や太陽電池パドルに搭載された加速度計データを測定し、これらのデータに対して本研究で提案されたアルゴリズムを適用して解析を行った。その結果、

(i) 本論文で提案された本アルゴリズムの妥当性

(ii) 宇宙実験に対する本アルゴリズムの有用性

(iii) モード合成法による地上同定の妥当性

(iv) 閉ループ系からの開ループ系の同定に関する理論的考察の妥当性と有用性

について確認し、従来から既に確立された手法として、信頼性も高く、実用性にも優れた、周波数領域におけるFFTやMEMとの同定結果の比較を通じて、実験的に本研究で提案された新規アルゴリズムの理論的妥当性や実用性・有用性を検証した。

目次

第1章 序論	1
1.1 宇宙構造物の動向	1
1.2 大型宇宙構造物の軌道上同定の必要性	2
1.3 システム同定に関する従来の研究	3
1.4 軌道上同定への適用可能性と問題点	6
1.5 本研究の意義と目的	11
1.6 本論文の構成	13
第2章 時間領域におけるシステム同定理論	16
2.1 はじめに	16
2.2 ハンケル行列による状態実現法	16
2.3 固有システム実現化法	18
2.4 イbrahimの時間領域法	21
2.5 軌道上同定に用する際の問題点	24
第3章 軌道上同定のための理論的拡張	26
3.1 軌道上同定のための拡張法	26
3.2 矩形波入力への拡張	27
3.3 加速度出力への拡張	29
3.4 回帰法の適用	35
(1) コロケートな1入力1出力(SISO)系の場合	35
(2) 非コロケートな1入力多出力(SIMO)系の場合	39
3.5 剛体モードの同定	41
3.6 ITD法とERA法の関連	42
3.7 軌道上同定法として提案するアルゴリズム	44
第4章 1軸エアテーブル試験装置による地上実験	47
4.1 地上実験の目的	47
4.2 ハードウェア構成	48

4.3	数学モデルの構築	51
(1)	エアテーブルの動力学モデル	52
(2)	実験モード解析による数値モデル	55
(3)	非拘束モードモデルへの変換	58
(4)	状態空間モデルによる表現	60
4.4	姿勢角による同定実験	62
(1)	弱い制御系を付加したシステムにおける加振データ	62
(2)	従来法による同定結果	63
(3)	提案されたアルゴリズムによる同定結果	66
(4)	制御系を付加しないシステムにおける加振データ	69
(5)	剛体モードを考慮したアルゴリズムでの同定結果	71
4.5	加速度計多点計測によるモード形状の同定実験	74
4.6	地上実験において得られた成果	82
第5章 技術試験衛星 VI 型による軌道上同定実験		84
5.1	軌道上実験の目的	84
5.2	ETS-VI および軌道上実験の概要	85
5.3	ETS-VI 動力学モデルの導出	87
(1)	座標系の定義	87
(2)	ETS-VI 動力学モデル	89
(a)	並進方向の運動方程式	89
(b)	回転方向の運動方程式	91
(c)	バドルの弾性振動方程式	92
(d)	バドル座標系での運動方程式の記述	97
(e)	アクチュエータモデル	100
(e.1)	スラストモデル	102
(e.2)	ホイールモデル	103
(f)	加速度計モデル	105
(g)	制御系設計モデル	106
5.4	バドル角 270 度形態での同定実験	110

(1) 第1回ヨー軸（バドル面内振動）加振実験	111
(a) ヨー軸スラスト噴射力の推定	112
(b) ヨー軸加振実験の同定結果	115
(c) ヨー軸加振実験のまとめ	116
(2) 第2回ロール軸（バドル面外振動）加振実験	116
(a) ロール軸スラスト噴射力の推定	116
(b) ロール軸加振実験の同定結果	119
(c) ロール軸加振実験のまとめ	120
5.5 拘束モードモデルの導出	121
5.6 バドル角180度形態での非拘束モードモデルの再構築	124
5.7 バドル角180度形態での同定実験	126
(a) 3軸スラスト噴射力の推定	127
(b) 3軸加振実験の同定結果	129
(c) 3軸加振実験のまとめ	134
5.8 他の同定手法による解析結果との比較	135
5.9 軌道上実験において得られた成果	138
第6章 閉ループ系の矩形波加振による閉ループ系の同定	142
6.1 はじめに	142
6.2 閉ループ同定理論	142
6.3 ロバスト安定度指定によるバス制御系の設計	145
6.4 ロール軸加振による面内振動モードの同定	152
6.5 ヨー軸加振による面外振動モードの同定	155
6.6 閉ループ同定において提案するアルゴリズム	158
第7章 結論	160
7.1 本論文で提案された手法	160
7.2 実験によって得られた成果	161
7.3 今後の研究課題	164

付録 A	最小実現システムから力学系の標準形式への変換	166
付録 B	SIMO 系での伝達関数表現	169
付録 C	質量行列と剛性行列の同時対角化	171
付録 D	ETS-VI (PFM) の物理パラメータ	172
謝辞	174
参考文献	175

図表一覧

図 1.1	国際宇宙ステーション・アルファ計画	1
図 1.2	我が国が開発した 3 軸姿勢制御型衛星の推移	2
図 1.3	ガリレオ衛星	6
図 1.4	SAFE：太陽アレイ飛行実験	7
図 1.5	ハッブル宇宙望遠鏡衛星	8
図 1.6	技術試験衛星 V 型（さく 5 号）	9
図 1.7	技術試験衛星 VI 型（さく 6 号）	15
図 3.1	数値シミュレーションによる加速度出力による同定結果のボード線図	34
写真 4.1	エアテーブル試験装置の概観	47
図 4.1	エアテーブル試験装置のハードウェア構成	48
図 4.2	エアテーブルの座標系とベクトルの定義	52
図 4.3	アイソグリッドパネルの節点分割	56
図 4.4	片持ち振動試験によるアイソグリッドパネルの振動モード形状	57
図 4.5	PD 制御系がある場合の測定データ（20[Hz] サンプリング）	62
図 4.6	PD 制御系がある場合の測定データ（50[Hz] サンプリング）	63
図 4.7	トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - 矩形波処理も繰り返し法も考慮しない従来法による同定結果（20[Hz] サンプリング） -	64
図 4.8	トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - 矩形波処理のみを考慮した同定結果（20[Hz] サンプリング） -	65
図 4.9	トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - 弱い制御系をつけた場合のエアテーブル試験装置の同定結果（20[Hz] サンプリング） -	67
図 4.10	トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - 弱い制御系をつけた場合のエアテーブル試験装置の同定結果（50[Hz] サンプリング） -	68
図 4.11	PD 制御系がない場合の測定データ（20[Hz] サンプリング）	70
図 4.12	PD 制御系がない場合の測定データ（50[Hz] サンプリング）	70
図 4.13	トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - 制御系をつけない場合のエアテーブル試験装置の同定結果（20[Hz] サンプリング） -	71
図 4.14	トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - 制御系をつけない場合のエアテーブル試験装置の同定結果（50[Hz] サンプリング） -	72

図 4.15	加速度計の取付位置	74
図 4.16	加速度計出力データ (No.1 ~ No.5)	75
図 4.17	加速度計出力データ (No.6 ~ No.10)	76
図 4.18	振動モード形状と非変位状態との比較 (No.1 ~ No.5)	78
図 4.19	加速度計出力データと計算機シミュレーションデータとの比較 (No.1 ~ No.5)	80
図 4.20	加速度計出力データと計算機シミュレーションデータとの比較 (No.6 ~ No.10)	81
図 5.1	技術試験衛星 VI 型 (きく 6 号)	86
図 5.2	ETS-VI の飛行軌道	87
図 5.3	ETS-VI の衛星座標系とバドル座標系の定義	88
図 5.4	軌道上位置と太陽電池バドル回転角の関係	88
図 5.5	衛星本体のスラスター取付位置と噴射方向	101
図 5.6	ETS-VI の冗長リアクションホイール系の取付方向	101
図 5.7	ETS-VI のホイール駆動系の制御ループ	104
図 5.8	ETS-VI の太陽電池バドル上での加速度計 (PACC) の取付方向と感度方向	106
図 5.9	ETS-VI におけるロール軸回りのトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - (バドル角 = 180 度) -	107
図 5.10	ETS-VI におけるピッチ軸回りのトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - (バドル角 = 180 度) -	108
図 5.11	ETS-VI におけるヨー軸回りのトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - (バドル角 = 180 度) -	109
図 5.12	バドル回転角 270 度での衛星形態	110
図 5.13	ヨー軸加振実験でのヨー軸回りの矩形波加振実験開始前 (0~約 90 秒) と実験終了後 (約 225 秒以降) の蓄積角運動量の変化	113
図 5.14	番号 #02 実験でのテレメトリ取得データ	114
図 5.15	ロール軸加振実験でのロール軸回りの矩形波加振実験終了後の蓄積角運動量の変化とその最終的な収束値	117
図 5.16	番号 #09 実験でのテレメトリ取得データ	118
図 5.17	バドル回転角 180 度での衛星形態	126
図 5.18	3 月期加振実験でのロール軸回りの矩形波加振実験開始前と実験終了後の蓄積角運動量の変化とその最終的な収束値	127
図 5.19	3 月期加振実験でのピッチ軸回りの矩形波加振実験開始前と実験終了後の蓄積角運動量の変化とその最終的な収束値	128

図 5.20	3 月期加振実験でのヨー軸回りの矩形波加振実験開始前と実験終了後の蓄積角運動量の変化とその最終的な収束値	128
図 5.21	ロール軸（面内振動）加振における番号#14 実験でのテレメトリ取得データ	130
図 5.22	ピッチ軸（ねじり振動）加振における番号#19 実験でのテレメトリ取得データ	131
図 5.23	ヨー軸（面外振動）加振における番号#22 実験でのテレメトリ取得データ	132
図 6.1	閉ループ系の構造	142
図 6.2	閉ループ系からの同定の物理的解釈	144
図 6.3	モデル低次元化と制御器の関係	146
図 6.4	仮想的な入出力を含む一般化プラントの構成	147
図 6.5	バドル角 180 度におけるロール・面内振動用のロバスト制御器	150
図 6.6	バドル角 180 度におけるヨー・面外振動用のロバスト制御器	151
図 6.7	拡張 ERA で同定されたロール軸（面内振動）の閉ループ特性	152
図 6.8	拡張 ERA で同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるロール姿勢角の比較	153
図 6.9	拡張 ERA で同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるロールレートの比較	153
図 6.10	閉ループ同定による制御対象（衛星ロール軸）単体の伝達特性	154
図 6.11	拡張 ERA で同定されたヨー軸（面外振動）の閉ループ特性	155
図 6.12	拡張 ERA で同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるヨー姿勢角の比較	156
図 6.13	拡張 ERA で同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるヨーレートの比較	156
図 6.14	閉ループ同定による制御対象（衛星ヨー軸）単体の伝達特性	157
表 1.1	3 軸姿勢制御型衛星の構造特性と姿勢制御精度	2
表 4.1	CFRP 製アイソグリップパネル単体の仕様	49
表 4.2	DC トルクモータの特性	49
表 4.3	ロータリエンコーダの機能	50
表 4.4	加速度計の仕様	50
表 4.5	エアテーブル全系の固有振動数、減衰比及びエアテーブル本体におけるモード行列の公称値	61

表 4.6	制御系をつけた場合のエアテーブル全系の固有振動数, 減衰比とエアテーブル本体におけるモード形状	69
表 4.7	制御系がない場合のエアテーブル全系の固有振動数, 減衰比とモード形状	73
表 4.8	加速度計出力から同定されたエアテーブル全系の固有振動数, 減衰比	77
表 4.9	従来法と本論文で提案された手法の同定結果の比較	82
表 5.1	ETS-VI バドル片持ち振動モード	94
表 5.2	ETS-VI 全系の固有振動モード	96
表 5.3	制御軸と対応するスラスト及び励起する並進運動	102
表 5.4	第 1 回 (面内加振) 同定実験項目	111
表 5.5	第 2 回 (面外加振) 同定実験項目	111
表 5.6	ヨー軸加振実験でのスラスト噴射力の推定	113
表 5.7	ヨー軸加振実験で同定された振動モードの振動数, 減衰比とモード形状	115
表 5.8	ロール軸加振時のスラスト噴射力の推定	117
表 5.9	ロール軸加振実験において姿勢角データから同定された振動モードの振動数, 減衰比とモード形状	119
表 5.10	ロール軸加振実験において PACC#2, 5 データから同定された振動モードの振動数, 減衰比	120
表 5.11	バドル角 270 度形態で同定された剛体・振動モードの振動数, 減衰比とモード形状	122
表 5.12	同定結果から計算されたバドル片持ち振動数	123
表 5.13	バドル角 270 度での非拘束モードの振動数	123
表 5.14	バドル角 270 度形態での同定結果から再構築されたバドル 180 度形態での剛体・振動モードの振動数, 減衰比とモード形状	125
表 5.15	1994 年 3 月期 (3 軸加振) 同定実験項目	126
表 5.16	スラスト噴射力の推定	129
表 5.17	同定されたロール軸回りの振動モードの振動数, 減衰比とモード形状	133
表 5.18	同定されたピッチ軸回りの振動モードの振動数, 減衰比とモード形状	134
表 5.19	同定されたヨー軸回りの振動モードの振動数, 減衰比とモード形状	135
表 5.20	バドル 270 度形態での全系の振動モードの振動数と減衰比	136
表 5.21	バドル 180 度形態での全系の振動モードの振動数と減衰比	137

表 5.22	処理データ点数が少ない場合の周波数領域での同定法 (FFT, MEM) と本論文で提案された手法 (拡張 ERA) との比較	139
表 6.1	ロバスト安定度指定法による制御系設計の際の重み関数 $W(s)$, $V(s)$ の各係数パラメータとロバスト安定度数 α について	149
表 6.2	閉ループ同定による面内 1 次振動モードの振動数, 減衰比	154
表 6.3	閉ループ同定による面外 1 次振動モードの振動数, 減衰比	157
表 6.4	閉ループ状態での矩形波加振による同定 (拡張 ERA) と閉ループ定常状態における入出力データを用いた拡張カルマンフィルタによる同定 (EKF) の比較	159

第1章 序論

1.1 宇宙構造物の動向

人工衛星はそのミッションの多様化、複雑化に伴い衛星の構造も大型化、軽量化の一途をたどってきた。アポロ計画後の一大目標であった宇宙ステーション計画はその典型といえよう。現在は国際宇宙ステーション・アルファ計画としてまもなく建設が始まり、日本の実験モジュールも接続され、最終的には長さ120メートル、幅75メートルの巨大な宇宙構造物として21世紀初頭の完成を目指している（図1.1）。

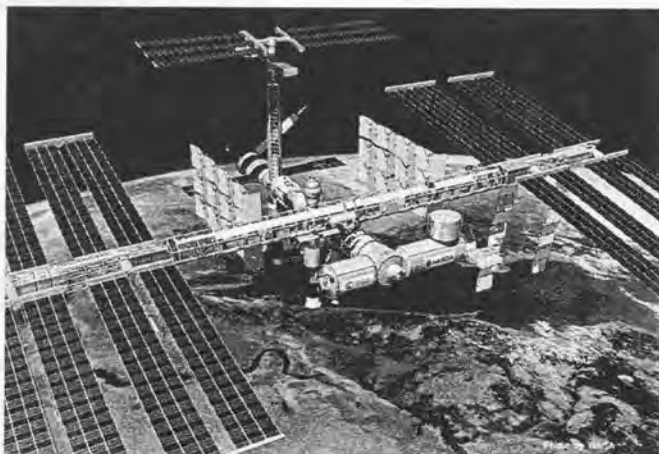


図 1.1 国際宇宙ステーション・アルファ計画

我が国の人工衛星も実用衛星の多くは3軸姿勢制御衛星であり、やはりその大型化は顕著である（図1.2）。例えば1982年に打ち上げられた我が国初の3軸姿勢制御衛星である技術試験衛星III型（ETS-III）は全長6メートル、重量400kgであった[74]が、1994年に打ち上げられた技術試験衛星VI型（ETS-VI）では全長30メートル、重量2トンとなっている。この結果、太陽電池パネルの構造曲げ振動の最低振動数が1.7Hzから0.1Hzにまで低下している。また姿勢制御精度への要求も厳しくなっており、定常誤差でETS-IIIが0.3度であったのが、ETS-VI, COMETS[91]では0.05度になっている。

1.2 大型宇宙構造物の軌道上同定の必要性

このような宇宙構造物や人工衛星の大型化、柔軟化に対するいくつかの問題点も明らかになってきた [34][53][59][80]。特に柔軟化による弾性振動と姿勢制御系の干渉の問題が顕著になってきた。衛星の軽量化に伴って構造物の剛性が低下することにより振動モードの周波数も低下し、低域に稠密に分布するようになる。これに伴ってその構造減衰も低下する。一方、高い制御性能を要求されない従来の人工衛星の姿勢制御系のほとんどは、剛体モードのみを制御対象とした、周波数応答に基づく古典制御理論によって設計されており、弾性振動モードも安定化にはゲイン安定方式が採用されてきた。このため、積極的な振動モードの制振制御は必要とされなかった。

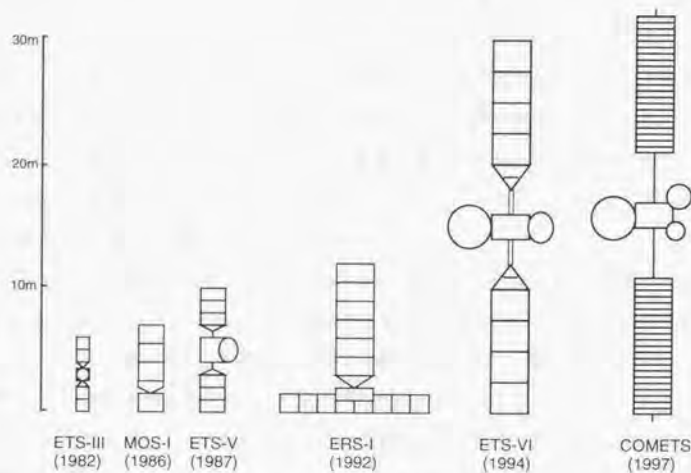


図 1.2 我が国が開発した 3 軸姿勢制御型衛星の推移

表 1.1 3 軸姿勢制御型衛星の構造特性と姿勢制御精度

	ETS-III	MOS-1	ETS-V	ERS-1	ETS-VI	COMETS
軌道投入時重量 [kg]	386	750	548	1400	2000	2000
パネル：片持長 [m]	2.5	5.3	4.0	8.0	14.0	15.0
振動数 [Hz]	1.7	0.4	0.6	0.4	0.1	0.085
姿勢制御精度 [度]	0.3	0.4	0.08	0.3	0.05	0.05

しかしながら高精度制御の要求を満足するには、一般には広帯域の制御系を構成する必要がある。このため、構造振動を制御モデルに組み込んで積極的に制御する技術が求められることになった。ところが、弾性振動の制御には以下に述べるような問題点がある。

宇宙構造物は一般に大規模で複雑な構造特性を有しているために、その構造振動は有限要素法を用いてモード方程式で表現される。しかしモード方程式には無限個の振動モードが存在するため、このモデルに基づいて設計された制御則もやはり高次となりそのままでは実装できない。

これに対処する方法としては、高次モデルからまず高次の制御則を設計してその後、低次元化制御則を得る方法、高次モデルから直接、低次元の制御器を設計する方法、そして制御対象のモデルそのものを低次元化して、この低次元化モデルに対して低次元制御器を設計する方法などが考えられる [22][23][39]。宇宙構造物では一般に最後の手法、即ち宇宙構造物のモデルをまず低次元化し、このモデルに対して制御則を設計する手法が適用されることが多い [34]。このような設計手法では、設計時に無視された高次の残余モードによって宇宙構造物と制御器で構成される閉ループが容易に不安定となる可能性がある [17]。このため、1980年代半ばから急速に整備されてきたロバスト制御理論が有効であることが示された。しかし、ロバスト制御といえども、その設計はモデルに依存している。従って、モデルの精度が宇宙構造物の制御性能を最終的に左右することになる。

このため、宇宙構造物のモデリングには細心の注意を払い、可能な限り、精密なモデルを作成する必要がある。しかし現状では、従来の小型衛星で培われてきた地上での構造振動試験技術しかなく、重力加速度や大気圧の存在する地上において、大型柔軟宇宙構造物を展開、組立て、地上振動試験を実施することは容易ではない。

以上のような考察により、本来、宇宙空間で展開、組立、構築、運用される大型柔軟宇宙構造物の振動パラメータを正確に同定・推定するためには軌道上での運用形態での加振による振動試験が不可欠であると考えられる。

1.3 システム同定に関する従来研究

モーダルパラメータの同定法は構造力学の分野において中心的な課題として長い歴史を有している。そして、これとほぼ独立にシステム理論の分野において一般的なシステム同定法が整備されてきている。

まず、構造解析の分野では対象となる構造物の基本的な動特性である固有振動数、振動減

衰比、振動モード形状、モード質量等のモーダルパラメータを計算や試験によって解析するモード解析がある [41]。

このうち、計算によるモード解析のツールとして現在最も有力な方法は有限要素法である。この手法は 1956 年に最初の論文が発表されて以来、1970 年までには完成された技術となった。特に 1965 年に Guyan の静縮約による定式化 [4] と Hurty によるコンポーネントモード合成法 [5] が発表されて以来、1968 年の Craig-Bampton らの部分境界の単純化の研究 [7]、1971 年の Benfield-Hurda の不拘束モード（主系）と拘束モード（従系）の併用の研究 [10] などの部分構造に基づき解析法が提案されてきた。しかしながら、数値解析だけでは制御系設計に適用できるレベルのモデル精度を一般には期待できない。

一方、地上試験法としてのモード解析法は、1950 年代にエレクトロニクス技術の発展と共にアナログ型計測装置の開発が進み、アナログ装置を用いた正弦波掃引による伝達関数の測定技術が確立された [52]。その後、1965 年に Cooley-Turkey によって提案された高速フーリエ変換法 [3] を利用したデジタル型 FFT 解析装置が開発されるとその利用は一気に幅広い分野にも適用されるようになった。FFT 解析ではランダム信号による加振が一般的であるが、インパクト加振のような簡易な加振方法でも解析が可能であるため、さらに普及の度合いを高めており、現在では FFT 解析による自動化、高速化、低価格化が技術目標となっている。

ところが、宇宙構造物は無重力の宇宙空間の軌道上で展開組立されるよう設計されているので、重力、大気圧、大気温度の影響が大きい地上では、展開はもちろん、本来の形状を維持することすら不可能となる場合がある。特に構造物間の結合部の減衰は重力により大きく影響され、温度は構造物のヤング率の温度依存性を通して剛性と減衰に、また大気は見掛け質量として慣性に影響を与える [54][64][83]。

このような地上試験の困難さを克服するために次のような実験の手法が考案されている。ひとつは構造物がいかに大きく柔軟であろうとも、可能な限り全体として試験を実行しようという思想にたった試験法であり MBCT 法 [40] と呼ばれる。この試験法では柔軟な構造物を多点で支持して試験を行い、その試験結果を同じ支持条件での計算結果に反映させることにより数学モデルを改良しようとする方法である。これと同じような思想で有限要素法の設計変数に試験結果を反映させる方法もある。また、有限要素法のモデル化が著しく困難な場合、部分構造の振動試験結果を直接用いて、全体を合成する部分構造法が検討されている。

これには数値データを周波数応答関数として取り扱う伝達関数合成法と数値をモーダルパラメータとして取り扱うモード合成法がある [41]。いずれの方法も部分構造レベルでの振動試験結果の精度と境界条件の取り方が最終的な全体の合成結果の正否に大きく影響する。また部分構造法の一つとして減衰の合成を主目的に開発された減衰合成法も提案されている [26]。

以上に述べたように、モード解析法は地上構造物については計算精度や試験精度において、ある程度完成された域に達している。しかしながら、宇宙構造物の地上試験には大きな制約があり、高精度のモデリングは期待できない。

一方、システム理論の分野で発展してきた同定法としては、時系列データとしての入出力データからシステムの動特性を求める方法があり、自己回帰 (AR) モデルとその応用 (ARX, ARM, ARAMA など) モデルを仮定して最小 2 乗法によりパラメータを推定する手法が一般的である。

また、時間領域における状態空間モデルによる同定法として数多くのアルゴリズムがこの 20 年間に発表されてきた。その中で最初の論文として取り上げるべきものは 1963 年の Gilbert [1] と Kalman [2] の論文であり、可制御性と可観測性の概念を取り入れた実現理論の重要な原理を導出したものである。入出力データから状態空間表現を構築することを一般に実現と呼ぶ。Ho-Kalman らはこの問題がパルス応答列で構成されるマルコフパラメータからの実現問題と等価であることを示した [6]。様々な種類の入出力データからの最小実現に関する問題について Tether [8]、Silverman [9]、Rossen-Lapidus [11] がマルコフパラメータを用いて研究を行った。これらの手法に共通する欠点はデータ解析の際の雑音の影響を評価していないことである。Zeiger-McEwen は雑音が重畳された観測データの取扱いに際して、Ho-Kalman のアルゴリズムと特異値分解の手法を組み合わせることを提案した [13]。同様の技法の延長線上には Kung がやはり雑音入りのデータ解析において特異値分解のアルゴリズムを利用する別の方法を提案している [16]。これら特異値分解の技術が非常に有効であり数値的にも安定しているとして広く認識されたことは注目に値する [11][12][20]。そして 1980 年代半ばには Juang らが Ho-Kalman の最小実現アルゴリズムを宇宙構造物のモーダルパラメータの同定問題に適用し、固有実現化アルゴリズム (ERA) として発表した [30]。その後、この ERA は軌道上実験でのデータ解析手法として実際の実験で適用されている [38][47]~[49][60][70][77][78]。

さらに 1980 年代後半からは入出力データに対して特異値分解法を拡張した、部分空間法

に基づくシステム同定法が提案された [67]。この方法はシステムの入出力データに基づいて
いるため、自己回帰モデルの最小 2 乗推定に代表される伝達関数モデルの同定と同じデータ
構造を利用でき、しかも状態空間表現を取っているため、伝達関数モデルの同定では困難で
あった多入力多出力系への拡張も容易となり、近年精力的に研究されている [79]。さらに最
近注目を集めている研究テーマとして閉ループ同定が挙げられよう [85][87][89]。対象となる
プラントが実際に稼働中であるような場合や制御系を遮断した際、プラント単体では不安定
となる場合、制御系を稼働しながらプラントの動特性を同定する必要がある。

1.4 軌道上同定への適用可能性と問題点

前節ではモード解析あるいはシステム実現という研究分野での従来の研究について工学的
見地からまとめた。ここでは実際の軌道上同定実験例について、その試験内容や解析結果を
調査し、軌道上同定を適用する際の問題点を指摘する。

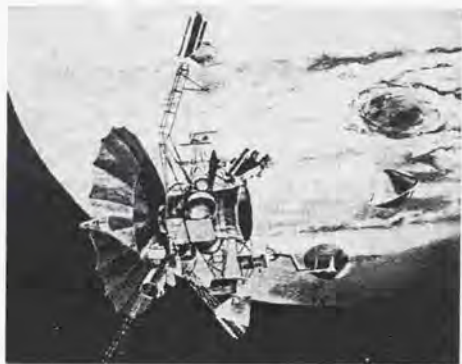


図 1.3 ガリレオ衛星

宇宙構造物の打ち上げ前の地上のモーダル試験としては 1984 年の JPL によるガリレオ
衛星 (図 1.3) [25]~[31] や 1987 年の NASA ラングレイ研究所によるボエジャー衛星 [15]、
1987 年の NASA ラングレイ研究所による SCOLE モデルの試験例 [56] があるが、軌道上実
験としては図 1.4 の 1984 年の太陽アレイ飛行実験 (SAFE) がまず挙げられる [50]~[51]。

SAFE 実験はスペースシャトルに取付られた長さ 105 フィート、幅 15 フィートの大型太
陽電池アレイの軌道上振動試験である。太陽アレイは 70% 展開と全展開の 2 つの形態で実験

が行われ、加振源はシャトル本体のバーニア制御エンジンの噴射による反力を利用した。振動データはアレイ両面に取り付けられた60ヶ所のターゲットマークをTV画像で撮影して記録した。解析の結果、70%展開時の最低次振動数は0.059Hz、全展開時は0.035Hzであった。解析法としては標準的なカーブフィット法とともにERAも用いられた。

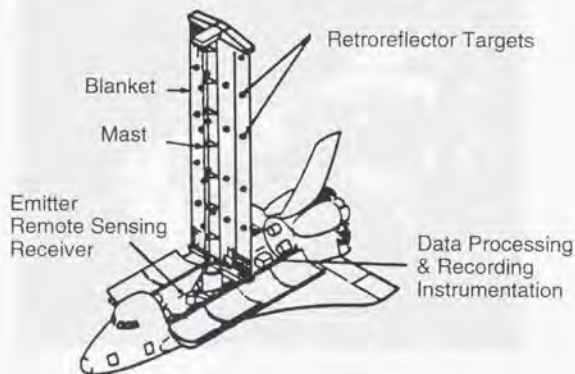


図 1.4 SAFE: 太陽アレイ飛行実験

その後の大型宇宙構造物の軌道上同定実験としては、図 1.5 に示す 1994 年に行われたハッブル宇宙望遠鏡衛星の加振実験がある [88][94]。地上の天体望遠鏡では得られない鮮明な画像を取得することを期待されて、1990 年に打ち上げられたこの衛星は当初、光学系に重大な不具合が存在することが確認され、さらには太陽電池アレイの熱的変形に起因する微小持続振動が姿勢制御系のミッション要求値を越えることもわかり、1993 年にシャトルに衛星が回収され大規模な改修作業が行われた。そして新しい太陽電池アレイの構造特性を軌道上で取得するため前述のように 1994 年に軌道上モデル試験として HST 外乱同定試験と HST 伝達特性試験が計画された。

外乱に対する周波数特性を同定するための HST 外乱同定試験は 2 種類の異なった姿勢状態で 27 時間行われた。この試験では通常の姿勢制御系のバンド幅である 2Hz よりも低い帯域で衛星の姿勢を制御し、測定帯域が 18Hz というレートジャイロの情報をも 40Hz でサンプリングしている。一方、HST 伝達特性試験ではリアクションホイール (RW) による広帯域 (0.15 ~ 1.5 Hz) と狭帯域 (0.05 ~ 0.167 Hz) の軌道上正弦波加振によるレートジャイロの

応答を取得し、RW からレートジャイロまでの周波数応答を計算している。これらの試験結果から特に太陽電池アレイの最低次の曲げ振動モードの周波数 (0.1 Hz) やモード形状が正確に同定され、新たな高精度制御系の構築に役立つことになった。

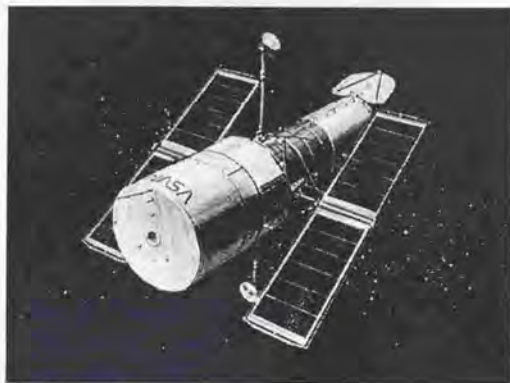


図 1.5 ハッブル宇宙望遠鏡衛星

このほか Helios 衛星のフライトデータによる構造解析 [18] やシャトルマニピュレータアームの振動抑制の研究 [84]、また最近では、シャトルを利用した小型模型による宇宙空間での制御実験 [93] などの例がある。

さて、我が国では 1987 年に打ち上げられた技術試験衛星 V 型 (図 1.6) による太陽電池パドルの振動特性測定実験が行われている [35] ~ [37], [44] ~ [46]。この実験では太陽電池パドル先端に取り付けられた 4 個の加速度計を用いてパドル展開時、パドル回転駆動機構運動時や日陰明けの熱的変形に伴う振動を測定して、軌道上的における衛星の振動特性を解析、評価することを目的とした。データ解析の結果、面内、面外、ねじりの各振動モードの振動数や減衰比が得られ、これらの数値は地上試験結果と比較されたが、例えば面外 1 次振動モードでは地上での解析が 0.68 Hz であったのが、軌道上パドル展開衝撃時のデータでは 0.46 Hz であり、かなりの差異が認められた [61]~[63]。

以上、これまでに行われてきた実際の軌道上同定実験についてまとめた。これらの実験で用いられた手法のほとんどが従来法である周波数領域での解析によるもので適用した構造物にも制約があり、軌道上実験を行う際の問題点を抽出すると以下のようにまとめることがで

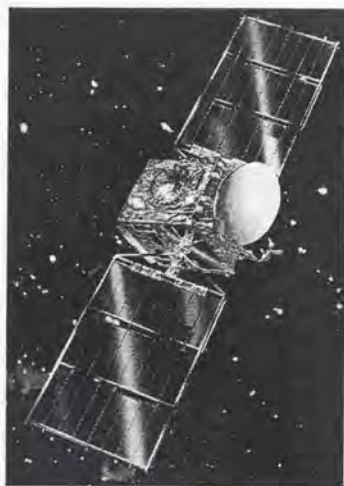


図 1.6 技術試験衛星 V 型 (きく 5 号)

きる。

(1) 加振点や測定時間の問題

軌道上での加振を考えると、加振装置や加振点が必ずしも最適とはならず、一般には既存の機器、たとえば軌道変換用ガスジェットスラスタ等を利用して加振せざるを得ない。また、実用衛星はもちろん、実験衛星であっても可視時間や電力供給といった制約から測定時間も制限を受ける。たとえば FFT での解析を想定した場合、データ点数が解析精度に影響し、ノイズ除去のための平均化を行うためにも、ある程度の実験時間が必要となり、宇宙実験には不向きである。一方、時間領域での同定法である ERA は特異値分解を利用したモデル実現手法のひとつであり、データ点数はハンケル行列が構成できる程度の量でよく、FFT (たとえば 4096 点程度) と比較するとはるかに少ないデータ点数 (たとえば 100 点程度) でよく、軌道上実験に適した同定法であると考えられる。

(2) 加振時の衛星の安定性、燃料消費の問題

周波数領域での解析では一般にランダム加振や正弦波スイープ加振が利用されるが、これらの加振により長時間衛星が振動させられると姿勢安定や軌道安定の問題が発生する。特に

姿勢決定系には地球センサが利用される場合が多く、可測範囲の狭いセンサ視野から地球を見失うことにより衛星の姿勢の喪失を防ぐため、加振レベルや実験時間に制約が生じる。また、ランダム加振や正弦波加振ではスラスタ噴射回数が多くなり、衛星の燃料消費やスラスタバルブの劣化の問題から実験に制約が生じる。

(3) 取得データの精度の問題

(1)でも述べたが、ランダム加振データを周波数領域の解析手法であるFFTで解析する場合、データ点数やノイズ除去のための平均化の回数により同定精度に影響を与える。また、(2)の安定性や燃料消費の問題から加振エネルギーを抑制するためにスラスタ噴射時間を制御演算時間より短く設定する場合があります。さらにはバルブ開閉時の時間遅れも応答の位相を遅らせることになり、モデルを離散化する際の誤差発生要因となることがある。また、測定機器の出力を離散化する際の量子化誤差やそのサンプリングレート、そして軌道上データを地上に伝送するためのテレメトリの分解能も同定精度に大きく影響する要因であるが、これらの点も軌道上実験の要求というよりはむしろ衛星の搭載機器の仕様で決まることが多い。

(4) 加振入力に関する問題

スラスタによる軌道上加振を想定した場合、制御系が生成するスラスタ駆動信号はモニター可能であるが、実際のスラスタ噴射力や噴射時間幅は計測不能であり、これら加振信号を正確に把握することは不可能である。よって、ランダム加振によるシステム同定法のように入出力間の相関関係からシステムを同定する場合は大きな障害となり得る。

また、インパルス加振において取得データを時間領域の解析手法であるERAで解析する場合では理想的なインパルス入力を想定しているため、(1)で述べたように衛星に搭載されたスラスタによる加振では矩形波での入力（実際にはバルブ開閉の動特性から理想的な矩形波も実現は不可能）しか実現できず、その結果、同定されたシステムの固有値は正確であっても、入出力行列の同定では精度が劣化することがある。

(5) 利用できる測定機器やその配置の問題

同定のためのデータ取得装置としては一般には衛星に搭載されたバス系の観測機器や姿勢・振動検出機器を利用することが多い。その場合、測定機器の個数や配置は実験にとって最適ではないことがあり、軌道上実験の大きな制約のひとつと考えられる。通常、衛星本体の姿勢情報は衛星の姿勢決定系の出力である姿勢角や姿勢レートを利用する。また、人工衛

星では加速度計もよく利用されるが、いわゆる状態空間による表現では加速度が表現しにくく、従来、加速度情報は積極的に利用されていなかった。加速度と角度を比較すると明らかに加速度情報には高次モードの振動情報がたくさん含まれるため、広帯域まで同定することが可能となる。

(6) 観測雑音の問題

観測機器の発生する雑音については熱による温度変化や経年変化により発生する機器固有のものや、宇宙空間という環境（たとえば放射能帯や太陽からの磁気嵐など）から悪影響を受けるものもあり、衛星の軌道や時間、季節などの要因が密接にからんだ問題である。これら機器の雑音を地上からの操作により低減することは一般には困難である。取得データに混入した雑音の除去については、たとえばFFTでは周波数領域での平均化、ERAではデータ相関[48][57]による低減化など、解析手法とは別の処理で対応している。

(7) 剛体モードを含む構造特性の問題

宇宙環境では片持ちあるいは両端固定の境界条件では試験が行えないため、必ず剛体モードと呼ばれる固有振動数 0[Hz] のモードが存在する。たとえばFFTのような従来の解析手法では、処理波形が周期性を有する必要がある。この剛体モードは別途処理しなければならない。また、対象が人工衛星や柔軟宇宙構造物のような場合は、2次振動系であることは事前にわかっていることであるから、このような情報は積極的に取り入れることが望ましい。

(8) 開ループ実験における衛星の安全性の問題

実衛星による軌道上実験では制御系を遮断した開ループでの同定実験は衛星の姿勢の喪失といった異常事態を引き起こす可能性もあり、実験の実施に当たっては細心の注意が必要である。そこで可能ならばバス制御系を通常通り、稼働させながら同定実験を遂行できることが望ましく、このようないわゆる制御系のフィードバックループを活かした開ループでのシステム同定も検討が必要である。

1.5 本研究の意義と目的

そこで本研究では、前節で述べたような従来の同定法の問題点を克服し、軌道上での大型柔軟宇宙構造物のシステムパラメータ同定に適するような同定法の理論的考察を行う。

前節(1)の問題点から解析手法は時間領域での同定法である固有システム実現化法(ERA)

を採用する。しかしながら ERA では特に (4) の理想的な入力が困難であるという問題点とそのために入出力行列の同定精度が劣化するという問題点、そして (5) の状態空間表現で定式化される ERA では加速度計の利用が困難であるという問題点がある。これらの問題点を克服し、さらに (7) で指摘したように対象が 2 次の振動系であるという事実を積極的に利用して同定精度を向上させるよう、以下のように ERA のアルゴリズムを改善する。

(a) 矩形波入力への拡張

軌道上でのガスジェットスラスタによる加振を想定して、理想的なインパルス入力ではなく、矩形波入力に対しても解析できるように、ハンケル行列の特異値分解による ERA 法を拡張する。

(b) 加速度出力への拡張

加速度計データは構造振動モード解析の分野では一般的に利用されているが、状態空間表現では処理にくい情報量である。そこで、本論文では加速度情報についても対応できるように ERA 法を理論的に拡張する。これによって、宇宙構造物に搭載された加速度計データの解析が可能となるが、一般に加速度計データには高次モードの情報も豊富に含まれるため、この理論的拡張により高次モードの同定も可能となる。

(c) 回帰法を適用した入出力行列の同定精度の改良

(a) あるいは (b) によって同定された振動モードの振動数と減衰比からシステム行列を構成して、それを用いて時間領域での出力誤差に関する最小 2 乗法による入出力行列の同定を行い、矩形波加振時刻と観測データ取り込み開始時刻との時間差を正確に反映させることにより、その同定精度を向上させるアルゴリズムを提案する。さらに、この時の繰り返し計算の収束性から、システム行列の次数の決定について、その規範を与えることを示す。

(d) 2 次振動系からの剛体モードの同定精度の改良

対象物に剛体モードが存在していることが事前にわかっている場合に、時系列データから直接、最小 2 乗法により剛体モードのみを同定する手法を提案する。この場合、剛体モードの振動数は零であるので、同定すべき量はモード形状である。

(e) 閉ループ系での加振による閉ループ系の同定への拡張

衛星の姿勢制御系を稼働させた状態で加振を行い、その取得データから制御系の動特性を

取り除いた，衛星単体のシステム同定を行う手法を提案する．この手法により軌道上実験の安全性を向上させる．

以上のような本研究独自の着想による理論的拡張を行うことで軌道上でのガスジェットスラストによる矩形波の加振でも，十分な精度をもって振動パラメータの同定が可能となる．

そして以上の理論的考察の妥当性を検証するために1軸エアテーブル試験装置を用いた地上試験による確認し，そして実衛星である技術試験衛星VI型による軌道上同定実験を行うことで本研究で得られた成果が軌道上同定手法として確立された技術となることが本論文の目的である．

1.6 本論文の構成

本論文の主眼点は軌道上での大型柔軟宇宙構造物のシステムパラメータの同定法に関する研究である．第2章において時間領域におけるシステム同定論として既に認められた各種同定法を概説する．第3章において第2章で議論された手法を軌道上同定に適用できるように理論的に拡張する．そして第4章では第3章において展開された拡張理論を地上のエアテーブル試験装置で検証し，第5章において実機である技術試験衛星VI型(さく6号)を用いた軌道上同定実験に適用する．第6章では姿勢制御系を遮断せずに制御系を含めた閉ループでの加振実験から衛星単体のシステム同定を行う．最後に第7章で全体のまとめと今後の研究課題について述べる．以下に各章の概要をまとめる．

第2章は時間領域における既存のシステム同定論のサーベイが主な目的である．ここでは従来法としてハンケル行列を利用した同定法，構造解析の分野で有名なイブラヒムの時間領域法，そしてイブラヒムの方法に特異値分解による解析をつけ加えたERA法について理論的展開と実用上の問題点等について検討する．また，これら従来法を軌道上実験に適用した場合の制約や不都合についても言及する．

第3章では時間領域のシステム同定論を軌道上実験に適用するために現実の問題に即して様々な理論的拡張を行う．まず，インパルス入力としてガスジェットスラストの噴射力を利用する場合を想定して，理想的なインパルスではなく，矩形波が入力された場合の理論的拡張について検討する．次に，センサとして地球センサのような姿勢角度情報以外に加速度計出力による加速度情報の利用も検討する．宇宙構造物では一般的なセンサである加速度計も

状態空間での制御理論では状態量の2階微分値であることから取扱にくい量である。しかし、加速度情報には高次の振動モード成分が含まれている可能性が高く、同定精度の向上にも大きく寄与できるものと考えられる。さらに、対象物に剛体モード存在していることが事前にわかっている場合、原波形から直接、最小2乗法により剛体モードのみを同定する。この場合、剛体モードの振動数は零であるので、同定すべき量はモード形状である。そして最後に入出力行列の同定精度の向上のために最小2乗法による繰り返し計算法を導入する。

第4章では第3章において理論的拡張を行った本研究成果である同定法を実際の軌道上実験に適用する前に、地上の実験装置を用いて同定実験を行いその正当性を検証する。地上での実験では(1)衛星の剛体モードと(2)複数個の振動モードが模擬できるモデルを同定対象とし、これらの要件を満足しかつ実験運用が容易な1軸エアテーブル試験装置を利用することにする。4.2節で本装置のハードウェアの構成について詳説し、4.3節では本装置の数学モデルの定式化と有限要素解析の数値結果についてまとめる。4.4節ではエアテーブル支持軸に取り付けられた非接触のテーブル角測定装置(衛星の姿勢角センサに相当する)の測定データに3.2節の拡張理論を適用して本装置のモデルを実験的に同定する。4.5節ではテーブルに片持ち状態で固定された柔軟なアイソグリップパネルの周囲全体に10個の加速度計を搭載し、3.3節の拡張理論を適用してパネルの振動モード形状の同定を試みる。

第5章では実際に地球周回軌道上を航行する人工衛星を用いた軌道上でのシステム同定実験について詳細に述べる。軌道上実験に用いた衛星は平成6年度8月にH-IIロケット2号機で打ち上げられた技術試験衛星VI型(ETS-VI)であり、衛星本体が3.0m×2.0m×2.8mの大きさの直方体をしておりその南北方向にセミリジッドタイプ的大型太陽電池パネルを、地球指向面上にアンテナタワーと通信実験用の開口径3.5mと2.5mの2つの主反射鏡、Sバンド衛星間通信アンテナ、Kバンド衛星間通信アンテナ等を搭載し軌道投入時総重量2トンの典型的な大型柔軟構造衛星である(図1.7)。

本章ではこの軌道上実験のうちインパルス加振による軌道上同定実験について詳説し、地上での構造解析やランダム加振による同定結果との比較検討などを行う。5.3節ではETS-VIの動力学モデルを構築し、5.4節では軌道上同定実験の概要、バドル角270度形態での加振実験、5.5節ではバドル角270度での同定結果からの拘束モードモデルの導出、5.6節ではその拘束モードモデルからバドル角180度形態での非拘束モードモデルの導出、5.7節ではバドル角180度形態での加振実験、5.8節では矩形波加振データに対する他の同定法による

解析結果やランダム加振実験の解析結果との比較検討を行う。



図 1.7 技術試験衛星 VI 型 (きく 6 号)

第 6 章では姿勢制御系を遮断せずに制御系を含めた閉ループでの加振実験から衛星単体のシステム同定を行う。FLEX 実験では主に同定アルゴリズムの検証そのものが目的であったため、例えばインパルス加振実験では衛星のバス制御系を完全に遮断して実験を行った。このようなことは周到な準備のもとで計画・運用された実験とはいえ、衛星本体にとっては大変に危険な状態であったことは否めない。しかし万が一、実験中に予期せぬ不具合が発生して姿勢を喪失してしまったとしてもこの衛星は技術試験衛星として姿勢を回復する手段がいろいろと考えられており、そのような状況も予め想定された状況のひとつと見なされるが、これが通信衛星や科学観測衛星のような実用衛星では少なくともバス制御系を遮断しての実験は許されない状況であったと考えてよい。そこで本論文では最後に衛星のバス制御系が通常通り動作している状況での加振データから衛星固有の振動モードの同定の可能性を探ることとする。

第2章 時間領域におけるシステム同定理論

2.1 はじめに

本章では時間領域での同定理論として確立された技術であるハンケル行列による状態実現法 [6] とその理論を応用したハンケル行列の特異値分解から固有システムの実現を目指す固有システム実現化法 (ERA 法), そして, 構造解析の分野で一般的なイブラヒムの時間領域法 (ITD 法) [14] についてその理論的考察を行う, そして, これら従来法を軌道上同定に適用した際に生じる制約として加振法の問題, 雑音や同定精度の問題, 加速度計の利用の問題, 剛体モードの処理の問題などについて指摘する.

2.2 ハンケル行列による状態実現法 [6][24]

状態空間における状態量 $x \in R^n$, 操作量 $u \in R^m$, 観測量 $y \in R^p$ で定義される時不変連続型システム表現である

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.1)$$

におけるシステム行列 $A \in R^{n \times n}$, 入力行列 $B \in R^{n \times m}$ 及び出力行列 $C \in R^{p \times n}$ をインパルス応答列から同定する Ho-Kalman の方法について概説する. 一般に宇宙構造物を状態空間表現するとその観測方程式には操作量 u から y への直達項は存在しないため, (2.1) 式でも観測方程式の操作量からの直達項を省略して記述する.

