

## 34. 気泡を含んだ液体の見かけの粘性に ついての実験的研究

東京大学地震研究所\* 宇平幸一

(昭和55年9月2日受理)

### 1. 序

火山の噴火の要因として、マグマ中のガスが重要な役割りをしていることは、20世紀初頭にすでに提唱されており、現在に至るまで、マグマの中のガスの溶解度、濃度、成分などについて多くの研究がなされてきた。

マグマが上昇するにつれて、圧力が降下すると溶融成分のガス相の分離が起る。久城(1979)は、高温高压装置中で減圧することにより、発泡を起こす実験を行なっている。このようなガス相の分離が噴火の直接の原動力であるという考えが現在有力であり、いくつかのモデルが提案されている。例えば、爆発的噴火を行う安山岩火山の場合、荒牧(1975)は、ガス相の分離によって液体のマグマと気泡の集合体の体積が増加しその一部は地表に溢れ出るという考えを提出している。下鶴他(1975)は、マグマが突然沸騰を起こすと考えた。また、SELF *et al.* (1979)は、冷却したマグマ柱最上部が、ある程度のガス圧を貯えるようになり、ガス圧が引っ張り強度を越えるとマグマ柱最上部がこわれると考えた。また、MCBIRNEY (1963, 1970)は、気泡の成長過程でどの因子が重要であるかについて論じている。

このように、マグマ中での発泡現象が噴火の原因を考える上で共通的である。マグマがマグマ溜りから火道を通じて上昇する場合を考えると、粘性流体中に気相が存在する二相流としての運動を考える必要がある。下鶴が述べているように (SHIMOZURU, 1978), その運動は多くの物理量がからみ合って極めて複雑である。しかし、粘性がマグマの運動に基本的に重要な量であることがわかっている。

気泡を含んだ粘性流体の見かけの粘性については、TAYLOR (1932), BATCHELOR (1967) SHIMOZURU (1978)らによって理論的に論じられているが、この理論式は、気泡の体積濃度が小さく、気泡間の相互作用のない場合のものである。実際には、急激な発泡が生じ始めると気泡の体積濃度が大きくなる。

そこで、この理論式がどこまで通用するのかを確かめるため実験を行なった。

### 2. 泡を含んだ液体の粘性係数の測定

#### a. これまでの仕事

小さい粒子の形をとる固体・流体・気体が、他の流体中に不規則に分散している混合物

\* 現住所 千代田区大手町 1-3-4 気象庁地震課。

は懸濁液といわれるが、懸濁流体の運動の特徴的長さが粒子間の平均距離に比べて大きければ、懸濁液を均質な流体と見なすことができ、また見かけの粘性係数を定義することができる。(BATCHELOR, 1967)

このような立場に立って、粒子を球形と仮定し、また粒子の体積濃度が小さいとして懸濁流体の粘性係数の理論式が提案されており、また多くの実験がなされている。

固体の粒子の場合には、EINSTEIN (1906, 1911) によって次式が提出されている。

$$\eta_e/\eta_0=1+2.5\phi \quad (1)$$

$\eta_e$ : 懸濁液の粘性係数

$\eta_0$ : 液体の粘性係数

$\phi$ : 粒子の体積濃度

ROSCOE (1952) は、固体粒子を液体に入れて実験を行ない、様々な大きさの粒子を入れた場合には、

$$\eta_e/\eta_0=(1-\phi)^{-2.5}, \quad (2)$$

粒径をそろえた場合、

$$\eta_e/\eta_0=(1-1.35\phi)^{-2.5}, \quad (3)$$

を得ている。この場合、理論式と実験式の一致は  $\phi$  の小さい領域に限られる ( $\phi < 0.05$ )。

一方、流体の粒子にも適用できる理論式が TAYLOR (1932), BATCHELOR (1967), SHIMOZURU (1978) によって次のように得られている。

$$\eta_e/\eta_0=1+\frac{(2/5)\eta_0+\eta'}{\eta_0+\eta'}2.5\phi. \quad (4)$$

$\eta'$ : 粒子の粘性係数

気泡の場合、 $\eta' \ll \eta_0$  であるから、

$$\eta_e/\eta_0=1+\phi. \quad (5)$$

を得る。他方、高濃度の泡 (froth) に対して SIBREE (1934) が次の実験式を得ている。

$$\eta_e/\eta_0=1/(1-(1.2\phi)^{1/3}). \quad (6)$$

(1) 式~(6) 式によると、粒子が気体・液体・固体のいずれであっても、見かけの粘性係数は粒子を含まない場合より大きくなることがわかる。(5) 式と (6) 式を図示すると Fig. 1 のようになる。先に述べたように、(5) 式は、 $\phi$  が小さいことを仮定して得られた理論式であるから、(5) 式がどこまで通用するのかを確かめるために実験を行なった。

