

3次元AL法による堆積盆地の地震動解析

地震研究所 { 大 堀 道 広
 { 纈 纈 一 起*
 { 南 忠 夫

(平成2年3月20日受理)

要 旨

本論文は、不整形地盤の3次元問題について、解析手法を提案し、さらにこれを用いて堆積盆地の地震動特性の検討を行ったものである。

まず、2次元問題において不整形地盤を解析するための有力な手法と評価されているAL法を、3次元問題への拡張するための定式化を行った。従来AL法による3次元解析では特に工学的に重要な平面S波入射の垂直入射問題を取り扱うことが困難とされていた。この問題を、ベクトル・ポテンシャルによる変位の表現式を工夫することにより解決した。そして、提案した解析手法の妥当性と作成したプログラムの信頼性を確認するために、他の手法により示されている軸対称堆積盆地についての解析結果と比較したところ、良い一致を示した。

続いて、これまで取り扱われることの少なかった3次元地下構造を有する堆積盆地の地震動特性を、軸対称問題ばかりでなく、非軸対称問題についてもAL法による3次元解析を行い、得られた周波数応答および時刻歴応答を1次元解析および2次元解析による応答と比較検討した。その結果、1次元解析よりも2次元解析、2次元解析よりも3次元解析というように、解析する次元が高くなるにつれて、堆積盆地の地表動には、より短周期の波動が励起され、振幅もより大きくなり、継続時間もより長くなるという傾向が見られた。これは、3次元的な地下構造が地震動に与える影響が非常に大きいことを示唆している。

1. はじめに

地盤や地形の不整形性が地震動に及ぼす影響についての理論的な研究は、1970年代初頭より多くの研究者によって行われている。そして、解析手法も数多く提案されている。それらは、大きく分けて、次の5つに分類できる。

- 1) 有限差分法 (FDM), 有限要素法 (FEM) などに代表される領域型解法
- 2) Aki-Larner 法 (AL 法), 境界積分方程式法 (BIEM), 境界要素法 (BEM) などに代表される積分方程式法
- 3) 波動方程式を満足する固有関数の級数展開による解法
- 4) Gaussian 法や折り紙法などに代表される波線理論に関連する解法
- 5) FEM と BEM の結合解法などに代表されるハイブリッド法

しかし、これまでの研究や手法のほとんどが2次元問題を取り扱ったものであり、3次

* Present Address: Research School of Earth Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.

元問題に関連する研究例は非常に少ない。その理由には、3次元問題は2次元問題に比べて数学的に取扱い難いことと数値計算上の制約を受け易いことなどが挙げられる。

ここで、堆積盆地の3次元問題を取り扱っている研究例を以下に列挙する。鈴木・伯野(1984)は、有限要素法の仮想境界処理法として、CUNDALL等が提案した2次元無反射境界を3次元問題に拡張する方法を提案し、不整形地盤の解析例をいくつか示している。さらに岩下・伯野(1986)は、この手法を用いて1985年のメキシコ地震におけるメキシコ市の地震動解析を行っている。堀家(1988)、上林ほか(1988, 1989)、堀家ほか(1989)は、AL法を3次元問題に拡張し、堆積盆地の地震動特性を、平面波入射ばかりでなく断層震源を考慮して検討している。SÁNCHEZ-SESMA(1983)、SÁNCHEZ-SESMA *et al.*(1984)は、BIEMを用いて、軸対称不整形地盤(台地地形、沖積谷)にP波、SV波が垂直入射した場合の周波数応答を求めている。さらにSÁNCHEZ-SESMA. *et al.*(1989)は、SH波の斜め入射を受ける軸対称沖積谷についての時刻歴応答解析を行っている。TONG and KURI-BAYASHI(1989)は、軸対称堆積盆地の周波数応答をBEMにより計算している。LEE and LANGSTON(1983a, 1983b)は、3次元の地下構造における波線追跡法を提案し、SH波、SV波およびP波入射に対する堆積盆地の時刻歴応答を算出している。LEE(1984)は、球座標系における固有関数の級数展開により、SH波、SV波、P波およびレーリー波を受ける半球型沖積谷の周波数応答の厳密解を示している。この他、理論的な研究ではないが、KING and BRUNE(1981)は、ポリウレタンを用いて3次元沖積谷の試験体を作成して加振実験を行っている。

一方、実際の堆積盆地は3次元地下構造であり、その地震動特性を検討するには、3次元解析を行うことが望ましいのは言うまでもない。KING and TUCKER(1984)は、ソ連のGARM地域において、堆積盆地の多点地震観測を行っているが、地形や地質の特性を正確にモデル化して3次元解析を行うこと以外には、観測記録を詳細に至るまで再現することはできないと述べている。また、近年の大型計算機のめざましい発達により、自然科学や応用工学の多くの分野において、これまで演算時間や記憶容量の制約から2次元問題とせざるを得なかった諸問題が、3次元問題として扱われて始めている。

このような背景から、堆積盆地の地震動特性を3次元問題として検討しておく必要がある。もちろん、2次元解析の有効性を否定するつもりはないが、逆にこれを中心として詳細な検討を行うことの意義を高めるためにも、3次元問題との比較をしておく必要がある。そのためには、まず3次元解析の手法を確立しなければならない。そこで、本論文では、まず2次元解析において不整形地盤の解析の有力な手法と評価されているAL法を、3次元問題に拡張して定式化を行う。先述のように、AL法の3次元問題への拡張は、堀家を中心とする一連の研究例があるが、工学的に最も重要な平面S波の垂直入射の場合に問題点を残している。そこで、この問題点を解決する定式化を示し、さらに、これまで取り扱われることの少なかった3次元地下構造を有する堆積盆地の地震動特性を、軸対称問題に限らず、非軸対称問題まで含めて検討する。

2. 3次元 AL 法の定式化

2-1 AL 法の概略

まず、AL 法の概略と発展の経緯について述べる。AL 法は、AKI and LARNER (1970) が提案した不整形地盤の 2 次元解析手法の略称であり、Aki-Larner 法あるいは Discrete Wave-number 法などとも呼ばれている。彼らは、地表面が水平で沖積層と基盤層との境界が不整形性を有する 2 層地盤の平面 SH 波入射問題について、散乱変位場を様々な波数に関する平面実体波の重ね合わせで表現し、Fig. 1 に示すように地盤の不整形性が水平方向にある周期長さで繰り返されるという仮定を導入し、境界条件式に水平方向へのフーリエ変換を施して数値解を求める手法を提案している。その解析手順を、Fig. 2 に解析フローにして示す。

その後、BOUCHON (1973) により、地表面の不整形性にも適用され、さらに SH 波問題から P・SV 波問題への拡張が行われている。これにより、谷地形および台地地形などの地震動特性の検討が可能となった。入倉 (1977) も、同様な手法により山の中腹にある岩盤上の記録における地形の影響を検討している。

以上の解析例はいずれも周波数応答にとどまる。AL 法を用いて堆積盆地の時刻歴応答を求めたのは、BARD and BOUCHON (1980a, 1980b) が最初である。彼らは、SH 波、SV 波および P 波入射を受ける沖積谷の時刻歴応答の計算を行っている。その結果、入射波の波長が谷の深さと比較できる程度の時には、傾斜した境界によって発生したラブ波の振幅が、直接に到達する入射波以上に大きな振幅をもたらす場合があることを示した。また沖積層と基盤層とのインピーダンス比が大きいほど、振幅が大きくなり、継続時間も長くなることを示した。さらに、BARD and BOUCHON (1985) は、堆積盆地の 2 次元共振問題

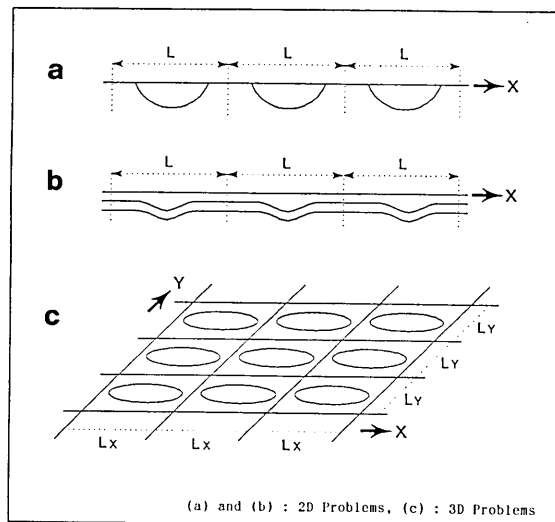
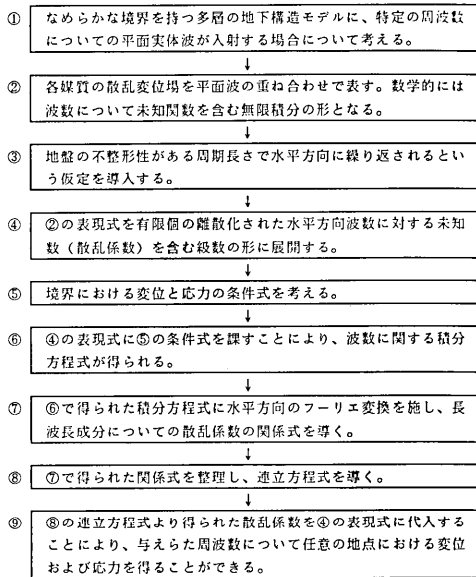


Fig. 1. Assumption of horizontally periodic irregularity of surface and/or interfaces.



※同様な方法で、周波数を変えながら①～⑧の計算を繰り返せば、伝達関数を得ることができる。また、時間領域の応答は、入射波のフーリエ変換を行い、この伝達関数を乗じた上でフーリエ逆変換を行うことにより得られる。

Fig. 2. Flow of Aki-Larner method.

こうして、AL法は、SH波問題からP・SV波問題へ、周波数応答から時刻歴応答へ、平面波入射から震源入射へ、2層構造から多層構造へと発展している。さらに最近では、2次元問題から3次元問題へと拡張されている。堀家(1988)、上林ほか(1988, 1989)、堀家ほか(1989)は平面波入射や断層震源を考慮した3次元解析による堆積盆地の地震動特性を検討している。しかし、彼らのAL法による3次元解析では、工学的に最も重要な平面S波の垂直入射が取り扱い難いという問題点が残されている。そこで、本論文ではベクトルポテンシャルによる変位ベクトルの表現式を工夫することによって、この問題の解決を試みる。

2-2 波動方程式

等方均質な3次元弾性体の波動方程式は、変位ベクトル $\mathbf{u}=(u, v, w)$ を用いて、次式のように表せる。

$$\rho \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) = (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \Delta + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

ただし、

$$\begin{cases} \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \\ \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{cases}$$

をパラメータ・スタディにより詳細に検討し、浅い盆地の地震動が1次元解析による直達波と盆地端部の傾斜境界で生成された表面波の伝播で表されるのに対して、深い堆積盆地では2次元共振現象が生じるため盆地全体の挙動となることを示した。

また、KOKETSU(1987)は、Reflectivity法(RF)法における不整形な境界により生じる散乱波の処理法としてAKI and LARNER(1970)の方法を取り入れることにより、多層構造においてSH波、SV波、P波の平面入射の問題ばかりでなく、震源も含めた解析が行える手法を提案している。同様に、堀家(1987)は2次元SH波問題の多層への拡張方法を示し、堆積盆地の地震動特性の検討を行っている。

ここで, λ, μ はラーメの定数を表す. 一方, 変位ベクトルをスカラー・ポテンシャル ϕ とベクトル・ポテンシャル ψ を用いて表せば,

$$\mathbf{u} = \text{grad } \phi + \text{curl } \psi \quad (2)$$

となる. そして, ϕ, ψ を時間的に正弦波的な変化をするものとして, 式 (2) 中の ϕ を $\phi e^{-j\omega t}$, ψ を $\psi e^{-j\omega t}$ (ただし, $j = \sqrt{-1}$, ω は角周波数, t は時間を表す) としてそれぞれ置き換えれば, 式 (1), (2) より次式に示す 3次元ヘルムホルツ方程式を導くことができる.