(2.1) 式で表現されるシステムに対して入力 $u \in R^m$ にインパルスを印加した際に観測されるインパルス応答列 $y_k \in R^p$ はサンプリング間隔を Δt 秒として

$$y_k = Ce^{A(k-1)\Delta t} B, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

となる. 一方, 操作量 $u \in R^m$ から観測量 $y_k \in R^p$ への伝達関数 F をシフト・オペレータ z^{-1} を用いて表現すると

$$F(z^{-1}) = C(zI - e^A)^{-1} B = \sum_{k=1}^{\infty} y_k z^{-k} \quad (2.3)$$

となる. そこで $(k+q+r-2)$ 個のインパルス応答列 y_k を用いて以下のような行列を構成して, システム同定に应用することを考える.

$$H_{k-1} = \begin{bmatrix} y_k & y_{k+1} & \cdots & y_{k+r-1} \\ y_{k+1} & y_{k+2} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ y_{k+q-1} & & & y_{k+q+r-2} \end{bmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

ここで q, r は (2.4) 式で定義される行列のインパルス応答列の縦と横の個数である。この時、 $H_{k-1} \in R^{pq \times r}$ をハンケル (Hankel) 行列と呼ぶ。さて $k=1$ のときのハンケル行列 H_0 は (2.2) 式を代入することで

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_r \\ y_2 & y_3 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ y_q & & & y_{q+r-1} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} C \\ C e^{A\Delta t} \\ \vdots \\ C e^{A(q-1)\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & e^{A\Delta t} B & \cdots & e^{A(r-1)\Delta t} B \end{bmatrix} \\
 &= OG \tag{2.5}
 \end{aligned}$$

と形式的に分解できる。ここで O, G はそれぞれ可観測行列、可制御行列と呼ばれるものである。いま、 H_0 が O と G に分解できたものとすれば、 O と G から最小実現 A, B 及び C は次のように得られる。

$$\begin{aligned}
 A &: \frac{1}{\Delta t} \log(O_b^+ O_b^\#) \\
 B &: G \text{ の初めの } m \text{ 列} \\
 C &: O \text{ の初めの } p \text{ 行}
 \end{aligned}$$

ここで $O_b, O_b^\#, O_b^+$ は

$$\begin{aligned}
 O_b &: O \text{ のうち、ランク } n \text{ を持つ小行列} \\
 O_b^\# &: O_b \text{ より } p \text{ 行下からとった } O \text{ の小行列} \\
 O_b^+ &: O_b \text{ の左疑似逆行列、即ち } O_b^+ O_b = I_n
 \end{aligned}$$

であり、 $I_n \in R^{n \times n}$ は単位行列である。

ところでハンケル行列 H_0 を O と G に分割する方法のひとつとして特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition) 表現がある。この方法によるとハンケル行列 H_0 は

$$H_0 = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & \\ & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

$$= U_1 S_1 V_1^T + U_2 S_2 V_2^T \tag{2.7}$$

と分解できる。ここで $S_1 \in R^{n \times n}$ 、 $S_2 \in R^{(q-n) \times (q-n)}$ は特異値 (正スカラー量) からなる対角行列、 $U_1 \in R^{pq \times n}$ 、 $U_2 \in R^{pq \times (q-n)}$ 、 $V_1^T \in R^{n \times r}$ 、 $V_2^T \in R^{(q-n) \times r}$ はユニタリ行列である。

理論的には S_1 はシステムの次元 n になり、 S_2 は $(q-n)$ の大きさの零行列なるはずであるが、数値的にはそのように正確に分割できるとは限らず、また、完全に零行列が現れるとも限らない。しかしここでは簡単のため、

$$OG = U_1 S_1 V_1^T \quad (2.8)$$

として以下の議論を続ける。この式から O と G への分割として代表的な次の 3 つの候補が考えられる。

$$(a) \quad O^{(1)} = U_1 S_1, \quad G^{(1)} = V_1^T$$

$$(b) \quad O^{(2)} = U_1 S_1^{1/2}, \quad G^{(2)} = S_1^{1/2} V_1^T$$

$$(c) \quad O^{(3)} = U_1, \quad G^{(3)} = S_1 V_1^T$$

例えば (b) のケースでは実現された各システム行列は

$$\hat{A} = \frac{1}{\Delta t} \log(O_1^+ O_1^\#) = \frac{1}{\Delta t} \log(S_1^{-1/2} U_1^T (U_1 S_1^{1/2})^\#) \quad (2.9)$$

$$\hat{B} = S_1^{1/2} V_1^T E_m \quad (2.10)$$

$$\hat{C} = E_p^T U_1 S_1^{1/2} \quad (2.11)$$

と表現できる。ここで $E_m \in R^{r \times m}$ 及び $E_p^T \in R^{p \times m}$ は

$$E_m = \begin{bmatrix} I_m \\ O_{(r-m) \times m} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$E_p^T = \begin{bmatrix} I_p & O_{p \times (m-p)} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

である。(2.8) 式で O と G をどのように分割するかによって実現されるシステムの表現は異なるものになるが、いずれも最小実現であり、それらは相似で等価な伝達関数で表現できる。

2.3 固有システム実現化法 (ERA 法)

上述の最小実現法では行列の小行列や疑似逆行列といった操作が必要であった。しかし、(2.5) 式で定義したハンケル行列 H_0 のほかに別のハンケル行列 H_1 を用いれば、その行列操作が不要なシステム同定法が得られる。この手法を Juang らは ERA 法と名付けた [32][33][38][57]。即ち、 $k=1$ のときのハンケル行列 H_0 を

$$\begin{aligned} H_0 &= U_1 S_1 V_1^T \\ &= OG \end{aligned} \quad (2.14)$$

と特異値分解し可観測行列 O と可制御行列 G の積の形で表現し、同様に $k=2$ のときのハンケル行列 H_1 を以下のように定義する。

$$H_1 = \begin{bmatrix} y_2 & y_3 & \cdots & y_{r+1} \\ y_3 & y_4 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ y_{q+1} & & & y_{q+r} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

この時、

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{bmatrix} C \\ Ce^{A\Delta t} \\ \vdots \\ Ce^{A(q-1)\Delta t} \end{bmatrix} e^{A\Delta t} \begin{bmatrix} B & e^{A\Delta t}B & \cdots & e^{A(r-1)\Delta t}B \end{bmatrix} \\ &= Oe^{A\Delta t}G \end{aligned} \quad (2.16)$$

と分解できる。(2.14) 式の H_0 の分解の候補のひとつとして (b) のケースを考えて、

$$O = U_1 S_1^{1/2} \quad (2.17)$$

$$G = S_1^{1/2} V_1^T \quad (2.18)$$

とすると (2.16) 式は (2.17), (2.18) 式を用いて

$$H_1 = U_1 S_1^{1/2} e^{A\Delta t} S_1^{1/2} V_1^T \quad (2.19)$$

と表現できる。これは (a), (c) でも同様に展開可能である。よってこれよりシステム行列 A の同定値が次式のように求められる。

$$\hat{A} = \frac{1}{\Delta t} \log(S_1^{-1/2} U_1^T H_1 V_1 S_1^{-1/2}) \quad (2.20)$$

ここで、 \hat{B} 及び \hat{C} は (2.10), (2.11) 式にである。本手法は前節のハンケル行列による状態実現に必要な操作 $O_b^\#$ を行う代わりに、新たなハンケル行列 H_1 を構成して算出する手法である。理論的にはどちらの方法も等価であるが ERA の方が表現が簡潔になり $O_b^\#$ のような疑似逆行列も必要としないなどといった利点がある。

以上の ERA 法におけるアルゴリズムをまとめると次のようになる。

Step 1: 観測値のサンプル値 $y_k = y(k\Delta t)$; $k = 1 \sim (q+r)$ の取得。

Step 2: ハンケル行列 H_0 と H_1 を構成.

$$H_0 = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_r \\ y_2 & y_3 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ y_q & & & y_{q+r-1} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} y_2 & y_3 & \cdots & y_{r+1} \\ y_3 & y_4 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ y_{q+1} & & & y_{q+r} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Step 3: H_0 の SVD 分解.

$$H_0 = U_1 S_1 V_1^T \quad (2.23)$$

Step 4: システム行列の同定.

$$\hat{A} = \frac{1}{\Delta t} \log(S_1^{-1/2} U_1^T H_1 V_1 S_1^{-1/2}) \quad (2.24)$$

Step 5: 入出力行列の同定.

$$\hat{B} = S_1^{1/2} V_1^T E_m \quad (2.25)$$

$$\hat{C} = E_p^T U_1 S_1^{1/2} \quad (2.26)$$

ところで上述のアルゴリズムを実システムの同定に適用する場合には、次のような演算上の諸点に注意を払う必要がある.

まず、ハンケル行列の大きさは原理的には同定しようとするシステムの次数より大きければよいが、実際には計算機ソフトウェアによる SVD 分解の精度や能力に依存する.

またシステムの次数についてもその決定法には議論の余地がある. しかし、実用上はサンプリング周期、SVD 分解の精度、そして観測雑音や外乱の影響が大きく、通常 3 ないし 4 つのモードが同定できればよいと考えられる. この観測雑音の影響に関しては観測値の相関を取ることで低減を図る方法も提案されている [57].

一般にはナイキストのサンプリング定理からサンプリング周期の 2 倍までの周期の振動モードが同定可能であるが、実用上は少なくともサンプリング周期の 4 倍程度以上は離れている必要がある.

2.4 イブラヒムの時間領域法 (ITD 法) [14][21]

ITD 法は 2 次振動系に対する時間領域での代表的な同定手法である。本節ではこの ITD 法について概説し、その理論と問題点を明らかにする。ITD 法で同定対象として考えているのは、次のようないわゆる 2 次振動系の方程式で表現される構造物である。

$$M\ddot{\eta} + D\dot{\eta} + K\eta = 0 \quad (2.27)$$

ここで、 $M, D, K \in \mathbf{R}^{N \times N}$ はそれぞれ構造物の質量、減衰、剛性行列であり、 $\eta \in \mathbf{R}^N$ は振動モードの変位を表す変数である。

(2.26) 式から導かれる状態空間でのシステム行列 A は

$$A = \begin{bmatrix} O & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2N \times 2N} \quad (2.28)$$

ここで、(2.27) 式のシステム行列 A が相異なる $2N$ 個の固有値 λ_k ($k = 1 \sim 2N$) を持つとすると、(2.26) 式の一般解は次のようになる。

$$\eta(t) = \sum_{j=1}^{2N} \phi_j e^{\lambda_j t} \in \mathbf{R}^N \quad (2.29)$$

ここで、 $\phi_j \in \mathbf{R}^N$ は固有ベクトルや初期値 $\eta(0) \in \mathbf{R}^N$, $\dot{\eta}(0) \in \mathbf{R}^N$ から構成される定数行列である。ITD 法では全ての変位変数のサンプル値 $\eta(t_k)$ ($t_k = k\Delta t$; $k = 1 \sim 2N$) が観測できるものとしている。 $\eta_k = \eta(t_k) \in \mathbf{R}^N$ と書き表すことにより、 $2N$ 個の観測量を次のように並べると

$$[\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{2N}] = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_{2N}] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \Delta t} & e^{\lambda_1 2\Delta t} & \dots & e^{\lambda_1 2N\Delta t} \\ e^{\lambda_2 \Delta t} & e^{\lambda_2 2\Delta t} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ e^{\lambda_{2N} \Delta t} & & & e^{\lambda_{2N} 2N\Delta t} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

を得る。ここで

$$H_1 = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{2N}] \in \mathbf{R}^{N \times 2N} \quad (2.31)$$

$$P_1 = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_{2N}] \in \mathbf{R}^{N \times 2N} \quad (2.32)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \Delta t} & e^{\lambda_1 2\Delta t} & \dots & e^{\lambda_1 2N\Delta t} \\ e^{\lambda_2 \Delta t} & e^{\lambda_2 2\Delta t} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ e^{\lambda_{2N} \Delta t} & & & e^{\lambda_{2N} 2N\Delta t} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2N \times 2N} \quad (2.33)$$

と置き直すと (2.29) 式は

$$H_1 = P_1 \Lambda \in R^{N \times 2N} \quad (2.34)$$

となる。

次に1サンプル遅らせた観測量を同様に以下のように書き並べる。

$$\begin{aligned} & [\eta_2 \ \eta_3 \ \dots \ \eta_{2N+1}] \\ &= [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_{2N}] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 2\Delta t} & e^{\lambda_1 3\Delta t} & \dots & e^{\lambda_1 (2N+1)\Delta t} \\ e^{\lambda_2 2\Delta t} & e^{\lambda_2 3\Delta t} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ e^{\lambda_{2N} 2\Delta t} & & & e^{\lambda_{2N} (2N+1)\Delta t} \end{bmatrix} \\ &= [\phi_1 e^{\lambda_1 \Delta t} \ \phi_2 e^{\lambda_2 \Delta t} \ \dots \ \phi_{2N} e^{\lambda_{2N} \Delta t}] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \Delta t} & e^{\lambda_1 2\Delta t} & \dots & e^{\lambda_1 2N\Delta t} \\ e^{\lambda_2 \Delta t} & e^{\lambda_2 2\Delta t} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ e^{\lambda_{2N} \Delta t} & & & e^{\lambda_{2N} 2N\Delta t} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.35)$$

(2.31) 式も同様に

$$H_2 = P_2 \Lambda \in R^{N \times 2N} \quad (2.36)$$

と書き直せる。そこで(2.33),(2.35)式をひとつにまとめて

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \Lambda \in R^{2N \times 2N} \quad (2.37)$$

とする。

さらに1サンプル遅らせた観測量を同様に並べる。

$$\begin{aligned} & [\eta_3 \ \eta_4 \ \dots \ \eta_{2N+2}] \\ &= [\phi_1 e^{\lambda_1 2\Delta t} \ \phi_2 e^{\lambda_2 2\Delta t} \ \dots \ \phi_{2N} e^{\lambda_{2N} 2\Delta t}] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \Delta t} & e^{\lambda_1 2\Delta t} & \dots & e^{\lambda_1 2N\Delta t} \\ e^{\lambda_2 \Delta t} & e^{\lambda_2 2\Delta t} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ e^{\lambda_{2N} \Delta t} & & & e^{\lambda_{2N} 2N\Delta t} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.38)$$

これも同様に

$$H_3 = P_3 \Lambda \in R^{N \times 2N} \quad (2.39)$$

と表現して、(2.35),(2.38)式をひとつにまとめて

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \Lambda \\ &= \begin{bmatrix} \phi_1 e^{\lambda_1 \Delta t} & \phi_2 e^{\lambda_2 \Delta t} & \dots & \phi_{2N} e^{\lambda_{2N} \Delta t} \\ \phi_1 e^{\lambda_1 2\Delta t} & \phi_2 e^{\lambda_2 2\Delta t} & \dots & \phi_{2N} e^{\lambda_{2N} 2\Delta t} \end{bmatrix} \Lambda \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_{2N} \\ \phi_1 e^{\lambda_1 \Delta t} & \phi_2 e^{\lambda_2 \Delta t} & \cdots & \phi_{2N} e^{\lambda_{2N} \Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \Delta t} & & & \\ & e^{\lambda_2 \Delta t} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{\lambda_{2N} \Delta t} \end{bmatrix} \Lambda \\
&= \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \Gamma \Lambda \in \mathbb{R}^{2N \times 2N} \tag{2.41}
\end{aligned}$$

となる。ここで Γ は

$$\Gamma = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \Delta t} & & & \\ & e^{\lambda_2 \Delta t} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{\lambda_{2N} \Delta t} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N} \tag{2.42}$$

である。(2.37)式と(2.41)式から Λ を消去すると

$$\begin{bmatrix} H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \Gamma \tag{2.43}$$

となる。ただし $\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}$ は正則を仮定した。(2.42)式は

$$W = \begin{bmatrix} H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}^{-1} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N} \tag{2.44}$$

の固有値問題にはかならない。この時、 W の固有値は $e^{\lambda_j \Delta t}$ であり、それに対応する固有ベクトルが

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \cdots & \phi_{2N} \\ \phi_1 e^{\lambda_1 \Delta t} & \cdots & \phi_{2N} e^{\lambda_{2N} \Delta t} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N} \tag{2.45}$$

となる。

以上、ITD法におけるアルゴリズムをまとめると次のようになる。

Step 1: 全振動モード変数のサンプル値 $\eta_k = \eta(k\Delta t) \in \mathbb{R}^N$; $k = 1 \sim 2N + 2$ の取得。

Step 2: ハンケル行列 H_1, H_2, H_3 を構成。

$$H_1 = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{2N}] \in \mathbb{R}^{N \times 2N} \tag{2.46}$$

$$H_2 = [\eta_2, \eta_3, \dots, \eta_{2N+1}] \in \mathbb{R}^{N \times 2N} \tag{2.47}$$

$$H_3 = [\eta_3, \eta_4, \dots, \eta_{2N+2}] \in \mathbb{R}^{N \times 2N} \tag{2.48}$$

Step 3: $W = \begin{bmatrix} H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}^{-1} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ の固有値解析。

Step 4: W の固有値 $= e^{\lambda_j \Delta t}$; $j = 1 \sim 2N$ よりシステムの固有値 λ_j を計算.

Step 5: W の固有ベクトル $= [\phi_1 e^{\lambda_1 \Delta t} \dots \phi_{2N} e^{\lambda_{2N} \Delta t}] \in \mathbf{R}^{2N \times 2N}$ よりシステムの固有ベクトル $\phi_j \in \mathbf{R}^N$ の計算.

本手法では観測量として全ての変位変数と同じ数の観測値が必要であり、さらにシステムに剛体モードのような固有値 0 の重根が存在すると解けないといった欠点はあるものの、初期状態量 $\eta_j(0) \in \mathbf{R}^N$, $\dot{\eta}_j(0) \in \mathbf{R}^N$ や、操作量 (入力) は任意でよく、観測量に高域の雑音为重畳されていても固有値解析の際に周波数的に分離されるため、同定すべきモードの周波数には影響が少ないといった長所もある.

2.5 軌道上同定へ適用する際の問題点

本章では時間領域での同定法であるハンケル行列による状態実現法, ERA 法そして, ITD 法について考察したが, これらの手法を柔軟宇宙構造物の軌道上同定実験に適用する際の問題点や改良点などについて検討すると, 地上と比べて宇宙環境での同定試験で大きな問題となるのは以下の項目であると考えられる.

(i) インパルス加振時の入力の問題

インパルス加振データを時間領域の解析手法である ERA で解析する場合, 従来法の理論展開では入力が理想的なインパルスを想定しているため, 軌道上実験では衛星に搭載されたスラスタによる加振力は矩形波信号 (実際にはパルス開閉の動特性から理想的な矩形波も実現は不可能) しか実現できず, その結果, 同定されたシステムの固有値は正確であっても, 入出力行列の同定では精度が劣化する.

(ii) 観測雑音の問題

観測機器の発生する雑音については熱による温度変化や経年変化により発生する機器固有のものや, 宇宙空間という環境 (たとえば放射能帯や太陽からの磁気嵐など) から悪影響を受けるものもあり, 衛星の軌道や時間, 季節などの要因が密接にからんだ問題である. これら機器の雑音を地上からの操作により低減することは一般には困難である. 取得データに混入した雑音の除去については, たとえば FFT では周波数領域での平均化, ERA ではローパスフィルタやバンドパスフィルタ等を用いた前処理による方法やデータ相関 [48][57] による雑音の低減化など, 解析手法とは別の処理で対応している.

(iii) 同定精度の問題

観測量に重畳する雑音以外にも測定機器の出力を離散化の際の量子化誤差や、そのサンプリングレートが同定精度に大きく影響する要因となる。これらによって取得波形が変形している場合、同定結果としては信号のゲインを決める入出力行列に影響が生じることになる。

(iv) 加速度計の利用の問題

加速度計は軽量小型であるため、人工衛星ではよく利用される観測機器のひとつであるが、いわゆる状態空間による表現では加速度が表現しにくく、従来、加速度情報は積極的に利用されていなかった。これは具体的にはたとえば、 η と $\dot{\eta}$ をそれぞれ角度（位置）と角速度（速度）とすると状態量 x は

$$x = \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}$$

となるが、この時、状態空間表現では観測方程式が

$$y = Cx$$

であり、この式では一般に角加速度（加速度）が表現できないことに対応する。しかし、角加速度と角度を比較すると明らかに加速度情報には高次モードの振動情報がたくさん含まれるため、広帯域まで同定することが可能となる。

(v) 剛体モードを含む構造特性を問題

宇宙環境では片持ちあるいは両端固定の境界条件では試験が行えないため、必ず剛体モードと呼ばれる固有振動数 0[Hz] のモードが存在する。たとえばFFTのような従来の解析手法では、処理波形が周期性を有する必要がある。この剛体モードは別途処理しなければならない。また、対象が人工衛星や柔軟宇宙構造物のような場合は、2次振動系であることは事前にわかっていることであるから、このような情報は積極的に取り入れることが望ましい。

第3章以降、(i)~(v)の項目を考慮に入れながら、軌道における閉ループでの同定アルゴリズムを理論的に拡張し、さらに地上実験、軌道上実験を通してその妥当性を実証する。また、第6章では姿勢制御系のフィードバックループが存在するような閉ループでの加振における開ループ（衛星単体）のシステム同定法について一手法を提案する。

第3章 軌道上同定のための理論的拡張

3.1 軌道上同定のための拡張法

第2章で指摘したように、時間領域での同定法をそのまま宇宙実験に適用した場合には様々な制約が発生する。そこで本章ではこれらの問題点を克服するために、既存の同定手法を理論的に拡張し、開ループ形態での軌道上同定のための新しいアルゴリズムを提案する。

(i) 矩形波入力への拡張

インパルス入力としてガスジェットスラスターの噴射力を利用する場合を想定して、理想的なインパルスではなく、矩形波が入力された場合の同定法について検討する。

(ii) 加速度出力への拡張

センサとして地球センサのような姿勢角度情報以外に加速度計出力による加速度情報の利用を検討する。宇宙構造物では一般的なセンサである加速度計も状態空間での表現を用いるシステム制御理論では状態量の2階微分値であるためにそのままでは取扱うことが不可能である。しかし、加速度情報には高周波の振動モード成分が含まれているので、同定可能な周波数帯域の拡張には重要である。

(iii) 回帰法の適用

入出力行列の同定精度の向上のために最小2乗法による繰り返し計算法について検討し、入出力点が同一位置である、いわゆるコロケーションの場合の1入力1出力系、入出力点が異なる非コロケーションの場合の1入力多出力系について考察する。

(iv) 剛体モードの単独同定

同定対象が宇宙構造物のような場合は明らかに剛体モードが存在するが、これは不安定な重根であるため同定誤差が大きい。この場合、剛体モードについては別途単独で同定することが可能であり、その手法について検討する。

このほか、ITD法の拡張やその結果とERA法の比較検討を行い、最後にデータ処理上、問題となる種々の取得条件や精度への影響について若干の考察を行った上で提案すべき軌道上同定アルゴリズムをまとめる。

3.2 矩形波入力への拡張 [82]

(2.1) 式と同じく、宇宙構造物の多入力多出力の時不変連続系としての表現

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

を考える。(3.1) 式の観測量 y はシステムの状態量の初期値を $x(0) = 0$ とすれば一般に

$$y(t) = C \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (3.2)$$

となる。ここで入力として操作量に次のような、時間 ϵ 秒間は単位量を、それ以外では零となるような矩形波を印加する。

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \epsilon \\ 0 & \epsilon < t \end{cases} \quad (3.3)$$

矩形波入力終了後さらに δ 秒間経過後から Δt 秒毎にサンプル化された観測量を $y_k = y(\epsilon + \delta + (k-1)\Delta t)$ とし、矩形波入力終了後の $t \geq \epsilon + \delta$ 以降のサンプルされた観測量から (2.14), (2.15) 式と同様に縦 q 個、横 r 個の観測量を並べたハンケル行列を構成する。この時 $B^* = e^{A(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau B$ とすると

$$\begin{aligned} H_0 &= \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_r \\ y_2 & y_3 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ y_q & & & y_{q+r-1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C \\ Ce^{A\Delta t} \\ \vdots \\ Ce^{A(q-1)\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^* & e^{A\Delta t} B^* & \cdots & e^{A(r-1)\Delta t} B^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{bmatrix} y_2 & y_3 & \cdots & y_{r+1} \\ y_3 & y_4 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ y_{q+1} & & & y_{q+r} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C \\ Ce^{A\Delta t} \\ \vdots \\ Ce^{A(q-1)\Delta t} \end{bmatrix} e^{A\Delta t} \begin{bmatrix} B^* & e^{A\Delta t} B^* & \cdots & e^{A(r-1)\Delta t} B^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.5)$$

(3.4) 式のハンケル行列 H_0 を特異値分解することで、同定すべき行列 \hat{A} , \hat{B} 及び \hat{C} は次のように求められる。

$$\hat{A} = \frac{1}{\Delta t} \log(S_1^{-1/2} U_1^T H_1 V_1 S_1^{-1/2}) \quad (3.6)$$

$$\hat{B} = (e^{\hat{A}(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-\hat{A}\tau} d\tau)^{-1} S_1^{1/2} V_1^T E_m \quad (3.7)$$

$$\hat{C} = E_p^T U_1 S_1^{1/2} \quad (3.8)$$

あるいはハンケル行列 H_0 の特異値分解による可観測，可制御行列を別の形で実現すれば，

$$\hat{B} = S_1^{1/2} V_1^T E_m \quad (3.9)$$

$$\hat{C} = E_p^T U_1 S_1^{1/2} (e^{\hat{A}(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-\hat{A}\tau} d\tau)^{-1} \quad (3.10)$$

とも表現可能である。ところで，(3.7) 式あるいは (3.10) 式の中に現れる $(e^{\hat{A}(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-\hat{A}\tau} d\tau)^{-1}$ の項は同定された \hat{A} に剛体モードが存在しない場合には

$$e^{\hat{A}(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-\hat{A}\tau} d\tau = \hat{A}^{-1} e^{\hat{A}\delta} (e^{\hat{A}\epsilon} - I) \quad (3.11)$$

と計算できる。これより (3.7) 式，(3.10) 式はそれぞれ以下のように書き直せる。

$$\hat{B} = (e^{\hat{A}\epsilon} - I)^{-1} e^{-\hat{A}\delta} \hat{A} S_1^{1/2} V_1^T E_m \quad (3.12)$$

$$\hat{C} = E_p^T U_1 S_1^{1/2} (e^{\hat{A}\epsilon} - I)^{-1} e^{-\hat{A}\delta} \hat{A} \quad (3.13)$$

ところで一般に同定しようとする対象が宇宙空間にある柔軟構造物のような場合には，行列 \hat{A} は剛体モードに対応した重複した零固有値を持つので， \hat{A} を次のように分けて考える必要がある。

$$\hat{A} = T \left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \\ \hline & \hat{A}_f \end{array} \right] T^{-1} \quad (3.14)$$

ここで T は \hat{A} を剛体モードと柔軟モード \hat{A}_f に分けるような変換行列である。実際には \hat{A}_f はさらに力学系の標準形式に変換することが可能である (付録 A)。

さてこのように変換された場合，(3.11) 式は次のように書き表せる。

$$\begin{aligned} & e^{\hat{A}(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-\hat{A}\tau} d\tau \\ &= T \left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 1 & \epsilon+\delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \\ \hline 0 & e^{\hat{A}_f(\epsilon+\delta)} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} \epsilon & -\epsilon^2/2 \\ 0 & \epsilon \end{bmatrix} & 0 \\ \hline 0 & \hat{A}_f^{-1} (I - e^{-\hat{A}_f \epsilon}) \end{array} \right] T^{-1} \\ &= T \left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon^2/2 + \epsilon\delta \\ 0 & \epsilon \end{bmatrix} & 0 \\ \hline 0 & \hat{A}_f^{-1} e^{\hat{A}_f \delta} (e^{-\hat{A}_f \epsilon} - I) \end{array} \right] T^{-1} \quad (3.15) \end{aligned}$$

この式の逆を求めることで，(3.12) 式の \hat{B} は

$$\tilde{B} = T \left[\begin{array}{cc} 1/\epsilon & -1/2 - \delta\epsilon \\ 0 & 1/\epsilon \end{array} \right]_{(e^{\tilde{A}_f \epsilon} - J)^{-1} e^{-\tilde{A}_f \delta} \tilde{A}_f} T^{-1} S_1^{-1/2} V_1^T E_m \quad (3.16)$$

あるいは, (3.13) 式の \tilde{C} は

$$\tilde{C} = E_p U_1 S_1^{1/2} T \left[\begin{array}{cc} 1/\epsilon & -1/2 - \delta\epsilon \\ 0 & 1/\epsilon \end{array} \right]_{(e^{\tilde{A}_f \epsilon} - J)^{-1} e^{-\tilde{A}_f \delta} \tilde{A}_f} T^{-1} \quad (3.17)$$

のように書き直せる。

以上のように入力が矩形波であっても, またシステムに剛体モードが存在してもシステム行列 A や入出力行列 B, C を原理的には, より正確に同定・実現することが可能であることがわかった。しかしながら実際には5章の実験結果からわかるようにシステム行列 A はかなり正確に同定できて, 取得データの雑音や A/D 変換時の量子化誤差の影響, 減衰比の振幅依存性などにより振動波形が乱れることにより最終的には入出力行列 B, C の同定結果に誤差が含まれることになる。これは周波数領域でいえば, 共振点 (よく振れる点) は同定できて反共振点 (ほとんど振れない点) の同定が困難であることに対応する。この問題は3.4節で述べる繰り返し法を適用することで改善を図る。

3.3 加速度出力への拡張 [86]

実際の実験や試験では宇宙実験に限らず地上実験においても多くの場合, 加速度計の情報が利用できる。そして加速度信号には一般に高周波帯域の情報が豊富である。そこで, ここでは加速度情報を用いた同定法について考察する。

加速度信号は直接, 状態量として取扱うことはできないが, 加振終了後の (3.1) 式の第1式のシステム方程式が $\ddot{x} = Ax$ となることから, (3.1) 式の第2式の観測方程式を以下のように変形する。

$$y = C\ddot{x} = CA^2x \quad (3.18)$$

この時, 取得データは加振終了後としているため, (3.1) 式の第1式の操作量 u の項は零であり, そのため (3.18) 式に u は表れない。

このように書き換えることにより観測量 y を加速度計出力とみなすことができ, 操作量が (3.3) 式で表現されるような矩形波の場合, 離散化された観測量は

$$y_k = CA^2 e^{A(\epsilon + \delta + (k-1)\Delta t)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau B \quad (3.19)$$

となり、この観測量から構成されるハンケル行列は、

$$H_0 = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_r \\ y_2 & y_3 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ y_q & & & y_{q+r-1} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$= \begin{bmatrix} C \\ Ce^{A\Delta t} \\ \vdots \\ Ce^{A(q-1)\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^2 B^* & A^2 e^{A\Delta t} B^* & \cdots & A^2 e^{A(r-1)\Delta t} B^* \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} y_2 & y_3 & \cdots & y_{r+1} \\ y_3 & y_4 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ y_{q+1} & & & y_{q+r} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$= \begin{bmatrix} C \\ Ce^{A\Delta t} \\ \vdots \\ Ce^{Aq\Delta t} \end{bmatrix} e^{A\Delta t} \begin{bmatrix} A^2 B^* & A^2 e^{A\Delta t} B^* & \cdots & A^2 e^{A(r-1)\Delta t} B^* \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

となる。ここで加速度出力の場合、システム行列 A に剛体モードは含まれない（同定できない）ことを利用して、式変形を行っている。(3.21) 式のハンケル行列 H_0 の特異値分解を

$$H_0 = U_1 S_1 V_1^T \quad (3.24)$$

とすれば、同定された各行列は (3.6)~(3.10) 式と同様の方法で

$$\hat{A} = \frac{1}{\Delta t} \log(S_1^{-1/2} U_1^T H_1 V_1 S_1^{-1/2}) \quad (3.25)$$

$$\hat{B} = \hat{A}^{-2} (e^{\hat{A}(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau)^{-1} S_1^{1/2} V_1^T E_m \quad (3.26)$$

$$\hat{C} = E_p^T U_1 S_1^{1/2} \quad (3.27)$$

あるいは

$$\hat{B} = S_1^{1/2} V_1^T E_m \quad (3.28)$$

$$\hat{C} = E_p^T U_1 S_1^{1/2} (e^{\hat{A}(\epsilon+\delta)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau)^{-1} \hat{A}^{-2} \quad (3.29)$$

が得られる。ただし、本来インパルス応答では、剛体モードは加速度計出力には現れないため同定できないことにも注意が必要である。観測方程式を s -領域で表現してみると

$$y(s) = C s^2 x(s) \quad (3.30)$$

とすべきところを

$$y(s) = CA^2x(s) \quad (3.31)$$

としているために入出力の関係を伝達関数表現した場合に高周波数領域で分子の次数が分母の次数より2小さくなってしまっている。正確には剛体モードが存在するために、全周波数領域で分子分母の次数は等しくならなければならない。

このように加速度計情報を利用して同定を行う場合、システム行列 A は同定が可能であるが入出力行列 B, C は正確には同定できない。

そこで以下では、ひとつの剛体モードを含む n 次の振動系の同定について、加速度情報による同定法の誤差について考察する。対象とするモデルのシステム及び観測方程式は (3.1) 式と同じく

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.32)$$

とする。ここでシステム及び入出力行列はそれぞれ

$$A = \begin{bmatrix} O_{n+1} & I_{n+1} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -2\zeta\omega \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$B = \begin{bmatrix} O_{n+1}^T \\ \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi^T \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$C = \begin{bmatrix} [\psi_0 \ \psi] & 0_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

とする。ここで ζ は減衰比行列であり

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_1 & & & \\ & \zeta_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \zeta_n \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

また、 ω は角振動数行列であり

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & & & \\ & \omega_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \omega_n \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

である。減衰比行列と角振動数行列はどちらも対角行列である。そして $\phi_0, \phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]$ 及び $\psi_0, \psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_n]$ はそれぞれ入出力点での剛体及び振動モードのモードシェー

ブ行列である。また 0_{n+1} は $1 \times (n+1)$ の大きさの零行列である。システム行列 A の要素のうち記述が省略されているブロックは適当な大きさの零行列である。

このシステムの操作量 u から観測量 y までの伝達関数 G は

$$G = C(sI_{2(n+1)} - A)^{-1}B = \frac{\psi_0\phi_0}{s^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi_i\phi_i}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.38)$$

となる (付録 B)。一方、同じ観測点で加速度計が搭載されていると仮定するとその加速度計出力は変位観測量を時間で 2 階微分したものと同一であると考えられるので

$$\ddot{y} = C\ddot{x} \quad (3.39)$$

であることからシステムの伝達関数 G^* は

$$G^* = s^2 G = \sum_{i=0}^n \psi_i \phi_i - \sum_{i=1}^n \frac{\psi_i \phi_i (2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2)}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.40)$$

となる。インパルス終了後から観測量がサンプルされる場合、入力から出力への直達項はないものと同じなので、同定するシステムは (3.40) 式右辺の第 1 項を落とした

$$\bar{G} = - \sum_{i=1}^n \frac{\psi_i \phi_i (2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2)}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.41)$$

と等価となる。この (3.41) 式から同定されたシステムの実現の 1 つの標準型を次のように表現することができる。

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi^T \end{bmatrix}, \quad \hat{C}^* = \begin{bmatrix} -\omega^2\psi & -2\zeta\omega\psi \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

ここで (3.35) 式の出力行列 C と加速度計からの観測値を表現する出力行列 C^* との関係について考えるとインパルス終了後は

$$\dot{x} = Ax \quad (3.43)$$

であることを考慮して加速度の観測方程式が (3.39) 式より

$$\ddot{y} = C\ddot{x} = CA^2x \quad (3.44)$$

となるので

$$C^* = CA^2 \quad (3.45)$$

の関係が得られる。ここでシステム行列 A は対象とするモデルが振動モードのみの場合は正則であるから

$$C = C^* A^{-2} \quad (3.46)$$

となる。(3.42)式によって実現されたシステムの場合 \bar{A}^{-2} は

$$\bar{A}^{-2} = \frac{1}{\omega^4} \begin{bmatrix} -\omega^2 + 4\zeta^2\omega^2 & 2\zeta\omega \\ -2\zeta\omega^3 & -\omega^2 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

であるから

$$\bar{C} = \bar{C}^* \bar{A}^{-2} \begin{bmatrix} -\omega^2\psi & -2\zeta\omega\psi \end{bmatrix} \frac{1}{\omega^4} \begin{bmatrix} -\omega^2 + 4\zeta^2\omega^2 & 2\zeta\omega \\ -2\zeta\omega^3 & -\omega^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi & 0 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

となる。よって同定されたシステムは

$$\bar{G}(s) = \psi(s^2 I_n + 2\zeta\omega s + \omega^2)^{-1} \phi^T = \sum_{i=1}^n \frac{\psi_i \phi_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.49)$$

となり、これは(3.38)式の右辺の剛体モードからの寄与項を除いたものに等しいことがわかる。

以上のように加速度計出力を用いた振動系の同定では振動モード部分のみ正確に同定され、低域(剛体モード)や高域では誤差が生じる。この誤差を定量的に評価すると以下のようになる。加速度計出力によるシステム同定では伝達関数が

$$G_1 = s^2 \bar{G}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{\psi_i \phi_i s^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.50)$$

となるが正しい伝達関数は(3.40)式の

$$G_0 = s^2 G(s) = \sum_{i=0}^n \psi_i \phi_i - \sum_{i=1}^n \frac{\psi_i \phi_i (2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2)}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.51)$$

である。この2つの伝達関数の比を

$$K(s) = \frac{G_1}{G_0} \quad (3.52)$$

とすると低域及び高域の周波数帯での相違は

$$\begin{aligned} s \rightarrow 0 \quad K(s) &= \frac{\phi_1 \psi_1 / \omega_1^2 + \phi_2 \psi_2 / \omega_2^2 + \cdots + \phi_n \psi_n / \omega_n^2}{\phi_0 \psi_0} s^2 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i \psi_i / \omega_i^2}{\phi_0 \psi_0} s^2 \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} s \rightarrow \infty \quad K(s) &= \frac{\phi_1 \psi_1 + \phi_2 \psi_2 + \cdots + \phi_n \psi_n}{\phi_0 \psi_0 + \phi_1 \psi_1 + \phi_2 \psi_2 + \cdots + \phi_n \psi_n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i \psi_i}{\sum_{n=0}^n \phi_i \psi_i} \end{aligned} \quad (3.54)$$

となる。これより明らかなように低域では(3.53)式のように40 [dB/decade]の傾きが生じ、高域では(3.54)式で示されるようにゲインにレベル差(ϕ_0/ψ_0)が生じる。

以上の検討結果を数値シミュレーションにより確認する[86]。ここでは第5章で実際に軌道上実験が行われた技術試験衛星VI型の数値モデルを用いて衛星本体のヨー軸回りにスラストで矩形波加振を行い、その時の振動データとして太陽電池パドルに搭載された面外振動を計測する加速度計出力値を利用する計算機シミュレーションを行う。データサンプリングは実機と同じく4 [Hz]とし、解析点数96点(ハンケル行列のサイズは48次)とすると、図3.1に示すように4つの振動モードの同定が可能であった。

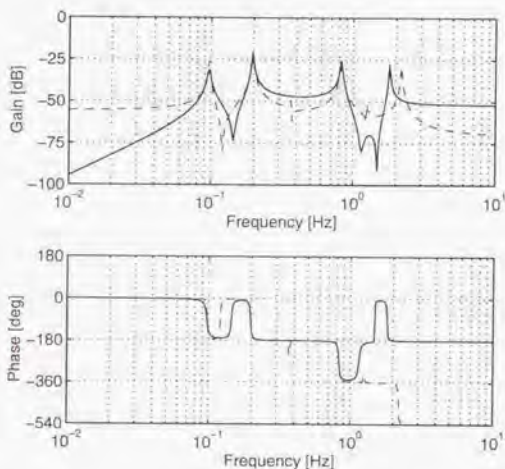


図 3.1 数値シミュレーションによる加速度出力による同定結果のボード線図(上側:ゲイン曲線,下側:位相曲線,実線:同定結果,破線:ETS-VI数値モデル)

図3.1はスラストによる矩形波入力に対する加速度計出力の周波数応答をゲイン曲線(上図)と位相曲線(下図)で表したものであり、実線がERAによる同定結果($G_1(s)$ の例)、破線が剛体モードを含むETS-VI数値モデル($G_0(s)$ の例)である。図から明らかなように、低域では加速度出力による同定結果のゲイン曲線に40[dB/decade]の傾きが生じており、高域でのレベル差 $-53.96[\text{dB}]/-69.79[\text{dB}]$ は(3.54)式で算出される量と一致する。また、反共振点(零点)については同定されなかった剛体モードの零点への寄与分が差異が生じてい

る。このシミュレーションではデータサンプリングが4 [Hz]であるため、サンプリング定理から2 [Hz]以上の同定は理論的に不可能であり、最高次の振動モードは正しく同定されていない。

本手法で問題となるのは最低次の振動モードより低い周波数帯と、高域におけるゲイン差である。しかし、低域に存在する剛体モードは後で示すように別途そのモードだけ単独で同定することは可能である。従って剛体モードを別途同定してから再度、全体を構築し直すことで、高域でのゲイン差も修正することができ、これらの問題点は解決できる。

3.4 帰法の適用 [82]

ERA法によるシステム同定を行うと、一般にシステム行列 A は比較的、正確に同定されるが、入出力行列 B, C を正確に同定することは困難な場合が多い。システム行列 A の同定が正確であれば、システムの極の周波数や減衰比は正確に同定できている。

そこでシステム行列 A は正確に同定されたものとして、さらに入出力行列 B, C を最小自乗法を組み込んだ帰法で原データから直接、同定することによってその精度を向上させる方法を考察する。

(1) コロケートな1入力1出力 (SISO) 系の場合

まず初めに入力点と出力点が同位置 (コロケートと呼ぶ) であるような SISO 系を考える。SISO 系の場合はシステムの構成が

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = cx \end{cases} \quad (3.55)$$

である。ここで行列 A, b, c はそれぞれ $R^{n \times n}$, $R^{n \times 1}$, $R^{1 \times n}$ であり、コロケートの条件から入出力行列 b, c の構造は一般にモード形状行列 $\psi \in R^{1 \times n/2}$ を用いて、

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \psi^T \end{bmatrix}, \quad c = [\psi \quad 0] \quad (3.56)$$

と書き表せる。よって入出力行列の同定とはこの場合、モード形状行列 ψ の同定に他ならない。システムの加振は ϵ 秒間の矩形波入力により行い、加振終了後 δ 秒後からデータを取得すると、時刻 t_k においてサンプルされた観測データ y_k は

$$\begin{aligned} y_k &= c x(\epsilon + \delta + (k-1)\Delta t) \\ &= c e^{A(\epsilon + \delta + (k-1)\Delta t)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau b \\ &= c S^k b \end{aligned} \quad (3.57)$$

である。ここで S^k は既に同定されているシステム行列 A のみの関数であり、次のように定義される既知の量である。

$$S^k \equiv e^{A(\epsilon + \delta + (k-1)\Delta t)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau \quad (3.58)$$

そこで、(3.57) 式に入出力行列の構造 (3.56) 式を代入すると観測データ y_k は

$$y_k = \begin{bmatrix} \psi & 0 \end{bmatrix} S^k \begin{bmatrix} 0 \\ \psi^T \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

$$= \psi S^k(1, 2) \psi^T \quad (3.60)$$

となる。ここで $S^k(1, 2)$ は S^k 行列の (1,2) ブロック部分の小行列であり、

$$S^k(1, 2) = \begin{bmatrix} I_{n/2 \times n/2} & 0 \\ 0 & I_{n/2 \times n/2} \end{bmatrix} S^k \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n/2 \times n/2} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

で定義される。

いま、評価関数 J を

$$J = \sum_{k=1}^m (y_k - \hat{\psi} S^k(1, 2) \hat{\psi})^2 \quad (3.62)$$

として、これを最小にするような行列 $\hat{\psi}$ を求めることを考える。これは以下のような繰返シアルゴリズムで実現可能である。

Step 1: 回帰法における $\hat{\psi}$ の初期値を $\hat{\psi}_0$ とする。この値は、例えば前節で求められた行列 \hat{b} や \hat{c} から計算することが可能である。このモード形状行列について、その真値と現在の推定値との誤差を $\delta\hat{\psi}$ とすれば

$$\hat{\psi} = \hat{\psi}_0 + \delta\hat{\psi} \quad (3.63)$$

となる。

Step 2: (3.63) 式を (3.60) 式に代入して $\delta\hat{\psi}$ の 2 乗の項を微小として省略すれば、この場合、スカラー量である観測値 y_k は

$$y_k = (\hat{\psi}_0 + \delta\hat{\psi}) S^k(1, 2) (\hat{\psi}_0^T + \delta\hat{\psi}^T) \quad (3.64)$$

$$= \hat{\psi}_0 S^k(1, 2) \hat{\psi}_0^T + \delta\hat{\psi}_0 S^k(1, 2) \hat{\psi}_0^T + \hat{\psi}_0 S^k(1, 2) \delta\hat{\psi}_0^T \quad (3.65)$$

$$= \hat{\psi}_0 S^k(1, 2) \hat{\psi}_0^T + \delta\hat{\psi} \psi_0 (S^k(1, 2) + S^{kT}(1, 2)) \hat{\psi}_0^T \quad (3.66)$$

となる。

観測値と現在の推定値との差 Δy_k を

$$\Delta y_k = y_k - \widehat{\psi}_0^k S^k(1,2) \widehat{\psi}_0 \quad (3.67)$$

と定義すると (3.66) 式より

$$\Delta y_k = \delta \widehat{\psi} (S^k(1,2) + S^{kT}(1,2)) \widehat{\psi}_0^T \quad (3.68)$$

$$= \delta \widehat{\psi} P^k \quad (3.69)$$

となる。ただし P^k を

$$P^k = (S^k(1,2) + S^{kT}(1,2)) \widehat{\psi}_0^T \quad (3.70)$$

とした。

Step 9: l 個の観測データから構成される (3.69) 式の誤差量を横に並べて

$$\begin{bmatrix} \Delta y_1 & \Delta y_2 & \cdots & \Delta y_l \end{bmatrix} = \delta \widehat{\psi} \begin{bmatrix} P^1 & P^2 & \cdots & P^l \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

と書き表せる。この式より最小 2 乗法を適用することにより $\delta \widehat{\psi}$ を以下のように求めることができる。

$$\delta \widehat{\psi} = \begin{bmatrix} \Delta y_1 & \Delta y_2 & \cdots & \Delta y_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^1 & P^2 & \cdots & P^l \end{bmatrix}^+ \quad (3.72)$$

(3.72) 式で $[\cdot]^+$ は一般化逆行列を表す。(3.72) 式により誤差量 $\delta \widehat{\psi}$ が更新され、この値が充分小さくなるまでこの手順を繰り返す。

このアルゴリズムの収束性について以下で考察する。議論を簡略化するために対象とするシステムは周波数 ω_1 モード形状 ϕ_1 の単振動モードからなるコロケートな系と仮定し、この系に理想的なインパルスが入力された場合を考える。この時、離散化された観測量 y_k はこの振動モード成分と白色雑音 w_k からなり、

$$y_k = \frac{\phi_1^2}{\omega_1} \sin(\omega_1 k \Delta t) + w_k \quad (3.73)$$

で表現できるものとする。

いま、ERA 法によりこの振動モード周波数が正確に同定されたものと仮定して、最小 2 乗法によりモード形状 ϕ_1 を求めることにする。この時、同定された振動モードにより構成された推定値 \widehat{y}_k と本来の観測値 y_k との残差を e_k とすると

$$e_k = y_k - \widehat{y}_k \quad (3.74)$$

$$= \left(\frac{\phi_1^2}{\omega_1} - \left(\frac{\widehat{\phi}_1^2}{\omega_1} \right) \right) \sin(\omega_1 k \Delta t) + w_k \quad (3.75)$$

となる。この残差を最小 2 乗法により近似することを考える。この時の評価 J は

$$J = \sum e_k^2 \quad (3.76)$$

$$= \left| \left(\frac{\phi_1^2}{\omega_1} - \widehat{\left(\frac{\phi_1^2}{\omega_1} \right)} \right) \sin(\omega_1 k \Delta t) + w_k \right|^2 \quad (3.77)$$

となるので、 J を極小にするためには、モード形状パラメータ $\widehat{\left(\frac{\phi_1^2}{\omega_1} \right)}$ が

$$\widehat{\left(\frac{\phi_1^2}{\omega_1} \right)} = \frac{\phi_1^2}{\omega_1} - \frac{\sum w_k \sin(\omega_1 k \Delta t)}{\sum \sin^2(\omega_1 k \Delta t)} \quad (3.78)$$

となればよい。左辺第 2 項の分子部分 $\sum w_k \sin(\omega_1 k \Delta t)$ は白色雑音とある周波数の振動モードとの相関であり、有限個の和である場合は零となる保証はないが、データ点数が多い場合は零に漸近すると考えられ、同定されるモード形状パラメータは真値 $\frac{\phi_1^2}{\omega_1}$ の近傍に収束することが示せる。

次に仮に同定されたシステムに 2 番目の振動モードが存在する場合について考察する。この場合、既に回帰法によって同定された 1 番目のモードによって観測値の推定値を構成して (3.75) 式と同様の残差を計算すると、この場合は残差には白色雑音しか含まれない。

$$e_k = w_n \quad (3.79)$$

この残差を仮定の第 2 番目の振動モードを用いて最小 2 乗法により近似することになり、この場合は評価を極小にするためには

$$\widehat{\left(\frac{\phi_2^2}{\omega_2} \right)} = - \frac{\sum w_k \sin(\omega_2 k \Delta t)}{\sum \sin^2(\omega_2 k \Delta t)} \quad (3.80)$$

が必要になる。ところが (3.80) 式では左辺はその構造から必ず正または零でなければならないにもかかわらず、右辺は分子の総和の結果によっては負数になることもあり、その場合は解は存在しない。

このことは逆に考えれば、回帰法によって収束しないモードについてはハンケル行列の特異値分解で同定された振動モードが数値的誤差によるものであり、本来は棄却すべきモードであり、同定されたモードとは考えないという判断基準を与えることになる。また、加振終了時刻とデータ取得開始時刻のずれがあった場合も、解の収束性や安定性に大きな影響を与えるが、時間的なずれの影響は低次モードほど少ないと考えられる。

