

Quick Sand と液状化に関する粒状体シミュレーション

日本道路公団 垂水 祐二
東京大学地震研究所 伯野 元彦

(昭和62年10月30日受理)

要 旨

土とか岩は、砂粒とか土粒子でできていたり、多くの割れ目があったり、本質的には連続体ではない。勿論、通常の問題では、大変形が生じる訳ではないので、連続体としての解析で何ら支障はないのであるが、土砂崩壊とか液状化とか、大変形時には無理がある。

非連続体の解析手法としては、現在までのところ、有限要素法に滑り要素を導入したものや、有限要素法を多少変えた川井の RBSM 法 (Rigid Body Spring Method)、Cundall の DEM 法 (Distinct Element Method) がある。どの手法にも一長一短があるが、有限要素法の流れを汲む前二者では、要素の辺に沿って滑る変形しかできないし、隣り合う要素と要素が離れてしまうなどということもできない。

それは、要素の格子点は、隣り合う多くの要素に共有されているので、要素と要素が離れてしまい、今まで1つであった格子点が複数にならなければならないが、それが、全く不可能ではないにせよ、かなり面倒なのである。

ところが、実際の現象では、岩石の崩壊の際には、岩塊と岩塊は離れるばかりでなく空中を飛ぶことだってある。

一方 Cundall の DEM 法は、要素は元々、バラバラのものとしての取り扱いである。そのバラバラの独立した要素一つ一つについて運動方程式をたてる。したがって、岩石が崩壊する時、岩塊同士が衝突したり、跳んだり、転がったりすることも可能である。

現在まで、この DEM 法による粒状体シミュレーションは、粒体間の間隙に水が飽和している場合については、殆んど行われていなかったもので、筆者らは、二次元粒体に水圧を考慮する事によって、地震時の砂の液状化と、大雨の場合の間隙水圧上昇による Quick Sand 現象をこの粒状体シミュレーションで解析することを試みた。そして、或る程度の成功を得た。しかしながら、粒径が砂のように小さくなり、間隙水の体積弾性率の大きい影響で、P 波の伝播速度が大きくなり、その結果、計算の安定のため、計算時間刻みを 100 万分の 1 秒のように小さくとらねばならず、解析粒数を 200 個強しかとれなかった。実際の液状化を詳細に模擬するには、3 次元解析が必要であり、これは、将来の計算機の高速化をまたねばならない。

1. はじめに

砂質土の不安定現象の一つに液状化がある。液状化とは一般に間隙水圧が上昇して有効応力が減少する結果せん断強さを失う現象のことを言い、水の浸透圧力によって生じるクイックサンドのように静的な条件のもとで起こる場合や、地震時の繰り返しせん断のように動的な条件のもとで起こる場合がある。1964 年の新潟地震以来液状化に関する研究が盛んに進められるようになり、実験や有限要素法による解析は行われてきたが、土を非連続体として取り扱った解析例は殆んどない。

近年、電子計算機の急速な高速化、大容量化が進んだため、数年前まではまだ遊びに過ぎなかった粒状体シミュレーションが、やや現実味を帯びてきた。土、岩などを粒状体として取り扱おうとする考え方は、理論的には最上(1969)の統計力学的手法をはじめとして種々あるが、シミュレーションとしては1971年のCUNDALL(1971)によるDEM(Distinct Element Method)が先駆的な方法として知られている。

DEMによる解析は一つの粒状体の実験の代用となる二次元の解析であり、実験では起り得ない仮空の条件を与えて解析結果を検討できるというメリットを持つ。初期のDEMは多角形要素を用いていたが、要素どうしの接触判定が複雑であり、解析要素数の制限を受けた。やがて接触判定が簡単な円形要素での検討も進められ(CUNDALL, 1979)、日本では木山・藤村ら(1983)がトンネルの掘削による地盤沈下の算定やサイロ内に充填された岩質粒状体の重力流動の解析(1983)を行った。これらの解析の要素は等径であり、また、要素数も数百個であったが、植村・伯野ら(1986, 1987)は要素の大きさにばらつきを持たせ、要素数を数千個まで拡張し、土砂崩壊や地震時の地盤の挙動の解析を行い、さらには球形要素を用いて三次元解析も試みた。

以上の解析には間隙水は考慮されていなかったが、土中の水の多少によって土の密度、コンシステンシー、強度、圧縮性などが大きく変わり、特に間隙水圧の影響は大きいので間隙水の挙動を考慮することは非常に重要である。井筒・木山ら(1986)は間隙水の挙動を考慮して圧密モデルの数値解析を試みた。しかし、この解析では要素の配置は変化しないので、間隙水圧の変化による要素の挙動は表わされていない。岸野(1987)は独自の粒状体シミュレーション手法で静的液状化問題を取り扱い間隙水圧の上昇を導いた。

本研究においては、二次元の範囲でダルシーの法則を用いて間隙水の挙動を考慮したDEMを考案し、浸透流や地震動を入力した際の地盤の挙動の解析(動的液状化解析)を試みることにする。その場合地盤は飽和砂地盤を想定し、大きさにばらつきを持たせた円形要素のランダムパッキングによって作成する。

2. DEMの概要と修正

2.1. DEMの概要

DEMでは各要素を剛体と考え、要素の変形は接点のみで生ずるものとする。要素間の力の伝達は、接点における弾性スプリングと粘性ダッシュポットで行われるものとして各要素についてそれぞれ独立の運動方程式を作り、それを前進解法でステップ・バイ・ステップに解くものである。

CUNDALL(1979)は岩盤を節理で分けられたブロックと想定し、多角形要素を用いて、頂点と一辺の接触における作用力を与えている。しかし、このままでは接触判定の計算が複雑になり、要素数の制限をうける。そこで木山・藤村(1982)は要素を円形にして解析を行った。本研究でも円形要素を採用することにし、以下具体的にDEMの説明を行う。

任意の円形要素 i の x 方向、 z 方向、回転方向の微小時間増分 Δt 間の変位増分をそれぞれ Δu_i 、 Δw_i 、 $\Delta \phi_i$ とする、

Fig.1に示すように要素 i (半径 r_i)と要素 j (半径 r_j)の間の接触条件は次式で表わ

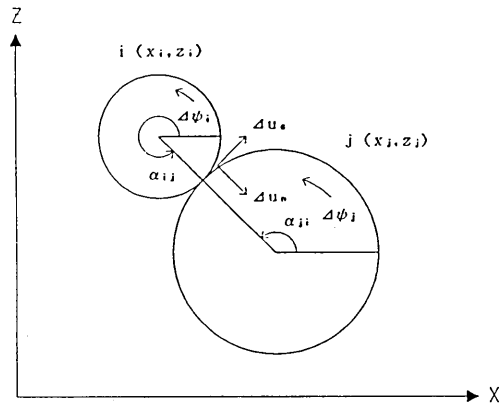


Fig. 1. The contact of two particles and their deformation.

せる。

$$r_i + r_j \geq R_{ij} \quad (1. a)$$

$$\text{ただし } R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (1. b)$$

また、接触点の指標として、共通法線の x 軸となす角 (反時計回り正) α_{ij} を用いると、その正弦、余弦は次式で与えられる。

$$\sin \alpha_{ij} = -(z_i - z_j) / R_{ij} \quad (2. a)$$

$$\cos \alpha_{ij} = -(x_i - x_j) / R_{ij} \quad (2. b)$$

接触する 2 要素 i, j の Δt 間の、法線方向ならびに接線方向の相対変位増分, Δu_n (接近を正) および Δu_s (反時計回りを正) は次式で計算される。

$$\Delta u_n = (\Delta u_i - \Delta u_j) \cos \alpha_{ij} + (\Delta w_i - \Delta w_j) \sin \alpha_{ij} \quad (3. a)$$

$$\Delta u_s = -(\Delta u_i - \Delta u_j) \sin \alpha_{ij} + (\Delta w_i - \Delta w_j) \cos \alpha_{ij} + (r_i \Delta \phi_i + r_j \Delta \phi_j) \quad (3. b)$$

Fig. 2 に示すように、 Δu_n に比例した抗力増分 Δe_n を生じる弾性スプリング (剛性定数 k_n) と相対変位速度 $\Delta u_n / \Delta t$ に比例した抗力 Δd_n を生じる粘性ダッシュポット (粘性定数 η_n) の並列配置を仮定する。すなわち、

$$\Delta e_n = k_n \Delta u_n \quad (4. a)$$

$$\Delta d_n = \eta_n \Delta u_n / \Delta t \quad (4. b)$$

ただし、圧縮力を正とする。

したがって、時刻 t において法線方向に作用する弾性抗力 $[e_n]_t$ と粘性抗力 $[d_n]_t$ は次式のようになる。

$$[e_n]_t = [e_n]_{t-\Delta t} + \Delta e_n \quad (5. a)$$

$$[d_n]_t = \Delta d_n \quad (5. b)$$

しかし、粒子間の引張り応力を認めないため、式 (5) には次式の条件が付される。

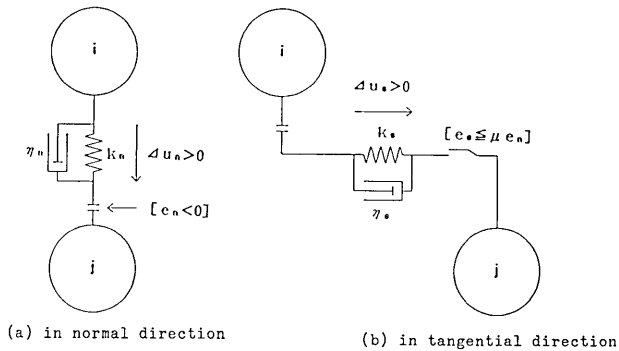


Fig. 2. The spring and viscous dashpots between particles.
(a) normal direction (b) tangential direction

$$[e_n]_t < 0 \text{ のとき } [e_n]_t = [d_n]_t = 0 \quad (6)$$

以上より、時刻 t における 2 要素間の法線方向圧縮力 $[f_n]_t$ は次式で計算される。

$$[f_n]_t = [e_n]_t + [d_n]_t \quad (7)$$

一方、接線方向についてもほぼ同様の方法をとる。弾性抗力増分 Δe_s と粘性抗力 Δd_s は、

$$\Delta e_s = k_s \Delta u_s \quad (8. a)$$

$$\Delta d_s = \eta_s \Delta u_s \Delta t \quad (8. b)$$

したがって、時刻 t における接線方向の弾性抗力 $[e_s]_t$ と粘性抗力 $[d_s]_t$ (いずれも要素 i に関し時計回り正) は次式のようになる。

$$[e_s]_t = [e_s]_{t-\Delta t} + \Delta e_s \quad (9. a)$$

$$[d_s]_t = \Delta d_s \quad (9. b)$$

上式には 2 つの条件が付される。

$$[e_n]_t < 0 \text{ のとき } [e_s]_t = [d_s]_t = 0 \quad (10)$$

$$|[e_s]_t| > \mu [e_n]_t \text{ のとき}$$

$$[e_s]_t = \mu [e_n]_t * \text{sign}([e_s]_t) \quad (11. a)$$

$$[d_s]_t = 0 \quad (11. b)$$

ここに、 μ は粒子間の摩擦係数である。

これらの条件は接触点近傍のせん断変形が主として要素間の摩擦力によって生ずることを意味し、条件式 (10) は非接触条件を、条件式 (11) は摩擦力の限界をそれぞれ表わしている。

以上より、時刻 t における 2 要素間の接線方向せん断力 $[f_s]_t$ (時計回り正) は次式で計算される。

$$[f_s]_t = [e_s]_t + [d_s]_t \quad (12)$$

注目する要素 i と接触するすべての要素 j について式 (7), 式 (12) の形で $[f_n]_i$ および $[f_s]_i$ が求まると, 要素 i に関するそれらの x 方向力 Fx_i , z 方向力 Fz_i , ならびに中心回りのモーメント Fm_i (反時計回り正) は次式で計算される.

$$[Fx_i]_i = \sum \{ -[f_n]_i \cos \alpha_{ij} + [f_s]_i \sin \alpha_{ij} \} \quad (13. a)$$

$$[Fz_i]_i = \sum \{ -[f_n]_i \sin \alpha_{ij} - [f_s]_i \cos \alpha_{ij} \} - m_i g \quad (13. b)$$

$$[Fm_i]_i = -r_i \sum \{ [f_s]_i \} \quad (13. c)$$

ここに, \sum は要素 i に接触するすべての要素 j に関する総和を表わし, また, m_i は要素 i の質量であり, $m_i g$ の項は重力が z 方向に作用することを示す.

加速度を作用力の陽関数とみなし, Δt で差分近似すれば, 時刻 t における加速度は次式のように決まる.

$$[\ddot{u}_i]_i = [Fx_i]_i / m_i \quad (14. a)$$

$$[\ddot{w}_i]_i = [Fz_i]_i / m_i \quad (14. b)$$

$$[\ddot{\phi}_i]_i = [Fm_i]_i / I_i \quad (14. c)$$

ここに I_i は要素 i の慣性モーメントである. また要素の密度を ρ とすると m_i , I_i は次式で表わせる.

$$m_i = \rho \pi r_i^2 \quad (15. a)$$

$$I_i = \rho \pi r_i^4 / 2 \quad (15. b)$$

時刻 t における変位速度は上式を Δt に関し積分し,

$$[u_i]_i = [u_i]_{i-\Delta t} + [u_i]_i \Delta t \quad (16. a)$$

$$[w_i]_i = [w_i]_{i-\Delta t} + [w_i]_i \Delta t \quad (16. b)$$

$$[\phi_i]_i = [\phi_i]_{i-\Delta t} + [\phi_i]_i \Delta t \quad (16. c)$$

Δt 間の変位速度は一定と仮定すれば, 変位増分は次式で計算される.

$$[\Delta u_i]_i = [u_i]_i \Delta t \quad (17. a)$$

$$[\Delta w_i]_i = [w_i]_i \Delta t \quad (17. b)$$

$$[\Delta \phi_i]_i = [\phi_i]_i \Delta t \quad (17. c)$$

このようにして定められた変位増分を時刻 t から $t + \Delta t$ までの新たな変位増分に関して仮定して, 再び式 (3) から式 (17) までの演算をくり返す. そして Δt ごとの変位増分が逐次計算できる.