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi + h^2 \phi = 0 & (h = \omega/\alpha) \\ \nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 & (k = \omega/\beta) \end{cases} \quad (3)$$

ただし,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ここで, α, β はそれぞれ P波速度および S 波速度を示す. よって 3次元問題においては, 式 (3) を満たすようなポテンシャル ϕ および ψ を考えて, 境界条件を満足させればよい.

2-3 ポテンシャルを用いた変位の表現式

弾性波動論の成書, 例えば, 力武ほか (1980), 佐藤 (1978) に見られるように, 一般に知られている 3次元変位場の表現式は, 式 (2) において $\phi = {}_1\chi, \psi = (0, 0, {}_2\chi) + \text{curl } (0, 0, {}_3\chi)$ とした次のような形である.

$$\mathbf{u} = \text{grad } {}_1\chi + \text{curl } (0, 0, {}_2\chi) + \text{curl} \cdot \text{curl } (0, 0, {}_3\chi) \quad (4)$$

そして, 堀家 (1988), 上林ほか (1988, 1989), 堀家ほか (1989) はすべてこの形式のポテンシャルを用いている.

一方, AL 法では, 散乱波動を様々な波数に関する平面実体波の重ね合わせで表現する. また, ϕ, ψ は式 (3) を満たさなければならない. そこで, ${}_1\chi, {}_2\chi, {}_3\chi$ を次式に示すような水平方向波数 K_x, K_y についての 2重無限積分の形で表現することにする.

一般層 (第 i 層) では,

$$\begin{cases} {}_1\chi_i = \int_{+\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-\infty} [{}_1A_i(K_x, K_y) e^{+j_p \nu_i z} \\ \quad + {}_1B_i(K_x, K_y) e^{-j_p \nu_i z}] e^{j(K_x X + K_y Y)} dK_x dK_y \\ {}_2\chi_i = \int_{+\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-\infty} [{}_2A_i(K_x, K_y) e^{+j_s \nu_i z} \\ \quad + {}_2B_i(K_x, K_y) e^{-j_s \nu_i z}] e^{j(K_x X + K_y Y)} dK_x dK_y \\ {}_3\chi_i = \int_{+\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-\infty} [{}_3A_i(K_x, K_y) e^{+j_s \nu_i z} \\ \quad + {}_3B_i(K_x, K_y) e^{-j_s \nu_i z}] e^{j(K_x X + K_y Y)} dK_x dK_y \end{cases} \quad (5), (6), (7)$$

最下層 (第 m 層) では,

$$\left\{ \begin{aligned} {}_1\chi_m &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} {}_1A_m(K_x, K_y) e^{-j_s\nu_m Z} e^{j(K_x X + K_y Y)} dK_x dK_y \\ &\quad + \underline{e^{-j_p\nu_0 Z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)}} \\ {}_2\chi_m &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} {}_2A_m(K_x, K_y) e^{+j_s\nu_m Z} e^{j(K_x X + K_y Y)} dK_x dK_y \\ &\quad + \underline{e^{-j_s\nu_0 Z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)}} \\ {}_3\chi_m &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} {}_3A_m(K_x, K_y) e^{+j_s\nu_m Z} e^{j(K_x X + K_y Y)} dK_x dK_y \\ &\quad + \underline{e^{-j_s\nu_0 Z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)}} \end{aligned} \right. \quad (8), (9) (10)$$

ただし,

$$\left\{ \begin{aligned} p\nu_i &= \sqrt{(\omega/\alpha_i)^2 - K_x^2 - K_y^2} \\ s\nu_i &= \sqrt{(\omega/\beta_i)^2 - K_x^2 - K_y^2} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned} p\nu_0 &= \sqrt{(\omega/\alpha_m)^2 - K_{0x}^2 - K_{0y}^2} \\ s\nu_0 &= \sqrt{(\omega/\beta_m)^2 - K_{0x}^2 - K_{0y}^2} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

ここで, K_x, K_y はそれぞれ X 方向および Y 方向の波数を表す. また, $p\nu_i, s\nu_i$ は媒質 i における Z 方向の波数を表し, 添字 (p), (s), は, それぞれ P 波および S 波に関連することを意味する. また, $K_{0x}, K_{0y}, p\nu_0, s\nu_0$ などの添字 (0) は入射波に関する波数であることを意味する. $A_i(K_x, K_y), B_i(K_x, K_y)$ は, 媒質 i の中を進行する散乱波動のうち, X 方向の波数が K_x で, Y 方向の波数が K_y の波動に対する未知関数 (散乱係数) を示し, 各々 Z 方向に関して + 方向, - 方向に向かう波動成分に対応している. なお, 式 (8) ~ (10) における右辺の第 2 項 (下線部分) は, 平面入射波に関する項であり, 入射波の種類に応じて付加したり, 削除したりする.

ここで, 入射の方法を考える. 式 (8) ~ (10) に示した ${}_1\chi, {}_2\chi, {}_3\chi$ の表現式において, 右辺第 2 項の入射波の成分をそれぞれ順に ${}_1\chi_0, {}_2\chi_0, {}_3\chi_0$ とし, 改めて次式に示す.

$$\left\{ \begin{aligned} {}_1\chi_0 &= e^{-j_p\nu_0 Z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)} \\ {}_2\chi_0 &= e^{-j_s\nu_0 Z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)} \\ {}_3\chi_0 &= e^{-j_s\nu_0 Z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

これらを式 (4) の ${}_1\chi, {}_2\chi, {}_3\chi$ に対応させて代入し, さらに整理すれば, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (jK_{0x}, jK_{0y}, -j_s\nu_0) {}_1\chi_0 \\ &\quad + (K_{0x} s\nu_0, K_{0y} s\nu_0, K_{0x}^2 + K_{0y}^2) {}_2\chi_0 \\ &\quad + (jK_{0y}, -jK_{0x}, 0) {}_3\chi_0 \end{aligned} \quad (14)$$

ここで, 垂直入射時を考えれば, $K_{0x} = K_{0y} = 0$ となるが, これを式 (14) に代入すれば, となる.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (0, 0, -j_p\nu_0) {}_1\chi_0 \\ &\quad + (0, 0, 0) {}_2\chi_0 \\ &\quad + (0, 0, 0) {}_3\chi_0 \end{aligned} \quad (15)$$

これより、 ${}_1z_0$ より導かれる変位成分はZ成分のみとなり、P波の垂直入射が可能となる。一方、 ${}_2z_0, {}_3z_0$ より導かれる変位成分は3成分とも0となり、SH波とSV波のいずれも入射することができない。従って式(4)では、S波の垂直入射問題を取り扱うことはできないことになる。堀家らを中心とする一連の研究では、 K_{0x}, K_{0y} に0でない非常に小さな数値(1.0×10^{-5} 程度)を与えることにより、この問題を処理しているが、このような取り扱いには数値的な不安定をもたらす危険性がある。

そこで、式(2)において $\phi = {}_1z, \psi = ({}_2z, {}_3z, 0)$ として、変位の表現式を、

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \text{grad } \phi + \text{curl } \psi \\ &\equiv \text{grad } {}_1z + \text{curl } ({}_2z, {}_3z, 0) \end{aligned} \quad (16)$$

と表す。式(4)と式(16)を比較すれば、スカラー・ポテンシャルは同一の形式であるが、ベクトル・ポテンシャルの形式に違いがある。先ほどと同様に、 ${}_1z_0, {}_2z_0, {}_3z_0$ を式(16)の ${}_1z, {}_2z, {}_3z$ に対応させて代入し、さらに整理すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (jK_{0x}, jK_{0y}, -j\rho\nu_0) {}_1z_0 \\ &\quad + (0, -j\rho\nu_0, -jK_{0y}) {}_2z_0 \\ &\quad + (j\rho\nu_0, 0, jK_{0x}) {}_3z_0 \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、垂直入射時を考えて、式(17)に $K_{0x} = K_{0y} = 0$ を代入すれば、

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (0, 0, -j\rho\nu_0) {}_1z_0 \\ &\quad + (0, -j\rho\nu_0, 0) {}_2z_0 \\ &\quad + (j\rho\nu_0, 0, 0) {}_3z_0 \end{aligned} \quad (18)$$

となる。これより、 ${}_2z_0$ より導かれる変位成分はY成分のみとなり、一方 ${}_3z_0$ より導かれる変位成分はX成分のみとなり、S波の垂直入射が可能となることがわかる。P波の垂直入射が可能なのは先ほどと同様である。従って、式(16)の表現式によれば、P波とS波の垂直入射が可能となり、 ${}_1z_0, {}_2z_0, {}_3z_0$ がそれぞれ順にP波、SH波、SV波の入射波に対するポテンシャルに対応する。

次に、斜め入射問題について検討する。この場合、問題となるのは、式(16)の表現式において、SH波とSV波の分離ができるかどうかということである。進行方向に対して垂直な面内において振動する波動がS波であり、さらに水平面に対して平行な振動成分とこれに直交する成分がそれぞれSH波、SV波である。従って、SH波にはZ方向成分が含まれない。しかし、式(17)では、 ${}_2z_0$ と ${}_3z_0$ のそれぞれにより導かれる変位成分はともにZ成分が0にはならない場合がある。例えば、 $K_{0x} \neq 0$ かつ $K_{0y} \neq 0$ (すなわち進行方向がY-Z面とX-Z面のいずれにも平行でない)の場合、 ${}_2z_0$ と ${}_3z_0$ のいずれを用いてもZ成分が0とならない。従って、SH波とSV波は分離できないことになる。

しかし、 $K_{0x} \neq 0$ かつ $K_{0y} = 0$ の場合(すなわち進行方向がY-Z面には平行でないか、X-Z面には平方である場合)には、 ${}_2z_0$ により導かれる変位成分においてZ成分が0となる。このとき、 ${}_3z_0$ により導かれる変位成分においてZ成分は0とはならない。従って、 ${}_2z_0, {}_3z_0$ がそれぞれSH波とSV波の入射波に対するポテンシャルに対応する。

同様に、 $K_{0x} = 0$ かつ $K_{0y} \neq 0$ の場合(すなわち進行方向がX-Z面には平行でないが、

$Y-Z$ 面には平行である場合) には, ${}_3\chi_0$ により導かれる変位成分において Z 成分が 0 となる. このとき, ${}_2\chi_0$ により導かれる変位成分において Z 成分は 0 とはならない. 従って, ${}_2\chi_0, {}_3\chi_0$ がそれぞれ SV 波と SH 波の入射波に対するポテンシャルに対応する.

以上より, 式 (16) の表現式によれば, 波動の進行方向が $Y-Z$ 面あるいは $X-Z$ 面のいずれかに平行でなければならないという制約 (K_{0x} あるいは K_{0y} のいずれかが 0 であること) があるものの, SH 波と SV 波の分離が可能となる. 従って, 式 (16) の表現式を用いても, SH 波, SV 波および P 波を斜め入射することが可能である. もちろん, 垂直入射問題では式 (16) を用い, 斜め入射問題では式 (4) を用いることも可能である.

