

## 23. 地震予知の適中率と予知率 (第2報)

地震研究所 宇津 徳治

(昭和 57 年 7 月 31 日受理)

### 1. まえがき

筆者は数年前の論文 (宇津, 1977—これを第1報とする) において, 地震予知の確率として予報の適中率と地震の予知率を考え, 地震予知の有効性をこの二つの確率の関数として議論し, また, 複数の項目について観測を行っている場合の適中率, 予知率について考察した. この問題については, その後若干の補足的研究を発表したが (宇津, 1979), あまり深入りしなかった. 現在我々が持っている地震の前兆現象に関する定量的知識の乏しさを考えると, 詳しい議論を展開しても, 実用にはほど遠い空論のように思えたからである.

しかし, その後この種の問題について関心が高まり, いくつかの論文 (COLLINS, 1977; VERE-JONES, 1978; RHOADES and EVISON, 1979; GRANDORI GUAGENTI and SCIROCCO, 1980; AKI, 1981; ANDERSON, 1981, 1982; CAO and AKI, 1981; KIJKO, 1981; EVISON, 1982; GRANDORI and GRANDORI, 1982) が発表されるようになった. そこで筆者も, 以前に口頭発表した事項 (宇津, 第535回震研談話会, 1978) を含め, これまでの考察結果をまとめて記述することにした.

### 2. 単純な場合——単数の観測項目

筆者の論文 (宇津, 1977, 1979), 特に複数の観測項目による予報の適中率を表す式 (後述の (56) 式) についての質問が多いので, 問題をわかり易くするため, まず, 以下述べるような単純な場合について考察する.

十分に長い期間 (長さ  $W$ ) を考え, その中には充分多数の「地震」及び予知観測データの「異常」が含まれるとする. ここで「地震」とは, ある特定の空間領域に起るある大きさ以上の地震を指し, 「異常」とは地震の前兆かも知れないと思われる異常現象で, それぞれの観測項目が異常又は正常のいずれの状態にあるかは, ある基準によって一義的に決められるものとする. いま, 全期間を  $T$  個の長さ  $\tau$  の小期間 (以下単に期間という) に分ける. 地震や異常は稀な現象で, 同一期間中に複数の地震や異常は起らないと仮定する (2回以上起ったときはまとめて一つの事象とみなすこととしてもよい). 各期間は, ある観測項目について異常であるか正常であるかが, 期間の起点において判定されているものとする. 1回の異常は1個の期間を異常期間にするだけで, 複数の期間には及ばないと仮定する.

Fig. 1 は以上のことを模式的に示したもので, 地震Eのあった期間は白丸で, 観測項目  $A_i$  (ここでは  $i=1, 2, 3$  の3種類) によって異常とされた期間はその行の黒四角で表示してある. この図では期間の数は  $T=30$  であるが, 以下の議論では極めて多数の期

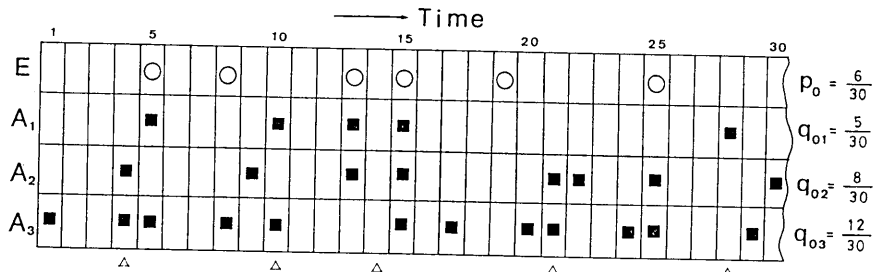


Fig. 1. Illustration of the probabilities  $p_0$  and  $q_{0i}$  ( $i=1, 2, 3$ ). Empty circles indicate the periods containing an earthquake. Solid squares indicate the warning periods by individual elements. (Triangles refer to Fig. 4.)

間を対象としており、その大部分は白丸も黒四角も含まないが、なおかつ白丸や黒四角の総数は充分多い場合を想定している。このとき次の諸量が得られる。

期間の総数:  $T = W/\tau$

地震を含む期間の数 (地震の総数):  $M$

地震を含まない期間の数:  $N$

項目  $A_i$  による異常期間の数 (項目  $A_i$  に現れた異常の総数):  $F_i$

上記  $F_i$  個の異常期間のうち地震を含むものの数 (地震のうち  $A_i$  による異常期間中に起ったものの数):  $m_i$

上記  $F_i$  個の異常期間のうち地震を含まないものの数:  $n_i$

項目  $A_i$  による正常期間の数:  $G_i$

上記  $G_i$  個の正常期間のうち地震を含むものの数 (地震のうち  $A_i$  による正常期間中に起ったものの数):  $\mu_i$

上記  $G_i$  個の正常期間のうち地震を含まないものの数:  $\nu_i$

これらの諸量の間には次の (1)~(6) 式が成立つ (Table 1 参照)。

$$T = M + N \tag{1}$$

$$T = F_i + G_i \tag{2}$$

$$M = m_i + \mu_i \tag{3}$$

$$N = n_i + \nu_i \tag{4}$$

$$F_i = m_i + n_i \tag{5}$$

$$G_i = \mu_i + \nu_i \tag{6}$$

Table 1. Numbers of intervals with or without an earthquake E or an anomaly  $A_i$

$A_i \backslash E$	E		sum
	yes	no	
yes	$m_i$	$n_i$	$F_i$
no	$\mu_i$	$\nu_i$	$G_i$
sum	$M$	$N$	$T$

上記の諸量を用いて、次の6個の確率  $p_0, q_{0i}, p_i, q_i, r_i, s_i$  が定義される。

ランダムに選んだ期間が地震を含む確率 (1期間当りの地震の発生率 (平均発生回数), 観測項目の状態に関する情報を持たずに、でたらめにある期間に対し「地震

あり」の予報を出すとき、それが偶然適中する確率) :

$$p_0 = P(E) = M/T \quad (7)$$

ランダムに選んだ期間が地震を含まない確率 (上記のでたために出した「地震あり」の予報が外れる確率) :

$$P(\bar{E}) = 1 - p_0 = N/T \quad (8)$$

ランダムに選んだ期間が項目  $A_i$  による異常期間である確率 (1 期間当りの項目  $A_i$  による異常の出現率) :

$$q_{0i} = P(A_i) = F_i/T \quad (9)$$

ランダムに選んだ期間が項目  $A_i$  による異常期間でない確率 :

$$P(\bar{A}_i) = 1 - q_{0i} = G_i/T \quad (10)$$

項目  $A_i$  による異常期間が地震を含む確率 (項目  $A_i$  による異常期間について 1 期間当りの地震の平均発生率, 項目  $A_i$  による異常期間に対し「地震あり」の予報を出すとき、それが適中する確率——項目  $A_i$  による予報の適中率) :

$$p_i = P(E|A_i) = m_i/F_i \quad (11)$$

項目  $A_i$  による異常期間が地震を含まない確率 (上記「地震あり」の予報が“空振り”(虚報, false alarm) となる確率) :

$$P(\bar{E}|A_i) = 1 - p_i = n_i/F_i \quad (12)$$

地震を含む期間が項目  $A_i$  によって異常とされる確率 (地震のうち, 項目  $A_i$  の異常によって予知されるものの率——項目  $A_i$  による地震の予知率) :

$$q_i = P(A_i|E) = m_i/M \quad (13)$$

地震を含む期間が項目  $A_i$  によって異常とされない確率 (項目  $A_i$  だけに注目しているとき異常が現れないため予知できず地震が“見逃し”(漏報, failure) となる確率) :

$$P(\bar{A}_i|E) = 1 - q_i = \mu_i/M \quad (14)$$

項目  $A_i$  による正常期間が地震を含む確率 (項目  $A_i$  による正常期間について 1 期間当りの地震の発生率, 項目  $A_i$  による正常期間に対し「地震なし」の予報を出すとき、それが外れる確率) :

$$r_i = P(E|\bar{A}_i) = \nu_i/G_i \quad (15)$$

項目  $A_i$  による正常期間が地震を含まない確率 (上記「地震なし」の予報が適中する確率) :

$$P(\bar{E}|\bar{A}_i) = 1 - r_i = \rho_i/G_i \quad (16)$$

地震を含まない期間が項目  $A_i$  によって異常とされる確率, 地震とは関係のない異常の地震を含まない 1 期間当りの発生率 :

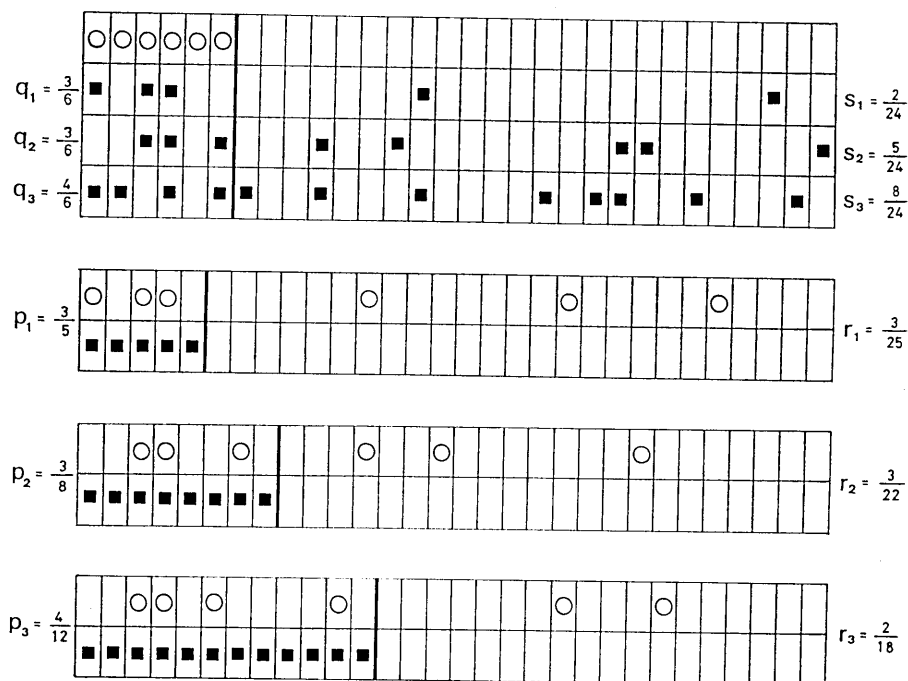


Fig. 2. Illustration of the probabilities  $p_i$ ,  $q_i$ ,  $r_i$ , and  $s_i$  ( $i=1, 2, 3$ ). The 30 periods in Fig. 1 are rearranged.