Sibree の実験と今回の実験の条件の違いを Table 1 に示した。

一方、McBIRNEY (1979) は、その著書の中で、Mackenzie の式を引用して、気泡を含んだ場合マグマの粘性が減少すると述べている。しかし、SHAW (1965) も述べているように、Mackenzie の空孔を持つ固体のモデルを流体に適用するのは適当ではないと考える。

Table 1. Differences between Sibree's experiments and present experiments.

	Sibree	Uhira
Mean bubble radius	0.2 mm	0.8 mm
Effective average velocity gradient	5.9 rad/sec	16.0 rad/sec 32.0 rad/sec
Reynolds Number	0.77	11.4 22.8

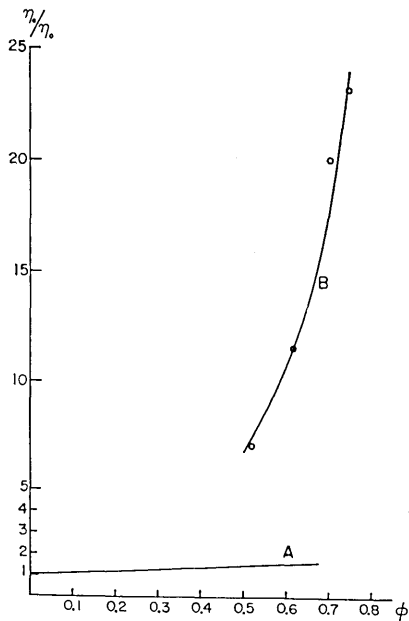


Fig. 1. Effective viscosity of liquid containing bubbles.  
A: Theoretical formula derived by Taylor, Batchelor and Shimozuru.  
B: Sibree's empirical formula.  
 $\phi$  means the void fraction.

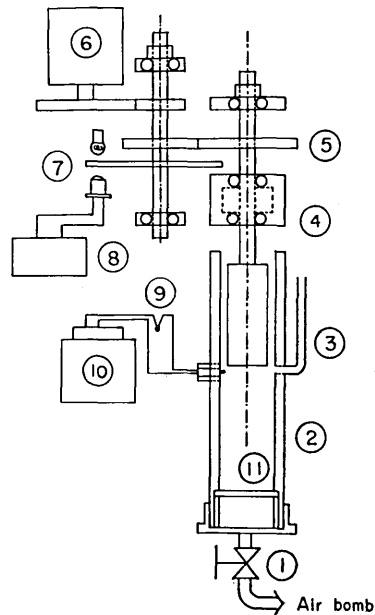


Fig. 2. Schematic diagram of apparatus measuring the viscosity of liquid containing bubbles.  
1 valve 2 outer cylinder 3 manometer 4 bearings 5 gear 6 servo-motor + tachometer 7 small bulb + photo-transistor 8 frequency counter 9 thermo-couple 10 mV-meter 11 porous material

b. 実験の方法

二重円筒型回転粘度計に改良を加え、気泡が入った状態で測定できるようにした。装置の概要を Fig. 2 に示す。

②の亚克力パイプが外円筒に相当し固定されている。これと真ちゅう製の内円筒の間のすき間に液体を入れる。内円筒はベアリング④と歯車⑤を通してサーボモーター⑥につながっている。内円筒を回転させると粘性負荷がモーターに伝わる。外円筒の内径は、42.3 mmφ、内円筒の外径は、29.5 mmφ、すきまは、6.4 mm である。気泡は、高圧ボン