2-4 地盤の不整形性の水平方向への周期性の仮定

地盤の不整形性が Fig. 1 に示すように X 方向, Y 方向にそれぞれ周期長さ L_x, L_y で繰り返されるものと仮定し, 水平方向波数 K_x, K_y を離散化し, さらに有限個の水平方向波数で打ち切れば,

$$\left\{ \begin{array}{l} K_q = K_{0x} + 2\pi/L_x \times q \quad (q=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N_x) \\ K_r = K_{0y} + 2\pi/L_y \times r \quad (r=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N_y) \\ \Delta K_x = 2\pi/L_x \\ \Delta K_y = 2\pi/L_y \end{array} \right. \quad (19)$$

となる. これより, 式 (5)~(10) のポテンシャルを, 次式のように離散化された水平方向波数 K_q, K_r についての 2 重有限級数で近似する.

一般層 (第 i 層) では,

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_1\chi_i = \sum_{q=-N_x}^{+N_x} \sum_{r=-N_y}^{+N_y} [{}_1A_{qr}^{(i)} e^{+j p \nu_{qr}^{(i)} z} \\ \quad + {}_1B_{qr}^{(i)} e^{-j p \nu_{qr}^{(i)} z}] e^{j(K_q X + K_r Y)} \\ {}_2\chi_i = \sum_{q=-N_x}^{+N_x} \sum_{r=-N_y}^{+N_y} [{}_2A_{qr}^{(i)} e^{+j s \nu_{qr}^{(i)} z} \\ \quad + {}_2B_{qr}^{(i)} e^{-j s \nu_{qr}^{(i)} z}] e^{j(K_q X + K_r Y)} \\ {}_3\chi_i = \sum_{q=-N_x}^{+N_x} \sum_{r=-N_y}^{+N_y} [{}_3A_{qr}^{(i)} e^{+j s \nu_{qr}^{(i)} z} \\ \quad + {}_3B_{qr}^{(i)} e^{-j s \nu_{qr}^{(i)} z}] e^{j(K_q X + K_r Y)} \end{array} \right. \quad (20), (21), (22)$$

最下層 (第 m 層) では,

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_1\chi_m = \sum_{q=-N_x}^{+N_x} \sum_{r=-N_y}^{+N_y} [{}_1A_{qr}^{(m)} e^{+j p \nu_{qr}^{(m)} z} e^{j(K_q X + K_r Y)} \\ \quad + e^{-j p \nu_0 z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)}] \\ {}_2\chi_m = \sum_{q=-N_x}^{+N_x} \sum_{r=-N_y}^{+N_y} [{}_2A_{qr}^{(m)} e^{+j s \nu_{qr}^{(m)} z} e^{j(K_q X + K_r Y)} \\ \quad + e^{-j s \nu_0 z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)}] \\ {}_3\chi_m = \sum_{q=-N_x}^{+N_x} \sum_{r=-N_y}^{+N_y} [{}_3A_{qr}^{(m)} e^{+j s \nu_{qr}^{(m)} z} e^{j(K_q X + K_r Y)} \\ \quad + e^{-j s \nu_0 z} e^{j(K_{0x} X + K_{0y} Y)}] \end{array} \right. \quad (23), (24), (25)$$

ただし,

$$\begin{cases} {}_1A_{qr}^{(i)} = {}_1A_i(K_q, K_r)\Delta K_x\Delta K_y \\ {}_2A_{qr}^{(i)} = {}_2A_i(K_q, K_r)\Delta K_x\Delta K_y \\ {}_3A_{qr}^{(i)} = {}_3A_i(K_q, K_r)\Delta K_x\Delta K_y \\ {}_1B_{qr}^{(i)} = {}_1B_i(K_q, K_r)\Delta K_x\Delta K_y \\ {}_2B_{qr}^{(i)} = {}_2B_i(K_q, K_r)\Delta K_x\Delta K_y \\ {}_3B_{qr}^{(i)} = {}_3B_i(K_q, K_r)\Delta K_x\Delta K_y \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} p\nu_{qr}^{(i)} = \sqrt{(\omega/\alpha_i)^2 - K_q^2 - K_r^2} \\ s\nu_{qr}^{(i)} = \sqrt{(\omega/\beta_i)^2 - K_q^2 - K_r^2} \end{cases} \quad (27)$$

ここで, 添字 (i) は, 媒質 i に関連することを意味する.

2-5 変位と応力の関係式

式 (17) は入射波の変位成分を表しているが, ${}_1\lambda_0, {}_2\lambda_0, {}_3\lambda_0$ を ${}_1\lambda, {}_2\lambda, {}_3\lambda$ に書き改めれば, 一般的な変位成分を表すことができる. これを次式に示す.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & (jK_{0x}, jK_{0y}, -j\nu_0)_1\lambda \\ & + (0, -j\nu_0, -jK_{0y})_2\lambda \\ & + (j\nu_0, 0, jK_{0x})_3\lambda \end{aligned} \quad (28)$$

一方, 等方弾性体の Hook の法則より, 応力テンソル, ひずみテンソル, 変位ベクトルをそれぞれ $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_j(i, j=x, y, z)$ とすれば次のような関係式が成り立つ.

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{xx}, & \sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} \\ \sigma_{yy} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{yy}, & \sigma_{yz} = 2\mu\varepsilon_{yz} \\ \sigma_{zz} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{zz}, & \sigma_{zx} = 2\mu\varepsilon_{zx} \end{cases} \quad (29)$$

ただし,

$$\begin{cases} \theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial i} + \frac{\partial u_i}{\partial j} \right) \quad (i, j=x, y, z) \end{cases} \quad (30)$$

境界での法線方向ベクトルを $\mathbf{n}=(n_x, n_y, n_z)$ とすれば, 境界における応力ベクトル $\mathbf{T}=(T_x, T_y, T_z)$ は, 次式のように求められる.

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (31)$$

2-6 解 法

境界条件は, 2次元問題の場合と同様に, 自由地表面での応力が0になることと, それ以外の境界において変位と応力が連続であることである.

これより変位と応力についての境界条件式を導けば、水平方向波数に関する積分方程式が得られる。さらに、地盤の不整形性が X 方向と Y 方向に周期長さ L_x, L_y で繰り返されるという仮定より、積分方程式に X 方向および Y 方向への 2 重フーリエ変換を施し、長波長成分における散乱係数の関係式を整理すれば、最終的に $\{(2N_x+1)(2N_y+1) \times 9\}$ 元の連立方程式が得られる。これを解いて、散乱係数を求めれば、与えられた周波数について任意の地点における応答変位を得ることができる。従って、時間領域の応答を求める場合には、周波数を変えながら同様な計算を繰り返し、各地点における伝達関数を得ればよい。なお、実際の数値計算においては、2 重フーリエ変換を FFT により迅速に計算できるように、周期長さ L_x, L_y をそれぞれ 2 のべき乗の個数 N_{L_x}, N_{L_y} に離散化する。

2-7 解析上の注意事項

ここでは、実際に数値解析を行う上でのいくつかの注意事項について述べる。

まず 2-6 に述べた $\{(2N_x+1)(2N_y+1) \times 9\}$ 元の連立方程式を解く場合、数値解析上の安定のために、AKI and LARNER (1970) に従い、複素数の周波数を導入することにする。これは、周波数応答においては、媒質に減衰性を持たせたことになる。しかし BARD and BOUCHON (1980a, 1980b), KOKETSU (1987) が記述しているように、時間領域応答においてはその効果を取り除くことができる。具体的には、複素角周波数 ω を、その実部および虚部をそれぞれ ω_r, ω_I とし、 $\omega = \omega_r + j\omega_I$ とする。そして、 ω_I を次式のように決定し、周波数応答を計算する。

$$\omega_I = \pi/T = \pi A f \quad (32)$$

ここで、 T は全体の時系列の長さを表す。そして時刻歴応答を得る際には、入力波形に $e^{-j\omega_I t}$ を乗じた上で、フーリエ変換を行い、伝達関数を乗じた後に逆フーリエ変換を行う。そして得られた時系列にさらに $e^{+j\omega_I t}$ を乗じればよい。

次に 2-4 に述べた水平方向離散化波数を有限個で打ち切る場合、解析する周波数において、最大の水平方向離散化波数を、最も波長（波数に反比例）の短い表面波の波数よりも大きく取らなければならない。具体的には、BARD and BOUCHON (1980a) に従い、ラブ波もしくはレーリー波の基本モードの波数よりも大きくなるように、打ち切り個数 N_x, N_y を、次式を満足するように定めればよい。

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| K_{0x} \pm \frac{2\pi}{L_x} N_x \right| \geq 1.1 \frac{2\pi f}{\beta_{\min}} \\ \left| K_{0y} \pm \frac{2\pi}{L_y} N_y \right| \geq 1.1 \frac{2\pi f}{\beta_{\min}} \end{array} \right. \quad (33)$$

ここで、 f は解析する周波数を表し、 β_{\min} は最も軟らかい媒質の S 波速度を表す。実際の解析では、 N_x, N_y が大きくなるにつれて、記憶容量と計算時間が急増するため、これをできるだけ小さくしたいという要求がある。そのためには、上式からわかるように、周期長さ L_x, L_y を小さくする方法が考えられる。しかし、周期長さが小さくなると隣の不整形地盤の影響が無視できなくなるといった問題が生じてしまう。例えば、隣の不整形性に由来する波動が到達するには、最も硬い媒質の速度を V_{\max} とすれば、平均的に L/V_{\max} 秒間かかることになる。従って、求めようとする時系列の長さを T 秒とすれば、 T 秒間

の計算波形に隣の不整形地盤による影響が含まれないようにするには、

$$\begin{cases} T \leq L_x / V_{\max} \\ T \leq L_y / V_{\max} \end{cases} \quad (34)$$

となるようにすればよい。

実際の解析を行うにあたっては、使用する計算機の演算速度や記憶容量などから、式(33)と式(34)の2つの条件を同時に満足させることが困難な場合がある。その場合には、式(33)を満足することを優先して解析を進め、計算された時刻歴波形から隣の不整形性による影響が許容し得るか否かを判断しなければならない。

3. 解析手法およびプログラムの検証

ここでは、不整形地盤の地震動解析において、AL法の解析手法としての妥当性と、作成した解析プログラムの信頼性を確認するために、他の研究者がAL法以外の手法により示した解析結果との比較を行った。

AL法による3次元解析の結果を、SÁNCHEZ SESMA *et al.* (1984) がBIEMによって解析した沖積谷の周波数応答の結果と比較する。解析モデルは、Fig. 3に示すコサイン型の形状をした幅 $2R=10$ km、最大深さ $H=2.5$ kmの軸対称沖積谷である。地盤の物理定数をTable 1に示す。入射波動はSV波とP波で、それぞれが垂直入射する場合の解析を行う。

なお、AL法による3次元解析におけるパラメータとしては、 X 方向および Y 方向に関して、不整形性の周期長さ L_x, L_y 、FFTに用いる離散化個数 N_{L_x}, N_{L_y} 、離散化波数の打ち切り個数 N_x, N_y などが挙げられる。ここでは、 L_x

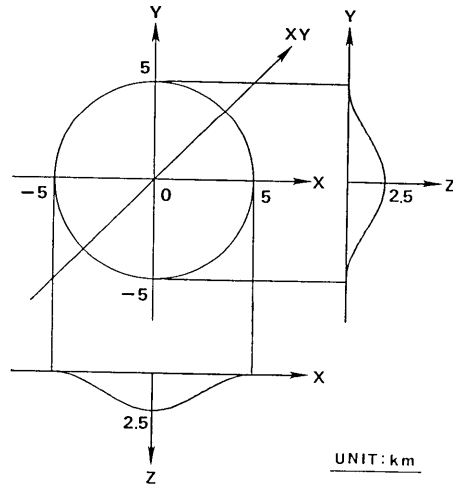


Fig. 3. Axisymmetric analytical model.