2.2. DEM の修正

DEM 解析の差分近似法の収束性は時間増分 Δt に極めて敏感であり, Δt が大きすぎると要素の運動をうまく表現できず (運動が発散してしまう), 特に大変形問題や要素の半径が小さい場合 (要素の質量が軽くなり運動量が大きくなる) などは Δt は非常に小さくなければならない. だが Δt が小さくなると同じ時間の解析に要するステップ数が増大し, 計算時間が長くなったり丸め誤差が大きくなったりし, 解析要素数の制限をうける. また解析は二次元で行うため, たとえば振動問題を取り扱う場合, 要素の三次元的沈下 (要素

どうしのかみあいはずれる現象)をうまく表現できない。そこで、これら2つの問題を少しでも緩和するため若干の修正を行うことにする。

(1) 速度の調整

2つの要素 i, j が衝突後、短時間(数ステップ)で離れ、要素 i がフリーの状態(他の要素と全く接していない状態)になった場合、時間増分 Δt が大きかったり減衰が小さかったりすると、離れた後の要素 i の速度が極端に大きくなり、飛び散ってしまうことがある。これは、2つの要素 i, j の衝突時の法線方向相対速度を Vn_{ij} 、離れる時の法線方向相対速度 Vn_{ij}' とおくと(いずれも接近を正)

$$-Vn_{ij}'/Vn_{ij} \gg 1 \quad (18)$$

という不自然な現象がおこるためである。これを解消するため Vn_{ij}' の値を次式のように補正する。

$$-Vn_{ij}''/Vn_{ij} = e \quad (19)$$

ここに Vn_{ij}'' は Vn_{ij}' を補正した値であり、 e ははねかえり係数である。

接線方向力(摩擦力)の限界値は定められているので、式(19)をフリーになった要素の離れた後の法線方向速度を調整することによって満足させることにする。ある要素 i が1つまたは複数の要素と接していて、ある瞬間にフリーの状態になったとする。フリーになるパターンは種々考えられるが、大きく分けると Fig. 3(a)~(d) に示す4つの場合がある。(a) は要素 i が要素 j から離れ、要素 i のみがフリーになった場合、(b) は要素 i が要素 j, k から同時に離れ、要素 i のみがフリーになった場合、(c) は要素 i が要素 j から離れ、同時に要素 j も要素 k, l から離れ、要素 i, j の2つがフリーになった場合、(d) は要素 i が要素 j から離れ、また要素 j は要素 i としか接していなかった場合である。実際におこるのはほとんどが(a) または(d) のケースである。

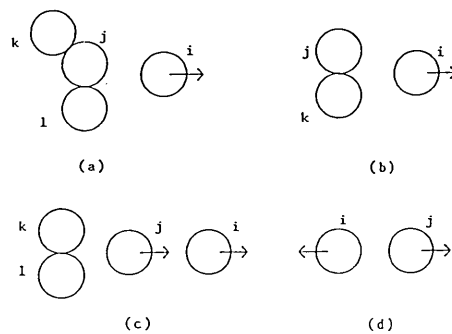


Fig. 3. Separation pattern of particles.

調整にあたってはあらかじめ Vn_{ij} を求めておく必要がある。Fig. 4 に示すように、要素 i, j の衝突時の法線方向相対速度をそれぞれ Vn_i, Vn_j (接近を正) とおくと次式で計算される。

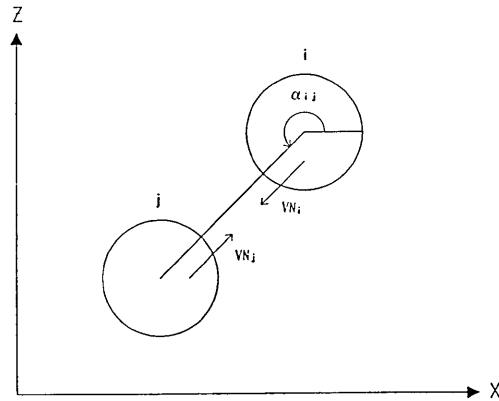


Fig. 4. Collision of two particles.

$$Vn_i = Vx_i \cos \alpha_{ij} + Vz_i \sin \alpha_{ij} \quad (20. a)$$

$$Vn_j = -Vx_j \cos \alpha_{ij} - Vz_j \sin \alpha_{ij} \quad (20. b)$$

ここに、 Vx 、 Vz はそれぞれ x 、 z 方向の速度成分、 $\cos \alpha_{ij}$ 、 $\sin \alpha_{ij}$ は式 (2) に示す通りである。

Vn_i 、 Vn_j を用いると Vn_{ij} は次式で表わせる (接近を正)。

$$Vn_{ij} = Vn_i + Vn_j \quad (21)$$

次に、離れた後の速度の調整を (a)～(d) の場合についてそれぞれ行う。ただし以下の式において添字 (') は離れる時の値を、添字 (") は離れた後の値 (1 ステップ後の値) を表わすものである。

(a) の場合、

$$Vn_{ij}'' = Rk_i Vn_i' + Vn_j' \quad (22)$$

となるような補正係数 Rk_i を求め、これを用いると Vx_i'' 、 Vz_i'' は次式で計算される。

$$Vx_i'' = Vx_i' - (1 - Rk_i) Vn_i' \cos \alpha_{ij}' \quad (23. a)$$

$$Vz_i'' = Vz_i' - (1 - Rk_i) Vn_i' \sin \alpha_{ij}' \quad (23. b)$$

(b) の場合、要素 j 、 k に対して式 (22) より Rk_i を求め、小さいほうの値を用い式 (23) の計算を行う。

(c) の場合、先に式 (22) と同様に Rk_j を求め要素 j の速度を決定し、それを基準にして式 (22)、式 (23) の計算を行う。

(d) の場合、式 (22) を次のように修正する。

$$Vn_{ij}'' = Rk_i Vn_i' + Rk_j Vn_j' \quad (24. a)$$

$$m_i Vn_i - m_j Vn_j = m_i Rk_i Vn_i' - m_j Rk_j Vn_j' \quad (24. b)$$

後者は運動量保存則であり、この 2 式を解いて Rk_i 、 Rk_j を求め、式 (23) を用いて要素

i, j の速度調整を行う。

DEM は、要素には重力以外には内力のみが働くので、全体として運動量は保存される (山内, 1959)。上記の方法は、速度調整する要素は全体としてはごくわずかなので運動量保存をほぼ満足するものであり、特に大変形問題やパッキング問題など要素が激しく動く場合には有効である。

(2) 力-変位直線の修正

一般に要素と要素の間の法線方向の力-変位直線は、圧縮力を f 、変位量を ϵ とおくと

$$f = k_n \epsilon \quad (25)$$

で与えられ、これは Fig. 5 (a) の場合にあたる。しかしこのままでは要素間の直応力は無制限に大きくなり、また、二次元解析のため要素どうしのかみ合いがはずれにくく、せん断時の粒状体特有のダイラタンシーや圧密時の塑性変形を表現しにくい。井筒・藤村ら (1986) は圧密時の塑性変形を表わすため弾塑性型の DEM を提案した。本研究ではおもにせん断を扱うのであるが、要素どうしのかみ合いをはずして体積を減少させることは二次元の範囲では困難なので、それを補う意味で Fig. 5 (b) ~ (d) の 3 つの弾塑性型のスプリングを考えることにする。

(b) は、式 (1) の接触判定条件を次のように修正したものである。

$$r_i + r_j + \epsilon_m \geq R_{ij} \quad (26)$$

これは見かけ上要素と要素が離れていても力が働くようにしたものであり、その最大距離

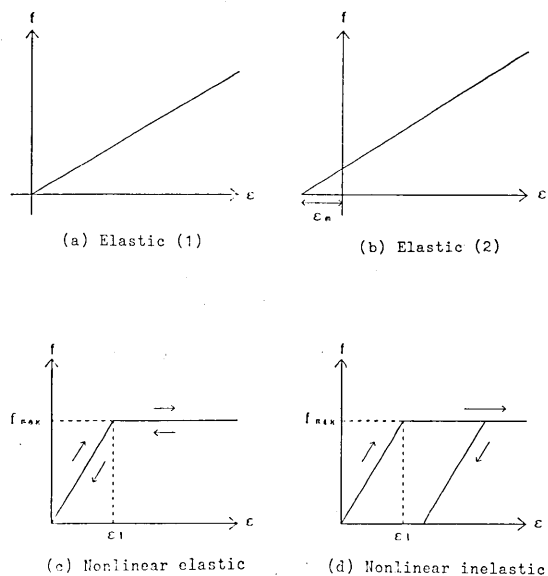


Fig. 5. Characteristics of spring between particles.

(a) Elastic (1)

(b) Elastic (2)

(c) Nonlinear elastic

(d) Nonlinear inelastic hysteretic

が ϵ_m となる。これは、要素間のスプリングに塑性を組みこんでも要素どうしが重なりにくくなることを目的としたものである。なお、この式を用いると (a) は $\epsilon_m=0$ の場合に当たる。

(c), (d) は非弾性を取り入れたものであり、特に (d) は除荷時に歪が残る。これらは (5.a) 式に次式を加えたものである。

$$[e_n]_t \geq f_{\max} \text{ のとき } [e_n]_t = f_{\max} \quad (27)$$

次に以上の効果の例を示す。Fig. 6 は $\epsilon_m=2.0 \times 10^{-4}$ (m) でパッキングしたものでほぼ

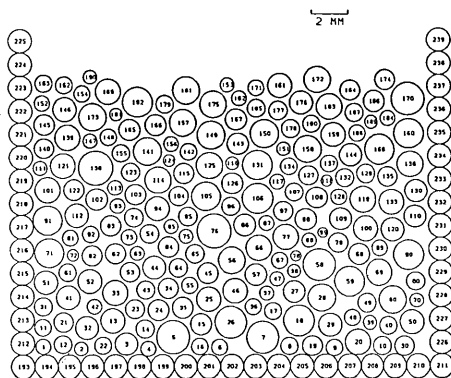


Fig. 6. Packing of elements.

静止状態である。要素番号 193~239 は壁の代用となる要素であり、太線の要素 139~192 の密度は他の要素の 10 倍にした。この要素群の下層を振動させた場合の間隙率の変化を Fig. 7 に示す。法線方向のスプリングを完全弾性型にした場合は間隙率はほとんど変化せず密な地盤の性質を示すが、弾塑性型（非線形非弾性型）にした場合は間隙率は時間とともに減少し、ゆるい地盤の性質を示す。これは、振動により要素どうしが押しつけられたとき、スプリングが弾性の場合ただちに反発するが、弾塑性の場合反発力の制限を受け、

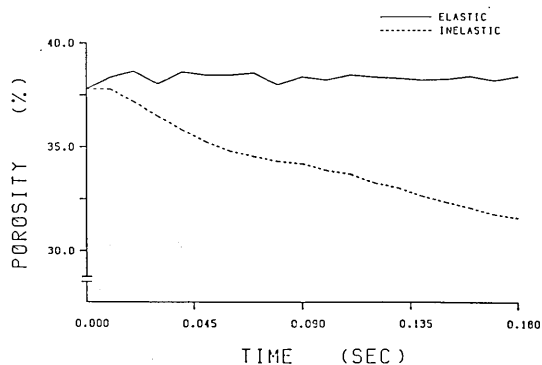


Fig. 7. Time history of the porosity of particles assembly under sinusoidal excitation.

さらには振動の向きが変わったとき歪が残るのでただちに反発力が減少し要素が沈下するためである。また、実際の砂粒は完全な球形でないため、粒どうしが接触しても反発力の特性は完全弾性型にならないので、もともと弾塑性スプリングを用いる意義はあると考えられる。結局これらのことにより要素どうしのかみ合いを完全にはずさなくても要素の再配列をある程度表現でき、実際の粒状体のダイレタンスーと似た現象を表わすことができる。

3. 間隙水の導入

3.1. 間隙の分割

2. で述べた従来の DEM には間隙水圧は考慮されていない。本研究では二次元の範囲で間隙水圧を考慮した新しい DEM 解析を行うが、間隙水圧を考えるにあたって、まず要素群全体を間隙を構成する適当な多角形に分割し、間隙の面積を求める必要がある。

Fig. 8 ($\epsilon_m=0$ を前提) に示すように要素 i のまわりの間隙を、間隙を構成する多角形 1~5 に分割することを試みる。図で直線で結ばれている要素どうしは、接触しているもの以外に近い距離 l_m 内にあるものも含まれている。要素 i の場合は要素 $j1\sim j5$ が相当し、これらは次の条件を満たす。

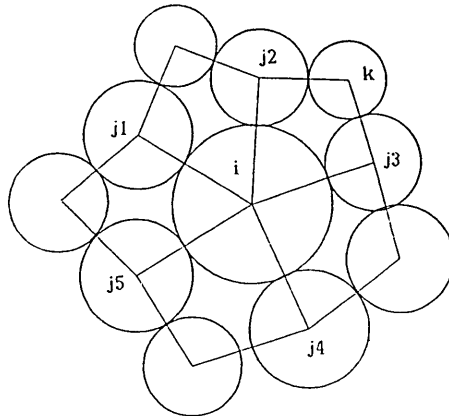


Fig. 8. Diagram of pores surrounding a particle, i .

$$r_i + r_j + \epsilon_m + l_m \geq R_{ij} \quad (28)$$

図形は要素 i を中心に時計回りに作成する。たとえば、図形 2 は $i \rightarrow j2$ ルートで開始し、要素 $j2$ の次には時計回りで一番内側にくる要素 k を選び、これを繰り返す。再び要素 i にもどってくれば図形は完成する。これをすべての要素に関して実行すれば全図形が完成する。

次に、間隙図形(多角形)の角度を求める。Fig. 9 に示すように図形の角度を定めると、多角形の角度 θ_{ijk} は次式で求められる。

$$\theta_{ijk} = \theta_{jk} - \theta_{ji} \quad (29. a)$$

$$\text{ただし } \theta_{ijk} < 0 \text{ のとき } \theta_{ijk} = 2\pi + \theta_{jk} - \theta_{ji} \quad (29. b)$$

なお、 θ_{ji} 、 θ_{jk} は簡単に求められ、たとえば θ_{ji} は

$$\sin \theta_{ji} = -(z_j - z_i) / R_{ij} \quad (30. a)$$

$$\cos \theta_{ji} = -(x_j - x_i) / R_{ij} \quad (30. b)$$

の2つを用いて (R_{ij} は式 (1. b) に示すとうり),

$$\sin \theta_{ji} \geq 0 \text{ のとき } \theta_{ji} = A \cos^{-1}(\cos \theta_{ji}) \quad (31. a)$$

$$\sin \theta_{ji} < 0 \text{ のとき}$$

$$\cos \theta_{ji} \geq 0 \text{ のとき } \theta_{ji} = 2\pi + A \sin^{-1}(\sin \theta_{ji}) \quad (31. b)$$

$$\cos \theta_{ji} < 0 \text{ のとき } \theta_{ji} = \pi - A \sin^{-1}(\sin \theta_{ji}) \quad (31. c)$$

となる。

Fig. 9 の斜線部の面積 (実際の間隙の面積) は間隙図形の面積から扇形の面積の和を引けば求められる。その場合、要素と要素の重なりは微小であるので無視する。このようにして作成した間隙図形の例を Fig. 10 に示す。

式 (28) の条件があるため、要素が多少動いても間隙の構成は変わらず、一度図形を作成すれば次のステップからは面積のみを計算すれば良い。しかし、実際にはそのうちに要素の配列が大きく変わるため、3. 4. で述べるように、間隙図形を何ステップかおきに組みかえる必要がある。

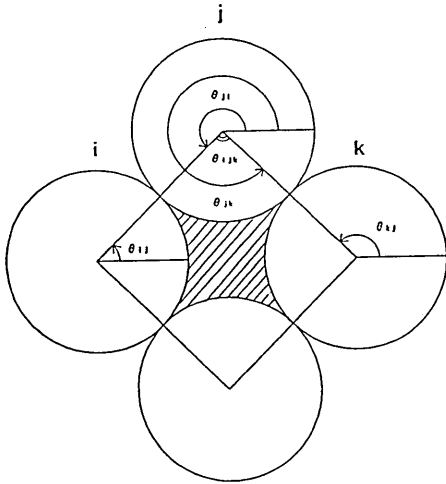


Fig. 9. Angles of the pores.