べより減圧弁①を通して空気を焼結金属フィルター⑩に送ることにより発生させる。外円筒の壁にU字管を取り付け、U字管と外円筒の液面の高さ（内円筒の下端より測定する）を読みとることにより気泡の平均的な体積濃度がわかる。モーターの回転速度は、⑦の豆電球とフォト・トランジスタで生じる信号を周波数カウンター⑧に送ることで知る。試料液の温度は、外円筒壁に取り付けた熱電対⑨で測定し⑩の mV メーターで読みとっている。また、この図には示していないが、実験を通じて液温を  $25^{\circ}\text{C}$  に保つためのヒーターを外円筒の外側に置いた。ただし、トルクを直接測定する部分を持たないので粘性係数の測定には以下に述べる方法を用いた。

Fig. 3 に、サーボ増幅回路を示す。サーボモーター (M) にタコジェネレータ (G) が直結されている。タコジェネレータは、モーターの回転速度に応じた電圧を生じるから、図の  $V_3$  を測定すると、モーターの回転速度がわかる。モーターの回転速度が一定の場合、可変抵抗の値が変化しなければ  $V_2$  は一定である。従ってフィードバック量を調節した後、測定を通して可変抵抗を固定しあらかじめ粘性係数のわかっている液体を二重円筒間に入れ、図の  $V_1$  を調節して或る一定の速度になるようにする。粘性係数の異なるいくつかの液体について  $V_1$  を測定すれば、回転速度ごとの、供給電圧と粘性係数の換算表を作ることができる。

実際には供給電圧は内円筒が何 cm 液に浸されているかによっても変化するので、後述するような方法で換算曲線を作成した。なお、サーボモーターを用いた粘性係数の測定は、不破・木村 (1954), SHAW (1969) によりなされている。

### c. 測定上の留意点

気泡を発生する装置については、先に述べたが、常温で数 100 poise の粘性をもつ水ガラスで試したところ、空気流量をどのように調節しても Fig. 4 のスラグ流になった。スラグ流の場合、見かけの粘性係数は定義できないであろう。見かけの粘性係数が定義でき

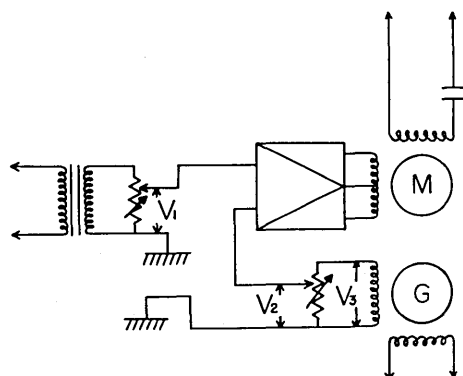


Fig. 3. Servoamplifier Circuit.

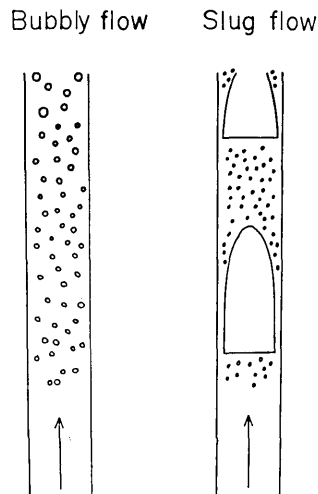


Fig. 4. Flow patterns in two-phase flow.

り気泡流は、25°C で 0.965 poise のシリコン油を用いた場合に実現された。このとき、気泡の大きさは、0.12 cm ± 0.02 cm 程度であった。

さて、共軸二重円筒回転粘度計の内円筒外径を 2a, 外円筒内径を 2b とし、両円筒間に 1 だけ粘性係数  $\eta$  の液を入れ、内円筒を角速度  $\omega$  で回転させ、外円筒を固定したとする。このとき、内円筒の側面に働らく摩擦は、

$$M = 4\pi \frac{a^2 b^2 l}{b^2 - a^2} \eta \omega + \alpha \quad (7)$$

となる。ここで、第一項は層流の場合の摩擦であるが、第二項は歯車、ベアリングなどの摩擦及び内筒底面に働らく抵抗である。 $\alpha$  が 1 に無関係であって、 $\omega$  の一次に比例する、即ち