Table 1. Soil properties.

	Density (ton/m^3)	P-velocity (km/s)	S-velocity (km/s)	Damping (%)
Alluvium	$\rho_1=1.8$	$\alpha_1=1.87$	$\beta_1=1.0$	$h_1=0.0$
Half-Space	$\rho_2=2.4$	$\alpha_2=3.0$	$\beta_2=1.73$	$h_2=0.0$

$=L_y=24$ km とし, SV 波入射時には $N_x=N_y=6$ とし, P 波入射時には $N_x=N_y=9$ とし解析を行った. また, 解析する周波数は, SV 波入射の場合 $f=0.173$ Hz, P 波入射の場合 $f=0.3$ Hz とする. これは, 不整形地盤の解析でよく用いられる無次元周波数 η ($=$ 盆地の幅 $2R$ /入射波の波長 λ) にすれば, $\eta=1.0$ に相当する.

SV 波入射の場合の AL 法による解析結果を, BIEM による結果と合わせて Fig. 4 に示す. 横軸は地表面を, 縦軸は入射波に対する増幅率を示している. また, 横軸は堆積盆地の半径 $R=5$ km で基準化している. これより, SV 波入射の場合には, 両手法による解析結果は非常に良く一致していることがわかる. なお, BIEM による SV 波入射の結果は, すでに TONG and KURIBAYASHI (1988) が BEM により検証している.

続いて, Fig. 5 に P 波入射の場合の解析結果を, Fig. 4 と同様な形式で示す. 両手

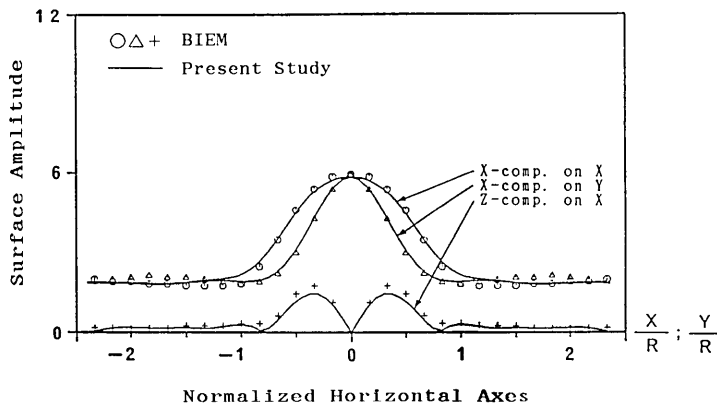


Fig. 4. Frequency responses along the surface due to vertically incident plane SV wave. The horizontal axis is normalized by R ($=$ half width of basin). Frequency is set to 0.173 Hz.

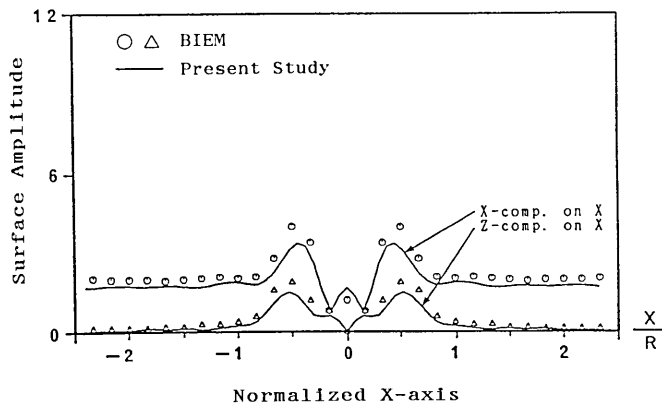


Fig. 5. Frequency responses along the surface due to vertically incident plane P wave. Frequency is set to 0.3 Hz. The other conditions are the same as Fig. 4.

法による解は傾向としては一致するが、SV波入射の場合ほど良い一致は見られない。その理由として、P波入射の場合には、SV波入射の場合に比べて高い周波数での計算をしているため、複素周波数による減衰の効果がより大きく表われているものと考えられる。しかし、BARD and BOUCHON (1985) が指摘するように、2次元SH波解析においてもAL法とBIEMによる周波数応答の結果には15%程の違いが生じる場合があり、この違いは時刻歴応答に大きな影響をもたらさないと考えられている。また、BIEMにおける解析も、最小自乗法を用いて境界条件を満足させているので厳密解ではない。従って、Fig. 5に見られる両手法による結果の違いも、解析手法の妥当性を否定するものではないと言えよう。

以上より、本論文で提案したAL法の3次元問題における定式化の妥当性と、それに基づく解析プログラムの信頼性は十分であると言える。

4. 堆積盆地の地震動特性

4-1 概要

3次元AL法を用いて、3次元地下構造が堆積盆地の地震動特性にどのような影響を及ぼすのか検討する。その前に、堆積盆地の3次元問題を取扱った既往の研究において得られた共通の知見と問題点を指摘しておく。既往の研究では、3次元地下構造を有する堆積盆地の地震動特性は、2次元解析を行った場合の結果と比較して、

- 1) 卓越周波数が高くなること。
- 2) 増幅レベルが大きくなること。

などが指摘されている。しかし、既往の研究には、次のような問題点が挙げられる。

- a) 軸対称な堆積盆地のみを扱っている。
- b) 堆積盆地の形状比(幅/深さ)が現実のものに比べて大き過ぎる。
- c) 非軸対称な堆積盆地を扱っていないが、軸対称な場合を含めた比較・検討が示されていない。
- d) 周波数応答と時刻歴応答の両面からの比較・検討がなされていない。

そして、上記の4つの問題点を同時に満足する研究例は見られない。

一方、3次元解析を行う場合には、パラメータ(盆地形状、物性値、入射波など)が非常に多くなり、また計算上の問題(記憶容量や計算時間)などもあり、BARD and BOUCHON (1985) が2次元解析において行ったような詳細な検討を行うことは困難である。そこで、数ケースではあるが、上述のa)~d)の問題点を考慮しながら、解析を行うことにする。

まず、4-2では、垂直SH波を受ける軸対称な堆積盆地の周波数応答と時刻歴応答について、3次元解析による応答を1次元解析および2次元解析による応答との比較を行いながら検討する。続いて、4-3では、同様な検討を非軸対称な堆積盆地について行う。その際、3次元堆積盆地の奥行き方向(長軸方向)への広がりによる影響についても検討する。

4-2 軸対称堆積盆地の解析

Fig. 3に示した幅 $2R=10$ km、最大深さ $H=2.5$ kmの軸対称堆積盆地について、3次元AL法による垂直SH波入射解析を行う。地盤の物理定数もTable 1と同一にする。解析上のパラメータは、 $L_x=L_y=24$ km、 $N_{L_x}=N_{L_y}=64$ 、 $N_x=N_y=9$ とした。また解析

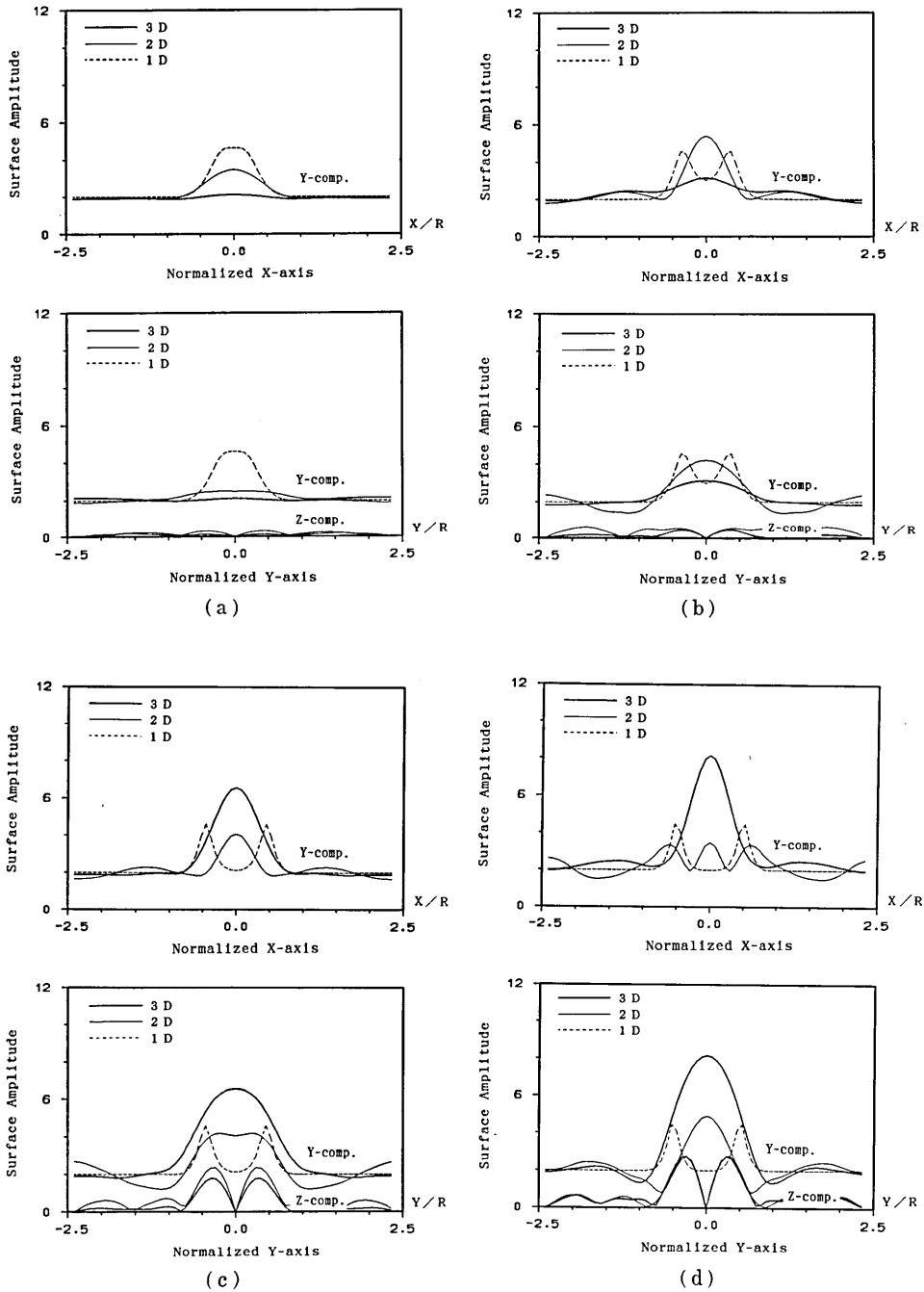


Fig. 6. Frequency responses along the surface due to vertically incident plane SH wave. The horizontal axis is normalized by R (=half width of basin). Frequency normalized by $f_1(=\beta_1/4H)$ is set to (a) 1.0, (b) 1.375, (c) 1.75 and (d) 2.0.