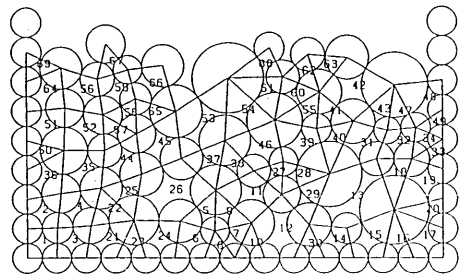


Fig. 10. Numbering of the pores.

3. 2. 間隙水圧の計算方法

間隙水を考慮した場合要素には新たに種々の力が働く。たとえば、間隙水圧、水の慣性力などが考えられるが、本研究においては水の慣性力は無視し、間隙水圧のみを考えるこ

とにする。また、間隙水圧は静水圧と過剰間隙水圧（動水圧）に分け、さらに間隙は飽和状態とする。

まず静水圧であるが、有効重量を用いて表わすことにする。式 (13. b) において、右辺の $m_i g$ ($m_i = \rho \pi r_i^2$) は要素に作用する重力の項であるが、これを有効重量におきかえ、あらかじめ要素にかかる浮力を除外して解析を行うことにする。すなわち、この項を $(\rho - \rho_w) \pi r_i^2 g$ に修正する。ここに ρ_w は水の密度である。

次に、過剰間隙水圧（動水圧）を求める。水を体積変化としては完全体積弾性体と仮定し、Fig. 11 に示すように、ある間隙 k の面積、その中にとじこめられている水の面積、過剰間隙水圧をそれぞれ A_k 、 W_k 、 U_k とおくと、水の体積弾性率 E_w および水の面積ひずみ $\delta W = (W_k - A_k)/W_k$ を用いて次式が成り立つと仮定する。

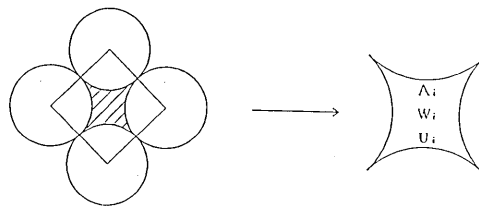


Fig. 11. Pressure and area of a pore.

$$U_k = E_w * \delta W \quad (32)$$

$W_k = A_k$ のとき（初期安定状態） $U_k = 0$ であり、要素が力を受け運動するにつれて A_k が変化し、間隙間に水圧差が生じると後述するように水が移動し W_k が変化し、それにともなって U_k も変化する。 U_k は二次元的に働く等方性線荷重であるとし、また $U_k > 0$ で圧縮（正圧）、 $U_k < 0$ で引張り（負圧）とする。

U_k が求めれば、これを各要素に働く力に分解する。Fig. 12 に U_k が要素 i に作用する様子を示す。要素 i が間隙 k から受ける水圧の x 成分、 z 成分をそれぞれ $FU_k X_i$ 、 $FU_k Z_i$ とおくと次式で計算される。

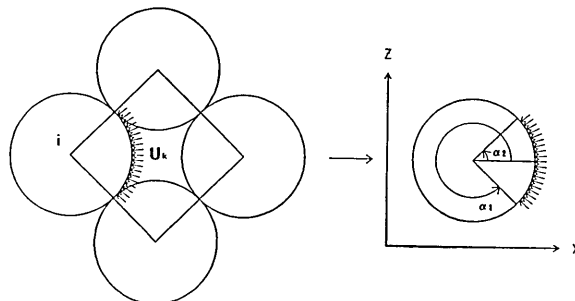


Fig. 12. Modeling of the excessive pore water pressure.

$$FU_k X_i = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} -U_k r_i \cos \theta d\theta = -U_k r_i (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \quad (33. a)$$

$$FU_k Z_i = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} -U_k r_i \sin \theta d\theta = U_k r_i (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \quad (33. b)$$

結局, 式 (13) は次のように修正される.

$$[F x_i]_t = \sum \{-[f_n]_t \cos \alpha_{ij} + [f_s]_t \sin \alpha_{ij}\} + \sum \{[FU_k X_i]_t\} \quad (34. a)$$

$$[F z_i]_t = \sum \{-[f_n]_t \sin \alpha_{ij} - [f_s]_t \cos \alpha_{ij}\} + \sum \{[FU_k Z_i]_t\} - (\rho - \rho_w) \pi r_i^2 g \quad (34. b)$$

$$[F m_i]_t = -r_i \sum \{[f_s]_t\} \quad (34. c)$$

ここに, Σ は要素 i に接触するすべての要素 j に関する総和を, \sum は要素の i まわりのすべての間隙に関する総和を表わす.

式 (34) を用いて式 (14) ~ 式 (17) の積分を行えば, 間隙水圧を考慮した場合の時刻 t における変位増分が求められる.

3.3. 間隙間の水の流れ

過剰間隙水圧が刻々変化すると, となりあう間隙どうしに圧力差が生じ, 水が移動する. Fig. 13 (a) に示すように間隙 i, j がとなりあい, その境界が要素 k, l によって作られているとする. 要素 k, l の接触判定条件は次式で表わせる.

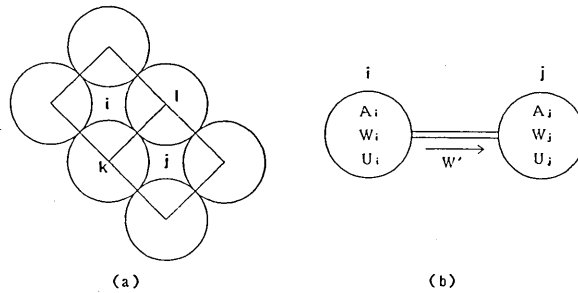


Fig. 13. Diagram of two neighboring pores.

$$r_k + r_l + \varepsilon_m \geq R_{kl} \quad (35)$$

さらに, 要素 k, l を結ぶ線によって間隙を区切る作成条件は次式である.

$$r_k + r_l + \varepsilon_m + l_m \geq R_{kl} \quad (36)$$

次に, Fig. 13 (b) に示すように, ある瞬間に間隙 i と j の間に水圧差が生じ, 水量 W' が i から j に流れるとする. 間隙の面積 A は一定であるとし, その結果として, 次の瞬間のおのおのの水圧 U_i', U_j' が等しくなると仮定すると次式が成立する.

$$\frac{U_i'}{E_w} = \frac{W_i - W' - A_i}{W_i - W'} = \frac{U_j'}{E_w} = \frac{W_j + W' - A_j}{W_j + W'} \quad (37)$$

これを解くと,

$$W' = \frac{A_j W_i - A_i W_j}{A_i + A_j} \quad (38)$$

ところで、間隙 i, j の水圧差を E_w で除し無次元化し、これを圧力勾配 i_{ij} と定めると、

$$i_{ij} = \frac{U_i - U_j}{E_w} = \frac{A_j W_i - A_i W_j}{W_i W_j} \quad (39)$$

さらに、 $A_{ij} = W' W_j / (A_i + A_j)$ とおくと、 W' は次式で表わせる。

$$W' = A_{ij} i_{ij} \quad (40)$$

以上を用いて、間隙 i から間隙 j に流れる水の流量 q_{ij} は次式で表わせると仮定する。

$$q_{ij} = k A_{ij} i_{ij} \quad (41)$$

ここに、 k は透水係数である。

式 (41) は位置ヘッドを考慮しない場合のダルシーの法則の二次元版であり、となりあう間隙によって間隙間水路の高さが変化することに相当する。間隙図形の作成方法は 3.1 で説明したが、この方法を用いると簡単に図形を作成できるものの間隙の面積の大きさには格差がつきやすく、水路の高さを調整することによって近傍の間隙どうしに大きな水圧差が生じることがなく、収束性・安定性のよい解析を行うことができる。以上より、時刻 t におけるある間隙 i の水量 W_i は次式で与えられる。

$$[W_i]_t = [W_i]_{t-\Delta t} + \sum k A_{ij} i_{ij} \Delta t \quad (42)$$

ここに、 \sum は間隙 i のまわりのすべての間隙 j に関する総和を表わす。

ある 2 つの間隙が二次元では全く区切られていたとしても三次元性を考慮するとある程度水の移動を考えるべきであり、透水係数 k は、条件 (35), (36) に応じて簡単のため次の 2 つの値を用いることにする。

$$R_{kl} - l_m \leq r_k + r_l + \epsilon_m < R_{kl} \quad \text{のとき} \quad k = k_1 \quad (43. a)$$

$$R_{kl} \leq r_k + r_l + \epsilon_m \quad \text{のとき} \quad k = k_2 \quad (43. b)$$

条件 (43. a) の場合、2 つの間隙はつながっており (境界を構成する 2 つの要素は接触していない)、両者の間の水圧差は小さくしなければならず、一方条件 (43. b) の場合、2 つの間隙はつながっておらず (境界を構成する 2 つの要素は接触している)、透水係数は小さな値を用いる。

3.4. 解析上の工夫

(1) 解の収束性・安定性の向上

後述するように、本研究では粒径数ミリという砂粒を仮定した要素を用いるため、タイムステップ Δt は非常に小さくなければならない。しかし、 Δt が小さくなるとそれだけ計算時間がかかるため、要素数、解析時間等の制限を受ける。本研究においては、シミュレーションによって現象を表現するというところに重点をおくため、なるべく多くの要素数で、しかも長時間の解析を行いたい。よって、解の収束性・安定性を向上させるため Δt

をやや大きめにすることにし、そのために以下の修正を行う。

まず、2. の変位増分を求める式 (17) を次のように修正する。

$$[\Delta u_i]_t = \{[\Delta u_i]_{t-\Delta t} + [u_i]_t \Delta t\} / 2 \quad (44. a)$$

$$[\Delta w_i]_t = \{[\Delta w_i]_{t-\Delta t} + [w_i]_t \Delta t\} / 2 \quad (44. b)$$

$$[\Delta \phi_i]_t = \{[\Delta \phi_i]_{t-\Delta t} + [\phi_i]_t \Delta t\} / 2 \quad (44. c)$$

次に、間隙の面積 A 、水の移動量 q を次のように修正する。

$$[A]_t = \{[A]_{t-\Delta t} + [A']_t\} / 2 \quad (45)$$

$$[q]_t = \{[q]_{t-\Delta t} + [q']_t\} / 2 \quad (46)$$

ここに $[A']_t$ 、 $[q']_t$ は、時刻 t において計算された値、 $[A]_t$ 、 $[q]_t$ は実際に用いる値を示す。

式 (44)～(46) を用いれば、要素の急激な移動、水圧の急変を緩和することができ、従って解の収束性・安定性は向上する。

(2) 間隙図形の組みかえ

要素が激しく動き配列がかなり変化すると、間隙図形を組みかえる必要がある。その場合、新しい間隙の水圧、水量をなんらかの方法で決定しなければならず、計算の継続を滑らかにする必要があるため、以下に示す方法を用いることにする。

- (a) 前回に全く同じ図形（構成要素がすべて同じ）があれば、その水圧の値を継続する。
- (b) (a) で求まらなければ、ごく近傍の図形の水圧の平均値をこの図形の水圧の値とする。
- (c) (a)、(b) で求まらなければ、その間隙と境界をともにするまわりのすべての図形の水圧の平均値をこの図形の水圧の値とする。
- (d) (a)～(c) で求まらない場合、もし間隙の中心の z 座標がある程度以上であれば（位置的に表面に近い）、水圧の値を 0 とする。

(b) と (c) の違いであるが、(b) は 1 つの間隙が 2 つに分裂した場合やその逆の場合をほぼとらえるものであり、(c) は (b) で求まらない場合にその間隙の水圧をまわりの間隙水圧の平均値とし、計算の継続を滑らかにすることを意味する。なお、水量は継続した水圧の値と新たに計算した面積の値から式 (32) を用いて計算する。

以上の変換を適当なステップおきに行うと、水圧の分布が急変することなく解析を継続して行える。

4. 材料定数とパッキング

4.1. 材料定数の決定

解析をするにあたって、あらかじめ要素のパッキングをする必要があり、そのためにはまず材料定数 k_n 、 k_s 等を決定する必要がある。木山・藤村 (1983) は、 k_n を弾性円柱の接触理論を用いて決定した。まず、この理論を用いて k_n の値を求めることにする。

ヤング率 E 、ポアソン比 ν の等しい 2 つの円柱（半径 r_1 、 r_2 ）が上下から単位厚さあ

たり荷重 q で圧縮された場合の両中心の接近量 δ と接触幅 b は次式で与えられる。

$$\delta = \frac{2(1-\nu^2)q}{\pi E} \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{4r_1}{b} + \ln \frac{4r_2}{b} \right) \quad (47. a)$$

$$b^2 = \frac{8r_1r_2}{\pi(r_1+r_2)} \left(\frac{1-\nu^2}{E} \right) q \quad (47. b)$$

したがって、 k_n は次式のようになる。(ただし、 $r_1=r_2=r$)

$$k_n = \frac{q}{\delta} = \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)(1.5+2 \ln(4r/b))} \quad (48)$$

k_s は簡単のため、 k_n に対する逓減率 s を導入して次式のように決定する。

$$k_s = k_n s \quad (49)$$

k_n , k_s を上記のように定めると、最も減衰が速いのは次の場合である (小坪, 1973)。

$$\eta_n = 2\sqrt{mk_n} \quad (50)$$

$$\eta_s = \eta_n \sqrt{s} \quad (51)$$

要素を砂粒とし、標準的な値 $\rho=2.7$ (t/m³)、 $\nu=0.3$ 、 $E=1.42 \times 10^6$ (t/m²)、 $q=3$ (kg/m)、 $r=1.0 \times 10^{-3}$ (m) を用い、さらに単位幅あたりの値を考えるとすると、 $k_n=1.4 \times 10^9$ (N/m)、 $\eta_n=2.2 \times 10^3$ (Nsec/m) となる。また $s=0.25$ と仮定すると、 $k_s=3.5 \times 10^8$ (N/m)、 $\eta_s=55$ (Nsec/m) となる。

Cundall (1974) は差分近似解を得る際の解の収束性と安定性を得るための条件から、 Δt を次式のように取ることを推奨した。

$$\Delta t < 2\sqrt{m/k_n} \quad (52)$$

k_n , ρ , r を上記の値をとり、式 (52) を用いると、 $\Delta t < 2.8 \times 10^{-7}$ (sec) となる。さらに k_n , r を上記の値を用い、 $\eta_n=0$ とし、2つの要素の1対1の衝突運動の解析を行った結果、運動をある程度とらえる (発散しない) ためには Δt は 10^{-9} (sec) 以下にする必要があることが判明した。しかし、 Δt をこのような小さな値にすると、多粒子での解析は不可能である。

本研究においてはシミュレーションに重点をおくので、材料定数には特にこだわらないことにする。よって、 k_n , k_s とも小さな値を用いることにし、 $k_n=1.4 \times 10^6$ (N/m)、 $k_s=3.5 \times 10^5$ (N/m) を標準の値とした。