$$s_i = P(A_i | \bar{E}) = n_i / N \quad (17)$$

地震を含まない期間が項目  $A_i$  によって正常とされる確率:

$$P(\bar{A}_i | \bar{E}) = 1 - s_i = \nu_i / N \quad (18)$$

上記 (7)~(18) 式で表される確率はみな異なるものであり、混同しないよう注意する必要がある。“地震がある期間に起る確率”と“ある期間に地震が起る確率”とは、日本語としてはまったく同じと思われるが、前者が、沢山ある地震の中のある一つの地震をとり上げて、それがある種類の期間中に起るか否かを考えており、後者は、沢山ある期間の中のある一つの期間をとり上げて、その中に地震が起るか否かを考えているものとするれば、まったく違う確率である。このような場合、くどくなくてもいいに表現しないと誤解のもととなる。“地震予知に成功する確率”などといわれても何を指すのかわからない。前記の各確率の説明では、地震又は異常が発生する確率とそれらの発生率(出現率)を同じものと考えているが、これは両者とも1より遙かに小さい場合を扱っているからである。一般には、確率は1を越えることはないが、発生率は任意の正数値をとり得る。

Fig. 2 は Fig. 1 の各期間を並べ変えたもので、これによって各確率の意味を理解して頂きたい。

(7)~(18) 式に定義した確率は独立なものではない。まず、これらの間には次の関係があることが (1)~(6) 式を用いるとすぐわかる。

$$p_0 q_i = q_{0i} p_i \quad (19)$$

$$p_0(1 - q_i) = (1 - q_{0i}) r_i \quad (20)$$

$$(1 - p_0) s_i = q_{0i} (1 - p_i) \quad (21)$$

$$(1 - p_0)(1 - s_i) = (1 - q_{0i})(1 - r_i) \quad (22)$$

これらの式は確率論の公式

$$P(X)P(Y|X) = P(Y)P(X|Y) \quad (23)$$

の  $X$  に  $A_i$  又は  $\bar{A}_i$ ,  $Y$  に  $E$  又は  $\bar{E}$  を入れたものに他ならない. これらの式を使うと,  $p_0, q_{0i}, p_i, q_i, r_i, s_i$  の 6 個の確率のうち任意の 4 個を選び出したとき, 4 個の間の関係式が得られる. すなわち, 上記 6 個の確率はそれぞれ他の任意の 3 個の確率によって表現できる.  $p_0$  (地震の発生率),  $p_i$  (予報の適中率),  $q_i$  (地震の予知率) の 3 個を与えれば, 他はそれから計算できるので, この 3 個を地震予知の基本的確率とみることもできる. 6 個から 4 個を選ぶ組合せは 15 通りあり, (19)~(22) 式にその 4 通りが与えられている. 残りの 11 通りは, 次の (24)~(34) 式である.

(19) と (20) から  $q_i$  を消去すると

$$p_0 - r_i = q_{0i}(p_i - r_i) \quad (24)$$

(19) と (20) から  $q_{0i}$  を消去すると

$$p_i(p_0 - r_i) = q_i p_0(p_i - r_i) \quad (25)$$

又は

$$\frac{1}{r_i} - \frac{1}{p_0} = q_i \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{p_i} \right) \quad (25')$$

(19) と (20) から  $p_0$  を消去すると

$$p_i \left( \frac{1}{q_i} - 1 \right) = r_i \left( \frac{1}{q_{0i}} - 1 \right) \quad (26)$$

(19) と (21) から  $p_i$  を消去すると

$$q_{0i} - s_i = p_0(q_i - s_i) \quad (27)$$

(19) と (21) から  $q_{0i}$  を消去すると

$$q_i \left( \frac{1}{p_i} - 1 \right) = s_i \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right) \quad (28)$$

(19) と (21) から  $p_0$  を消去すると

$$q_i(q_{0i} - s_i) = p_i q_{0i}(q_i - s_i) \quad (29)$$

又は

$$\frac{1}{s_i} - \frac{1}{q_{0i}} = p_i \left( \frac{1}{s_i} - \frac{1}{q_i} \right) \quad (29')$$

(20) と (22) から  $q_{0i}$  を消去すると

$$(1-s_i)\left(\frac{1}{p_0}-1\right)=(1-q_i)\left(\frac{1}{r_i}-1\right) \quad (30)$$

(20) と (27) から  $p_0$  を消去すると

$$(1-q_i)(q_{0i}-s_i)=r_i(1-q_{0i})(q_i-s_i) \quad (31)$$

(21) と (24) から  $q_{0i}$  を消去すると

$$(1-p_i)(p_0-r_i)=s_i(1-p_0)(p_i-r_i) \quad (32)$$

(21) と (22) から  $p_0$  を消去すると

$$(1-r_i)\left(\frac{1}{q_{0i}}-1\right)=(1-p_i)\left(\frac{1}{s_i}-1\right) \quad (33)$$

(26) と (33) から  $q_{0i}$  を消去すると

$$\left(\frac{1}{p_i}-1\right)\left(\frac{1}{s_i}-1\right)=\left(\frac{1}{q_i}-1\right)\left(\frac{1}{r_i}-1\right) \quad (34)$$

これらの式のうち (17) と (28) 式は COLLINS (1977) の論文に掲げられている。COLLINS の論文は (28) 式によって、予知率  $q_i$  は高くても、 $s_i$  が低くないと適中率  $p_i$  はあまり高くなならないことを指摘したものである。また、GRANDORI GUAGENTI and SCIROCCO (1980) の論文には (19), (21), (24), (25) の諸式が示されている。(28) 式からは COLLINS (1980) とは逆に、適中率  $p_i$  は高くても、 $s_i$  が高くないと予知率  $q_i$  はあまり高くなならないとも言える。なお (19), (22) 式から直ちに  $p_{0i}=q_{0i}$  のときに限り  $p_i=q_i$  かつ  $r_i=s_i$  となることがわかる。

このように (19)~(34) 式を一つ一つをとり上げて、その持つ意味をいろいろと議論することができる。例えば、 $r_i$  は観測データに異常が認められないとき地震が起る確率、つまり、寝耳に水的な地震の発生率であるが、ちよつと考えるとこれは地震が予知されない確率  $1-q_i$  と同じではないかという気がする。あるいは、 $1-r_i$  は異常がないとき地震が起らない確率、すなわちどのくらい枕を高くして寝られるかを表す数値であるから、地震の予知率  $q_i$  と同じもののような感じがする。しかし (20) 式によれば

$$r_i=\frac{1-q_{0i}}{p_0}(1-q_i) \quad (20')$$

であるから少し違う。 $q_i=1$  ならば  $r_i=0$  であるが、 $q_i=0$  でも  $r_i=1$  とはならない。このような話を各式について述べていると長くなるので省略する。

いま

$$H_i=p_i/p_0=q_i/q_{0i} \quad (35)$$

$$L_i=r_i/p_0=\frac{1-q_i}{1-q_{0i}} \quad (36)$$

という比を考えると、 $H_i$  は項目  $A_i$  による異常期間中は地震の発生確率が永年平均的な発生確率  $p_0$  に比べてどれだけ増大するかを表し、 $L_i$  は項目  $A_i$  による正常期間中は地震の発生確率が  $p_0$  に比べてどれだけ減少するかを表している。 $H_i$  は VERE-JONES (1978)

による risk enhancement factor, AKI (1981) による probability gain に相当する. GRANDORI GUAGENTI and SCIROCCO (1980) が述べているように

$$H_i q_{0i} + L_i (1 - q_{0i}) = 1 \quad (37)$$

が成り立つから,  $H_i$  が 1 より大きいときは,  $L_i$  は必ず 1 より小さくなり, その逆も成り立つ.

### 3. 単純な場合——複数の観測項目

以上は  $i$  番目の観測項目  $A_i$  だけに注目し, 他の項目は無視した場合の議論であるが, 次に  $n$  個の項目  $A_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) についてデータが得られている場合を考える.

まず, 次の二つの場合を調べることにする.

①  $n$  個の項目のすべてが異常とみなされる期間のみを異常期間とし, 他は正常期間とする場合 (Fig. 1 では 15 番目の期間のみが異常で他はすべて正常となる).

②  $n$  個の項目のいずれか (1 個でも複数個でもよい) が異常とみなされる期間はすべて異常期間とし, すべての項目が正常な期間のみを正常期間とする場合 (Fig. 1 では 17 個の期間が異常で, 13 個の期間が正常である).

ここで各観測項目はお互に独立であるという仮定をする. ここでいう項目  $A_i$  と項目  $A_j$  が独立とは, 地震を含む期間あるいは含まない期間が  $A_j$  による異常期間となるか否かは, それが  $A_i$  による異常期間であるか否かには無関係であるということである. すなわち

$$P(A_j|E) = P(A_j|A_i \cap E) = P(A_j|\bar{A}_i \cap E) \quad (38)$$

$$P(A_j|\bar{E}) = P(A_j|A_i \cap \bar{E}) = P(A_j|\bar{A}_i \cap \bar{E}) \quad (39)$$

で, これは確率論の公式

$$P(X \cap Y) = P(X|Y)P(Y) \quad (40)$$

から

$$P(A_i \cap A_j|E) = P(A_i|E)P(A_j|E) \quad (41)$$

$$P(A_i \cap A_j|\bar{E}) = P(A_i|\bar{E})P(A_j|\bar{E}) \quad (42)$$

と書ける. またこれから

$$P(A_i \cap \bar{A}_j|E) = P(A_i|E)P(\bar{A}_j|E) \quad (43)$$

$$P(A_i \cap \bar{A}_j|\bar{E}) = P(A_i|\bar{E})P(\bar{A}_j|\bar{E}) \quad (44)$$

$$P(\bar{A}_i \cap A_j|E) = P(\bar{A}_i|E)P(A_j|E) \quad (45)$$

$$P(\bar{A}_i \cap A_j|\bar{E}) = P(\bar{A}_i|\bar{E})P(A_j|\bar{E}) \quad (46)$$

が成り立つことが証明できる. さらに 3 個以上の項目に対しても (41) ~ (46) 式と同様の式が成り立つ. なお  $P(A_i \cap A_j) = P(A_i)P(A_j)$ ,  $P(\bar{A}_i \cap \bar{A}_j) = P(\bar{A}_i)P(\bar{A}_j)$  などが成り立つわけではない.