した周波数は、 $\Delta f = f_1/8\text{Hz}$ として、 $f_{\min} = Jf\text{ Hz}$ から $f_{\max} = 24\Delta f (=3f_1)\text{ Hz}$ までである。ただし、 f_1 は盆地中央点における1次元解析による1次卓越周波数 $\beta_1/4H$ を表す。また、 T_1 を1次卓越周期 ($1/f_1$) としておく。そして、3次元解析による周波数応答および Ricker Wavelet を入射波とした時刻歴応答について、1次元解析、2次元解析による結果と比較しながら検討する。なお、2次元解析では、 X 軸上の Y 成分を SH 波解析で、 Y 軸上の Y 成分および Y 軸上の Z 成分を SV 波解析で求めている。また、1次元解析では、各地表点について、直下の地下構造が平行成層であるものとし、1次元波動論により、地表動を計算している。

(a) 特定の周波数応答の地表分布について

特定の周波数について、応答の地表分布を比較する。Fig. 6 には、 $f/f_1 = 1.0, 1.375, 1.75, 2.0$ の4つの周波数についての応答を示す。応答は、 X 軸上の Y 成分、 Y 軸上の Y 成分および Z 成分について、3次元解析による結果を1次元および2次元解析による結果と合わせて示している。なお横軸は、 X 軸および Y 軸を盆地半径 $R = 5\text{ km}$ で基準化して表している。また縦軸は、周波数応答値を入射波の振幅で基準化した増幅率として表している。

$f/f_1 = 1.0$ の場合には、次のような特徴が見られる。 Y 成分については盆地の全体にわたり1次元解析による結果が、2次元解析や3次元解析の結果に比べて大きな応答値を示していることがわかる。この周波数は、盆地中央点において1次元解析による1次卓越周波数となるが、1次元解析ばかりでなく2次元解析および3次元解析においても盆地中央点で最大の増幅率を生じている。そして1次元解析は、2次元 SH 波解析 (X 軸上) の1.27倍、2次元 SV 波解析 (Y 軸上) の1.74倍、3次元解析の2.18倍の増幅率を示している。また、2次元解析と3次元解析とを比較すれば、 Y 成分および Z 成分のいずれも前者の結果は後者の結果よりも大きくなっていることがわかる。ただし、 Z 成分は増幅率が小さく、0.5以下である。

$f/f_1 = 1.375$ の場合には、次のような特徴が見られる。増幅率が最大となる地点は、2次元解析および3次元解析では、 $f/f_1 = 1.0$ の場合と同様に盆地中央付近である。しかし、1次元解析結果には1次卓越周波数となる地点が盆地中央点をはさんで2地点 ($Y/R = \pm 0.4$ 付近) あるので、地表面上の増幅パターンは2次元解析および3次元解析による結果とは異なる形状を示している。また、盆地中央付近では、3次元解析は、1次元解析とほぼ同程度の増幅率を与えている。

$f/f_1 = 1.75$ の場合には、次のような特徴が見られる。ほぼ盆地全体にわたり、 Y 成分は3次元解析が最も大きな増幅率を示している。盆地中央点では、3次元解析は、1次元解析の3.11倍、2次元 SH 波解析 (X 軸上) の1.61倍、2次元 SV 波解析 (Y 軸上) の1.64倍の増幅率を示している。また、 Z 成分についても、2次元解析および3次元解析のいずれにおいても、入射振幅の2倍を超える増幅率を示す地点 ($Y = \pm 2\text{ km}$ の付近) が見られる。 Z 成分は全体的に2次元解析の方が3次元解析に比べて、大きな増幅率を示す傾向が見られる。

$f/f_1 = 2.0$ の場合には、次のような特徴が見られる。 Y 成分について3次元解析による結果は、 $f/f_1 = 1.75$ の場合よりもさらに大きな増幅率を与えている。盆地中央点では、3

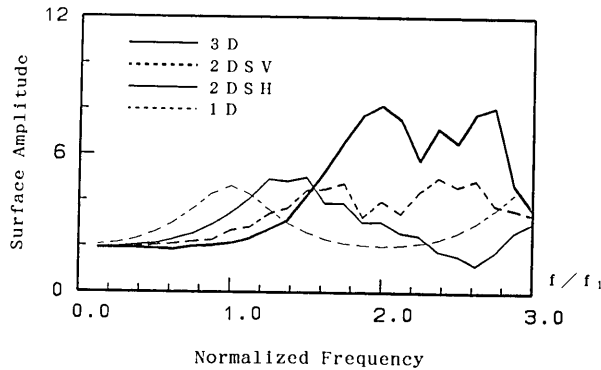


Fig. 7. Transfer function of Y-component at the center of basin in Fig. 3 due to vertically incident SH wave. The frequency axis is normalized by f_1 .

次元解析は、1次元解析の4.15倍、2次元SH波解析(X軸上)の2.34倍、2次元SV波解析(Y軸上)の1.69倍の増幅率を示している。また、Z成分は、最大で入射振幅の3倍程度の増幅率を示す地点($Y/R=\pm 0.4$ 付近)が見られる。そして3次元解析によるZ成分は、2次元解析と同程度の増幅率を示している。

(b) 盆地中央点における伝達関数について

特定の周波数についての応答を検討した結果、3次元解析では1次元解析や2次元波解析に比べてより高い周波数において、増幅作用が表れている。そこで、盆地中央点におけるY成分の伝達関数(入射波の振幅に対する増幅率)について検討する。Fig. 7には、Y成分の伝達関数を、横軸に周波数 f を f_1 で基準化して表す。これより、1次卓越周波数は、解析する次元が高くなるに伴い、高くなる傾向が見られる。特に、3次元解析における1次卓越周波数は、1次元解析におけるその2倍となっていることがわかる。同様に、1次卓越周波数における増幅率も、解析する次元が高くなるにつれて大きくなる傾向が見られる。特に、3次元解析における増幅率は、1次元解析に比べて、1.78倍となっている。

(c) 時刻歴応答について

Ricker Waveletを入射波とした場合の時刻歴応答について検討する。入射波の中心周期を T とし、 $T/T_1=0.7, 1.0$ の2ケースについて計算を行う。 $T/T_1=1.0$ の場合と $T/T_1=0.7$ の場合の時刻歴応答波形を、入射波形とともにそれぞれFigs. 8~9に示す。これらの図には、X軸上、Y軸上のX, Y, Z成分の応答波形に加えて、それぞれの軸に対して45度方向(以後"XY軸"と味ぶ)の応答波形も示している。また、横軸は時間を T_1 で基準化して表している。さらに、各地点の応答波形の右端には、最大応答値を示している。なお、波形の出力点は、Fig. 10に示している。

これらの図を概観すれば、次のような特徴が見られる。まず、いずれの軸上においても入射波の振動方向に対応するY成分が、他の2成分に比べて卓越することがわかる。従って、3次元の地下構造においても入射波の振動方向成分が優勢であることがわかる。また、Z成分は、Y軸上で最も大きな振幅が見られ、XY軸上ではこれよりやや小さな振幅と

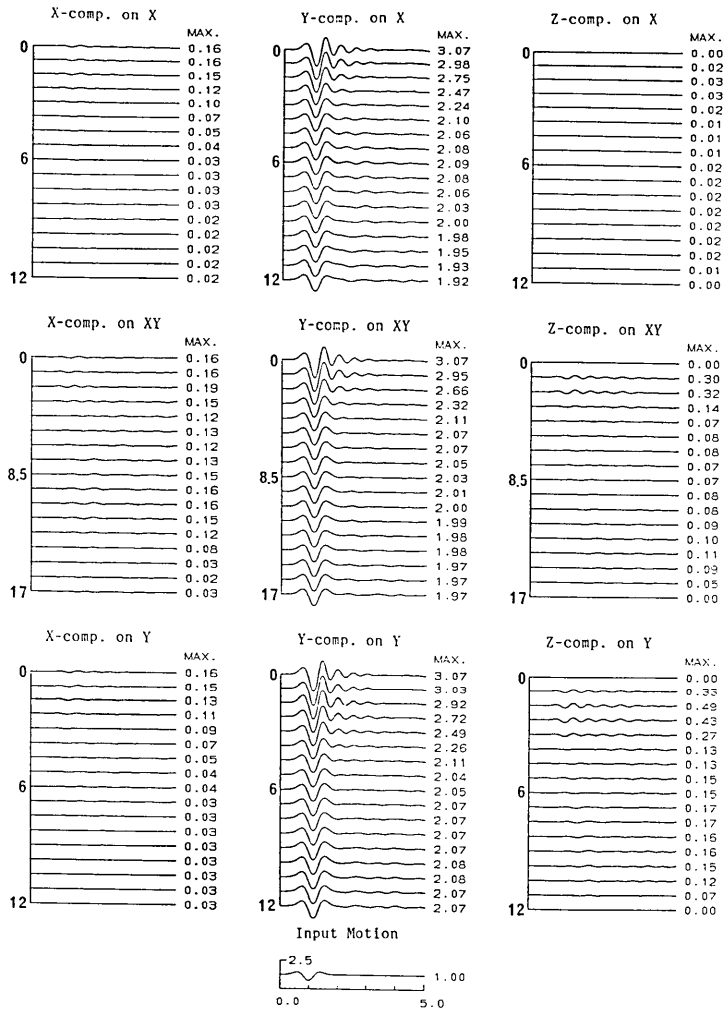


Fig. 8. Time responses along the surface for model in Fig. 3 due to vertically incident plane SH wave. The predominant period of Ricker wavelet as incident signal is set to $T_1(=4H/\beta_1)$ sec. The time axis is normalized by T_1 .

なり、 X 軸上では振幅はほとんど 0 になる。一方、 X 成分については、地表軸によらず同程度の振幅レベルが見られるものの、 Z 成分に比較して振幅は小さい。これらの特徴は、入射波の周期にかかわらず見られる。

これまで、3 次元解析による各軸上の 3 成分についての応答波形のおおよその特徴を述べたが、続いて 1 次元解析および 2 次元解析による結果との比較を行う。Figs. 11~12 に、 $T/T_1=1.0$ の場合と $T/T_1=0.7$ の場合についての時刻歴応答波形を示す。ここでは、3 次元解析による X 軸上の Y 成分、 Y 軸上の Y 成分、 Y 軸上の Z 成分を、2 次元解析による X 軸上の Y 成分、 Y 軸上の Y 成分、 Y 軸上の Z 成分、1 次元解析による X 、

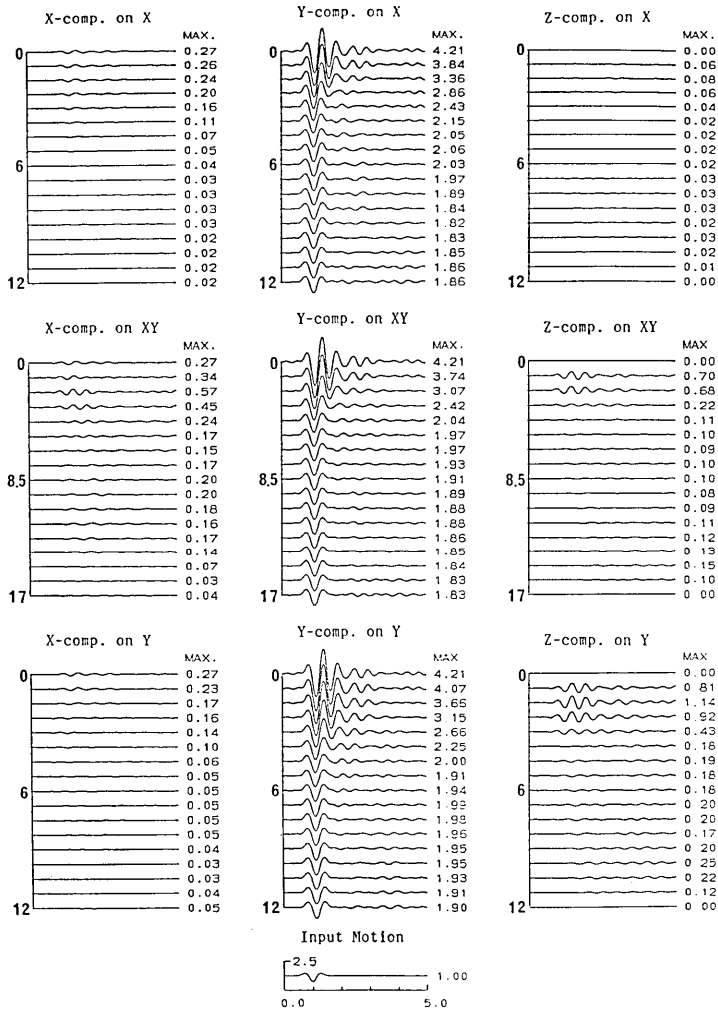


Fig. 9. Time responses along the surface for model in Fig. 3 due to vertically incident plane SH wave. The predominant period of Ricker wavelet as incident signal is set to $0.7 \times T_1$ sec. The other conditions are the same as Fig. 8.