4.2. 粒径分布とパッキング

まず空隙水を考えず、 $k_s=0$ 、 $\epsilon_m=0$ 条件のもとで大量要素のランダムパッキングを落下法で試みることにする。なお壁を要素で代用し、粒径分布は対数正規分布を用いることにする。

ここで、対数正規分布について簡単に説明する。確率変数 x があり、 $\ln x$ が正規分布に従うとき、 x の分布を対数正規分布と呼ぶ。この場合 x の密度関数は次式で与えられる。

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] \quad (53)$$

ただし、 $0 \leq x < \infty$ の範囲で考え、また $\lambda = E(\ln x)$ 、 $\zeta = \sqrt{\text{Var}(\ln x)}$ はそれぞれ $\ln x$ の平均値と標準偏差でこの分布の特性を表わすパラメータである。

これらのパラメータと平均値 μ および標準偏差 σ との関係は次式で与えられる。

$$\lambda = \ln \mu - \zeta^2/2 \quad (54. a)$$

$$\zeta^2 = \ln(1 + \sigma^2/\mu^2) \quad (54. b)$$

$\lambda = 9.0$ 、 $\sigma = 2.5$ とし、また粒径の幅をほぼ $0.4 \text{ mm} \sim 2 \text{ mm}$ の間とし、1089 個の要素を作成すると Fig. 14 に示す分布を得た。この粒径分布曲線は一般の粒径加積曲線とは異なり、縦軸は数量パーセントで表わしている。さらに、この粒径分布で間隙水を考慮せず、 $k_n = 1.4 \times 10^6 \text{ (N/m)}$ 、 $k_s = 0$ とし、落下法によるランダムパッキングをした結果を Fig. 15 に示す。

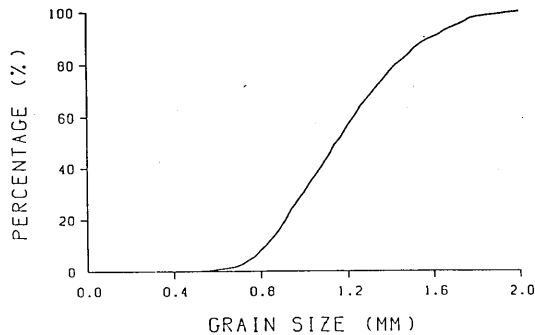


Fig. 14. Distribution curve of particles diameter.

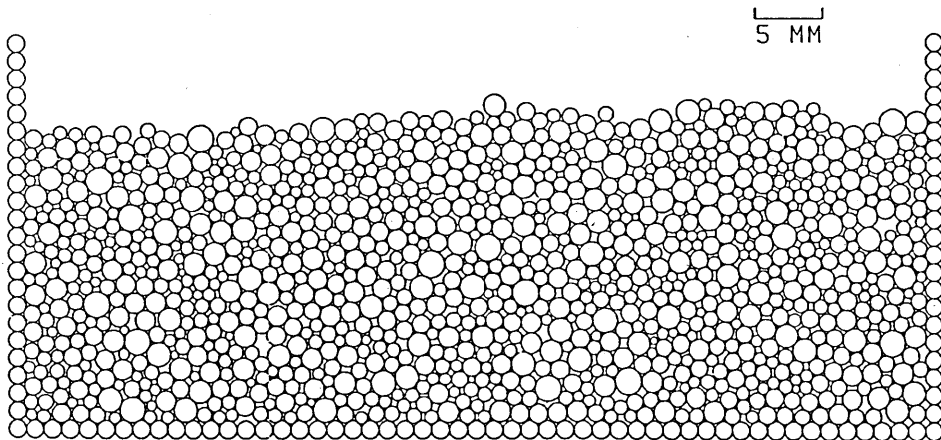


Fig. 15. Packing of 1089 particles.

5.6. で用いるデータは、Fig. 15のデータの一部を削り取り、場合によっては ϵ_m , k_n の値をかえ再パッキングしたものである。ただし間隙水を考える場合、パッキングの際は静水圧のみを考え動水圧は考えない。そしてパッキング終了後動水圧が0の初期条件 ($W=A$) を与えることにする。なお、要素の初期静止条件であるが、静止条件にこだわり要素群を安定させようとするれば非常に計算時間がかかるため、その後の解析に多少影響を及ぼすと考えられるが、特にこだわらないことにする。

Fig. 15 のデータはランダムパッキングによって作成したものであるから、その一部を削り取った場合も Fig. 14 の関係はほぼ満たされる。

5. クイックサンド解析

5.1. 解析方法

土中を水が流れるとき、水と粒子壁面間で摩擦抵抗が働くため、水は土粒子から流れと逆向きの力を受ける。よって作用・反作用の原理により、土粒子は流れの方向に等大の透水力を受ける。透水力は水中重量に付加されるものとして、明らかに水から粒子に及ぼされる有効物体力である。この有効物体力を全重量と全間隙水圧力のベクトル和として表わすことが可能であり、本解析でもこの方法を用いることにする。

まず 6. も含めた全般的な解析モデルの例を Fig. 16 に示す。No. 1~45 は実際の要素であり (以下粒子と呼ぶ)、No. 46~76 は壁の代りとなる要素である (以下壁要素と呼ぶ)。また、No. 46~60 は下層壁、No. 46, 61~68 は左層壁、No. 60, 69~76 は右層壁として区別することにする。

解析は Fig. 17 に示すように下層から各間隙に浸透流 q_w を入力して行う。粒子は壁要素から力を受けるが (状況は Fig. 2 と同じ)、壁要素は不動とする。また、左右の層からの透水は許さず、間隙と表面との境では表面の水圧が0として透水の計算を行う。

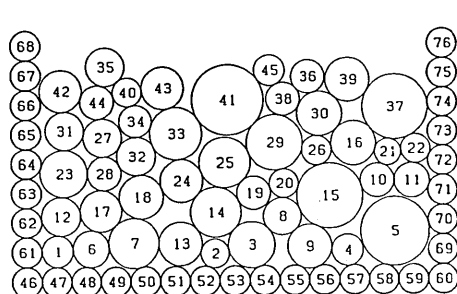


Fig. 16. Example of particles assembly.

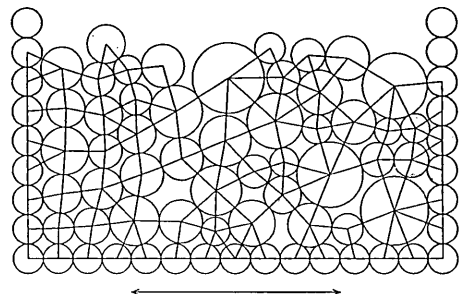


Fig. 17. Input of seepage water.

ところで 2.2. (1) の速度の調整であるが、これは本来運動量保存則を満たすことを条件に導いたものであり、外力である水圧が働く本解析においては成立しない。しかし、特に上部の粒子が表面との大きな水圧差によって急激に飛び散る場合が起こるので、それを避ける目的で本解析および 6. の解析でも用いることにした。さらに同様の目的で、ごく表

面の粒子の密度を大きくした。結局これらのことは粒子の浮上を徐々に起こらせる役割を果たすものである。

次に、本解析での解析モデル（初期要素分布）を Fig. 18 に示す。このモデルは粒子数 45、壁要素数 31、全要素数 76 であり、図の太線の要素の密度は他の要素の密度の 5 倍とし、 $\epsilon_m=0$ の条件でパッキングしたものである。なお初期直応力分布を Fig. 19 に示す。

最後に解析に用いた諸数値を Table 1 に示す。水のヤング率 E_w は単位幅当たりの値を考えると実際には 2.4×10^9 (N/m) 程度であるが、4.1. と同じ理由により小さめの値を

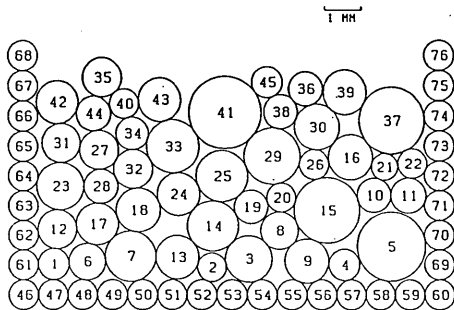


Fig. 18. Particles position (Initial condition).

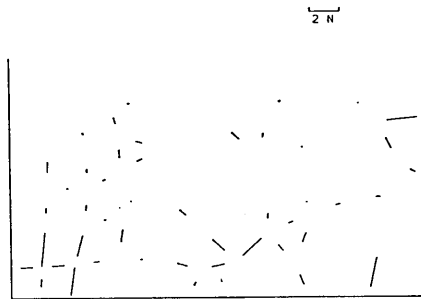


Fig. 19. Normal forces (Initial condition).

Table 1. Coefficients data (case 1)

k_n	1.4×10^6 (N/m)	ρ	2.7×10^3 (kg/m ²)
η_n	5.2 (Nsec/m)	ρ_w	1.0×10^3 (kg/m ²)
k_s	3.5×10^5 (N/m)	E_w	2.4×10^2 (N/m)
η_s	1.3 (Nsec/m)	k_1	2.0×10^2 (sec ⁻¹)
μ	1.0	k_2	2.0 (sec ⁻¹)
e	0.001	q_w	5.0×10^{-4} (m ² /sec)
Δt	1.0×10^{-6} (sec)	l_m	1.3×10^{-4} (m)
f_{\max}	2.5 (N)	ϵ_m	0 (m)

Table 2. Coefficients data (case 2)

k_n	1.4×10^6 (N/m)	ρ	2.7×10^3 (kg/m ²)
η_n	5.2 (Nsec/m)	ρ_w	1.0×10^3 (kg/m ²)
k_s	3.5×10^5 (N/m)	E_w	2.4×10^2 (N/m)
η_s	1.3 (Nsec/m)	k_1	2.0×10^3 (sec ⁻¹)
μ	1.0	k_2	2.0×10^2 (sec ⁻²)
e	0.001	q_w	5.0×10^{-4} (m ² /sec)
Δt	1.0×10^{-6} (sec)	l_m	1.3×10^{-4} (m)
f_{\max}	2.5 (N)	ϵ_m	0 (m)

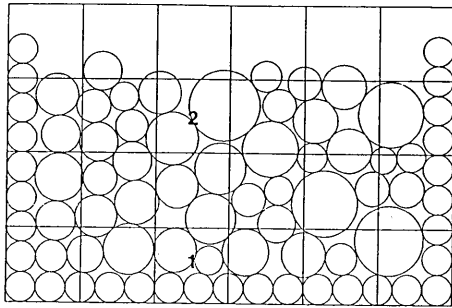


Fig. 20. Block number.

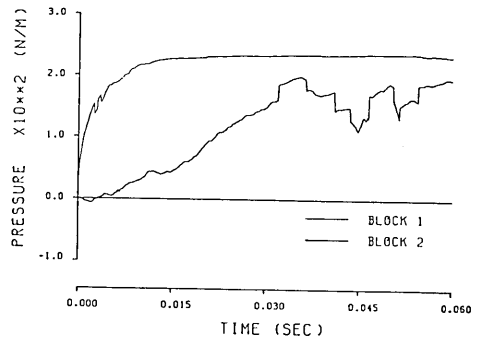


Fig. 21. Time history of excessive pore water pressure.

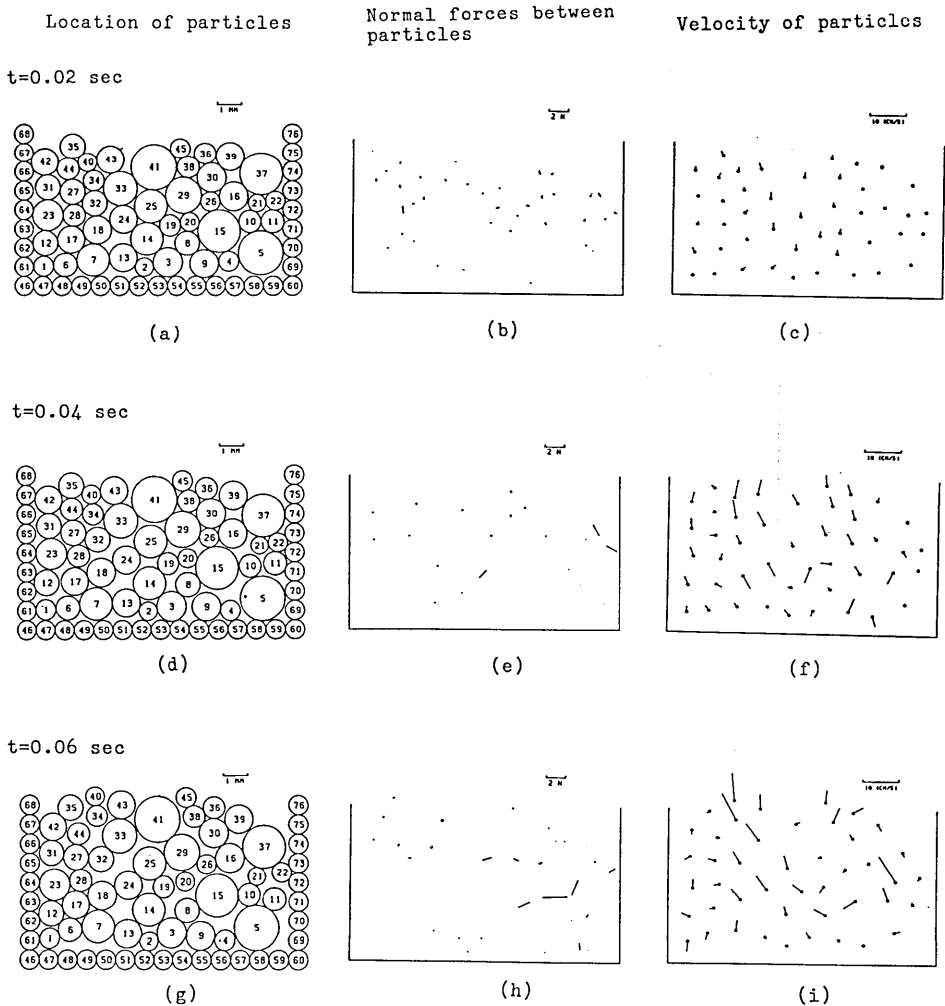


Fig. 22. Particles behavior subjected to upwards water pressure from the bottom. (Case 1, permeability constant $K_1=20.0 \text{ sec}^{-1}$, $K_2=2.0 \text{ sec}^{-1}$)

用いることにした。力-変位関係は粒子間に働く直応力に制限を加えエネルギーの吸収を表わす目的で Fig. 5 (c) の非線形弾性型とした。減衰定数は水の粘性の代りにもなると考えられるので小さめの値ながら用いることにした。なお Case 2 (Table 2) の条件は (Table 1) の条件のうち透水係数 k_1 , k_2 のみを大きめの値に変えたものである。

5.2. 結果

まず, Case 1 (Table 1) の条件で解析した結果を Fig. 21 (水圧), Fig. 22 (a)~(i) (要素分布, 法線方向応力分布, 速度分布) にそれぞれ示す。なお, Fig. 21 のブロックナンバーの位置は Fig. 20 に示してあり, 水圧の値はそのブロックに含まれる間隙の水圧の平均値をとった。

