

33. 微小地震観測網による遠地地震 P 波の波形データ 処理方式について

地震研究所 { 莊 燦 濤
溝 上 恵

(昭和 56 年 10 月 31 日受理)

1) はじめに

1960 年代の後半から 1970 年代にかけて日本国内には多くの微小地震観測網が設置された。これらの観測網はいまでもなく局地的な微小地震の活動を調べることを目的として作られたものである。それらの多くはテレメータ化され、地震波形データは各々の観測点から連続的に集中局へ伝送されている。集中局ではこれらの波形データを収録、処理するためのシステムが導入されている場合が多い。しかし一方微小地震観測網が高感度地震計をそなえていることを考えると、局地地震だけでなく遠地地震を観測する機能もそなえているといえる。微小地震観測網による遠地地震波信号は地球内部構造の研究などにとって有用な情報であるが、その高精度での検出処理方式の開発はほとんど試みられなかった。たとえば、これまでは遠地地震と地下核爆発の波形信号の検出処理はもっぱら群列地震計 (array station) により行われてきた。

一般に微小地震観測網での地震計の配列は観測網の中の地震活動に依存するので、群列地震計のばあいのように遠地地震検出に適した規則性のある配列になっていない。そのため群列地震計で用いられている遠地地震波信号の処理方式をそのまま微小地震観測網にあてはめることはできない。本論文では地震研究所和歌山微小地震観測所の観測網を例としてあげ、観測点が不規則な配列をしている場合の遠地地震のデータ処理方式の検討を試み

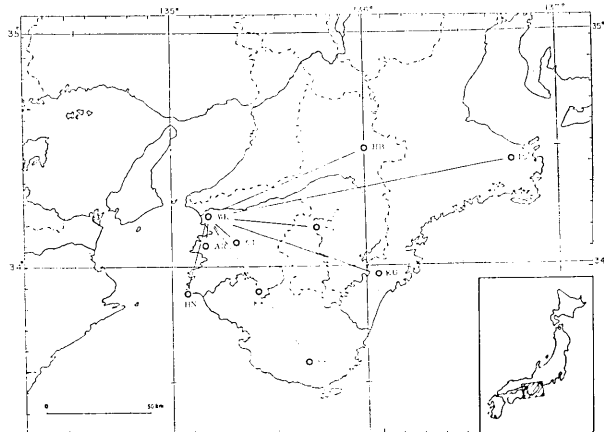


Fig. 1. Station distribution of the Wakayama Microearthquake Observatory, ERI. The coordinates of the stations are given in Table 3.

る。

和歌山微小地震観測所の観測点配列を Fig. 1 に示す。これらの観測点には振子の固有周期 1 sec, 減衰定数 h が 0.7 の短周期地震計が設置されている。この観測網の東西および南北方向のスパンはそれぞれ約 150 km および 120 km である。観測点の配列とその数は 1965 年の設置以来, 期間により多少ことなるが約 10 点の観測点で紀伊半島全域をおおっている。従来の記録方式は 4 mm/sec の送り速度によるドラム記録方式である。この記録方式は高精度の波形データの処理には適さない。しかし規模 M の大きな遠地震や地下核爆発の波形データのように S/N の良い記録であれば, 拡大, 円弧補正, デジタル化などの手順をふんでデータ処理の実験に用いることができる。

和歌山微小地震観測所では, 1982 年に観測点の増設とそのテレメータ化が完成する。また地震波データを収録, 検測するシステムが導入される。この新しい観測システムの導入にともなう局地的な地震のデータ処理だけでなく, 遠地震の波形データの高精度の検測処理も行う計画である。ここでは従来の方式による多点の遠地震の波形データを用いて, 新しいデータ処理方式の開発を試み, その適用性の良否について検討する。

LACOSS (1975) は遠地震の波形データの検測処理に array 処理方式を適用するための条件として次の 5 項目をあげた。すなわち

- i) 3 点以上の観測点からなる観測網であること。
- ii) 観測網のスパンが約 100 km~300 km 程度までのものであること。
- iii) 全観測点について同一特性の地震計が設置されかつ時刻については同期がとれていること。
- iv) 地震波形データはオンラインで同時に集中収録されていること。
- v) 同一地震の地震波形データは 1 データグループとしてまとめられた形で磁気テープ等の高速処理可能な媒体に記録されていること。

これらの条件は近代化された多くの微小地震観測システムではすべて満足されている。

JANSSON ら (1968) は Fennoscandian 地域の観測網について, 観測点間の距離が約 1800 km もはなれている場合でも array 処理方式を適用するのに十分な波形の類似性が認められるということを指摘している。これに対して和歌山微小地震観測所のように地震活動レベルの高い地域ではその地下構造が複雑であると考えられる。そのため各観測点での地震波形の類似性が比較的短距離の範囲内でしか保たれなくなる。もし波形の類似性が一定水準を下まわるならば array 処理方式を導入することはきわめてむずかしくなる。ただしこの波形の類似性の議論のためには客観的な評価の方式を定める必要がある。ここでは 2 つの観測点での波形データの相互相関々数と coherency 関数を用いて波形の類似性の検討を行う。

2) 異なる観測点での地震波形の類似性についての検討

地震波形データの解析を行うために Table 1 示した 5 箇の遠地震および地下核爆発をえらんだ。これらはいろいろな方位角および震央距離のデータを含むよう考えてえらんだ。Fig. 2 にはこれらの地震や地下核爆発の各観測点における波形データを示す。これらの地震波形を時間系列としてパワースペクトル, 相互相関々数および coherency 関数を求める。

Table 1. List of events given by ISC used for the evaluation of the power spectrum and coherency function of the teleseismic P waves.

No.	Region	Date	O. T.			Long.	Lat.	Dep. km	M	Stations
			h	m	s					
1	Halmahera	Sep. 08, 1966	21	15	52.3	2.3N	128.40E	90	6.6	HB, KU, AR, ST, KK, OI
2	Western Caroline Is.	Aug. 26, 1967	00	36	37.4	12.18N	140.80E	78	6.1	KU, HB, AR, HD, KK, OI
3	New Hebrides	Jun. 19, 1969	18	50	52.4	14.89S	167.19E	114	6.2	SK, KU, KK, IN, AR, HB
4	Novaya Zemlya	Oct. 14, 1969	07	00	06.2	73.40N	54.81E	0	6.3	HB, OI, ST, KK, IS, KU
5	Rat Is.	Nov. 06, 1969	22	00	00.1	51.49N	179.11E	0	6.6	AR, ST, SK, KK, OI, HB

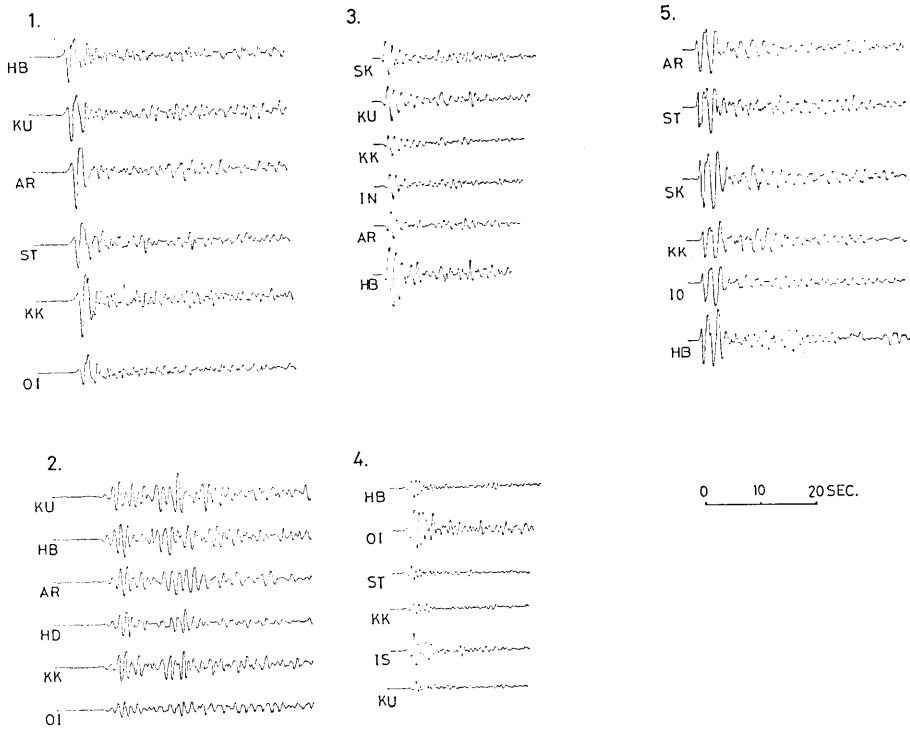


Fig. 2. Examples of teleseismic P wave signals of the events No. 1~5 in Table 1 recorded at the stations of the Wakayama Microearthquake Observatory.