$$\alpha = A + B\omega \quad (8)$$

の形になっていたとすると 1 を変えて測定すれば  $\alpha$  を除去しうる。

また、測定では感度が問題になる。(7) 式より、b と a の差を小さくするか、 $\eta$  または  $\omega$  を大きくすれば感度は上がる。しかし、この装置で気泡が一様に入るためには、粘性は 1 poise より小さくすることが必要である。また、気泡とのすき間が同程度の大きさになると測定の意味がなくなる。TAYLOR (1936) によると、内筒回転の場合の限界回転角速度  $\omega_c$  は、次式で示される。

$$\frac{\omega_c^2 a^2 (b-a)^3 \rho^2}{1/2(a+b)\eta^2} = \frac{\pi^4 \beta}{0.0571\beta^2 + 0.00056}$$

$$\beta = 1 - 0.652(b-a)/a$$

$\rho$ : 液体の密度  
 $\eta$ : 液体の粘性係数

(9)

この装置の場合、 $\omega_c = 85.7(\eta/\rho)$  rad/sec となる。

しかし、(9) 式を気泡を含む系まで拡張してよいという保証はない。ここでは、回転角速度を 5.9 rad/sec, 11.8 rad/sec とした。この回転角速度で乱流状態に入っているか否かは、実験結果より判断することにする。この場合の限界レイノルズ数は 81 であるが、実際には 22 以下で行なっている。

#### d. 換算表の作成

今回の実験で気泡を入れて測定する液体は、25°C で 0.965 poise のシリコン油のみである。従って 1 poise をはさむような粘性をもつ液体を用意して換算曲線を作ればよいであろう。ここでは、50 cs (0.48 poise), 100 cs (0.965 poise), 300 cs (2.91 poise), 500 cs (4.85 poise) を用いた。Fig. 5 に 25°C, 50 cs のシリコン油の例を示す。横軸は浸漬深さ (l), 縦軸は供給電圧 (Fig. 3 の  $V_1$ ) である。回転角速度を上げると傾きが大きくなる、即ち感度が良くなることがわかる。Fig. 6 には 500 cs の場合を示した。

いずれの例でも比較的直線性は良いと考えられるので、直線の傾きと既知の粘性係数の値を用いて回転速度ごとの換算曲線を作成した。今、仮りに  $\eta=0$  の液体の粘性を測定したと仮定すると直線の傾きは 0 になるはずである。それで原点を入れて換算曲線を作っ

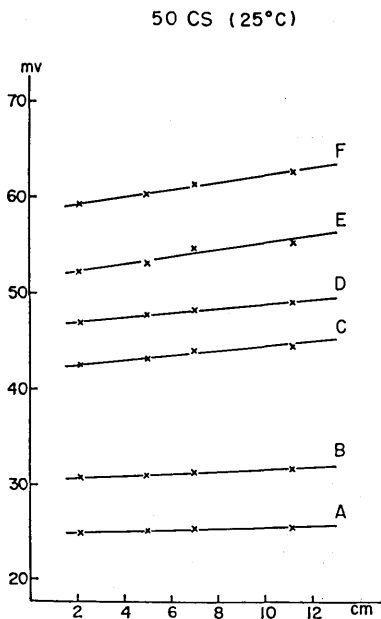


Fig. 5. Voltage necessary for rotating inner cylinder at a given angular velocity as a function of length of inner cylinder immersion.  
 A:  $\omega=5.9$  rad/sec, B:  $\omega=7.9$  rad/sec,  
 C:  $\omega=11.8$  rad/sec, D:  $\omega=13.2$  rad/sec,  
 E:  $\omega=14.7$  rad/sec, F:  $\omega=16.9$  rad/sec.  
 Silicone of viscosity of 50 cs used.