下層に近いブロック 1 の水圧はすぐに上昇しほぼ一定値に収るが, これは常に大量の水を下層から供給し, さらには式 (32) を用いるため水圧の上限値がほぼ確定されるためである。表面に近いブロック 2 の水圧は徐々に上昇し, $t=0.03$ (sec) あたりからは粒子が動き出し間隙が大きくなるせいもあり振動を始めた。直応力は $t=0.02$ (sec) で下部で極端に小さくなり粒子は水でささえられた状態となり, $t=0.02$, 0.06 (sec) では全体的に小さくなったものの局所的には大きな部分が見られる。この法線方向応力の大きな部分は要素どうしの衝突によって生じたものと思われる。粒子は, $t=0.02$ (sec) では下部が浮き上がっているが全体的にはほとんど動いておらず, 速度は全体として上向きなものはまだ小さく, $t=0.04$ では上部が盛り上がり始め, 上向きの速度も特に上部で大きくなり, $t=0.06$ では全体的にかなり浮き上がった状態となり, 速度は局所的には非常に大きくなり活発に

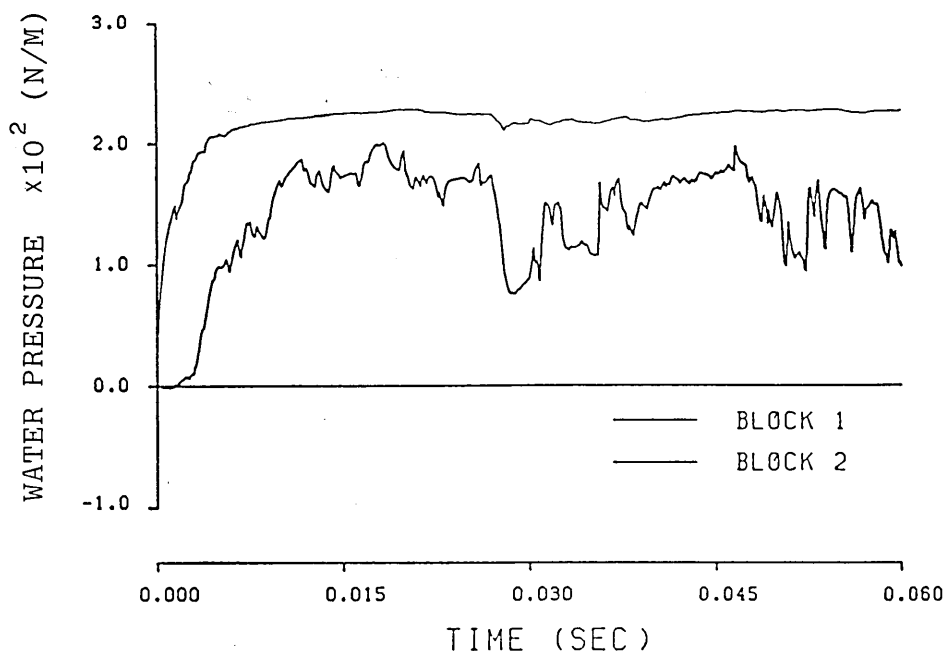


Fig. 23. Time history of the excessive pore water pressure in each block (Case 2).

動いている状態である。

以上をまとめると、下部の水圧は急激に上昇し、一方、上部の水圧は徐々に上昇するので、 $t=0\sim 0.03$ (sec) にかけては下部の粒子が大きく浮き上がり、粒子全体は水中に浮遊した液状化状態となり、 $t=0.03\sim 0.06$ (sec) にかけては上部の水圧も十分に上昇したので上部の粒子が大きく盛り上がり始め、粒子全体としても浮遊した状態で活発に動くようになったといえる。

次に Case 2 の条件で解析した結果を Fig. 23, 24 (a)~(i) に示す。Case 1 と比べ透水係数が大きいのでブロック 2 の水圧もすぐに上昇し、 $t=0.02$ (sec) の時点で粒子間の法線方向応力はかなり小さくなり、また粒子の速度も大きく、水中に浮遊して活発に動く

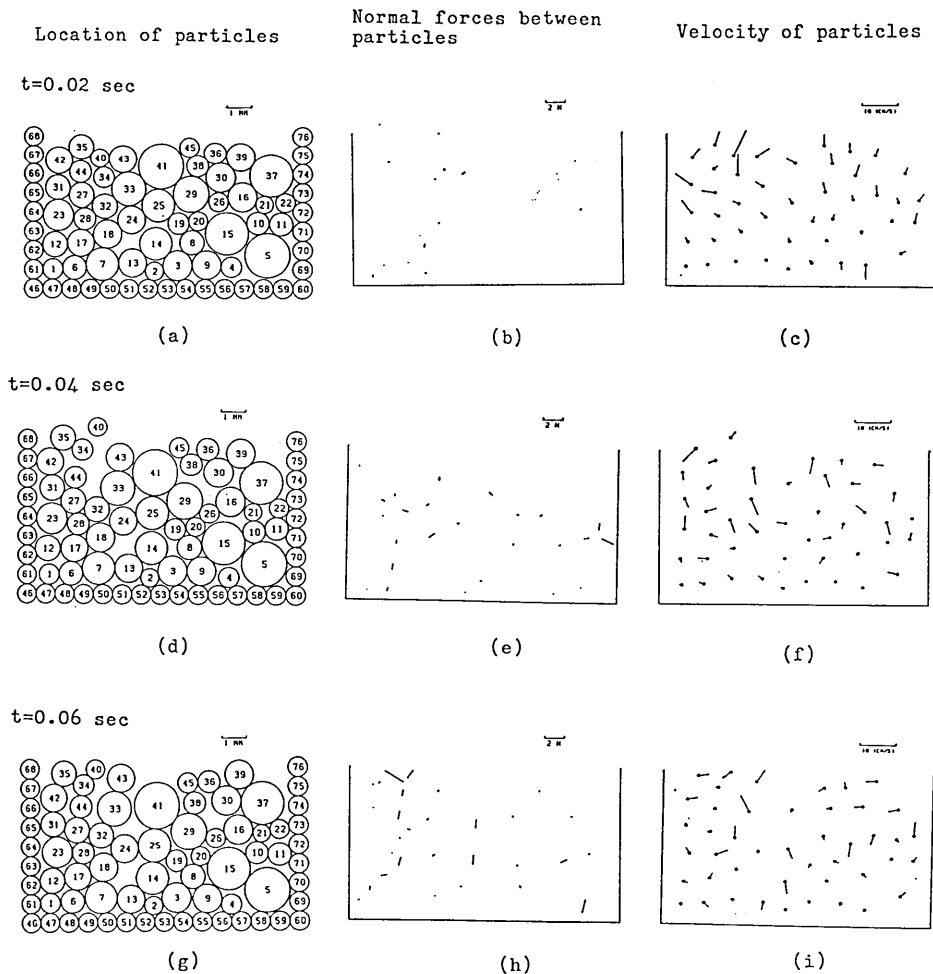
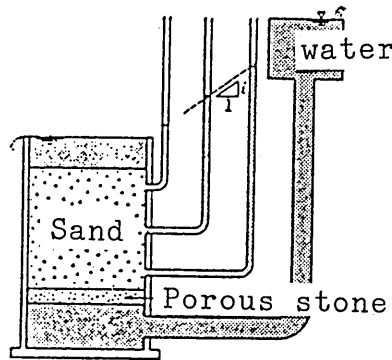


Fig. 24. Particles behavior subjected to upwards water pressure from bottom. (Case 2, Permeability constant $K_1=2\times 10^3 \text{ sec}^{-1}$, $K_2=2\times 10^2 \text{ sec}^{-1}$)

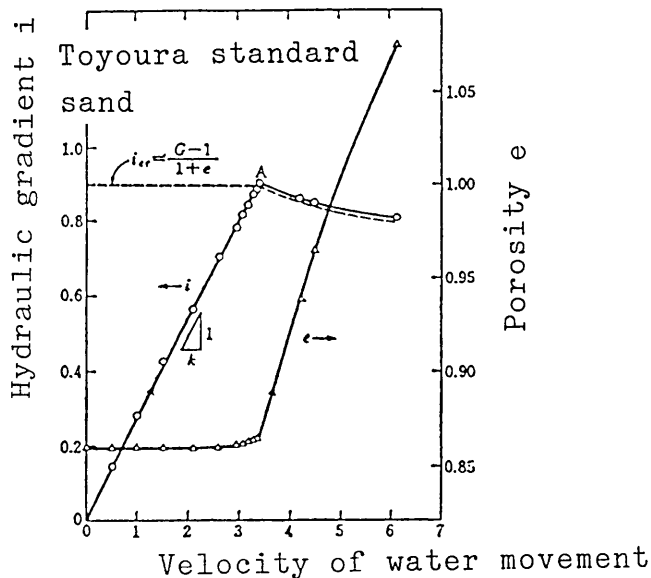
状態となった。だが、水圧が急激に上昇するため粒子全体がすぐにばらばらになり激しく動きまわり、 $t=0.02\sim 0.06$ (sec) にかけては上昇→落下を繰り返すので、Case 1 のように全体が徐々に盛り上がることはなかったと考えられる。

5.3. 考察

まず、クイックサンドに関する実験例を示す (YOSHIMI, 1975, 吉見, 1980). Fig. 25 (a) のような装置を用いて砂試料に上向きに水を流し、流量速度、動水勾配および間隙比



(a) Apparatus



(b) Test results

Fig. 25. Example of a laboratory test for Quick sand.
(a) Apparatus (b) Test results

の関係を調べると Fig. 25 (b) のような結果が得られる。流量速度と動水勾配が比例する。すなわち、ダルシーの法則が成立する OA 間では間隙比の変化はほとんど認められず、A 点をすぎると砂は顕著な膨張をおこし、粒子は浮遊状態となり活発に流動する。この状態では明らかに砂は液状を呈している。

砂の表面から z の深さにある鉛直有効応力 σ_v' は次式で与えられる。

$$\sigma_v' = (\gamma - \rho_w)gz - i\rho_w gz = \left(\frac{G-1}{1+e} - i \right) \rho_w gz \quad (55)$$

ここに、 γ : 飽和砂の密度, ρ_w : 水の密度, g : 重力加速度, i : 動水勾配, G : 砂の粒子比重, e : 間隙比である。

いま i が,

$$i_{cr} = \frac{G-1}{1+e} \quad (56)$$

に等しくなれば、 $\sigma_v' = 0$ となりせん断強さが 0 となり、すなわち i_{cr} は限界動水勾配である。

本解析では流量速度を一定にして数秒間の解析を行ったので、この実験とは少し趣が異なるが、現象的にはただちに Fig. 25 の A 点より右の状態が現れたと考えられる。すなわち、水が上部に浸透し水圧が上昇するにつれて粒子間の直応力が減少し、粒子が浮遊状態になって活発に動き出し液状を呈するようになり、やがて粒子が浮き上がり間隙比も大きくなるという実験と似た現象が現れ、その後も水を供給し続けることによってこの状態は持続した。

このように、本解析により砂地盤の下層から浸透流を入力した際の砂粒の液状化の過程が示され、特に実験では見られないミクロ的な様子が表現された。しかし、いくつかの係数、特に透水係数の値は適当に決めたものであり、また水の体積弾性率と粒子の材料定数はかなり小さな値をとるなど問題点も多い。これは計算時間の関係もあって現時点ではやむをえない。さらに本解析は二次元解析であり間隙比は実験の三次元のものとは大きく異なり、また解析要素数が非常に少ないので砂地盤としてのマクロ的性質を表現するには不十分であると考えられる。従って流量速度をかえて解析し限界動水勾配などの特性値を求めても現時点では意味がなく、シミュレーションとしてのみ位置付けできる。

6. 地震時の液状化解析

6.1. 解析方法

新潟地震以来の研究によって明らかになったことの中で最も重要なことは、地震時の飽和砂の液状化が非排水条件のもとでの繰り返しせん断として近似的に把握できるということである。本解析でもこの考え方にに基づき、主に非排水条件で地盤を繰り返し振動させて解析を行うことにした。

まず、解析方法を Fig. 26 に示す。下層壁要素は他の要素から力を受けないとし、下層の x 方向に地震動のデジタル加速度記録を入力し、速度、変位を等加速度法で求める。

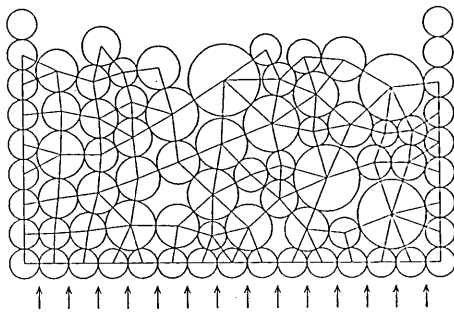


Fig. 26. Input of shaking.

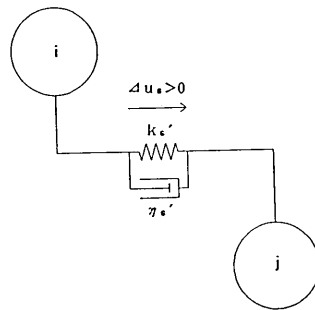


Fig. 27. Elastic spring and viscous dashpot between particles in tangential direction.

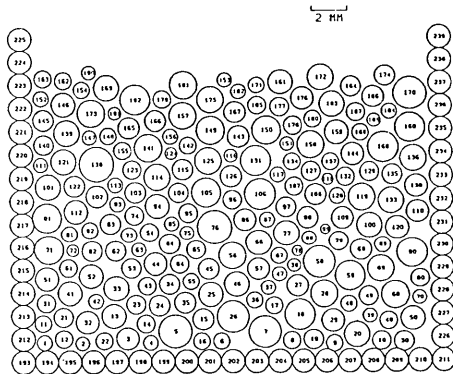


Fig. 28. Position of particles (Saturated, Initial condition).

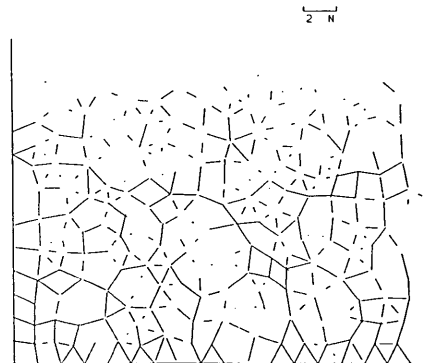


Fig. 29. Normal forces (Saturated, Initial condition).