①の場合の各確率  $q_0$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$  は次のようになる. 添字  $i$  を付けた確率は前節で定義したように項目  $A_i$  による異常に関するものであったが, 添字  $i$  を付けない各確率は①の場合の異常すなわち項目  $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$  (これを  $\cap A_i$  と略記する) による異常期

間に関するものである。

まず各項目の独立性から

$$q = P(\cap A_i | E) = P(A_1 | E) \cdots P(A_n | E) = q_1 q_2 \cdots q_n \quad (47)$$

$$P(\overline{\cap A_i} | E) = 1 - q = P(\cup \overline{A_i} | E) = 1 - q_1 q_2 \cdots q_n \quad (48)$$

$$s = P(\cap A_i | \overline{E}) = P(A_1 | \overline{E}) \cdots P(A_n | \overline{E}) = s_1 s_2 \cdots s_n \quad (49)$$

$$P(\overline{\cap A_i} | \overline{E}) = 1 - s = P(\cup \overline{A_i} | \overline{E}) = 1 - s_1 s_2 \cdots s_n \quad (50)$$

が得られる。次に (27), (28), (30) から添字  $i$  を除いた式

$$q_0 = p_0 q + (1 - p_0) s \quad (51)$$

$$p = \frac{1}{1 + \frac{s}{q} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \quad (52)$$

$$r = \frac{1}{1 + \frac{1-s}{1-q} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \quad (53)$$

を用いると

$$q_0 = P(\cap A_i) = p_0 q_1 q_2 \cdots q_n + (1 - p_0) s_1 s_2 \cdots s_n \quad (54)$$

$$\begin{aligned} P(\overline{\cap A_i}) &= 1 - q_0 = P(\cup \overline{A_i}) \\ &= 1 - p_0 q_1 q_2 \cdots q_n - (1 - p_0) s_1 s_2 \cdots s_n \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} p = P(E | \cap A_i) &= \frac{1}{1 + \frac{s_1 s_2 \cdots s_n}{q_1 q_2 \cdots q_n} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \\ &= \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{p_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{p_2} - 1 \right) \cdots \left( \frac{1}{p_n} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{n-1}} \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} P(\overline{E} | \cap A_i) &= 1 - p \\ &= \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{n-1} / \left( \frac{1}{p_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{p_2} - 1 \right) \cdots \left( \frac{1}{p_n} - 1 \right)} \end{aligned} \quad (57)$$

$$r = P(E | \overline{\cap A_i}) = \frac{1}{1 + \frac{1 - s_1 s_2 \cdots s_n}{1 - q_1 q_2 \cdots q_n} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \quad (58)$$

$$P(\overline{E} | \overline{\cap A_i}) = 1 - r = \frac{1}{1 + \frac{1 - q_1 q_2 \cdots q_n}{1 - s_1 s_2 \cdots s_n} / \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \quad (59)$$

が得られる。(47), (56) 式はすでに第1報において導かれている。 $q_0 = q_{01} q_{02} \cdots q_{0n}$  はもちろん成り立たない。

次に②の場合の各確率  $q'_0$ ,  $p'$ ,  $q'$ ,  $r'$ ,  $s'$  を求める。添字を付けずダッシュを付けた各確率は項目  $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$  (これを  $UA_i$  と略記する) による異常に対するものである。

まず各項目の独立性から



$$\begin{aligned} q' &= P(\cup A_i | E) = 1 - P(\overline{\cup A_i} | E) = 1 - P(\cap \overline{A_i} | E) \\ &= 1 - P(\overline{A_1} | E) \cdots P(\overline{A_n} | E) \\ &= 1 - (1 - q_1)(1 - q_2) \cdots (1 - q_n) \end{aligned} \quad (60)$$

$$P(\overline{\cup A_i} | E) = 1 - q' = P(\cap \overline{A_i} | E) = (1 - q_1)(1 - q_2) \cdots (1 - q_n) \quad (61)$$

$$\begin{aligned} s' &= P(\cup A_i | \overline{E}) = 1 - P(\overline{\cup A_i} | \overline{E}) = 1 - P(\cap \overline{A_i} | \overline{E}) \\ &= 1 - P(\overline{A_1} | \overline{E}) \cdots P(\overline{A_n} | \overline{E}) \\ &= 1 - (1 - s_1)(1 - s_2) \cdots (1 - s_n) \end{aligned} \quad (62)$$

$$P(\overline{\cup A_i} | \overline{E}) = 1 - s' = P(\cap \overline{A_i} | \overline{E}) = (1 - s_1)(1 - s_2) \cdots (1 - s_n) \quad (63)$$

が得られる。さらに (51), (52), (53) 式の  $q_0, p, q, r, s$  にダッシュを付けた式から

$$\begin{aligned} q_0' &= P(\cup A_i) \\ &= 1 - p_0(1 - q_1)(1 - q_2) \cdots (1 - q_n) - (1 - p_0)(1 - s_1)(1 - s_2) \cdots (1 - s_n) \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} P(\overline{\cup A_i}) &= 1 - q_0' = P(\cap \overline{A_i}) \\ &= p_0(1 - q_1)(1 - q_2) \cdots (1 - q_n) + (1 - p_0)(1 - s_1)(1 - s_2) \cdots (1 - s_n) \end{aligned} \quad (65)$$

$$p' = P(E | \cup A_i) = \frac{1}{1 + \frac{1 - (1 - s_1)(1 - s_2) \cdots (1 - s_n)}{1 - (1 - q_1)(1 - q_2) \cdots (1 - q_n)} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \quad (66)$$

$$P(\overline{E} | \cup A_i) = 1 - p' = \frac{1}{1 + \frac{1 - (1 - q_1)(1 - q_2) \cdots (1 - q_n)}{1 - (1 - s_1)(1 - s_2) \cdots (1 - s_n)} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} r' &= P(E | \overline{\cup A_i}) = \frac{1}{1 + \frac{(1 - s_1)(1 - s_2) \cdots (1 - s_n)}{(1 - q_1)(1 - q_2) \cdots (1 - q_n)} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \\ &= \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{r_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_2} - 1 \right) \cdots \left( \frac{1}{r_n} - 1 \right) \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{n-1}} \end{aligned} \quad (68)$$

$$P(\overline{E} | \overline{\cup A_i}) = 1 - r' = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{n-1} \left( \frac{1}{r_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_2} - 1 \right) \cdots \left( \frac{1}{r_n} - 1 \right)} \quad (69)$$

が得られる。(60), (66) 式は第1報に示したものである。ただし第1報では (66) 式は

$$p' = \frac{q'}{\sum \frac{q_i}{p_i} - \sum \frac{q_i q_j}{P(E | A_i \cap A_j)} + \sum \frac{q_i q_j q_k}{P(E | A_i \cap A_j \cap A_k)} - \cdots - (-1)^n \frac{q_1 q_2 \cdots q_n}{P(E | \cap A_i)}} \quad (70)$$

という形で与えた。 $\Sigma$  は添字  $i, j, \dots$  の中に同じものが現れないすべての組合せについての和をとる。

次に③の場合として、 $n$  個の観測項目のうち  $k$  個に異常が現れたが、残りの  $n - k$  個には現れない場合を考える。以下、異常が現れた項目が  $A_1, A_2, \dots, A_k$  で、現れない項目が  $A_{k+1}, \dots, A_n$  とする。すなわち項目  $A_1, \dots, A_k$  により異常とされ、項目  $A_{k+1}, \dots, A_n$  により正常とされる期間だけを異常期間とみなす場合である。このときの各確率を  $p_{1 \dots k}^{(k)}, q_{1 \dots k}^{(k)}, r_{1 \dots k}^{(k)}, s_{1 \dots k}^{(k)}$  で表すと、①, ②の場合と同様にして次の諸式が得られる。

$$\begin{aligned}
 q_{1\dots k}^{(k)} &= P(A_1 \cap \dots \cap A_k \cap \overline{A_{k+1}} \cap \dots \cap \overline{A_n} | E) \\
 &= P(A_1 | E) \dots P(A_k | E) P(\overline{A_{k+1}} | E) \dots P(\overline{A_n} | E) \\
 &= q_1 \dots q_k (1 - q_{k+1}) \dots (1 - q_n)
 \end{aligned} \tag{71}$$

$$\begin{aligned}
 s_{1\dots k}^{(k)} &= P(A_1 \cap \dots \cap A_k \cap \overline{A_{k+1}} \cap \dots \cap \overline{A_n} | \overline{E}) \\
 &= P(A_1 | \overline{E}) \dots P(A_k | \overline{E}) P(\overline{A_{k+1}} | \overline{E}) \dots P(\overline{A_n} | \overline{E}) \\
 &= s_1 \dots s_k (1 - s_{k+1}) \dots (1 - s_n)
 \end{aligned} \tag{72}$$

$$\begin{aligned}
 p_{1\dots k}^{(k)} &= P(E | A_1 \cap \dots \cap A_k \cap \overline{A_{k+1}} \cap \dots \cap \overline{A_n}) \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{s_{1\dots k}^{(k)}}{q_{1\dots k}^{(k)}} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{s_1 \dots s_k (1 - s_{k+1}) \dots (1 - s_n)}{q_1 \dots q_k (1 - q_{k+1}) \dots (1 - q_n)} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \\
 &= \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{p_1} - 1 \right) \dots \left( \frac{1}{p_k} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_{k+1}} - 1 \right) \dots \left( \frac{1}{r_n} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{n-1}} \tag{73}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_{1\dots k}^{(k)} &= P(E | \overline{A_1} \cap \dots \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_{k+1}} \cap \dots \cap \overline{A_n}) \\
 &= P(E | \overline{A_1} \cup \dots \cup \overline{A_k} \cup \overline{A_{k+1}} \cup \dots \cup \overline{A_n}) \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{1 - s_{1\dots k}^{(k)}}{1 - q_{1\dots k}^{(k)}} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{1 - s_1 \dots s_k (1 - s_{k+1}) \dots (1 - s_n)}{1 - q_1 \dots q_k (1 - q_{k+1}) \dots (1 - q_n)} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \tag{74}
 \end{aligned}$$

①の場合は③で  $k=n$  のときに当る。②の場合は③の  $k=1$  のすべての場合 ( $n$  通り),  $k=2$  のすべての場合 ( $\binom{n}{2}$  通り),  $\dots$ ,  $k=n$  の場合を合わせたものである。これらは排反事象だから

$$q' = \sum q_i^{(1)} + \sum q_{ij}^{(2)} + \dots + \sum q_{ij\dots}^{(n-1)} + q_{1\dots n}^{(n)} \tag{75}$$

$$s' = \sum s_i^{(1)} + \sum s_{ij}^{(2)} + \dots + \sum s_{ij\dots}^{(n-1)} + s_{1\dots n}^{(n)} \tag{76}$$

である。 $\sum$  は  $i, j, \dots$  の中に同じものが現れないすべての組合せについての和を表す。(75), (76) 式を計算すると (60), (62) 式に一致することがわかる。(68) 式で与えられる  $r'$  は, どの項目にも異常が認められないときに地震が起る確率であるが, ③の場合で  $k=0$  と置いたときの  $p^{(0)}$  に相当する。

$n$  個の項目について観測を行っているとき, そのうち  $k$  個の項目に異常が現れた場合の予報の適中率は, 残りの  $n-k$  個の項目は正常であることが確かならば, (73) 式に依るべきであるし, 残りの  $n-k$  個の項目については情報が無いときには, (56) 式の  $n$  を  $k$  に置き換えた式を使うべきである。普通の観測項目では (36) 式の  $L_i$  は 1 より小さいはずであるから

$$\left( \frac{1}{r_i} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right) = \frac{1 - r_i}{L_i - r_i} > 1 \tag{77}$$

であり, (73) 式による  $p^{(k)}$  のほうが (56) 式による  $p$  ( $k$  個の項目) よりも小さくなる. AKI (1981) は (56) 式の近似的表現として

$$p \doteq p_0 \frac{p_1}{p_0} \frac{p_2}{p_0} \dots \frac{p_n}{p_0} = p_0 H_1 H_2 \dots H_n \quad (78)$$

すなわち

$$H = p/p_0 \doteq H_1 H_2 \dots H_n \quad (79)$$

を得ている. これらの式は  $1 \gg p_0$ ,  $1 \gg p_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), かつ  $1 \gg p_0 H_1 H_2 \dots H_n$  のとき有効であるが, 実用的予報を出す際は  $p_0 H_1 H_2 \dots H_n$  は 1 にかなり近いはずであるから, (56) 式に依るべきである. 同様に (68) 式の近似的表現として

$$r' \doteq p_0 \frac{r_1}{p_0} \frac{r_2}{p_0} \dots \frac{r_n}{p_0} = p_0 L_1 L_2 \dots L_n \quad (80)$$

すなわち

$$L = r'/p_0 \doteq L_1 L_2 \dots L_n \quad (81)$$

が得られる. ただし  $1 \gg p_0$ ,  $1 \gg r_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), かつ  $1 \gg p_0 L_1 L_2 \dots L_n$  の場合である.  $n$  個の項目について観測を行っているとき, そのいずれもが正常であるときは, 地震の発生する確率は, 何も観測を行っていないときの確率  $p_0$  に対し, その  $L \doteq L_1 L_2 \dots L_n$  倍になるから, それだけ安心さが増していることになる.