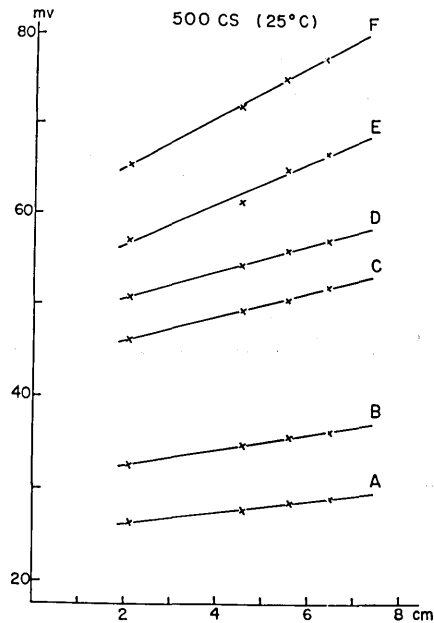


Fig. 6. Voltage necessary for rotating inner cylinder at a given angular velocity  $\omega$  as a function of length of inner cylinder immersion.  
 A:  $\omega=5.9$  rad/sec, B:  $\omega=7.9$  rad/sec,  
 C:  $\omega=12.8$  rad/sec, D:  $\omega=13.2$  rad/sec,  
 D:  $\omega=14.7$  rad/sec, F:  $\omega=16.9$  rad/sec.  
 Silicone of viscosity of 500 cs used.

た。その結果を Fig. 7 に示す。Fig. 5, Fig. 6 など推定した傾きの標準偏差をあわせて示した。ところで、Fig. 5 や Fig. 6 で直線を横軸が 0 cm になるところまで外挿した場合の電圧値は、無負荷の場合にモーターを或る速度で回転させるに必要な電圧と歯車等の摩擦、及び内円筒底面に働く摩擦の分だけ必要な電圧の和と考えられる。液に浸っている場合には、この電圧に (9) 式の右辺第一項の摩擦の分の電圧がさらに加わる。従って、Fig. 5 や Fig. 6 で傾きをもとめることは、(9) 式で表わさるゝとした場合の  $\alpha$  を除去することを意味しよう。気泡を入れた実験では、 $\omega=5.9$  rad/sec、及び  $\omega=11.8$  rad/sec で行なったので換算曲線は A と C を用いた。なお、この回転速度だと 0.48 poise の液体に対しても層流である条件 ( $\omega_c=42.9$  rad/sec) をみたしている。

#### e. 測定結果

気泡を入れた場合の測定例を Fig. 8 に示す。この例では  $\omega=5.9$  rad/sec である。毎回の測定で  $\phi=0.20$  となるように気泡を入れるのは困難であり、個々の点は  $0.20 \pm 0.01$  の範囲でばらついている。 $\phi=0.45$  の場合は図の中央付近しか測定点が得られていない。これは、液面を上げてから気泡を入れてゆくのであるが、徐々に  $\phi > 0.4$  という分量の気泡は入らなくなるためである。傾きを推定する場合、誤差は、

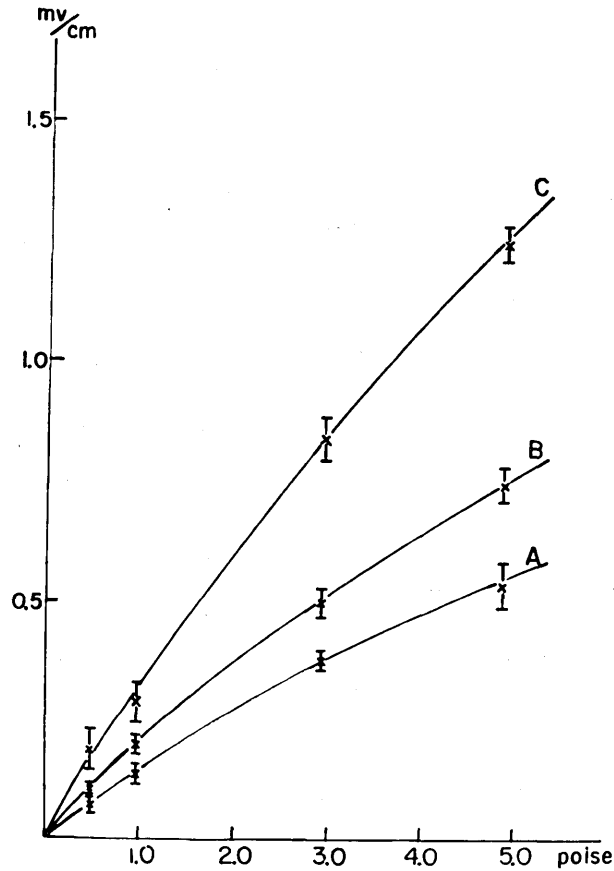


Fig. 7. Ordinate: Voltage necessary for rotating inner cylinder at a given angular velocity  $\omega$  per unit length of immersion.