(2) 非コロケートな 1 入力多出力 (SIMO) 系の場合

次にシステムが SIMO 系で一般に入力点と出力点が異なる非コロケートな場合について考察する。システム方程式と観測方程式は

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.81)$$

である。ここで行列 A, b, C はそれぞれ $R^{n \times n}, R^{n \times 1}, R^{p \times n}$ であり、非コロケートの条件から入出力行列 b, C の構造は一般にそれぞれの点におけるモード形状行列 $\phi \in R^{1 \times n/2}$, $\Psi \in R^{p \times n/2}$ を用いて、

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi^T \end{bmatrix}, \quad C = [\Psi \quad 0] \quad (3.82)$$

と書き表せる。

さて、同定対象が宇宙構造物のような 2 次振動系の場合、システム行列 A が

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

という構造をもっていることから、入出力間の伝達関数は s -領域で表現すると

$$\frac{y}{u} = \sum \frac{\psi \phi^T}{s^2 + 2\zeta_j \omega_j s + \omega_j^2} \quad (3.84)$$

となり、 ϕ と Ψ の積の値でしか同定できず、入出力行列 b, C を区別することは不可能なことがわかる。ただし、(3.84) 式で ζ_j, ω_j はそれぞれ (3.83) 式の対角行列 ζ, ω の第 j 要素とする。

そこでここでは入力行列 b の非零要素 $\phi \in R^{n/2 \times 1}$ をすべて 1 と仮定して

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ U_{n/2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

とおく、ここで $U_{n/2 \times 1} \in R^{n/2 \times 1}$ はその要素がすべて 1 であるような列行列である。

以上の仮定のもとで、前節と同様に回帰法により行列 C の構成要素である非コロケートな多点の出力点のモード形状 $\Psi \in R^{p/2 \times 1}$ を同時に、そして高精度に同定するアルゴリズムを提案する。

Step 1: 回帰法における $\hat{\Psi}$ の初期値を $\hat{\Psi}_0$ とする。このモード形状行列について、その真値と現在の推定値との誤差を $\delta \hat{\Psi} \in R^{p/2 \times 1}$ とすれば

$$\hat{\Psi} = \hat{\Psi}_0 + \delta \hat{\Psi} \quad (3.86)$$

となる。

Step 2: (3.86) 式を用いて多点計測で得られる観測値 $y_k \in R^{n \times 1}$ は

$$y_k = (\widehat{\Psi}_0 + \delta\widehat{\Psi})S^k(1,2)U_{n/2 \times 1} \quad (3.87)$$

$$= \widehat{\Psi}_0 S^k(1,2)U_{n/2 \times 1} + \delta\widehat{\Psi}_0 S^k(1,2)U_{n/2 \times 1} \quad (3.88)$$

となる。

観測値と現在の推定値との差 Δy_k を

$$\Delta y_k = y_k - \widehat{\Psi}_0 S^k(1,2)U_{n/2 \times 1} \quad (3.89)$$

と定義すると (3.88) 式より

$$\Delta y_k = \delta\widehat{\Psi} S^k(1,2)U_{n/2 \times 1} \quad (3.90)$$

$$= \delta\widehat{\Psi} R^k \quad (3.91)$$

となる。ただし R^k を

$$R^k = S^k(1,2)U_{n/2 \times 1} \quad (3.92)$$

とした。

Step 3: ℓ 個の観測データから構成される (3.91) 式の誤差量を横に並べて

$$\begin{bmatrix} \Delta y_1 & \Delta y_2 & \cdots & \Delta y_\ell \end{bmatrix} = \delta\widehat{\Psi} \begin{bmatrix} R^1 & R^2 & \cdots & R^\ell \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

と書き表せる。この式より最小 2 乗法を適用することにより $\delta\widehat{\Psi}$ を以下のように求めることができる。

$$\delta\widehat{\Psi} = \begin{bmatrix} \Delta y_1 & \Delta y_2 & \cdots & \Delta y_\ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^1 & R^2 & \cdots & R^\ell \end{bmatrix}^+ \quad (3.94)$$

(3.94) 式により誤差量 $\delta\widehat{\Psi}$ が更新され、この値が充分小さくなるまでこの手順を繰り返す。

(3) 多点加速度出力の場合

最後にシステムが SIMO 系で非コロケートな出力点において加速度が観測される場合について考察する。この場合、加振終了後の観測方程式は

$$\dot{y}^* = \ddot{y} = C\ddot{x} = CA^2x \quad (3.95)$$

となることから、サンプル化された観測量 $y_k \in R^{p \times 1}$ は

$$y_k^T = C S_k^* b \quad (3.96)$$

である。ここで S_k^* は A に剛体モードが同定されないため

$$S_k^* = A^2 e^{A(\epsilon + \delta + (k-1)\Delta t)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau \quad (3.97)$$

$$= A e^{A(\delta + (k-2)\Delta t)} (E^{A\epsilon} - I) \quad (3.98)$$

と計算できる。以下、(3.86)–(3.94)式を利用して加速度出力点のモード形状を同定する。

3.5 剛体モードの同定

前節までは剛体モードも含めた一般論として構造物のシステム同定について論じてきたが、対象物に剛体モードが存在していることが事前にわかっている場合は ERA 等の同定法に依らず、別の手段を検討してもよい。事実、真の剛体モードならば振動数は零であり減衰比はなし、つまりシステム行列の固有値が零であることから、同定すべき量は入出力行列の剛体モードに相当する要素、あるいはそれに対応するモード形状であると考えてよい。剛体モードに対応するモード形状とは慣性モーメントの逆平方根のことであるが、これは例えばシステムが SISO 系の場合、このシステムのパルス応答列は

$$y_k = c e^{A(\epsilon + \delta + (k-1)\Delta t)} \int_0^\epsilon e^{-A\tau} d\tau b \quad (3.99)$$

となるが、システムに剛体モードのみが存在すると仮定した場合は (3.99) 式は具体的に次のように求められる。

$$y_k = c \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon^2 + \epsilon(\delta + (k-1)\Delta t) \\ 0 & \epsilon \end{bmatrix} b \quad (3.100)$$

さらにこのときにシステムがコロケーションの場合は

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_r \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

$$c = \begin{bmatrix} \psi_r & 0 \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

となるので

$$y_k = \psi_r^2 [\epsilon^2/2 + \epsilon(\delta + (k-1)\Delta t)] \quad (3.103)$$

である。(3.103)式を用いれば剛体モードを含めたいいくつかの振動モードが重なった観測量から、例えば評価関数

$$J_2 = \sum (y_k - \psi_r^2 [\epsilon^2/2 + \epsilon(\delta + (k-1)\Delta t)])^2 \quad (3.104)$$

を考えれば、これを最小にする剛体モード形状 ψ_r は、最小2乗法

$$\tilde{\psi}_r^2 = \frac{\sum y_k [\epsilon^2/2 + \epsilon(\delta + (k-1)\Delta t)]}{\sum [\epsilon^2/2 + \epsilon(\delta + (k-1)\Delta t)]^2} \quad (3.105)$$

により同定することが可能である。

このようにして同定された剛体モード形状を前節で述べた繰り返し法の初期値として用いればよい。

3.6 ITD法とERA法の関連 [71]

2.4節ではITD法について概説したが、ITD法では全変数を観測しなければならない。しかし現実には全ての変位を同時刻に測定することは容易ではない。そこで本節ではITD法の拡張として、観測方程式からの出力値が測定された場合について考察し、ERA法において矩形波入力がかシステムの固有振動数や減衰比の同定結果に影響がないことを示す。

ITD法における対象の運動方程式は

$$\begin{cases} M\ddot{\eta} + D\dot{\eta} + K\eta = 0 \\ \xi = E\eta \end{cases} \quad (3.106)$$

であった。ここで、 $\xi \in R^{m \times 1}$ は観測値を、また $E \in R^{m \times N}$ は観測行列を表す。(3.106)式的一般解を離散化すると

$$\begin{aligned} \xi_k &= E\eta_k \\ &= E\eta(t_k) \\ &= E \sum_{j=1}^{2N} \phi_j e^{\lambda_j k \Delta t} \end{aligned} \quad (3.107)$$

となる。この $\xi_k \in R^{m \times 1}$ より次の観測値行列を構成する。

$$[\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_{2N}] = [E\phi_1 \ E\phi_2 \ \dots \ E\phi_{2N}] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \Delta t} & e^{\lambda_1 \Delta t} & \dots & e^{\lambda_1 2N \Delta t} \\ e^{\lambda_2 \Delta t} & e^{\lambda_2 \Delta t} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ e^{\lambda_{2N} \Delta t} & & & e^{\lambda_{2N} 2N \Delta t} \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

(3.108)式の左辺を $h_1 \in R^{m \times 2N}$ と、また右辺の対応する行列をそれぞれ $p_1 \in R^{m \times 2N}$ 、 $\Gamma \in R^{2N \times 2N}$ と置き直せば

$$h_1 = p_1 \Gamma \quad (3.109)$$

と書き表せる。次に $h_2 \sim h_{L+1}$ も同様な形で構成する。そして縦に L 個の要素を持つハンケル行列 H_0 と H_1 を以下のように定義する。

$$H_0 = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_L \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{Lm \times 2N} \quad (3.110)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ h_{L+1} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{Lm \times 2N} \quad (3.111)$$

以下、モード次数に比較して観測量は十分多く測定できるものとして、 $Lm \geq 2N$ のケースを考える。このためにはハンケル行列 H_0, H_1 を $L \geq 2N/m$ となるように構成要素の数を調整すれば実現できる。さてこの時、 H_0 の SVD 表現は

$$H_0 = USV^T \quad (3.112)$$

$$= \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ O \end{bmatrix} V^T \quad (3.113)$$

$$= U_1 S_1 V^T \quad (3.114)$$

となる。ただし、 $U \in \mathbf{R}^{Lm \times Lm}$, $S \in \mathbf{R}^{Lm \times 2N}$, $V \in \mathbf{R}^{2N \times 2N}$, $U_1 \in \mathbf{R}^{Lm \times 2N}$, $U_2 \in \mathbf{R}^{Lm \times (Lm - 2N)}$, $S_1 \in \mathbf{R}^{2N \times 2N}$ である。

一方、 H_0 と H_1 の関係は

$$H_0 = \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_2 \\ \vdots \\ \tilde{p}_L \end{bmatrix} \Lambda \quad (3.115)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \tilde{p}_2 \\ \tilde{p}_3 \\ \vdots \\ \tilde{p}_{L+1} \end{bmatrix} \Lambda = \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_2 \\ \vdots \\ \tilde{p}_L \end{bmatrix} \Gamma \Lambda \quad (3.116)$$

Λ 及び Γ はそれぞれ前節 (2.32) と (2.41) 式の定義による。(3.115) 式より

$$H_1 \Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_2 \\ \vdots \\ \tilde{p}_L \end{bmatrix} \Gamma \quad (3.117)$$

となるが、(3.116) 式に (3.114) 式を代入して Λ^{-1} を消去して

$$H_1(VS_1^{-1}U_1^T \begin{bmatrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_2 \\ \vdots \\ \bar{p}_L \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_2 \\ \vdots \\ \bar{p}_L \end{bmatrix} \Gamma \quad (3.118)$$

となる。(3.117)式に左から $S_1^{-1/2}U_1^T$ を作用させて

$$(S_1^{-1/2}U_1^T H_1 V S_1^{-1/2})(S_1^{-1/2}U_1^T \begin{bmatrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_2 \\ \vdots \\ \bar{p}_L \end{bmatrix}) = (S_1^{-1/2}U_1^T \begin{bmatrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_2 \\ \vdots \\ \bar{p}_L \end{bmatrix}) \Gamma \quad (3.119)$$

を得る。この式は $G = S_1^{-1/2}U_1^T H_1 V S_1^{-1/2}$ の固有値解析に相当している。従って、

$$G \text{ の固有値} = \Gamma \quad (3.120)$$

$$G \text{ の固有ベクトル} = S_0^{-1/2}U_1^T \begin{bmatrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_2 \\ \vdots \\ \bar{p}_L \end{bmatrix} \quad (3.121)$$

このように、ITD法において観測方程式からの出力値を測定する場合でも特異値分解により系の固有値を同定することが可能である。

ところで、 G は ERA 法において同定されたシステム行列 \hat{A} と全く同じである。このことは、ERA 法においても初期入力が完全インパルスでない場合や初期状態量 $x(0)$ や $\dot{x}(0)$ が零でない場合でも実現されたシステム行列は正しいことがわかる。

3.7 軌道上同定法として提案する同定アルゴリズム

時間領域での同定法を宇宙実験に適用した場合に生じる様々な制約条件を克服するために、本章では (1) インパルス入力として理想的なインパルスではなく矩形波が入力された場合の理論的拡張について考察し、また (2) 加速度計出力による加速度情報の利用も考察した。そして (3) 入出力行列の同定精度の向上のために最小 2 乗法による繰り返し計算法、(4) 剛体モードの同定について新しいアルゴリズムを提案し、最後に ITD 法に対して観測方程式によるデータ処理法を適用することで理論的には ERA 法とシステム行列については等価な結果が得られることを示した。

以上、本章でまとめられた時間領域での軌道上同定のためのフローチャートは観測量としてコロケートな姿勢角あるいは姿勢レートが得られる場合と非コロケートな多点の加速度が得られる場合でそれぞれ以下のようにまとめられる。

(i) コロケートな姿勢角あるいは姿勢レートが得られる場合

Step 1: 観測データを取得する。

↓

Step 2: 剛体モードシェープ ψ_r を同定する。

↓

Step 3: 原データから ERA により \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} を同定する。

↓

Step 4: \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} を力学系の標準形式 A , B , C に変換する。

↓

Step 5: システム行列 A の剛体モードに相当する固有値を 0 に置き換え、入力行列 B の剛体モードに相当するモード形状を ψ_r に置き換え、システム行列を整形する。

↓

Step 6: 入出力行列 B , C を回帰法により正確に同定し直す。また、回帰法の収束性からシステム行列 A の次数を見直す。

以上のフローチャートにおいて特に観測データの取得の際は以下の項目について細心の注意を払う必要がある。

・ パルス幅 (励起されるモード周波数に影響するため、噴射時間幅は短いほど好ましいが、一方、力積 (トルク積) 量で考えると噴射幅は励起する際の加振エネルギーに対応する。そのため、あまり短く設定すると振動波形の振幅が小さくなり、測定誤差が相対的に増大することになる。これらのことに十分留意の上、事前に計算機シミュレーションで確認を行い、最適の噴射時間幅を設定する。)

・ サンプリング周期 (同定される帯域に影響するため、できる限り打ち上げ前の情報等を収集して、注目している振動モードの周波数がどの程度が推定し、その周波数がナイキスト周波数よりも十分小さくなるようにサンプリングレートを設定する。)

・ 分解能とデータ点数 (同定されるモード形状の精度に影響するため、励起される振動波形の振幅と比較して十分な分解能を有するようにセンサの測定レンジや A/D 変換時の量子化誤差、データ転送時のビット長を設定する。また、振動の減衰については振幅に依存して

減衰が変化する場合があります。その際には必要に応じて、検討可能な程度のデータ点数を取得する。)

また回帰法の適用の際は、矩形波入力終了時刻からデータ取り込み開始時刻までの時間差を可能な限り正確に推定し、モデルに反映させる必要がある。

(ii) 非コロケートな多点加速度が得られる場合

Step 1: 観測データを取得する。

↓

Step 2: 原データから ERA により $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ を同定する。

↓

Step 3: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ を力学系の標準形式 A, B, C に変換する。

↓

Step 4: 出力行列 C を回帰法により正確に同定し直す。また、回帰法の収束性からシステム行列 A の次数を見直す。

以上のフローチャートにおいても観測データの取得の際は以下の項目について細心の注意を払う必要がある。

・ 加速度計の搭載位置 (観測しようとするモード形状によりその搭載位置での可観測性が大きく異なるため、打ち上げ前の情報等を収集して、注目している振動モードの形状を推定し、いわゆる振幅の節に設置しないようにする。)

次章以降で、地上実験や宇宙実験を通して本論文で展開された数学的議論の有効性を実証する。

第4章 1軸エアテーブル試験装置による地上実験

4.1 地上実験の目的

第3章までにおいて、矩形波加振による時間領域でのシステム同定理論とその理論的拡張を検討した。この理論を実際の宇宙実験に適用する前に、地上の実験装置を用いて以下の予備実験を行った。

- (i) 姿勢角出力による矩形波入力による同定
- (ii) 回帰法による高精度な入出力行列の同定
- (iii) 柔軟パネルに搭載された加速度計出力によるパネル全系のモード形状の同定
- (iv) 剛体モードのモード形状（慣性モーメント）の同定

そのために、この地上実験では

- (1) 衛星の剛体モード
- (2) 柔軟付着物の複数個の振動モード
- (3) 非コロケートな出力点での多点加速度情報

が模擬できるモデルを同定対象とし、以上の要件を満足し、かつ実験運用が容易な1軸エアテーブル試験装置（写真4.1）を利用することとした。

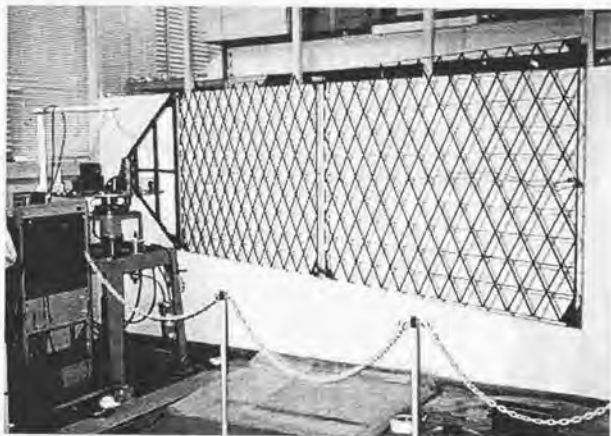


写真 4.1 エアテーブル試験装置の概観

本章では、4.2節で本装置のハードウェアの構成について詳説し、4.3節では本装置の数学モデルの定式化と有限要素解析の数値結果についてまとめる。4.4節ではエアテーブル支持軸に取り付けられた非接触のテーブル角測定装置（衛星の姿勢角センサに相当する）の測定データに、3.2節の拡張理論を適用して本装置のモデルを実験的に同定する。4.5節ではテーブルに片持ち状態で固定された柔軟なアイソグリッドパネルの周囲全体に10個の加速度計を搭載し、3.3節の拡張理論を適用してパネルの振動モード形状の同定を試みる。

4.2 ハードウェア構成

エアテーブル試験装置の外観図を図4.1に示す。本装置は圧縮空気力でアルミニウム製の円盤を浮上させ（スラストベアリング）、かつ円盤から鉛直軸方向に接合された回転軸も圧縮空気力で支持される（ジャーナルベアリング）ことにより、円盤が鉛直軸回りに回転1自由度を持つように設計されている。この円盤に柔軟なCFRP製のアイソグリッドパネルを2枚剛結合させることにより、宇宙空間を航行する柔軟な太陽電池パネルを有する人工衛星を模擬させる。アイソグリッドパネル単体の仕様を表4.1にまとめる。2枚のパネル間とパネルと片持ちステイ間のジョイントは単純な剛結合ヒンジとし、ジョイントが有する動特性をできる限り排除した。

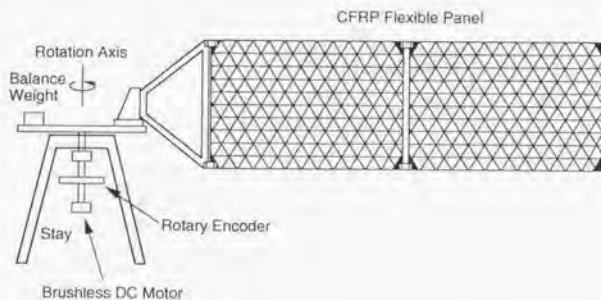


図 4.1 エアテーブル試験装置のハードウェア構成

表4.1 CFRP 製アイングリッドパネル単体の仕様

項	目	仕	様
材	質	Graphite-Epoxy Composite	
織	維	3000 filament × 8 yerns	
層	構	5 layers (厚さ = 1 mm)	
外	形	1201(W) × 867(H) × 7.4(D)	
重	量	500 g	
グリッド	形状	正三角形 (辺長 = 100 mm)	

本装置のアクチュエータとして、円盤鉛直軸に AEROFLEX 社製ブラシレス DC トルクモータ V34Y-27 が取り付けられている。このトルカは入力電圧に比例したトルクを発生することが可能で、実衛星のガスジェットスラスターリアクションホイール等のアクチュエータを力学的に模擬している。地上実験ではこのトルカを用いて矩形波加振を実現させた。表4.2にその特性をまとめる。

また本装置のセンサとしては、円盤鉛直軸上に非接触で取り付けられたソニーマグネシウムケール(株)製ロータリエンコーダと、パネル面に搭載するエンデブコ社製圧電式加速度計がある。

表4.2 DC トルクモータの特性

項	目	特	性
製	造	米国 AEROFLEX 社	
型	式	V34Y-27	
ピーク	トルク	0.381 Nm	
ピーク	電力	80 W	
連続	トルク	0.268 Nm	
連続	電力	40 W	
動作	範囲	± 60 deg	
トルク	感度	0.141 Nm/A	
リップル	トルク	なし	
Back EMF		0.14 V/rad/sec	
電気的	時定数	0.004 sec	
抵	抗	11 Ω	
ロータリ	イナーシャ	$5.93 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$	
粘性	抵抗 (Infinite)	$7.06 \times 10^{-5} \text{ Nm/rad/sec}$	
粘性	抵抗 (Zero)	$1.77 \times 10^{-3} \text{ Nm/rad/sec}$	

ロータリエンコーダはテーブル角度を 0.005 度、あるいは 0.02 度の精度で計測することが可能である。本実験時には 0.005 度の高精度モードで測定を行った。その機能を表 4.3 にまとめる。高精度モード時は可測範囲が ± 10.235 度に制限されるが、本実験では特に問題が発生することはない。

表 4.3 ロータリエンコーダの機能

項	目	特	性
製 造	メーカ	ソニーマグネスケール (株)	
	回転スケール部	MSE-1800	
	スケールヘッド	HA-102	
	ディテクタ	MSD-705-1	
分 解 能		A レンジ	0.005 deg
		B レンジ	0.02 deg
アナログ出力		A レンジ	± 10.235 deg (± 5 V)
		B レンジ	± 40.955 deg (± 5 V)
デジタル出力		符号 1bit + データ 16Bit	
論 理		正論理	
信 号	レベル	オープンコレクタ	

一方、加速度計はパネルの動的特性を変えないように、軽量小型の圧電素子型を選択した。加速度計の特性を表 4.4 にまとめる。

表 4.4 加速度計の仕様

項	目	特	性
製 造	メーカ	エンデブコ社	
モ デ ル 名		2226C	
感 度		2.8 PC/G	
容 量		400 pF	
応答周波数		1 ~ 5000 Hz	
共振周波数		21 kHz	
耐衝撃加速度		2000 G	
重 量		2.8 g	

データの取得は日本デジタルエクイップメント (株) 製のミニコンピュータ VAX 4000 Model 200 に、日本システムデザインサービス (株) 製の入出力装置 DASBOX を接続して計算機に取り込み、データ処理を行った。

4.3 数学モデルの構築

同定実験に先立ち、まず構造解析モデルを作成する。エアテーブルは1軸の回転自由度を持ち、テーブルに固定されたアイソグリッドパネルは水平面内の曲げ振動により、テーブル本体の回転運動と動的な干渉が発生する。その後モード解析を行い、最終的なエアテーブルの状態空間でのシステム方程式と観測方程式を導出する。

以下では、正規直交空間における座標系は、その3つの基底ベクトルの組で表現されるものとする[117]。即ち、3つの正規直交基底ベクトル b_1 、 b_2 および b_3 で決定される座標系を、

$$\{b\} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

と表現する。ここでこれら3つの正規直交基底ベクトルには、それぞれの内積について以下の関係式が与えられる。

$$b_1 \cdot b_1 = b_2 \cdot b_2 = b_3 \cdot b_3 = 1 \quad (4.2)$$

$$b_1 \cdot b_2 = b_2 \cdot b_3 = b_3 \cdot b_1 = 0 \quad (4.3)$$

次にこの正規直交空間においてベクトル x があるとき、このベクトルの $\{b\}$ 座標系での表記を以下のように定義する。

$$x = x_1 b_1 + x_2 b_2 + x_3 b_3 \quad (4.4)$$

$$= \{ b_1 \quad b_2 \quad b_3 \} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$= \{b\}^T x \quad (4.6)$$

ここで x はベクトル x の座標系 $\{b\}$ における行列表現と呼び、

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

である。 x は 3×1 の大きさの列行列であり、座標系の選択方法によって、その値が変化するものため、ベクトル x とは区別される。また、肩付き $(*)^T$ は通常の行列と同様、転置表現を意味している。

(I) エアテールの動力学モデル

エアテールの座標系とベクトルを図 4.2 に示すように定義する。

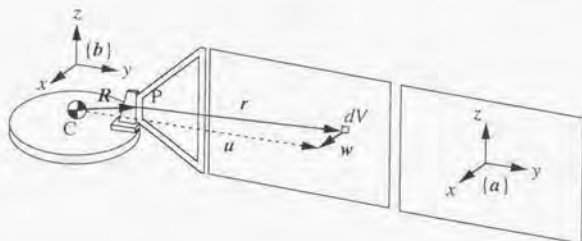


図 4.2 エアテールの座標系とベクトルの定義

さて、エアテール本体は 1 軸の水平面内での回転自由度を持つ。従って、アイソグリッドを含めた全系の回転の運動方程式は、

$$T = \dot{H} \quad (4.8)$$

である。ただしベクトル T は外部から作用するトルクベクトル、ベクトル H はエアテール全系の角運動量ベクトルであり、

$$H = \int_{R+F} u \times \dot{u} dV \quad (4.9)$$

である。この積分は微小要素 dV に関して、剛体であるエアテール (R) 部分と柔軟体であるアイソグリッドパネル (F) 部分すべてで行う。(4.9) 式におけるパネル部分の積分に関するベクトル u は、図 4.2 に示すように、全系の質量中心 C から変形時のパネルの微小要素 dV までのベクトル u を表し、 C からパネルインターフェイス点 P までのベクトル R 、 P から非変形時の dV までのベクトル r 、 dV の弾性変位ベクトル w を用いて、

$$u = R + r + w \quad (4.10)$$

と表現できる。ここでは全系の剛体運動やパネルの弾性振動がともに十分微小であるという場合を想定すると、(4.8) 式の回転方向の運動方程式は、微小要素 dV の質量は、密度を ρ とすると ρdV であるから、

$$T \approx I \cdot \dot{\omega} + \int_{\mathcal{R}+\mathcal{F}} \rho(R+\mathbf{r}) \times \ddot{\mathbf{w}} dV \quad (4.11)$$

と線形方程式で近似できる。ここでベクトル ω は全系の角速度、ベクトル $\ddot{\mathbf{w}}$ はベクトル w の定義座標系での2階の時間微分、 I は非変形時のO点回りの慣性ダイアディック、

$$I = \int_{\mathcal{R}+\mathcal{F}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} U - \mathbf{u}\mathbf{u}) dV \quad (4.12)$$

であり、また U は単位ダイアディックである。 T 、 I 、 ω 、 R 、 \mathbf{r} 、 w の各ベクトルの定義座標をエアテーブル本体座標系 $\{b\}$ と非変形時のアイソグリッドパネルに固定の座標系 $\{a\}$ を用いて、

$$T = \{b\}^T T \quad (4.13)$$

$$I = \{b\}^T I \{b\} \quad (4.14)$$

$$\omega = \{b\}^T \omega \quad (4.15)$$

$$R = \{b\}^T R \quad (4.16)$$

$$\mathbf{r} = \{a\}^T \mathbf{r} \quad (4.17)$$

$$w = \{a\}^T w \quad (4.18)$$

と定義すれば、回転運動の行列方程式は次のように求められる。

$$T = I\dot{\omega} + \bar{R}C^T \int_{\mathcal{F}} \rho \dot{w} dV - C^T \int_{\mathcal{F}} \rho \bar{r} \ddot{w} dV \quad (4.19)$$

ここで C は $\{b\}$ と $\{a\}$ の関係を規定する時不変の方向余弦行列であり、

$$\{a\} = C\{b\} \quad (4.20)$$

となる。また、 \bar{R} は 3×1 行列 $R^T = [R_1 \ R_2 \ R_3]$ から次のように生成される 3×3 の歪対称行列であり、ベクトル積の行列表現に対応する表記である。

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

次に(4.19)式の積分項を考える。物理量である、パネルの弾性変位ベクトル $w(\mathbf{r}, t)$ のパネル固定座標系 $\{a\}$ での行列表現 $w(\mathbf{r}, t)$ を、パネル単体での片持ち境界条件における振動モード座標 $\eta(t)$ とモード行列 $\psi(\mathbf{r})$ を用いて、

$$w(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r})\eta(t) \quad (4.22)$$

と表現できるものとする。

$$\int_{\mathcal{F}} \rho \ddot{v}(r, t) dV = \left[\int_{\mathcal{F}} \rho \psi(r) dV \right] \ddot{\eta}(t) = \delta_0 \ddot{\eta}(t) \quad (4.23)$$

$$\int_{\mathcal{F}} \rho \tilde{r} \ddot{w}(r, t) dV = \left[\int_{\mathcal{F}} \rho \tilde{r} \psi(r) dV \right] \ddot{\eta}(t) = \delta_1 \ddot{\eta}(t) \quad (4.24)$$

と求められる。ここで、

$$\delta_0 = \int_{\mathcal{F}} \rho \psi(r) dV \quad (4.25)$$

$$\delta_1 = \int_{\mathcal{F}} \rho \tilde{r} \psi(r) dV \quad (4.26)$$

はそれぞれ0次、1次カップリング係数と呼ばれるもので、これらを用いると(4.19)式の回転の運動方程式は、

$$\begin{aligned} T &= I \dot{\omega} + (\tilde{R} C^T \delta_0 + C^T \delta_1) \ddot{\eta} \\ &= I \dot{\omega} + \Delta \ddot{\eta} \end{aligned} \quad (4.27)$$

とまとめられる。ここで

$$\Delta = \tilde{R} C^T \delta_0 + C^T \delta_1 \quad (4.28)$$

とした。

一方、アイングリップパネルの弾性振動の定式化については、まず、パネルの微小要素 dV に作用する慣性力 df は

$$df = \rho(\ddot{x} + \ddot{R} + \ddot{r} + \ddot{w}) dV \quad (4.29)$$

である。この時、弾性振動やエアテーブル本体の角速度が微小であるという仮定から、質量中心 C の慣性空間での位置ベクトル x の変位も無視できるものとする、

$$df \approx \rho(\dot{\omega} \times (R + r) + \overset{\circ}{\ddot{w}}) dV \quad (4.30)$$

となる。これをパネル座標系で表現すると

$$df = \rho(\ddot{w} + (C \tilde{R}^T + \tilde{r}^T C) \dot{\omega}) dV \quad (4.31)$$

である。ここでパネルの微小要素の弾性変位 w を(4.22)式のモード座標 η で表現し、(4.31)式の両辺に左から ψ^T を作用させてパネル全体にわたって積分することで、モード座標にお

けるパネルの慣性力 f を

$$\begin{aligned}
 f &= \int_{\mathcal{F}} \psi^T df \\
 &= \int_{\mathcal{F}} \rho \psi^T \psi dV \ddot{\eta} + \left(\int_{\mathcal{F}} \rho \psi^T dVC \tilde{R}^T + \int_{\mathcal{F}} \rho \psi^T \tilde{\tau}^T dVC \right) \dot{\omega} \\
 &= \mu \ddot{\eta} + (\delta_0^T C \tilde{R}^T + \delta_1^T C) \dot{\omega} \\
 &= \mu \ddot{\eta} + \Delta^T \dot{\omega}
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

と表現できる。ただしモード質量 μ を

$$\mu = \int_{\mathcal{F}} \rho \psi^T \psi dV \tag{4.33}$$

とする。一方、微小要素 dV に働く弾性力 df^* は、板の曲げやねじりの片持ち境界条件における振動方程式の固有値解析から得られる Ω を固有角振動数として、固有振動モード η とそれに対応するモード行列 ψ を用いて、

$$df^* = -\rho \Omega^2 \psi \eta dV \tag{4.34}$$

と書き表せる。

(4.34) 式に対して、慣性力の場合と同様、左から ψ^T を作用させて、パネル全体にわたり積分することで、モード座標におけるパネルの弾性力 f^* は

$$\begin{aligned}
 f^* &= \int_{\mathcal{F}} \psi^T df^* \\
 &= - \int_{\mathcal{F}} \rho \psi^T \Omega^2 \psi dV \eta \\
 &= -\mu \Omega^2 \eta
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

となる。(4.32) 式で表現される慣性力 f と (4.35) 式で表現される弾性力 f^* を等値することにより、モード座標におけるパネルの弾性振動方程式は以下のように求められる。

$$\mu \ddot{\eta} + \mu \Omega^2 \eta + \Delta^T \dot{\omega} = 0 \tag{4.36}$$

(2) 実験モード解析による数値モデル

前節で得られたエアテーブルの運動方程式をもう一度まとめて表記すると

$$I \dot{\omega} + \Delta \dot{\eta} = T \tag{4.37}$$

$$\Delta^T \dot{\omega} + \mu \ddot{\eta} + \mu \Omega^2 \eta = 0 \tag{4.38}$$

となるが、テーブルの回転が水平面に制限されていることを考慮すると、これらの式は z 軸回りの回転運動の式とパネルの y 軸方向の弾性振動の式にさらに簡略化できる。(4.37) 式において軸方向成分のみを抜き出し、さらにパネルの運動方程式 (4.38) 式においても、テーブルの回転軸回りの運動とパネルの y 軸 (面外方向) の運動の干渉を考慮して、

$$I_z \ddot{\omega}_z + \delta \ddot{\eta} = T_z \quad (4.39)$$

$$\delta^T \ddot{\omega}_z + \mu \ddot{\eta} + \mu \Omega^2 \eta = 0 \quad (4.40)$$

ただし δ はパネルの面外振動成分の寄与のみであり

$$\delta = -R_y \delta_0^* - \delta_1^* \quad (4.41)$$

となる。



図 4.3 アイソグリッドパネルの節点分割

この時のパネル単体での片持ち境界条件での固有角振動数とカップリング係数をここでは実験的に求めることとし、パネルを図 4.3 に示すように 30 点の節点でモデル化し、この節点に小型加速度計を搭載して加振機によりランダム加振を行い、その際のパネルの振動を計測した。

図 4.3 に示すように、パネルを節点で分割してモデル化すると、(4.33)、(4.25)、(4.26) 式での積分は

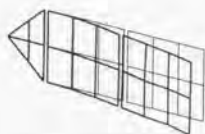
$$\mu = m_j \phi_j^T \psi_j \quad (4.42)$$

$$\delta_0^* = \sum_{j=1} m_j \psi_j \quad (4.43)$$

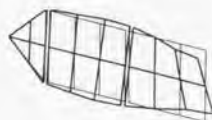
$$\delta_1^* = \sum_{j=1} m_j r_y \psi_j \quad (4.44)$$

のように節点 j に関して総和に置き換えられる。ここで、 m_j は節点 j の質量、 ψ_j は節点 j における面外振動成分を示すモード行列である。

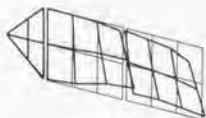
これらの具体的数値は、アイソグリッドパネルをエアテーブル試験装置から取り外し、結合部を分解して輸送した後、別の試験棟で定盤にパネル単体で片持ち状態に固定して振動試験を行い、実験的に計測したモード行列より計算した [42][43][65]。実験により6つの振動モードが確認され、パネル単体での片持ち境界条件での振動モード形状は図4.4のようになる。



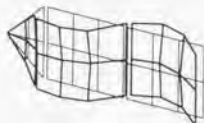
(1) First Bending (0.84 Hz)



(4) Second Torsion (11.83 Hz)



(2) Second Bending (3.94 Hz)



(5) Third Bending (12.52 Hz)



(3) First Torsion (4.16 Hz)



(6) Third Torsion (17.37 Hz)

図 4.4 片持ち振動試験によるアイソグリッドパネルの振動モード形状

図 4.4 に示した実験結果から得られたパネル単体の固有角振動数

$$\Omega = \text{diag} \left\{ 0.84 \quad 3.94 \quad 4.16 \quad 11.83 \quad 12.52 \quad 17.37 \right\} \times 2\pi \quad [\text{rad/sec}] \quad (4.45)$$

と固有振動モードを用いて、(4.42)式、(4.43)式、(4.44)式の各式から μ 、 δ_0^* 、 δ_1^* の数値を計算する。なお、ここでは片持ち境界条件における振動モード座標 η_j が無単位、それに対応するモード行列 ψ_j が長さの単位となるように単位系を選択している。

$$\mu = \begin{bmatrix} 0.3267 & & & & & \\ & 0.1841 & & & & \\ & & 55.77 & & & \\ & & & 0.2405 & & \\ & & & & 1.931 & \\ & & & & & 2.627 \end{bmatrix} \quad [\text{kgm}^2] \quad (4.46)$$

$$\delta_0^* = \begin{bmatrix} 5.234\text{E-}1 \\ -1.329\text{E-}1 \\ 1.578\text{E-}0 \\ 2.574\text{E-}2 \\ 1.333\text{E-}0 \\ -1.191\text{E-}2 \end{bmatrix} \quad [\text{kgm}] \quad (4.47)$$

$$\delta_1^* = \begin{bmatrix} 1.205\text{E-}0 \\ -1.090\text{E-}1 \\ 1.569\text{E-}1 \\ 1.148\text{E-}2 \\ 7.165\text{E-}1 \\ -3.927\text{E-}3 \end{bmatrix} \quad [\text{kgm}^2] \quad (4.48)$$

また全系の慣性モーメント I_x は、テーブルにパネルを搭載し、地上同定実験のためのセットアップ完了後、テーブル本体にスプリングを取り付け、全系をゆっくりと単振動させてその周期を計測することで算出し、 R_y もテーブル上で実測した。その結果、

$$I_x = 10.49 \quad [\text{kgm}^2] \quad (4.49)$$

$$R_y = 0.34 \quad [m] \quad (4.50)$$

とした。

(3) 非拘束モードモデルへの変換

前節までに得られたモデルは定盤上に片持ち状態で振動試験を行い、実験的にモード解析を行ったアイソグリッドパネルのモデルとエアテーブル本体のモデルを結合した、拘束モードモデルと呼ばれるものである。制御系設計との整合性をはかるために、この拘束モードモデルの固有値解析を行い、全系としてのモードを表現する非拘束モードモデルを作成する。

いま,

$$M = \begin{bmatrix} I_z & \delta \\ \delta^T & \mu \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$$K = \begin{bmatrix} O_{6 \times 6} & O_{6 \times 6} \\ O_{6 \times 6} & \mu \Omega^2 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

とすると(4.39), (4.40)式より

$$M \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_z \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} \theta_z \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_z \\ O_{6 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

と書き表せる。ここで $\dot{\theta}_z = \omega_z$ はスカラー量であり、 $\eta \in R^6$ である。この時 M, K を同時に対角化するような行列 Φ が存在し(付録C)

$$\Phi^T M \Phi = U \quad (4.54)$$

$$\Phi^T K \Phi = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & \\ & \sigma_1^2 & & & & & \\ & & \ddots & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \sigma_6^2 & & \\ & & & & & & \end{bmatrix} = \sigma^2 \quad (4.55)$$

とできる。ここで(4.55)式における未記入の要素は零であり、以下でも同様の省略記法を用いた。

この変換により非拘束モードモデルにおけるモード変数 ξ_r (スカラー量)と $\xi_f \in R^6$ を用いて

$$\begin{bmatrix} \ddot{\xi}_r \\ \ddot{\xi}_f \end{bmatrix} + \sigma^2 \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_f \end{bmatrix} = \Phi^T \begin{bmatrix} T_z \\ O_{6 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

となる。ここで、拘束モードモデルと非拘束モードモデルの変数の関係は

$$\begin{bmatrix} \theta_z \\ \eta \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\theta r} & \Phi_{\theta f} \\ \Phi_{\eta r} & \Phi_{\eta f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_f \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

である。 $\sigma \in R^{7 \times 7}$, $\Phi_{\theta r} \in R^{1 \times 1}$, $\Phi_{\theta f} \in R^{1 \times 6}$, $\Phi_{\eta r} \in R^{6 \times 1}$, $\Phi_{\eta f} \in R^{6 \times 6}$ を具体的に計算すると

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & \\ & 1.262 & & & & & \\ & & 3.998 & & & & \\ & & & 4.165 & & & \\ & & & & 11.83 & & \\ & & & & & 13.65 & \\ & & & & & & 17.36 \end{bmatrix} \times 2\pi \text{ [rad/sec]} \quad (4.58)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{\theta r} & \Phi_{\theta f} \\ \Phi_{\eta r} & \Phi_{\eta f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.09E-1 & -3.46E-1 & -7.98E-2 & 2.86E-2 & 3.98E-3 & -2.06E-1 & -1.64E-3 \\ 0 & -2.63E-0 & -3.53E-1 & 1.26E-1 & 1.70E-2 & -8.75E-1 & -6.98E-3 \\ 0 & -3.31E-2 & 2.35E-0 & -2.27E-1 & -3.75E-3 & 1.88E-1 & 1.45E-3 \\ 0 & 4.36E-4 & 1.20E-2 & 1.33E-1 & 5.65E-5 & -2.82E-3 & -2.17E-5 \\ 0 & 3.35E-4 & 8.65E-4 & -3.40E-4 & 2.04E-0 & -6.95E-2 & -2.58E-4 \\ 0 & 2.15E-3 & 5.49E-3 & -2.15E-3 & -2.01E-2 & -7.84E-1 & -2.07E-3 \\ 0 & -5.57E-6 & -1.35E-5 & 5.28E-6 & 1.05E-5 & -1.01E-3 & 6.17E-1 \end{bmatrix}$$

$$[1/\sqrt{\text{kgm}^2}] \quad (4.59)$$

となる。なお、単位系については制御系設計との整合性から非拘束モードモデルにおける各変数の単位を、モード座標 ξ_r, ξ_f は $[\sqrt{\text{kgm}^2}]$ 、モード行列 Φ は $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ 、固有角振動数 Ω は $[\text{rad/sec}]$ とする。

(4) 状態空間モデルによる表現

最後に非拘束モードモデルを状態空間表現に変換する。非拘束モードモデルにおいてモード減衰項を付加した運動方程式と、テーブル本体の回転角 θ_z を測定する場合の観測方程式は

$$\begin{bmatrix} \ddot{\xi}_r \\ \ddot{\xi}_f \end{bmatrix} + 2\zeta\sigma \begin{bmatrix} \dot{\xi}_r \\ \dot{\xi}_f \end{bmatrix} + \sigma^2 \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\theta r} \\ \Phi_{\theta f}^T \end{bmatrix} T_z \quad (4.60)$$

$$\theta_z = \begin{bmatrix} \Phi_{\theta r} & \Phi_{\theta f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_f \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

である。ここで(4.60)式における ζ はモード減衰比を要素とする対角行列である。

状態空間での状態量 $x \in R^{14}$ を

$$x = \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_f \\ \dot{\xi}_r \\ \dot{\xi}_f \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

とすると、システム状態方程式は

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.63)$$

$$y = Cx \quad (4.64)$$

となる。ただし行列 $A \in R^{14 \times 14}$, $B \in R^{14 \times 1}$ 及び $C \in R^{1 \times 14}$ はそれぞれ

$$A = \begin{bmatrix} O & I \\ -\sigma^2 & -2\zeta\sigma \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$B = \begin{bmatrix} O_{7 \times 1} \\ \left[\begin{array}{c} \Phi_{\theta r} \\ \Phi_{\theta f}^T \end{array} \right] \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

$$C = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{cc} \Phi_{\theta r} & \Phi_{\theta f} \end{array} \right] \\ O_{1 \times 7} \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

である。ここで (4.65) 式の $I \in R^{7 \times 7}$, $O \in R^{7 \times 7}$ はそれぞれ単位行列、零行列である。

このようにして得られた実験モード解析モデルを、これ以降、公称値と呼び、矩形波加振による時間領域での同定結果との比較検討の際に参考にする。確認のため表 4.5 にエアテーブル全系としての固有振動数 [Hz] と減衰比 [%] をまとめる。

表 4.5 エアテーブル全系の固有振動数 [Hz], 減衰比 [%] 及びエアテーブル本体におけるモード行列 $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ の公称値

振動モード	振動数	減衰比	モード行列
剛体	0	—	0.3088
曲げ1次	1.262	0.4	-0.3455
曲げ2次	3.998	0.2	-0.0798
ねじり1次	4.165	0.2	0.0285
ねじり2次	11.83	0.4	0.00398
曲げ3次	13.65	0.2	-0.2059
ねじり3次	17.36	1.8	-0.00164

4.4 姿勢角による同定実験

(1) 弱い制御系を付加したシステムにおける加振データ

エアテーブル試験装置による地上実験として、姿勢角出力による同定実験と加速度計出力によるモード形状の同定実験を行った。本節ではそのうち、姿勢角出力による同定実験結果をまとめる。ここでいう姿勢角とはエアテーブル本体の回転角度を意味するが、これは人工衛星本体の姿勢角に相当するものである。入力はDCトルクモータにより0.1秒間、0.35[Nm]の大きさの矩形波パルスを印加することによりテーブル本体を加振する。この時、取得されたテーブル回転角とトルク信号を図4.5、4.6に示す。

図4.5は狭帯域のPD制御（折れ点振動数=0.1[Hz]、減衰比=0.1[%]）を姿勢角に対して行った場合の20[Hz]サンプリングデータであり、図4.6は制御系がある場合の50[Hz]サンプリングデータである。

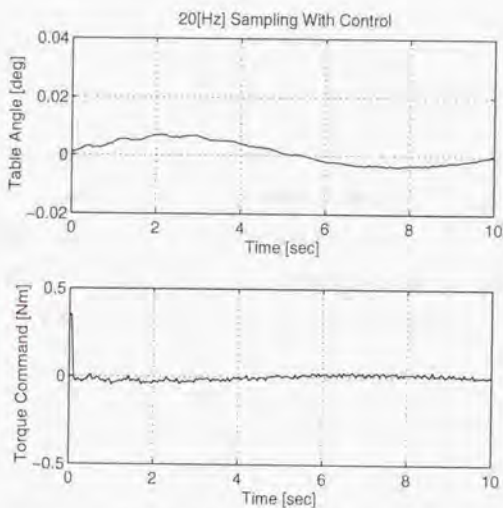


図 4.5 PD 制御系がある場合の測定データ (20[Hz] サンプリング)
上側：テーブル回転角，下側：トルク信号

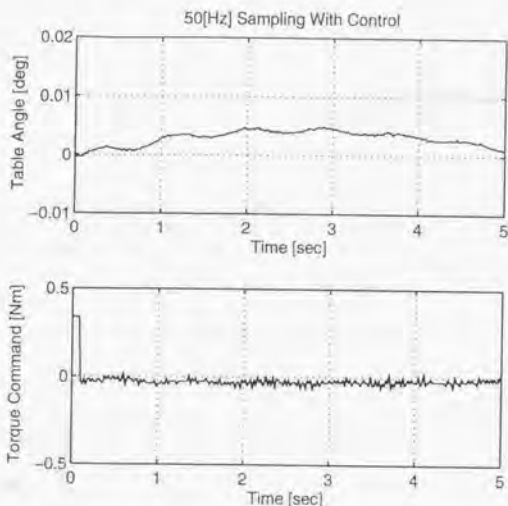


図 4.6 PD 制御系がある場合の測定データ (50[Hz] サンプリング)
上側：テーブル回転角，下側：トルク信号

(2) 従来法による同定結果

以上の加振データに対して ERA による時間領域での解析を行う。まず比較参考のため、矩形波処理も回帰法も適用しない従来法での同定結果を図 4.7 に示す。

この実験では剛体モードを安定化させるために、狭帯域の PD 制御 (折れ点振動数=0.1[Hz]、減衰比=0.1[%]) を姿勢角に対して行っている。また姿勢角は 20[Hz] のサンプリング周期で測定されている。

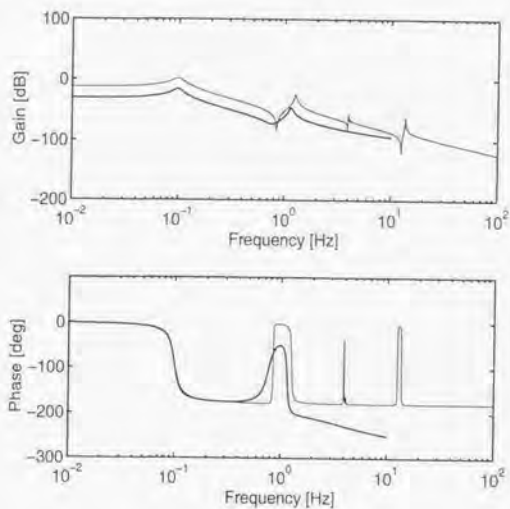
図 4.7、図 4.8 ではトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数を、(a) では状態空間表現におけるシステム行列 A 、入力行列 B 、出力行列 C を