A) パワースペクトル

Fig. 3 は No. 1~5 の地震のP波のパワースペクトルを示したものである。同一の地震に対する各観測点のP波のパワースペクトルは一つの図として重ねて示してある。Fig. 2 に示す結果から同一の地震については各観測点のP波のパワースペクトルは非常

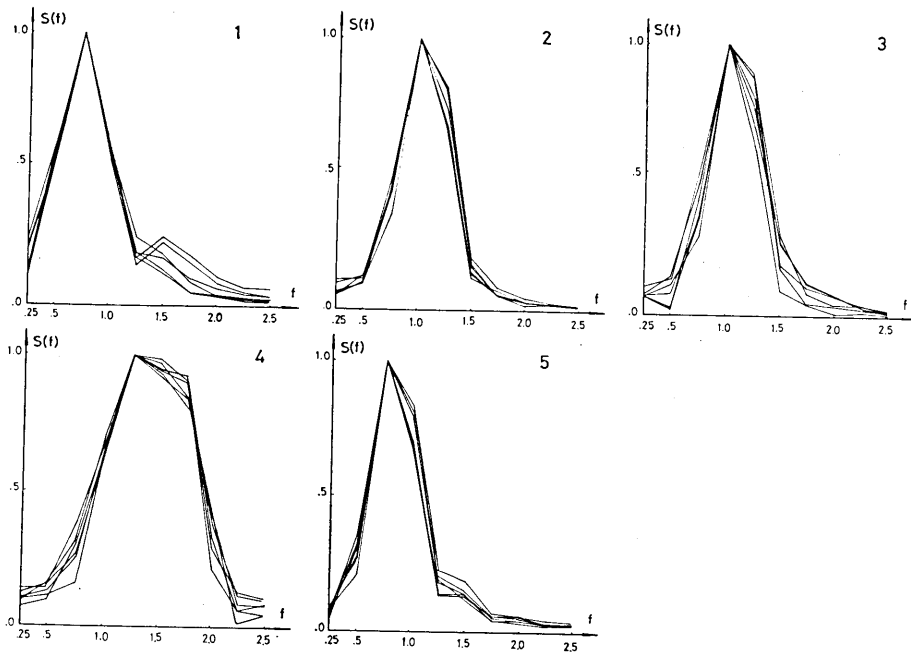


Fig. 3. Power spectrum $S(f)$ of teleseismic signals of the events of No. 1~5 in Table 1.

によく一致している。このパワースペクトルはサンプル時間々隔を 0.04 sec, データの長さを初動から 25 sec にとり, BENDAT ら (1971) の方法を用いて計算した。すなわちパワースペクトル $S(f)$ は次式により与えられる。

$$S\left(\frac{kf_c}{m}\right) = 2h \left[R_0 + 2 \sum_{r=1}^{m-1} D_r R_r \cos\left(\frac{\pi r k}{m}\right) \right] \quad k=0, 1, \dots, m \quad (1)$$

ただし (1) 式において周波数 f は離散値 kf_c/m , Hamming weight D_r と相関関数 R_r はそれぞれ

$$\begin{aligned} D_r &= D(rh) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi r}{m}\right) \right) & r=1, 2, \dots, m \\ D_r &= 0 & r > m \\ R_0 &= R(0) & r=0 \\ R_r &= R(rh) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n x_{n+r} & r=1, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

とする。上式で, h はサンプル間隔, N は使ったデータの長さ, m は相関の遅延数, f_c は Nyquist 周波数, x_i は i 番目のサンプル点における波形信号の振幅値である。

パワースペクトルの精度と一定の分解周波数を保つためにやむなく 25 sec という比較的長いデータをとる。一般にはデータの長さを大きくすると, P 波以外の波も含まれることになり不都合であるが, 今の場合 P 波を含む波の全体として, 各観測点での波の類似性を

評価することにする。このスペクトル解析に用いたデータは前にものべたように4 mm/secの送り速度のドラム記録によっているので波形データの振幅値および時間軸の値の精度は直接デジタル収録したデータによるほどには高くない。

Fig. 3 でみられるようにこの5箇のイベントのP波のパワースペクトルは次の特性を持つ。

(i) パワースペクトルは一つのピークをもつ簡単な形をしている。P波のエネルギーは周波数が2.5 Hzより小さい範囲に集中する。2.5 Hzより高い周波数成分はほぼ最大ピークの1/10以下になる。

(ii) パワースペクトルにもとづいて決めた-3dB帯域(band width)は約0.5~1.0 Hzの狭い範囲内にある。

(iii) スペクトルの最大のピークは0.7~1.5 Hzの範囲内にある。

以上にのべたスペクトル特性を考慮すると中心周波数約1 Hzで-3 dB帯域が0.5~2.0 Hzであるようなバンドパスフィルターを使えばノイズを有効に除去することができる。これ以後の議論ではP波のエネルギーが2.5 Hzより低い周波数の範囲に集中していると仮定する。

B) 相互相関々数

同一地震についての各観測点における波形の類似性を調べるために2つ異なる観測点をえらんでそれらの波形データの相互相関々数を求めた。Fig. 4はNo. 1~5のイベントの*i*観測点と*j*観測点の間の相互相関々数 R_{ij} を示す。 R_{ij} は次のように定義される。

$$R_{ij}(N\Delta t) = \frac{\sum_{k=1}^M x_k^i x_{k+N}^j}{\left(\sum_{k=1}^M (x_k^i)^2 \sum_{k=N}^{M+N} (x_k^j)^2 \right)^{1/2}} \quad (3)$$

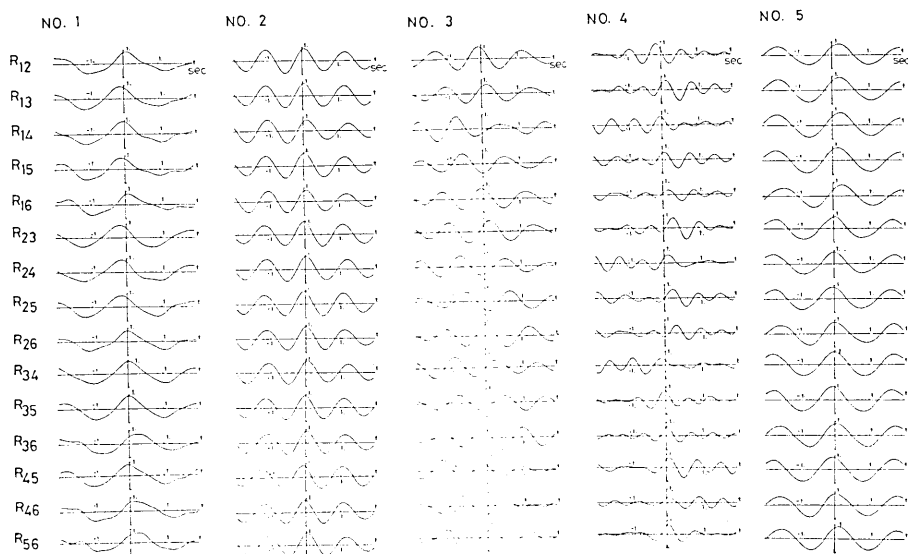


Fig. 4. Cross-correlation function R_{ij} of the teleseismic signals for the events No. 1~5 in Table 1.