Y 軸上の Y 成分と比較している。

まず、盆地全体の応答性状について概観する。1次元解析による結果に比較して、2次元解析および3次元解析による結果の方が盆地内の応答において周期の短い成分が卓越していることがわかる。これは、Fig. 7からもわかるように、解析する次元が大きくなると卓越周波数が高くなることによる。波形の継続時間についても、解析する次元が大きくなるにつれて、長くなる傾向が見られる。

次に、水平動の最大振幅がピーク値を生じる位置は、2次元解析および3次元解析では

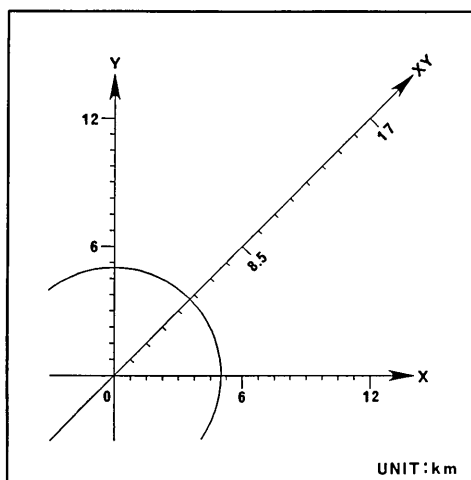


Fig. 10. Output points of time responses shown in Fig. 8, Fig. 9, Fig. 11 and Fig. 12.

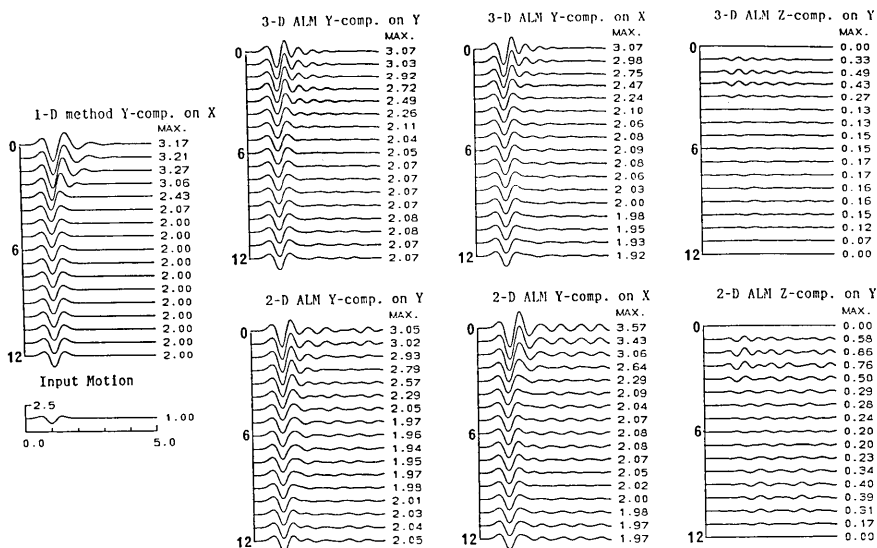


Fig. 11. Comparison of time responses for model in Fig. 3 obtained by 1-D, 2-D and 3-D analyses due to vertically incident plane SH wave. The predominant period of Ricker wavelet as incident signal is set to T_1 sec. The time axis is normalized by T_1 .

盆地中央点で生じているが、1次元解析では盆地中央点ではない。これは、境界の傾斜により波動エネルギーが盆地中央付近に集まるためである。そして、盆地中央点の最大振幅については、 $T/T_1=1.0$ の場合には、2次元SH波解析による結果が最も大きい値を与え

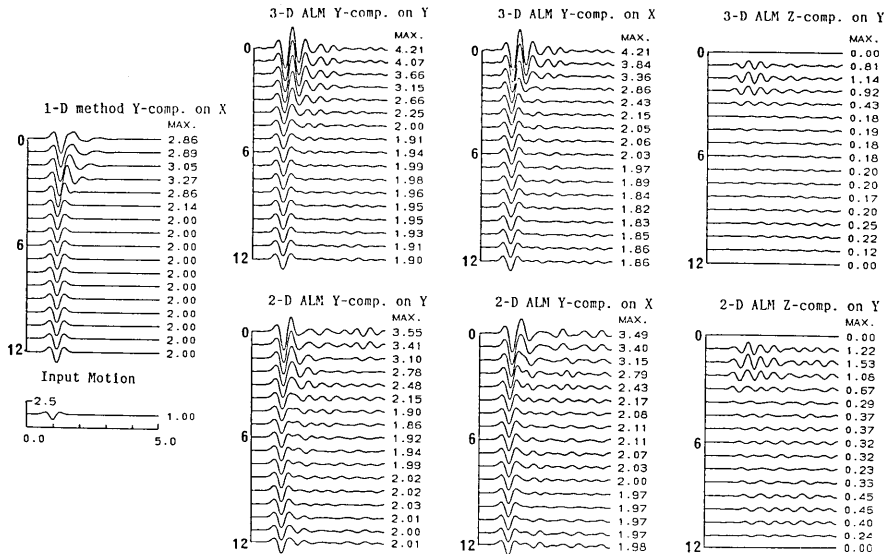


Fig. 12. Comparison of time responses for model in Fig. 3 obtained by 1-D, 2-D and 3-D analyses due to vertically incident plane SH wave. The predominant period of Ricker wavelet as incident signal is set to $0.7 \times T_1$ sec. The other conditions are the same as Fig. 11.

ている。次いで、1次元解析、2次元 SV 波解析と続き、3次元解析による結果が一番小さい。一方、 $T/T_1=0.7$ の場合には、3次元解析による結果が最も大きい値を与えている。次いで、2次元 SV 波解析、2次元 SH 波解析、1次元解析と続く。このように、いつでも1次元解析に比べて2次元解析や3次元解析が大きな値を与えるわけではないが、入射波の卓越周期が短くなるにつれて、2次元解析や3次元解析による結果は1次元解析による結果よりも大きな値を示す。この理由は、先述のように解析する次元が高くなるにつれて卓越周波数も高くなるためである。

続いて、Z成分の最大振幅とその分布に着目する。3次元解析では、Y軸上の $Y/R = \pm 0.3$ で、最大振幅がピークとなり、 $T/T_1=1.0$ の場合には入射振幅の 0.49 倍、 $T/T_1=0.7$ の場合には 1.14 倍となる。2次元 SV 波解析では、最大振幅のピーク値が生じる地点は同一であるが、 $T/T_1=1.0$ の場合には入射振幅の 0.81 倍、 $T/T_1=0.7$ の場合には 1.44 倍となる。従って、Z成分の振幅は2次元 SV 波解析の方が、3次元解析よりも大きな値を与えている。これは、入射波形の周期を変えても同様であり、周波数応答の地表分布の結果とも一致する。

4-3 非軸対称な堆積盆地についての検討

4-2 の軸対称な堆積盆地についてと同様に、ここでは非軸対称な堆積盆地について3次元 AL 法による垂直 SH 波解析を行う。その際、堆積層と基盤層の境界面 $Z(X, Y)$ は、堀家 (1988) にならい、X 方向の幅を $2R_x$ 、Y 方向の幅を $2R_y$ とし、次式のような関数で定義する。

$$Z(X, Y) \begin{cases} \frac{H}{4} \{1 + \cos(\pi A)\} \{1 + \cos(\pi B)\} & \dots\dots |A| \leq 1 \text{ かつ } |B| \leq 1 \text{ の場合} \\ 0 & \dots\dots \text{その他の場合} \end{cases} \quad (35)$$

ただし、 $A=X/R_x$, $B=Y/R_y$

ここでは、 $R_x=5$ km, $R_y=10$ km, $H=2.5$ kmとして、4-2と同様の検討を行う。Fig. 13には、解析モデルの形状を示す。なお、地盤の物理定数はTable 1と同一とする。解析上のパラメータは、 $L_x=16$ km, $L_y=32$ km, $N_{L_x}=N_{L_y}=64$, $N_x=6$, $N_y=12$ とした。解析した周波数は、 $\Delta f=f_1/8$ Hzとして、 $f_{\min}=\Delta f$ Hzから $f_{\max}=24 \Delta f (=3 f_1)$ Hzまでである。そして、周波数応答および Ricker Wavelet を入射波とした時刻歴応答を求めた。4-2と同様に、3次元解析による結果を、1次元解析および2次元解析による結果と比較しながら以下に示す。

(a) 盆地中央点における伝達関数について

盆地中央点におけるY成分の伝達関数について検討する。Fig. 14には、Y成分の伝達関数を、横軸に周波数 f を f_1 で基準化して表す。これより、解析する次元が高くなるに伴い、卓越周波数は高くなる傾向が見られる。一方、1次卓越周波数における増幅率も、解析する次元が高くなるに伴い、大きくなる傾向を示し、3次元解析は1次元解析の1.74倍の増幅率を与えている。これらの特徴は、4-2の軸対称モデルの場合と同様である。ただし、2次元SV波解

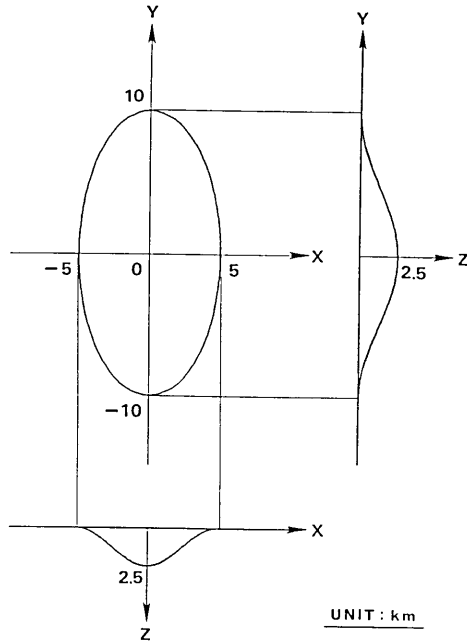


Fig. 13. Non-Axisymmetric analytical model.

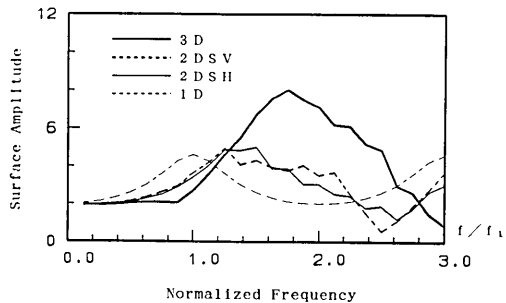


Fig. 14. Transfer function of Y-component at the center of basin in Fig. 13 due to vertically incident SH wave. The frequency axis is normalized by f_1 .