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

の形式で、また (b) ではボード線図表現で同定結果を示した。ボード線図では太線が同定結果を、細線が公称値を示しており、実験結果である太線はナイキスト周波数の 10[Hz] まで表示した。

-5.146E-6	-6.159E-1	-2.300E-2	5.923E-2	9.144E-2
6.159E-1	-1.008E-1	-3.810E-2	6.893E-1	-8.899E-2
-2.300E-2	3.810E-2	-7.290E-4	7.255E-0	1.310E-2
-5.929E-2	6.893E-1	-7.255E-0	-4.258E-1	4.152E-2
9.144E-2	8.899E-2	1.310E-2	-4.152E-2	0

(a) 状態空間表現

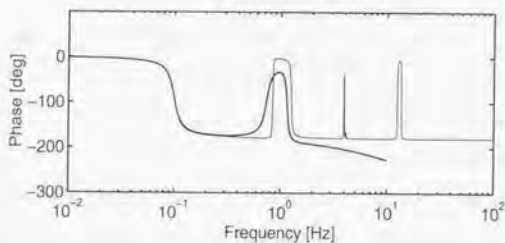
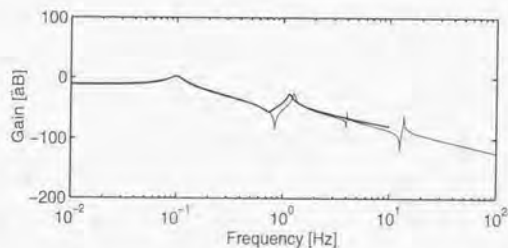


(b) ボード線図表現

図 4.7 トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数の (a) 状態空間表現と (b) ボード線図 (太線: 同定結果, 細線: 表 4.5 の公称値に制御モードを付加) - 矩形波処理も繰り返し法も考慮しない従来法による同定結果 (20[Hz] サンプリング) -

-2.384E-2	-6.156E-1	-4.057E-2	6.999E-2	9.301E-1
6.156E-1	-3.227E-2	-4.156E-1	-6.667E-1	-9.038E-1
-4.057E-2	4.156E-1	-1.051E-1	-7.266E-0	1.316E-1
6.999E-2	-6.667E-1	7.266E-0	-4.329E-1	-5.046E-1
9.570E-2	8.637E-2	2.653E-2	3.807E-2	0

(a) 状態空間表現



(b) ボード線図表現

図 4.8 トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数の (a) 状態空間表現と (b) ボード線図 (太線: 同定結果, 細線: 表 4.5 の公称値に制御モードを付加) — 矩形波処理のみを考慮した同定結果 (20[Hz] サンプリング) —

2章の理論で示された通り、系の極（共振点）の同定は正しく行われていることが図からも読みとれるが、入出力行列の同定が間違っているために全体のゲインレベルや位相曲線の応答が正しくない。これは状態方程式表現のうち、入出力行列 B 、 C 行列の同定が不十分であることを意味している。

次に矩形波処理のみを行って同定した結果を図 4.8 に示す。図の構成は図 4.7 と同様、(a) が状態空間表現、(b) がボード線図表現である。解析に用いた測定データは図 4.7 と全く同じであるが、解析式としては (3.6)–(3.8) 式を適用している。この場合は極や全体のゲインレベルは公称値と一致したが、高周波域での位相曲線は公称値とは依然としてずれていることがわかる。

(3) 提案されたアルゴリズムによる同定結果

それでは第 3 章の提案した矩形波入力と回帰法を適用した新規アルゴリズムによる解析結果を以下に示す。

図 4.9、4.10 がそれぞれ 20[Hz]、50[Hz] サンプリングでの姿勢角データの同定結果である。ERA 法におけるハンケル行列の大きさは処理計算機のメモリ容量の制約からどちらも 48 次（データ点数では 96 点）とした。

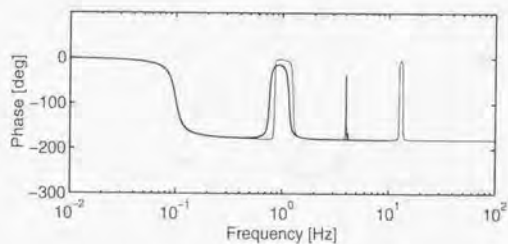
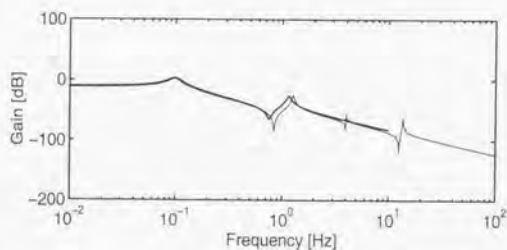
図の構成は図 4.7 と同様、(a) が状態空間表現、(b) がボード線図表現である。ナイキスト周波数はそれぞれ 10、25[Hz] となる。図 4.9 では制御モードと 1 次振動モードが、また図 4.10 では 1 次振動モードと 2 次振動モードがほぼ正しく同定できているものと考えられる。どちらの図でもゲインレベルや位相曲線周波数応答は正しいものといえる。

図 4.9、4.10 から同定された固有振動数、減衰比およびエアテーブル本体におけるモード行列の各振動モードに対応する要素（以下ではモード形状と呼ぶ）を表 4.6 にまとめる。

図 4.9 では制御系固有の振動数やそれより低域でのゲインレベルは公称値と同一であるが、パネルの 1 次振動数が公称値と比較して同定結果の値の方が若干低くなっている。これは公称値を計算したパネル単体での振動試験と本同定実験の境界条件が異なるためと考えられる。また、図 4.10 では制御系の振動モードの振動数も若干の差異が生じているが、これは計算機の処理能力制約から解析できるデータ点数（96 点：約 2 秒）が制御モード周期（10 秒）の 5 分の 1 程度しかなかったことに起因するものと考えられる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -5.252\text{E}+1 & 0 & -4.617\text{E}-1 & 0 & 4.103\text{E}-1 \\ 0 & -3.934\text{E}-1 & 0 & -1.325\text{E}-1 & -3.512\text{E}-1 \\ 4.103\text{E}-1 & -3.512\text{E}-1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) 状態空間表現

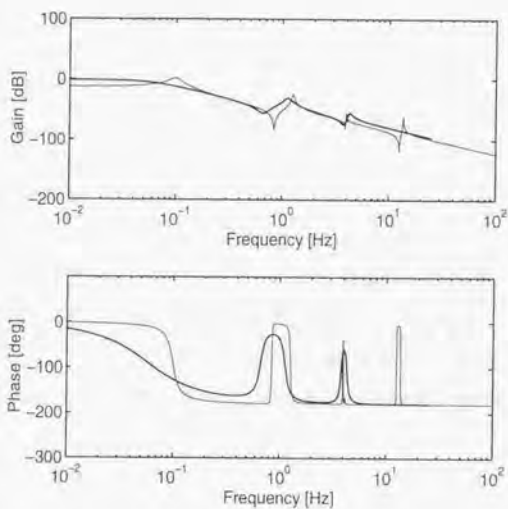


(b) ボード線図表現

図 4.9 トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数の (a) 状態空間表現と (b) ボード線図 (太線: 同定結果, 細線: 表 4.5 の公称値に制御モードを付加) 一弱い制御系をつけた場合のエアテーブル試験装置の同定結果 (20[Hz] サンプルング) 一

0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
-7.284E+2	0	0	-1.956E-0	0	0	2.987E-1
0	-5.014E+1	0	0	-9.790E-1	0	-4.474E-1
0	0	-1.309E-1	0	0	-5.532E-1	-3.285E-1
2.987E-1	-4.474E-1	-3.285E-1	0	0	0	0

(a) 状態空間表現



(b) ボード線図表現

図 4.10 トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数の (a) 状態空間表現と (b) ボード線図 (太線: 同定結果, 細線: 表 4.5 の公称値に制御モードを付加) -弱い制御系をつけた場合のエアテール試験装置の同定結果 (50[Hz] サンプリング) -

以上の考察から判断すると、ERA 法ではハンケル行列の特異値分解という部分で計算機の処理能力から制約を受け、多量のデータ点数の処理ができない。またデータ点数が少ない場合は低域の振動モードの同定精度が悪化するため、これらの条件を総合的に判断してデータサンプリングの周期を決定する必要がある。

表 4.6 制御系をつけた場合のエアテーブル全系の固有振動数 [Hz]、減衰比 [%] とエアテーブル本体におけるモード形状 [$1/\sqrt{\text{kgm}^2}$] (公称値：表 4.5 による)

モード名	実験ケース	振動数 [Hz]	減衰比 [%]	モード形状
PD 制御系	公称値	0.1	0.1	0.3088
	図 4.9	0.100	0.106	0.351
	図 4.10	0.058	0.764	0.328
曲げ 1 次	公称値	1.262	0.004	-0.3455
	図 4.9	1.153	0.032	-0.410
	図 4.10	1.127	0.069	-0.447
曲げ 2 次	公称値	3.998	0.002	-0.0798
	図 4.9	—	—	—
	図 4.10	4.296	0.036	-0.299

(4) 制御系を付加しないシステムにおける加振データ

ここまではテーブルの姿勢角を制御することによって全系の剛体モードを消して、対象がすべて振動モードを持つものとして同定を行ってきた。軌道上の人工衛星でも姿勢を制御することによって同様の状況を想定することは可能であるが、できればなるべく単純な構成で実験を行いたい。そこで以下では、テーブル本体の制御を遮断して、完全に回転自由な状況のもとで矩形波加振での同定実験を行う。この時に得られた加振データを図 4.11、4.12 に示す。図 4.11 は 20[Hz] サンプリング、図 4.12 は 50[Hz] サンプリングのテーブル回転角（上側）とトルク信号（下側）である。

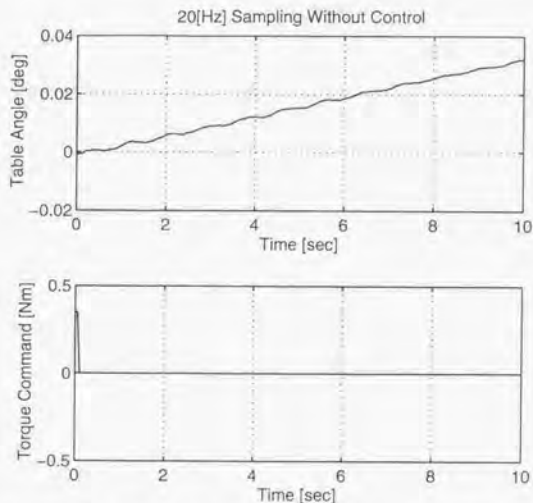


図 4.11 PD 制御系がない場合の測定データ (20[Hz] サンプリング)
上側：テーブル回転角，下側：トルク信号

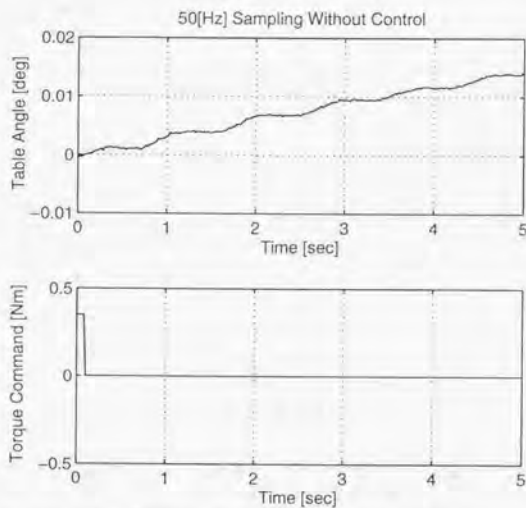


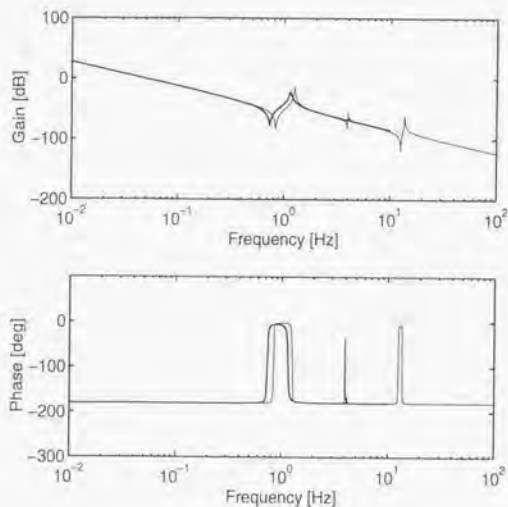
図 4.12 PD 制御系がない場合の測定データ (50[Hz] サンプリング)
上側：テーブル回転角，下側：トルク信号

(5) 剛体モードを考慮したアルゴリズムでの同定結果

以上のデータを用いて、剛体モードも含めた振動モードの同定結果を図 4.13, 4.14 に示す。この 2 つの実験の相違は図 4.5, 4.6 と同様、データのサンプリング周期だけであり、図 4.13 では 20[Hz]、図 4.14 では 50[Hz] のサンプリングである。対象に剛体モードが存在する場合、ゲイン曲線は右下がり (40[dB/decade]) になり位相曲線は -180 度基調となるが、どちらの図とも正しく同定されていることがわかる。

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.90E-1 \\ 0 & -5.232E+1 & 0 & -1.907E-1 & -3.713E-1 \\ \hline 3.090E-1 & -3.713E-1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

(a) 状態空間表現

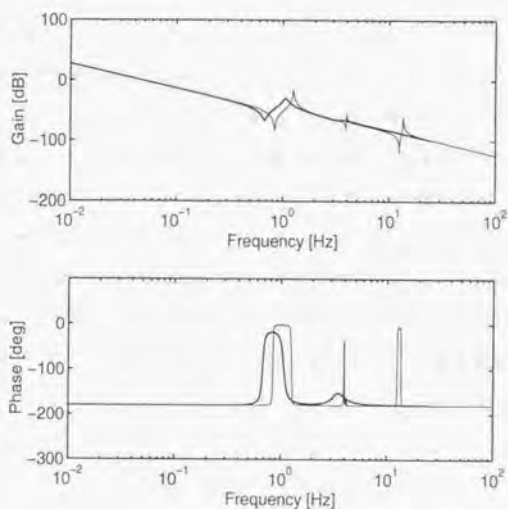


(b) ボード線図表現

図 4.13 トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数の (a) 状態空間表現と (b) ボード線図 (太線: 同定結果, 細線: 表 4.5 の公称値) - 制御系をつけない場合のエアテーブル試験装置の同定結果 (20[Hz] サンプリング) -

0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	2.996E-1
0	-4.485E+1	0	0	-5.997E-1	0	-3.618E-1
0	0	-5.068E+2	0	0	-7.689E-0	1.977E-1
2.996E-1	-3.618E-1	1.977E-1	0	0	0	0

(a) 状態空間表現



(b) ボード線図表現

図 4.14 トルク入力から姿勢角出力までの伝達関数の (a) 状態空間表現と (b) ボード線図 (太線: 同定結果, 細線: 表 4.5 の公称値) - 制御系をつけない場合のエアテーブル試験装置の同定結果 (50[Hz] サンプリング) -

図 4.13, 4.14 から同定された固有振動数, 減衰比を表 4.7 にまとめる。

表 4.7 制御系がない場合のエアテーブル全系の固有振動数 [Hz], 減衰比 [%] とモード形状 (公称値: 表 4.5 による)

モード名	実験ケース	振動数 [Hz]	減衰比 [%]	モード形状
剛体	公称値	0	—	0.3088
	図 4.13	0	—	0.309
	図 4.14	0	—	0.300
曲げ 1 次	公称値	1.262	0.004	-0.3455
	図 4.13	1.151	0.013	-0.371
	図 4.14	1.066	0.045	-0.362
曲げ 2 次	公称値	3.998	0.002	-0.0798
	図 4.13	—	—	—
	図 4.14	4.296	0.171	-0.198

表 4.6, 4.7 を見ると, いずれの実験においても曲げ 1 次振動モードの振動数については, 同定結果が公称値より約 1 割ほど低めになっていることがわかる。これは各図のボード線図からも読みとれる。また減衰比については公称値とはかなり異なっているが, 公称値が本実験と異なる境界条件でのパネル単体の片持ち振動試験結果から計算されたことや, 微小振動を発生させる加振機 (パイプレータ) によるランダム加振での計測であることを考慮する必要があるものと考えられる。

また, 制御系を付加した場合と付加しない場合の比較では, どちらのケースでも振動数についてはその差違は 1% 以内であり, ほぼ一致していると判断できるが, 減衰比については, 加振レベルが低かったため取得波形そのものが滑らかではなく, 正確な同定はこの条件では困難であると考えられる。

4.5 加速度計多点計測によるモード形状の同定実験 [115]

本節ではアイソグリッドパネルの周辺上に10個の加速度計を張り付け、テーブル本体を矩形波加振した場合に取得される加速度計データを用いて、アイソグリッドパネルのモード形状を同定する。10個の加速度計の搭載位置を図4.15に示す。実際の実験では加速度計からローノイズケーブルをテーブル本体まで引き回しているのですが、剛体モードには若干の影響はあるものと思われるが、ローノイズケーブル自体は十分に柔らかいものであり、パネルの振動モード形状にはほとんど影響はないと考えられる。

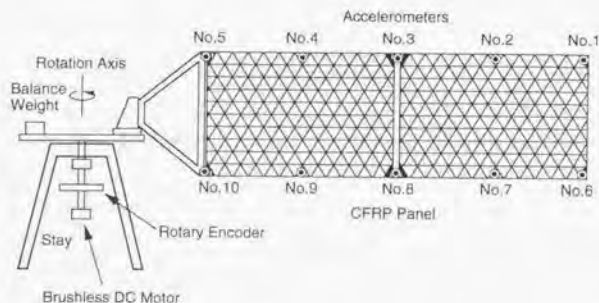


図 4.15 加速度計の取付位置

本実験では400[msec]幅の矩形波をトルクモータで発生させ、これによってテーブル本体を加振した。また、加速度計データは25[Hz]の周期でサンプルされ、時系列データとして取得された。取得された加速度計データを図4.16、4.17に示す。

これらのデータから1入力10出力系として、3.5節の繰り返し法を適用することにより、同定された振動モードの固有振動数と減衰比を表4.8にまとめる。表中の()内の数値は参考のため、同一の試験構成で入力としてM系列によるランダム加振実験を行った際の、No.1加速度計出力値のFFTによる解析結果である。

表4.8では、例えば、曲げ1次振動モードの振動数が矩形波加振によるERA法とランダム加振によるFFT解析で6%程度異なっているが、これは加振法(加振レベル)、データ処理点数、データ処理アルゴリズムの相違によるものと考えられる。

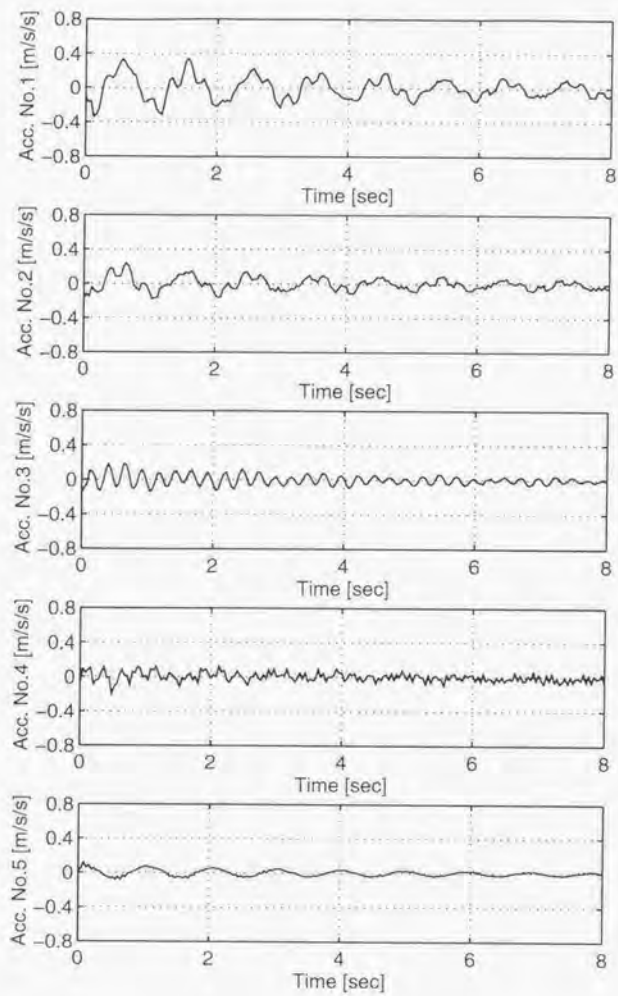


図 4.16 加速度計出力データ (No.1 ~ No.5)

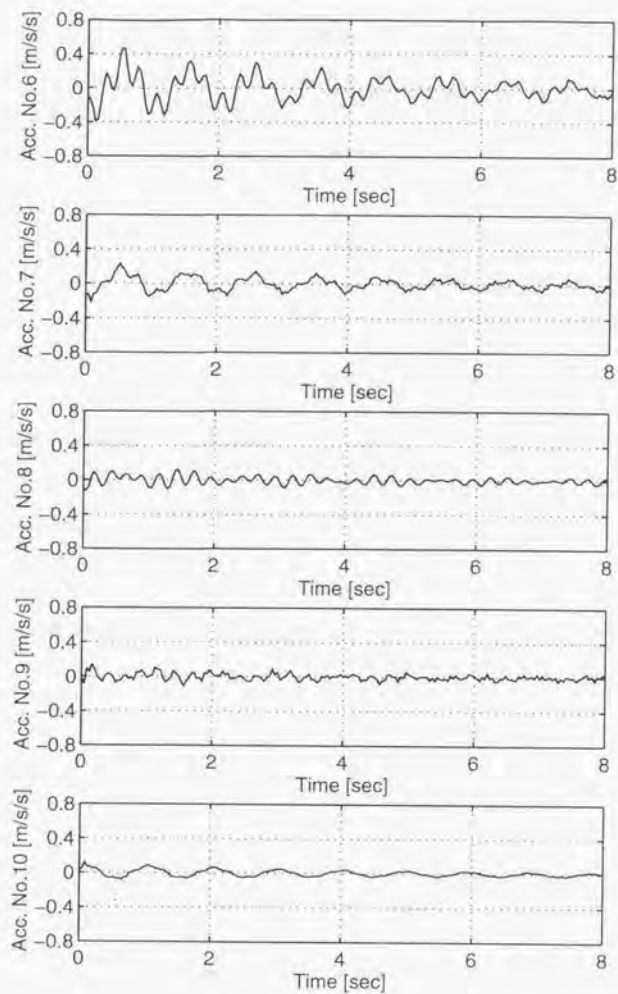


図 4.17 加速度計出力データ (No.6 ~ No.10)

表 4.8 加速度計出力から同定されたエアテーブル全系の固有振動数 [Hz], 減衰比 [%], () の数値はランダム加振による FFT 解析結果

モード番号	モード名	振動数 [Hz]	減衰比 [%]
1	曲げ1次	1.014	3.2
		(1.07)	(2.4)
2	曲げ2次	3.338	0.36
		(3.42)	(0.90)
3	ねじり1次	3.944	0.85
		(4.05)	(0.77)
4	曲げ3次	10.63	0.11
		(10.11)	(0.29)
5	ねじり2次	11.61	0.43
		(11.53)	(0.84)

モード形状に関しては、3.4節で議論されたように、この実験は入出力点が異なっている非コロケーション状態であるので、入力行列 B を

$$B = \begin{bmatrix} 0_{5 \times 1} \\ 1_{5 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

として、出力行列 C の中で、振動モードに対応するモード行列のみを議論する。ここではパネルの加速度計搭載点における弾性運動変位 w を、モード行列 Ψ と拘束モード座標 η を用いて、

$$w = \Psi \eta \quad (4.70)$$

と表現できるものとし、この拘束モード座標 η を (4.57) 式を用いて、非拘束振動モード座標 ξ_f で表す。

$$\begin{aligned} \eta &= \begin{bmatrix} \Phi_{\eta r} & \Phi_{\eta f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_f \end{bmatrix} \\ &= \Phi_{\eta f} \xi_f \end{aligned} \quad (4.71)$$

ここで、(4.59) 式より $\Phi_{\eta r}$ は零行列である、という結果を利用した。これより、パネルの弾性変位 w は非拘束振動モード座標 ξ_f を用いて

$$w = \Psi \Phi_{\eta f} \xi_f \quad (4.72)$$

となる。本実験では、実験により同定されるこのモード行列 $\widehat{\Psi} \widehat{\Phi}_{\eta f}$ は、搭載された加速度計が 10 個で同定された振動モードが 5 つなので、その大きさが 10×5 となり、その単位は Ψ

が[m], $\Phi_{\eta f}$ が $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$, ξ_f が $[\sqrt{\text{kgm}^2}]$ であるので, $\Psi\Phi_{\eta f}$ は $[1/\sqrt{\text{kg}}]$ となる. その具体的な数値は,

$$\widehat{\Psi\Phi_{\eta f}} = \begin{bmatrix} 0.4601 & 0.1364 & -0.0942 & 0.0202 & 0.0022 \\ 0.2484 & -0.0848 & -0.0658 & -0.0286 & -0.0054 \\ 0.0643 & -0.1919 & -0.0377 & -0.0045 & -0.0011 \\ -0.0760 & -0.1073 & -0.0287 & -0.0075 & -0.0036 \\ -0.1229 & 0.0046 & -0.0037 & -0.0058 & 0.0049 \\ 0.4554 & 0.2714 & 0.0515 & 0.0217 & 0.0033 \\ 0.2478 & 0.0287 & 0.0629 & -0.0300 & -0.0044 \\ 0.0607 & -0.1182 & 0.0614 & -0.0047 & -0.0008 \\ -0.0691 & -0.0914 & 0.0375 & 0.0397 & 0.0032 \\ -0.1294 & 0.0146 & 0.0029 & 0.0038 & 0.0046 \end{bmatrix} [1/\sqrt{\text{kg}}] \quad (4.73)$$

となった. このモード行列の各要素は上から順に加速度計 No.1 ~ 10 に, また左から順にモード番号 1 ~ 5 に対応したものである.

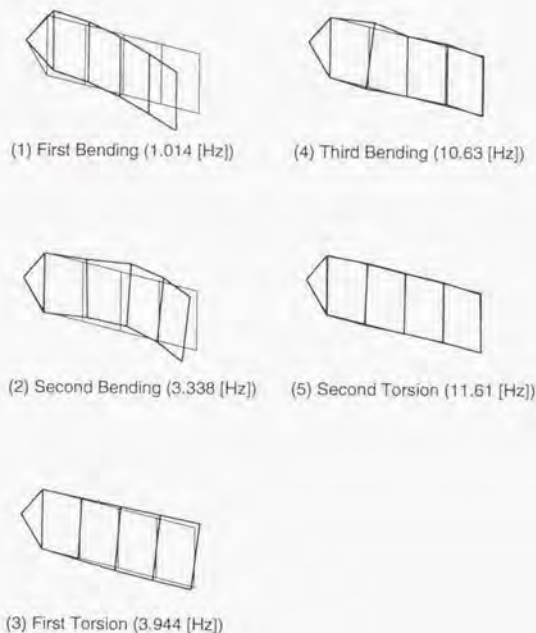


図 4.18 振動モード形状 (太線) と非変位状態 (細線) との比較 (No.1 ~ No.5)

図 4.18 には加速度計の取付点でのモード形状を振幅変位としてプロットし、モード毎の全体の変形の様子を示した。ただし図を見やすくするために変位を 10 倍に拡大して表示している。

原理的には本試験装置は鉛直軸回りに印加されたトルク入力によって、アイソグリッドパネルの面外振動だけが励起される構成になっている。しかしながら、得られた振動モード形状は、同定結果からわかるように、パネルの面外振動とねじり振動が干渉したものとなっている。これは加振力が完全にパネルの対称点に作用しているわけではないこと、また、パネルがエアテーブルに対して完全に垂直には搭載できず、その結果、重力によるねじり変形を含んだ初期たわみが発生していたことなどによるものと考えられる。このことは、表 4.8 に示したように FFT による同定法でも確認されている。ただしこのねじり振動モードは積極的に励起しているわけではないので、S/N 比も悪く同定された振動モード形状もはっきりしているわけではない。

図 4.19, 4.20 には同定された数学モデルを用いた矩形波加振の計算機シミュレーションによる加速度計の出力値と実験値を比較した。各図とも太線が実験値、細線が計算機シミュレーション値である。

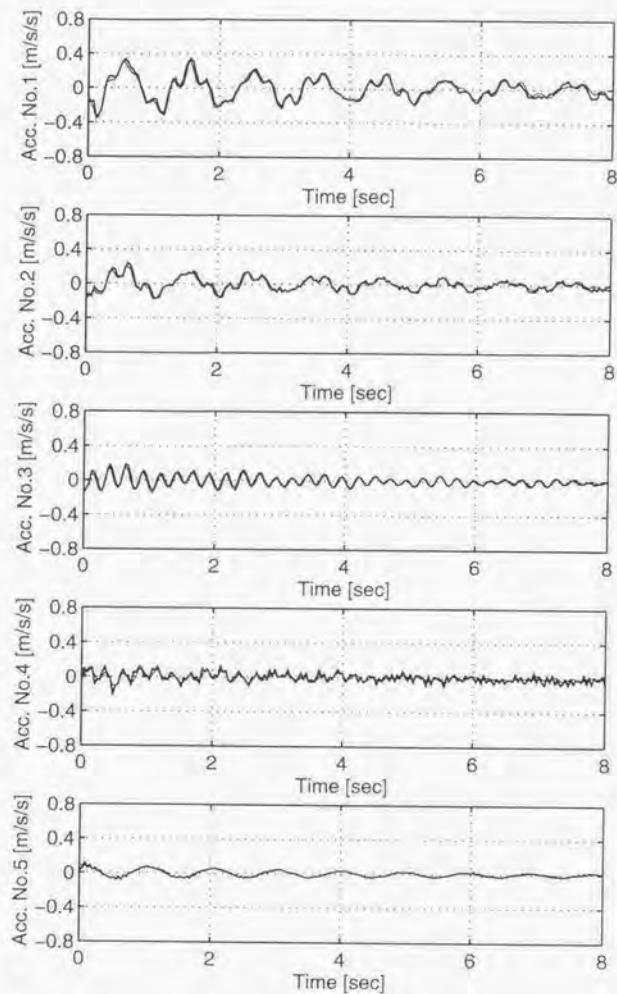


図 4.19 加速度計出力データ (太線) と計算機シミュレーションデータ (細線) との比較 (No.1 ~ No.5)

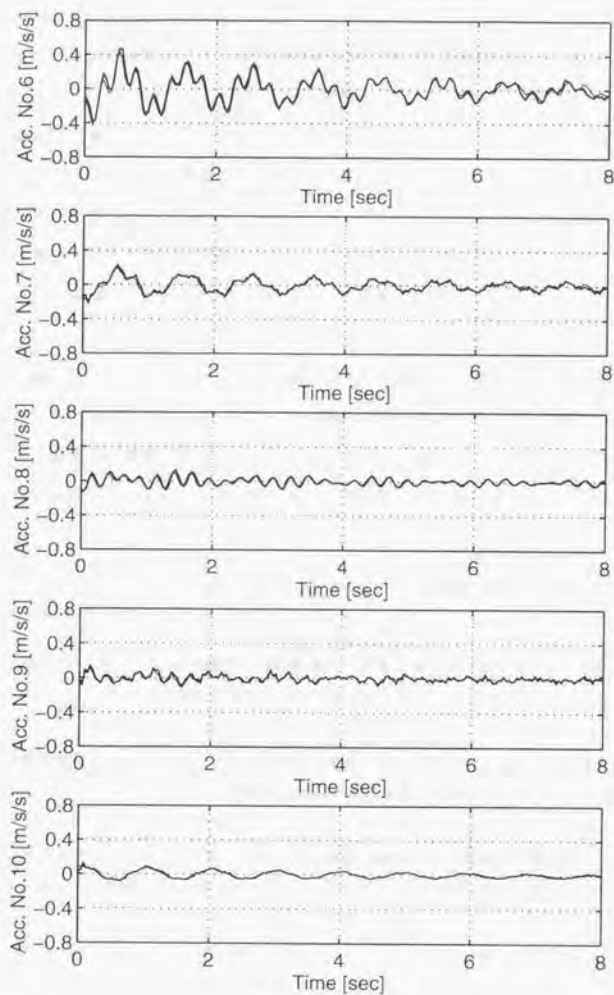


図 4.20 加速度計出力データ (太線) と計算機シミュレーションデータ (細線) との比較 (No.6 ~ No.10)

4.6 地上実験において得られた成果

1軸エアテーブル試験装置による地上実験において得られた成果は以下の通りである。

(i) 第3章において提案したアルゴリズムの実験的検証

第3章において提案された、矩形波加振による時間領域でのシステム同定論とその理論的拡張の妥当性について地上の実験装置を用いて検証し、

- ・矩形波入力、姿勢角出力の場合における回帰法を適用した高精度な入出力行列の同定と剛体モードの同定 (1入力1出力系)

- ・柔軟パネルに搭載された多点加速度計出力による振動モードの同定とパネル全系のモード形状の同定 (1入力多出力系)

について実験を行った。そして従来法での解析結果と本論文で提案されたアルゴリズムによる解析結果との比較や、同定結果に基づいて構築された同定モデルと構造解析モデルとの比較をボード線図や計算機シミュレーションにより行い、本手法が従来法より高精度に同定できることを確認した。表4.9に従来法と本論文で提案された手法の同定結果の比較をまとめる。

表4.9 従来法と本論文で提案された手法の同定結果の比較

手 法	同 定 結 果
従来法	<ul style="list-style-type: none"> ・矩形波の入力時間幅が十分短い場合は、振動モードの振動数や減衰比はほぼ同定可能 ・入出力行列は同定不能
矩形波処理	<ul style="list-style-type: none"> ・システム行列の同定精度は改善されるが、矩形波入力時刻とデータ取り込み時刻の時間差に起因する入出力行列の誤差が未修正
矩形波処理 +剛体モード処理	<ul style="list-style-type: none"> ・システム行列の零固有値と剛体モード形状が正確に同定 ・入出力行列には矩形波処理のみと同様の誤差が存在
矩形波処理 +剛体モード処理 +回帰法処理	<ul style="list-style-type: none"> ・固有振動数、減衰比、モード形状とも正確に同定可能 ・回帰法の収束性からシステム行列の次数を推定可能

(ii) 同アルゴリズムの軌道上同定実験への適用可能性の検証

4.5節で示された加速度計による同定実験の例では、1加速度計当たりデータ点数44点、測定時間にして約2秒足らずであり、実験時間に制約のある宇宙実験には非常に有効である

ことも確認された。この同定結果はその後のエアテーブルを用いた姿勢制御実験のための制御系設計の際に参照モデルとして利用されている [59][81]。

一方、この地上実験における問題点としては以下の点が考えられる。

(i) 発生トルクレベルが低いため、パネルの振動モードを十分に励起できない。

取得された振動波形から明らかのように、姿勢角の時間応答では剛体モードにわずかに最低次の衝動モードが重畳されている様子が確認されるが、これは使用したトルカーの能力に問題があることになるが、この種の問題は軌道上実験でも予想される事態であり、事前に計算機シミュレーションなどにより十分検討を有する必要がある。

(ii) 使用した計算機の処理能力が低いため、ハンケル行列の大きさに制約がある。

このため、50[Hz] サンプリングの実験では剛体モードや1次振動モードの同定の精度が低下するという問題が発生した。この種の問題を回避するためには、注目している振動モード毎にその予想される振動数から最適なサンプリングレート（実用上は10倍程度）やデータ点数（振動周期の10倍程度）を予測して、計算機シミュレーションなどにより確認の上、実験に望むべきであろう。

(iii) 境界条件や解析手法等の異なる実験では同定結果に差異が生じる可能性がある。

この地上実験では、公称値がパネル単体の片持ち振動試験結果とエアテーブル本体のモデルを合成して構築されており、矩形波加振による同定結果とは完全には一致しなかった。実はこのことは次章で述べる軌道上同定にも当てはまることである。技術試験衛星VI型でも太陽電池パドルを部分構造に分割して振動試験を行い、その結果をモード合成法により算出して打上げ前のモデルを構築している。このモデルが軌道上加振による同定結果と一致しない可能性があることを、このエアテーブルを用いた地上実験結果は示唆しているものと考えられる。

第5章 技術試験衛星VI型による軌道上同定実験

5.1 軌道上実験の目的

第4章において地上の1軸エアテーブル試験装置を用いて、本研究で議論してきた同定法の理論的妥当性を検証したが、本章では実際に地球周回軌道上を航行する人工衛星を軌道上で加振することによって取得されたデータを解析することにより、その実用性を確認する。

軌道上実験に用いた衛星は、平成6年度8月にH-IIロケット2号機で打ち上げられた技術試験衛星VI型(ETS-VI)であり、この衛星は次世代の通信放送分野の要求に適合する静止2トン級の実用静止三軸衛星を自主開発するための基盤となる衛星バス技術を確立することを第一の目的とし、あわせて将来の実用衛星に必要な高度な衛星通信技術及びその軌道上実験を行うことを目的とした衛星である。

ETS-VIの主なミッションは以下の4つである。

- (1) 2トン級静止三軸衛星バスの基盤技術の確立
- (2) H-IIロケットの打ち上げ能力等の確認
- (3) 衛星通信系機器の搭載実験
- (4) 衛星バス系機器の搭載実験

このうち、(4)の搭載実験項目の一つとして柔構造制御軌道上実験(FLEX実験)が行われた[69][97][101][104]。この実験はETS-VIのバス機器を利用して大型衛星に必要な柔構造制御技術(柔構造パラメータの推定・同定を含む)を確立することが目的であり、具体的な実験項目としては

- (a) 部分試験データに基づくモード合成法による地上同定実験
- (b) 軌道上加振による衛星運用形態での同定実験
- (c) 軌道上での高精度姿勢制御・振動制御実験

の3点である。この中で(b)の軌道上同定実験の具体的な目的は

- (i) 地上での振動試験の際に適用され、現在では確立された技術として認められている種々の同定アルゴリズムを軌道上加振データに適用し、解析結果を相互に比較検討することで、宇宙実験に対してもその有用性を確認すること
- (ii) 軌道上同定結果と(a)で得られた地上同定結果を比較検討することで、部分構造の振動試験データに基づくモード合成法の妥当性を検証すること
- (iii) そして、軌道上同定によって得られた衛星の構造パラメータを用いて、高精度の衛星

モデルを構築し、それを制御系設計に反映させることにより、さらに高精度でロバストな制御系を設計・開発すること

である。

本研究では、この実験のうちインパルス加振による軌道上同定実験 [98][105] について詳説し、地上での構造解析やランダム加振による同定結果 [99][106] との比較検討などを行う。5.2 節では ETS-VI および軌道上同定実験の概要、5.3 節では ETS-VI の動力学モデルを構築し、5.4 節ではバドル角 270 度での加振実験、5.5 節では拘束モードモデルの導出、5.6 節では拘束モードモデルからバドル角 180 度における非拘束モードモデルの推定、5.7 節ではバドル角 180 度での加振実験についてまとめ、最後に 5.8 節では他の同定法による解析結果やランダム加振実験の解析結果との比較検討を行う。

5.4 節および 5.7 節における軌道上実験では、加振源であるガスジェットスラスタの動作が不安定であり、信頼性が低かったため、加振力や噴射幅にかなりの誤差が含まれることが実験後に判明した。そこで各実験の解析ではシステム同定に先立って、スラスタ噴射力の推定を行い、その結果をもとにして、本論文で提案されたアルゴリズムにより、姿勢角データと太陽電池バドルに搭載された加速度計 (PACC) データからそれぞれ独立に振動モードの振動数と減衰比の同定を行った。また、姿勢角データからはさらにモード形状値の同定も行ったが、PACC については太陽電池バドル片側で 3 個しか搭載されていなかったため、PACC データからのモード形状の同定は行わず、おもに振動数と減衰比について、270 度モデルからの 180 度モデルの推定や、インパルス加振による他の解析手法との比較、またランダム加振による同定結果の比較や同定モデルによる数値シミュレーションによる取得波形の再現等を通して、その結果の妥当性について考察した。

5.2 ETS-VI および軌道上実験の概要

ETS-VI は衛星本体が $3.0\text{m} \times 2.0\text{m} \times 2.8\text{m}$ の大きさの直方体をしており、その南北方向にセミリジッドタイプ的大型太陽電池バドルを、地球指向面上にアンテナタワーと通信実験用の開口径 3.5m と 2.5m の 2 つの主反射鏡、S バンド衛星間通信アンテナ、K バンド衛星間通信アンテナ等を搭載した典型的な大型柔軟構造衛星である (図 5.1)。

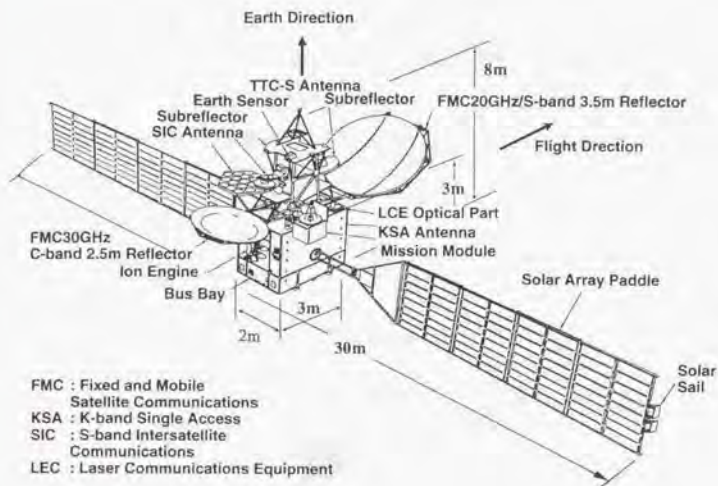


図 5.1 技術試験衛星 V1 型 (きく 6 号)

静止軌道上で静止化されるとその大きさは南北方向で約 30m、東西方向で約 9.3m、地球方向で約 7.8m になり、軌道上初期重量は約 2 トンとなる予定であった。

実際の打ち上げでは、我が国初の液体アポジーエンジンの燃料バルブに不具合が発生し、トランスファー軌道から静止軌道への投入には失敗したが、図 5.2 に示すように幸いにもトランスファー軌道の遠地点高度はほぼ静止軌道と等しく、FLEX 実験は多少の実験運用手順の見直しを行い、遠地点前後ではほぼ予定通り行われた。

FLEX 実験のうち、前節の (b) の軌道上同定実験については、具体的には以下の実験項目が実際に運用された。

- (b-1) 太陽電池パドル全展開時及び通信用アンテナ展開時の衝撃で励起される太陽電池パドルの振動の測定
- (b-2) 軌道制御用ガスジェット装置 (RCS) により衛星本体を加振した時の衛星本体の姿勢状態 (姿勢角及びそのレート) や太陽電池パドルの振動の測定

これらの実験で得られたデータを基にして各種同定法により衛星の柔構造パラメータを同定する計画であった。なお、(b-2)では加振方法として代表的な矩形波加振とM系列に従った疑似ランダム加振を衛星の3軸回りでを行い、太陽電池パドルの面外、面内、ねじり振動を励起して、その振動波形を衛星の姿勢角やレート姿勢決定系から、そして加速度信号は太陽電池パドルに搭載された加速度計から取得した。

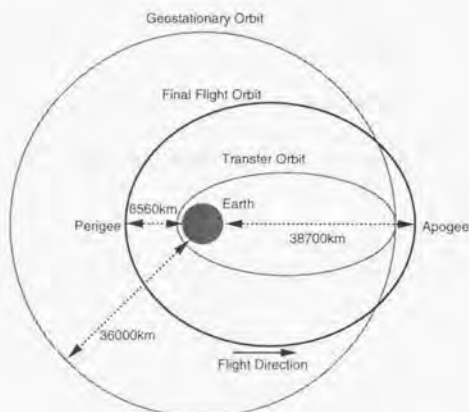


図 5.2 ETS-VI の飛行軌道

5.3 ETS-VI の動力学モデルの導出

(1) 座標系の定義 [92]

ETS-VI に搭載される太陽電池パドルは衛星本体からみると、太陽指向を維持するため一日に一回転する、このパドルの回転角により衛星の運動方程式が厳密には時変系になる。衛星の本来の軌道上静止位置は東経 154 度近傍であったためパドルの回転角 γ を図 5.3 のように局所標準時 (Local Sun Time = LST) で 6 時、日本標準時では 5 時の位置を $\gamma = 0^\circ$ と定義し、FLEX 実験が行われる予定であった LST 18 時には $\gamma = 180^\circ$ とする (図 5.4)。

この位置は太陽捕捉姿勢の基準であり、FLEX 実験時になにか不具合が発生した場合、ただちに衛星バス姿勢制御系に復帰できるようにするために、この時間帯を実験時間とした [102]。なお打ち上げ時にロケットのフェアリング内に折り畳んで収納されているパドル位置は、この LST 18 時の位置に一致する。

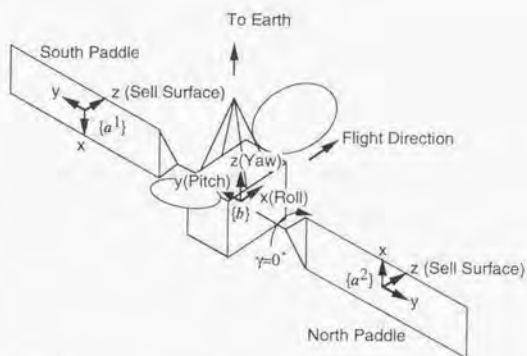


図 5.3 ETS-VI の衛星座標系とパドル座標系の定義

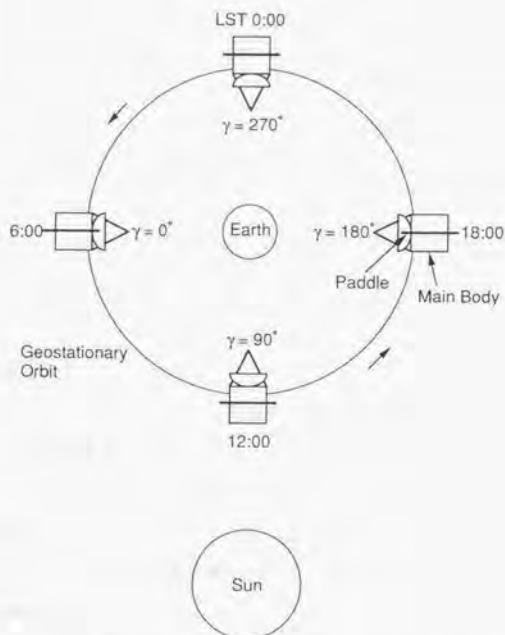


図 5.4 軌道上位置と太陽電池パドル回転角の関係

さて慣性座標系 $\{i\}$, 衛星座標系 $\{b\}$ 及び南北面パドル座標系 $\{a^1\}, \{a^2\}$ を定義する。パドルは南面パドルを #1, 北面パドルを #2 と番号付ける。

$\{i\}$ 座標系	慣性空間に固定
$\{b\}$ 座標系	b_1 軸が軌道速度方向, b_3 が地心方向
$\{a^1\}$ 座標系	a_1^1 軸が南面パドル長手方向, a_3^1 が太陽電池セル表面垂直方向
$\{a^2\}$ 座標系	a_1^2 軸が北面パドル長手方向, a_3^2 が太陽電池セル表面垂直方向

この時, 衛星座標系 $\{b\}$ と南面パドル座標系 $\{a^1\}$ 及び北面パドル座標系 $\{a^2\}$ の関係は方向余弦行列を用いて以下のように表される。

$$\{a^1\} = \begin{bmatrix} -\sin \gamma & -\cos \gamma \\ \cos \gamma & -\sin \gamma \end{bmatrix} \{b\} = C^1 \{b\} \quad (5.1)$$

$$\{a^2\} = \begin{bmatrix} \sin \gamma & \cos \gamma \\ \cos \gamma & -\sin \gamma \end{bmatrix} \{b\} = C^2 \{b\} \quad (5.2)$$

これより, 例えば軌道上実験では LST 18 時に行う予定であったため, $\gamma = 180^\circ$ を (5.1), (5.2) 式に代入すると,

$$C^1 = \begin{bmatrix} & +1 \\ +1 & \\ -1 & \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} & -1 \\ -1 & \\ -1 & \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

となる。

(2) ETS-VI 動力学モデル

ETS-VI の動力学モデルを, ここでは並進運動と回転運動の 6 自由度の運動方程式で表現する。ただし軌道運動は考慮しない。またアクチュエータであるガスジェットスラスタとりアクションホイールの数学モデルや, 加速度計モデルについても考察する。

なお, 以下の議論では, ベクトルに対する $(\dot{*})$ は慣性座標系でのベクトルの時間微分を, また, $(\overset{\circ}{*})$, $(\overset{\circ\circ}{*})$ はそれぞれベクトル定義座標系において, その座標系からみたベクトルの 1, 2 階の時間微分を意味する。