ただし Δt はサンプリングの時間々隔, $N\Delta t$ は相互相関々数をとるときの遅延時間, M はデータの長さ, x_k^j は第 j 番目観測点の第 k 番目のデータである.

相互相関々数の最大値は2つの観測点の間の波形の類似性の度合いを示している. 相互相関々数の最大値はデータの長さに依存する. すなわちデータの長さが 20 sec の場合には No. 1~5 のイベントの相互相関々数の最大値の平均値を求めた結果は 0.71~0.74 の範囲にあるが, 10 sec の場合にはその結果が 0.80~0.85 の範囲にある. Fig. 2 を見るとデータの長さが 10 sec の場合にはそのほとんどの部分がP波グループに属していると考えられる. データの長さが 10 sec の場合の方が 20 sec の場合よりP波グループの波形の類似性を評価するために適していると推定される. データの長さを短くすれば, この最大値はより大きくなるが, データの長さを大きくしすぎるとノイズについての相関性も高くなるので必ずしも S/N を改善することにはならない.

相互相関々数は観測点間の距離に依存すると考えられる. Fig. 5 には2つの観測点間の距離 r_{ij} と相互相関々数の最大値 $(R_{ij})_{\max}$ と関係を表わす. これは No. 1 と No. 2 のイベントのデータの長さが 20 sec の場合についての結果である. r_{ij} と $(R_{ij})_{\max}$ との関係はさまざまな原因による誤差や地下構造の差異により比較的大きなばらつきを示す.

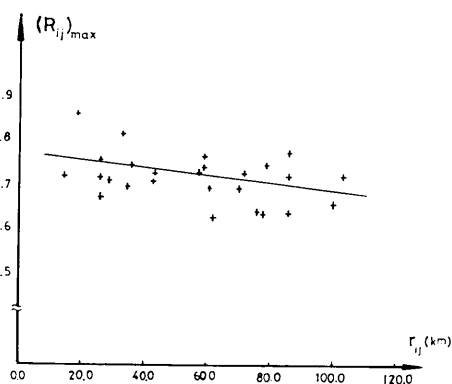


Fig. 5. Relationship between the distance r_{ij} from the i -th to the j -th station and the maximum cross-correlation function $(R_{ij})_{\max}$. The distance between the i -th and j -th stations is indicated by r_{ij} .

しかし全体としてみると, 観測点距離 r_{ij} が増加すると相互相関々数の最大値は小さくなる傾向がみられる. しかし観測網全体としてみた場合, 観測点間の距離の増加にともない相互相関々数の値が急に小さくなるということはない. 従ってここで取上げる各観測点を array の要素と見たてて波形処理を行ってもさしつかえない.

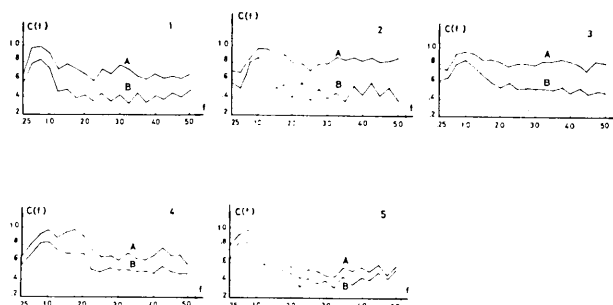


Fig. 6. Average coherency function $C(f)$ of the teleseismic signals for the events No. 1~5 in Table 1.

C) Coherency 関数

地震波形の類似性が周波数によってどのように変化するかをみるために2つの観測点間の波形の coherency 関数を求めた。Fig. 6 には No. 1~No. 5 の5箇のイベントについて平均した coherency 関数を示す。一つのイベントについて2つ観測点の組合せごとに coherency 関数を求める。したがって全部で15箇の組合せについて coherency 関数が求められる。Fig. 6 の曲線 $C(f)$ はこの15箇の組合せについての coherency 関数の平均値である。この図で曲線AとBはそれぞれデータ長さが10 sec と20 sec の場合の結果である。この coherency 関数を求める方法は BENDAT ら (1971) による。Fig. 6 に示すように、P波グループのパワースペクトルがピークをもつ 0.25~2.5 Hz の帯域で、coherency 関係も大きな値を持つことがわかる。データの長さが10 sec の場合には coherency 関数は0.9以上になる。JANSSON ら (1968) は Fennoscandian の観測網で記録した遠地地震を解析した。和歌山の場合にはデータの長さを20 sec とすると、Fennoscandian の観測網の8 sec のデータの結果よりも約0.1小くなる。これは和歌山地域の地下構造の複雑さによるものかもしれない。さらに長いデータをとれば、P波に後続する波には地下構造による反射波や回折波などが含まれるため coherency 関数の値はより小さくなると考えられる。

以上のべたように和歌山微小地震観測所の観測網による遠地地震のP波の波形データは、周波数帯域が0.25~2.5 Hz の範囲についてみるかぎり、相互相関々数および coherency 関数のいずれの点からみてもかなり高い類似性があるといえる。したがってこのP波の波形データの高い類似性を利用して、P波の到着時刻、到来方位および見かけ速度の高精度検測を行うシステムの開発は十分可能である。

3) P波の到来の方位角と見かけ速度の決定

ある観測網を用いて array 処理方式により遠地地震の震源を決めるにはその観測網の slowness ベクターの補正值を知る必要がある。そのためには正確に遠地地震のP波の到来方位角と見かけ速度を決定する必要がある。P波の相対到着時刻差が正確に決めうる規模Mの大きい地震のばあいには次の方法が用いられる。その方法は次の3つのステップから成立っている。すなわち、第1のステップはP波の到着時刻の範囲を測定すること、第2のステップは各観測点間の相対的なP波の到着時刻差を測定すること、第3ステップは測定された到着時刻差から方位角と見かけ速度をもとめることである。また、求められた結果の誤差の評価の方法についても検討する必要がある。

3-1. P波の到着時刻の範囲の測定

P波の到着時刻を1回だけのデータ処理で正確に測定するのは困難なのでまず第一次近似として、P波到着時刻の範囲を適当な方法で測定する。ここでは STEWART ら (1971) の Local 地震のP波を検出する方法を用いて、この範囲を測定する。Fig. 7 はある遠地地震のP波到着時刻範囲を測定した例である。 x_k は地震波波形、 Dx_k は地震波波形の差 $x_k - x_{k-1}$ の絶対値、 Sw_k (short term average) は Dx_k の移動平均、 Lw_k (long term average) は Sw_k の移動平均。 r_k は Sw_k と Lw_k の比である。 r_k でみると、原波形 x_k でみるよりもP波の到着時刻が明瞭に判別ができる。そのためP波の到着時刻範囲の測定には r_k を用いることが適当である。なお移動平均の係数の値は各観測網の状態により変

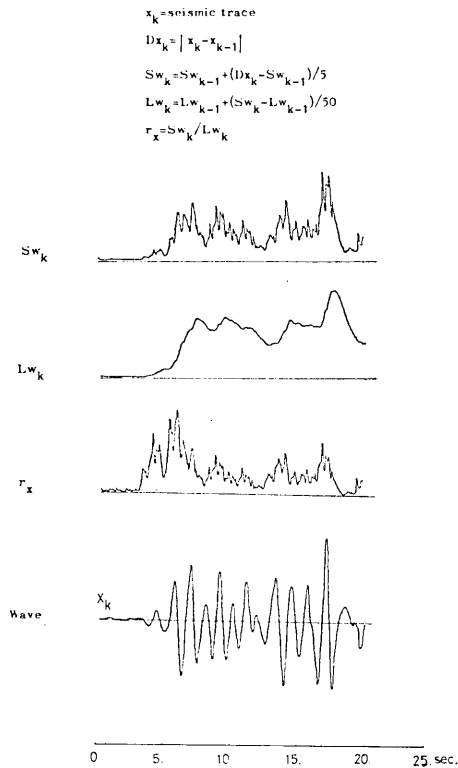


Fig. 7. An example of the data processing procedures for the determination of the P waves with records of short-term average Sw_k , long term average Lw_k , the ratio Sw_k/Lw_k and seismic trace x_k .