同様に (73) 式の近似的表現は

$$p_{1 \dots k}^{(k)} \doteq p_0 \frac{p_1}{p_0} \dots \frac{p_k}{p_0} \frac{r_{k+1}}{p_0} \dots \frac{r_n}{p_0} = p_0 H_1 \dots H_k L_{k+1} \dots L_n \quad (82)$$

となる.

#### 4. 若干の問題の検討

##### (1) 地震活動度が変動する場合

地震の発生率  $p_0$  が時間的に変動する場合を考える. GRANDORI and GRANDORI (1982) は  $p_0$  が増加すれば, 各項目による適中率  $p_i$  も上昇すると考え,  $p_i$  と  $p_0$  の間に

$$1 - p_i = \frac{1}{1 + \alpha_i p_0} \quad (83)$$

という関係を仮定した. 異常が地震の前兆と地震とは無関係なノイズから成るとすれば, ノイズの発生率は地震活動の盛衰には関係しないが, 前兆の発生率は地震の発生率に応じて増減することが考えられる.

いま, 地震の発生率には影響を受けない量を探すと,  $q_i$  と  $s_i$  が目につく. 地震のうちの何%に前兆が先行するかを表す  $q_i$  と, ノイズの発生率を表す  $s_i$  は, 地震の発生率とは無関係であると考えれば

$$\alpha_i = \frac{q_i}{s_i} = \frac{p_i(1-p_0)}{p_0(1-p_i)} = H_i \frac{1-p_0}{1-p_i} \quad (84)$$

も  $p_0$  が変動しても一定に保たれる。すなわち、 $p_i$  と  $p_0$  の関係は

$$p_i = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{p_0} - 1\right) / \alpha_i} \quad (85)$$

となる。これは (83) 式と分母が  $-1/\alpha_i$  の項だけ違う。(56) 式は

$$p = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{p_0} - 1\right) / \alpha} \quad (86)$$

ただし

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_n \quad (87)$$

となる。 $p_0 \rightarrow 0$  のとき  $p \rightarrow 0$ ,  $p_0 \rightarrow 1$  のとき  $p \rightarrow 1$  である。また、前節の  $r$ ,  $p'$ ,  $r'$ ,  $p^{(k)}$ ,  $r^{(k)}$  も (86) 式と類似の形の式で表される。

Fig. 3 に (86) 式のグラフを示す。 $p_0$ ,  $p$  双方が小さい範囲では  $p$  は  $p_0$  に比例して変るが、 $p$  が 1 に近い範囲 (すなわち実際に地震予報を出すような状況) では  $p$  は  $p_0$  にあまり依存しないことに注目したい。

以上は、 $s_i$  と  $q_i$  (あるいは  $s_i/q_i$ ) が  $p_0$  に無関係の場合であるが、 $s_i$  は地震の発生率とともに変るといふ見方もあり得る。地殻活動が活発化すれば、地震発生率は増加するが、一方、地震の発生と直接結びつかない異常地殻変動や小地震の活動など前兆とまぎらわしい異常も増加する可能性がある。このとき (56) 式は (86) 式のように簡単な形では表せない。例えば  $s_i$  と  $p_0$  の間に直線的関係  $s_i = \sigma_i + \gamma_i p_0$  ( $\sigma_i$  と  $\gamma_i$  は定数) があると仮定すれば (この仮定はノイズの独立性に抵触するので、厳密にいうと適当ではない)、 $p_0 \rightarrow 0$

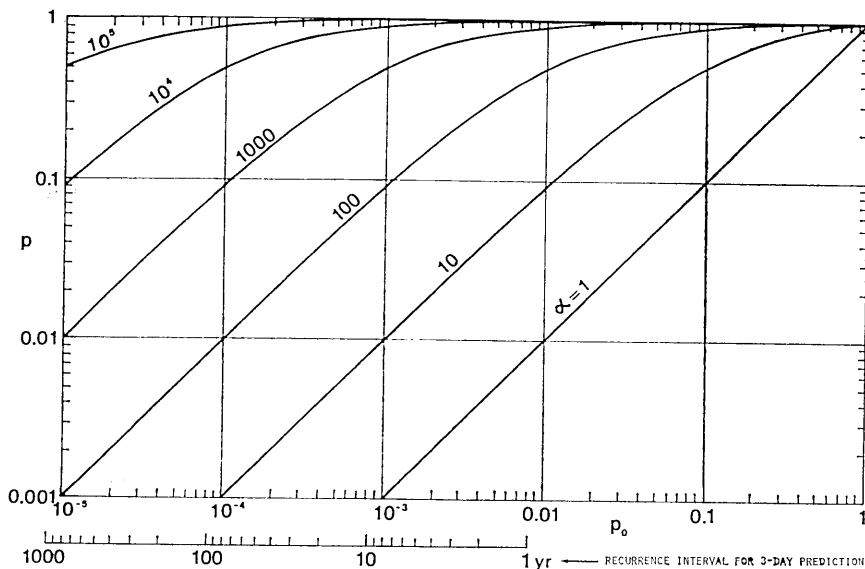


Fig. 3. Graph of equation (86).

のとき  $p \rightarrow 0$ ,  $p_0 \rightarrow 1$  のとき  $p \rightarrow 1$  となることは (86) 式と同様であるが,  $p$  対  $p_0$  の曲線はパラメータが多過ぎて Fig. 3 のように一つのグラフに描くことはできない. 例えば  $\sigma_i/q_i=0.1$ ,  $\gamma_i/q_i=0.9$  とすると,  $p_0$  が 0 から 1 まで変るとき  $s_i$  が 10 倍になるが,  $p_0 < 0.01$  の範囲では  $n=1, 2, 3, \dots$  の場合の曲線は, それぞれ Fig. 3 の  $\alpha=10, 100, 1000, \dots$  の曲線とよく一致する. しかし  $p_0$  が大きくなると両者はややずれてくる.

### (2) 複数の項目による予知の適中率を表す式についての二, 三の注釈

いま, 項目  $A_1$  に異常が認められたため, ある期間に地震が起る確率が  $p_0$  から  $p_1$  に変わったとする. 続いて項目  $A_2, \dots, A_n$  にも異常が現れたとすると, これらによる異常期間中に地震が起る確率は (56) 式の  $p_0$  を  $p_1$  に置き換えた

$$p = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{p_2} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{p_n} - 1\right) / \left(\frac{1}{p_1} - 1\right)^{n-2}} \quad (88)$$

で表されるのではなからうか. しかしこの式は明らかに (56) 式とは異なる. この疑問は次のように解釈する. (56) 式の  $p_i$  は永年平均的な地震の発生率が  $p_0$  であるという状態におけるものである.  $p_0$  が  $p_1$  に変わったとみなすときは, その状況下における  $p_2, \dots, p_n$  を (88) 式に使わなければならない. これは元の  $p_2, \dots, p_n$  とは違わずで, (56) 式と同じ記号を (88) 式を使って両者を比較することがそもそも間違いなのである.  $p_0$  が  $p_1$  に変わった状態における  $p_i$  ( $i=2, \dots, n$ ) を  $p_{i1}$  で表し, (84) 式の  $\alpha_i$  が一定に保たれる, すなわち

$$\left(\frac{1}{p_{i1}} - 1\right) / \left(\frac{1}{p_1} - 1\right) = \left(\frac{1}{p_i} - 1\right) / \left(\frac{1}{p_0} - 1\right) \quad (89)$$

であるとすれば, (88) 式の  $p_i$  の代りに上式の  $p_{i1}$  を入れると, (88) 式は (56) 式に一致することがわかる.

別の疑問として次のようなものがある. ある地域に起るある大きさ以上の地震に対し (56) 式が成り立つとする. 地域を拡大しより広い地域を扱うこととすれば, 拡大後  $p_0$  は増加する. (地域を拡大せず, 地震の大きさ  $M$  の下限をより小さくする場合も同様である.) 拡大した地域内 (あるいは  $M$  の範囲内) の地震で前兆が先行するものは, 拡大前には地震とみなされず, 予報は空振りとみなされていたが, 拡大後はこれらに対する予報は適中したことになるから,  $p$  は増大するはずである. ところが (56) 式は  $p_0$  がふえると  $p$  は減ることを示しており矛盾しているという疑問である. この解釈として, 前と同様に, 条件が変わって  $p_0$  が増せば  $p_i$  も増すということを忘れたためであると言いたくなるが, 問題はそう簡単ではない. 拡大によって加わる地震のあるものには, その前兆として  $n$  項目の異常が同時に現れるだろう. この 1 組の異常は拡大前の状態においてはノイズである. 拡大前の状態がこのような互に関連したノイズを異常の中に含んでいるとすれば, 各項目が独立であるという仮定がもともと成立っていないことになり, (56) 式を持ち出して議論すること自体が厳密に言えばおかしいことになる (次項参照).