(a) 並進方向の運動方程式

衛星全系の並進方向の運動量を $P = \{b\}^T P$ とし、外力を $F = \{b\}^T F$ とすると並進方向の運動方程式は

$$F = \dot{P} \quad (5.5)$$

である。(5.5)式右辺の P は衛星全系の並進の運動量を意味するので、衛星全系の重心の速度ベクトルを $v = \{b\}^T v$ 、衛星原点からパドル微小要素へのベクトルを $u^i = \{a^i\}^T u^i$ とすると(5.5)式の右辺は

$$\begin{aligned} P &= \int_{\text{total}} (v + \dot{u}^i) dm \\ &= \int_{\text{total}} (v + \dot{R}^i + \dot{\rho}^i + \dot{w}^i) dm \\ &= m\dot{v} + \sum_{i=1}^2 \int_{\# \text{ i paddle}} (\dot{R}^i + \dot{\rho}^i + \dot{w}^i) dm \end{aligned} \quad (5.6)$$

となる。ここで $R^i = \{b\}^T R^i$ は衛星原点からパドルインターフェイス点へのベクトル、 $\rho^i = \{a^i\}^T \rho^i$ はパドルインターフェイス点から非変形時のパドル節点へのベクトル、 $w^i = \{a^i\}^T w^i$ はパドルの弾性変位ベクトルであり、 $(u^i = q^i + w^i = R^i + \rho^i + w^i)$ の関係がある。ただし、 $q^i = \{a^i\}^T q^i = (R^i + \rho^i)$ は衛星原点から非変形時のパドル節点へのベクトルである。そして、 m は衛星全系の質量であり、衛星本体及び各パドルの質量 m^0, m^i を用いて $m = m^0 + m^1 + m^2$ と書き表せる。また、(5.6)式の積分範囲については total は衛星全系での、 $\# \text{ i paddle}$ は南北パドルそれぞれ単体での積分を意味する。

(5.6)式を(5.5)式に代入し、太陽電池パドルの弾性変位が微小であると仮定してそれに伴う微小項を省略すると

$$F \simeq m \dot{v} + \sum_{i=1}^2 \int_{\# \text{ i paddle}} \ddot{w}^i dm \quad (5.7)$$

であるが、これを衛星座標系 $\{b\}$ で行列表現すると、

$$F = m\dot{v} + \sum_{i=1}^2 \int_{\# \text{ i paddle}} C^{i^T} \ddot{w}^i dm \quad (5.8)$$

となる。ただし、衛星座標系 $\{b\}$ は衛星が静止軌道上を飛行しており、その移動・回転速度は実験時間と比較して十分に遅いものと仮定し、時不変系として扱う。

さて(5.8)式右辺第2項はパドル弾性変位に伴って発生する慣性力であり、パドル節点の弾性変位 w^i をモード形状 ψ^i とモード座標 η^i で変数分離型に表現できるとすると

$$w^i = \psi^i \eta^i \quad (5.9)$$

となる。この (5.9) 式を (5.8) 式に代入して

$$F = m\dot{v} + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} C^{iT} \psi^i dm \eta^i \quad (5.10)$$

$$= m\dot{v} + \sum_{i=1}^2 C^{iT} \delta^{0i} \eta^i \quad (5.11)$$

を得る。この時 δ^{0i} を 0 次カップリング係数と呼び、

$$\delta^{01} = \int_{\# 1 \text{ paddle}} \psi^1 dm \quad (5.12)$$

$$\delta^{02} = \int_{\# 2 \text{ paddle}} \psi^2 dm \quad (5.13)$$

である。

(b) 回転方向の運動方程式

衛星全系の回転方向の角運動量を $H = \{b\}^T H$ とし外部トルクを $T = \{b\}^T T$ とすると回転方向の運動方程式は

$$T = \dot{H} \quad (5.14)$$

である。(5.14) 式右辺の H は衛星全系の回転の角運動量を意味するので

$$\begin{aligned} H &= \int_{\text{total}} w^i \times \dot{w}^i dm \\ &= \int_{\text{total}} (q^i + w^i) \times (\dot{q}^i + \dot{w}^i) dm \\ &= \int_{\text{total}} q^i \times \dot{q}^i dm + \int_{\text{total}} q^i \times \dot{w}^i dm + \int_{\text{total}} w^i \times \dot{q}^i dm + \int_{\text{total}} w^i \times \dot{w}^i dm \\ &\approx \int_{\text{total}} q^i \times \dot{q}^i dm + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} q^i \times \dot{w}^i dm \\ &\approx + \int_{\text{total}} q^i \times (\omega \times q^i) dm + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} q^i \times \dot{w}^i dm \\ &= I \cdot \omega + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} q^i \times \dot{w}^i dm \quad (5.15) \end{aligned}$$

となる。ここで $I = \{b\}^T I \{b\}$ はバドル非変形時の全系の慣性モーメントを表し、衛星本体の慣性モーメント $I^0 = \{b\}^T I^0 \{b\}$ および各バドルの慣性モーメント $I^i = \{a^i\}^T I^i \{a^i\}$ を用いて

$$I = I^0 + I^1 - m^1 (q_1^1 \times) (q_1^1 \times) + I^2 - m^2 (q_2^2 \times) (q_2^2 \times) \quad (5.16)$$

と表現できる。ここで $q_i^i = \{b\}^T q_i^i (= R^i + r^i)$ は衛星原点から非変形時のパドル重心へのベクトルであり、また、 $(q_i^i \times)$ 、 $(q_i^{2i} \times)$ はベクトル積のテンソル表現である。

さて(5.15)式を(5.14)式に代入して

$$\begin{aligned} T &= I \cdot \dot{\omega} + \omega \times I \cdot \omega + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} q_i^i \times \dot{w}^i dm \\ &\simeq I \cdot \dot{\omega} + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} (R^i + \rho^i) \times \dot{w}^i dm \end{aligned} \quad (5.17)$$

となるが、これを衛星座標系 $\{b\}$ で行列表現する。まず、全系の慣性モーメント(5.16)式は

$$I = I^0 + C^{1T} I^1 C^1 + m^1 \bar{q}_1^{1T} \bar{q}_1^1 + C^{2T} I^2 C^2 + m^2 \bar{q}_2^{2T} \bar{q}_2^2 \quad (5.18)$$

ただし $q_i^i = R^i + C^{iT} r^i$ であることから、(5.17)式は

$$\begin{aligned} T &= I \dot{\omega} + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} (\bar{R}^i + C^{iT} \bar{\rho}^i C^i) C^{iT} \dot{w}^i dm \\ &= I \dot{\omega} + \sum_{i=1}^2 \int_{\# i \text{ paddle}} (\bar{R}^i + C^{iT} \bar{\rho}^i C^i) C^{iT} \psi^i dm \dot{\eta}^i \\ &= I \dot{\omega} + \sum_{i=1}^2 (\bar{R}^i C^{iT} \int_{\# i \text{ paddle}} \psi^i dm + C^{iT} \int_{\# i \text{ paddle}} \bar{\rho}^i \psi^i dm) \dot{\eta}^i \\ &= I \dot{\omega} + \sum_{i=1}^2 (\bar{R}^i C^{iT} \delta^{0i} + C^{iT} \delta^{1i}) \dot{\eta}^i \end{aligned} \quad (5.19)$$

となる。この時の δ^{1i} を 1 次カップリング係数と呼び

$$\delta^{11} = \int_{\# 1 \text{ paddle}} \bar{\rho}^1 \psi^1 dm \quad (5.20)$$

$$\delta^{12} = \int_{\# 2 \text{ paddle}} \bar{\rho}^2 \psi^2 dm \quad (5.21)$$

である。

(c) パドルの弾性振動方程式

太陽電池パドルの微小要素 dm について振動の方程式を立てる。#i パドル上の微小要素 dm の速度ベクトルを

$$v + \dot{R}^i + \rho^i + \dot{w}^i \quad (5.22)$$

として、このベクトルの慣性空間での時間微分を取ることで、微小要素に作用する慣性力 df を求めることができる。

$$df = \dot{v} dm + \dot{\omega} \times (R^i + \rho^i) dm + \dot{w}^i dm \quad (5.23)$$

この式をバドル座標系 $\{\alpha^i\}$ で表現すると

$$\begin{aligned} df &= C^i \dot{v} dm - (C^i \dot{R}^i + \dot{\rho}^i C^i) \dot{\omega} dm + \dot{w}^i dm \\ &= C^i \dot{v} dm + (C^i \dot{R}^{iT} + \dot{\rho}^{iT} C^i) \dot{\omega} dm + \dot{w}^i dm \end{aligned} \quad (5.24)$$

となる。(5.9)式のようにバドル変位 w^i をモード形状 ψ^i とモード座標 η^i で表現する。

$$w^i = \psi^i \eta^i \quad (5.25)$$

(5.25)式を(5.24)式に代入して、左から ψ^{iT} を各項に作用させて、バドル全体で積分することでモード座標系における # i バドルの慣性力 $f_{\# i \text{ paddle}}^i$ は

$$\begin{aligned} f_{\# i \text{ paddle}}^i &= \int_{\# i \text{ paddle}} \psi^{iT} df \\ &= \int_{\# i \text{ paddle}} \psi^{iT} dm C^i \dot{v} + \int_{\# i \text{ paddle}} \psi^{iT} \psi^i dm \ddot{\eta}^i \\ &\quad + \left(\int_{\# i \text{ paddle}} \psi^{iT} dm C^i \dot{R}^{iT} + \int_{\# i \text{ paddle}} \psi^{iT} \dot{\rho}^{iT} dm C^i \right) \dot{\omega} \\ &= \delta^{0iT} C^i \dot{v} + (\delta^{0iT} C^i \dot{R}^{iT} + \delta^{1iT} C^i) \dot{\omega} + \ddot{\eta}^i \end{aligned} \quad (5.26)$$

と求められる。

一方、モード座標における # i バドルの弾性力は、地上試験におけるアイソグリッドバネの場合と同様に考える。さらにここではバドルの減衰力も考えると、モード座標系における弾性力と減衰力は、片持ち境界条件における固有値解析から得られるモード質量行列 μ^i 、固有角振動数行列 Ω^i 及びモード減衰比行列 ζ^i を用いて、

$$f_{\# i \text{ paddle}}^i = -2\mu^i \zeta^i \Omega^i \dot{\eta}^i - \mu^i (\Omega^i)^2 \eta^i \quad (5.27)$$

と表現できるものとする。これらよりモード座標における # i バドルの振動方程式は

$$\delta^{0iT} C^i \ddot{v} + (\delta^{0iT} C^i \dot{R}^{iT} + \delta^{1iT} C^i) \dot{\omega} + \mu^i (\ddot{\eta}^i + 2\zeta^i \Omega^i \dot{\eta}^i + (\Omega^i)^2 \eta^i) = 0 \quad (5.28)$$

となる。ただし固有角振動数行列 Ω^i とモード減衰比行列 ζ^i は、ここでは事前のバドル部分構造物の振動試験結果から判明している7つのバドル片持ち角振動数 $\omega_1^i \sim \omega_7^i$ と、そのモードに対応する減衰比 $\zeta_1^i \sim \zeta_7^i$ を用いて

$$\Omega^i = \text{diag}\{\omega_1^i \quad \omega_2^i \quad \dots \quad \omega_7^i\} \quad (5.29)$$

$$\zeta^i = \text{diag}\{\zeta_1^i \quad \zeta_2^i \quad \dots \quad \zeta_7^i\} \quad (5.30)$$

と定義する。これらは衛星本体を慣性空間に固定した時のモード解析から得られるモーダルパラメータであり、ETS-VIの7つのパドル片持ち振動数とそのモードに対応する減衰比の具体的な数値を表5.1に示す。

表 5.1 ETS-VI パドル片持ち振動モード

モード番号	モード名称	振動数 [Hz]	減衰比
1	面外1次	0.1035	0.005
2	面内1次	0.2560	0.005
3	ねじり1次	0.3949	0.005
4	面外2次	0.7417	0.005
5	ねじり2次	1.259	0.005
6	面外3次	1.996	0.005
7	面内2次	2.868	0.005

以上のすべての運動方程式をまとめて書き並べると

$$m\dot{u} + C^{1T} \delta^{01} \dot{\eta}^1 + C^{2T} \delta^{02} \dot{\eta}^2 = F \quad (5.31)$$

$$I\dot{\omega} + (\bar{R}^1 C^{1T} \delta^{01} + C^{1T} \delta^{11}) \dot{\eta}^1 + (\bar{R}^2 C^{2T} \delta^{02} + C^{2T} \delta^{12}) \dot{\eta}^2 = T \quad (5.32)$$

$$\delta^{01T} C^1 \dot{v} + (\delta^{01T} C^1 \bar{R}^{1T} + \delta^{11T} C^1) \dot{\omega} + \mu^1 (\dot{\eta}^1 + 2\zeta^1 \Omega^1 \dot{\eta}^1 + (\Omega^1)^2 \eta^1) = 0 \quad (5.33)$$

$$\delta^{02T} C^2 \dot{v} + (\delta^{02T} C^2 \bar{R}^{2T} + \delta^{12T} C^2) \dot{\omega} + \mu^2 (\dot{\eta}^2 + 2\zeta^2 \Omega^2 \dot{\eta}^2 + (\Omega^2)^2 \eta^2) = 0 \quad (5.34)$$

となる。さらに並進カップリング行列 ϵ^i 回転カップリング行列 δ^i を

$$\epsilon^i = C^{iT} \delta^{i0} \quad (5.35)$$

$$\delta^i = \bar{R}^i C^{iT} \delta^{i0} + C^{iT} \delta^{i1} \quad (5.36)$$

と定義すれば、(5.31)-(5.34)式は

$$m\dot{v} + \epsilon^1 \dot{\eta}^1 + \epsilon^2 \dot{\eta}^2 = F \quad (5.37)$$

$$I\dot{\omega} + \delta^1 \dot{\eta}^1 + \delta^2 \dot{\eta}^2 = T \quad (5.38)$$

$$\epsilon^{1T} \dot{v} + \delta^{1T} \dot{\omega} + \mu^1 (\dot{\eta}^1 + 2\zeta^1 \Omega^1 \dot{\eta}^1 + (\Omega^1)^2 \eta^1) = 0 \quad (5.39)$$

$$\epsilon^{2T} \dot{v} + \delta^{2T} \dot{\omega} + \mu^2 (\dot{\eta}^2 + 2\zeta^2 \Omega^2 \dot{\eta}^2 + (\Omega^2)^2 \eta^2) = 0 \quad (5.40)$$

とまとめられる。ここで並進・姿勢運動及びバドル振動共に十分微小量であるとするとき $v = \dot{x}, \omega = \dot{\theta}$ と近似でき $z = [x^T \theta^T \eta^T \eta^{2T}]^T$ と書き直すと (5.37)-(5.40) 式は並進・回転運動を考慮した振動方程式の質量行列 M 、減衰行列 D 、剛性行列 K 、外力行列 G を用いて

$$M\ddot{z} + D\dot{z} + Kz = G \quad (5.41)$$

と記述できる。ここで M, D, K, G はそれぞれ

$$M = \begin{bmatrix} mU_{3 \times 3} & & \epsilon^1 & \epsilon^2 \\ & I_{3 \times 3} & \delta^1 & \delta^2 \\ \epsilon^{1T} & \delta^{1T} & \mu^1 & \\ \epsilon^{2T} & \delta^{2T} & & \mu^2 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

$$D = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & & & \\ & O_{3 \times 3} & & \\ & & 2\mu^1 \zeta^1 \Omega^1 & \\ & & & 2\mu^2 \zeta^2 \Omega^2 \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

$$K = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & & & \\ & O_{3 \times 3} & & \\ & & \mu^1 (\Omega^1)^2 & \\ & & & \mu^2 (\Omega^2)^2 \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$G = \begin{bmatrix} F \\ T \\ O_{7 \times 1} \\ O_{7 \times 1} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

となる。ここで U, O はそれぞれ添字のサイズの単位行列、零行列とする。(5.41) 式から求められるシステム行列 A は

$$A = \begin{bmatrix} O_{20 \times 20} & U_{20 \times 20} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

となるが、この固有値を計算することにより衛星全系の固有振動モードを求めることができる。表 5.2 にその振動モードの名称、固有振動数、減衰比を示す。表のなかでそれぞれのモードが衛星本体のどの軸回りの回転運動と干渉するかを R(oll), P(itch), Y(aw) で表している。

表 5.2 ETS-VI 全系の固有振動モード

モード番号	モード名称	振動数 [Hz]	減衰係数	衛星本体との干渉	
				並進	回転
1	並進 x 方向	0	—	—	—
2	並進 y 方向	0	—	—	—
3	並進 z 方向	0	—	—	—
4	回転 x 方向	0	—	—	—
5	回転 y 方向	0	—	—	—
6	回転 z 方向	0	—	—	—
7	面外対称 1 次	0.1063	0.005	R	P
8	面外逆対称 1 次	0.1972	0.005	P, Y	Y
9	面内対称 1 次	0.2632	0.005	Y	—
10	ねじり対称 1 次	0.3949	0.005	—	—
11	ねじり逆対称 1 次	0.3985	0.005	—	P
12	面内逆対称 1 次	0.4708	0.005	—	R
13	面内対称 2 次	0.7483	0.005	R	—
14	面内逆対称 2 次	0.7719	0.005	—	Y
15	ねじり対称 2 次	1.259	0.005	—	—
16	ねじり逆対称 2 次	1.260	0.005	—	P
17	面外対称 3 次	2.002	0.005	R	—
18	面外逆対称 3 次	2.009	0.005	—	Y
19	面内対称 2 次	2.884	0.005	Y	—
20	面内逆対称 2 次	2.886	0.005	—	R

以上から並進運動を考慮しない場合の運動方程式は、 $z^* = [\theta^T \eta^1 \eta^2]^T$ として (5.41) 式を変形して、回転運動のみを考慮した振動方程式の質量行列 M^* 、減衰行列 D^* 、剛性行列 K^* 、外力行列 G^* を用いて

$$M^* \ddot{z}^* + D^* \dot{z}^* + K^* z^* = G^* \quad (5.47)$$

となる。この時の M^* 、 D^* 、 K^* 、 G^* はそれぞれ

$$M^* = \begin{bmatrix} 1 & \delta^1 & \delta^2 \\ \delta^{1T} & U & \\ \delta^{2T} & & U \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

$$D^* = \begin{bmatrix} O & & \\ & 2\mu^1 \zeta^1 \Omega^1 & \\ & & 2\mu^2 \zeta^2 \Omega^2 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

$$K^* = \begin{bmatrix} O & & \\ & \mu^1 (\Omega^1)^2 & \\ & & \mu^2 (\Omega^2)^2 \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

$$G^* = \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

である。

(d) バドル座標系での運動方程式の記述

(5.18)式で得られた衛星座標系での全系の慣性モーメントはバドルの回転角に依存して時変数であり、さらに3軸間に干渉が生じるのでこのままでは制御系設計が容易ではない。そこで衛星本体がほぼ対称な形をしていることに注目して、運動方程式をバドル座標系で記述することを考える。並進運動を除いた運動方程式

$$I\ddot{\theta} + \delta^1 \dot{\eta}^1 + \delta^2 \dot{\eta}^2 = T \quad (5.52)$$

$$\delta^{1T} \ddot{\theta} + \mu^1 (\ddot{\eta}^1 + 2\zeta^1 \Omega^1 \dot{\eta}^1 + (\Omega^1)^2 \eta^1) = 0 \quad (5.53)$$

$$\delta^{2T} \ddot{\theta} + \mu^2 (\ddot{\eta}^2 + 2\zeta^2 \Omega^2 \dot{\eta}^2 + (\Omega^2)^2 \eta^2) = 0 \quad (5.54)$$

において(5.52)式を南面バドル座標系に変換することとする。(5.52)式の左側から C^1 を掛けて

$$C^1 I C^{1T} C^1 \ddot{\theta} + C^1 \delta^1 \dot{\eta}^1 + C^1 \delta^2 \dot{\eta}^2 = C^1 T \quad (5.55)$$

となるが、バドル座標系から見た時の姿勢角、慣性モーメント、カップリング行列をそれぞれ $\bar{\theta}$, \bar{I} , $\bar{\delta}^i$ とおけば

$$C^1 \theta = \bar{\theta} \quad (5.56)$$

$$C^1 I C^{1T} = \bar{I} \quad (5.57)$$

$$C^1 \delta^1 = \bar{\delta}^1 \quad (5.58)$$

$$C^1 \delta^2 = \bar{\delta}^2 \quad (5.59)$$

なる関係が得られる。これらを用いて(5.55)式は

$$\bar{I} \ddot{\theta} + \bar{\delta}^1 \dot{\eta}^1 + \bar{\delta}^2 \dot{\eta}^2 = C^1 T \quad (5.60)$$

となる。そして変換式(5.56)~(5.59)式を用いれば(5.53), (5.54)式のバドルの振動方程式は

$$\bar{\delta}^{1T} \ddot{\theta} + \mu^1 (\ddot{\eta}^1 + 2\zeta^1 \Omega^1 \dot{\eta}^1 + (\Omega^1)^2 \eta^1) = 0 \quad (5.61)$$

$$\bar{\delta}^{2T} \ddot{\theta} + \mu^2 (\ddot{\eta}^2 + 2\zeta^2 \Omega^2 \dot{\eta}^2 + (\Omega^2)^2 \eta^2) = 0 \quad (5.62)$$

となる。さてここで $\bar{I}, \bar{\delta}^i$ についてさらに考察する。ここで以下の仮定を設定する。

・衛星本体が第2軸に関して対称で慣性乗積項は無視できる、つまり回転対称な衛星本体の慣性モーメント I^b は x, y 軸回りの慣性モーメント I_{xx} と I_{yy} を用いて

$$I^b = \text{diag}\{I_{xx}^b, I_{yy}^b, I_{zz}^b\} \quad (5.63)$$

であると仮定する。

・南北両パドルは全く同一であり、その単体での慣性乗積項も無視できる、つまり

$$m^1 = m^2 = m^p \quad (5.64)$$

$$I^1 = I^2 = I^p = \text{diag}\{I_{xx}^p, I_{yy}^p, I_{zz}^p\} \quad (5.65)$$

$$\delta^{01} = \delta^{02} = \delta^{0*} \quad (5.66)$$

$$\delta^{11} = \delta^{12} = \delta^{1*} \quad (5.67)$$

と仮定する。ここで m^p, I^p, δ^{i*} はそれぞれ、衛星本体が対称な場合のパドル質量、パドル単体のパドル重心回りの慣性モーメント、パドルカップリング行列である。

・衛星とパドルのインターフェイス点は南北対称で R^i, r^i はどちらも第2軸成分のみとする。その第2軸成分をそれぞれ R, r とおくと、

$$R^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{bmatrix}, \quad R^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

$$r^1 = r^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

であると仮定する。

以上三つの仮定のもとに $\bar{I}, \bar{\delta}^i$ は (5.57)~(5.59) 式より

$$\bar{I} = I^b + 2I^p + 2m^p(r+R)^2 \text{diag}\{1, 0, 1\} \quad (5.70)$$

$$\bar{\delta}^i = \text{diag}\{\pm 1, \pm 1, 1\}(\bar{R}\delta^{0*} + \delta^{1*}) \quad +/- \quad \text{for } i=1/2 \quad (5.71)$$

となる。(5.70) 式の \bar{I} とび (5.71) 式の $\bar{\delta}^i$ はどちらも時間に依存しない定数であり、かつ入力について非干渉化されている。このため前述の仮定が満足される状況では、パドル座標系での運動方程式の記述は制御系設計にとって有益である。

以上をひとつの行列の形にまとめると、 $\bar{z} = [\bar{\theta}^T \eta^1{}^T \eta^2{}^T]^T$ を変数とし、さらにパドル座標系での振動方程式の質量行列 \bar{M}^* 、減衰行列 \bar{D}^* 、剛性行列 \bar{K}^* 、外力行列 \bar{G}^* を用いて

$$\bar{M}^* \ddot{z}^* + \bar{D}^* \dot{z}^* + \bar{K}^* z^* = \bar{G}^* \quad (5.72)$$

と表現できる。この時の \bar{M}^* , \bar{D}^* , \bar{K}^* , \bar{G}^* はそれぞれ

$$\bar{M}^* = \begin{bmatrix} \bar{I} & \bar{\delta}^1 & \bar{\delta}^2 \\ \bar{\delta}^{1T} & \mu^1 & \\ \bar{\delta}^{2T} & & \mu^2 \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

$$\bar{D}^* = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 2\mu^1 \zeta^1 \Omega^1 & \\ & & 2\mu^2 \zeta^2 \Omega^2 \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

$$\bar{K}^* = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & \mu^1 (\Omega^1)^2 & \\ & & \mu^2 (\Omega^2)^2 \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

$$\bar{G}^* = \begin{bmatrix} C^{1T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

である。

さらに南北両太陽電池パドルが完全に同一と仮定した完全対称モデルでは、振動モードが全系で対称モードと非対称モードに分かれる。対称モードは衛星本体の並進運動のみと干渉し、姿勢運動には全く寄与しないので分離することができる。その方法は次の変数変換で可能となる。

$$z^* = \Gamma \psi \quad (5.77)$$

ここで Γ は対称モードを分離するための変換行列であり

$$\Gamma = \begin{bmatrix} U & & \\ & U/\sqrt{2} & U/\sqrt{2} \\ & U/\sqrt{2} & -U/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

である。この変換により (5.72) 式は

$$\Gamma^T \bar{M}^* \Gamma \ddot{\psi}^* + \Gamma^T \bar{D}^* \Gamma \dot{\psi}^* + \Gamma^T \bar{K}^* \Gamma \psi^* = \Gamma^T \bar{G}^* \quad (5.79)$$

となるが、 \bar{M}^* , \bar{D}^* , \bar{K}^* , \bar{G}^* の構造的性質から

$$\Gamma^T \bar{M}^* \Gamma = \begin{bmatrix} \bar{I} & (\bar{\delta}^1 + \bar{\delta}^2)/\sqrt{2} & (\bar{\delta}^1 - \bar{\delta}^2)/\sqrt{2} \\ (\bar{\delta}^{1T} + \bar{\delta}^{2T})/\sqrt{2} & U & \\ (\bar{\delta}^{2T} - \bar{\delta}^{1T})/\sqrt{2} & & U \end{bmatrix} \quad (5.80)$$

$$\Gamma^T \bar{D}^* \Gamma = \bar{D}^* \quad (5.81)$$

$$\Gamma^T \bar{K}^* \Gamma = \bar{K}^* \quad (5.82)$$

となる。(5.71)式の δ^i の構造より、南北バドルでその第1及び2軸方向のみ符号反対、第3軸は同値であるため $\Gamma^T \dot{M} \Gamma$ の(1,2)及び(1,3)成分は

$$(\delta_j^1 + \delta_j^2)/\sqrt{2} = 0 \quad \text{for } j=1, 2 \quad (5.83)$$

$$(\delta_j^1 - \delta_j^2)/\sqrt{2} = 0 \quad \text{for } j=3 \quad (5.84)$$

となり姿勢運動に寄与する非対称モードと姿勢運動に無関係な対称モードに分離でき、運動方程式から対称モードを消去して次数を下げるができる。運動方程式の変数を姿勢に関する項 $\bar{\theta}$ と非対称モードに関する項 ξ のみとして $\hat{\psi} = [\bar{\theta} \quad \xi]$ とすれば、非対称モードのみを考慮した質量行列 \hat{M} 、減衰行列 \hat{D} 、剛性行列 \hat{K} 、外力行列 \hat{G} を用いて

$$\hat{M} \ddot{\hat{\psi}} + \hat{D} \dot{\hat{\psi}} + \hat{K} \hat{\psi} = \hat{G} \quad (5.85)$$

となる。この時の \hat{M} 、 \hat{D} 、 \hat{K} 、 \hat{G} はそれぞれ

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} \bar{I} & \sqrt{2}\delta^1 \\ \sqrt{2}\delta^{1T} & \mu^1 \end{bmatrix} \quad (5.86)$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} 0 & \\ & 2\mu^1 \zeta^1 \Omega^1 \end{bmatrix} \quad (5.87)$$

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} 0 & \\ & \mu^1 (\Omega^1)^2 \end{bmatrix} \quad (5.88)$$

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} C^{1T} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.89)$$

である。

(e) アクチュエータモデル

ETS-VIに搭載されているアクチュエータで軌道上実験時に使用できるものは、ガスジェットスラスタ(RCS)とリアクションホイール(RW)である。

スラスタは比較的大きな出力が得られるアクチュエータであるが、出力の大きさは一定値(ETS-VIの場合約1[N])であり、噴射時間を制御することで姿勢・軌道制御に必要な力積やトルク積を発生させる。スラスタの出力プロファイルには立上り立下りに時間的遅れがあり、またETS-VIでは搭載本数の制約から、スラスタの配置が偶力を発生するようにはなっていないため(図5.4)、姿勢制御時に並進運動が励起されるといった欠点もある。またこれらのスラスタによって発生されるトルクは、スラスタの取付点の違いからロール方向が1.5[Nm]、ピッチ、ヨー方向が1.2[Nm]であり、制御系からの指令トルクに対してこれらのスケールリングが必要となる。

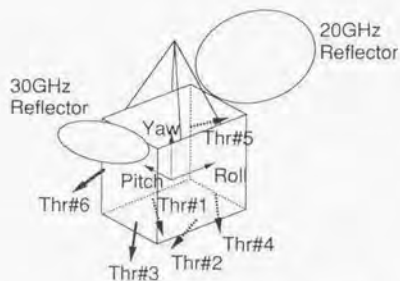


図 5.5 衛星本体のスラスタ取付位置と噴射方向

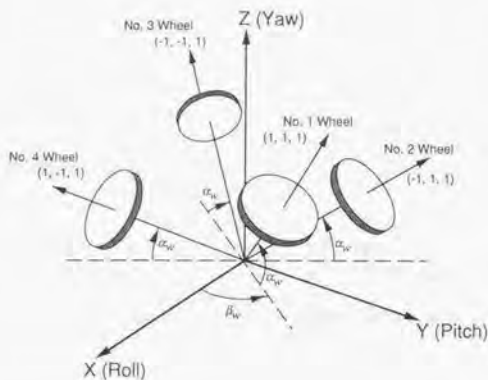


図 5.6 ETS-VI の冗長リアクションホイール系の取付方向

一方、ホイールは出力は小さいが、高精度の制御性能が期待できるものであり、角運動量制御のために用いられるものである。このため、制御系で生成されたトルク指令は、一度積分されて角運動量指令に変換されてからホイールに印加される。また ETS-VI ではいわゆるスキューに配置された 4 つのホイールが冗長系を構成しているため、角運動量指令値は分配行列を掛け合わせてから各ホイールを駆動する (図 5.5)。

(e.1) スラストモデル

姿勢制御に用いる6つのスラストについて、取付位置 (d^k) とその発生力方向 (F^k) を以下のように定義する。

$$\text{取付位置 : } d^k = \{b\}^T d^k = \begin{bmatrix} d_1^k \\ d_2^k \\ d_3^k \end{bmatrix} \quad (5.90)$$

$$\text{発生力方向 : } F^k = \{b\}^T F^k = f^k \begin{bmatrix} \sin \alpha_{th}^k \cos \beta_{th}^k \\ \sin \alpha_{th}^k \sin \beta_{th}^k \\ \cos \alpha_{th}^k \end{bmatrix} \quad (5.91)$$

ここで $\alpha_{th}^k, \beta_{th}^k$ はそれぞれ、スラスト発生力方向を衛星座標系で図 4.1 のように定義した時の、スラストベクトルのいわゆる倒れ角と方位角に相当している。また、 f^k は第 k スラストが発生する力であり、ノミナル 0.95 [N] でばらつきがその 10% とする。(5.90), (5.91) 式よりスラストによって発生する制御力 F_{th} とトルク T_{th} はそれぞれ、

$$F_{th} = \sum_{k=1}^6 F^k = \sum_{k=1}^6 \begin{bmatrix} F_1^k \\ F_2^k \\ F_3^k \end{bmatrix} \quad (5.92)$$

$$T_{th} = \sum_{k=1}^6 d^{th} F^k \quad (5.93)$$

$$= \sum_{k=1}^6 \begin{bmatrix} 0 & -d_3^k & d_2^k \\ d_3^k & 0 & -d_1^k \\ -d_2^k & d_1^k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1^k \\ F_2^k \\ F_3^k \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^6 \begin{bmatrix} d_2^k F_3^k - d_3^k F_2^k \\ d_3^k F_1^k - d_1^k F_3^k \\ d_1^k F_2^k - d_2^k F_1^k \end{bmatrix}$$

となる。各スラストが受け持つ軸方向と、スラスト噴射時に同時に励起される並進方向を表 5.3 にまとめる。

表 5.3 制御軸と対応するスラスト及び励起する並進運動

制御軸	スラスト番号	励起される並進運動
+Roll	1A	+Z, +Y
-Roll	2A	+Z, -Y
+Pitch	3A	+Z, +X
-Pitch	4A	+Z, -X
+Yaw	5A	-X, +Y
-Yaw	6A	+X, +Y

ところで姿勢制御系は連続的な制御信号をアクチュエータが出力できるものとしているが、実際にはスラスタの動作はオンかオフしか取れない。そこで一般には、スラスタ・パルス幅変調機能を用いてスラスタコマンドを生成している。ETS-VIでも以下のような規則でパルス幅を变調している。

[1] スラスタ噴射幅の計算では、1カウント=1 [msec] 単位の分解能で表現する。ただし実際の噴射幅指令は2カウント単位、例えば30, 32, 34カウントのように偶数カウントとし、奇数カウントの場合はそれを越えない偶数に置き換える。

[2] 前回までの未噴射積分量と今回の噴射指令値の和を求め、それをスラスタ噴射幅とする。

[3] 最小噴射カウント値を30カウントとし、これに満たない指令値は次回以降の噴射量に積分される。

[4] 最大噴射カウント値を250カウントとし、この値をロール軸回りで1.5 [Nm]、それ以外の軸回りで1.2 [Nm] の発生トルクに換算する。

[4] 最大噴射カウント値を越える指令は250カウントで打ち切り、次回以降の噴射量に残り分を持ち越さない(250カウントでリミッタをかける)。

数値シミュレーションを行う際は、これらのことを正確に反映させる必要がある。

(e.2) ホイールモデル

リアクションホイールは図5.6のように配置されているので、これより第 m ホイール($m=1\sim 4$)の発生する角運動量 h^m と衛星本体の各軸の成分 $H_1^w \sim H_3^w$ の関係は、変換行列を H^w として

$$\begin{bmatrix} H_1^w \\ H_2^w \\ H_3^w \end{bmatrix} = H^w \begin{bmatrix} h^1 \\ h^2 \\ h^3 \\ h^4 \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

となる。ここで H^w はホイールの取付仰角 α_w と取付方位角 β_w より定められる行列であり

$$H^w = \begin{bmatrix} \cos \alpha_w \cos \beta_w & -\cos \alpha_w \sin \beta_w & -\cos \alpha_w \cos \beta_w & \cos \alpha_w \sin \beta_w \\ \cos \alpha_w \sin \beta_w & \cos \alpha_w \cos \beta_w & -\cos \alpha_w \sin \beta_w & -\cos \alpha_w \cos \beta_w \\ \sin \alpha_w & \sin \alpha_w & \sin \alpha_w & \sin \alpha_w \end{bmatrix} \quad (5.95)$$

である。制御系から生成されたトルク指令値を、一度積分して各ホイールへの駆動コマンドとするために、(5.95)式の逆変換が必要となる。(5.95)式の H^w の擬似逆行列 H^{w+} は

$$H^{w+} = H^{wT} (H^w H^{wT})^{-1} = \frac{3}{4} H^{wT} \quad (5.96)$$

として計算される。

ところで実際の衛星のホイールには、ゼロクロス時の摩擦の影響を抑えるため速度制御ループが施してあるため、図 5.7 のようなモデルになっていると考えられる。

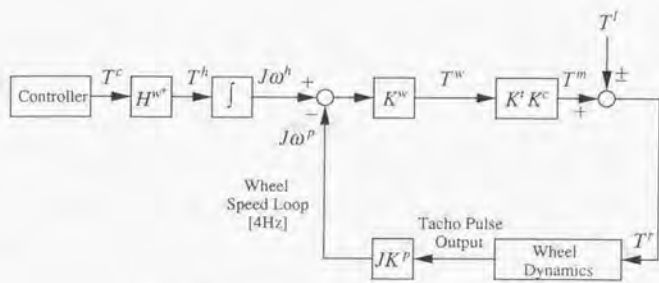


図 5.7 ETS-VI のホイール駆動系の制御ループ

制御系の出力信号を T^c 、ホイールへの分配トルクを T^h とすると

$$T^h = H^{w^*} T^c \quad (5.97)$$

ホイールの速度制御ループへの入力角速度 ω^h は、ホイールの慣性モーメントを J として

$$J\omega^h = \int T^h dt \quad (5.98)$$

である。速度制御ループは時定数 K^w であり、ホイール入力トルク T^w は

$$T^w = K^w (J\omega^h - J\omega^p) \quad (5.99)$$

である。実際にはホイールへの入力信号は、ホイール出力制御トルク 0.1 [Nm] が 127 カウント相当になるように量子化され（量子化オペレータを K^c とする）、 127 カウントが 0.12 [Nm] 出力されるよう、さらに別のゲイン K^l がかけられる。従ってホイールモータ出力トルク T^m は

$$T^m = K^l K^c (T^w) \quad (5.100)$$

と表せる。この K^c と K^l を掛け合わせると 1 にはならないが、これは摩擦トルク分を修正しているためなのでこれで問題はないことになる。モーター出力トルク T^m に摩擦トルク T^f が加わって、実際のホイール出力トルク T^r が得られる。

$$T^r = T^m \pm T^f \quad (5.101)$$

ここで符号±はホイール回転速度 ω と逆の符号である。摩擦トルク T^f は

$$\text{静止摩擦トルク } T^f(\omega = 0) = 0.015[\text{Nm}] \quad (5.102)$$

$$\text{すべり摩擦トルク } T^f(\omega) = 0.018[\text{Nm}] \text{ 以下} \quad (5.103)$$

の仕様に従った。

ホイール速度制御ループにはホイール回転数 ω^p がフィードバックされるが、これはホイールのタコパルス出力（1周当たり90パルス）から算出される。この速度制御ループはソフトウェアで実現しているため、その更新周期は制御系の周期と同じく4 [Hz]である。また数値シミュレーションプログラム作成の際は、ホイールの反力が衛星本体への制御トルクとなることから、ホイールへの駆動信号の符号を反転させる必要がある。

(f) 加速度計モデル

ETS-VIは図5.8に示すように、加速度計(PACC)を各パドルに3個づつ合計6個搭載している。6個のPACCに#1から#6まで番号を付け区別すると、#1～#3は南面パドルに、#4～#6は北面パドルに搭載されている。

まず#i PACCの取付位置ベクトルを p^n とすると

$$\text{南面パドル : } p^n = \{a^1\}^T p^n = \{a^1\}^T \begin{bmatrix} p_1^n \\ p_2^n \\ p_3^n \end{bmatrix} \quad n = 1 \sim 3 \quad (5.104)$$

$$\text{北面パドル : } p^n = \{a^2\}^T p^n = \{a^1\}^T \begin{bmatrix} p_1^n \\ p_2^n \\ p_3^n \end{bmatrix} \quad n = 4 \sim 6 \quad (5.105)$$

となる。

さてPACCの出力信号を α^n とすると、 α^n は南面パドルのPACCの場合

$$\begin{aligned} \alpha^n &= s^n \cdot [\dot{v} + \dot{\omega} \times (R^1 + r^1 + p^n + w^n) + \ddot{w}^n] \\ &= s^{nT} [C^1 \dot{v} + C^1 \dot{\omega} v + C^1 \ddot{\omega} (R^1 + C^{1T} \{r^1 + p^n + \psi^{1n} \eta^1\}) + \psi^{1n} \ddot{\eta}^1] \quad n = 1 \sim 3 \end{aligned} \quad (5.106)$$

であり、一方北面パドルのPACCの場合

$$\begin{aligned}
 \alpha^n &= s^n \cdot [\dot{v} + \dot{\omega} \times (R^2 + r^2 + p^n + w^n) + \dot{w}^n] \\
 &= s^{nT} [C^2 \dot{v} + C^2 \dot{\omega} v + C^2 \dot{\omega} (R^2 + C^{2T} \{r^2 + p^n + \psi^{2n} \eta^2\}) + \psi^{2n} \dot{\eta}^2] \quad n = 4 \sim 6
 \end{aligned}
 \tag{5.107}$$

である。ここで s^n, \dot{v} はそれぞれ、第 n PACC の感度方向ベクトル、衛星本体の並進加速度ベクトルであり、 ψ^{1n}, ψ^{2n} はそれぞれ南面、北面パドル上での PACC 取付点でのモードシェーブである。

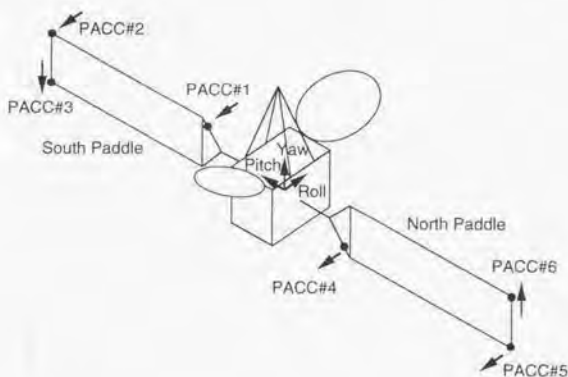


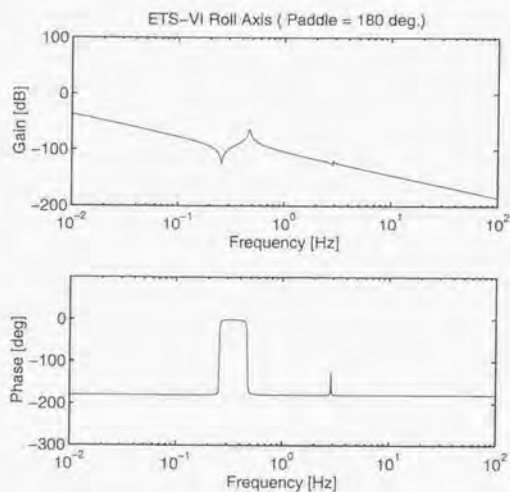
図 5.8 ETS-VI の太陽電池パドル上での加速度計 (PACC) の取付方向と感度方向 (矢印方向が正)

(g) 制御系設計モデル

以上の動力学モデルから、FLEX 実験における軌道上制御実験のための軸別の制御系設計用モデルを計算する。このモデルはトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数を求めたもので、図 5.9 ~ 5.11 までロール、ピッチ、ヨーの各軸について状態空間表現 (上側) とボード線図表現 (下側) で表す。

0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	7.956E-3
0	-8.7405E+0	0	0	-2.956E-2	0	-1.228E-2
0	0	-3.2888E+2	0	0	-1.813E-1	-1.671E-3
7.965E-3	-1.228E-2	-1.671E-3	0	0	0	0

(a) 状態空間表現

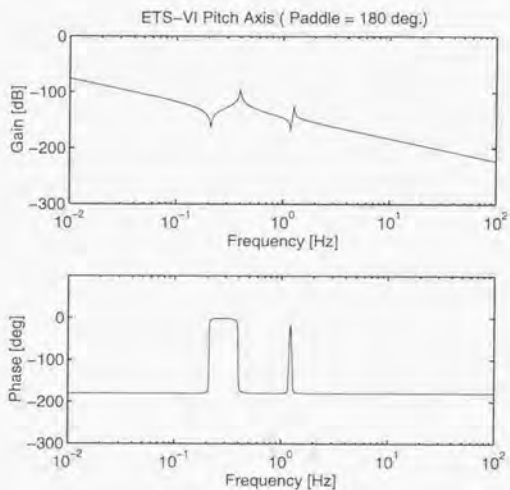


(b) ボード線図表現

図 5.9 ETS-VI におけるロール軸回りのトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 - (パドル角 = 180 度) -

0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	-8.212E-4
0	-6.213E+0	0	0	-2.493E-2	0	-1.293E-3
0	0	-6.271E+1	0	0	-7.919E-2	6.077E-4
-8.212E-4	-1.293E-3	6.077E-4	0	0	0	0

(a) 状態空間表現

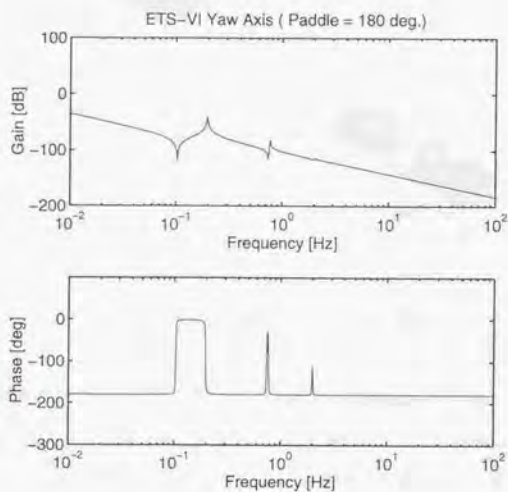


(b) ボード線図表現

図 5.10 ETS-VI におけるピッチ軸回りのトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数 (パドル角 = 180 度) -

0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.211E-3
0	-1.533E+0	0	0	0	-1.238E-2	0	0	0	-1.326E-2
0	0	-2.352E+1	0	0	0	-4.850E-2	0	0	4.606E-3
0	0	0	-1.594E+2	0	0	0	0	-1.263E-1	1.916E-3
-8.211E-3	-1.326E-2	4.606E-3	1.916E-3	0	0	0	0	0	0

(a) 状態空間表現



(b) ボード線図表現

図 5.11 ETS-VI におけるヨー軸回りのトルク入力から姿勢角出力までの伝達関数（パドル角 = 180 度）

5.4 バドル角 270 度形態での同定実験

軌道上同定実験では最終的に 3 回の加振実験が行われた。そのうち 1994 年 12 月 27 日未明に行われた第 1 回と、1995 年 1 月 13 日未明に行われた第 2 回の加振実験は、実験中の電力確保のために、軌道位置と太陽方向の関係を考慮して、太陽電池パドルの回転角を 270 度に固定して実験が行われた (図 5.12)。この形態ではパドル面外振動と衛星本体のロール軸回りの回転運動が、またパドル面内振動と衛星本体ヨー軸回りの回転運動が干渉する。

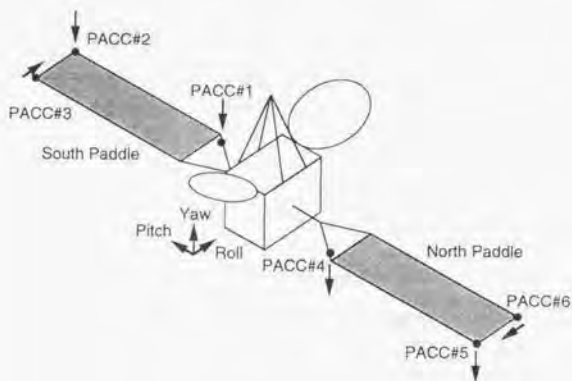


図 5.12 バドル回転角 270 度での衛星形態

加振実験の実験項目を表 5.4 及び 5.5 に示す。第 1 回加振実験はヨー軸回り (パドル面内振動を励起) の加振が、また第 2 回加振実験はロール軸回り (パドル面外振動を励起) の加振が行われた。どちらの実験も矩形波加振による 90 秒間の計測時間の実験が 4 回、720 秒間のランダム加振による実験が 2 回行われ、矩形波加振については励起する振動モードを変えるためにその噴射時間幅を適宜変更して加振した。

第 1 回のヨー軸加振ではテレメトリタイプを当初予定していた通り、標準的な A タイプと LEM 回線を併用する B タイプで行われた。A タイプでは実験用テレメトリとして姿勢角、姿勢角速度、代表的な PACC 信号 2 種類とスラスタ駆動信号が 4[Hz] でサンプルされて地上に伝送される。一方、B タイプでは全 PACC 信号を 24[Hz] でサンプルする LEM 回

線を併用し、テレメトリからは2種類のPACC信号とスラスタ駆動信号が1[Hz]サンプルで取得される。

ところがこの第1回ヨー軸加振実験が終了後、テレメトリAタイプとLEM回線が同時に利用できることが判明し、以後の実験ではテレメトリBタイプでの実験を変更して、すべてテレメトリAタイプとLEM回線を併用することになった。

表 5.4 第1回(面内加振)同定実験項目

番号	加振軸	加振方向	加振方法	TLM Type	噴射幅 [msec]	計測時間 [sec]
#01	ヨー	正	矩形波	A	250	90
#02	ヨー	負	矩形波	A	500	90
#03	ヨー	正	矩形波	A	125	90
#04	ヨー	-	ランダム	A	100	720
#05	ヨー	正	矩形波	B	500	90
#06	ヨー	-	ランダム	B	100	720