味は (3) 式と同じである。相互相関々数を求めるときに使う信号の長さ $T = M_2 - M_1$ をどのようにとるかということは非常に重要である。 T を決める時には (i) T の範囲にほとんど全部の P 波信号が含まれていること、(ii) この範囲内になるべく P 波以外の信号が含まれないことの 2 点を考慮する必要がある。今の場合求める R_{ij} を最大にする T の長さは普通 4~10 秒である。

さて、(4) 式は N の関数である、 R_{ij} を最大にする N が求めようとする i 番目と j 番目の P 波の到着時間差を与えることになる。ただし、 R_{ij} の最大値がある値よりも小さければ、求められた N の値は相対的な P 波到着時刻差としての意味をもないと考えられる。この値は一般には 0.4~0.6 とおけばよい。

3-3. 方位角と見かけ速度の求め方

遠地地震の震央距離は観測網のスパンに比べてはるかに大きいので、地震波を平面波と仮定することができる。Fig. 8 を念頭において空間的な座標軸の原点を観測網内のある点におく。和歌山微小地震観測所の観測網の場合は $135^\circ.0 \text{ E}$, $34^\circ.0 \text{ N}$ を原点とする。OX 軸は東方向に正、OY 軸は北方向に正とする、 i 番目と j 番目の観測点の方位角をそれぞれ

化させることが望ましい。

3-2. P 波の相対到着時刻差の決定

後でのべるように遠地地震では P 波の見かけ速度が大きくまた震央距離も大きい。したがって P 波の到着時刻が少し変化すれば、見かけ速度と方位角は大きく変わる。そのため、到着時の時間精度に対する要求はきびしくなる。近似的な P 波到着時間範囲を決めたあと、相互相関々数を用いてもう一度精度の高い相対到着時差を決めることとする。 i 番目と j 番目の観測点の相互相関々数 R_{ij} は次のように求められる。

$$R_{ij}(N\Delta t) = \frac{M_2}{\sum_{k=M_1}^{M_2} x_k^i x_{k+N}^j} / \left(\left(\sum_{k=M_1}^{M_2} (x_k^i)^2 \right) \sum_{k=M_1+N}^{M_2+N} (x_k^j)^2 \right)^{1/2} \quad (4)$$

ただし M_1 と M_2 は相互相関々数を計算する起点と終点である。ここで M_1 は i 番目の観測点の P 波信号 x^i の真の立ち上がりを含む範囲の起点であり、一般には真の立上りより多少早目の時刻となる。(4) 式の各変数の意

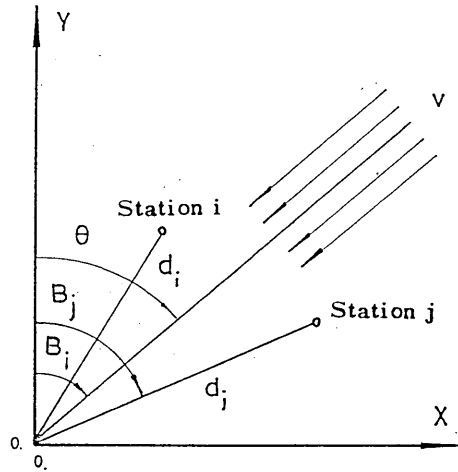


Fig. 8. Geometrical representation of incoming teleseismic signals of the azimuth θ and the apparent velocity V in the coordinates of X and Y . The locations of the i -th and j -th stations are given by the azimuth of B_i , B_j and the distance of d_i and d_j from the origin.

れ B_i および B_j とし、この2つ観測点と原点との距離をそれぞれ d_i , d_j とする。またこの原点からみたときのP波の伝播の方位角と見かけ速度をそれぞれ θ と v とする。また観測網は N 個の観測点からなるものと仮定する。このときP波の伝播の方位角と見かけ速度について次のような方程式が成立つ。

$$\begin{cases} r_{12}^2 x_1^2 + t_{12}^2 x_2^2 - 2a_{12} t_{12} x_1 x_2 - b_{12}^2 = 0 \\ r_{13}^2 x_1^2 + t_{13}^2 x_2^2 - 2a_{13} t_{13} x_1 x_2 - b_{13}^2 = 0 \\ \vdots \\ r_{1N}^2 x_1^2 + t_{1N}^2 x_2^2 - 2a_{1N} t_{1N} x_1 x_2 - b_{1N}^2 = 0 \\ r_{23}^2 x_1^2 + t_{23}^2 x_2^2 - 2a_{23} t_{23} x_1 x_2 - b_{23}^2 = 0 \\ r_{24}^2 x_1^2 + t_{24}^2 x_2^2 - 2a_{24} t_{24} x_1 x_2 - b_{24}^2 = 0 \\ \vdots \\ r_{2N}^2 x_1^2 + t_{2N}^2 x_2^2 - 2a_{2N} t_{2N} x_1 x_2 - b_{2N}^2 = 0 \\ \vdots \\ r_{N-1N}^2 x_1^2 + t_{N-1N}^2 x_2^2 - 2a_{N-1N} t_{N-1N} x_1 x_2 - b_{N-1N}^2 = 0 \end{cases} \quad (5)$$

ただし (5) 式において

$$\begin{cases} r_{ij}^2 = d_i^2 + d_j^2 - 2d_i d_j \cos(B_i - B_j) \\ a_{ij} = d_j \cos B_j - d_i \cos B_i \\ b_{ij} = d_j \sin B_j - d_i \sin B_i \\ x_1 = \cos \theta \\ x_2 = v \\ t_{ij} = t_i - t_j \end{cases} \quad (6)$$

とする。 t_i と t_j は i 番目と j 番目の観測点のP波の到着時刻で、 t_{ij} はそれらの差とし

$$J_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{X=X_0} \quad (i=1, \dots, N, j=1, 2) \quad (12)$$

となる。ただし f_i は F の第 i 番目のエレメントである。

(11) 式の $J^T J$ は特異状態に近いとき発散の可能性があるが [CROSSON, 1976], この状態をのぞくため Damped Least Squares の方法を用いることとする。したがって、 ΔX の方程式は次のような形をとる。

$$\Delta X = -(J^T J + pI)^{-1} J^T F_0 \quad (13)$$

p は Damping 係数で、 I は単位行列である。 X_0 に対する真の補正值を求めるために、(13) 式から求めた ΔX で、 $S(X_0 + c\Delta X)$ が極小値となるような値を求める。そのためにまず $c=1$ とおき、もし $S(X_0 + c\Delta X) < S(X_0)$ ならば、 $X = X_0 + \Delta X$ を新しい近似値とする。もし、この不等式が成立しなかったら、 $c=0$ と $c=1$ に対して $S(X_0 + c\Delta X)$ の値と $c=0$ で の $S(X_0)$ の微係数の値を使って、放物線をあてはめて補間計算を行い、放物線の最小点を与える c' を求める。もし $S(X_0 + c'\Delta X) < S(X_0)$ ならば、 $X_0 + c'\Delta X$ を新しい近似点とする、もしそうでない場合には、二分法を使って、さらに $c=c'/2, c'/4, \dots$ の値についてこれまでと同様の計算を行う。この計算を7回ぐらいくりかえすと解が収斂するが、もし、その結果が $S(X_0)$ よりも小さくならないときには、 X_0 点を極小点とする。こうして、 S の値があらかじめ定めた収斂条件 e より小さくなるまで計算をくり返す。ただし、 kn_0 回繰り返しても収斂しなければ計算を止する。 e と kn_0 は各観測網の状態により定められる定数である。

この方法で、数個の地震について計算を試みた。見かけ速度の初期値 v_0 は任意であるが、ここでは一応 10.0 km/sec とおく。方位角の初期値は最も早い到着時刻を与える観測点からみた方位角を使う。または任意の角度を設定してもよい。

また、観測点の高さの差が大きい時にはその補正をしなければならない。補正の方法は BROWN (1973) を参考とした。Table 2 の上の表は和歌山微小地震観測所の観測網で記

Table 2. List of the events used for the evaluation of the azimuths and the apparent velocities by means of the damped least squares method (upper) and calculated results in comparison with the values from ISC hypocentral coordinates (lower).