Abscissa: Viscosity

These curves are calculated from inclinations of straight lines shown in Fig. 8, Fig. 9 and so on. Standard deviations of inclination are also shown by error bars. From these curves, we can estimate the viscosity of liquid containing bubbles.

A:  $\omega=5.9$  rad/sec, B:  $\omega=7.9$  rad/sec, C:  $\omega=11.8$  rad/sec.

$$\Delta \left| \frac{V-V_1}{L-L_1} \right| = \frac{\Delta V}{|L-L_1|} + \frac{|V-V_1|}{|L-L_1|^2} \Delta L \quad (10)$$

V: 液面の高さが L の場合の供給電圧

$\Delta V$ : 供給電圧の分解能

$\Delta L$ : 液面の測定精度

で示される。

$L-L_1$  を大きくとれば精度は上がる。この実験では、 $\Delta V=0.2$  mV,  $\Delta L=1$  mm 程度で

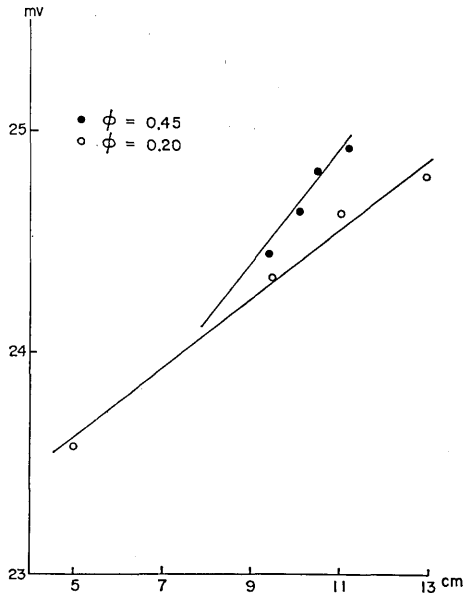


Fig. 8. Examples of viscosity measurements under the existence of bubbles.  $\phi$  represents void fraction.

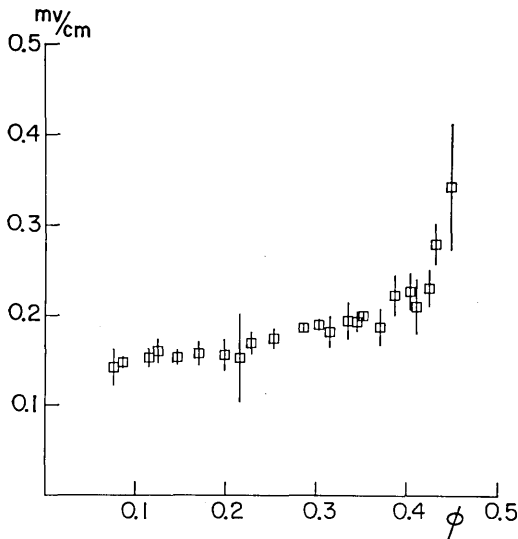


Fig. 9. Ordinate: Voltage necessary for rotating inner cylinder at the angular velocity of 5.9 rad/sec per unit length of immersion. Abscissa: Void fraction of bubble. Standard deviations of inclination are also shown by the error bars.

ある。  $L-L_1$  を 10 cm とすると、誤差は第一項でほとんど決まり、0.02 mV/cm となる。測定点の分布にかたよりがあると精度は悪くなる。例えば  $\phi=0.45$  の場合、誤差は 0.1 mV/cm となる。

$\omega=5.9$  rad/sec の場合に得られた全部の測定結果を Fig. 9 に示す。縦軸は各々の  $\phi$  についての傾きの推定値であり、横軸に  $\phi$  を示した。推定した傾きの標準偏差を誤差としてあわせて示した。この図から  $\phi$  が大きくなるにつれて供給電圧を大きくしないと  $\omega=5.9$  rad/sec で回転させられないことがわかる。換算曲線を用いて  $\eta_e/\eta_0$  の値にすると Fig. 10 のようになる。Taylor の理論式 (5) も併せて示した。また実験データを Table 2a に示した。Fig. 10 を見ると、 $\phi=0.25$  付近までは Taylor の式とよい一致を示す。 $\phi>0.3$  では、直線から外れ始めやがて急に立ち上る傾向が見られる。しかし、 $\phi>0.4$  だと誤差が大きくなるため不確実性が大きい。