析および3次元解析における1次卓越周波数は、1次元解析における1次卓越周波数のそれぞれ1.25倍、1.75倍となり、4-2で示した軸対称な場合に比べて低い周波数となっている。これは、Fig. 13に示したように、非軸対称な場合には軸対称な場合に比べてY

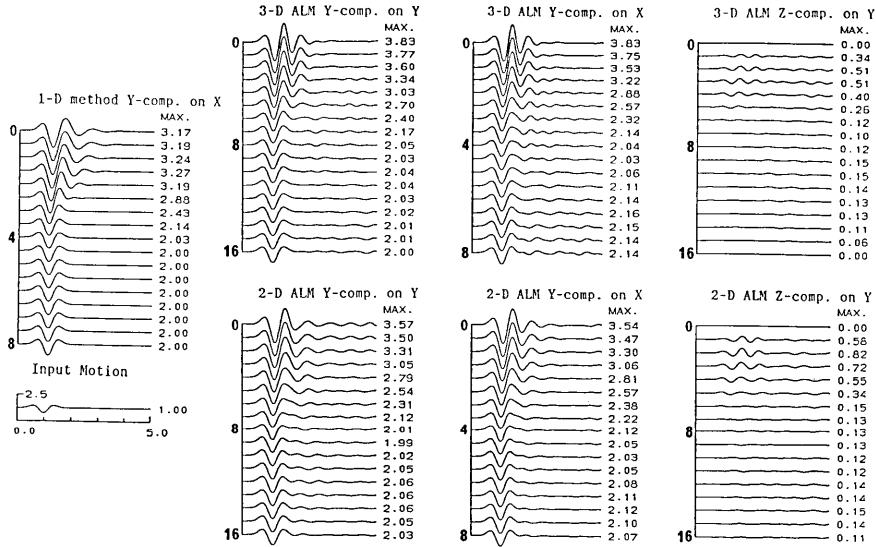


Fig. 15. Comparison of time responses for model in Fig. 13 obtained by 1-D, 2-D and 3-D analyses due to vertically incident plane SH wave. The other conditions are the same as Fig. 11.

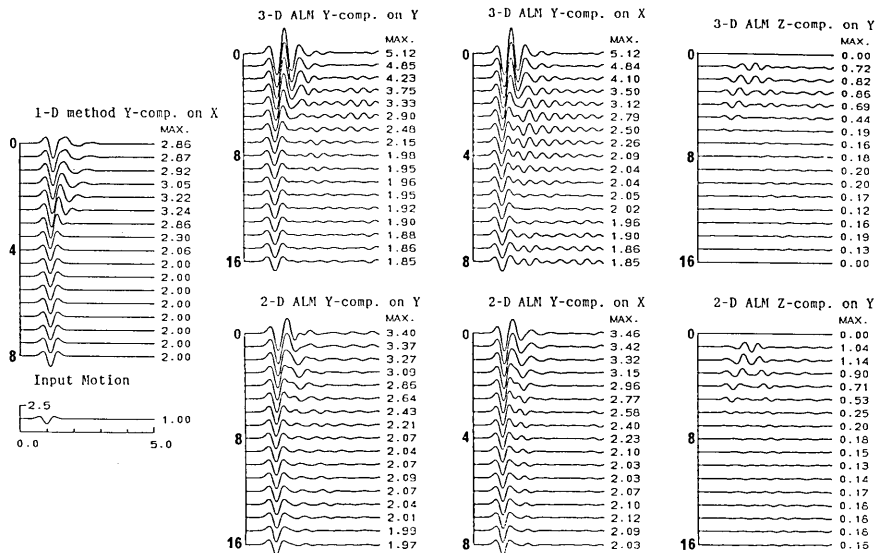


Fig. 16. Comparison of time responses for model in Fig. 13 obtained by 1-D, 2-D and 3-D analyses due to vertically incident plane SH wave. The other conditions are the same as Fig. 12.

方向の盆地の幅を大きく取っているため、境界の傾斜がゆるくなり、Y方向の不整形性の影響が弱くなったためと考えられる。

(b) 時刻歴応答について

Ricker Wavelet を入射波とした場合の時刻歴応答について検討を行う。入射波の周期を T とし、 $T/T_1=0.7, 1.0$ の2ケースについて計算を行う。 $T/T_1=1.0$ の場合と $T/T_1=0.7$ の場合の時刻歴応答波形を、入射波形とともにそれぞれ Figs. 15~16 に示す。これらの図は、非軸対称な場合の応答を表していること以外の条件は、Fig. 11 および Fig. 12 と同様である。なお、波形の出力点は、Fig. 17 に示している。

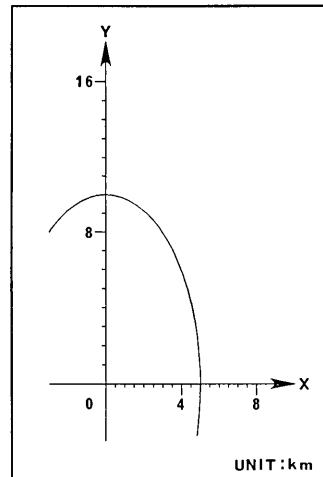


Fig. 17. Output points of time responses shown in Fig. 15 and Fig. 16.

まず、盆地全体の応答性状について概観する。1次元解析による結果に比較して、2次元解析および3次元解析による結果の方が盆地内の応答において周期の短い成分が卓越していることがわかる。これは、Fig. 14 からわかるように、解析する次元が大きくなると卓越周波数が高くなることによる。また応答波形の継続時間についても、 T/T_1 の場合は明らかではないが、 $T/T_1=0.7$ の場合には、解析する次元が大きくなるにつれて、長くなる傾向が見られる。

次に、水平動の最大振幅とその分布に着目する。最大振幅がピークとなる位置は、1次元解析では、盆地中央点ではないが、2次元解析および3次元解析では、盆地中央点となっている。これは、境界の傾斜により波動エネルギーが盆地中央付近に集まるためである。そして、盆地中央点の最大振幅においては、 $T/T_1=1.0$ の場合にも、 $T/T_1=0.7$ の場合にも、3次元解析による結果が最も大きい応答値を与えている。次いで、2次元解析、1次元解析と続く。軸対称な場合には3次元解析がいつでも1次元解析や2次元解析に比べて大きな値を与えるわけではなかったが、非軸対称な場合には、いずれのケースについても3次元解析が1次元解析や2次元解析よりも大きな応答値を示している。この理由としては、伝達関数に関する考察より、非軸対称な場合の方が軸対称な場合に比べて卓越周波数が低くなるので、ここで解析に用いた入射波に卓越する周波数成分をより大きく起励することができたのだろう。

続いて、Z成分の最大振幅とその分布に着目する。3次元解析では、Y軸上の盆地中央点から $Y/R_y=\pm 0.3$ において、ピーク値を生じている。ピーク値は、 $T/T_1=1.0$ の場合には入射振幅の0.51倍、 $T/T_1=0.7$ の場合には0.86倍となる。しかし、2次元SV波解析では、ピーク値の生じる地点は同一であるが、ピーク値は、 $T/T_1=1.0$ の場合には入射振幅の0.82倍、 $T/T_1=0.7$ の場合には1.14倍となる。従って、Z成分のピーク値は

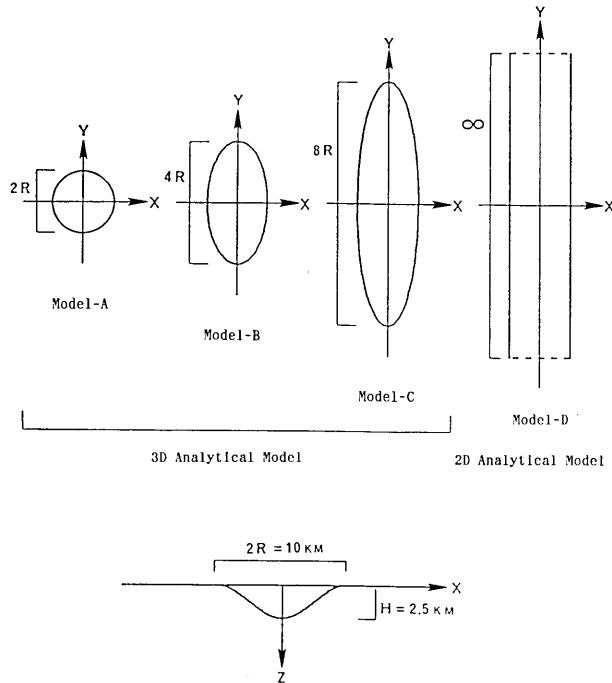


Fig. 18. Four analytical models for study on the effects of width of basin on major axis (Y -axis) when section on minor axis (X -axis) is fixed.

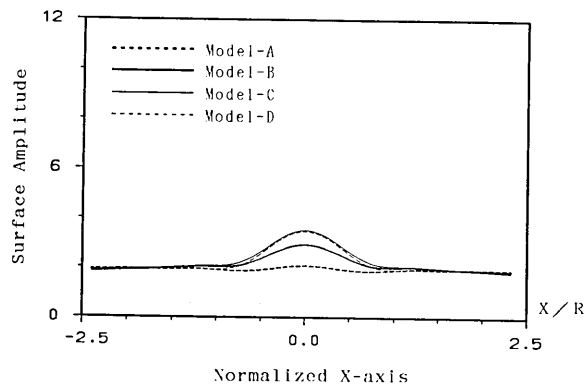
2次元SV波解析の方が、3次元解析よりも大きな値を与えている。これは、入射波形の周期を変えても同様であり、周波数応答の地表分布の結果とも一致する。

(c) 盆地の形状の影響

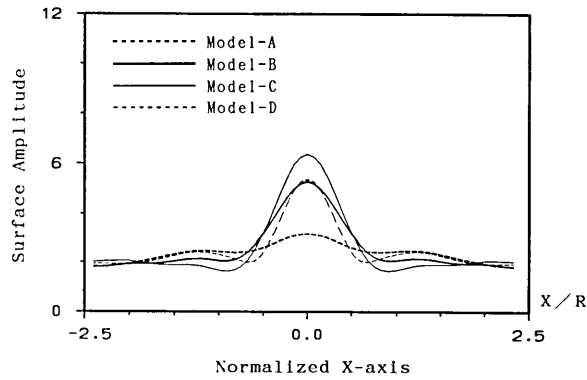
3次元地下構造の奥行き方向(長軸方向)への広がり方が地震動特性に与える影響について検討するために、Fig. 18に示すような4つの地盤モデルを用意する。各モデルは、 X 軸断面が等しく、 X 方向の幅が $2R=10$ km、最大深さが $H=2.5$ kmである。モデルA、B、Cの3つのモデルは3次元解析用モデルであり、モデルDは2次元解析用のモデルである。モデルAは4-2で解析した軸対称モデルであり、モデルBは4-3で解析した非軸対称モデルである。モデルCはモデルBをさらに Y 軸方向に細長くした形状で、式(35)において $R_x=5$ km、 $R_y=10$ km、 $H=2.5$ kmとしている。そして、モデルA、B、Cのそれぞれについて3次元SH波解析(垂直入射)を行い、短軸方向に当たる X 軸上の Y 成分の応答について、モデルDを用いた2次元SH波解析による応答との比較を行う。

解析したのは、 $f/f_1=1.0, 1.375, 1.75$ の3つの周波数についてである。3つのモデルに対する3次元解析による X 軸上の Y 成分の地表分布を、2次元SH波解析の結果と合わせて、Fig. 19に示す。

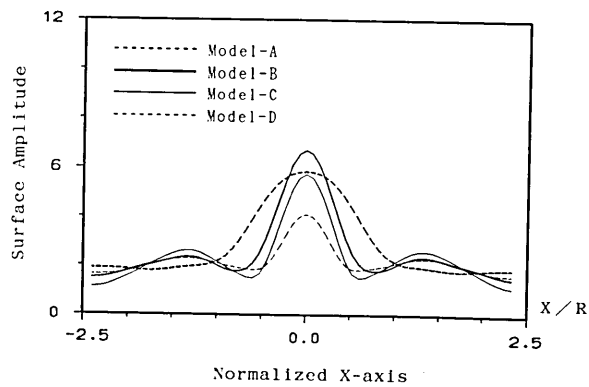
これより、 $f/f_1=1.0$ の場合には、モデルCとモデルDの結果はほとんど一致すること



(a)



(b)



(c)

Fig. 19. Frequency responses along X -axis of four models in Fig. 18 due to vertically incident plane SH wave. The horizontal axis is normalized by R (=half width of basin in X -axis). Frequency normalized by f_1 is set to (a) 1.0, (b) 1.375 and (c) 1.75.