No.	Region	Date	O. T.			Long. deg.	Lat. deg.	Dep. km	M
			h	m	s				
1	Fiji Islands	Jan. 24, 1969	02	33	05.53	179.58W	21.84S	595	5.9
2	Novaya Zemlya	Oct. 14, 1969	07	00	06.21	54.81E	73.49N	0	6.1
3	Southern Nevada	Set. 16, 1969	14	30	00.00	116.46W	37.31N	0	6.2

No.	Azimuth		Apparent velocity	
	ISC.	Obs.	ISC.	Obs.
1	135.50	137.85	18.22	18.02
2	-20.15	-22.86	15.87	16.07
3	49.50	52.96	22.11	22.07

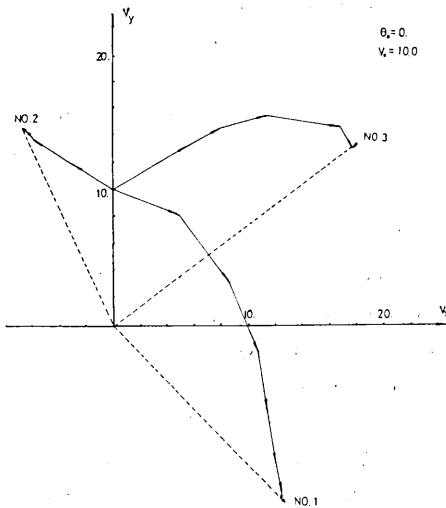


Fig. 9. Convergence results of the apparent velocity component of V_x and V_y in the directions of X and Y as given by the damped least squares method. The initial values of azimuth and apparent velocity are given as $\theta_0=0^\circ$ and $V_0=10.0$ km/sec, respectively.

ΔT_c があると仮定して、相対的な到着時刻差を $T_c' = T_c + \Delta T_c$ とおく。そのときには方程式 (7) を厳密には満足しないので次のような方程式を考える。

$$F_c = x_{1c}^2 R + x_{2c}^2 T_{1c}' T_c' - 2x_{1c}x_{2c} A T_c' - B$$

一方、Damped Least squares の方法で計算した結果は (10) 式を満足する。即ち $X_c + \Delta X_c$ に対して

$$F_c^T F_c \rightarrow \min \quad (14)$$

とする。

これから、次の式が求められる。

$$\Delta X_c = (J_c^T J_c)^{-1} J_c^T F_c \quad (15)$$

J_c は F_c の関数で X_c に対する Jacobian 行列である。 F_c は T_c の誤差の関数であるので、 F_c を T_c について Taylor 展開し、二次以上の微小量を見捨てる、次の式をうる。

$$F_c = J_c \Delta T \quad (16)$$

ただし、 J_c は F_c を T に対する $N \times N$ の Jacobian 行列であり、次の式により求められる

$$J_c = 2x_{2c}^2 T_{1c}' - 2x_{1c}x_{2c} A \quad (17)$$

録した 3 つの例である。Table 2 の下の表はこの方法で計算した結果と ISC の震源座標データから決められた値を示す。Fig 9 はこの 3 つの例の収斂状態を示す。初期値は $\theta_0=0$, $V_0=10.0$ km/sec とした。

3-5. 見かけ速度と方位角の誤差

遠地地震の見かけ速度と方位角の推定誤差の要因はいろいろ考えられるがこれらの誤差はすべて相対到着時刻差の誤差として現われる。そこで、相対到着時刻差に誤差があるときの方位角と見かけ速度の推定誤差を検討する。

観測値 $T = T_c$ とおく。もし、 T_c に誤差がなければ方程式 (7) を厳密に満足する X_c を求められるはずである。いま T_c の誤差

(17) を (15) に代入すると

$$\Delta X = 2(J^T J)^{-1} J^T (x_{20}^2 T_{1C} + x_{10} x_{20} A) \Delta T \quad (18)$$

となる。

いま,

$$H = 2(J^T J)^{-1} J^T (x_{20}^2 T_{1C} - x_{10} x_{20} A) \quad (19)$$

とおく。また、 H_{abs} として、 H の各量の絶対値をとる行列を仮定する。このとき、誤差式は次のようになる。

$$\Delta X = H_{abs} \Delta T \quad (20)$$

和歌山微小地震観測所の観測網を例として、Table 3 の 10 観測

点をえらび ΔX を計算した。座標の原点は緯度 $34^\circ.N0$ と経度 $135^\circ.0E$ である。 ΔT の各量はすべて $\Delta t_{ij} = 0.1 \text{ sec}$ と仮定する、計算の結果を Fig. 10~Fig. 13 に示す。

Fig. 10 に、方位角の誤差と方位角との関係を示した。

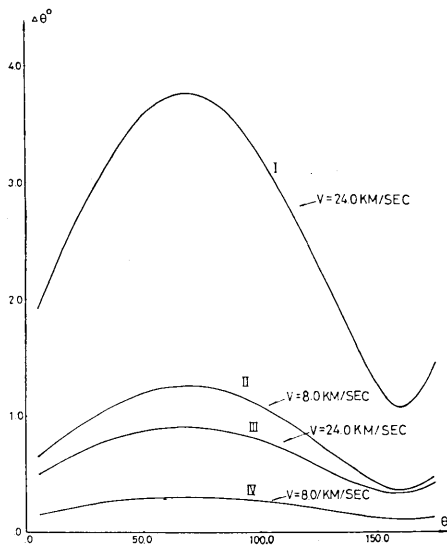


Fig. 10. The maximum (I, II) and the standard errors (III, IV) $\Delta\theta$ in azimuth as a function of azimuth θ (in degrees) for the apparent velocities $V=8 \text{ km/sec}$ and 24.0 km/sec .

Table 3. Station list of the Wakayama Micro-earthquake Observatory used for the calculation of the beam pattern and the integrated pattern as shown in Figs. 14 and 15, respectively. The azimuth and the distance as measured from the origin ($34^\circ N, 135^\circ E$) are indicated as θ and d , respectively.

Station	θ	d
SK (SHICHIKAWA)	125.37 deg.	78.617 km
KU (KUMANO)	91.69	97.844
KK (KAINOKAWA)	105.25	42.349
IS (ISE)	72.22	171.139
ST (SARUTANI)	73.94	71.554
HD (HIDAKA)	122.57	15.245
OI (OISHIYAWA)	69.34	31.225
AR (ARIDA)	57.42	17.71
HB (HAIBARA)	58.39	107.135
WK (WAKAYAMA)	37.40	26.249

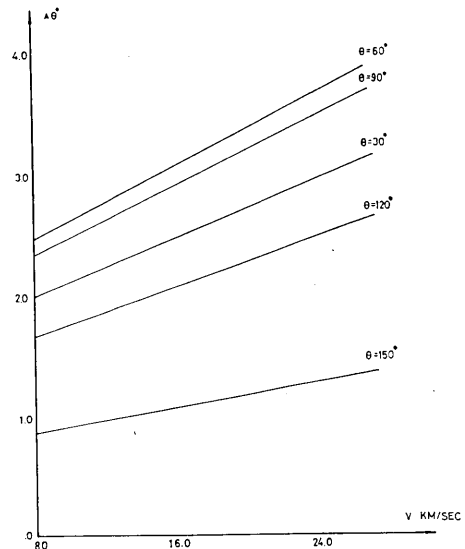


Fig. 11. The maximum errors $\Delta\theta$ in azimuth (in degrees) as a function of apparent velocity V (in km/sec) for the azimuthal range of $60 \sim 150^\circ$.