ある地域を A と B の 2 地域に分割したとき, 両地域は地震の発生率を始め諸条件がみな等しくなったとする. 両地域に対する  $p_0$  は元の  $1/2$ , また各項目の  $p_i$  や  $n$  個の項目による  $p$  も  $1/2$  になる. ところが (56) 式によれば,  $p_0$  と  $p_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) を  $1/2$

にしても、 $p$ は $1/2$ にはならない。この理由は、元の地域に対して(56)式が使える、すなわち各項目の独立性が成り立っているとしても、A又はB地域に対しては独立性が成り立たないので(56)式は使えないからである。B地域に関するノイズの中にはA地域の地震の前兆として $n$ 個の項目に同時に現れるものを含んでいるのだから独立とはいえない。

(3) 項目間に相関がある場合

これまでの議論は、第3節の初めに定義した観測項目の独立性が保たれているという仮定の下でなされている。前項(2)の議論からもうかがえるように、この仮定は必ずしも簡単に満たされるとは限らない。例えば、対象とする地震より小さい地震や対象地域外の地震の前兆として複数の項目に異常が現れたり、地震以外の地殻活動(地下におけるマグマの活動や断層のクリープなど)に伴って複数の項目に異常が現れる場合などは、観測項目の独立性は成り立たない。人工的原因(地下水の汲み上げの急増や停止、大規模な土木工事など)によって地盤の昇降や地下水位の変化、誘発地震活動などの異常が同時に起る場合も同様である。観測項目のうちには、土地のひずみ、傾斜、地下水位変化などのように、もともと相関の強いものがあるが、このようなものは初めから一まとめにして同種の項目として扱えば問題はない。

いま、地震Eを含まない期間を二つに分けて、対象とする地震以外の地震、あるいは地殻活動など各項目の異常の発生率を増大させる原因 $e$ を含む期間と含まない期間にする。Fig. 1の三角が $e$ であり、Fig. 4は $e$ を考慮してFig. 1の期間を並べ変えたものである。2種類の期間では異常の発生率は異なるが、それぞれの期間中では項目間の独立性は成り立っているとする。すなわち

$$P(\cap A_i|e) = P(A_1|e)P(A_2|e)\cdots P(A_n|e) \tag{90}$$

$$P(\cap A_i|\bar{e}) = P(A_1|\bar{e})P(A_2|\bar{e})\cdots P(A_n|\bar{e}) \tag{91}$$

ここで

$$s = P(\cap A_i|\bar{E}) = \frac{P(\cap A_i|e)P(e) + P(\cap A_i|\bar{e})P(\bar{e})}{P(\bar{E})} \tag{92}$$

ただし

$$P(\bar{E}) = P(e) + P(\bar{e}) \tag{93}$$

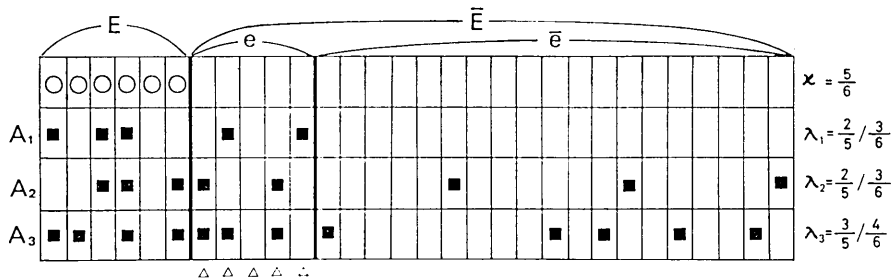


Fig. 4. The periods containing no earthquakes in Fig. 1 are divided into two groups  $e$  (indicated by triangles at the bottom of Fig. 1) and  $\bar{e}$ . The rates of the occurrence of anomalies are different between the two groups.

であるから

$$\frac{s}{q} = \frac{P(A_1|e) \cdots P(A_n|e)P(e) + P(A_1|\bar{e}) \cdots P(A_n|\bar{e})P(\bar{e})}{P(A_1|E) \cdots P(A_n|E)P(\bar{E})} \quad (94)$$

となる。e は稀な現象であると考えれば

$$P(e) \ll P(\bar{e}) \doteq P(\bar{E}) = 1 - p_0 \quad (95)$$

である。また、 $P(A_i|e)$  と  $P(A_i|E)$  の比を  $\lambda_i$  とする。

$$P(A_i|e) = \lambda_i P(A_i|E) = \lambda_i q_i \quad (96)$$

さらに

$$P(A_i|\bar{E}) = \frac{P(A_i|e)P(e) + P(A_i|\bar{e})P(\bar{e})}{P(\bar{E})} \quad (97)$$

から

$$P(A_i|\bar{e}) = \frac{P(A_i|\bar{E})P(\bar{E}) - P(A_i|e)P(e)}{P(\bar{e})} \doteq s_i - \lambda_i q_i \frac{P(e)}{P(\bar{e})} \quad (98)$$

となる。

$$P(e) = \kappa p_0 \quad (99)$$

とおけば

$$\begin{aligned} \frac{s}{q} &= \frac{\kappa p_0 \prod \lambda_i q_i + P(\bar{e}) \prod \left\{ s_i - \lambda_i q_i \kappa \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{-1} \right\}}{q_1 q_2 \cdots q_n P(\bar{e})} \\ &= \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n \kappa \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{-1} + \prod \left\{ \frac{s_i}{q_i} - \kappa \lambda_i \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{-1} \right\} \end{aligned} \quad (100)$$

(52) 式から

$$\begin{aligned} p &\doteq \frac{1}{1 + \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n \kappa + \prod \left\{ \frac{s_i}{q_i} - \lambda_i \kappa \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{-1} \right\} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)} \\ &= \frac{1}{1 + \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n \kappa + \prod \left( \frac{1}{p_i} - 1 - \lambda_i \kappa \right) / \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right)^{n-1}} \end{aligned} \quad (101)$$

この式は  $\kappa=0$ 、すなわち e という現象が存在しないときは (56) 式と一致する。

$\lambda_i$  や  $\kappa$  がどの程度の値になるかの推測は実際には難しいが、ふつうは  $\lambda_i$  は 1 を越えることはないだろうと思われる。しかし、例えば M 8 級の地震を予知の対象としているとき、M 7 級の地震の前兆として  $n$  個の項目に異常が現れるため予報を出すというようなことが何回もある場合には、予報はみな空振りとなされ、適中率  $p$  は低いことになる。これは (101) 式で  $\lambda_i < 1$ 、 $\kappa > 1$  の場合に相当し、 $p$  は当然小さくなる。(もっともこのような場合には“大きさの予測精度が悪かったが、予知は一応成功した”と弁解することはできよう。)  $\lambda_i \leq 1$  のときは、 $n$  を大きくしてゆけば  $p$  は 1 に近づく。ただし近づく速さは  $\kappa$  が大きいほど遅い。もし  $\lambda_i > 1$  ならば  $n$  を大きくしてゆくと  $p$  は下がる。 $\lambda_i = 1$  のときは、 $p$  には上限

Table 2. Examples of  $p$ -values calculated from eq. (101) for the case of  $p_0=0.01$  and  $p_i=0.1$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ).

$\kappa$	$n$	$\lambda_i$ ( $i=1, 2, 3, 4$ )				
		0.2	0.5	0.8	1.0	1.5
0	2	0.550				
	3	0.931				
	4	0.993				
0.5	2	0.549	0.526	0.483	0.448	0.356
	3	0.929	0.884	0.757	0.640	0.364
	4	0.993	0.964	0.936	0.664	0.283
1	2	0.549	0.505	0.431	0.378	0.261
	3	0.928	0.842	0.638	0.487	0.226
	4	0.992	0.936	0.707	0.499	0.165
2	2	0.547	0.466	0.353	0.286	0.171
	3	0.925	0.768	0.484	0.329	0.129
	4	0.991	0.886	0.549	0.333	0.090

$$p_m = \frac{1}{1+\kappa} \quad (102)$$

が存在する。Table 2 に (101) 式による  $p$  の計算例を示す。上記の傾向が読み取れる。

### 5. 一般的な場合

これまでは Fig. 1 に模式的に示したような簡単な場合を扱ってきたが、もう少し現実に近い Fig. 5 のような場合を考える。矢印は地震の発生を、太い横線はそれぞれの項目に異常が現れたため地震発生の確率が高くなっている期間（異常期間あるいは警戒期間と呼ぶ）を示す。地震発生の確率が高くなるのは、異常が現れてからしばらく後であることも考えられるが、ここでは、取扱いを簡単にするため、異常期間の長さはそれぞれの項目  $A_i$  については一定で  $\tau_i$  とし、異常期間の起点は異常の出現時と一致するものとする。前と同様に、地震の発生、異常の出現は稀な現象で、同一項目の二つの異常期間が重なったり、同じ異常期間に地震が2回起ることはないとする。

いま、十分に長い期間  $W$  を考え、その間に  $M$  個の地震が起り、項目  $A_i$  の異常が  $F_i$  個現れるとする。また

$$T_i = W/\tau_i \quad (103)$$

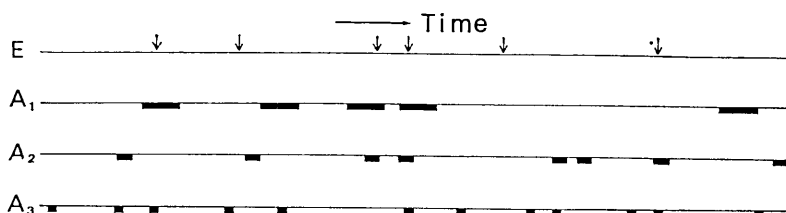


Fig. 5. Temporal distribution of earthquakes (arrows) and anomalies (heavy lines indicate their warning periods).



とおく。このとき、第2節と同様にしていくつかの確率が定義できる。第2節とは表現が多少異なるので、再度説明を記述する。まず、 $M$  個の地震のうち、項目  $A_i$  の異常期間中に起ったものの数を  $m_i$ 、正常期間中に起ったものの数を  $\mu_i (=M-m_i)$  とする。また、 $F_i$  個の項目  $A_i$  の異常期間のうち、地震を含むものの数は  $m_i$  であるが、地震を含まないものの数を  $n_i (=F_i-m_i)$  とする。

長さ  $\tau_i$  の期間当りの地震の発生率及び異常  $A_i$  の発生率は (発生の確率=発生率 $\ll 1$  とみている)

$$p_{0i} = P(E) = M/T_i \quad (104)$$

$$q_{0i} = P(A_i) = F_i/T_i \quad (105)$$

であり、

$$P(\bar{E}) = 1 - p_{0i} = (T_i - M)/T_i \quad (106)$$

$$P(\bar{A}_i) = 1 - q_{0i} = (T_i - F_i)/T_i \quad (107)$$

はランダムに選んだ長さ  $\tau_i$  の期間が地震を含まない確率、及び項目  $A_i$  の異常の出現時を含まない確率である。 $q_{0i}$  は全期間のうち異常期間が占める割合ともいえる。

$$p_i = P(E|A_i) = m_i/F_i \quad (108)$$

は項目  $A_i$  による異常期間が地震を含む確率、すなわち項目  $A_i$  による異常期間における長さ  $\tau_i$  当りの地震の発生率、あるいは項目  $A_i$  による異常期間に対して出された予報の適中率で、

$$P(\bar{E}|A_i) = 1 - p_i = n_i/F_i \quad (109)$$

は項目  $A_i$  による異常期間が地震を含まない確率、すなわち上記の予報が空振りとなる確率である。ある地震が項目  $A_i$  による異常期間に含まれる確率は

$$q_i = P(A_i|E) = m_i/M \quad (110)$$

で、これは地震のうち項目  $A_i$  の異常によって予知されるものの割合 (予知率) ともいえる。ある地震が項目  $A_i$  による異常期間に含まれない (正常期間に起る) 確率、すなわち項目  $A_i$  だけに注目しているとき、予知ができず、見逃しになる確率は

$$P(\bar{A}_i|E) = 1 - q_i = \mu_i/M \quad (111)$$

である。

$$r_i = P(E|\bar{A}_i) = \mu_i/(T_i - F_i) \quad (112)$$

は項目  $A_i$  による正常期間における長さ  $\tau_i$  当りの地震の発生率、すなわち正常期間中にランダムに選んだ長さ  $\tau_i$  の期間が地震を含む確率であり、この期間が地震を含まない確率は

$$P(\bar{E}|\bar{A}_i) = 1 - r_i = \frac{T_i - (m_i + n_i + \mu_i)}{T_i - F_i} \quad (113)$$