その際図の太線の要素（左右壁要素）どうしは接線方向のみ Fig. 27 に示すような弾性スプリング（剛性定数 K_s' ）および粘性ダッシュポット（粘性定数 η_s' ）でつながれており、お互いに力を及ぼし合い、さらに中の要素（粒子）からも力を受け（状況は Fig. 2 と同じ）、これらの力の合力によって x 方向にのみ動くものとする。また、粒子はすべての壁要素から力を受けるものとする。境界条件が非排水条件のときは左右および下層からの透水を許さず、排水条件のときは外部の水圧が 0、透水係数 k_s として計算する。なお、いずれの場合も表面の水圧は 0 として透水の計算を行う。

次に、解析モデルを Fig. 28, Fig. 30 に示す。Fig. 28 は間隙水を考慮した場合（飽和度 $S_r=100\%$ ）の要素の分布の初期状態であり、Fig. 30 は間隙水がなく乾燥している場合（飽和度 $S_r=0\%$ ）の要素の分布の初期状態であり、いずれも粒子数 192 個、壁要素数 47 個、全要素数 239 個である。なお上部の要素は振動により飛び散りやすいので、図の太線の要素（No. 139~192）および壁要素の密度は他の要素の 10 倍とした。また初期の法線方向応力分布を Fig. 29, Fig. 31 にそれぞれ示す。

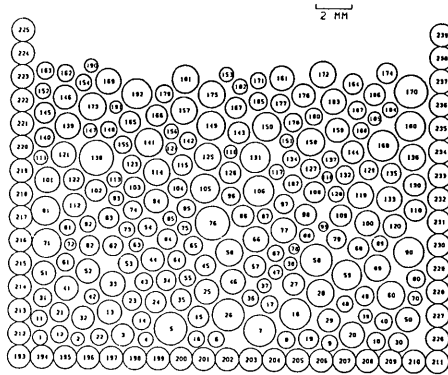


Fig. 30. Position of particles (Dry, Initial condition).

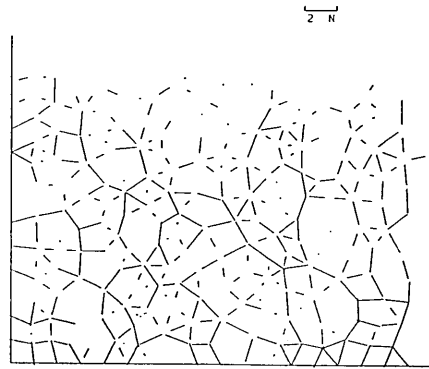


Fig. 31. Normal forces (Dry, Initial condition).

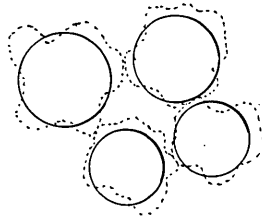


Fig. 32. Idealization of actual sand particles (dotted shape) to solid circular particles.

Fig. 32 は、円形要素を Fig. 28, Fig. 30 において何故多少離して配置するかの説明である。実際の砂粒は完全円ではなく、Fig. 32 の点線で示したように凹凸している。そのため、外力を受けると一寸回転するだけで、凸部のひっかかりがとれ、要素間隙面積が大きく変化する場合もあり、また凸部が壊れ、失くなって、要素がより円形に近付く場合もある。そのため、Fig. 5 で示したような非線形バネの導入を行ったのである。

これらのモデルは $\epsilon_m = 2.0 \times 10^{-4}$ (m), $k_n = 1.4 \times 10^5$ (N/m), $k_s = 3.5 \times 10^4$ (N/m) でパッキングしたものであり、要素どうしが多少離れていても力は働くので間隙率は 5. のモデルより大きい。要素間のスプリングは 5. で用いたものより弱くしてあり、法線方向の力-変位関係はおもに Fig. 5 (d) の非線形非弾性 ($f_{\max} = 1.5$ (N)) 型を用いることにした。これは 2.2 (2) で述べたように、完全弾性型のスプリングを用いると密な地盤の性質を示し、非線形非弾性型を用いるとゆるい地盤の性質を示すからである。しかし、実際の砂地盤とは多少性質が異なると考えられる。

最後に解析に用いる諸データについて説明する。入力地震動は、余弦波、El Centro 波の 2 種類を用いる。しかし解析モデル自体が非常に小さく At を非常に小さくする必要が

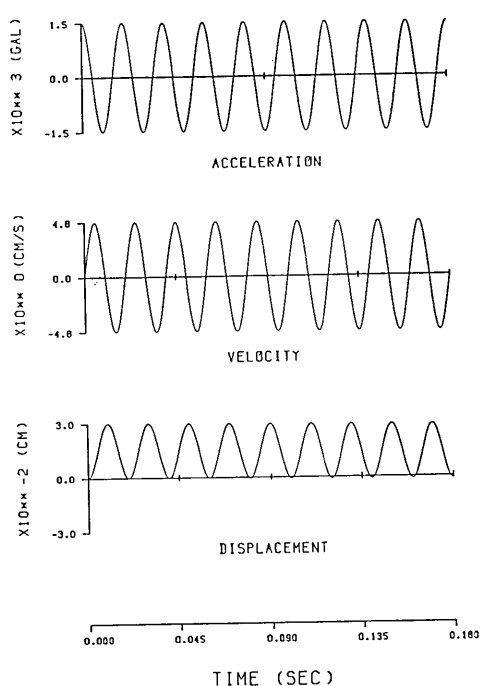


Fig. 33. Input horizontal acceleration (cosine wave).

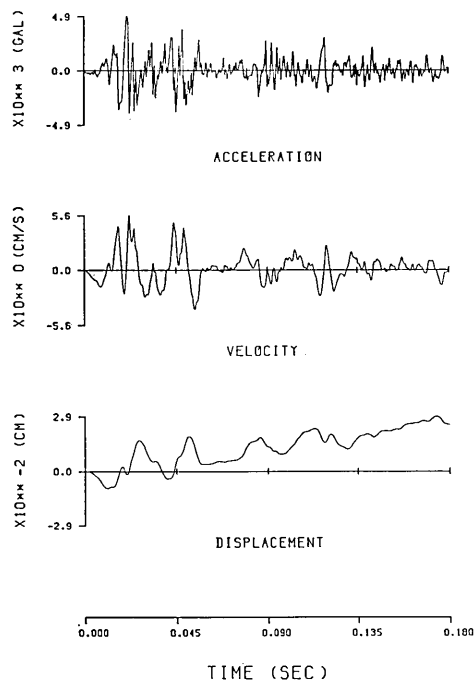


Fig. 34. Input horizontal acceleration (EL Centro Earthquake ground motion).

Table 3. Condition of each case

Case	Water condition	Type of shaking
1	Saturated particles, Undrained side walls	Sinusoidal shaking
2	Saturated particles, Undrained side walls	
3	Saturated particles, Drained side walls	
4	Dry particles	
5	Saturated particles, Undrained side walls	Earthquake wave (El Centro) shaking
6	Dry particles	

あり、計算時間が限られてしまうので、たとえば余弦波の場合 10 Hz 程度の波でも 1 サイクルの解析 (0.1 秒) を行うことさえ困難になってしまう。よって余弦波は Fig. 33 に示すように、最大加速度 1500 (gal)、振動数 50 (Hz) とし、El Centro 波は時間間隔、加速度倍率をかえ Fig. 34 に示すような波とした。解析条件は Table 3 に示す Case 1~ Case 6 の 6 種類を考え、それぞれに用いる諸数値は Table 4 (共通項)、Table 5 (透水

Table 4. Coefficients for the simulation

k_n	1.4×10^5 (N/m)	ρ	2.7×10^3 (kg/m ²)
η_n	2.6 (Nsec/m)	ρ_w	1.0×10^3 (kg/m ²)
k_s	3.5×10^4 (N/m)	E_w	2.4×10^3 (N/m)
η_s	6.0×10^{-1} (Nsec/m)	μ	1.0
k_s'	1.5×10^5 (N/m)	e	0.001
η_s'	6.0×10^{-1} (Nsec/m)	f_{max}	1.5 (N)
Δt	1.0×10^{-6} (sec)	l_m	3.5×10^{-4} (m)

Table 5. Permeability coefficients (sec⁻¹)

Case	k_1	k_2	k_3
1	1.0×10^3	1.0×10^2	0.0
2	1.0×10^2	10.0	0.0
3	1.0×10^3	1.0×10^2	1.0×10^3
5	1.0×10^2	1.0×10^2	0.0

係数) に示す. なお水の体積弾性率 E_w は 5. より大きめの値を用い, 逆に減衰定数は小さめの値を用いることにした.

6.2. 結果

まず, 余弦波入力の場合の Case 1~Case 5 の場合について説明する.

Case 1 (飽和非排水) の解析結果を Fig. 36 (要素分布, 法線方向応力), Fig. 37 (過剰間隙水圧) にそれぞれ示す. なお, Fig. 37 のブロックナンバーの位置は Fig. 35 に示してある. 全体として粒子の配列はほとんど変化せず, 運動量自体も微小である. 速度分布を見ると, $t=0.01$ (sec) ではほとんどの粒子が下向きに動いているが, $t=0.03$ (sec) では間隙水圧によって下向きの動きがくい止められたと考えられ, その後はほぼ周期的な運動

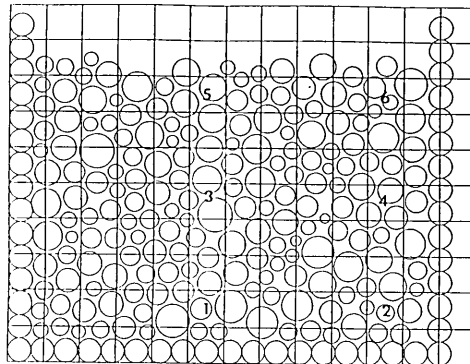


Fig. 35. Numbering of blocks.

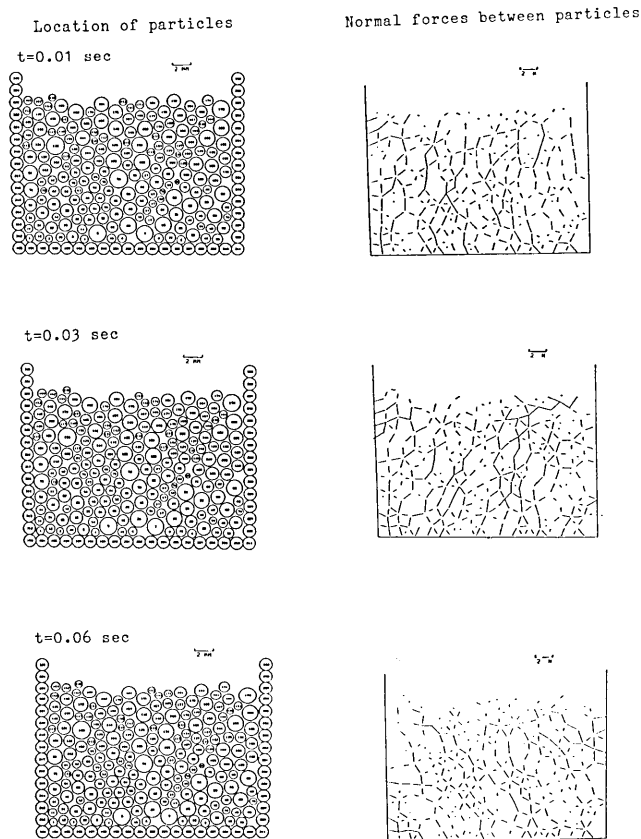


Fig. 36(a)

Fig. 36. Particles response under horizontal sinusoidal shaking (Saturated, Undrained condition). (to be continued on next page)

を繰り返している。法線方向応力は全体として時刻とともに減少する傾向があり特に下部で目立つが、 $t=0.01$ (sec) の時点で下部の法線方向応力はかなり減少していることから、下部の法線方向応力の減少には初期のパッキング状態での不安定さが大きく影響していると思われる。間隙水圧は、表面に近いブロック 5, 6 においては表面に逸散するのでゼロ付近で振動しており、その他の部分では地震動の 1 周期入力 ($t=0.02$ sec) までは上昇していき、その後は余弦波とほぼ同じ周期で振動しながら横ばい状態が続く。

Case 2 (乾燥) の解析結果を Fig. 38 (速度分布, 法線方向応力分布) に示す。Case 1 と比較すると、 $t=0.01$ (sec) ぐらいまでは粒子は同様の動きを見せているが、その後は間隙水がないので、下向きの動きはあまり押さえられず、最終的には弾塑性スプリングの影響で粒子どうしの重なりがかなり生じ、その結果として粒子全体は沈下している。法線方向応力は浮力が働かないせいもあって一般的に大きく、また、しだいに粒子どうしの接触数も多くなってきており、下方に絞めつけられるような状態になっている。

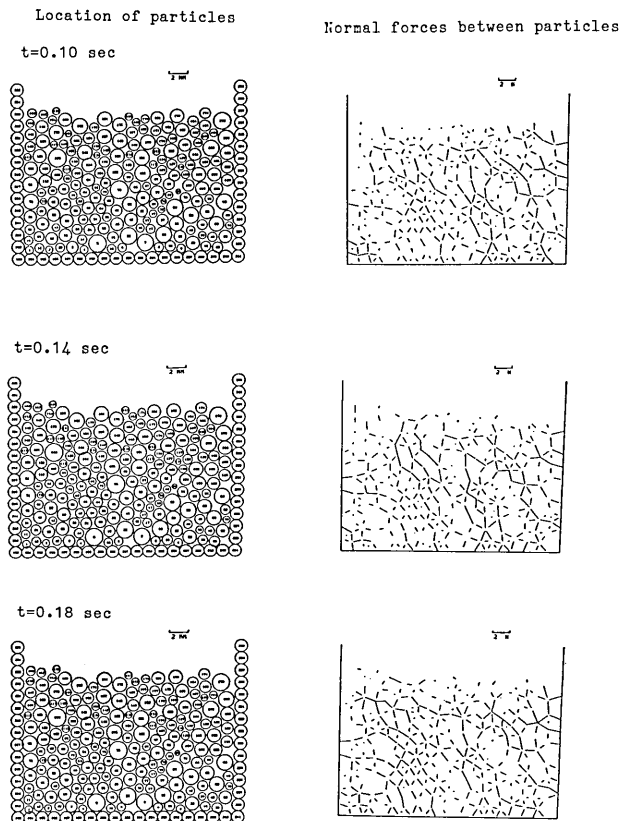


Fig. 36(b)

Case 3 (飽和排水) の解析結果を水圧のみ Fig. 39 に示す. このケースは排水条件であり, さらに透水係数もかなり大きくし, 水の浸透性を大きくした. 透水係数が大きいということは砂粒よりも粒径の大きいれきを想定したことになる. 間隙水圧はすべてのブロックでほとんど上昇せず, ゼロ付近での横ばい状態が続いている. Case 1 と比較すると, 間隙水圧の変動には境界条件と透水係数の影響が大きいことが確認できる.

Case 1~Case 3 の間隙率の変化を Fig. 40 に示す. 飽和非排水条件の場合はほぼ等体積変化であり, 間隙水のない乾燥状態の場合は時刻とともに間隙率は減少し, 飽和排水条件の場合はその中間の性質を示している. このことから, 間隙水のある場合, せん断時の粒子の沈下が間隙水圧の上昇によって押さえられ, 法線方向応力 (有効応力) の減少が生じることが確認できる.

Case 4, 5 の間隙率の変化を Fig. 41 に, Case 4 の水圧変化を Fig. 42 にそれぞれ示す. これらのケースは法線方向のスプリングを完全弾性型にしたものであり, 飽和非排水条件, 乾燥条件とも間隙率はほとんど変化せず, 密な地盤の性質が現れている. 飽和非排水条件の間隙水圧はかなり負圧が生じているもののどのブロックもゼロ付近で振動しており, 間隙水圧の蓄積はない.