表 5.5 第2回(面外加振)同定実験項目

番号	加振軸	加振方向	加振方法	TLM Type	噴射幅 [msec]	計測時間 [sec]
#07	ロール	正	矩形波	A+LEM	150	90
#08	ロール	負	矩形波	A+LEM	600	90
#09	ロール	正	矩形波	A+LEM	300	90
#10	ロール	-	ランダム	A+LEM	100	720
#11	ロール	正	矩形波	A+LEM	600	90
#12	ロール	-	ランダム	A+LEM	100	720

計測時間については、矩形波加振では姿勢制御を完全に遮断して行っているため、地球センサの可測範囲内に十分収まっている必要があり、加振後の自由運動時間を90秒とした。またランダム加振についてはFFTやARXによる解析では、ある程度長時間のデータが必要とされるため、非常に弱い姿勢制御と角運動量制御を行いながら加振時間を720秒とした。

(1) 第1回ヨー軸(バドル面内振動)加振実験

1994年12月27日未明に行われた第1回目の加振実験ではバドル角270度形態で、バドル面内振動を励起するように、衛星本体のヨー軸回りに加振を行った。

なお、この軌道上同定実験では、ETS-VIに搭載されたスラスタの動作が不安定なため、必ずしも駆動信号通りの噴射幅にはならないことが実験後の調査により判明したため、すべての実験において

- ・スラスタ噴射力の推定
- ・姿勢角からの剛体モードとバドル振動モードの同定
- ・PACC信号による加速度からのバドル振動モードの同定

の順で解析を行った。

(a) ヨー軸スラスタ噴射力の推定

矩形波加振の入力となるスラスタの噴射力は直接、測定できないが、各実験終了後に、バス制御モードで姿勢の回復を行っており、その際矩形波加振によって蓄積された角運動量が、最終的にリアクションホイールに吸収される。その量はバス制御モード時のテレメトリを解析すれば簡単に推定できるはずである。本研究では、加振実験前後のヨー軸回りの蓄積角運動量を図 5.13 に示した。図 5.13 では約 90 秒までが定常制御モードであり、その後、矩形波加振によるデータ取得時間が約 90 秒間（この間、制御系は完全に遮断されている）続いている。そして、約 225 秒以降、再び、定常制御モードに移行して、衛星の姿勢が原点復帰する際の衛星全系の角運動量がホイールの回転となって蓄積されていく様子がわかる。この 90 秒以前の角運動量とホイールに蓄積された角運動量の変化が収束したと思われる約 350 秒以降との差を求めることにより、矩形波加振によって生成した角運動量が推定でき、その結果とスラスタ噴射時間から、スラスタ噴射力を蓄積角運動量/アーム長/有効噴射幅として推定することが可能となる。

表 5.6 にその値とそれから計算されるスラスタ噴射力の推定値をまとめる。実験運用手順の間違いから、ヨー軸加振実験では、加振開始直前のホイールのアンローディングを行わなかったため、実験開始時には、ホイールにかなりの量の蓄積角運動量が残っており、実験開始と共にホイールの減速により衛星には、その反力が外乱として作用してしまった。4.2 節で示される本実験のヨー軸回り姿勢角と姿勢角速度からわかるように、姿勢角の時間応答では本来直線となるべき応答がホイール外乱により直線にはなっていない。

なお、#01 実験の 250[msec] の加振では、250[msec] の噴射幅で計算するとスラスタ噴射力=1.6352[N]となり、明らかに異常な値である。そこで以下では、表 5.6 の有効噴射幅に記載されているように 750[msec] の噴射幅として計算を行った。

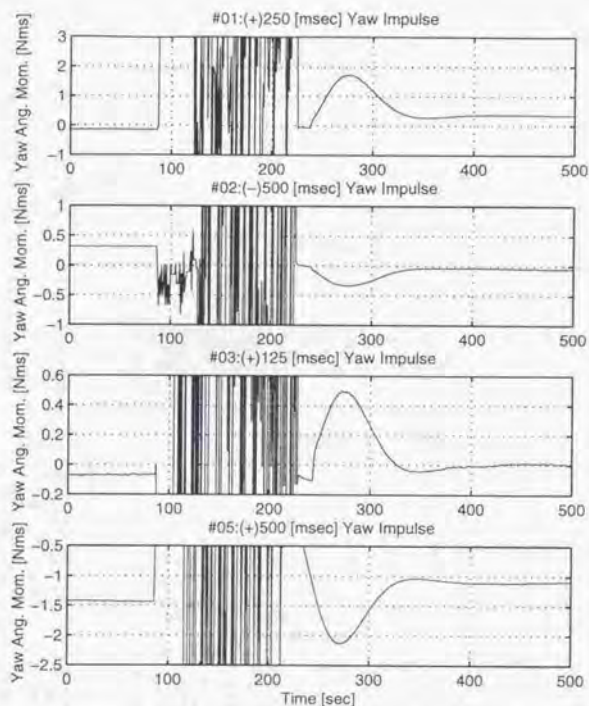


図 5.13 ヨー軸加振実験でのヨー軸回りの矩形波形加振実験開始前 (0~約 90 秒) と実験終了後 (約 225 秒以降) の蓄積角運動量の変化 (上から、#01,#02,#03,#05 実験)

表 5.6 ヨー軸加振実験でのスラスト噴射力の推定 (#01 ~ #04 の実験内容については表 5.4 を参照のこと)

実験番号		#01	#02	#03	#05
加振軸	ヨー	ヨー	ヨー	ヨー	ヨー
加振方向		正	負	正	正
蓄積角運動量	[Nms]	0.4905614	-0.3654065	0.0792198	0.3300998
アーム長	[m]	1.2	1.2	1.2	1.2
ノミナル噴射幅	[sec]	0.250	0.500	0.125	0.500
有効噴射幅	[sec]	0.750	0.500	0.125	0.500
噴射力	[N]	0.545068	0.609011	0.528132	0.550166

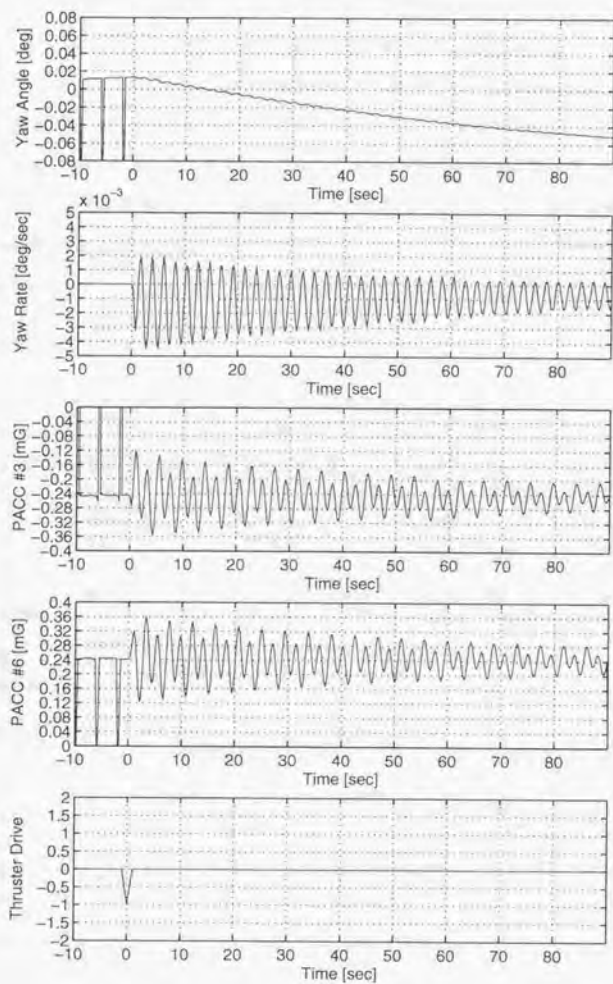


図 5.14 番号#02 実験でのテレメトリ取得データ (上からヨー軸姿勢角, ヨー軸姿勢レート, PACC#3, PACC#6, スラスタ駆動信号)

(b) ヨー軸加振実験の同定結果

第1回のヨー軸加振実験は表5.4に示したように、矩形波の噴射幅を変えて4回の矩形波加振が行われたが、ここではそのうちの一例として、番号#02の加振実験のテレメトリ取得データを図5.14に示す。図は上からヨー軸姿勢角、ヨー軸姿勢角速度、PACC#3、PACC#6、スラスト駆動信号である。

さて、拡張ERA（本論文で提案されたアルゴリズム）を用いて、姿勢角及びPACC#3、6データから同定された振動モードの振動数と減衰比を表5.7にまとめる。表の各欄とも上から順に振動数 [Hz]、減衰比 [%]、モード形状値 $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ であり、表中の空欄は拡張ERAによる解析においてハンケル行列の特異値分解の際に、そのモード振動数に対応する特異値が計算されなかったことを表している。

表 5.7 ヨー軸加振実験で同定された振動モードの振動数 [Hz]、減衰比 [%] とモード形状 $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ (#01 ~ #03 の実験内容については表 5.4 を参照のこと)

モード	打上前 予測値	#01 姿勢角	#01 PACC	#02 姿勢角	#02 PACC	#03 姿勢角	#03 PACC
面内 対称 1次	0.2523 (0.5%)		0.2296 (0.52%)		0.2297 (0.62%)		0.2292 (0.62%)
面内 逆対称 1次	0.4826 (0.5%) -1.832E-2	0.4593 (0.57%)	0.4589 (0.50%)	0.4587 (0.49%)	0.4590 (0.52%)	0.4601 (0.16%)	0.4586 (0.49%)
面外 逆対称 2次	0.5524 (0.5%)	0.6884 (3.5%)					
ねじり 対称 2次	1.260 (0.5%)	1.260 (0.66%)		1.242 (1.98%)		1.376 (1.5%)	
ねじり 逆対称 2次	1.261 (0.5%)					1.376 (1.5%)	
面外 対称 3次	1.434 (0.5%)	1.599 (0.36%)					
面外 逆対称 3次	1.438 (0.5%)	1.7232 (0.38%)				1.684 (0.32%)	

今回の加振では、ヨー軸回りの剛体モードや各振動モードのモード形状値は同定していない。これは前述のように、実験開始直前のホイールの蓄積角運動量が、矩形波加振後に外乱

として悪影響を与えてしまったためである。この点については、最初の軌道上実験の反省点として以後の実験に反映され、実験運用の見直しが図られた。表 5.7 では注目していた面内対称・逆対称曲げ 1 次モード以外にも高次の振動モードが同定されているが、取得された生データを見る限り、面内振動 1 次以外の振動モードについては信憑性に疑問が残る。事実、その後のロール軸加振データからの同定結果と比較すると高次の振動モードでは振動数において若干の差異が認められる。ヨー軸加振で正しく同定できたモードは、面内対称・逆対称曲げ 1 次モードのみと判断する。

(c) ヨー軸加振実験のまとめ

本加振実験を総括すると以下のようにまとめられる。

- ・注目していた面内 1 次振動モードは対称逆対称とも正確に同定できたが、モード形状値は求められなかった。
- ・加振実験開始直前にはホイールのアンローディングが必要である。
- ・スラスタの単一噴射では #01 実験のように誤動作する可能性があり、噴射幅時間に対する信頼性は低いと考えなければならない。
- ・スラスタ噴射力は事前の予想通り、 $0.55 \sim 0.6 [N]$ のレベルであったと考えられる。

(2) 第 2 回ロール軸（バドル面外振動）加振実験

1995 年 1 月 14 日未明に行われた第 2 回目の加振実験では、バドル角 270 度形態でバドル面外振動を励起するように、衛星本体のロール軸回りの加振した。ここでもこの実験結果について、スラスタ噴射力の推定、拡張 ERA による姿勢角データからの剛体モード、バドル面外振動モードの同定、PACC データによるバドル面外振動モードの同定を行う。

(a) ロール軸スラスタ噴射力の推定

ヨー軸加振の解析と同様、まず初めにスラスタ噴射力の推定を行う。図 5.15 に加振実験終了直後のロール軸回りの蓄積角運動量を示す。ロール軸加振実験では各実験開始直前に、ホイールのアンローディングを行っており、そのため実験開始時の蓄積角運動量は零とし、実験終了後のホイール吸収分のみを矩形波加振により生成した運動量と見なした。図中の破線はその際の最終的な蓄積角運動量と思われる値を示している。

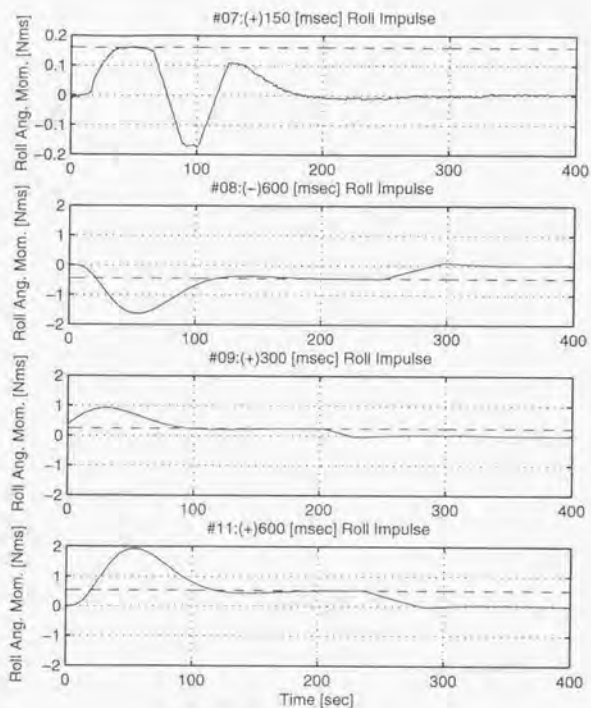


図 5.15 ロール軸加振実験でのロール軸回りの矩形波加振実験終了後の蓄積角運動量の変化(実線)とその最終的な収束値(破線)(上から、#07、#08、#09、#11 実験)

表 5.8 ロール軸加振時のスラスト噴射力の推定(#07 ~ #11 の実験内容については表 5.5 を参照のこと)

実験番号		#07	#08	#09	#11
加振軸		ロール	ロール	ロール	ロール
加振方向		正	負	正	正
蓄積角運動量	[Nms]	0.160810	-0.446010	0.239355	0.519929
アーム長	[m]	1.5	1.5	1.5	1.5
噴射幅	[sec]	0.150	0.600	0.300	0.600
噴射力	[N]	0.714713	0.495566	0.531901	0.577699
有効噴射力	[N]	0.5	0.4956	0.5319	0.5777

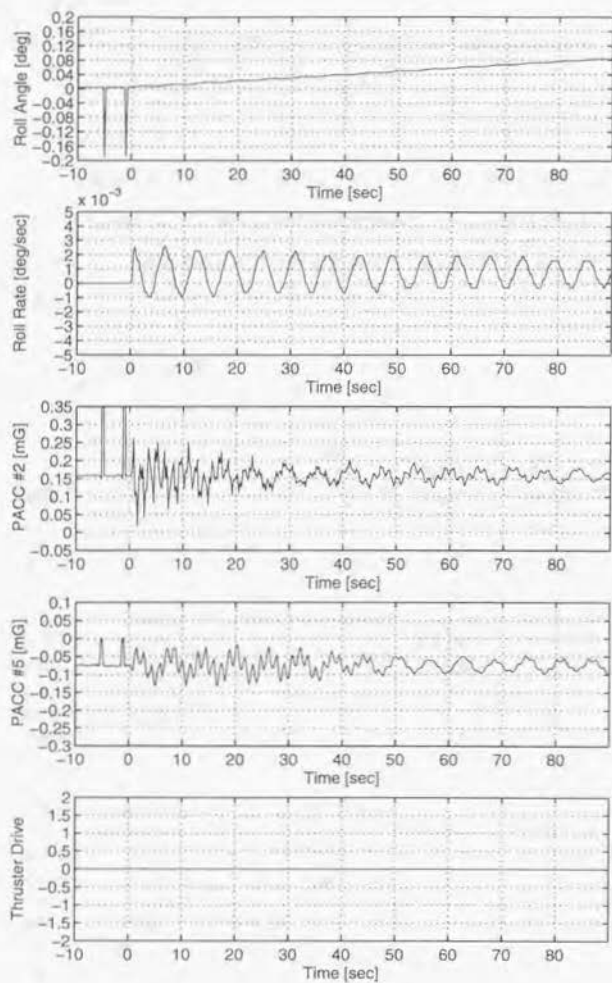


図 5.16 番号#09 実験でのテレメトリ取得データ (上からロール軸姿勢角, ロール軸姿勢レート, PACC#2, PACC#5, スラスタ駆動信号)

表 5.8 にその結果をまとめる。残念なことに初めの #07 加振実験では、実験終了後、ホイールによる角運動量の吸収が十分ではない時点でスラストによるアンローディングが始まったため、最終的な蓄積角運動量が正しく推定できなかった。そこで、以下の解析では +150[msec] の加振におけるスラスト噴射力だけは 0.5[N] を採用する。

(b) ロール軸加振実験の同定結果

第 2 回のロール軸加振実験でも、表 5.6 に示したように 4 回の矩形波加振が行われたが、ここではそのうちの一例として、番号 #09 の加振実験のテレメトリ取得データを図 5.16 に示す。図は上からロール軸姿勢角、ロール軸姿勢角速度、PACC#2、PACC#5、スラスト駆動信号である。

表 5.9 ロール軸加振実験において姿勢角データから同定された振動モードの振動数 [Hz]、減衰比 [%] とモード形状 [$1/\sqrt{\text{kgm}^2}$] (#07 ~ #11 の実験内容については表 5.4 を参照のこと)

モード	打上前 予測値	#07 姿勢角	#08 姿勢角	#09 姿勢角	#11 姿勢角
剛体 (ロール)	0.000 (—%) 7.991E-3	0.000 (—%) -8.0187E-3	0.000 (—%) -7.7439E-3	0.000 (—%) -8.0788E-3	0.000 (—%) -7.7962E-3
面外 逆対称 1次	0.1742 (0.5%) 1.176E-2	0.1643 (0.8186%) -1.1795E-2	0.1639 (0.8338%) -1.0517E-2	0.1646 (0.7588%) -1.0680E-2	0.1633 (0.7987%) -8.9926E-3
面外 対称 2次	0.5385 (0.5%)			0.6134 (0.4929%)	
面外 逆対称 2次	0.5524 (0.5%) -3.907E-3			0.6829 (0.4221%)	
ねじり 対称 2次	1.260 (0.5%)		1.266 (0.1441%)		
ねじり 逆対称 2次	1.261 (0.5%) -6.133E-4		1.344 (0.7380%)		
面外 対称 3次	1.434 (0.5%)				
面外 逆対称 3次	1.438 (0.5%) 1.575E-3				1.749 (1.365%)

さて、拡張 ERA を用いて姿勢角及び PACC データから同定された振動モードの振動数と

減衰比を表 5.9, 5.10 にまとめる。表の各欄とも上から順に振動数 [Hz], 減衰比 [%], モード形状値 [$1/\sqrt{\text{kgm}^2}$] である。なお、モード形状値とはモード行列の各振動モードに対応する要素を意味しており、この実験では、トルク入力 [Nm] 点と衛星本体ロール軸姿勢角出力 [rad] 点が一致する、コローションな系となる。また、表中の未記入の欄は、対応する振動モードの固有振動数が特異値分解で特定できなかった場合や、回帰法で入出力行列が収束しなかった場合を表す。

表 5.10 ロール軸加振実験において PACC#2, 5 データから同定された振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%] (#07 ~ #11 の実験内容については表 5.4 を参照のこと)

モード	打上前 予測値	#07 PACC	#08 PACC	#09 PACC	#11 PACC
面外対称 1次	0.1002 (0.5%)		0.09155 (1.022%)	0.09199 (1.256%)	0.09137 (1.167%)
面外逆対称 1次	0.1742 (0.5%)	0.1646 (0.7378%)	0.1639 (0.8573%)	0.1646 (0.7509%)	0.1633 (0.9632%)
面外対称 2次	0.5385 (0.5%)	0.6694 (0.5961%)	0.6663 (0.8688%)	0.6676 (0.6353%)	0.6610 (0.6464%)
面外逆対称 2次	0.5524 (0.5%)	0.6909 (0.6618%)	0.6819 (0.8410%)	0.6843 (0.7736%)	0.6764 (0.6829%)
ねじり 対称 2次	1.260 (0.5%)		1.288 (0.2573%)		1.282 (0.5566%)
ねじり 逆対称 2次	1.261 (0.5%)				
面外対称 3次	1.434 (0.5%)				
面外逆対称 3次	1.438 (0.5%)	1.756 (0.5033%)		1.749 (0.4686%)	

(c) ロール軸加振実験のまとめ

本加振実験を総括すると以下のようにまとめられる。

- ・姿勢角データからの同定では、注目していた剛体及び面外逆対称 1 次振動モードが、また PACC データからは面外対称・逆対称 1, 2 次モードがほぼ正確に同定できた。
- ・加振実験開始直前に行っていたホイールのアンローディングは、ホイールが衛星本体の角運動量を十分に吸収してから行う必要があることが判明し、この点は第 3 回の加振実験の手順に反映させることとした。
- ・スラスタ噴射力はヨー軸加振時よりさらに低下して 0.5[N] 前後となった。

5.5 拘束モードモデルの導出 [118]

平成6年12月27日及び7年1月14日に行われたヨー軸(面内)・ロール軸(面外)加振データの解析を行い、面内・面外振動モードの振動数、減衰比、モード形状等が明らかになった。ここではその結果をもとに拘束モードモデルの再構築する。

まず、12, 1月期の加振データに対する最終的な同定結果を表5.11にまとめる。表の各欄とも上から順に振動数 [Hz], 減衰比 [%], モード形状 [$1/\sqrt{\text{kgm}^2}$] である。参考のため、打ち上げ前の地上でのモード合成法による振動数等も併記する。

なお、表中の+付き数値はテレメトリ PACC データの FFT 解析結果、*付き数値は 24[Hz] サンプリングの LEM 回線 PACC データの FFT 解析結果である。

以上の得られたパラメータはバドル角 270 度での非拘束モードモデルにおける数値であったが、これらのパラメータからバドル片持ち振動数を求めることにする。衛星の拘束モードモデルから非拘束モードモデルへの変換は付録 C にまとめた通りであるが、ここでは拘束モードモデルの剛性行列を修正して付録 C の計算を繰り返すことでバドル角 270 度のモデルに収束させることを試みる。剛性行列 K と同定振動数との関係は

$$M^{-1/2}KM^{-1/2} = VDVT^T \quad (5.109)$$

で規定される。ここで D は全系の振動モード角振動数 ω_i の 2 乗が対角に並ぶ行列であるが、ここではこの式の D の部分を同定結果の角振動数 $\hat{\omega}_i$ で置き換えた対角行列 \hat{D} と入れ替えてみる。

$$\hat{K} = M^{1/2}V\hat{D}V^TM^{1/2} \quad (5.110)$$

この求められる剛性行列 \hat{K} は本来、対角になるべきものであるが (5.110) 式では対角化は保証されない。事実、この計算を行うと多少、非対角項にも非零の要素が現れる。そこで今回は、(5.110) 式で得られた \hat{K} の固有値を対角に並べなおして、再度、付録 C の最初から計算を繰り返す。この繰り返し計算では、最終的に非拘束モードモデルの振動数が同定結果と一致する保証はなく、実際に以下の計算でも多少、同定結果とは異なる値に収束している。今回は拘束モードモデルでの片持ちバドルの振動数以外に、全系の質量と慣性モーメント値を 2.5[%] 減に変更し、全系の振動数がほぼ同定結果と同じ値になるよう修正した。

表 5.11 バドル角 270 度形態で同定された剛体・振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%] とモード形状 [$1/\sqrt{\text{kgm}^2}$]

モード名	モード 合成法	ヨー軸 姿勢角	ヨー軸 PACC	ロール軸 姿勢角	ロール軸 PACC	270 度 確定値
剛体 (ロール)	0.000 (-%) 7.992E-3			0.000 (-%) 7.909E-3		0
剛体 (ピッチ)	0.000 (-%) 1.367E-2					0
剛体 (ヨー)	0.000 (-%) 8.184E-3					0
面外 対称 1次	0.1002 (0.5%)				0.0916 (1.1%)	0.0916 (1.1%)
面外 逆対称 1次	0.1742 (0.5%) 1.176E-2			0.164 (0.80%) -1.050E-2	0.164 (0.78%)	0.164 (0.8%)
面内 対称 1次	0.2523 (0.5%)		0.230 (0.59%)			0.230 (0.6%)
ねじり 対称 1次	0.3700 (0.5%)					0.370 (0.5%)
ねじり 逆対称 1次	0.3733 (0.5%) -1.832E-3					0.373 (0.5%)
面内 逆対称 1次	0.4826 (0.5%) 1.383E-2	0.459 (0.53%)	0.459 (0.50%)			0.459 (0.5%)
面外 対称 2次	0.5385 (0.5%)			0.613 (0.49%)	0.666 (0.69%)	0.666 (0.7%)
面外 逆対称 2次	0.5524 (0.5%) -3.907E-3	0.688 (3.5%)		0.683 (0.42%)	0.683 (0.74%)	0.683 (0.7%)
ねじり 対称 2次	1.260 (0.5%)	1.26 (0.66%)		1.27 (0.14%)	1.28 (0.56%)	1.27 (0.6%)
ねじり 逆対称 2次	1.261 (0.5%) -6.133E-4	1.38 (1.5%)		1.34 (0.74%)		1.34 (0.7%)
面外 対称 3次	1.434 (0.5%)				1.64 ⁺	1.64 (0.5%)
面外 逆対称 3次	1.438 (0.5%) 1.575E-3	1.68 (0.33%)			1.66 ⁺	1.66 (0.5%)
面内 対称 2次	0.8893 (0.5%)		3.95 [*]			3.95 (0.5%)
面内 逆対称 2次	0.8929 (0.5%) -2.614E-3		3.96 [*]			3.96 (0.5%)

表 5.12 に再構築された拘束モードモデルでの南面、北面バドルの片持ち振動数を示す。

表 5.12 同定結果から計算されたバドル片持ち振動数

番号	振動モード	南面バドル	北面バドル
		[Hz]	[Hz]
1	面外曲げ1次	0.0893	0.0893
2	面内曲げ1次	0.224	0.224
3	ねじり1次	(0.370)	(0.370)
4	面外曲げ2次	0.660	0.660
5	ねじり2次	(1.26)	(1.26)
6	面外曲げ3次	1.65	1.63
7	面内曲げ2次	3.99	3.93

なお、この表のなかでピッチ軸回りのねじり振動モード(番号3, 5)については上記のような計算を行わなかったため、予測値をそのまま用いている。この表の値を用いてバドル角270度の場合の非拘束モード振動数の計算結果を表5.13に示す。

表 5.13 バドル角270度での非拘束モードの振動数

番号	振動モード	対称モード	非対称モード
		[Hz]	[Hz]
1	面外曲げ1次	0.0916	0.164
2	面内曲げ1次	0.230	0.459
3	ねじり1次	(0.370)	(0.373)
4	面外曲げ2次	0.665	0.684
5	ねじり2次	(1.26)	(1.26)
6	面外曲げ3次	1.64	1.66
7	面内曲げ2次	3.96	4.02

5.6 バドル角 180 度形態での非拘束モードモデルの再構築

1995 年 3 月 14 日の第 3 回加振実験は軌道位置と太陽方向の関係からバドル角 180 度で行われた。そこで前節で得られた結果をもとに、バドル角 180 度の場合の衛星全系の非拘束モードモデルを計算する。

衛星全系の並進・回転運動とバドル振動を考慮した拘束モードモデルでの運動方程式は (5.37) ~ (5.40) 式と同じであり、この式における M 行列のうち、全系の質量と慣性モーメントの具体的数値を付録 D とは異なる運用中期相当の値として

$$m = 1747.4 \quad (5.111)$$

$$I = \begin{bmatrix} 15702.6 & -183.0 & -89.0 \\ -188.0 & 5354.0 & 217.0 \\ -89.0 & 217.0 & 14715.6 \end{bmatrix} \quad (5.112)$$

とする。これ以外の数値については付録 D の実機モデルの数値をそのまま利用した。これらの式を用いて付録 C で示されるように非拘束モードモデルを計算することが可能であり、その結果得られた面外、面内、ねじり振動の衛星本体の姿勢に影響を及ぼす逆対称モードは、3 月期の制御実験における制御系の設計の際に参照されている。表 5.14 に最終的に得られたバドル角 180 度形態での全系の振動モードの振動数を、FEM やモード合成法 [6] による結果と比較する。ここで、「打上前 FEM」及び「打上前モ合法」とは打上げ前の実機モデルの FEM、及びモード合成法によるモーダルパラメータを、「270 度再構築」とは、バドル角 270 度形態での同定結果から拘束モードモデルを経て、バドル角 180 度形態での非拘束モードモデルを再構築した際のモーダルパラメータを意味する。

表 5.14 バドル角 270 度形態での同定結果から再構築されたバドル 180 度形態での剛体・振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%] とモード形状 $1/\sqrt{\text{kgm}^2}$

モード名	打上前 FEM	打上前 モ合法	270 度 再構築
剛体 (ロール)	0 (-%) 7.966E-3	0 (-%) 7.966E-3	0 (-%) 8.068E-3
剛体 (ピッチ)	0 (-%) 1.367E-2	0 (-%) 1.367E-2	0 (-%) 1.385E-2
剛体 (ヨー)	0 (-%) 8.213E-3	0 (-%) 8.213E-3	0 (-%) 8.317E-3
面外 対称 1 次	0.1064 (0.5%)	0.1004 (0.5%)	0.0918 (1.1%)
面外 逆対称 1 次	0.1972 (0.5%) 1.328E-2	0.1858 (0.5%) 1.321E-2	0.176 (0.8%) 1.410E-2
面内 対称 1 次	0.2632 (0.5%)	0.2519 (0.5%)	0.230 (0.6%)
ねじり 対称 1 次	0.3949 (0.5%)	0.3700 (0.5%)	0.370 (0.5%)
ねじり 逆対称 1 次	0.3985 (0.5%) -1.833E-3	0.3733 (0.5%) -1.832E-3	0.373 (0.5%) 1.878E-3
面内 逆対称 1 次	0.4708 (0.5%) -1.229E-2	0.4500 (0.5%) -1.224E-2	0.425 (0.5%) 1.302E-2
面外 対称 2 次	0.7484 (0.5%)	0.5388 (0.5%)	0.666 (0.7%)
面外 逆対称 2 次	0.7719 (0.5%) 4.619E-3	0.5567 (0.5%) 4.798E-3	0.690 (0.7%) 5.104E-3
ねじり 対称 2 次	1.259 (0.5%)	1.260 (0.5%)	1.26 (0.6%)
ねじり 逆対称 2 次	1.260 (0.5%) 6.133E-4	1.261 (0.5%) -6.123E-4	1.26 (0.7%) 6.291E-4
面外 対称 3 次	2.002 (0.5%)	1.434 (0.5%)	1.64 (0.5%)
面外 逆対称 3 次	2.009 (0.5%) 1.921E-3	1.440 (0.5%) -1.932E-3	1.66 (0.5%) 1.760E-3
面内 対称 2 次	2.884 (0.5%)	0.8890 (0.5%)	3.95 (0.5%)
面内 逆対称 2 次	2.886 (0.5%) 1.658E-3	0.8909 (0.5%) -2.036E-3	4.02 (0.5%) 1.348E-3

5.7 バドル角 180 度形態での同定実験

3 月期の第 3 回加振実験は 2 日だけの機会しかなかったため、一回の実験で 3 軸すべてを加振してテレメトリデータを取得した。また、矩形波加振実験では、FFT 解析のためのデータ点数の都合から測定時間を多少、多めに取った。実験はすべて順調に行われ、3 軸とも十分満足のいくデータが取得できた。

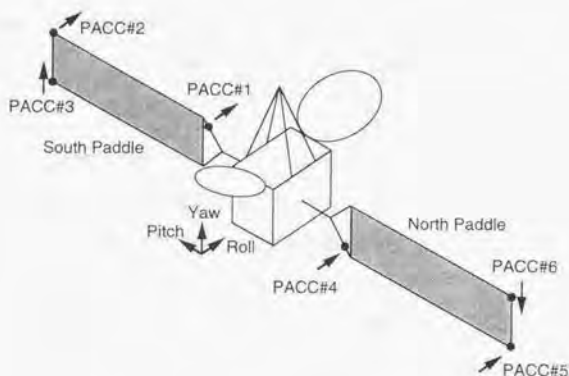


図 5.17 バドル回転角 180 度での衛星形態

表 5.15 1994 年 3 月期 (3 軸加振) 同定実験項目

番号	加振軸	加振方向	加振方法	TLM Type	噴射幅 [msec]	計測時間 [sec]
#13	ロール	-	ランダム	A+LEM	80	750
#14	ロール	正	矩形波	A+LEM	250	130
#15	ロール	負	矩形波	A+LEM	500	130
#16	ピッチ	-	ランダム	A+LEM	100	750
#17	ピッチ	正	矩形波	A+LEM	230	130
#18	ピッチ	負	矩形波	A+LEM	190	130
#19	ピッチ	正	矩形波	A+LEM	596	130
#20	ヨー	-	ランダム	A+LEM	80	750
#21	ヨー	正	矩形波	A+LEM	330	130
#22	ヨー	負	矩形波	A+LEM	330	130
#23	ヨー	正	矩形波	A+LEM	596	130

3月期はバドル角が本来の180度となった(図5.17)ため、本体ロール軸がバドル面内振動と、ヨー軸が面外振動と干渉する。そこで矩形波によるロール加振は130秒間の測定時間で噴射方向や噴射幅を変えて2回、ピッチ加振はこの実験以前に一度も実行されていないので、同一の測定時間で噴射方向や噴射幅を変えて3回、ヨー加振は最も多くのモードが励起されるものと期待されたので同じく3回の加振を行った。以上、第3回の3軸加振実験の実験項目を表5.15に示す。

なお、本実験はスラストの加熱を考慮して各軸ともランダム加振を初めに行い、その後、矩形波加振を行った。また、各実験の直前には1月期の実験と同様、ホイールのアンローディングを行っている。

(a) 3軸スラスト噴射力の推定

ヨー・ロール軸加振の解析と同様、まず初めにスラスト噴射力の推定を行う。図5.18～5.20に加振実験開始前と終了後の各軸回りの蓄積角運動量の変化を示す。各図とも約100秒から約200～250秒にかけて実験モードに移行してデータ取得が行われており、その間は、このホイール角運動量のテレメトリが実験テレメトリで上書きされているため、意味のないデータになっている。図中の破線はその際の最終的な蓄積角運動量と思われる値を示しており、これらの実験でも加振開始直前にホイールのアンローディングを行っているため、各図とも時刻0では蓄積角運動量が零であることがわかる。

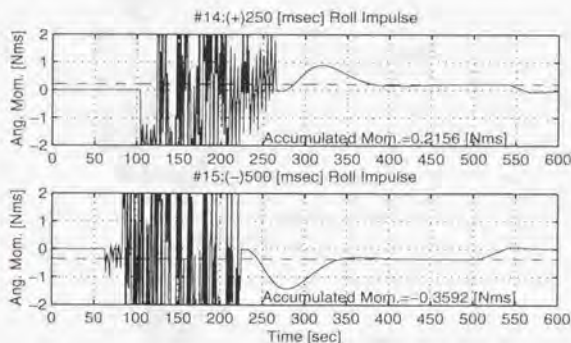


図5.18 3月期加振実験でのロール軸回りの矩形波加振実験開始前と実験終了後の蓄積角運動量の変化(実線)とその最終的な収束値(破線)(上から、#14、#15実験)

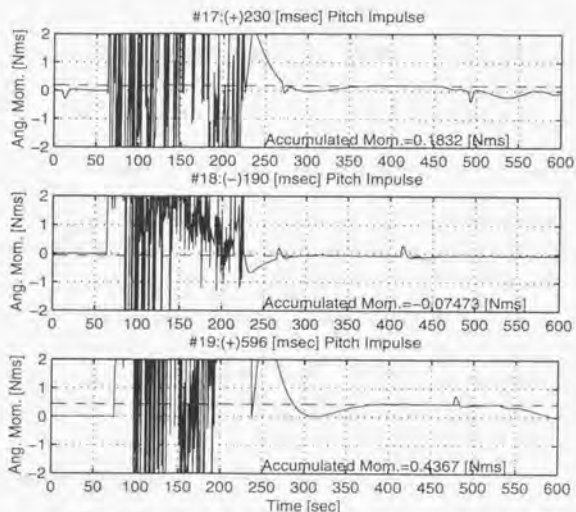


図 5.19 3 月期加振実験でのピッチ軸回りの矩形波加振実験開始前と実験終了後の蓄積角運動量の変化(実線)とその最終的な収束値(破線)(上から, #17, #18, #19 実験)

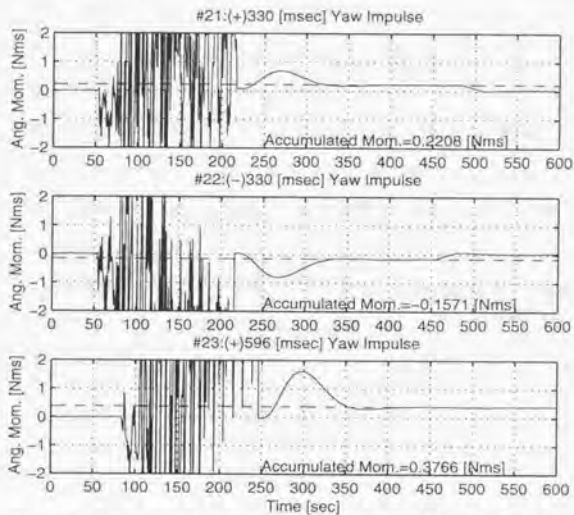


図 5.20 3 月期加振実験でのヨー軸回りの矩形波加振実験開始前と実験終了後の蓄積角運動量の変化(実線)とその最終的な収束値(破線)(上から, #21, #22, #23 実験)

表 5.16 にその結果をまとめる。どの数値も極端に異常を示すものはないが、正方向の噴射力は 0.55~0.65[N]、負方向は 0.33~0.48[N] となり全般的に正方向の噴射力の方が大きいように思われる。

表 5.16 スラスタ噴射力の推定（#14 ~ #23 の実験内容については表 5.17 を参照のこと）

番号	#14	#15	#17	#18	#19	#21	#22	#23
加振軸	ロール	ロール	ピッチ	ピッチ	ピッチ	ヨー	ヨー	ヨー
加振方向	正	負	正	負	正	正	負	正
蓄積量 [Nms]	0.2156	-0.3592	0.1832	-0.07473	0.4367	0.2208	-0.1571	0.3766
アーム長 [m]	1.5	1.5	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
噴射幅 [sec]	0.250	0.500	0.230	0.190	0.596	0.330	0.330	0.596
噴射力 [N]	0.5749	0.4789	0.6638	0.3278	0.6106	0.5576	0.3967	0.5266

(b) 3軸加振実験の同定結果

まずテレメトリ取得データの一例として、番号#14（ロール軸加振）、#19（ピッチ軸加振）、#22（ヨー軸加振）の加振データを図 5.21 ~ 5.23 に示す。図は上から同定軸姿勢角 [rad]、同定軸姿勢角速度 [rad/sec]、PACC#3 [mG]（図 5.21）あるいは PACC#2 [mG]（図 5.22、5.23）、PACC#6 [mG]（図 5.21）あるいは PACC#5 [mG]（図 5.22、5.23）そして、スラスタ駆動信号（正方向が 1、負方向-1）である。

まず、拡張 ERA によるロール軸（面内）加振データから同定された振動モードの振動数 [Hz]、減衰比 [%]、モード形状 [$1/\sqrt{\text{kgm}^2}$] を表 5.17 にまとめる。なお、モード形状についてはトルク入力から姿勢角までの伝達特性に対応する数値であり、PACC 搭載点でのモード形状については記述していない。

表よりロール姿勢角による同定では剛体モードと面内 1 次逆対称モード（姿勢に影響するモード）が、また PACC による同定では面内 1 次対称、逆対称モードやねじり 1 次逆対称モード等が同定されていることがわかる。

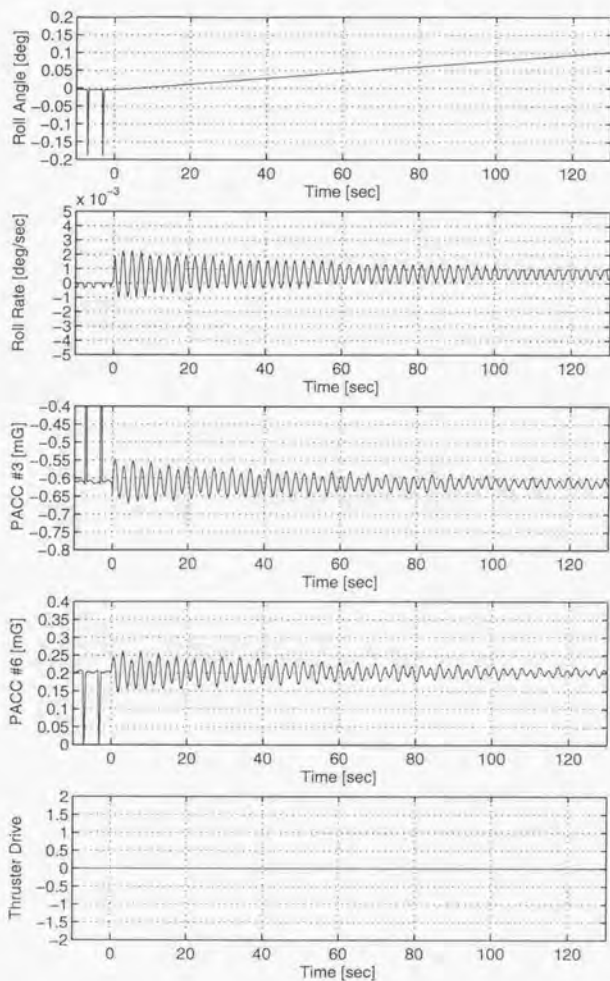


図 5.21 ロール軸（面内振動）加振における番号#14 実験でのテレメトリ取得データ（上からロール軸姿勢角，ロール軸レート，PACC #3，PACC #6，スラスト駆動信号）

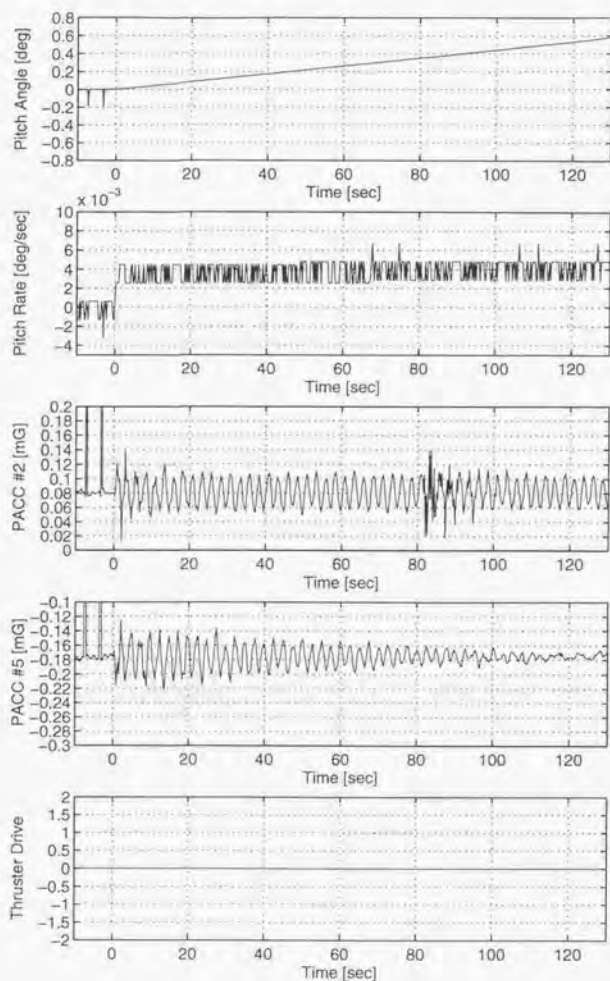


図 5.22 ピッチ軸（ねじり振動）加振における番号#19実験でのテレメトリ取得データ（上からピッチ軸姿勢角，ピッチ軸レート，PACC #2，PACC #5，スラスタ駆動信号）

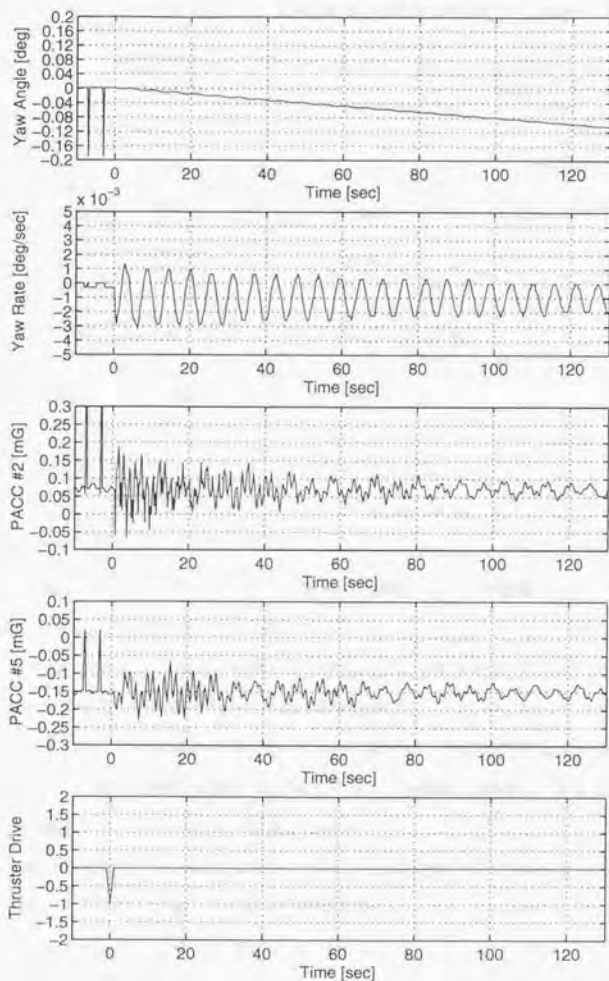


図 5.23 ヨー軸（面外振動）加振における番号#22 実験でのテレメトリ取得データ（上から
 ヨー軸姿勢角，ヨー軸レート，PACC #2，PACC #5，スラスタ駆動信号）

表 5.17 同定されたロール軸回りの振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%] とモード形状 $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ (270 度再構築: バドル角度 270 度での同定結果から拘束モードモデルを経てバドル角 180 度の非拘束モードモデルを再構築した結果であり, 表 5.14 による)

モード名	270 度 再構築	#14 姿勢角	#14 PACC	#15 姿勢角	#15 PACC
剛体 (ロール)	0 (-) 8.068E-3	0 (-) 8.096E-3		0 (-) 7.879E-3	
面内 対称 1 次	0.230 (0.5%)		0.2286 (0.64%)		0.2282 (0.54%)
ねじり 逆対称 1 次	0.373 (0.5%)		0.3994 (1.06%)		0.3970 (0.69%)
面内 逆対称 1 次	0.425 (0.5%) 1.302E-2	0.4211 (0.52%) 1.157E-2	0.4205 (0.47%)	0.4206 (0.35%) 1.106E-2	0.4204 (0.46%)
面外 逆対称 2 次	0.690 (0.5%)	0.6907 (0.24%) 2.052E-3			
面外 逆対称 3 次	1.66 (0.5%)		1.6618 (0.75%)		

次にピッチ軸(ねじり)加振データから同定された振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%], モード形状 $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ を表 5.18 にまとめる。

表よりピッチ姿勢角による同定では剛体モードのみが, また PACC による同定では面外曲げ逆対称 1 次, ねじり逆対称 1 次モード等が同定できた。ピッチ軸に関しては事前の数値シミュレーション等による検討でも, 姿勢角からは振動モードの同定が困難であることが予想されていたが, 実際の実験でも図 5.22 に示すように, 姿勢角や姿勢レートには振動波形がほとんど観測されず, 予想通りの結果となった。

これは, 衛星本体のピッチ軸回りの慣性モーメントと比較して, 太陽電池バドルの慣性モーメントが小さく, その結果, 可制御性, 可観測性もロール, ヨー軸と比較して, かなり小さいことに起因するものと考えられる。

最後にヨー軸(面外)加振データから同定された振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%], モード形状 $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ を表 5.19 にまとめる。

ヨー軸姿勢角による同定では剛体モードと面外曲げ逆対称 1 次が, また PACC による同定では面外曲げ対称, 逆対称 1-3 次, ねじり逆対称 1-2 次モードが同定された。

表 5.18 同定されたピッチ軸回りの振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%] とモード形状 [$1/\sqrt{\text{kgm}^2}$] (270 度再構築: バドル角度 270 度での同定結果から拘束モードモデルを経てバドル角 180 度の非拘束モードモデルを再構築した結果であり, 表 5.14 による)