である。次に、地震の直前の長さ  $\tau_i$  の期間 (前兆の出現が期待される期間) を含まないようにランダムに選んだ長さ  $\tau_i$  の期間に項目  $A_i$  の異常が出現する確率、地震の直前の長さ  $\tau_i$  の期間以外で時間軸上にランダムに選んだ点が項目  $A_i$  の異常期間中に含まれる

確率,あるいは項目  $A_i$  の異常のうち地震とは関係のないものの期間の長さ  $\tau_i$  当りの出現率は

$$s_i = P(A_i|\bar{E}) = n_i / (T_i - M) \quad (114)$$

であり,上記のようにランダムに選んだ長さ  $\tau_i$  の期間に項目  $A_i$  の異常が出現しない確率,あるいは上記のようにランダムに選んだ点が項目  $A_i$  の正常期間に含まれる確率は

$$P(\bar{A}_i|\bar{E}) = 1 - s_i = \frac{T_i - (m_i + n_i + \mu_i)}{T_i - M} \quad (115)$$

である.

以上のように定義した確率  $p_{0i}, q_{0i}, p_i, q_i, r_i, s_i$  に対しては,第2節の15個の関係式(19)~(34)(ただし  $p_0$  は  $p_{0i}$  に置き換える)が成り立つことは容易に証明できる.

問題は複数の項目を扱う場合である.もし  $n$  個の項目の  $\tau_i$  がすべて等しく  $\tau_i = \tau$  であり,二つの異常期間が重複するときは異常の出現時がまったく一致するとすれば,前節までの議論は,  $\tau_i$  を  $\tau$  に  $p_{0i}$  を  $p_0$  に置き換えれば,そのまま通用する.しかし,一般には  $\tau_i$  がほぼ等しい項目は互に独立でない現象とみて,一まとめにして扱うことが多いだろう.独立性の強い項目では  $\tau_i$  が大幅に異なるのがふつうであろうと思われる.

例えば,項目  $A_1$  (第2種空白域の出現,地盤の異常隆起など)の  $\tau_1$  が1~数年,項目  $A_2$  (ひずみ計記録の異常,地下水の異常,地磁気の変化など)の  $\tau_2$  が数週間,項目  $A_3$  (地盤の異常傾動,前震の発生など)の  $\tau_3$  が2~3日とうような場合である.このように  $\tau_1 \gg \tau_2 \gg \tau_3$  の際は,3項目の異常が重複して出現するとき異常期間の重複部の長さはほぼ  $\tau_3$  とみてよい.  $A_3$  の異常期間が  $A_1$  又は  $A_2$  の異常期間の端にかかる確率は小さいからである.このように考えて,ここでは  $n$  個の項目による異常期間が重なる場合の考察は,  $\tau_1 > \tau_2 > \dots > \tau_n$  とし,  $A_i$  の異常期間は  $A_{i-1}$  の異常期間に含まれる場合に限るとする.こうしても,一般性が大きく失われることはないであろう.

いま,単位時間当りの地震の発生確率(発生率)を  $p_0$  ( $\ll 1$ ) とすると,長さ  $t_1$  及び  $t_2$  の期間における地震発生の確率はそれぞれ

$$\rho_1 = 1 - \exp(-t_1 p_0) \quad (116)$$

$$\rho_2 = 1 - \exp(-t_2 p_0) \quad (117)$$

であるから

$$\rho_2 = 1 - (1 - \rho_1)^{t_2/t_1} \quad (118)$$

である.  $\rho_1 \ll 1, \rho_2 \ll 1$  のときは,  $\rho_1 \doteq t_1 p_0, \rho_2 \doteq t_2 p_0$  であり

$$\rho_2 \doteq (t_2/t_1) \rho_1 \quad (119)$$

となるが,一般には期間の長さを変えたときの発生確率の変換には(118)式を使うべきである.この変換を簡単のためここでは

$$\rho_2 = \rho_1 [t_2/t_1] \quad (120)$$

で表すことにする.この記号によれば

$$p_{0i} = p_0 [\tau_i] \quad (121)$$

である。

項目  $A_1$  による異常期間中に項目  $A_2$  の異常が現れたとする。第4節 (1) で述べた考え方に従い、 $s_2/q_2$  は項目  $A_1$  の異常の有無には影響されないとすると、次の式が成り立つ。

$$\frac{s_2}{q_2} = \left( \frac{1}{p_2} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0[\tau_2]} - 1 \right) = \left( \frac{1}{p_2^*} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_1[\tau_2/\tau_1]} - 1 \right) \quad (122)$$

ここで  $p_2^*$  は項目  $A_1$  の異常期間中に項目  $A_2$  に異常が現れたとき、共通異常期間中における地震発生の確率で、 $p_1[\tau_2/\tau_1]$  は項目  $A_1$  の異常期間中における長さ  $\tau_2$  当りの地震発生確率である。(122) 式から

$$p_2^* = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{p_1[\tau_2/\tau_1]} - 1 \right) \left( \frac{1}{p_2} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0[\tau_2]} - 1 \right)} \quad (123)$$

が得られるが、これは項目  $A_1$  と  $A_2$  の重複異常期間に対して (56) 式によって求めた  $p$  に他ならない。すなわち  $n=2$  のときは、このような重複異常期間に対し (56) 式が成り立つとみてよい。任意の  $n$  に対して同様であれば都合だが、そうはゆかない。

3番目の項目を導入すると (121) 式に相当する式は

$$\frac{s_3}{q_3} = \left( \frac{1}{p_3} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0[\tau_3]} - 1 \right) = \left( \frac{1}{p_3^*} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_2^*[\tau_3/\tau_2]} - 1 \right) \quad (124)$$

であるから

$$p_3^* = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{p_2^*[\tau_3/\tau_2]} - 1 \right) \left( \frac{1}{p_3} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0[\tau_3]} - 1 \right)} \quad (125)$$

となり、これに (123) 式の  $p_2^*$  を入れても、 $\tau_2 = \tau_3$  でない限り (56) 式に相当する式とはならない。

もし  $(\tau_2/\tau_1)p_1 \ll 1$ ,  $\tau_2 p_0 \ll 1$ ,  $p_2^* \ll 1$  ならば (122) 式は

$$\frac{1}{p_2^*} - \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\left( \frac{1}{(\tau_2/\tau_1)p_1} - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \left( \frac{1}{p_2} - 1 \right)}{\frac{1}{\tau_2 p_0} - \frac{\tau_2}{\tau_1}} \quad (126)$$

と書けるから、これ (124) を式に入れれば

$$p_3^* = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{(\tau_3/\tau_1)p_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{(\tau_3/\tau_2)p_2} - 1 \right) \left( \frac{1}{p_3} - 1 \right) / \left( \frac{1}{\tau_3 p_0} - 1 \right)^2} \quad (127)$$

となり、これは (56) 式と同等である。一般に  $i=2, \dots, n$  について  $s_i/q_i$  は項目  $A_{i-1}$  の異常の有無の影響を受けず

$$(\tau_i/\tau_{i-1})p_{i-1} \ll 1, \tau_i p_0 \ll 1, p_i^* \ll 1 \quad (128)$$

ならば、 $n$  項目の重複異常期間に地震の起る確率  $p$  は (56) 式を用いて求められる。上記仮定が成り立たないときは (125) 式に相当する

$$p_i^* = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{p_{i-1}^*[\tau_i/\tau_{i-1}] - 1} \right) \left( \frac{1}{p_i} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0[\tau_i]} - 1 \right)} \quad (129)$$

によって順次計算してゆけばよい。

$n$  項目の共通異常期間に対する  $q$  は (47) 式と同じになるが、 $s$  は (49) 式のように簡単にはならない。 $n$  項目の異常期間の重複が起ったとき、一つの地震が  $A_1, \dots, A_k$  の異常期間には含まれるが、 $A_{k+1}, \dots, A_n$  の異常期間からは外れるという場合があるからである。 $r$  も簡単な形では表せない。

次に  $n$  個の項目のいずれかが (重複してもよい) 異常である期間はみな異常期間とみなし、すべての項目が正常のときのみを正常期間とする場合は、 $q'$  は (60) 式と同じになるが、 $s'$  は (62) 式のようにはならない。従って  $p', r'$  も簡単な形では表せない。 $r$  については (123) 式と同様な考え方によって

$$\frac{1-s_i}{1-q_i} = \left( \frac{1}{r_i} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0[\tau_i]} - 1 \right) = \left( \frac{1}{r_i^*} - 1 \right) / \left( \frac{1}{r_{i-1}[\tau_i/\tau_{i-1}] - 1} \right) \quad (130)$$

から

$$r_i^* = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{r_{i-1}^*[\tau_i/\tau_{i-1}] - 1} \right) \left( \frac{1}{r_i} - 1 \right) / \left( \frac{1}{p_0[\tau_i]} - 1 \right)} \quad (131)$$

によって次々と求めてゆけばよい。項目  $A_1$  から  $A_k$  までの共通異常期間が項目  $A_{k+1}$  から  $A_n$  までについては正常である場合の  $p_{1..k}^{(k)}$  も同様にして求めることができる。

項目間の相関を考える場合の取扱いも、項目ごとに  $\tau_i$  が異なる際は、当然前節の結果からずれてくる。ただし、前節の結果は近似的ないしは定性的な議論には利用できるであろう。

## 6. 数値例

各項目の独立性を仮定して、複数項目による地震予知の適中率を (56) 式又は (129) 式を用いて計算すると、単独項目による適中率  $p_i$  はみなかなり小さくとも、3 項目以上に異常が現れた場合の総合適中率は 1 にかなり近くなる。もっとも、この場合、3 項目以上による総合予知率  $q$  は各項目の  $q_i$  よりかなり小さくなる。 $q$  があまり小さいのは、適中率優先主義に偏りすぎ、地震予知業務としては好ましくないと考えられるから、多項目による総合予知を行う場合は、単一項目による場合よりも「異常」の判定基準をゆるめて、 $q_i$  が大きくなるようにしておくほうがよいだろう。基準をゆるめれば、当然  $p_i$  は小さくなるから、総合適中率  $p$  は、ゆるめる前ほどは大きくなる。ただし、この辺の議論を数式を用いて行うのは、いろいろな仮定を置かねばならず、あまり意味があるとは思えない。いずれにせよ、 $p$  の計算式には  $q_i$  は直接関係していないので、ここでは基準は適切に選ばれて  $q$  が小さくなり過ぎる心配はないものと考えておく。

以下、複数項目による地震予知を考える際の参考になるよう、三つの場合 I, II, III を想定して、(56) 式及び (129) 式による適中率 (地震発生の確率) を計算してみた。

まず、Table 3 に示すように I の場合の 3 日当りの地震の発生率を 0.0002, II, III の

Table 3. Some numerical examples for the probability that a prediction based on 2 to 4 anomalies will be successful. Cases I, II, and III correspond to different  $p_{04}$  values.