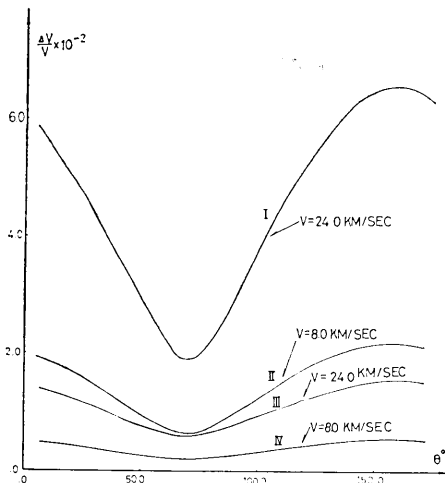


Fig. 12. Variation of the relative values of the maximum errors of the apparent velocity $\Delta V/V \times 10^{-2}$ as a function of the azimuth θ (in degrees) with a parameter of the apparent velocities $V = 8.0$ km/sec and 24.0 km/sec.

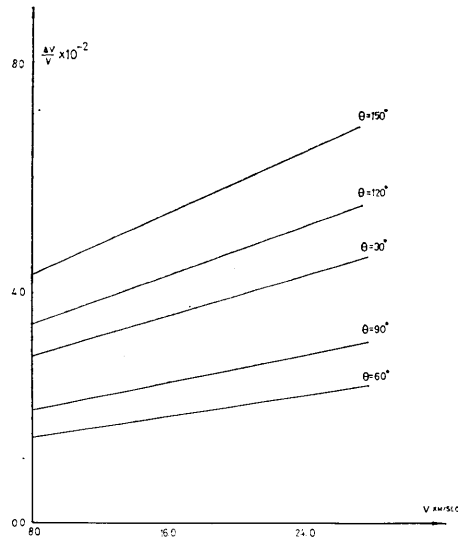


Fig. 13. Variation of the maximum errors of the apparent velocity $\Delta V/V \times 10^{-2}$ as a function of the apparent velocity V (in km/sec) for the azimuthal range of $60^\circ \sim 150^\circ$.

この図で曲線 I と II はそれぞれ見かけ速度が 24.0 km/sec と 8.0 km/sec に対する曲線である。これらは遠地地震の最大と最小の見かけ速度に対応するが、その中間の速度の場合はこの2つ曲線の間にある。なお方位角の範囲として $0^\circ \sim 180^\circ$ を示したが、 $-180 \sim 0^\circ$ の範囲は 4θ 軸に対して対称的に分布する。したがって、方位角 70° と -110° 付近に誤差の極大値を持つ。特に、見かけ速度 24.0 km/sec の場合、この誤差の最大値は約 3.8° になる。逆に、 160° と -20° 付近に最小値があり、 24.0 km/sec の場合、約 1.0° になる。見かけ速度が大きいくほど誤差は増加するが、このような関係は次のように説明できる。すなわち、見かけ速度が大きい場合には、地震波が観測網を伝播するのに要する時間が短くなるため、同じ時間偏差に対して方位角の誤差も増加することになる。Fig. 11 は方位角の誤差が見かけ速度について直線的に変化することを示す。この直線の勾配は方位角によって異なる。

Fig. 12 と Fig. 13 は見かけ速度の誤差の変化を示す。Fig. 12 で、曲線 I と曲線 II はそれぞれ見かけ速度 24.0 km/sec および 8.0 km/sec に対応するものである。Fig. 10 と Fig. 12 を比べると、見かけ速度の誤差の極小値はちょうど方位角の誤差の極大値と対応する。これは見かけ速度と方位角の誤差が相補関係にあることを示している。見かけ速度の変化は、震央距離の値の変化に対応する。この変化は震央と観測点を結ぶ直線方向に対するものであるが、方位角の変化はこの方向と直角方向の変化となる。見かけ速度が 24.0 km/sec の場合に震央距離の誤差は 6.6% になる。HERRIN (1968) の走時表を使うと、見かけ速度が 24.0 km/sec 時の震央距離の誤差は約 7° になり、 8.0 km/sec の場合には約 4.5° になる。

以上の結果は前にも述べたように $\Delta t_{ij}=0.1$ sec と仮定した時に得られた値である。(20)式を見れば、誤差が ΔT と線形関係にあることがわかる。したがって任意の Δt_{ij} については、相対的な倍率をかければ、誤差の大きさを簡単に求められる。(20)式は相対到着時刻差が Δt_{ij} が i 番目と j 番目の観測点のそれぞれの組合せごとに与えられている場合の可能な最大誤差であり、観測点の少しかない観測網に対して、特に実用的な意味がある。実際には、この相対到着時刻差の誤差の符号は任意に分布するので、多くの観測点を持つ観測網に対してはこの誤差はより小さくなる。そこで、観測点の数が多い場合に covariance の評価方法で誤差を求める。(18)と(19)式から

$$\Delta X = H \Delta T \quad (21)$$

が得られる。 X の補正值 ΔX の covariance 行列を $C(\Delta X)$ とおくと、次の式が成立つ。

$$C(\Delta X) = E\{(\Delta X - E\{\Delta X\})(\Delta X - E\{\Delta X\})^T\} \quad (22)$$

ただし、 $E\{\Delta X\}$ は ΔX の期待値である。(21)式を(22)式に代入すると、

$$C(\Delta X) = H C(\Delta T) H^T \quad (23)$$

が得られる。 $C(\Delta T)$ は相対到着時差の covariance 行列である。一般に、 $C(\Delta T)$ は非常に複雑である。しかし、観測点数の多い観測網に対しては Δt_{ij} の平均値は 0、 Δt_{ij} の variance は $\sigma_{\Delta t}^2$ 、 Δt_{ij} の各値は相互に独立であると仮定することができる。そうすると(23)式は

$$C(\Delta X) = \sigma_{\Delta t}^2 H H^T \quad (24)$$

となる。 H は(19)式から求められる。

ここで相対到着時差の標準偏差を 0.1 sec と仮定する。10 観測点からなる和歌山微小地震観測所の観測網に対して、方位角と見かけ速度の標準誤差を求めると、Fig. 10 と Fig. 12 に示した曲線 III と曲線 IV のようになる。この曲線の形は最大誤差の形と同じであるが、ずっと小さな値になっている。P 波到来方位角の標準誤差は 1° 以下、見かけ速度の相対標準誤差は 0.016 より小さい。

4. 最小二乗法による遠地地震信号の処理

これまでの述べた遠地地震の見かけ速度と方位角を決める方法はある水準以上の S/N が保証されている場合でないと有効ではない。したがって S/N が劣化した場合には別の方法を考える必要がある。 S/N を改善するためには array station で用いられている遠地地震波信号の処理方法がある。これらの方法をそのまま微小地震観測網に用いることは適当でない。たとえば、array station で用いられる delay-sum の速度フィルターを和歌山微小地震観測所の観測網のような不規則配列をした観測網に用いても良い効果は期待できない。これについては 4-2 中で検討する。もし delay-sum-correlation 方法を用いると、スパンが 150 km 程度の観測網については相関 pattern の main lobe はその幅が狭くなりすぎ、相関の極大値を走査するための走査点の密度がきわめて高くなる。そのため計算量は莫大なものとなる。ここでは最小 2 乗法を用いて理想地震波形を推定し、 S/N を改善する LEVIN (1965) の方法を導入する。また、この方法の分解能を評価する

ため、array station で用いられている beam pattern に対応する量を計算する。

4-1. 方 法

遠地地震波信号の統計的な特性についての仮定をたてることなく処理を行う方法を考える。各観測点における波形信号の特性はすでに前節でのべた通りである。観測網の例として和歌山微小地震観測所の観測網 (Fig. 1) を用いる。以下データ処理の方法について具体的にのべる。