モード名	270 度 再構築	#17 姿勢角	#17 PACC	#18 姿勢角	#18 PACC	#19 姿勢角	#19 PACC
剛体 (ピッチ)	0 (-) 1.345E-2	0 (-) 1.557E-2		0 (-) 1.444E-2		0 (-) 1.329E-2	
面外 対称 1 次	0.0917 (0.5%)		0.09347 (0.084%)				
面外 逆対称 1 次	0.176 (0.5%)		0.1792 (0.52%)		0.1782 (0.90%)		0.1782 (0.15%)
ねじり 逆対称 1 次	0.373 (0.5%)		0.3988 (0.17%)		0.3993 (0.25%)		0.3990 (0.34%)
面外 逆対称 2 次	0.690 (0.5%)						0.6737 (0.55%)
ねじり 対称 2 次	1.26 (0.5%)		1.260 (2.64%)				1.2672 (0.45%)
ねじり 逆対称 2 次	1.26 (0.5%)		1.272 (0.40%)				1.2784 (0.65%)
面外 逆対称 3 次	1.66 (0.5%)				1.6745 (0.42%)		

(c) 3 軸加振実験のまとめ

この加振実験を総括すると以下のようにまとめられる。

・各軸とも順調に加振が行われたが, ピッチ軸加振では姿勢角や PACC データに時々雑音が見られる。原因については不明である。

・12 月, 1 月のバドル角 270 度でのモデルから予測された, バドル角 180 度のパラメータは軌道上同定実験結果と非常に良く一致していた。

表 5.19 同定されたヨー軸回りの振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%] とモード形状 $[1/\sqrt{\text{kgm}^2}]$ (270度再構築: バドル角度 270 度での同定結果から拘束モードモデルを経てバドル角 180 度の非拘束モードモデルを再構築した結果であり, 表 5.14 による)

モード名	270 度 再構築	#21 姿勢角	#21 PACC	#22 姿勢角	#22 PACC	#23 姿勢角	#23 PACC
剛体 (ヨー)	0 (-) 8.317E-3	0 (-) 6.834E-3		0 (-) 9.613E-3		0 (-) 8.104E-3	
面外 対称 1 次	0.0918 (0.5%)		0.09194 (0.73%)		0.09240 (0.73%)		0.09192 (1.20%)
面外 逆対称 1 次	0.176 (0.5%) 1.410E-2	0.1777 (0.50%) 1.223E-2	0.1775 (0.51%)	0.1773 (0.61%) 1.535E-2	0.1776 (0.59%)	0.1770 (0.94%) 1.342E-2	0.1771 (0.87%)
ねじり 逆対称 1 次	0.373 (0.5%) 1.878E-3		0.3968 (0.71%)		0.3976 (0.21%)		0.3983 (0.63%)
面外 対称 2 次	0.666 (0.5%)	0.6213 (0.32%) 5.036E-4	0.6455 (0.51%)		0.6455 (0.52%)		0.6444 (0.60%)
面外 逆対称 2 次	0.690 (0.5%) 5.104E-3		0.6719 (0.55%)	0.6864 (0.69%) 5.926E-3	0.6726 (0.53%)		0.6708 (0.62%)
ねじり 対称 2 次	1.26 (0.5%)		1.26				1.2606 (0.28%)
ねじり 逆対称 2 次	1.26 (0.5%) 6.291E-4		1.2747 (0.39%)		1.2757 (0.35%)		
面外 逆対称 3 次	1.66 (0.5%) 1.760E-3	1.6879 (0.43%) 1.246E-2	1.6685 (0.47%)	1.6798 (0.18%) 4.393E-4	1.6688 (0.52%)		

5.8 他の同定手法による解析結果との比較

軌道上加振実験では矩形波加振以外にランダム加振実験も行われた [99][106]。ランダム加振では M 系列信号に従い正負 2 値の疑似ランダム波を生成して、それに基づいて同定軸回りにスラスタを一定の時間間隔で噴射させた。実験時間は約 12 分と比較的長時間にわたったため、ランダム加振中は衛星の姿勢を維持するために弱い姿勢制御と角運動量制御を行っている。得られた実験結果は周波数領域での解析手法として一般的な FFT, MEM, ARX, 部分空間法 [107][108] など様々な同定法で解析された。その結果を表 5.20 (バドル角 270 度) と表 5.21 (バドル角 180 度) に比較してまとめる。

表 5.20 バドル 270 度形態での全系の振動モードの振動数 [Hz] と減衰比 [%] (自由減衰, FFT, 拡張 ERA: 矩形波加振データを解析した結果, ランダム加振: FFT, ARX などを経合した結果, EKF: 拡張カルマンフィルタによる制御中の同定結果, また, 自由減衰についてはバンドパスフィルタによる振動波形の抽出処理を行ったものと行わなかったもので区別して表記した)

	打上前 FEM	打上前 モ合法	自由減衰	FFT	拡張 ERA	ランダム 加振	EKF
面外対称	0.1062	0.100	0.0926/0.0959	0.0938	0.0916		
1次	0.5%	0.5%	1.10/1.39%		1.1%		
面外逆対	0.1848	0.174	0.164/0.165	0.164	0.164	0.159~160	0.160
1次	0.5%	0.5%	0.66/0.81%		0.8%	1.5~1.8%	1.61%
面内対称	0.2636	0.252	0.229/0.230		0.230	0.228	
1次	0.5%	0.5%	0.40/0.45%		0.6%	0.6%	
ねじり対	0.3949	0.370		0.398	0.395	0.394~0.401	
1次	0.5%	0.5%				0.8%	
ねじり逆	0.3985	0.373		***	0.398	***	
1次	0.5%	0.5%					
面内逆対	0.5053	0.483	0.457/0.460	0.483	0.459	0.454~0.459	
1次	0.5%	0.5%	0.50/0.54%		0.5%	0.58~0.60%	
面外対称	0.7480	0.539		0.656	0.666		
2次	0.5%	0.5%			0.7%		
面外逆対	0.7664	0.552		0.680	0.683	0.663~0.671	
2次	0.5%	0.5%			0.7%	0.69~1.2%	
ねじり対	1.259	1.260		1.277	1.27	1.30	
2次	0.5%	0.5%			0.6%	1.6%	
ねじり逆	1.260	1.261		1.375	1.34	***	
2次	0.5%	0.5%			0.7%		
面外対称	2.002	1.434			1.64		
3次	0.5%	0.5%					
面外逆対	2.007	1.438		1.750	1.66	1.78	
3次	0.5%	0.5%				1.0%	
面内対称	2.885	0.889		3.95		3.96	
2次	0.5%	0.5%				0.5%	
面内逆対	2.890	0.893		3.96		***	
2次	0.5%	0.5%					

***は対称, 逆対称モードの区別不能

これらの表では, 実機モデルの地上試験結果として FEM による数学モデル (打上前 FEM) とモード合成法によるモデル (打上前モ合法) の数値を参考のため記載した。

また比較のため, 表 5.20 では, 矩形波加振による, テレメトリ中の PACC データの自由減衰 (チャートからの直接読み取り), 24[Hz] サンプリングの LEM 回線中の PACC データの FFT (4096 点の 4 回平均値) やランダム加振による取得データの各種解析法の総合結果を示した。

一方、表 5.21 では、アンテナ・パドル展開時の衝撃振動試験の FFT 解析や ARX (テレメトリと LEM データによる、ARX モデルと周波数領域での最小 2 乗法の組合せ)、テレメトリ姿勢角データによる部分空間法や拡張カルマンフィルタによる閉ループ同定結果を示した。どちらの表も本論文で提案されたアルゴリズムによる解析結果を拡張 ERA とし、拡張 ERA はテレメトリ (姿勢角と PACC) の解析結果を示した。

表 5.21 パドル 180 度形態での全系の振動モードの振動数 [Hz] と減衰比 [%] (270 度再構築: 270 度形態での同定結果からの 180 度モデルの再構築, パドル展開: パドル・アンテナ展開衝撃実験での FFT 解析, 拡張 ERA: 矩形波加振データの解析結果, ARX, 部分空間法: ランダム加振データの解析結果, EKF: 拡張カルマンフィルタによる制御中の同定)

	打上前 FEM	270 度 再構築	パドル 展開	拡張 ERA	ARX	部分 空間法	EKF
面外対称 1 次	0.1064 0.5%	0.0918 1.1%	0.12 10%	0.0921 0.73%	0.0899 2.23%		
面外逆対 1 次	0.1972 0.5%	0.176 0.8%	0.17 0.3%	0.177 0.55%	0.174 1.39%	0.174 1.0%	
面内対称 1 次	0.2632 0.5%	0.230 0.6%	0.22 1.2%	0.229 0.50%		0.253 1.1%	
ねじり対 1 次	0.3949 0.5%	0.370 0.5%	0.39 0.4%	0.398 0.63%		0.384	
ねじり逆 1 次	0.3985 0.5%	0.373 0.5%	*** ***	0.399 0.34%	0.398 0.56%	0.387	
面内逆対 1 次	0.4708 0.5%	0.425 0.5%	0.41 0.8%	0.421 0.52%	0.420 0.55%	0.420 0.48%	0.420 0.45%
面外対称 2 次	0.7484 0.5%	0.666 0.7%		0.646 0.52%	0.641 0.78%		
面外逆対 2 次	0.7719 0.5%	0.690 0.7%		0.673 0.53%	0.666 0.97%	0.677 0.64%	
ねじり対 2 次	1.259 0.5%	1.26 0.6%	1.24 0.5~2%	1.267 0.45%			
ねじり逆 2 次	1.260 0.5%	1.26 0.5%	*** ***	1.278 0.65%	1.268 0.32%	1.215 0.24%	
面外対称 3 次	2.002 0.5%	1.64 0.5%		1.669 0.49%	1.654 1.27%		
面外逆対 3 次	2.009 0.5%	1.66 0.5%		1.680 0.18%	1.664 0.61%	1.46 0.18%	
面内対称 2 次	2.884 0.5%	3.95 0.5%		3.96 [†]	4.005 0.10%		
面内逆対 2 次	2.886 0.5%	4.02 0.5%		4.02 [†]	4.059 1.62%		

・***は対称, 逆対称モードの区別不能

・[†]数値は LEM データの FFT 解析値

5.9 軌道上実験において得られた成果

ERAを用いて矩形波加振データを解析し、バドル角270度の形態において面外、面内の各振動モードの同定を[95]、またバドル角180度の形態で3軸(面外、面内、ねじり)の各振動モードの同定を行った[118][119]。その結果、以下の成果が得られた。

(i) 本論文で提案された本アルゴリズムの妥当性

理論的な正当性については既に地上実験において検証されていたが、軌道上加振データによる振動データに対しても正しく同定された。これは矩形波加振データに対する、従来から技術的に確立された信頼性の高い周波数領域における同定法(FFT, MEMなど)による解析結果や、ランダム加振という全く異なる加振法による解析結果との比較から明らかである。ただし矩形波加振とランダム加振ではその同定された振動モードの振動数やその減衰比に若干の差異が認められたが、これは加振法(加振エネルギー)の相違に起因する結合部の非線形性や振動の振幅依存性によるものではないかと考えられる。

(ii) 宇宙実験に対する本アルゴリズムの有用性

ハンケル行列の特異値分解によりシステム行列を同定する本アルゴリズムは、入力として矩形波のみが必要であり、その波形そのものは観測する必要がないこと(ランダム加振では弱い姿勢制御系や角運動量制御系が機能しているため、アクチュエータへの駆動信号は必ずモニタしなければならない)。加振に必要な燃料消費も矩形波加振では約0.1~0.6秒であるのに対して、ランダム加振では約60~110秒も必要になること、また、矩形波加振後の測定時間も、注目している振動モードの10倍程度を目安として取得すればよいことなどの特徴は宇宙実験にとっては非常に有効であると考えられる。

測定時間に関する比較の一例として、処理データ点数が少ない場合の周波数領域での同定法と拡張ERAとの同定結果の比較を行った。表5.22はバドル270度形態における矩形波加振による取得データ(90秒, 360点)に対して256点でのFFT及びMEM解析結果を示す。

FFT, MEMでは4[Hz]サンプリングデータに対して256点の解析であるため、振動数の分解能は $\Delta f=4/256$ [Hz]となる。この表において、例えば最も注目している面外曲げ逆対称1次モードは、その振動数が表5.20では矩形波加振による結果が0.164[Hz]であるのに対して、ここではFFT, MEMともに約10%近くの誤差が存在していることがわかる。

表 5.22 処理データ点数が少ない場合の周波数領域での同定法 (FFT, MEM) と本論文で提案された手法 (拡張 ERA) との比較

	FFT (256点)	MEM (256点)	拡張 ERA (100点)
面外対称 1次	0.109	0.125	0.0916
面外逆対 1次	0.188	0.179	0.164
面内対称 1次	0.231		0.230
ねじり対称 1次	0.404		0.395
ねじり逆対称 1次			0.398
面内逆対 1次	0.462	0.483	0.459
面外対称 2次	0.677	0.688	0.666
面外逆対 2次	0.686		0.683
ねじり対称 2次	1.31	1.30	0.395
ねじり逆対称 2次	1.41	1.38	0.398
面外対称 3次	1.64		1.64
面外逆対 3次	1.78	1.75	1.66

(iii) モード合成法による地上同定の妥当性

注目していた各振動モードの振動数と減衰比は、軌道上での矩形波加振およびランダム加振による取得データの解析から総合的に判断して

面外逆対称 1次 — 0.174~0.178[Hz], 0.7~2.0[%]

面外逆対称 2次 — 0.666~0.677[Hz], 0.5~1.0[%]

面内逆対称 1次 — 0.420~0.421[Hz], 0.5~0.6[%]

と結論付けられた。軌道上において各振動モードの減衰比が打ち上げ前の予想通り 0.005 程度であることは注目に値しよう。また、これらの数値はモード合成法を用いた地上試験結果と比較して、振動数で約 10~13% の差違が存在していたことが確認された。この事実は、本論文でのエアテーブル試験装置を用いた地上同定実験と、ほぼ同じ結果が得られたことになり、今後のこの種の大型宇宙構造物の部分構造によるモード合成法を用いた地上試験の際の解析においても、ひとつの指針となるものと考えられる。

(vi) 制御系設計のための規範モデルへの反映

12, 1月の同定実験の結果、構築されたバドル角 270 度における高精度な衛星の数学モデルは、その後の 3 月に行われた姿勢制御実験のための制御系設計に反映させることができた [109][110][111][112][113]。その時の 270 度モデルとして提示された振動パラメータは以下の通りである。ここで、括弧内の数値は初期設計時に参照された振動数 (EM モデルを基準に

算出された値)である。

面外逆対称1次 — 0.164 (0.197) [Hz]

面外逆対称2次 — 0.684 (0.772) [Hz]

面内逆対称1次 — 0.459 (0.471) [Hz]

しかしながら、食明け後の3月に行われたパドル角180度での加振実験での同定結果は時間的な余裕がなく、詳細な衛星の数学モデルを構築することはできなかった。

一方、軌道上加振実験において特有の問題点として、以下の項目が指摘される。

(i) スラスタ噴射動作に対する信頼性の低さ

5.3.1節の面内(ヨー軸)加振実験における解析でも述べたが、単パルスを生成するためのスラスタ駆動信号に対するスラスタ噴射応答の信頼性や安定性が低く、矩形波加振としての入力の大きさの推定に問題があった。本論文で提案されたアルゴリズムでは入力矩形波信号そのものは必ずしも必要としないが、矩形波の大きさと時間幅は回帰法が必要であり、なんらかの方法でこれらの情報を取得する必要がある。

(ii) リアクションホイールの発生する定常外乱の存在

これも同じく5.3.1節の面内加振実験で発生した問題であるが、実験開始直前に、衛星に搭載されたリアクションホイールに蓄積角運動量が存在している場合、その後の自由運動で、ホイールが減速するにつれてその反力が衛星にとっては外乱として作用する。本アルゴリズムにおいて一定外乱が存在する場合、システムの固有値は不変であるが入出力行列の同定に際しては、その影響を取り除く必要が生じるが、本実験ではこの外乱が時間にかかわらず一定であるかどうか不明であり、その後引き続き行われた面内(ロール軸)加振のデータ処理のための時間的都合で、詳細な解析は省略した。

(iii) ピッチ軸(ねじり振動)の同定が困難

ETS-VIでは衛星本体のピッチ軸とそれに対応する太陽電池パドルねじり軸回りの慣性モーメントの差が大きい。その結果、パドルのねじり振動モードの可観測性や可制御性が低く、この軸回りの姿勢角からの同定は矩形波加振でもランダム加振でも困難であることは実験前から認識されていた。実際の実験でもその予想通り、姿勢角には振動波形が確認できなかった。

(iv) 衛星の安全性確保のための姿勢、レートに対する制約

軌道上実験では実衛星による実験運用であり、実験の失敗や運用の手違いにより衛星が姿

姿勢を喪失するような異常事態を回避する手段が慎重に検討された。その結果、実験運用に当たっては衛星の姿勢角が2秒以上連続で ± 1 度、姿勢レートが ± 0.02 度/秒の閾値を越えた場合、実験はただちに中止する手順となった。この制約によりランダム加振では、スラスタ噴射幅をバス制御系の周期である250ミリ秒より短く設定する必要が生じた。このため入出力間での相関関係からシステムを同定する各種アルゴリズムでは入力波形の処理の際に問題となった。

第6章 閉ループ状態での矩形波加振による制御対象の同定への応用

6.1 はじめに

FLEX 実験では主に同定アルゴリズムの検証そのものが目的であったため、例えばインパルス加振実験では衛星のバス制御系を完全に遮断して実験を行った。このようなことは周到な準備のもとで計画・運用された実験とはいえ、衛星本体にとっては大変に危険な状態であったことは否めない。しかし万が一、実験中に予期せぬ不具合が発生して姿勢を喪失してしまったとしても、この衛星は技術試験衛星として姿勢を回復する手段がいろいろと考えられており、そのような状況も予め想定された状況のひとつと見なされるが、これが通信衛星や科学観測衛星のような実用衛星では、少なくともバス制御系を遮断しての実験は許されない状況であったと考えてよい。

そこで本論文では最後に、衛星がバス制御系によって制御され、定常状態となっている状況において、矩形波入力によって衛星を加振し、その際、観測される時系列データから、拡張 ERA を用いて制御系を含めた閉ループ系と同定し、その結果から制御系の寄与を取り除くことにより、衛星単体の固有振動モードの同定を行うアルゴリズムについて考察する。

6.2 閉ループ同定理論

図 6.1 は一般的に制御対象 $P(s)$ に制御系 $C(s)$ が負帰還されて閉ループ系 G を構成している（図中の破線部分）時のブロック線図である。

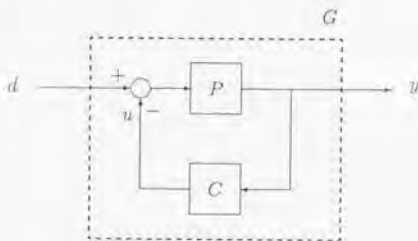


図 6.1 閉ループ系の構造

制御系の出力 u は外乱あるいは操作量 d と合わせて $P(s)$ へ入力され、系の状態は観測量 y として測定される。このような制御系を含めた閉ループでの入力から出力までの伝達関数

$G(s)$ が、矩形波加振により拡張 ERA を用いて同定できたときに、予めわかっている制御系 $C(s)$ の寄与を取り除いた制御対象（衛星）本体の伝達関数 $P(s)$ を求めたい。

今回の軌道上実験では姿勢角と姿勢レートの 2 要素が観測量 y として、また操作量 u はトルク信号のみの 1 要素で構成されている。これら制御対象への入出力の関係と制御系への入出力の関係は図 6.1 より

$$y = P(s)(d - u) \quad (6.1)$$

$$u = C(s)y \quad (6.2)$$

である。ここで $P(s)$ と $C(s)$ はそれぞれ制御対象と制御器の伝達関数であり、これらの状態空間における表現を Doyle の記法 [66] を用いて

$$P(s) = \begin{bmatrix} A_P & B_P \\ C_P & O \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$C(s) = \begin{bmatrix} A_C & B_C \\ C_C & D_C \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

と表すことにする。(6.3) 式で A_P (N_P 次)、 B_P 、 C_P は最小実現された制御対象のシステム行列、入出力行列、また (6.4) 式で A_C (N_C 次)、 B_C 、 C_C 、 D_C は最小実現された制御器のシステム行列、入出力行列、直達行列である。一般に宇宙構造物のようなシステムでは $P(s)$ は直達項を持たない。

(6.1)、(6.2) 式から u を消去して y と d の間の関係式を求めそれを閉ループの伝達関数として $G(s)$ とおくと

$$y = (I + P(s)C(s))^{-1} P(s)d \quad (6.5)$$

$$= G(s)d \quad (6.6)$$

となる。これより $G(s)$ は $P(s)$ と $C(s)$ により

$$G(s) = (I + P(s)C(s))^{-1} P(s) \quad (6.7)$$

と表される。(6.7) 式は制御対象 $P(s)$ と制御器 $C(s)$ により閉ループ系 G を表現したものであるが、これを逆に $P(s)$ について解くことにより

$$P(s) = G(s)(I - C(s)G(s))^{-1} \quad (6.8)$$

とできる。(6.8) 式を用いることにより閉ループ系 $G(s)$ と制御器 $C(s)$ から制御対象そのものを求めることができることがわかる。ところで一般に逆行列に関する補題 [19] より

$$(I - C(s)G(s))^{-1} = I - C(s)(G(s)C(s) - I)^{-1}G(s) \quad (6.9)$$

の関係式が得られるので、この (6.9) 式を (6.8) 式に代入することにより最終的には

$$P(s) = (I - G(s)C(s))^{-1}G(s) \quad (6.10)$$

とできる。この (6.10) 式は図 6.2 で示されるように同一の制御器を正帰還させ、本来の制御系の効果を相殺させた入力 w から出力 z までの閉ループの伝達特性 (図中の破線部分) が制御対象 $P(s)$ に他ならないものであることを示しており、その物理的な解釈は非常に明快である。

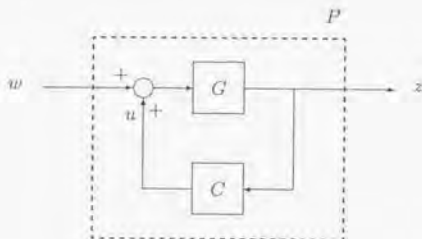


図 6.2 閉ループ系からの同定の物理的解釈

さて、実際の計算は状態空間で行う。ここでは図 6.1 の破線部分に相当する、閉ループの伝達関数 $G(s)$ が定常状態における矩形波加振により、拡張 ERA を用いて以下のように状態実現されたとする。

$$G(s) = \begin{bmatrix} A_G & B_G \\ C_G & O \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

(6.11) 式で A_G , B_G , C_G は拡張 ERA により最小実現された閉ループ系のシステム行列、入出力行列である。

(6.4), (6.11) 式を (6.10) 式に代入することにより同定された閉ループの制御対象 $P^*(s)$ の状態空間における表現を求めると

$$P^*(s) = \begin{bmatrix} A_P^* & B_P^* \\ C_P^* & O \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

ただし

$$\begin{aligned} A_P^* &= \begin{bmatrix} A_G + B_G D_C C_G & B_G C_C \\ B_C C_G & A_C \end{bmatrix}, \quad B_P^* = \begin{bmatrix} B_G \\ O \end{bmatrix} \\ C_P^* &= [C_G \quad O] \end{aligned} \quad (6.13)$$

となる。以上が開ループ系計算のアルゴリズムである。

ところで、閉ループ系では A_G は $(N_P + N_C)$ 次であるので、(6.13) 式から A_P^* は $(N_P + 2N_C)$ 次となり本来、同定したい A_P よりはるかに大きい次数になってしまうように見えるが、 A_P^* を構成する行列 A_G , B_G , C_G を (6.3), (6.4) 式を用いて表してみると

$$\begin{aligned} A_P^* &= \begin{bmatrix} A_P & -B_P C_C & B_P C_C \\ B_C C_P & A_C & O \\ B_C C_P & O & A_C \end{bmatrix}, \quad B_P^* = \begin{bmatrix} B_P \\ O \\ O \end{bmatrix} \\ C_P^* &= [C_P \quad O \quad O] \end{aligned} \quad (6.14)$$

となり以下のことがわかる。 A_P^* の固有値には本来の制御対象の固有値以外に制御器 A_C の固有値が 2 重に含まれる。しかしこれらのモードは不可制御、不可観測であり、したがって (6.12), (6.14) 式で表現される $P^*(s)$ の最小実現は (6.3) 式と同一であり、確かに拡張 ERA で閉ループ系から開ループ系を同定できることが確認される。

ところで、今回の実験では制御系が 4[Hz] の演算周期で、また観測量 y は 1[Hz] のサンプル周期で取得されたが、同定目標の面外、面内各 1 次振動モードの振動数はそれぞれほぼ 0.18, 0.42[Hz] であり演算周期からは十分に離れていると考えられるので以上の計算を離散化して検討することは省略した。

6.3 ロバスト安定度指定によるバス制御系の設計

今回の制御中の振動モードの同定では姿勢制御系として標準の 3 軸バス制御系ではなく、FLEX 実験のなかの制御実験のひとつとして試行された実験用の姿勢制御系を用いた。これは標準のバス制御系はその制御器の物理パラメータが公開されていないため拡張 ERA には適していないためである。ここでは使用した制御系についてその設計指針や物理パラメータについて概説する。

制御系の設計はいわゆるロバスト安定度指定に基づく H^∞ 制御理論によるものであり、ここでは制御対象を混合感度問題としての設計法を採用した [75][81][109]。

まず、操作量 u から制御量 y までの制御対象の伝達特性 $P(s)$ を

$$y = P(s)u \quad (6.15)$$

とすると $P(s)$ には制御対象である人工衛星の剛体運動モードと太陽電池パドルや大型アンテナ等の柔軟振動モードが含まれていることがわかる。柔軟振動モードは数学的には無限個の振動数があるが、ここでは周波数領域で見た場合、低域の制御系のサンプル周期と干渉する程度の領域が問題となる。そこで $P(s)$ を積極的に制御を行うモード $Q(s)$ と制御を行わない残りのモード $R(s)$ に切り分け

$$P(s) = Q(s) + R(s) \quad (6.16)$$

と低次元化して制御対象となる $Q(s)$ に対して制御則、ここではロバスト安定度指定による姿勢制御系

$$u = C(s)y \quad (6.17)$$

を設計することを以下では考える (図 6.3 参照)。

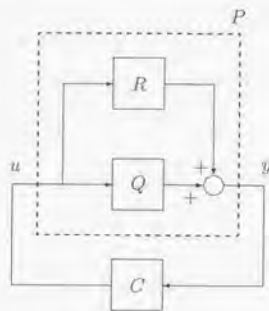


図 6.3 モデル低次元化と制御器の関係

ここで残余モードの伝達関数 $R(s)$ をそのノルムで正規化して

$$\|R(j\omega)\| \leq \|W(j\omega)\| \quad \text{for } \forall \omega \quad (6.18)$$

となる $W(s)$ を求める。ただし $W(s)$ は安定で直達分をもつプロバな伝達関数とする。いま一般化プラント

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O & W \\ V & VQ \\ I & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

を考えよう。これをブロック線図で表現すると図 6.4 のようになる。

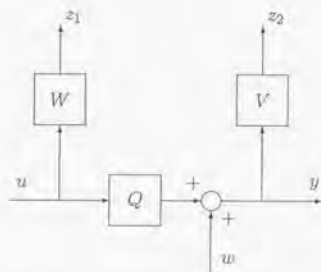


図 6.4 仮想的な入出力を含む一般化プラントの構成

z_1, z_2, w はそれぞれ仮想的な制御量と外乱である。ここでは $V = [\gamma \ 0]$ として姿勢角のみを制御量とした。(6.17) 式を (6.20) 式に施したときの仮想的な外乱 w から仮想的な制御量 $z = [z_1 \ z_2]^T$ までの閉ループ伝達関数は

$$z = M_{zw}(s)w \quad (6.20)$$

$$M_{zw} = \begin{bmatrix} WU \\ VS \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

となる。ただし $U(s), S(s)$ は

$$U(s) = C(s)(I - Q(s)C(s))^{-1} \quad (6.22)$$

$$S(s) = (I - Q(s)C(s))^{-1} \quad (6.23)$$

とした。この時 $S(s)$ は一般に感度関数と呼ばれるものである。さてここで $Q(s)$ を安定としかつ不等式条件

$$\|M_{zw}\|_{\infty} < 1 \quad (6.24)$$

を満たす制御則を求める問題を考える。(6.25) 式の不等式条件が成り立つ時、(6.22) 式の関係から

$$\|WU\|_{\infty} < 1 \quad (6.25)$$

かつ

$$\|VS\|_{\infty} < 1 \quad (6.26)$$

となる。(6.26)式が成り立つとき小ゲイン定理から閉ループ系は残余モードに対してロバスト安定となる。そして(6.27)式から重みつき感度関数を小さくすることができ制御偏差の少ない制御系が得られる。

実際の設計は(6.20)式の状態方程式による実現

$$\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \quad (6.27)$$

$$z = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \quad (6.28)$$

$$y = C_2x + D_{21}w \quad (6.29)$$

を用いて行う。ここで(6.27)～(6.30)式の状態方程式に現れる各行列は

$$A = \begin{bmatrix} A_Q & O \\ O & A_W \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} O \\ O \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} B_Q \\ B_W \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} O & C_W \\ VC_Q & O \end{bmatrix}, \quad C_2 = [C_Q \quad O] \quad (6.32)$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} O \\ V \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} D_W \\ O \end{bmatrix}, \quad D_{21} = I \quad (6.33)$$

である。しかし A_Q は複素平面原点に極をもつのでこのままでは解法アルゴリズムを適用するための可解条件のひとつを満足しない。これを克服するためにここでロバスト安定度指定法の考え方を導入する。

すなわち変数変換 $s = \bar{s} - \alpha$ を行い $M_{zw}(s)$ を $\bar{M}_{zw}(\bar{s})$ に写像する。ただし α は正数とする。この変換で s 平面原点の極は \bar{s} の右半平面の極となるので新たに設定した問題

$$\|\bar{M}_{zw}\|_{\infty} < 1 \quad (6.34)$$

は可解となる。(6.35)式を満たす安定化制御器 $\tilde{C}(s)$ を求めて、それを逆変換 $\tilde{s} = s + \alpha$ することによって制御則(6.17)式を得ることができる。これを(6.15)式に施した閉ループ系の極は α に相当する安定余裕を持つ。ここで

$$\|M_{zw}\|_{\infty} < \|\tilde{M}_{zw}\|_{\infty} < 1 \quad (6.35)$$

が成り立つのももとの不等式条件(6.25)式が成り立ち、残余モードに対するロバスト安定性は多少の保守性を持ちながら満たされる。

ETS-VIに対する実際の設計では、まず重み関数を安定でプロバな2次の伝達関数

$$W(s) = \frac{f_0 s^2 + f_1 s + f_2}{s^2 + e_1 s + e_2} \quad (6.36)$$

とする。制御軸ごとに(6.18)式を満たすように重み関数のパラメータ e_i, f_i を調整する。 $W(j\omega)$ の振幅が $R(j\omega)$ の最大特異値を大きすぎる余裕をもたせることなく上回るようにパラメータ f_0, f_1, f_2 を設定し、その後 $\omega \approx 0$ でやはり $|W(j\omega)|$ が大きくなるように残るパラメータ e_1, e_2 を何度かの試行錯誤の結果設定した。具体的な数値を表6.1にまとめる。

表6.1 ロバスト安定度指定法による制御系設計の際の重み関数 $W(s), V(s)$ の各係数パラメータとロバスト安定度数 α について

設計軸	α	γ	f_0	f_1	f_2	e_1	e_2
ロール(面内)	0.07	0.4	5×10^{-3}	1.6×10^{-3}	5×10^{-4}	1.5811	10.0
ヨー(面外)	0.1	0.1	3×10^{-4}	1.1879×10^{-4}	2.4×10^{-5}	3.4293	24.0

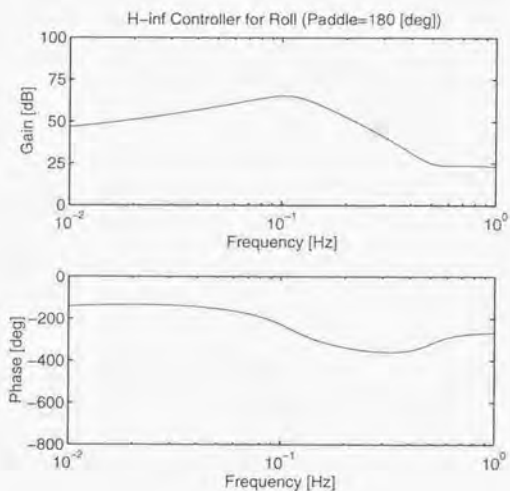
得られた制御則の状態空間表現とボード線図を図6.5(ロール・面内振動)、図6.6(ヨー・面外振動)に示す。

ヨー・面外振動制御系は1次モードまでを制御対象として設計しているので1次モードの共振周波数近傍まで位相安定となりそれよりも高い周波数帯域でゲイン安定となっている。低域で感度関数を低減して制御性能を向上し、高域で振幅を減少させて残余モードに対するロバスト安定性を確保する混合感度問題の結果である。

一方、ロール・面内振動制御系では剛体モードのみが制御対象であり、1次振動モードは残余モードとなるので、ゲインを1次共振周波数よりも低い周波数帯域から0dBより小さくすることによってロバスト安定となっている。

-3.717E-1	6.428E-1	6.172E-1	1.190E+1	1.645E-6	-2.367E-5
-1.826E-1	-2.768E-1	-2.574E+0	-4.969E+1	1.174E-5	-1.557E-4
1.173E-2	2.655E-2	-3.598E-1	-5.855E+0	-9.648E-3	1.162E-1
3.625E-4	-6.241E-3	1.339E-1	-1.229E+0	3.225E+0	2.650E-1
9.876E+0	3.028E+0	-1.824E+0	-3.532E+1	0	0

(a) 状態空間表現



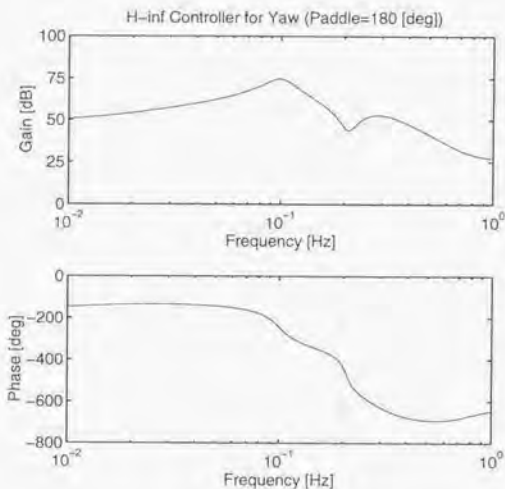
(b) ボード線図表現

図 6.5 バドル角 180 度におけるロール・面内振動用のロバスト制御器

-6.479E-1	-1.061E+0	-4.403E+0	3.156E+1	-1.583E+1	-6.179E+1
5.364E-1	-3.661E-1	-5.321E+0	3.814E+1	-1.913E+1	-7.467E+1
-1.296E-2	2.088E-2	-3.811E-1	2.097E+0	-1.001E+0	-4.090E+0
-6.569E-3	-9.794E-3	-7.643E-2	-4.427E-1	1.245E+0	9.004E-1
-5.031E-3	1.056E-2	-5.840E-2	-5.737E-1	-8.132E-1	-1.733E+0
-3.910E-3	-2.789E-3	1.340E-1	-3.340E-1	2.166E-1	-1.436E+0
-1.651E+1	1.688E+1	-7.095E+0	5.088E+1	-2.552E+1	-9.962E+1

-2.093E-7	-2.916E-7
7.960E-6	-3.049E-5
-1.368E-2	1.284E-1
8.132E-1	3.749E-1
-6.627E-1	1.156E+0
2.756E+0	1.369E+0
0	0

(a) 状態空間表現



(b) ボード線図表現

図 6.6 バドル角 180 度におけるヨー・面外振動用のロバスト制御器

6.4 ロール軸加振による面内振動モードの同定

ここでは軌道上で定常制御中の衛星をスラスタで加振した際のデータを用いた実例を示そう。この実験ではバドル角は180度に固定されていたため、ロール角とバドル面内振動が、またヨー軸とバドル面外振動が干渉することになる。そのうち、ここではロール軸加振データによる閉ループ同定の結果を示す。前節で述べたように、ロール軸では面内1次振動モードは残余モードとして処理されているので、積極的な制御を受けているわけではなく、その振動波形も非制御時のそれに近いものであると思われる。図6.7に拡張ERAによる閉ループの同定結果をボード線図で示した。図では太線がロール姿勢角、細線がロールレートを示している。今回の制御系は姿勢角とそのレートの2つの情報をフィードバックしているため両者を同定しなければならない。ロール軸のスラスタ加振は噴射時間1秒で正方向の加振の例を利用した。

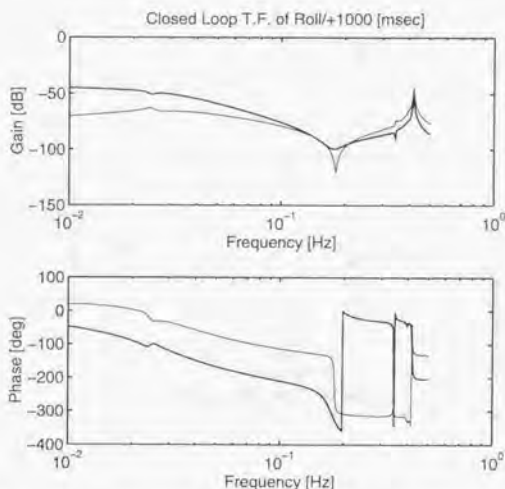


図 6.7 拡張ERAで同定されたロール軸（面内振動）の閉ループ特性（上側：ゲイン、下側：位相、太線：姿勢角、細線：姿勢レート）

確認のため、同定されたモデルによる数値シミュレーションを行い、軌道上での加振データと比較した。その比較を図6.8、6.9に示す。図6.8はロール姿勢角の比較、図6.9はロールレートの比較である。よく一致していることがわかる。

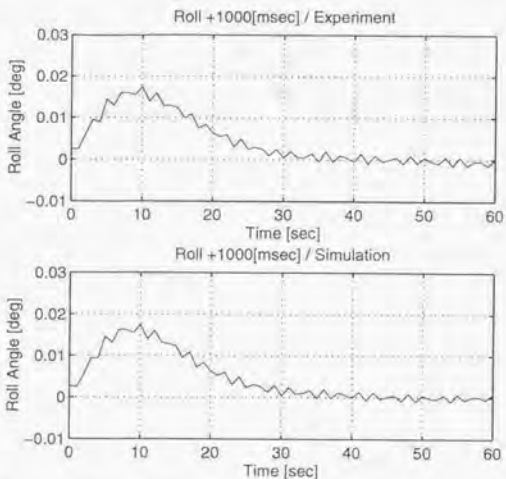


図 6.8 拡張 ERA で同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるロール姿勢角の比較 (上側：軌道上データ, 下側：数値シミュレーション)

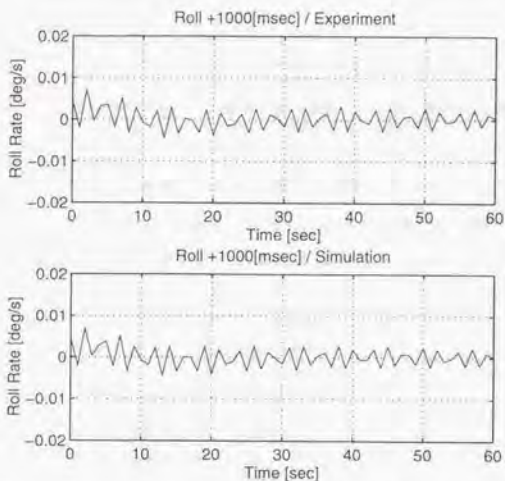


図 6.9 拡張 ERA で同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるロールレートの比較 (上側：軌道上データ, 下側：数値シミュレーション)

次にこの閉ループ同定の結果と制御器の情報から (6.6) 式に基づいて開ループの伝達関数を求めてみると図 6.10 のようになった。図中、太線が閉ループ同定の結果を表している。この実験のテレメトリデータは 1[Hz] のサンプル周期であったため、太線はそのナイキスト周波数である 0.5[Hz] までプロットした。

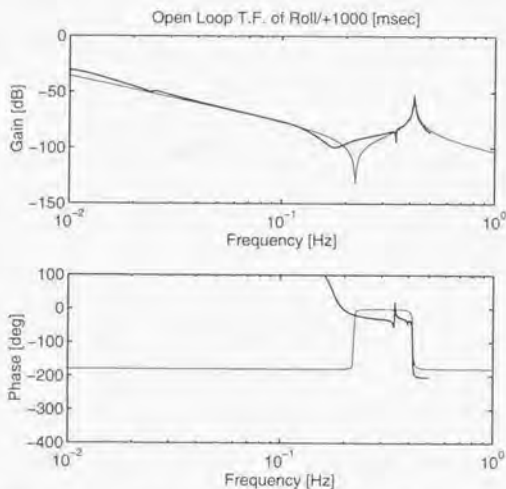


図 6.10 閉ループ同定による制御対象 (衛星ロール軸) 単体の伝達特性 (太線: 閉ループ同定, 細線: 開ループ同定)

テレメトリデータのサンプル周期は、制御実験では 1[Hz] であったため、ナイキスト周波数が 0.5[Hz] となる。このため、この解析で注目しているのは面内 1 次振動モードだけであるが、その結果は表 6.2 のようになった。

表 6.2 閉ループ同定による面内 1 次振動モードの振動数 [Hz], 減衰比 [%]

面内 1 次	閉ループ	開ループ
振動数 [Hz]	0.420	0.421
減衰比 [%]	0.45	0.52

表中、閉ループとは本章で議論してきた、閉ループ系の矩形波加振による観測データへの拡張 ERA による開ループ系の同定結果を、また開ループとは 5 章で解析された、制御系を

遮断した状態での矩形波加振による拡張 ERA による同定結果を意味している。表より、面内振動モードの固有振動数、減衰比とも一致していることが確認された。

6.5 ヨー軸加振による面外振動モードの同定

次にヨー軸加振データによる閉ループ同定の結果を示す。ヨー軸では面外 1 次振動モードは位相安定方式で積極的に制御しているため、その振動波形も非制御時のそれとはかなり異なっているものと思われる。図 6.11 に拡張 ERA による閉ループの同定結果をボード線図で示した。

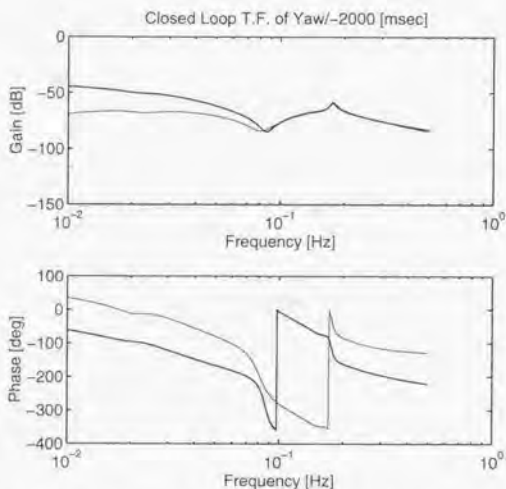


図 6.11 拡張 ERA で同定されたヨー軸（面外振動）の閉ループ特性
（上側：ゲイン，下側：位相，太線：姿勢角，細線：姿勢レート）

図では太線がヨー姿勢角，細線がヨーレートを示している。今回の制御系も姿勢角とそのレートの 2 つの情報をフィードバックしているため両者を同定しなければならない。ヨー軸のスラスタ加振は噴射時間 2 秒で負方向の加振の例を利用した。

確認のため、同定されたモデルによる数値シミュレーションを行い、軌道上での加振データと比較した。その比較を図 6.12, 6.13 に示す。図 6.12 はヨー姿勢角の比較，図 6.13 はヨーレートの比較である。よく一致していることがわかる。

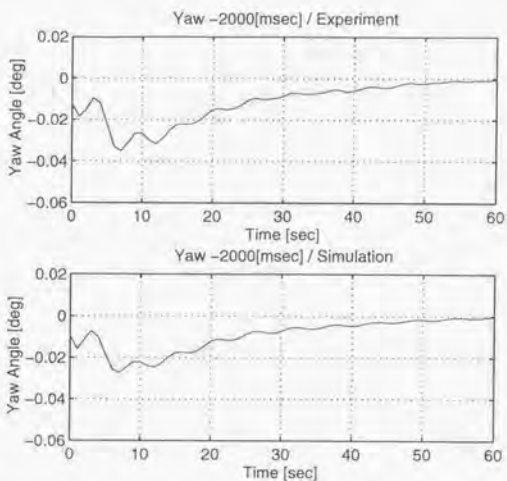


図 6.12 拡張ERAで同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるヨー姿勢角の比較（上側：軌道上加振データ，下側：数値シミュレーション）

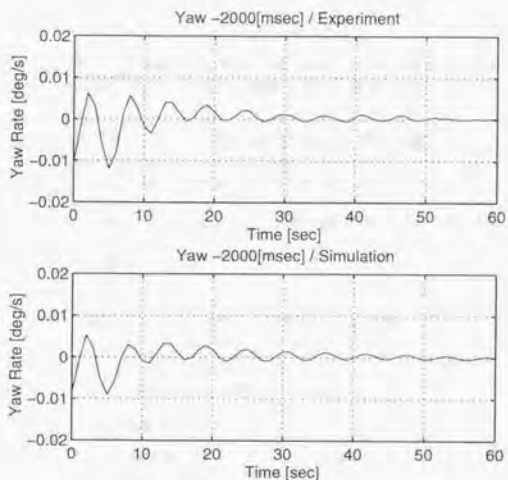


図 6.13 拡張ERAで同定されたモデルによる数値シミュレーションと軌道上加振データによるヨーレートの比較（上側：軌道上加振データ，下側：数値シミュレーション）

次にこの閉ループ同定の結果と制御器の情報から (6.6) 式に基づいて開ループの伝達関数を求めてみると図 6.14 のようになった。図 6.10 と同様、閉ループ同定結果を表す太線はナイキスト周波数である $0.5[\text{Hz}]$ までプロットしている。

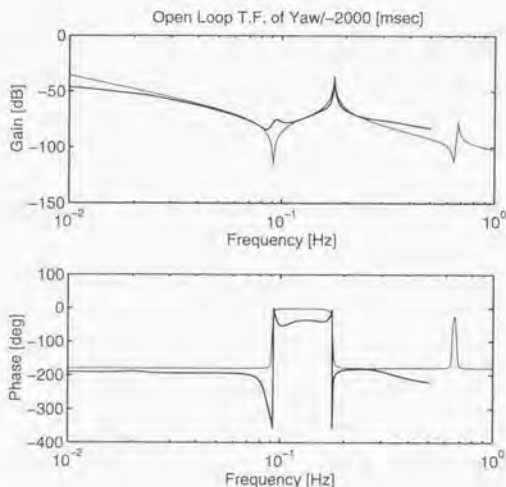


図 6.14 閉ループ同定による制御対象 (衛星ヨー軸) 単体の伝達特性 (太線：閉ループ同定、細線：開ループ同定)

この解析で注目しているのは、やはり周波数 $0.5[\text{Hz}]$ 以下の振動モードである、面外 1 次振動モードだけであるが、その結果は表 6.3 のようになった。表中、閉ループとは本章で議論してきた制御中の同定結果を、また開ループとは 5 章で解析された制御系を遮断した状態での加振による同定結果を意味している。

表 6.3 閉ループ同定による面外 1 次振動モードの振動数 $[\text{Hz}]$ 、減衰比 $[\%]$

面外 1 次	閉ループ	開ループ
振動数 $[\text{Hz}]$	0.176	0.177
減衰比 $[\%]$	3.7	0.55

表より、面外曲げ 1 次振動モードの振動数については正確に同定できたが、減衰比については開ループ同定とは異なる数値が得られた。

6.6 閉ループ同定において提案するアルゴリズム

本章では通常の制御系を動作させた定常状態において、矩形波加振を行い、その際の観測量から拡張 ERA を用いて、制御対象単体のシステム同定の可能性について考察し、次のようなアルゴリズムを提案した。

Step 1: 制御系を含む閉ループシステム $G(s)$ に対して定常状態において矩形波加振を行い、取得データに対して拡張 ERA を適用してシステム同定を行う。その結果を (6.11) 式により状態空間表現する。

↓

Step 2: 制御対象に付加した制御系の伝達関数 $C(s)$ を (6.4) 式により状態空間表現する。

↓

Step 3: (6.13) 式を用いて制御系がない場合の開ループでの伝達関数 $P(s)$ を求める。

実際の軌道上加振データを用いた解析では、注目していた面内、面外 1 次の振動モードの振動数については正確に同定できたが、減衰比については面外振動モードでは予想された 0.5% よりも高めの数値となった。この理由としては制御中のインパルス外乱による姿勢変動が約 0.02 度ほどの微小なものでテレメトリへの A/D 変換の分解能や量子化誤差の影響があったものと推察される。