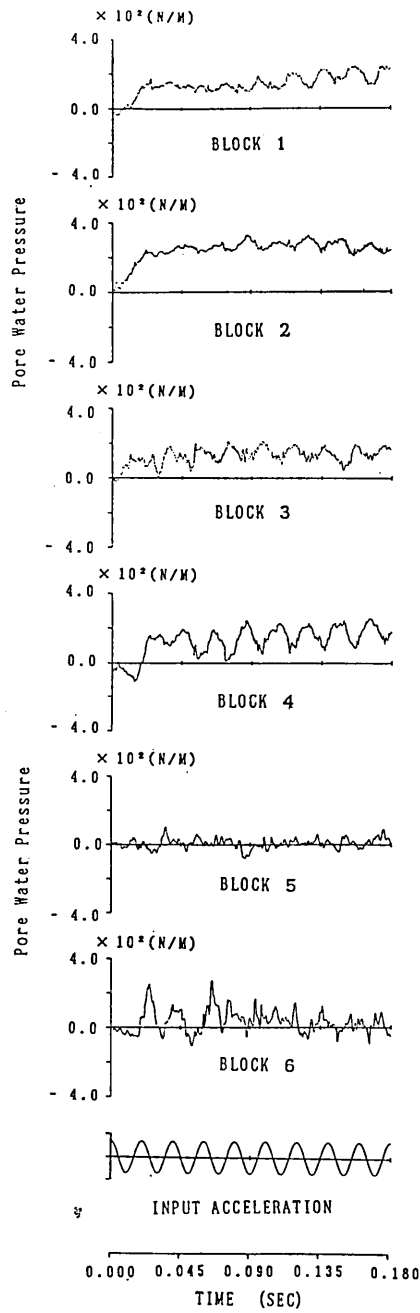


Fig. 37. Time history of the excessive pore water pressure (Saturated, Undrained).

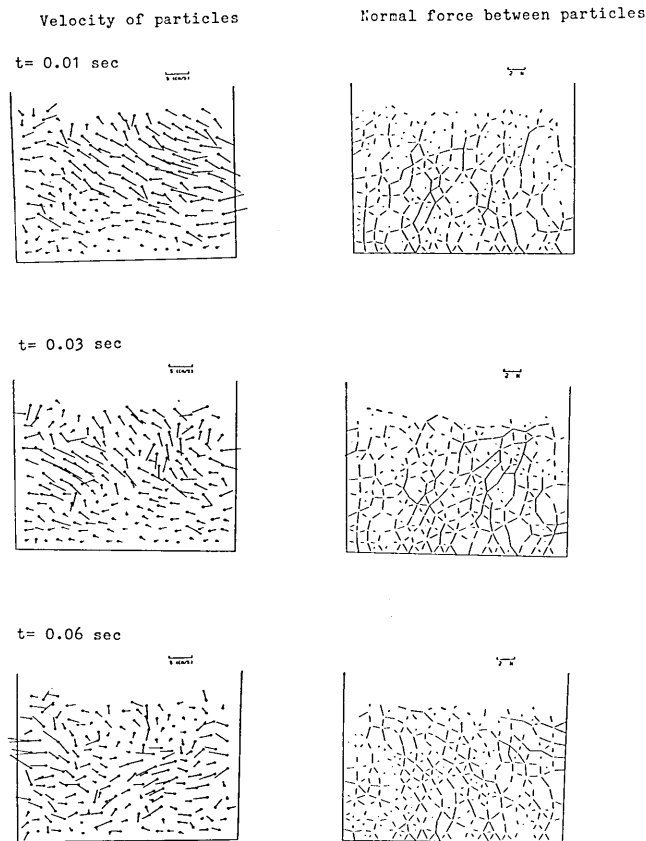


Fig. 38(a)

Fig. 38. Particles response under horizontal sinusoidal shaking (Dry condition). (to be continued on next page)

次に El Centro 波入力の Case 6, Case 7 の場合について説明する。

Case 6 (飽和非排水) の解析結果を Fig. 43, Fig. 44 に示す。なお要素分布図は省略した。Case 1 と比較すると、入力波が定周期でないため粒子の動きにも周期性はない。粒子の沈下が間隙水圧の上昇によってくいとめられる点は同じであるが、下層の変位自体が余弦波の場合より滑らかであり、特に $t=0.14 \text{ sec}$ 以後非常に滑らかなので水圧の上昇幅は小さく、最終的には粒子全体が安定状態となり動きが小さくなる。しかし蓄積された間隙水圧は後半あまり減少しておらず、透水係数の値が小さかったことも考えられる。直応力は同様に減少する傾向がある。

Case 7 (乾燥) の解析結果を Fig. 45 に示す。Case 6 と比べると初期の下向き速度は大きく、また、粒子全体が下方に絞めつけられる点は Case 2 と同じであるが、やはり最終的には安定状態となっている。

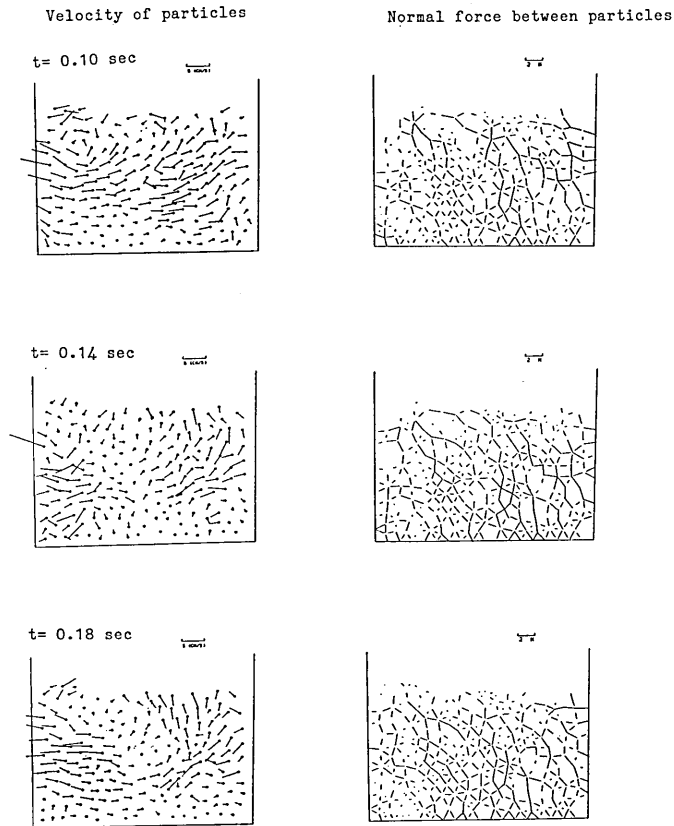


Fig. 38(b)

El Centro 波入力の場合を総合して考えると、間隙水を考慮した場合間隙水の影響で粒子の沈下がくいとめられる点は余弦波の場合と同じであるが、波の性質の違いから水圧変化の様子は異なる。Fig. 46 に間隙率の変化を示したが、間隙水のある場合の等体積変化という点は余弦波の場合と同じものの、振動自体の大きさが小さいため間隙水のない場合の体積の減少幅は小さくなっており、また最終的には粒子全体が安定状態になり、体積変化が小さくなったことも確認できる。

6.3. 考察

まず、実験の例を Fig. 47 に示す。(a) はゆるい飽和砂の繰返し三軸試験結果、(b) は密な飽和砂の単純せん断試験結果である。(a) の場合、軸差応力の振動とともに間隙水圧も振動しながら上昇し、(b) の場合、間隙水圧は上昇してもすぐにゼロに戻る。密な砂の場合、せん断ひずみがある限度を越えるとせん断によって体積が膨張しようとする傾向が現れるので、非排水条件のもとでは、せん断ひずみが大きくなると間隙水圧が減少し、したがって有効応力が回復し、破局的な液状化は起こらない。

本解析においては、せん断時に粒子どうしのかみ合いがはずれ体積が減少するダイレタ

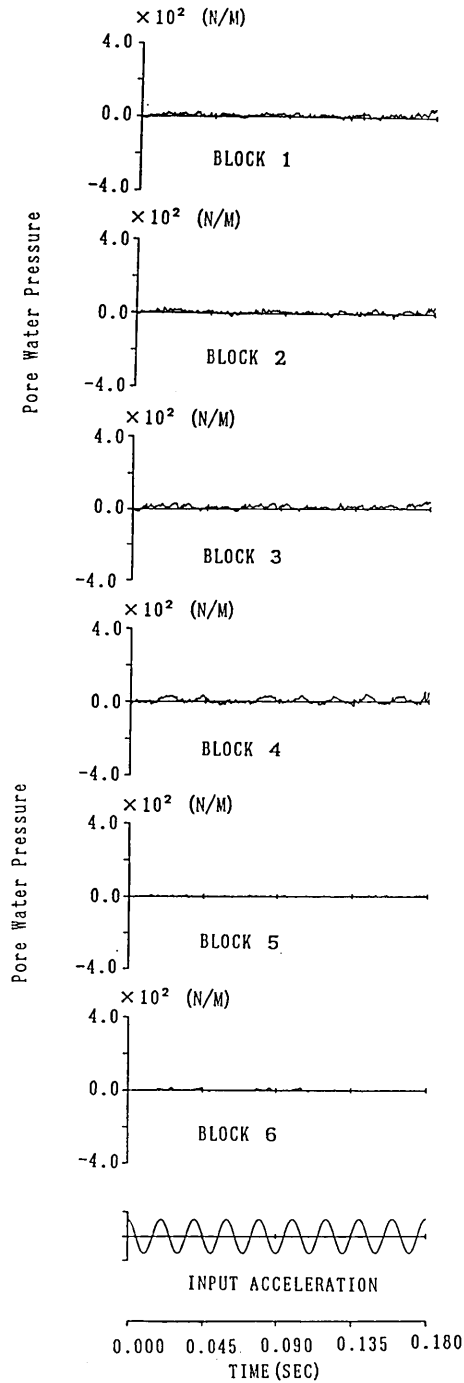


Fig. 39. Time history of the excessive pore water pressure (Saturated, Drained, Inelastic hysteretic spring).

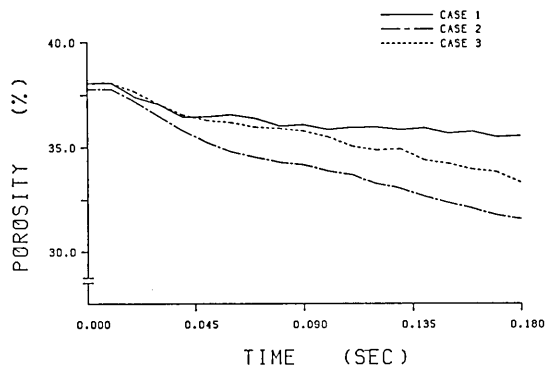


Fig. 40. Time history of the porosity of particles (Sinusoidal shaking, Nonlinear inelastic hysteretic spring).

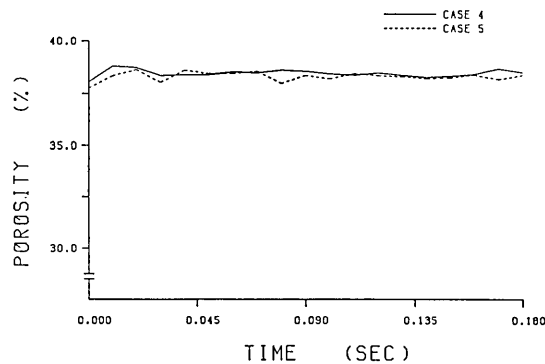


Fig. 41. Time history of the porosity of particles (Sinusoidal shaking, Elastic spring).

ンシーという三次元的な性質を二次元でもある程度表わすため、法線方向スプリングに非線形非弾性型を用いた。2.2.(2)でも述べたが、乾燥地盤の要素間に完全弾性型のスプリングを用いるとせん断時に体積はほとんど変化せず、非線形非弾性型を用いると粒子どうしのかみ合いははずれないものの、粒子どうしが接近しても反発力が弱いいため体積は減少していく。よって、完全弾性型スプリングを用いた場合密な地盤の性質を、非線形非弾性型スプリングを用いた場合ゆるい地盤の性質を示すと考えて良い。

それぞれのスプリングを用いた場合の液状化の解析結果を実験結果と比較すれば、ある程度類似した性質を持っていることがわかる。すなわち、ゆるい地盤を想定した Case 1 の中央下部の間隙水圧は実験 (a) の結果と同じように振動しながら徐々に上昇し、密な地盤を想定した Case 4 の間隙水圧は実験 (b) の結果と同じように上昇してもゼロになる。さらには Case 3 のように、透水係数が大きく排水条件の場合間隙水圧がほとんど上昇しないという点も実際の現象と類似している。

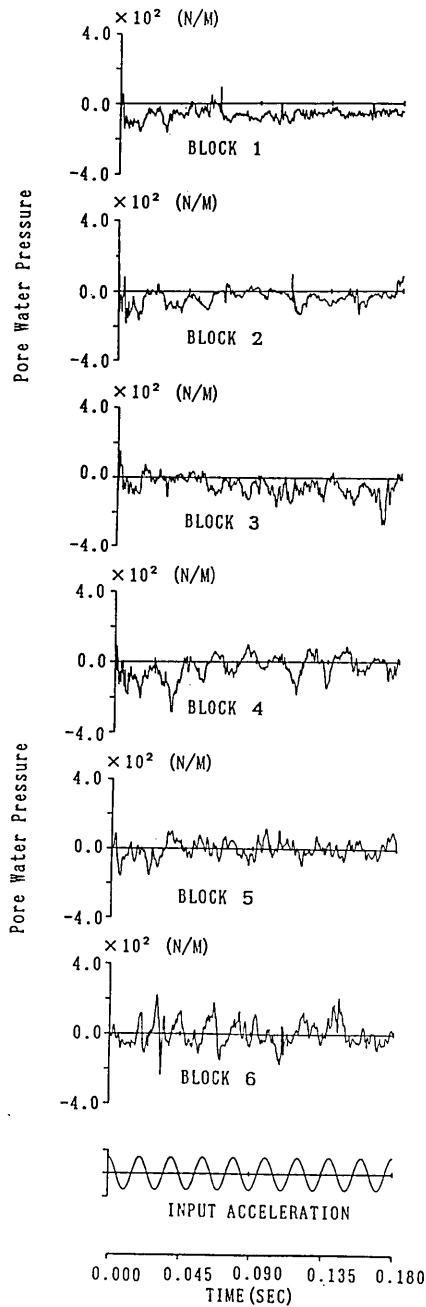


Fig. 42. Time history of pore water pressure (Saturated, Undrained, Elastic spring).