いまある観測網についての i 番目の観測点の直角座標の位置を $\mathbf{d}_i = (x_i, y_i)$, $i=1, \dots, N$ とする (Fig. 8)。ただし N はこの観測網の観測点数である。この観測網に対して遠地地震波信号は平面波として入射すると仮定する。また $S(t)$ を観測網の座標原点での局地的効果をとりのぞいた理想的な地震波信号とする。ただしここに t は時間である。また $Z_i(t)$ を i 番目の観測点における観測された地震波信号とする。このとき $Z_i(t)$ は次の式で与えられる。

$$Z_i(t) = S(t - \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_i) + N_i(t) \quad (25)$$

上式の $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$ はいわゆる slowness ベクター であり、 $|\mathbf{u}| = 1/|v|$ と表わされる。ただし $N_i(t)$ は i 番目の観測点のノイズである。 $\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_i$ は原点と番目の観測点の地震波の伝播時間である。ノイズの特性が未知のとき、 $S(t)$ についての最も合理的な評価として、この $S(t)$ と観測された信号 $Z_i(t)$ との差の平方を全体の時間について積分した結果が最小になるものとする。この最小値を $Q(\mathbf{u}, S(t))$ とする。即ち、これは下の式を最小にすることに相当する。

$$Q(\mathbf{u}, S(t)) = \sum_{i=1}^N \int_0^T [Z_i(t) - S(t - \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_i)]^2 dt \quad (26)$$

ただし、 $[0, T]$ は地震波が存在する時間間隔である、これ以外の時間では地震波信号は 0 であると仮定する。(26) 式を満足する条件を推定する結果は

$$K(\mathbf{u}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=1}^N Z_k(t + \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_k) \right]^2 dt \rightarrow \max .$$

この条件のもとで、 $S(t)$ は下のよう書ける。

$$S(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i(t + \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_i) \quad (28)$$

実際には理想信号 $S(t)$ はわからないが、この $S(t)$ の最良の評価 $\hat{S}(t)$ を求めることを試みる。そのためにまず $K(\mathbf{u})$ を求め、下の式を満足する特定の \mathbf{u}_m を求める。

$$K(\mathbf{u}) = \sum_{t_j=0}^T \sum_{i=1}^N Z_i(t_j + \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_i) \rightarrow \max . \quad (29)$$

したがって、理想信号の最良評価は

$$\hat{S}(t, \mathbf{u}_m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i(t + \mathbf{u}_m \cdot \mathbf{d}_i) \quad (30)$$

(30) 式を見れば、理想信号の最良評価はある特定の時間間隔 τ_i だけ各観測点の記録を移動した後の平均値である。この特定の時間間隔は

$$\tau_i = \mathbf{u}_m \cdot \mathbf{d}_i \quad i=1, \dots, N \quad (31)$$

となる。

4-2. 不規則地震観測網の分解能

まず、観測網の座標に対して、ある地震の slowness ベクトルを \mathbf{u}_m と仮定し、もし、 \mathbf{u}_m に異なる \mathbf{u} を採用すれば、 $K(\mathbf{u})$ は極大値にならない、ノイズを無視すると、27(式)は

$$K(\mathbf{u}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=1}^N S(t + (\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \mathbf{d}_k) \right]^2 dt \quad (28)$$

となる。

(28) 式を周波数領域に変換し、Parseval の公式を使えば

$$K(\mathbf{u}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 \left| \sum_{k=1}^N \exp(j\omega(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \mathbf{d}_k) \right|^2 d\omega \quad (29)$$

を得る。ただし $j = \sqrt{-1}$ 。(29) 式右辺の後半分を array の beam pattern $F(\mathbf{u})$ と呼ぶ。

$$F(\mathbf{u}) = \sum_{k=1}^N \exp(j\omega(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \mathbf{d}_k) \quad (30)$$

BIRTILL ら (1965) はいろいろな規則的分布をした array の $|F(\mathbf{u})|$ を計算した。ここでは和歌山微小地震観測所観測網を例として、Table 3 の観測点に対する $|F(\mathbf{u})|$ を計算した。便宜上、 \mathbf{u}_m は 0 と仮定する。 \mathbf{u} の範囲は 0 ないし 0.125 sec/km とし、周波数 f は 1 Hz とする。 u_x と u_y はそれぞれ \mathbf{u} の x 軸と y 軸の分量である。Fig. 14 にはこの計算の結果を立体的に表示した。この図から規則観測網の beam pattern 中心に位置する main lobe の値はあまり大きくなく、逆に、多くの side lobe が存在してその値もか

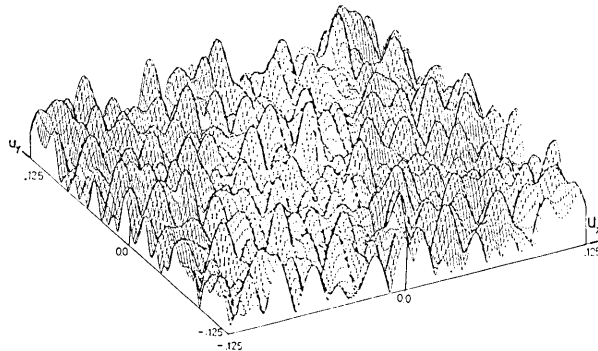


Fig. 14. Three-dimensional representation of the beam pattern for the network of the Wakayama Microearthquake Observatory consisting of 10 seismographic stations in the frequency of $f=1.0$ Hz and the slowness range of $u = -0.125 \sim 0.125$ sec/km.

なり大きい。したがって、delay-sum の速度フィルターの方法を使うと、信号周波数と slowness の範囲に、解とすべき u の値が数箇以上ありうることも考えられ、真値を判別することができない。

ところで、(27) 式の方法で地震の方位角と slowness を求めるためには $K(u)$ の極大値を求めなければならない。したがって、 $K(u)$ の極大値が存在するかどうか、またそれが存在するとすれば、どのような形のものであるかということは重要な問題である。周波数領域では前に述べたように、(29) 式により $K(u)$ を決めた。この $K(u)$ を array の積分 pattern と呼ぶ。しかしある特定信号に対する $|S(f)|$ は未知数である。 $K(u)$ を求めるために、近似的に、ノイズをあまり含まない信号のパワースペクトルを $|S(f)|$ にかえて $K(u)$ 計すればよいと思われる。実際には 2) で解析した平均パワースペクトル (Fig. 3 に示す一地震の各観測点のパワースペクトルの平均値) を (29) 式に代入して、 $K(u)$ を計算した。計算結果はいずれもほぼ等しい。Figs. 15 と 16 は No. 2 の地震の平均パ

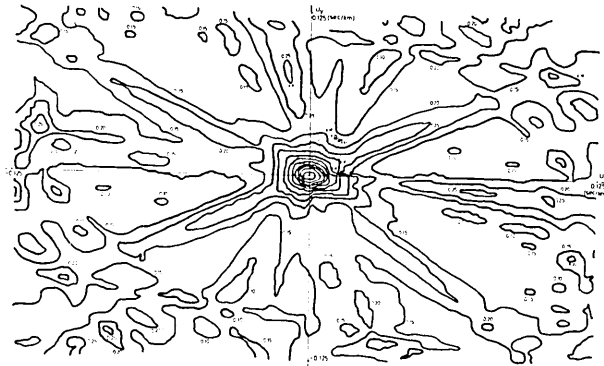


Fig. 15. The integrated pattern of the event No. 2 in Table 1. for the network of the Wakayama Microearthquake Observatory consisting of 10 seismographic stations in the frequency of $f=1.0$ Hz and the slowness range of $u=-0.125\sim 0.125$ sec/km. The power spectrum $|S(f)|$ in Fig. 3 is used for the calculation of the integrated pattern.