制御中の同定法としては、5.8 節で表 5.20、5.21 において比較した、制御中の定常状態における入出力データを用いた、拡張カルマンフィルタによる固有振動数と減衰比のパラメータ推定 [107] があるが、本論文で提案された拡張 ERA と、この拡張カルマンフィルタによる手法を比較すると、表 6.4 のようにまとめられる。どちらの手法とも同定されたモードは、面外、面内ともに 1 次モードのみであるが、これは制御実験における 1[Hz] サンプルによる観測データを用いているため、ナイキスト周波数が 0.5[Hz] となり、この周波数より低い帯域に存在する振動モードは面外、面内ともに 1 次モードのみであるという理由によっている。

拡張 ERA は制御器の正確な数学モデルが必要ではあり、外乱や雑音が大きく場合は別途、雑音等の除去処理が必要となるが、制御器が出力する、制御信号を観測する必要がないこと、測定時間が開ループでの同定と同様に、短時間でよいことなどの点は、軌道上実験に適した手法であると考えられる。

なお、本章での同定結果を示したボード線図（ロール軸：図 6.10、ヨー軸：図 6.14）で

は、各1次振動モード付近のゲイン、位相曲線はともに、ほぼ閉ループ状態（第5章）での同定結果と一致しているが、低域の剛体モードや零点の付近のボード線図には誤差が含まれている。これは、閉ループ状態での同定結果からは、剛体モードの振動数が完全に零として同定できなかったこと、そしてそのために、剛体モードからの零点への寄与分に誤差が含まれていること、さらには、閉ループ状態での同定結果には、観測データに含まれる雑音や量子化誤差の影響により、誤認された架空の振動モードや制御モードが存在していることなどが考えられる。これらの点は実用的には、実験前の制御対象に関する事前情報を十分に活用することで、架空の振動モードは人為的に除去するなどして、精度の向上を図ることが可能であると思われる。

表 6.4 閉ループ状態での矩形波加振による同定（拡張 ERA）と閉ループ定常状態における入出力データを用いた拡張カルマンフィルタによる同定（EKF）の比較

比較項目	拡張 ERA	EKF [107]
アルゴリズム	線形時不変システムにおける代数計算	非線形確率システムでの適応フィルタリング問題
外乱、雑音等	閉ループ系への矩形波加振 観測雑音は考慮せず	外乱や観測雑音として白色雑音あるいはそのモデルを仮定
制御信号の測定	不要	必要
制御器の数学モデル	必要	不要
データ点数	少数	収束には一般に多数のデータが必要、初期値の推定も必要

以上の考察から、軌道上実験という様々な制約のもとでも、固有振動数は十分に正確に同定できたことを考えれば、制御中の同定でも十分に意味のある結果が得られることが実証されたと考えてよい。

なお、本アルゴリズムは、制御器が完全に振動モードの励起を抑制していても、制御している帯域の情報は制御器のパラメータに存在しており、抑制された振動モードも含めて、理論的には完全に制御対象モデルを復元可能ではあるが、実際の実験に適用する際の問題点としては、システムに制御系が付加されている状態で加振データを取得する必要があり、ストラスタによる加振力が一般には小さく、さらに振動波形の振幅は制御系によって抑えられているため、測定時の量子化誤差やテレメトリの分解能の影響を受けて、同定精度が悪化することが考えられる。

第7章 結論

7.1 本論文で提案された手法

宇宙構造物や人工衛星はそのミッションの複雑化、多様化、高性能化に伴い、構造も大型化、柔軟化する傾向にある。このようなシステムに対して、いわゆるロバスト制御理論に基づき制御系設計法が適用され、優れた制御性能を与えることが可能となってきた。しかしロバスト制御といえども、制御対象の数学モデルを用いて設計される。そのため、求められた制御系の保守性を低減し、優れた制御性能を達成するためには、可能な限り正確な同定を行うことが不可欠である。ところが、軌道上で展開・組立される宇宙構造物の場合では、地上での振動試験は容易ではなく、軌道上同定によるより精密なモデルの同定が必要となってきた。しかしながら、従来法による時間領域での同定理論を軌道上同定に適用すると、宇宙実験という特殊性から生じる様々な制約のため、いくつかの問題点があることを指摘した。

そこで、本論文では、これらの問題点を克服するために従来の時間領域でのハンケル行列による同定理論に以下のような項目について理論的拡張を行った。

(i) 矩形波入力への拡張

軌道上でのガスジェットスラスタによる加振を想定して、理想的なインパルス入力ではなく、矩形波入力に対しても解析できるようにハンケル行列の特異値分解による固有システム実現化法を拡張した。

(ii) 加速度出力への拡張

構造解析の分野では一般的なセンサである加速度計データは、状態空間表現では扱いにくい情報量である。そこで本論文では、この加速度情報についても対応できるように考察を行い、宇宙構造物に搭載された加速度計データの解析を可能とする同定法を提案した。加速度計データには高次モードの情報も豊富に含まれるため、この理論的拡張により高次モードの同定も可能となった。

(iii) 回帰法を適用した入出力行列の同定精度の改良

振動モード方程式が本来、有している方程式の構造を取り込むことによって、(i)あるいは(ii)によって同定された振動モードの振動数と減衰比からシステム行列を構成して、それ

を用いて時間領域での出力誤差に関する最小2乗法による入出力行列の同定を行い、矩形波加振時刻と観測データ取り込み開始時刻との時間差を正確に反映させることにより、その同定精度を向上させるアルゴリズムを提案した。さらに、この時の繰り返し計算の収束性から、システム行列の次数の決定について、その規範を与えることを示した。

(iv) 2次振動系からの剛体モードの同定精度の改良

一般に不安定な剛体モードを同定することは容易ではない。そこで、対象物に剛体モード存在していることが事前にわかっている場合、原波形から直接、最小2乗法により剛体モードのみを同定する手法を提案した。この場合、剛体モードの振動数は零であるので、同定すべき量はモード形状である。

(v) 閉ループ系での加振による開ループ系の同定への拡張

衛星の姿勢制御系を稼働させた状態で加振を行い、その取得データから制御系の動特性を取り除いた、衛星の開ループのシステム同定を行う手法を提案した。この手法により軌道上実験の安全性を向上させることが可能となった。

7.2 実験によって得られた成果

本論文で提案された軌道上同定のためのアルゴリズムは地上実験や実衛星による軌道上実験により実験的にその理論的妥当性や有用性が確認された。これらの具体的な実験の内容や解析結果、そしてその実験によって得られた成果を以下に示す。

(1) 1軸エアテーブル試験装置による地上実験

本試験装置は圧縮空気によって浮上するアルミ製の円板を模擬衛星本体とし、それにCFRPで作成されたアイソグリップパネルが搭載された構成になっている。アクチュエータとしてエアテーブル支持軸に非接触式トルカが取り付けられ、テーブル本体を加振し、またセンサとしてテーブル角測定装置が取り付けられ、テーブル角が測定される。また、アイソグリップパネルには圧電式の軽量加速度計も取り付けられている。このシステムに対してトルカから矩形波を入力してテーブル本体を加振して、その際に測定された姿勢角や加速度計データに対して、第3章で提案されたアルゴリズムを適用して解析を行った。その結果、

(a) 矩形波加振によるテーブル角の測定データから、従来法による時間領域での同定法と、本論文で提案された手法での同定法で、テーブル全系の剛体モードとパネル曲げ振動モード

の各種パラメータを同定し、その結果を境界条件の異なる、別の実験モード解析から得られた公称値と比較した。

(b) さらにテーブルに片持ち状態で固定された柔軟なアイソグリップパネルの周囲全体に10個の加速度計を搭載し、その加速度出力への理論的拡張を適用してパネルの5種類の振動モード周波数及びそのモード形状の同定を行った。

以上、地上実験の解析結果から得られた成果は以下の通りである。

(i) 第3章において提案されたアルゴリズムの実験的検証

第3章において提案された、矩形波加振による時間領域でのシステム同定論とその理論的拡張の妥当性について地上の実験装置を用いて検証した。また、本論文で提案された手法が、従来法よりも優れた同定精度を示したことも確認した。

(ii) 同アルゴリズムの軌道上同定実験への適用可能性の検証

加速度計による同定実験の例では1加速度計当たりデータ点数44点、測定時間にして約2秒足らずであり、実験時間に制約のある宇宙実験には非常に有効であることも確認された。

(2) 技術試験衛星VI型を用いた軌道上同定実験

本論文で提案されたアルゴリズムは最終的には1994年に打ち上げられた技術試験衛星VI型による軌道上同定実験でその有効性が検証された。その結果、

(a) この実験では1994年12月及び1995年1月に行われたパドル角270度形態での加振実験について軌道上加振データから本論文で提案されたアルゴリズムにより振動モード周波数や減衰比を同定した。

(b) 制御系設計のための規範モデルへの反映するために、(a)において得られた、パドル角270度形態における高精度な衛星の数学モデルはその後の3月に行われた姿勢制御実験のための制御系設計に反映された。

(c) その後、軌道上同定モデルに基づいて構成された非拘束モードモデルから拘束モードモデルを逆算することにより、太陽電池パドル単体の振動モード周波数を求めた。さらにこの拘束モードモデルから3月に予定されていたパドル角180度形態での実験に備えて、パドル角180度形態での非拘束モードモデルの構築も行われた。

(d) そして1995年3月に行われたバドル角180度形態での加振実験について、同様に軌道上加振データから本論文で提案された手法により振動モード周波数や減衰比を同定を行った。

(e) これらの解析結果は矩形波加振データに対する他の同定法による解析結果やランダム加振実験の解析結果との比較検討を行い、振動周波数、減衰比とも一致していることを確認した。

(f) 閉ループ系からの開ループ系の同定では、ロバスト安定度指定法による制御実験でのスラスト加振データを利用して、実際の実験データの解析を行い、ロール（面内）とヨー（面外）の各軸について1次振動モードの振動数と減衰比の同定を行い、開ループでの同定結果と比較して、一致していることを確認した。

以上、軌道上同定実験の解析結果から得られた成果は以下の通りである。

(i) 本論文で提案された本アルゴリズムの妥当性

理論的な正当性については既に地上実験において検証されていたが、軌道上加振データによる振動データに対しても正しく同定された。これは矩形波加振データに対する、周波数領域での信頼性の高い、確立された同定法（FFT、MEMなど）による同定結果やランダム加振という全く異なる加振法による解析結果の比較から明らかである。ただし矩形波加振とランダム加振ではその同定された振動モードの振動数やその減衰比に若干の差異が認められたが、これは加振法（加振エネルギー）の相違に起因する結合部の非線形性や振動の振幅依存性であると考えられる。

(ii) 宇宙実験に対する本アルゴリズムの有用性

一般に信頼性が低いとされてきた、時間領域での同定法のひとつである、ハンケル行列の特異値分解によりシステム行列を同定する本アルゴリズムは、入力として矩形波のみが必要であり、その波形そのものは観測する必要がないこと、また、その後のシステムの自由減衰波形の測定時間も注目している振動モードの10倍程度を目安として取得すればよいことなどの特徴は宇宙実験にとっては非常に有効であると考えられる。

(iii) モード合成法による地上同定の妥当性

軌道上での矩形波加振およびランダム加振による取得データの解析から総合的に判断して

得られた主な振動モードはモード合成法を用いた地上試験結果と比較して周波数で約 10~13%の差異が存在していたことが確認された。減衰比についてはその振幅依存性から同定された数値に若干の幅が存在しているが、その値はおおむね 0.005 前後であり、打ち上げ前の推定とはほぼ一致していることも確認された。これによって、地上における大型宇宙構造物の同定法の精度を見積もるための基準を与えることができた。

(iv) 閉ループ系からの開ループ系の同定に関する理論的考察の妥当性と有用性

姿勢制御系を遮断せずに、制御系を含めた定常状態での閉ループ系での加振実験から衛星単体のシステム同定を行うアルゴリズムの妥当性および軌道上同定への有用性を検証した。閉ループ系全体の同定は本論文で提案された手法を用いているため、外生信号は矩形波加振入力のみが必要であり、閉ループ系中の制御器から出力される制御信号は測定する必要がなく、衛星の制御系も通常通り運用されていて実験に対する安全性も向上するといった利点が確認された。

7.3 今後の研究課題

本論文では実衛星による軌道上での加振実験を通して、大型柔軟宇宙構造物のシステムパラメータを時間領域で同定するための理論的考察とその実験的検証について詳細に述べてきた。ここでは現状での問題点と今後の研究課題についてまとめる。

軌道上同定については宇宙実験ということで予想以上の様々な問題が発生した。例えば、入力となるスラスタによる矩形波信号の生成では単一極小幅でスラスタ噴射するため、応答性、再現性に極めて乏しく、信頼性の低い加振であった。また、実験に利用できるテレメトリ配分でも十分な領域を確保することができなかったため、同定帯域も制限される結果となった。一方、解析結果の各種同定手法との比較ではインパルス加振とランダム加振で明らかにその同定結果に差異が生じており、バドル駆動機構やバドル間の結合部の非線形性や加振の振幅依存性が認められた。今後もこのような複雑な構造を持った衛星が多数打ち上げられることが予想されるが、部分構造物の単体の振動試験はもとより構造と構造を結合する結合部の特性も可能な限り地上で試験すべきであろう。

一方、今後の研究課題としてさらに検討すべき点は以下のようにまとめられる。

(i) 非線形性や時変形性を考慮した同定の必要性

例えば軌道上作業機のように大きな軌道・姿勢変更を伴う運動するような場合、その剛体

運動にジャイロ効果も加わり、構造振動も非線形的になる場合がある。また大型宇宙構造物でも軌道上での展開・組立、伸展・収納等に伴い、短時間にその質量分布や形状・形態が大きく変更される場合、制御系設計の際の必要性から、時変形系としての同定が要求される場合も想定される。

(ii) 多入力多出力系としての同定の必要性

次に構造の大型化、複雑に伴い益々低次の振動モードの周波数の分布は稠密になり、さらに構造的にロール、ピッチ、ヨーといった衛星3軸のモード分離が完全ではなくなり従来の1入力1出力系のような単純なモデルから軸間干渉を伴う多入力多出力系として対象を同定する必要もある。

(iii) ロバスト同定の必要性

システム同定の本来の目的は地上での事前解析結果との比較はもちろん、最終的には制御系設計の際に参照される、より高精度のモデルを実現することにある。その意味ではモデルそのものより制御系が対象とする低次元化モデルの直接同定や残余モードの上限の規範を与えるようなロバスト同定にも興味が集まっている。

(iv) オンライン同定の必要性

さらには初期の制御系は安定性のみ考慮した粗い制御系を用い、対象を同定しながら制御パラメータを切り替えていくような一種の適応制御が検討される場合などではオンラインで逐次的なアルゴリズムも必要になると考えられる。

以上が今後のシステム同定問題における研究課題であると考えられるが、本研究の成果はこれらの問題解決のための基礎的技術として貢献できるものと確信する。

の根が Λ_i の固有値であるから

$$\begin{cases} \alpha_i = -\zeta_i \omega_i \\ \beta_i = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

あるいは

$$\begin{cases} \zeta_i = -\alpha_i / \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \\ \omega_i = \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

の関係が得られる。変換行列 T_i を

$$T_i = \begin{bmatrix} \beta_i & 0 \\ -\alpha_i & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{A.11})$$

と定義すると、 T_i を用いて次式のように Λ_i を Γ_i に変換できる。

$$T_i^{-1} \Lambda_i T_i = \Gamma_i \quad (\text{A.12})$$

よって、 Γ_i から Λ_i への変換は(A.12)式より

$$\Lambda_i = T_i \Gamma_i T_i^{-1} \quad (\text{A.13})$$

となる。これを $i=1 \sim N$ について行い、まとめて表現すると

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & & & \\ & \Lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \Lambda_N \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & & & \\ & \Gamma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \Gamma_N \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$T = \begin{bmatrix} T_1 & & & \\ & T_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & T_N \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

とおけば

$$\Lambda = T T T^{-1} \quad (\text{A.17})$$

となる。以上よりシステム行列 \bar{A} を力学系の標準形式に変換するためには

$$P = Q T^{-1} \quad (\text{A.18})$$

$$= \begin{bmatrix} \phi_1 & \psi_1 & \phi_2 & \psi_2 & \cdots & \phi_N & \psi_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1^{-1} & & & & & & \\ & T_2^{-1} & & & & & \\ & & \ddots & & & & \\ & & & & & & T_N^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$= \begin{bmatrix} \phi_1\beta_1 - \psi_1\alpha_1 & \psi_1 & \cdots & \phi_N\beta_N - \psi_N\alpha_N & \psi_N \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

を用いて

$$P^{-1}\hat{A}P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & & & \\ -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 & & & & & \\ & & \ddots & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & 0 & 1 & \\ & & & & -\omega_N^2 & -2\zeta_N\omega_N & \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

と変換すればよい。実際には (A.21) 式では当初の目標としていた形とは異なりブロックレベルで標準化されていることになる。これを (A.1) 式と完全に同型にするためには以下のようを行と列を入れ替える、いわゆる基本変換行列を作用させればよい。

$$W = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 & & & \\ & 0 & & 1 & & & \\ & & 1 & & & 0 & \\ & & 0 & & & 1 & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

これを (A.21) 式の両側から作用させて

$$A = W^T P^{-1} \hat{A} P W \quad (\text{A.23})$$

$$= \begin{bmatrix} O & I \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

を得る。また入出力行列 B , C もそれぞれ

$$B = W^T P^{-1} \hat{B} \quad (\text{A.25})$$

$$C = \hat{C} P W \quad (\text{A.26})$$

として求められる。

付録 B SIMO 系での伝達関数表現

構造物のような 2 次振動系における 1 入力多出力系を考える。この時、状態空間でのシステム方程式と観測方程式は

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{B.1})$$

$$y = Cx \quad (\text{B.2})$$

である。ここで $x \in R^{n \times 1}$ は状態量、 $u \in R^{1 \times 1}$ は操作量、 $y \in R^{p \times 1}$ は観測量であり、行列 A, B, C はそれぞれ

$$A = \begin{bmatrix} O_{n/2 \times n/2} & I_{n/2 \times n/2} \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$B = \begin{bmatrix} O_{n/2 \times 1} \\ \phi^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$C = \begin{bmatrix} \Psi & O_{p \times n/2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

である。 O, I はそれぞれ下付き添字の大きさの零行列、単位行列、 ω は固有振動数を対角に並べた対角行列、 ζ は減衰比を対角に並べた対角行列である。また ϕ, Ψ はそれぞれ入力点 (操作量を印加する点)、出力点 (観測量を測定する点) でのモード形状行列であり

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_{n/2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_p \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

と表せる。ここで $\phi_1, \dots, \phi_{n/2}$ はスカラー、 Ψ_1, \dots, Ψ_p は $1 \times p$ の大きさの行ベクトルである。

操作量 u から観測量 y への伝達関数 G は

$$G = C(sI - A)^{-1}B \quad (\text{B.8})$$

である。 G は $p \times 1$ の大きさである。 G の第 i 成分 G_i は操作量から観測量の第 i 線分 y_i への伝達関数に相当し

$$G_i = \begin{bmatrix} \Psi_i & O_{1 \times n/2} \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{bmatrix} O_{n/2 \times 1} \\ \phi^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

ここで $(sI - A)^{-1}$ は

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s}I - \frac{1}{s}(s^2I + 2\zeta\omega s + \omega^2)^{-1}\omega^2 & (s^2I + 2\zeta\omega s + \omega^2)^{-1} \\ (s^2I + 2\zeta\omega s + \omega^2)^{-1}\omega^2 & s(s^2I + 2\zeta\omega s + \omega^2)^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

と計算されるので、これを (B.9) 式に代入すると

$$\begin{aligned}
 G_i &= \Psi_i (s^2 I + 2\zeta \omega s + \omega^2)^{-1} \phi^T \\
 &= \begin{bmatrix} \psi_{i1} & \psi_{i2} & \dots & \psi_{in/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{s^2 + 2\zeta_1 \omega_1 s + \omega_1^2} & & & \\ & \dots & & \\ & & \frac{1}{s^2 + 2\zeta_{n/2} \omega_{n/2} s + \omega_{n/2}^2} & \\ & & & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_{n/2} \end{bmatrix} \\
 &= \sum_{j=1}^{n/2} \frac{\psi_{ij} \phi_j}{s^2 + 2\zeta_j \omega_j s + \omega_j^2} \quad (\text{B.11})
 \end{aligned}$$

となる。ここで Ψ_i を

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} \psi_{i1} & \psi_{i2} & \dots & \psi_{in/2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

とした。 $\psi_{i1}, \dots, \psi_{in/2}$ はスカラーである。

付録 C 質量行列と剛性行列の同時対角化

正定対称行列である質量行列 M と半正定対称行列である剛性行列 K で表現される拘束モードモデル

$$M\ddot{x} + Kx = f \quad (\text{C.1})$$

を非拘束モードモデルに変換するためには質量行列と剛性行列を同時に対角化しなければならない。そのためのアルゴリズムを以下に示す。

まず、(C.1) 式の左から $M^{-1/2}$ を作用させて

$$M^{1/2}\ddot{x} + (M^{-1/2}KM^{-1/2})M^{1/2}x = M^{-1/2}f \quad (\text{C.2})$$

となる。左辺第 2 項の係数 $M^{-1/2}KM^{-1/2}$ は実対称行列であるから、この部分は対角化可能であり、正規直交行列 V (固有ベクトルを並べたもの) と対角行列 D (固有値を対角に並べたもの) を用いて

$$M^{-1/2}KM^{-1/2} = VDV^T \quad (\text{C.3})$$

とできる。 D は非拘束モードモデルにおける固有振動数に対応している。さて、これを用いて (C.2) 式を置き換え、左から V^T を作用させると

$$V^T M^{1/2} \ddot{x} + DV^T M^{1/2} x = V^T M^{-1/2} f \quad (\text{C.4})$$

となる。ここで

$$V^T M^{1/2} x = \eta \quad (\text{C.5})$$

とすれば (C.4) 式は

$$\ddot{\eta} + D\eta = V^T M^{-1/2} f \quad (\text{C.6})$$

$$x = M^{-1/2} V \eta \quad (\text{C.7})$$

となり、非拘束モードモデルが得られる。また、この時

$$\Phi = M^{-1/2} V \quad (\text{C.8})$$

をモード形状行列と呼ぶ。

付録 D ETS-VI の物理パラメータ

打ち上げ前に測定・計算された ETS-VI の実機モデルの各種物理パラメータのうち、第 5 章の動力学モデルの計算に必要なものを以下に示す。なお以下の数値はパドル角が 180 度の場合のものであり、各変数は第 5 章において定義されたものである。

$$m = 1797.4 \quad (D.1)$$

$$I = \begin{bmatrix} 15762.6 & -183.0 & -89.0 \\ -183.0 & 5354.0 & 217.1 \\ -89.0 & 217.0 & 14832.6 \end{bmatrix} \quad (D.2)$$

$$\delta^{i0T} = \begin{bmatrix} 0.031431 & 0.0012941 & -6.701217 \\ 6.970625 & 0.0012497 & 0.0013847 \\ 0.000531 & -0.0001129 & -0.0355677 \\ 0.000867 & -0.00001829 & 3.778768 \\ -0.00001 & 0.0000454 & 0.006151 \\ -0.000125 & 0.0000127 & 2.206032 \\ 3.077413 & 0.0001621 & 0.000071 \end{bmatrix} \quad (D.3)$$

$$\delta^{i1T} = \begin{bmatrix} -66.43273 & -0.0424774 & 0.000117 \\ -0.000014 & 0.0000003 & -67.31094 \\ -0.12424 & 6.84583 & 0.000041 \\ 8.304157 & 0.0014341 & 0.0000118 \\ -0.002637 & 2.256128 & -0.0000002 \\ 2.711582 & 0.0029336 & -0.000002 \\ -0.000003 & 0.0 & -2.202246 \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

$$C^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (D.5)$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (D.6)$$

$$R^1 = \begin{bmatrix} -0.0261 \\ 1.0604 \\ -0.4115 \end{bmatrix} \quad (D.7)$$

$$R^2 = \begin{bmatrix} -0.0261 \\ -0.9996 \\ -0.4115 \end{bmatrix} \quad (D.8)$$

$$\Omega^1 = \text{diag} \{ 0.1035 \quad 0.2560 \quad 0.3949 \quad 0.7417 \quad 1.259 \quad 1.996 \quad 2.868 \} \quad (D.9)$$

$$\Omega^2 = \text{diag} \{ 0.1035 \quad 0.2560 \quad 0.3949 \quad 0.7417 \quad 1.259 \quad 1.996 \quad 2.868 \} \quad (D.10)$$

$$\zeta^1 = \text{diag} \{ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \} \quad (\text{D.11})$$

$$\zeta^2 = \text{diag} \{ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.005 \} \quad (\text{D.12})$$

ここで $\text{diag}\{*\}$ は*の各要素を対角成分に有する対角行列を表す。また、太陽電池パドルのモード質量は1に正規化した。

謝 辞

終わりにあたり、本論文をまとめるに際して懇切なご指導とご鞭撻を賜った、東京大学工学部 中須賀真一助教授、宇宙科学研究所 松尾弘毅教授、小野田淳次郎教授、東京大学工学部 鈴木真二教授、青木隆平助教授に対して、謹んで感謝の意を表します。

本研究は科学技術庁航空宇宙技術研究所において行われたものであり、研究の実施に当たり、終始、熱心にご指導とご助言をいただいた、宇宙研究グループ 木田 隆グループリーダー（現在は電気通信大学機械制御工学科教授）と構造力学部 小松敬治室長に対して、厚く感謝の意を表します。

また、本論文の地上実験に関する研究では、理論的な考察や実験の実施に当たり、制御部 佐々修一室長、構造力学部 佐野政明主任研究官、甲斐高志主任研究官、葛西時雄主任研究官に対して、心より感謝の意を表します。

さらに、本論文の宇宙実験に関する研究は、航空宇宙技術研究所と宇宙開発事業団との共同研究として遂行されたものであり、共同研究の計画や実施、実験の運用や支援に当たっては、宇宙開発事業団 関口 毅氏、石川伸一氏、市川信一郎氏、株式会社東芝 千田有一氏、曾我広志氏、足立修一氏（現在は宇都宮大学工学部助教授）、三菱電機株式会社 山田克彦氏、阿波祐二氏をはじめとして、多くの方々から多大なご協力をいただいたことに対して、深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] E.G. Gilbert: Controllability and Observability in Multivariable Control Systems, *SIAM Journal on Control*, Vol.1 No.2, pp.128-151, (1963).
- [2] R.E. Kalman: Mathematical Description of Linear Dynamical Systems, *SIAM Journal on Control*, Vol.1, No.2, pp.152-192, (1963).
- [3] J.W. Cooley, J.W. Tukey: An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, *Mathematics of Computation*, Vol.19, pp.297-301, (1965).
- [4] R.J. Guyan: Reduction of Stiffness and Mass Matrices, *AIAA Journal*, Vol.3, No.2, pp.380, (1965).
- [5] W.C. Hurty: Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes, *AIAA Journal*, Vol.3, No.4, pp.678, (1965).
- [6] B.L. Ho, R.E. Kalman: Effective Construction of Linear State-variable Models from Input/output Functions, *Regelungstechnik*, Vol.14, No.12, pp.545-548, (1966).
- [7] R.R. Craig Jr., M.C.C. Bampton: Coupling of Substructures for Dynamic Analysis, *AIAA Journal*, Vol.6, No.7, pp.1313, (1968).
- [8] A.J. Tether: Construction of Minimal Linear State-Variable Models from Finite Input-Output Data, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol.AC-15, No.4, pp.427-436, (1970).
- [9] L.M. Silverman: Realization of Linear Dynamical Systems, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol.AC-16, No.6, pp.554-567, (1971).
- [10] W.A. Benfield, R.F. Hruda: Vibration Analysis of Structures by Component Mode Substitution, *AIAA Journal*, Vol.9, No.7, pp.1255, (1971).
- [11] R.H. Rossen, L. Lapidus: Minimum Realizations and System Modeling: I. Fundamental Theory and Algorithms, *AIChE Journal*, Vol.18, No.4, pp.673-684, (1972).
- [12] R.H. Rossen, L. Lapidus: Minimum Realizations and System Modeling: II. Theoretical and Numerical Extensions, *AIChE Journal*, Vol.18, No.5, pp.881-892, (1972).
- [13] H.P. Zeiger A.J. McEwen: Approximate Linear Realization of Given Dimension Via Ho's Algorithm, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol.AC-19, No.2, pp.153, (1974).
- [14] S.R. Ibrahim, E.C. Mikulcik: A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the Free Response, *Shock and Vibration Bulletin*, Vol.47, Part 4, pp.183-198, (1977).

- [15] B.R. Hanks, R. Miserentino, S.R.Ibrahim, S.H. Lee, B.K. Wada: Comparison of Modal Test Methods on the Voyager Payload, SAE Paper 781044, (1978).
- [16] S.Y. Kung: A New Identification and Model Reduction Algorithm via Singular Value Decomposition, 12th Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computers, pp.704-715, (1978).
- [17] M.J. Balas: Feedback Control of Flexible Spacecraft, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.AC-23, No.4, pp.673-679, (1978).
- [18] S.C. Garg, P.C. Hughes, R.A. Millar, F.R. Vigneron: Flight Results on Structural Dynamics from Hermes, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.16, No.2, pp.81-87, (1979).
- [19] T. Kailath: Linear Systems, Prentice-Hall, Inc., pp.656, (1980).
- [20] V.C. Klema, A.J. Laub: The Singular Value Decomposition: Its Computation and Some Applications, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.AC-25, No.2, pp.164-176, (1980).
- [21] S.R. Ibrahim, R.S. Pappa: Large Modal Survey Testing Using the Ibrahim Time Domain (ITD) Identification Technique, AIAA Paper 81-0528, pp.173-186, (1981).
- [22] B.C. Moore: Principal Components Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.26, No.1, pp.17-32, (1981).
- [23] R.E. Skelton, P.C. Hughes: Order Reduction for Models of Space Structures Using Modal Cost Analysis, Journal of Guidance and Control, Vol.5, No.4, pp.351-357, (1982).
- [24] 計測自動制御学会編:自動制御ハンドブック 基礎編, オーム社, (1983).
- [25] J.-C. Chen, L.F. Peretti, J.A. Garba: Spacecraft Structural System Identification by Modal Test, AIAA Paper 84-1051, AIAA Dynamics Specialists Conference, pp.478-489, (1984).
- [26] K.W. Lips, F.R. Vigneron: Damping Synthesis for a Spacecraft Using Substructure and Component Data, AIAA Paper 84-1053, AIAA Dynamics Specialists Conference, pp.497-506, (1984).
- [27] M. Trubert: Assessment of Galileo Modal Test Results for Mathematical Model Verification, AIAA Paper 84-1066, AIAA Dynamics Specialists Conference, pp.528-541, (1984).
- [28] R.C. Stroud, M.R. Pamidi: Some Measurement and Analysis Methods Used in the Galileo Spacecraft Modal Survey, AIAA Paper 84-1067, AIAA Dynamics Specialists Conference, pp.542-548, (1984).

- [29] J.-C. Chen, D.L. Hunt: Application of Multiple Input Random and Polyreference Analysis Techniques to the Galileo Spacecraft Modal Survey, AIAA Paper 84-1069, AIAA Dynamics Specialists Conference, pp.554-560, (1984).
- [30] R.S. Pappa, J.-N. Juang: Galileo Spacecraft Modal Identification Using an Eigensystem Realization Algorithm, AIAA Paper 84-1070, AIAA Dynamics Specialists Conference, pp.630-645, (1984).
- [31] J.-C. Chen: Evaluation of Modal Testing Methods, AIAA Paper 84-1071, AIAA Dynamics Specialists Conference, pp.561-5572, (1984).
- [32] J.-N. Juang, R.S. Pappa: An Eigensystem Realization Algorithm (ERA) for Modal Parameter Identification and Model Reduction, NASA/JPL Workshop on Identification and Control of Flexible Space Structures, (1984).
- [33] J.-N. Juang, R.S. Pappa: An Eigensystem Realization Algorithm (ERA) for Modal Parameter Identification and Model Reduction, Fourth International Conference on Applied Numerical Modeling with Central Theme on Computational Mechanics, (1984).
- [34] 狼嘉彰, 木田隆, 石島振太郎: 大型柔軟宇宙構造物の制御問題, 計測と制御, Vol.23, No.1, pp.69-74, (1984).
- [35] 三枝博, 橋本英一, 谷沢一雄, 井村信義, 引間栄一: 軽量化ソーラバドルのモデルサーベイ, 第28回宇宙科学技術連合講演会, pp.568-569, (1984).
- [36] 三枝博, 橋本英一, 井村信義: 軽量化太陽電池バドルの開発概要, 第28回宇宙科学技術連合講演会, pp.598-599, (1984).
- [37] 三枝博, 橋本英一, 引間栄一, 井村信義, 谷沢一雄, 尾形慶照: 軽量化ソーラバドルの振動特性, 第28回宇宙科学技術連合講演会, pp.592-593, (1984).
- [38] J.-N. Juang, R.S. Pappa: An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.8, No.5, pp.620-627, (1985).
- [39] A. Yousuff, D.A. Wagie, R.E. Skelton: Linear System Approximation via Covariance Equivalent Realization, Journal of Mathematical Analysis and Applications, No.106, pp.91-115, (1985).
- [40] B.K. Wada, C-P Kuo, R.J. Glaser: Multiple Boundary Condition Test (MBCT) Approach to Update Mathematical Models of Large Flexible Structures, SAE Paper 851933, (1985).
- [41] 長松昭男: モード解析, 培風館, (1985).
- [42] 戸田勲: オープンアイソグリッププレートの試作と振動特性, 航技研ニュース, No.309, pp.5-6, (1985).

- [43] 甲斐高志：構造シミュレーション模型バドル部の振動試験結果，航研ニュース，No.316, pp.5-6, (1985).
- [44] 三枝博，橋本英一，谷沢一雄，井村信義，引間栄一，尾形慶照：太陽電池バドルのモデルテスト，日本航空宇宙学会第16期年会講演会，pp.238-241, (1985).
- [45] 白木邦明，橋本英一：軌道上における柔軟構造体の振動特性測定について，日本航空宇宙学会第16期年会講演会，pp.242-245, (1985).
- [46] 三本木茂夫，山形史郎，三枝博，富田雅行，井村信義，谷沢一雄，引間栄一：ETS-V軽量化太陽電池バドルの展開特性及びモデルサーベイ，第29回宇宙科学技術連合講演会，pp.406-407, (1985).
- [47] J.-N. Juang: Mathematical Correlation of Modal Parameter Identification Methods via System Realization Theory, NASA Technical Memorandum 87720, (1986).
- [48] J.-N. Juang, R.S. Pappa: Effects of Noise on Modal Parameters Identified by the Eigensystem Realization Algorithm, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.9, No.3, pp.294-303, (1986).
- [49] R.W. Longman, J.-N. Juang: A Recursive Form of the Eigensystem Realization Algorithm for System Identification, AIAA Paper 86-2266-CP, AIAA/AAS Astrodynamics Conference, (1986).
- [50] T.E. Nesman, D.K. Reed: SAFE/DAE: Modal Test in Space, The Shock and Vibration Bulletin, Part 2: Modal Test and Analysis Testing Techniques, Machinery Dynamics, Isolation and Damping, Structural Dynamics, pp. 29-36, (1986).
- [51] R.W. Schock: Solar Array Flight Dynamics Experiment, Workshop on Structural Dynamics and Control Interaction of Flexible Structures, (1986).
- [52] 日本機械学会編：モード解析の基礎と応用，丸善株式会社，(1986).
- [53] 市川信一郎：宇宙構造物の制御—技術の現状と動向—，日本機械学会誌，Vol.89, No.811, pp.668-673, (1986).
- [54] 小松敬治：航空宇宙における応用，日本機械学会第617回講習会 やさしいモード解析，pp.109-117, (1986).
- [55] B.A. Francis: A Course in H^∞ Control Theory, Springer, (1987).
- [56] S.A.Hossian, K.Y. Lee: System Identification for Space Control Laboratory Experiment (SCOLE) Using Distributed Parameter Models, Proceedings of the 26th Conference on Decision and Control, pp.1263-1268, (1987).
- [57] J.-N. Juang, J.E. Cooper, J.R. Wright: An Eigensystem Realization Algorithm Using Data Correlations (ERA/DC) for Modal Parameter Identification, Proceedings of the 5th International Modal Analysis Conference, (1987).

- [58] 航空宇宙技術研究所, 宇宙開発事業団: 技術試験衛星 VI 型による柔構造制御軌道上実験の予備検討 共同研究成果報告書, (1987).
- [59] 木田隆, 山口功, 岡本修, 狼嘉彰, 市川信一郎, 田中俊輔: 大型柔軟衛星の三軸制御に関する実験的検討, 日本航空宇宙学会誌, Vol.35, No.407, pp.9-16, (1987).
- [60] R.S. Pappa, J.-N. Juang: Some Experiences with the Eigensystem Realization Algorithm, Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, (1988).
- [61] 引間栄一, 井村信義, 富田雅行, 那須彰一: 太陽電池パネルの性能指標に関する一考察, 第 32 回宇宙科学技術連合講演会, pp.354-355, (1988).
- [62] 村山英敏: 技術試験衛星 V 型 (ETS-V) の概要, 第 32 回宇宙科学技術連合講演会, pp.548-557, (1988).
- [63] 三津間秀彦, 片木嗣彦, 笠井豊太郎, 広瀬一美: ETS-V 構体系の開発とフライトデータの評価, 第 32 回宇宙科学技術連合講演会, pp.558-559, (1988).
- [64] 小松敬治: 航空機・ロケットへの適用, 日本機械学会第 671 回講習会 モード解析の先端技術, pp.129-1138, (1988).
- [65] 小松敬治, 佐野政明, 三本木茂夫, 甲斐高志, 戸田勤: 部分試験データに基づくモード合成法のバドル構造への応用, 航空宇宙技術研究所報告, TR-994, (1988).
- [66] J.C.Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, B.A. Francis: State-space Solutions to Standard H_2 , H_∞ Control Problems, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.AC-34, No.8, pp.831-847, (1989).
- [67] M. Moonen, et al: On- and Off-line Identification of Linear State-space Models, International Journal of Control, Vol.49, No.1, pp.219-232, (1989).
- [68] 小松敬治: 大規模柔軟構造物のモデリング, 計測と制御, Vol.28, No.4, pp.802-912, (1989).
- [69] 航空宇宙技術研究所, 宇宙開発事業団: 技術試験衛星 VI 型による柔構造制御軌道上実験に関する研究 (その 1) 共同研究成果報告書, (1989).
- [70] R.S. Pappa: Identification Challenges for Large Space Structures, Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, pp.xv-xxiii, (1990).
- [71] 山口功, 木田隆: 時間領域におけるシステム同定とその応用, 航空宇宙技術研究所報告, TR-1084, (1990).
- [72] K. Komatsu, M. Sano, T. Kai, A. Tsujihata, H. Mitsuma: Experimental Modal Analysis for Dynamic Models of Spacecraft, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.14, No.3, pp.686-688, (1991).
- [73] M.G. Safonov, R.Y. Chiang, H. Flashner: H^∞ Robust Control Synthesis for a Large Space Structures, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.14, No.3, pp.513-520, (1991).
- [74] 科学技術庁監修: 宇宙開発ハンドブック 91, (社) 経済団体連合, (1991).

- [75] 木田隆：大型宇宙構造物のロバスト制御，計測と制御，Vol.30, No.8, pp.695-700, (1991).
- [76] Y. Chida, T. Kida, I. Yamaguchi, M. Mine, H. Soga: Robust Controller Design for LSS Attitude Control and Experimental Demonstration, IMAC/SICE, Kobe, (1992).
- [77] A. Schenk, R.S. Pappa: Practical Aspects of On-Orbit Modal Identification Using Free-Decay Data, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.29, No.2, pp.264-270, (1992).
- [78] D.W. Sparks, J.-N. Juang: Survey of Experiments and Experimental Facilities for Control of Flexible Structures, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.15, No.4, pp.801-816, (1992).
- [79] M. Verhaegen, P. Dewilde: Subspace Model Identification: Part I. The Output-error State-space Model Identification Class of Algorithm, International Journal of Control, Vol.56, No.5, pp.1187-1210, (1992).
- [80] 池田雅夫, 木田隆：大型宇宙構造物におけるこれからの制御技術，計測と制御，Vol.31, No.1, pp.170-173, (1992).
- [81] 木田隆, 山口功, 池田雅夫：大型宇宙構造物の姿勢制御実験 - LQGのループ成形成能によるロバスト安定化 -，計測自動制御学会論文集，Vol.28, No.1, pp.107-115, (1992).
- [82] 山口功, 木田隆：大型宇宙構造物の同定実験 - 矩形波入力による時間領域での同定 -，計測自動制御学会論文集，Vol.28, No.8, pp.982-990, (1992).
- [83] 小松敏治：航空宇宙開発における利用事例，日本機械学会第920-1回講習会 じっくり学ぶモード解析の基礎と応用技術，pp.29-38, (1992).
- [84] M.A. Scott, M.G. Gilbert, M.E. Demeo: Active Vibration Damping of the Space Shuttle Remote Manipulator System, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.16, No.2, pp.275-280, (1993).
- [85] J.-N. Juang, M. Phan, L.G. Horta, R.W. Longman: Identification of Observer/Kalman Filter Markov Parameters: Theory and Experiments, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.16, No.2, pp.320-329, (1993).
- [86] 山口功, 佐々修一, 木田隆：加速度計出力を用いた宇宙構造物の時間領域での同定，計測自動制御学会論文集，Vol.29, No.6, pp.721-723, (1993).
- [87] J.-N. Juang, M. Phan: Identification of System, Observer, and Controller from Closed-Loop Experimental Data, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.17, No.1, pp.91-96, (1994).
- [88] K. Liu, R.E. Skelton: Modeling Hubble Space Telescope Flight Data by Q-Markov Cover Identification, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.17, No.2, pp.250-256, (1994).

- [89] M. Phan, J.-N. Juang, L.G. Horta, R.W. Longman: System Identification from Closed-Loop Data with Known Output Feedback Dynamics, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.17, No.4, pp.661-669, (1994).
- [90] J.L. Crassidis, D.J. Leo, D.J. Inman, D.J. Mook: Robust Identification and Vibration Suppression of a Flexible Structure, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.17, No.5, pp.921-928, (1994).
- [91] A. Nakashima, Y. Fujiwara, K. Okada, K. Yamada, H. Miyazaki, K. Miyazaki, T. Mstue: The Attitude Control Subsystem and Inter Orbit Pointing Subsystem for Communications and Broadcasting Engineering Test Satellite, 13th IFAC Symposium Automatic Control in Aerospace - Aerospace Control '94, pp.173-178, (1994).
- [92] 山口功, 木田隆: 技術試験衛星 VI 型の動力学モデルと数値シミュレーション, 航空宇宙技術研究所報告, TR-1239, (1994).
- [93] D.W. Miller, J. de Luis, G. Stover, J.P. How, K. Liu, S.C.O. Grocott, M.E. Cambell, R. Glaese, E.F. Crawley: The Middeck Active Control Experiment (MACE): Using Space for Technology Research and Development, *Proceedings of the American Control Conference*, pp.397-401, (1995).
- [94] T. Anthony, G. Andersen: On-Orbit Modal Identification of the Hubble Space Telescope, *Proceedings of the American Control Conference*, pp.402-406, (1995).
- [95] I. Yamaguchi, T. Kida, T. Kasai: Experimental Demonstration of LSS System Identification by Eigensystem Realization Algorithm, *Proceedings of the American Control Conference*, pp.407-411, (1995).
- [96] S. Ishikawa, K. Yamada, I. Yamaguchi, Y. Chida, S. Adachi: ETS-VI On-orbit Parameter Estimation by Random Excitation, *Proceedings of 5th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics*, pp.7-14, (1995).
- [97] 鈴木孝, 関口毅, 木田隆, 山口功, 曾我広志, 阿波祐二: ETS-VI 柔構造制御実験, 第 12 回誘導制御シンポジウム, pp.79-84, (1995).
- [98] 山口功, 関口毅, 千田有一, 山田克彦: インパルス加振による ETS-VI 軌道上同定実験, 第 12 回誘導制御シンポジウム, pp.85-92, (1995).
- [99] 関口毅, 山田克彦, 千田有一, 足立修一, 山口功: ETS-VI のランダム加振による軌道上パラメータ推定, 第 12 回誘導制御シンポジウム, pp.93-100, (1995).
- [100] 木田隆, 山口功, 石川伸一, 千田有一: ETS-VI の H^∞ 制御, 第 12 回誘導制御シンポジウム, pp.101-108, (1995).
- [101] 鈴木孝, 石川伸一, 関口毅, 田中俊輔, 市川信一郎, 木田隆, 山口功, 小松敬治, 佐野政明, 葛西時雄: ETS-VI 姿勢制御実験の概要, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.481-482, (1995).

- [102] 石川伸一, 富田博史, 池田正文, 峰正弥, 曾我広志, 山口慶剛, 田中信行: ETS-VI 姿勢制御実験の実験運用, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.483-484, (1995).
- [103] 佐野政明, 小松敬治, 辻畑昭夫, 富田雅行: モード合成法による ETS-VI のモーダルパラメータ同定, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.485-486, (1995).
- [104] 関口毅, 池田正文, 小松敬治, 佐野政明, 山田克彦, 阿波祐二, 曾我広志, 山口慶剛: ETS-VI バドルアンテナ展開実験, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.487-488, (1995).
- [105] 山口功, 小松敬治, 葛西時雄, 関口毅, 千田有一, 山田克彦: ETS-VI 軌道上同定実験 (その 1) - インパルス加振 -, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.489-490, (1995).
- [106] 関口毅, 山口功, 足立修一, 山田克彦, 阿波祐二, 千田有一, 山田克彦: ETS-VI 軌道上同定実験 (その 2) - ランダム加振 -, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.491-492, (1995).
- [107] 葛西時雄, 小松敬治, 佐野政明, 関口毅, 山口慶剛: ETS-VI 軌道上同定実験 (その 3) - 制御中の同定 -, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.493-494, (1995).
- [108] 足立修一, 山口功, 木田隆, 関口毅: ETS-VI 軌道上同定実験 (その 4) - 部分空間法 -, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.495-496, (1995).
- [109] 木田隆, 山口功, 葛西時雄, 関口毅, 千田有一: ETS-VI 軌道上制御実験 (その 1) - LQG, H^∞ 制御 -, 第 39 回宇宙科学技術連合講演会, pp.497-498, (1995).
- [110] T. Kida, T. Sekiguchi, Y. Chida, T. Kashiwase: On-orbit Attitude Control Experiment of ETS-VI, Proceedings of the 11th International Astrodynamics Symposium, pp.17-20, (1996).
- [111] I. Yamaguchi, T. Sekiguchi, K. Yamada, Y. Chida, S. Adachi: On-orbit System Identification Experiment of ETS-VI, Proceedings of the 11th International Astrodynamics Symposium, pp.21-26, (1996).
- [112] Y. Chida, Y. Yamaguchi, H. Soga, T. Kida, I. Yamaguchi, T. Sekiguchi: Attitude Control of an Artificial Satellite Using H_∞ and Two-Degree-of-freedom Control - On-orbit Experiments Using ETS-VI -, IFAC '96, 13th World Congress, (1996).
- [113] T. Kida, I. Yamaguchi, Y. Chida, T. Sekiguchi: On-orbit Robust Control Experiment of Flexible Spacecraft ETS-VI, AIAA Paper 96-3843, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, (1996).
- [114] 航空宇宙技術研究所, 宇宙開発事業団: 技術試験衛星 V1 型による柔構造制御軌道上実験に関する研究 (その 3) 共同研究成果報告書, (1996).
- [115] 山口功, 木田隆, 葛西時雄, 佐野政明, 小松敬治: 1 入力多出力系としての柔軟宇宙構造物のモーダルパラメータ同定実験, 計測自動制御学会論文集, Vol.32, No.3, pp.423-425, (1996).

- [116] 佐野政明, 小松敬治, 辻畑昭夫, 富田雅行: モード合成法による ETS-VI のモードパラメータ同定, 日本航空宇宙学会誌, Vol.44, No.510, pp.449-451, (1996).
- [117] 山口 功, 木田 隆, 岡本 修, 狼 嘉彰: クォータニオンとオイラー角によるキネマティック表現の比較について, 航空宇宙技術研究所資料, TM-636, (1991).
- [118] 山口 功, 石川伸一, 千田有一, 山田克彦, 足立修一: ETS-VI による軌道上同定実験 (第 1 報, インパルス加振), 日本機械学会論文集 (C 編), Vol.62, No.603, pp.60-67, (1996).
- [119] 関口 毅, 山田克彦, 足立修一, 山口 功, 千田有一: ETS-VI による軌道上同定実験 (第 2 報, ランダム加振), 日本機械学会論文集 (C 編), Vol.62, No.603, pp.68-75, (1996).
- [120] 山口 功, 木田 隆, 関口 毅: 閉ループ系のインパルス応答列による閉ループ系の同定とその宇宙構造物への応用 —技術試験衛星 VI 型を用いた軌道上加振データによる実験例—, 計測自動制御学会論文集, Vol.33, No.4, pp.311-313, (1997).