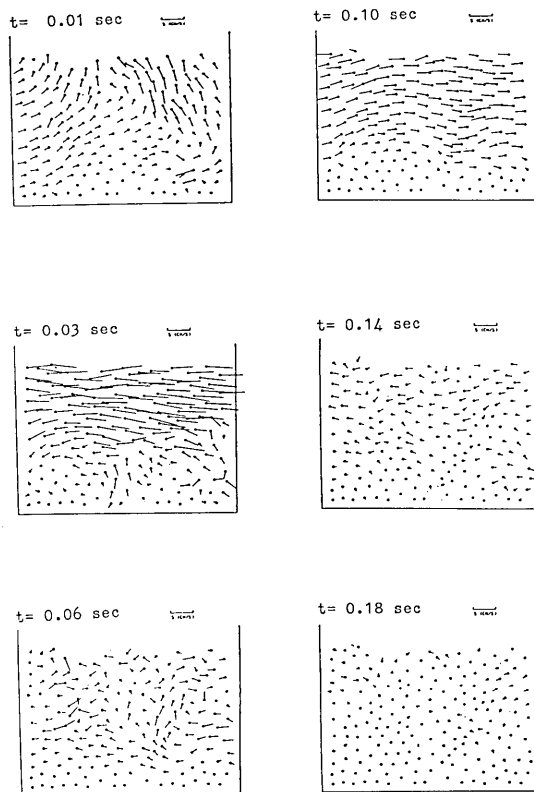


Fig. 43. Velocity of particles under horizontal earthquake ground motion (Saturated, Undrained).

地震時の液状化は、くり返しせん断時に間隙水の影響で地盤が等体積変化を強いられ、その結果として間隙水圧が上昇し、有効応力が減少することによって起こる。本解析ではこの現象をある程度表現できたが、粒子どうしのかみ合いが非常にはずれにくいいため、有効応力（法線方向応力）はゼロにはならず、水圧の上昇も止まり、完全な液状化を表現するには至らなかった。また、計算時間の関係から解析要素数の制限を受け、相似則を用いたような現実ばなれした解析しかできず、種々のパラメータの持つ意味は余りなく、今のところシミュレーションとしてしか存在価値がない。しかし、シミュレーションとしても現象をもう少し完全に表現する必要があり、そのためにはいっそうの工夫もしくは三次元解析が必要である。

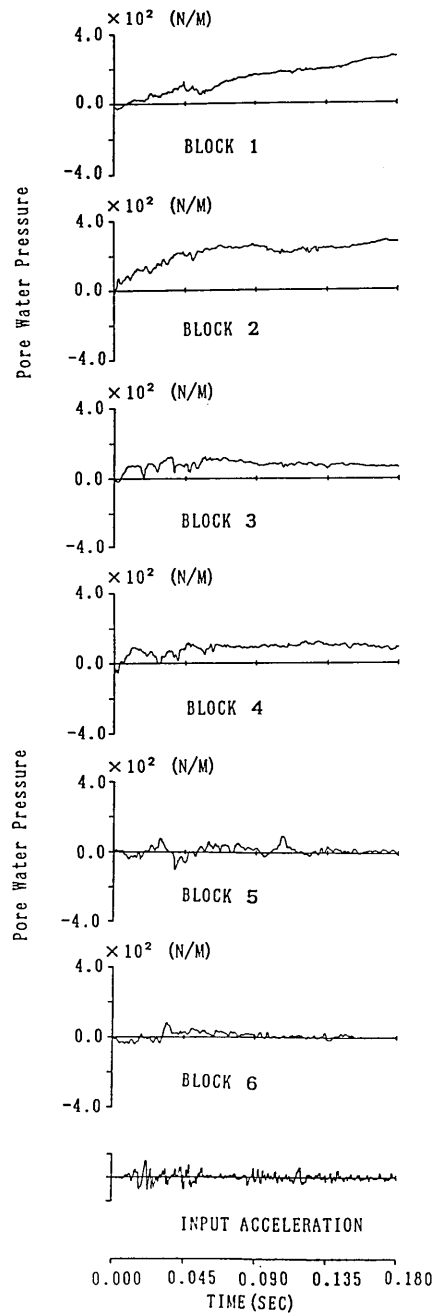


Fig. 44. Time history of the pore water pressure (Saturated, Undrained, Inelastic hysteretic spring).

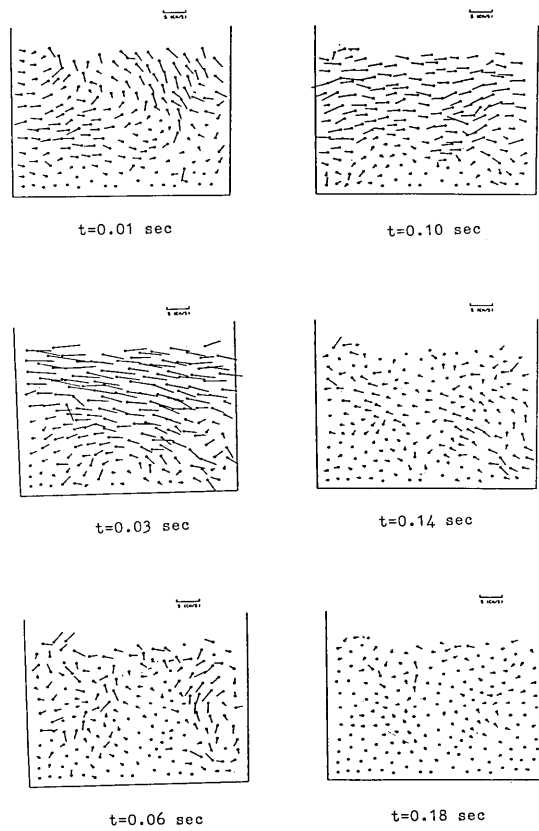


Fig. 45. Velocity of particles under horizontal earthquake ground motion (Dry particles).

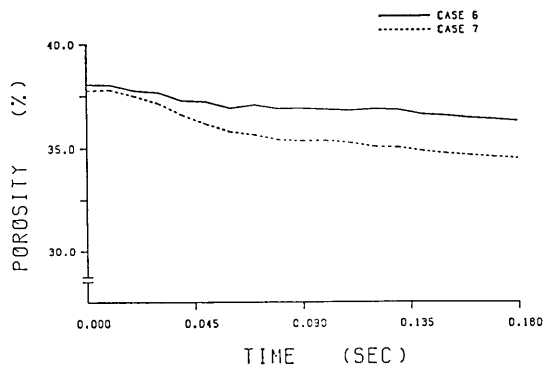
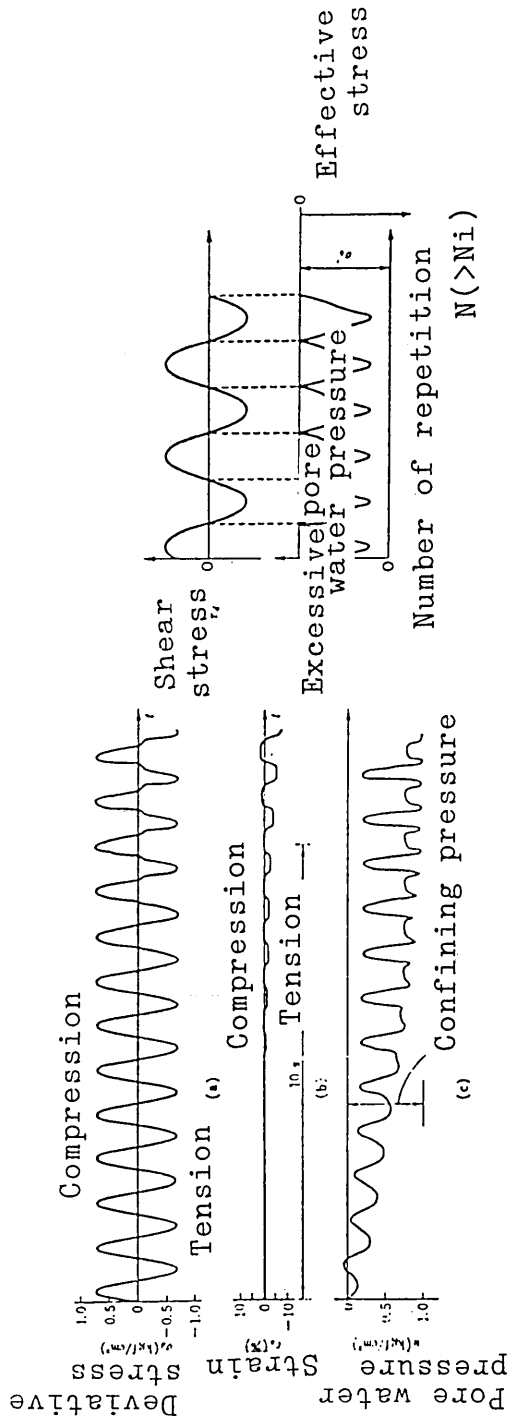


Fig. 46. Time history of the porosity of particles (Earthquake shaking, Nonlinear inelastic hysteretic spring).



(a) Three dimensional test (b) Simple shear test

Fig. 47. Example of laboratory test (YOSHIMI, 1980).

7. む す び

本研究では、Cundall の DEM (Distinct Element Method) を応用し、間隙水の挙動を考慮することによって飽和砂地盤の液状化解析を試みた。しかし、前述しなかったが、解析以前に以下の問題点が生じた。

1. 計算時間が非常にかかるので大量要素での解析が困難であり、要素数 200 個程度の解析しかできない (6. の液状化解析において、0.18 秒の解析に HITAC M-280H で CPU TIME は 330 分を要した)。
2. 1. と関連するが、 $\Delta t=1.0 \times 10^{-6}$ (sec) 程度で解析することが必要であり、丸めの誤差を避けるため倍精度計算が要求されるが、いっそう計算時間がかかるので単精度計算が望ましい。しかし、そうすれば計算が大雑把になり、たとえ意味のあるパラメータを取入れたとしても無駄になる。
3. 砂粒大の要素を用いると、要素群の安定した初期状態を作ることが難しく、その後の解析に影響を及ぼすことも考えられる。

よって、本研究ではシミュレーションとして現象を表現できるかどうかということに重点をおき、間隙水の挙動に関してもごく簡単な仮定を設けて解析を行うことにした。

まず、76 個の要素を用い、要素群の下層から浸透流を入力することによってクイックサンド解析を試みた。間隙水圧はまず下部で上昇し、しだいに上部に伝わっていき、やがて要素間の法線方向応力 (有効応力) が減少し、要素は水に浮遊した状態で活発に流動し始めた。水を絶えず供給することによってこの状態は持続し、やがて要素全体が盛り上がり始め、噴砂現象が生じた。また、要素の運動に対して透水係数の影響が大きいこともわかった。

次に、239 個の要素を用い、要素群の下層の横方向に地震動を入力することによって地震時の液状化解析を試みた。この際、解析は二次元で行うため要素どうしのかみ合いがはずれにくく、これを補うため法線方向スプリングに非線形非弾性型を用いた。間隙水の無い場合振動によって沈下する地盤は、間隙水を考慮した場合間隙水圧の上昇によって沈下がくいとめられ、有効応力もやや減少し、等体積変化を繰り返した。間隙水圧は地震波 (余弦波) の周期とほぼ同じ周期で振動を繰り返しながら変動し、波の性質の影響が表われた。しかし、二次元解析のため要素どうしのかみ合いがはずれにくいので、有効応力は完全にはゼロにならず、水圧の上昇も止まった。また、透水係数を大きくした場合間隙水圧はほとんど上昇せず、その影響が確かめられた。

以上のように、間隙水圧を考慮した DEM により飽和砂地盤の液状化現象をある程度とらえることができた。しかし、二次元解析では要素どうしのかみ合いがはずれにくく、それを表現するためにはいっそうの工夫を施すかもしくは三次元解析を行う必要がある。いづれにせよ、本研究により間隙水圧を考慮した非連続体解析が可能であることが示され、今後の発展が期待できる。

文 献

- CUNDALL, P. A., 1971, A Computer Model for Simulating Progressive, Large Scale Movement in Blocky Rocksystem, *Symp. ISRM, Nancy, France, Proc.*, 2, 129-136.
- CUNDALL, P. A., 1974, Rational Design of Tunnel Supports—A Computer Model for Rock Mass Behavior Using Interactive Graphics for the Input and Output of Geometrical Data, *Technical Report MRD-2-74, Missouri River Division, U.S. Army Corps of Engineers*.
- CUNDALL, P. A. and O. D. L. STRACK, 1979, A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies, *Geotechnique*, 2, 47-65.
- 井筒博明・木山英朗・藤村 尚・西村 強, 1986, 間隙水の挙動を考慮した DEM 解析, 第21回土質工学研究発表会, 1621-1622.
- 井筒博明・木山英朗・藤村 尚・西村 強, 1986, 間隙水の挙動を考慮した DEM 解析の問題点と弾塑性型 DEM の提案, 土木学会第41回年次学術講演会概要集, 3, 559-560.
- 木山英朗・藤村 尚・西村 強, 1982, Cundall モデルによる地表沈下の解析—地下浅所のトンネル掘削に伴う地表沈下—, 土木学会第37回年次学術講演会概要集, 3, 309-310.
- 木山英朗・藤村 尚, 1983, カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 333, 137-146.
- 岸野祐次, 1987, 粒子モデルによる液状化のシミュレーション, 第22回土質工学研究発表会, 555-558.
- 小坪清眞, 1973, 土木振動学, 森北出版, 31-44.
- 最上武雄, 1969, 土質力学, 技報堂, 893-1032.
- 垂水祐二・岩下和義・L. A. CASASVERDE・植村大輔・伯野元彦, 1986, 粒状体シミュレーションによる構造物基礎の動的解析, 第7回日本地震工学シンポジウム, 787-792.
- 吉見吉昭, 1980, 砂地盤の液状化, 技報堂.

*A Granular Assembly Simulation for the Liquefaction of
Sand and Quick Sand*

Yuji TARUMI

Nihon Public Highway Corporation
and

Motohiko HAKUNO

Earthquake Research Institute

Various kinds of liquefaction analysis have been carried out in laboratory experiments and using the Finite Element Method (FEM). But, no numerical liquefaction analysis in which sand has been considered a non continuous material has yet been reported.

In 1971, the Distinct Element Method (DEM) was introduced by Cundall; a numerical simulation used to analyze the behavior of rock, based on the assumption that each individual rock element satisfies the equation of motion.

We have developed a modified DEM using Darcy's law that takes into account the pore water pressure. We analyzed the liquefaction of saturated sand under seismic excitation and also the quick sand phenomenon due to water pressure. The assembly model consists of circular elements with log-normal distributed radii, and it is packed by dropping.

We used the nonlinear spring in the normal direction between particles in order to express the "Dilatancy" in two dimensional treatment.

The excessive pore pressure of the numerical result rose gradually due to the shaking effect. This result agreed with the results of the past laboratory tests.

However, the contact of the neighboring particles was not easy to hide even under the high pore pressure, and resultantly, a complete liquefaction phenomenon could not be realized.

The complete liquefaction can be analyzed only by the three dimensional analysis or a forced strain input. However, it needs much more computing time, and we have to wait for an advanced and faster computers.

We also made the quick sand phenomenon occur in the model assembly by applying the uplifting water pressure at the bottom of the assembly.

A time history of the excessive pore water pressure was also obtained at the point near the bottom or the surface of the assembly.