Probabilities		Case I	Case II	Case III	Remarks
P(E)	per 3000 days: $p_{01}$	0.181	0.0952	0.0488	} Calculated from eq. (118) Assumed
"	300 " : $p_{02}$	0.0193	0.00995	0.00499	
"	30 " : $p_{03}$	0.00200	0.00100	0.000500	
"	3 " : $p_{04}$	0.0002	0.0001	0.00005	
Recurrence interval (yr)		41.1	82.1	164.	=3/(365 $p_{04}$ )
P(E A <sub>1</sub> )	per 3000 days: $p_1$		0.4		} Assumed Calculated from eq. (118)
"	300 " : $p_1$		0.0498		
"	30 " : $p_1$		0.00510		
"	3 " : $p_1$		0.000511		
P(E A <sub>2</sub> )	per 300 days: $p_2$		0.2		} Assumed Calculated from eq. (118)
"	30 " : $p_2$		0.0221		
"	3 " : $p_2$		0.00223		
P(E A <sub>3</sub> )	per 30 days: $p_3$		0.1		} Assumed From eq. (118)
"	3 " : $p_3$		0.0105		
P(E A <sub>4</sub> )	per 3 days: $p_4$		0.05		Assumed
P(E A <sub>1</sub> ∩ A <sub>2</sub> )	per 300 days: $p$	0.393	0.566	0.723	} $p$ : Calculated from eq. (56)
"	" : $p_2^*$	0.393	0.566	0.723	
"	30 " : $p$	0.0546	0.104	0.188	
"	" : $p_2^*$	0.0488	0.0801	0.121	
"	3 " : $p$	0.00567	0.0113	0.0223	
"	" : $p_2^*$	0.00499	0.00831	0.0128	
P(E A <sub>1</sub> ∩ A <sub>2</sub> ∩ A <sub>3</sub> )	per 30 days: $p$	0.762	0.928	0.981	} $p_i$ : Calculated from eq. (129)
"	" : $p_3^*$	0.740	0.906	0.968	
"	3 " : $p$	0.232	0.547	0.829	
"	" : $p_3^*$	0.126	0.211	0.243	
P(E A <sub>1</sub> ∩ A <sub>2</sub> ∩ A <sub>3</sub> ∩ A <sub>4</sub> )	per 3 days: $p$	0.988	0.998	0.9998	} $p_i$ : Calculated from eq. (129)
"	" : $p_4^*$	0.974	0.993	0.997	
P(E A <sub>1</sub> )	per 3000 days: $p_1$	0.584	0.4	0.245	} P(E A <sub>2</sub> )s for Case II are the same as above.
"	300 " : $p_1$	0.0840	0.0498	0.0277	
"	40 " : $p_1$	0.00873	0.00510	0.00281	
"	3 " : $p_1$	0.000877	0.000511	0.000281	
P(E A <sub>2</sub> )	per 300 days: $p_2$	0.334	0.2	0.111	} P(E A <sub>2</sub> )s for Cases I and III are calculated from eq. (85).
"	30 " : $p_2$	0.0399	0.0221	0.0117	
"	3 " : $p_2$	0.00406	0.00223	0.00117	
P(E A <sub>3</sub> )	per 30 days: $p_3$	0.182	0.1	0.0526	} $p_i$ : Calculated from eq. (129)
"	3 " : $p_3$	0.0199	0.0105	0.00539	
P(E A <sub>4</sub> )	per 3 days: $p_4$	0.0952	0.05	0.0256	
P(E A <sub>1</sub> ∩ A <sub>2</sub> )	per 300 days: $p$	0.695	0.566	0.415	} $p$ : Calculated from eq. (56)
"	" : $p_2^*$	0.695	0.566	0.415	
"	30 " : $p$	0.155	0.104	0.0624	
"	" : $p_2^*$	0.120	0.0801	0.0522	
"	3 " : $p$	0.0176	0.0113	0.00657	
"	" : $p_2^*$	0.0118	0.00831	0.00535	
P(E A <sub>1</sub> ∩ A <sub>2</sub> ∩ A <sub>3</sub> )	per 30 days: $p$	0.953	0.928	0.881	} $p_i^*$ : Calculated from eq. (129)
"	" : $p_3^*$	0.933	0.906	0.860	
"	3 " : $p$	0.645	0.547	0.418	
"	" : $p_3^*$	0.237	0.211	0.178	
P(E A <sub>1</sub> ∩ A <sub>2</sub> ∩ A <sub>3</sub> ∩ A <sub>4</sub> )	per 3 days: $p$	0.9990	0.998	0.997	} $p_i^*$ : Calculated from eq. (129)
"	" : $p_4^*$	0.994	0.993	0.991	

場合はその 1/2, 1/4 とする. それぞれの場合の 30 日, 300 日, 3000 日当りの地震発生確率を (118) 式を用いて求めると表に示す値となる. また, この場合, 地震の平均再来期間はそれぞれ 41 年, 82 年, 164 年となる. 次に四つの項目  $A_1, A_2, A_3, A_4$  による予報適中率をそれぞれ 0.4 ( $\tau_1=3000$  日), 0.2 ( $\tau_2=300$  日), 0.1 ( $\tau_3=30$  日), 0.05 ( $\tau_4=3$  日) とする. さらに,  $A_1$  については 300 日, 30 日, 3 日,  $A_2$  については 30 日, 3 日,  $A_3$  については 3 日当りの予報の適中率を (118) 式によって求めてある.  $A_1$  のように異常期間が長い項目では  $p_1$  がかなり大きくなければ意味がない.  $p_1=0.4$  でも I の場合の地震発生率 0.181 の 2.2 倍でしかない. これに対して異常期間の短い  $A_4$  では  $p_4=0.05$  でも I の場合の地震発生率 0.0002 の 250 倍になっている.

項目  $A_1$  と  $A_2$  に同時に異常が現れたときの適中率を (56) 式と (129) 式によって計算した. 300 日当りの値は両者等しい. 30 日当りの  $p$  は, 30 日当りの  $p_1$  と  $p_2$  から (129) 式により求めたが, 30 日当りの  $p_2^*$  は 300 日当りの  $p_2^*$  から (118) 式によって換算したものである. 3 日当りの  $p, p_2^*$  も同様にそれぞれ (129) 式, (118) 式による値である.  $A_1, A_2, A_3$  及び  $A_1, A_2, A_3, A_4$  に同時に異常が現れたときの適中率も同様に算出してある. Table 3 の前半に示す値をみると, 重複異常期間当りの  $p$  と  $p_i^*$  ( $i=3, 4$ ) はそれほど差異がない. しかし, 重複異常期間の 1/10, 1/100 当りの値は両者の違いが目立つ. もちろんこの場合には  $p_i^*$  のほうが適当な値である.

適中率は I, II, III の順に大きくなっているが, これは  $p_0$  がその順で小さくなるのにも拘らず, 同じ  $p_i$  を用いているからである. Table 3 の後半では,  $p_i$  が (85) 式で表されるような形で  $p_0$  に依存する場合を扱っている. II の場合の  $p_i$  を元のままとし,  $\alpha_i$  の値を求め, I と III の場合の  $p_i$  を (85) 式から定めた.  $\alpha_1=6.34, \alpha_2=24.9, \alpha_3=111, \alpha_4=526$  である. 項目  $A_1, A_2, A_3$  の異常期間の 1/10, 1/100 等に対する  $p_i$  は (118) 式による変換値である. Table 3 の後半に示すように求めた  $p_i$  は, 当然  $p_0$  の順に小さくなっている. これらの値を用いて, 2~4 項目に同時に異常が現れたときの適中率を前と同様に算出した結果が Table 3 の後の部分に示されている.

以上の説明は少々わかりにくいので, 理解を助けるため, II の場合の計算を Fig. 6 に図示してある. 横軸は異常期間を対数スケールで示し, 縦の 4 本の破線がここで扱っている四つの期間に当る. 縦軸は今回考案した特殊なスケールで, 確率  $p$  の値を  $-\log\{(1/p)-1\}$  の位置に目盛ったものである. これは正規確率紙のスケールと似ているが, 同じではない. 目盛は  $p=0.5$  の位置を軸として上下対称である. すなわち  $0.5+\varepsilon$  と  $0.5-\varepsilon$  の目盛は 0.5 の目盛から等距離にある. これは

$$-\log\left(\frac{1}{0.5+\varepsilon}-1\right)=\log\left(\frac{1}{0.5-\varepsilon}-1\right) \quad (132)$$

が成り立つからである.

Fig. 6 の曲線は, 単位時間当りの地震発生率が  $p_0$  のとき, 長さ  $\tau$  の期間における地震の発生確率

$$p=1-\exp(-\tau p_0) \quad (133)$$

を表すもので, 右下から順に  $p_0=1/10000$  年, 1/1000 年, ..., 100/年の七つの場合が描かれている. ある  $\tau_1$  に対する  $p$  が与えられたとき, 任意の  $\tau$  に対する確率  $p[\tau/\tau_1]$  を