がわかる。これに対して、モデル A、モデル B の応答は、盆地全体にわたりモデル D やモデル C の応答を下回っている。やはり、3次元解析を行った3つのモデルの中でも最も細長い形状をしているモデル C の応答が、2次元解析の結果に最も近いことがわかる。

しかし、 $f/f_1=1.375$ の場合には、盆地全体にわたってモデル C の応答はモデル D の応答を上回って、盆地中央点では 1.21 倍となっている。ちなみに盆地中央点におけるモデル B の応答は、2次元解析のそれとほとんど一致している。また、軸対称のモデル A は、モデル D とは最もかけ離れた小さな応答となっている。

そして、 $f/f_1=1.75$ の場合には、モデル A, B, C のいずれの応答も、モデル D のそれを上回っている。盆地中央点における増幅率では、モデル D の増幅率に対して、モデル A では 1.60 倍、モデル B では 1.67 倍、モデル C では 1.57 倍となっている。

以上より、3次元解析を行った3つのモデルの中では、モデル C の応答が一番2次元解析の結果に近い値を示し、特に $f/f_1=1.0$ の場合には両者の結果がほとんど一致している。しかし、3次元解析は2次元解析に比べて、周波数が高くなるにつれて徐々に大きな増幅率を示し、両者の結果には違いが生じてくることがわかる。

5. 結 論

本論文は、これまで数学的な取扱い難さと数値計算上の制約などの理由から扱われることの少なかった不整形地盤解析の3次元問題について、解析手法を提案し、これを用いて堆積盆地の地震動特性の検討を行ったものである。

まず、2次元解析において不整形地盤を解析するための有力な手法と評価されている AL 法を、3次元問題へ拡張するための定式化を行った。従来 AL 法による3次元解析では特に工学的に重要な平面 S 波入射の垂直入射問題を取り扱うことが困難とされていた。この問題を、ベクトル・ポテンシャルによる変位の表現式を工夫することにより解決した。そして、提案した解析手法の妥当性と作成したプログラムの信頼性を確認するために、他の手法により示されている軸対称堆積盆地についての解析結果と比較したところ、良い一致を示した。

続いて、これまで取り扱われることの少なかった3次元地下構造を有する堆積盆地の地震動特性を、軸対称問題ばかりでなく、非軸対称問題についても AL 法による3次元 SH 波解析を行い、得られた周波数応答および時刻歴応答を1次元解析および2次元解析による応答と比較・検討した。その結果、得られた知見を以下にまとめる。

- 1) 周波数応答においては、軸対称および非軸対称のいずれの場合にも、解析する次元が高くなるにつれて、卓越周波数が高くなり、増幅レベルも大きくなることがわかった。ただし、非軸対称の場合には、堆積盆地の Y 軸方向への広がりを大きくするとき、卓越周波数は、軸対称の場合に比べて低くなり、2次元解析による結果に近づく傾向が見られた。
- 2) Ricker Wavelet を入射波とする時刻歴応答においては、周波数応答に見られる性質から予想されるように、入射波の卓越周期が短くなるにつれて、多次元の解析ほど振幅レベルが大きくなることがわかった。また、継続時間についても、入射波の卓越周期が短くなるにつれて、多次元の解析ほど継続時間が長くなる傾向が見られ

た。

最後に本論文では、3次元解析による結果と2次元解析による結果との間に明瞭な違いが見られなくなる範囲を特定することはできなかった。これは、3次元解析を行う場合には、パラメータ（盆地形状、物性値、入射波など）が非常に多くなり、また計算上の問題（記憶容量や演算時間）などもあり、2次元解析の場合のように詳細な検討を行うことが困難だからである。しかし、本論文で行った解析も数年前には不可能だったことを考え合わせれば、この問題は今後の計算機の発達が解決してくれる課題と言えるだろう。

謝 辞

京都大学防災研究所の入倉孝次郎教授および(株)大林組の竹中博士氏には、本研究を遂行するに当り、貴重な御助言を頂きました。ここに記して謝意を申し上げます。

本研究における数値計算には、東京大学大型計算機センターのHITAC-M682Hと東京大学地震研究所地震予知観測情報センターのHITAC-M280Hを使用しました。

参 考 文 献

- AKI, K. and K. L. LARNER, 1970, Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, **75**, 933-954.
- BARD, P.-Y. and M. BOUCHON, 1980a, The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **70**, 1263-1286.
- BARD, P.-Y. and M. BOUCHON, 1980b, The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **70**, 1921-1941.
- BARD, P.-Y. and M. BOUCHON, 1985, The two-dimensional resonance of sediment-filled valleys, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **75**, 519-541.
- BOUCHON, M., 1973, Effect of topography on surface motion, *Bull. Seim. Soc. Am.*, **63**, 615-632.
- 堀家正則, 1987, 複数の曲がった境界を有する減衰のある媒質の地震動応答計算法へのAL法の拡張とそれをを用いた堆積盆地の地震動の特性, 地震, 第2輯, **40**, 247-259.
- 堀家正則, 1988, 不規則境界面を有する三次元堆積盆地の地震動応答, 地震学会, 春期大会講演予稿集, 251.
- 堀家正則・上林宏敏・竹内吉弘, 1989, 不規則境界面を有する三次元堆積盆地の地震動応答(その3), 地震学会, 秋期大会講演予稿集, 21.
- 入倉孝次郎, 1977, 地震の震動特性評価の際の地形の影響, 京都大学防災研究所年報, **20**, B-1, 1-11.
- 岩下和義・伯野元彦, 1986, 無反射FEMによるメキンコ市地震動の解析, 第7回日本地震工学国内シンポジウム, 313-318.
- KING, J. L. and J. N. BRUNE, 1981, Modeling the seismic response of sedimentary basins, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **71**, 1469-1487.
- KOKETSU, K., 1987, Synthetic seismograms in realistic media: a wave-theoretical approach, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **62**, 201-245.
- LEE, J.-J. and C. A. LANGSTON, 1983a, Three-dimensional ray tracing and the method of principal curvature for geometric spreading, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 765-780.
- LEE, J.-J. and C. A. LANGSTON, 1983b, Wave propagation in a three-dimensional circular basin, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1637-1653.
- LEE, V. W., 1984, Three-dimensional diffraction of plane P, SV and SH waves by a hemispherical alluvial valley, *Soil Dyn. and Earthquake Eng.*, **3**, 133-144.
- 力武常次・佐藤良輔・萩原幸男, 1980, 「物理数学II 地球科学を主体として(応用編)」, 学会出版センター。

- SÁNCHEZ-SESMA, F. J., 1983, Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1621-1636.
- SÁNCHEZ-SESMA, F. J., and S. CHÁVEZ-PÉREZ and J. AVILÉS, 1984. Scattering of elastic waves by three-dimensional topographies, *Proc. 8th WCEE* 2, 639-646.
- SÁNCHEZ-SESMA, F. J., L. E. PÉREZ-ROCHA and S. CHÁVEZ-PÉREZ, 1989, Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities. Part II, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **79**, 101-112.
- 佐藤泰夫, 1978, 「弾性波動論」, 岩波書店.
- 鈴木崇伸・伯野元彦, 1984, 消波境界を持った有限要素法による波動伝播解析, 東京大学地震研究所彙報, **59**, 327-360.
- TONG, J. and E. KURIBAYASHI, 1989, The three-dimensional resonance of axisymmetric sediment-filled valleys, *Soil and Foundations*, **28**, 130-146.
- 上林宏敏・堀家正則・竹内吉弘, 1988, 不規則境界面を有する三次元堆積盆地の地震動応答(その2), 地震学会, 秋期大会講演予稿集, 181.
- 上林宏敏・堀家正則・竹内吉弘, 1989, 断層震源による不規則境界面を有する三次元堆積盆地の地震動応答, 地震学会, 春期大会講演予稿集, 96.
- 宇佐見竜夫・狩野京一・佐藤泰夫, 1962, 等質等方弾性体の運動方程式の解についての注意 (続報) —数種のローテーションな解の間の相互関係について, 地震, 第2輯, **15**, 261-269.

*Seismic Response Analyses of Sediment-Filled Valley
due to Incident Plane Waves
by Three-Dimensional Aki-Larner Method*

Michihiro OHORI, Kazuki KOKETSU and Tadao MINAMI

Earthquake Research Institute, University of Tokyo

In the last two decades, different methods for studying the responses of sediment-filled valleys have been developed. We classified these methods into five categories: a) Region methods, e.g., FEM and FDM; b) Integral methods, e.g., BEM, BIEM and ALM; c) methods concerned with the Ray Theory, e.g., Gaussian Beam method and Origami Method; d) Eigen function methods; e) Hybrid method, e.g., FEM combined with BEM. These methods, however, treat 2-D problems, except in a few cases in which 3-D problems were analyzed. The large differences found between the amplitude levels, predominant frequencies and duration time obtained by 1-D analyses and by 2-D analyses indicate that those differences would be larger between 2-D and 3-D problems.

In this paper, we first formulated the solution procedures for 3-D problems by the Aki-Larner method (ALM) and checked the validity and accuracy of the method by comparison with the results obtained by an analytical method. Secondly, we compared the seismic responses of axisymmetric and non-axisymmetric sediment-filled valley due to the incident plane SH-wave calculated by 1-D, 2-D and 3-D analyses in frequency and time domains.

ALM, which belongs to category b), is a very powerful and reliable means of solving 2-D problems, as shown by BARD and BOUCHON (1985). An extension of ALM to 3-D problems has been already made by HORIKE *et al.* (1989). With their method, however, the solution becomes unstable for problems with vertical incident of plane S-wave, which is considered the most basic and important cases in earthquake engineering. Therefore, we first pre-

sented the formulation of 3-D ALM, which was capable of treating the vertical incident of plane S-wave. Then, we calculated the seismic motions of 3-D axisymmetric sediment-filled valleys due to vertically incident plane SV and P waves by 3-D ALM and compared them with those by BIEM to confirm the validity and sufficient accuracy of our method.

Response analyses of axisymmetric and non-axisymmetric sediment-filled valleys due to vertically incident plane SH wave have been done. In axisymmetric valley, the width is set to $2R=10$ km and the maximum depth to $H=2.5$ km. In non-axisymmetric valley, the width is set to $2R_x=10$ km on the minor axis, $2R_y=20$ km on the major axis, and the maximum depth to $H=2.5$ km. The results of the 3-D analyses in both frequency and time domains were presented by comparison with those of 1-D Haskell method and 2-D ALM. To obtain the responses in time domain, a Ricker wavelet was used for the incident signal. Conclusions are summarized as follows:

(1) Frequency responses show that the 1st predominant frequency and the maximum amplification factors increase with the number of dimensions. It is caused by scattering wave due to irregular interface. Especially, at the center of the valley in axisymmetric case, the 1st predominant frequency by 3-D analyses is two times higher and the maximum amplification factor are about 1.74 times larger than those by 1-D analyses.

(2) Time responses show that the maximum amplitude occur in the 3-D case, the second in the 2-D case, and the third in the 1-D case. The duration time is longer in the order of the 3-D, 2-D and 1-D cases. These features become remarkable when the predominant frequency of a Ricker wavelet is high.