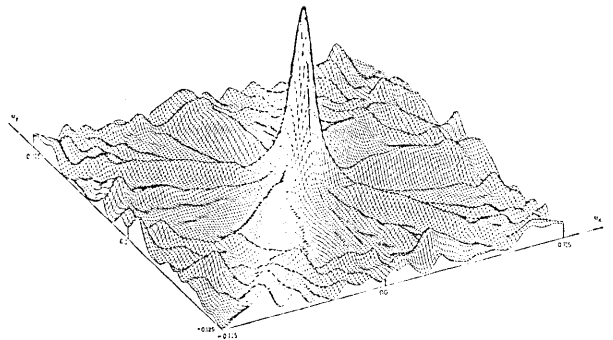


Fig. 16. Three-dimensional representation of the integrated pattern shown in Fig. 15 for the network of the Wakayama Microearthquake Observatory consisting of 10 seismographic station in the frequency in the range of $f=1.0$ Hz and the slowness in the range of $u=-0.125\sim 0.125$ sec/km.

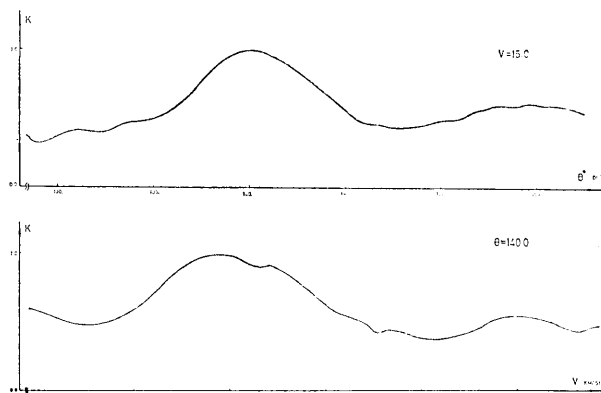


Fig. 17. An example of the evaluation of the apparent velocity V and the azimuth θ of the teleseismic P waves from the maximum value of the beam pattern K . The values of $V=14.96$ km/sec and $\theta=140.01$ are given for the maximum value of the beam pattern K .

ワースペクトルを採用したときの計算結果である。 u と周波数の値は Fig. 10 と同じである。この積分 pattern は一つのピークがある。 u が 0 になると ($u_m \neq 0$ の場合には $u-u_m$ が 0 になる) $K(u)$ は最大のピークをもつ、この積分 pattern は beam pattern よりも分解能が高い。

この積分 pattern の良さを評価するために、最大値の半分の半値点に対応する $u-u_m$ の範囲を求める。ある方向での main lobe の半値点の間隔をこの方向に main lobe の広さと呼ぶ、Fig. 11 を見ると、各方向の main lobe の広さは約 $\Delta u = \pm 0.01$ sec/km である。遠地地震の震央距離が $30^\circ \sim 100^\circ$ の間にある。この間に対応する slowness は約 $0.101 \sim 0.411$ sec/km である。この範囲を全部走査するためには約 240 点が必要である。Fig. 17 は Fig. 2 の No. 3 地震の計算例である。極大値を与える方位角と見かけ速度はそれぞれ 140.1° と 14.96 km/sec である。

5. 結 論

(1) 和歌山微小地震観測所の観測網を 1 つの例として、遠地地震および地下核爆発による P 波波形データの処理方式の開発を試みた。5 箇のイベントについてパワースペクトル、相互相関々数、coherency 関数を求めたところ次のことがわかった。パワースペクトルの卓越周波数は 2.5 Hz よりも小さい。P 波データの長さとして初動の立ち上がり時間から 20 sec 間の波をとった場合に、相互相関々数の最大値の平均は 0.7 以上となる。卓越周波数の帯域での coherency 関数の値は $0.7 \sim 0.9$ となる。このような結果から各観測点の波形は相互にかなり高い類似性があることが確かめられた。したがってこのような微小地震観測網では P 波の波形類似性を利用して array station に準じた処理方式を適用できる可能性がきわめて高いと考えられる。

(2) 相互相関々数を用いて P 波の相対到着時刻差を求め、P 波到来の方位角と見かけ速度を測定する方法を開発した。この方法により求められた P 波の相対的な到着時刻差の誤差に対する P 波の到着の方位角と見かけ速度の最大誤差と標準誤差を計算した。和歌山

検測誤微小地震観測所の 10 箇の観測点についてはそれぞれの P 波の到着時刻の差が独立でありかつその平均値が 0, 標準偏差が 0.1 sec であると仮定すると, P 波の到来方位角の標準誤差は 1° 以下, 見かけ速度相対標準誤差は 0.016 よりも小さくなる.

(3) 微小地震観測網による多点での P 波の波形データから, 観測点ごとの雑音をのぞいた理想波形と観測波形の差を最小二乗法により推定する方法を使って, 遠地震の方位角とみかけ速度を計算した. また, この方法を評価するために, 観測した波の平均パワースペクトルを P 波の理想信号のスペクトルにおきかえていわゆる積分 pattern を計算した. この結果によれば, 不規則な観測点分布をしている観測網についても高い分解能で P 波の到来方位とみかけ速度がえられる.

文 献

- BENDAT, J. S. and A. G. PIERSOL, 1971, Random data: Analysis and measurement procedures, New York, Wiley-Interscience.
- BIRLILL, J. W. and F. E. WHITEWAY, 1965, The application of phased arrays to the analysis of seismic body waves, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A. Mathematical and Physical Sciences*, **228**, 421-493.
- BROWN, R. J., 1973, Slowness and azimuth at the Uppsala array part 1: array calibration and event location, *Pure and Applied Geophysics*, **105**, 759-769.
- CROSSON, R. S., 1976, Crustal structure modeling of earthquake data 1. Simultaneous least squares estimation of hypocenter and velocity parameters, *Journal of Geophysical Research*, **81**, 3036-3046.
- HERRIN, E., 1968, Introduction to 1968 seismological tables for P phases, *B. S. S. A.*, **58**, 1193-1241.
- JANSSON, B. and E. S. HUSEBYE, 1968, Application of array data processing techniques to a network of ordinary seismograph stations, *Pure and Applied Geophysics*, **69**, 80-99.
- LACOSS, T., 1975, Review of some techniques for array processing, Exploitation of seismograph networks, Noordhoff.
- LEVIN, J., 1965, Least-squares array processing for signals of unknown form, *The Radio and Electronic Engineer*, 1965, 213-222.
- STEWART, S. W., H. K. LEE and J. P. EATON, 1971, Location and real-time detection of micro-earthquakes along the San Andreas fault system in central California, *Recent Crustal Movement, Royal Society of New Zealand, Bulletin*, **9**, 205-209.

33. *Data Processings of Teleseismic P Waves recorded by
Microearthquake Observation Networks.*

By Can Tao ZHUANG and Megumi MIZOUE,
Earthquake Research Institute.

Seismic signals recorded by microearthquake observation networks are available for a hypocentral determination of local events as well as for an evaluation of the azimuth and apparent velocity of the teleseismic P waves. The coherent nature of teleseismic P waves recorded at each of the stations of a microearthquake observation network satisfies a basic requirement for the application of an array processing. In the case of the Wakayama Microearthquake Observatory with a network spanning 120-150 km, the coherency function is as large as 0.8-0.9 in the frequency range of less than 2.5 Hz in which the power spectrum amplitude has a maximum peak. The cross-correlation function is used for the arrival time measurement of P waves relative to each of two specified stations. The damped least squares method is introduced to evaluate the azimuth and apparent velocity of incoming teleseismic P waves. The standard error in the azimuth is less than $\pm 1^\circ$ and that of the apparent velocity is less than 0.016 relative to its value, when the arrival time difference of the P waves between the two stations can be measured with the error of less than 0.1 sec.

Despite of the coherent nature of teleseismic P waves recorded by a microearthquake observation network, a nonsystematic distribution of stations in geometry produces unfavourable effects on the resolution of the data processing. In the case of ordinary array stations, the main lobe of the beam pattern is predominant in its amplitude and is clearly separated from side lobes through the delay and sum procedures. In the case of microearthquake observation networks, however, the simple delay and sum procedure fails to make an evident separation of the main lobe in the beam pattern. The calculation of the integrated pattern in the frequency domain is found to be a practical method for the enhancement of the main lobe when a microearthquake observation network is used for the measurements of the azimuth and the apparent-velocity of teleseismic P waves.