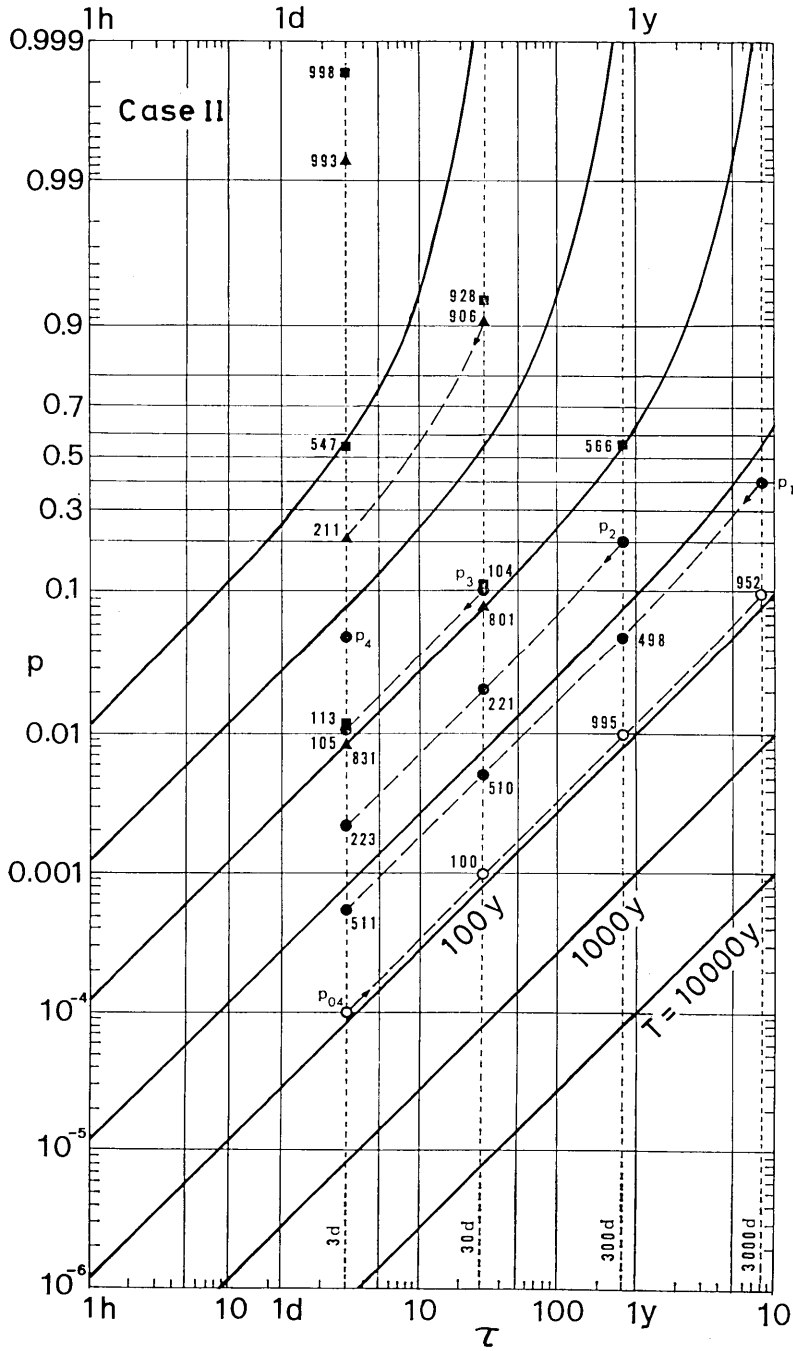


Fig. 6. Calculation of the probabilities listed in Table 3 (Case II) on a special diagram.

知るには、Fig. 6 の上に点  $(\tau_1, p)$  を通るこの曲線 (図中の曲線のいずれかを水平移動したもの) を描けばよい。

Fig. 6 の白丸, 黒丸, 四角, 三角はそれぞれ Table 3 の Case II の  $p_{0i}, p_i, p, p_i^*$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) を示している。Table 3 のどの確率の値に当るかがすぐわかるよう, 各記号の傍に Table 3 の各確率の下3桁の数字が記入してある。

(56) 式は

$$\frac{1}{p} - 1 = \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right) \frac{\frac{1}{p_1} - 1}{\frac{1}{p_0} - 1} \frac{\frac{1}{p_2} - 1}{\frac{1}{p_0} - 1} \dots \frac{\frac{1}{p_n} - 1}{\frac{1}{p_0} - 1} \quad (134)$$

と書けるが、Fig. 6 の縦軸は  $(1/p) - 1$  の対数のスケールであるから、上式の演算 (乗除算) は Fig. 6 の上では加減算となる。例えば  $\tau=300$  日の四角 (566) の位置は、黒丸 ( $p_2$ ) の上方に黒丸 (498) と白丸 (995) の間の距離をとって求められる。  $\tau=3$  日の線上では、四角 (113) は黒丸 (223) の上に黒丸 (511) と白丸 ( $p_{04}$ ) の間の距離をとった位置にあり、四角 (547) はその上に黒丸 (223) と白丸 ( $p_{04}$ ) の間の距離をとったもの、四角 (998) はさらにその上に黒丸 ( $p_4$ ) と白丸 ( $p_{04}$ ) の間の距離を加えて得られる。三角 (993) は同じ距離を三角 (211) の上にとったものであるが、三角 (211, 831), 黒丸 (105, 223, 511) などは、 $\tau=30$  日の線上の対応する三角, 黒丸から、斜めの破線に添って下ってきた位置にある。

Fig. 6 では、白丸 ( $p_{04}$ ) と黒丸 ( $p_1, p_2, p_3, p_4$ ) を最初に与えれば、他の記号の位置はこのような作図によってすべて求められる。これは (78) 式を用いた近似ではなく、(56), (129) 式による計算値である。Fig. 6 のようなスケールと曲線を書入れた用紙を用意しておくとう便利であろう。なお、(85) 式は

$$\frac{1}{p_i} - 1 = \frac{1}{\alpha_i} \left( \frac{1}{p_0} - 1 \right) \quad (135)$$

と書けるから、 $p_0$  が変わったときの  $p_i$  の値の計算も Fig. 6 の上で簡単に行える。  $p_0$  の変化に伴う  $p_0$  及び  $p_i$  を示す点の移動の向きと距離はみな等しいので、 $p$  を示す点も同じ向きに同じ距離だけ動くことになる。

## 7. むすび

以上、地震予知に関連する確率についての議論を展開したが、実際の地震現象はここで仮定した場合よりも、ずっと複雑である。ここでは、地震及び異常の有無のみを問題とし、現象の大きさ、強さは考えなかったが、実際には地震の大きさにも、異常の強さにも大きな幅があり、大きい地震ではより強い前兆的異常が広範囲に現れる傾向があることは確かである。また、同じ項目でも地震の大小によって異常期間に長短があることは充分考えられる。しかし、このようなことを取り入れて、沢山のパラメータを含む問題を議論することは容易でない。

各項目に関する確率の値は、長年にわたる観測データの蓄積をまって見当がつけられてゆくものと思われるが、地震予知の事例を短い年月のうちに集めるのは難しく、また、地



域性の問題もある。1966年をピークとする松代群発地震のときには、地盤の隆起、活発な小地震の活動、地磁気の変化、地下水の異常など、著しい異常が種々の項目に現れたが、大地震は発生しなかった。これに対して、これらの異常は大地震の前兆という見方からはノイズであるが、大地震とは異なる一種の地殻活動によって同時に発生したものであり、ノイズ同志の独立性が成り立っていないから(56)式を適用することはできないという解釈がある。あるいは、松代地区ではこのような著しい異常があっても大地震は起りにくい特別な地域であり、各項目の  $p_i$  はふつうの地域よりも著しく小さいのであると考えることもできよう。

このような現状では、本論文で扱った式を用いて計算した確率を不用意に使うのは危険である。これらの式は、むしろ、地震予知の確率的な面をよく理解することによって、予知計画の立案、予知情報の発表などをより有効なものにするために役立てるのがよいと思われる。このようなときには、第2~4節で論じた簡単な場合を考えるほうが、考え易く、それで十分な場合も多いだろう。

## 謝 辞

論文のプレプリントを下さった安芸敬一、E. Grandori and G. Grandori の諸氏に感謝する。

## 文 献

- AKI, K., 1981, A probabilistic synthesis of precursory phenomena, in *Earthquake Prediction: An International Review*, edited by D.W. Simpson and P.G. Richards, A.G.U., Washington, D.C., 566-574.
- ANDERSON, J.G., 1981, A simple way to look at Bayesian model for the statistics of earthquake prediction, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **71**, 1929-1931.
- ANDERSON, J.G., 1982, Revised estimates for the probabilities of earthquakes following observation of unreliable precursors, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 879-888.
- CAO, T. and K. AKI, 1982, Assigning probability gain for precursors of four large Chinese earthquakes, preprint.
- COLLINS, J.D., 1977, The probabilistic significance of earthquake prediction, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **68**, 243-244.
- EVISON, F.F., 1982, Earthquake forecasting and countermeasures planning, *Earthq. Predic. Res.*, **1**, 115-124.
- GRANDORI, E. and G. GRANDORI, 1982, Some probabilistic aspects of earthquake prediction, preprint.
- GRANDORI GUAGENTI, E. and F. SCIROCCO, 1980, A discussion of seismic risk including precursors, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **70**, 2245-2251.
- KIJKO, A., 1981, Comments on "The probabilistic significance of earthquake prediction" by J.D. Collins, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **71**, 555-556.
- RHOADES, D.A. and F.F. EVISON, 1979, Long range earthquake forecasting based on a single predictor, *Geophys. J.*, **59**, 43-56.
- 宇津徳治, 1977, 地震予知の適中率と予知率, 地震II, **30**, 179-185.
- 宇津徳治, 1979, 地震予知の適中率の計算 (伊豆大島付近海地震を例として), 地震予知連絡会報, **21**, 164-166.
- VERE-JONES, D., 1978, Earthquake prediction—a statistician's view, *J. Phys. Earth*, **26**, 129-146.

23. *Probabilities in Earthquake Prediction (The Second Paper).*

By Tokuji UTSU,  
Earthquake Research Institute.

There are 15 different equations, each of which relates four of the following six probabilities defined for an earthquake prediction system based on a single observational element. It is assumed that the occurrence of a precursorlike anomaly in the observational data increases the probability of the occurrence of an earthquake during a time interval of length  $\tau$  which is called "warning period".

- (1)  $p_0$ : Probability that a randomly chosen time interval of length  $\tau$  contains an earthquake = Secular rate of the occurrence of earthquakes per time interval of length  $\tau$ ,
- (2)  $q_0$ : Probability that a randomly chosen moment of time falls in a warning period = Secular rate of the occurrence of the anomalies per time interval of length  $\tau$ ,
- (3)  $p$ : Probability that a warning period contains an earthquake = Probability of success for an alarm issued to an warning period ( $1-p$ : Probability of false alarm),
- (4)  $q$ : Probability that an earthquake falls in a warning period = Probability that an earthquake is successfully predicted on the basis of the anomaly ( $1-q$ : Probability of failure),
- (5)  $r$ : Probability that a randomly chosen time interval of length  $\tau$  outside of the warning periods contains an earthquake,
- (6)  $s$ : Probability that a randomly chosen moment of time outside of the periods of length  $\tau$  ended by every earthquake occurrence falls in a warning period.

For an earthquake prediction system employing  $n$  observational elements, the probabilities corresponding to (1) to (6) can be defined and expressed in terms of some of the probabilities for individual elements, if the anomaly and the warning period for the multi-element system are defined in the following manner (1), (2), or (3) and the  $n$  elements are mutually independent in the manner explained in the text.

- (1) The multi-element anomaly is recognized only when all of the  $n$  anomalies occur at the same time and their warning periods overlap.
- (2) Any anomaly and warning period of individual elements are recognized as the anomaly and warning period of the multi-element system,
- (3) The multi-element anomaly is recognized only when  $k$  anomalies occur at the same time and their warning periods overlap (no anomalies are found in the remaining  $n-k$  elements in the same period).

In the above three cases, the length of the warning periods by individual elements and the overlapping periods are assumed to be equal to  $\tau$ . However, anomalies having warning periods of nearly equal length may be dependent. Anomalies having very different warning period lengths are more likely independent. Formulas for the expression of  $p$  for the latter case are proposed. Some discussions are also made for the case in which  $n$  anomalies are partially dependent.