次に、 $\omega=11.8$  rad/sec の場合を Fig. 11, Fig. 12 に示す。 $\phi=0.3$  程度までは Taylor の式との合致がよい。実験データを Table 2b で示す。なお、Table 2a, 2b で、 $a$  は指定した傾き、 $\sigma_a$  はその標準偏差である。また、換算表を用いて  $a-\sigma_a$ ,  $a+\sigma_a$  に対応する  $\eta_e'/\eta_0$ ,  $\eta_e''/\eta_0$  を定め、 $1/2(\eta_e''/\eta_0-\eta_e'/\eta_0)$  をもって  $\sigma(\eta_e/\eta_0)$  とした。

この2つの回転速度で得られた比粘性  $\eta_e/\eta_0$  をまとめて示すと Fig. 13 を得る。これらの中には系統的な差はないと考えられる。従って回転角速度がこの範囲にある場合には、非ニュー-



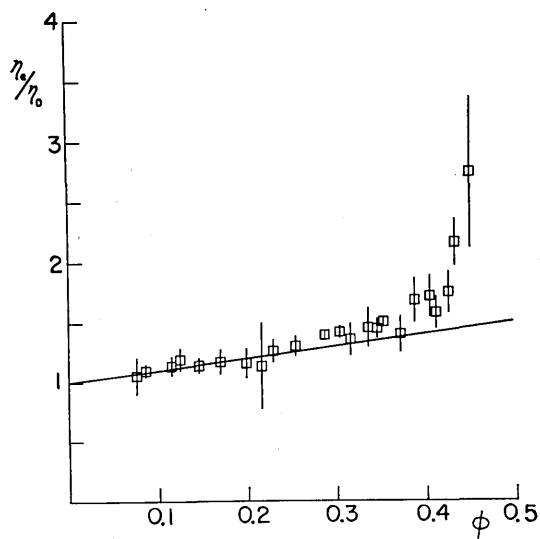


Fig. 10. Viscosity-void fraction curve in the case of  $\omega$  of 5.9 rad/sec.  
 Ordinate: Viscosity relative to continuous phase.  
 Abscissa: Volume fraction of bubble.  
 Taylor's theoretical formula ( $\eta_e/\eta_0 = 1 + \phi$ ) is shown.

Table 2.  $\phi$ : Void fraction  
 $a$ : Inclination determined (see Fig. 8)  
 $\sigma_a$ : Standard deviation of inclination  
 $\eta_e$ : Effective viscosity  
 $\eta_e/\eta_0$ : Viscosity relative to continuous phase  
 $\sigma_{(\eta_e/\eta_0)}$ : Standard deviation of viscosity relative to continuous phase.

Table 2a.

$\phi$	(mv/cm) $a$	$\sigma_a$	$\eta_e$	$\eta_e/\eta_0$	$\sigma_{(\eta_e/\eta_0)}$
0.076	0.149	0.02	102.	1.06	0.15
0.086	0.154	0.001	106.	1.10	0.05
0.115	0.159	0.01	110.	1.14	0.07
0.125	0.167	0.01	115.	1.19	0.09
0.146	0.160	0.01	110.	1.14	0.06
0.170	0.164	0.01	113.	1.17	0.1
0.199	0.163	0.02	112.	1.16	0.12
0.216	0.159	0.05	110.	1.14	0.36
0.229	0.176	0.01	122.	1.26	0.09
0.254	0.181	0.01	126.	1.30	0.08
0.287	0.193	0.004	135.	1.40	0.03
0.304	0.196	0.01	137.	1.42	0.05
0.316	0.188	0.02	131.	1.36	0.13
0.336	0.200	0.02	140.	1.45	0.16
0.346	0.200	0.01	140.	1.45	0.08
0.353	0.207	0.004	145.	1.50	0.03
0.372	0.193	0.02	135.	1.40	0.15
0.388	0.229	0.02	162.	1.68	0.18
0.405	0.233	0.02	166.	1.72	0.17
0.412	0.216	0.03	152.	1.58	0.13
0.426	0.237	0.02	169.	1.75	0.17
0.433	0.285	0.02	208.	2.16	0.19
0.450	0.348	0.07	264.	2.74	0.69

$\omega = 5.9$  rad/sec

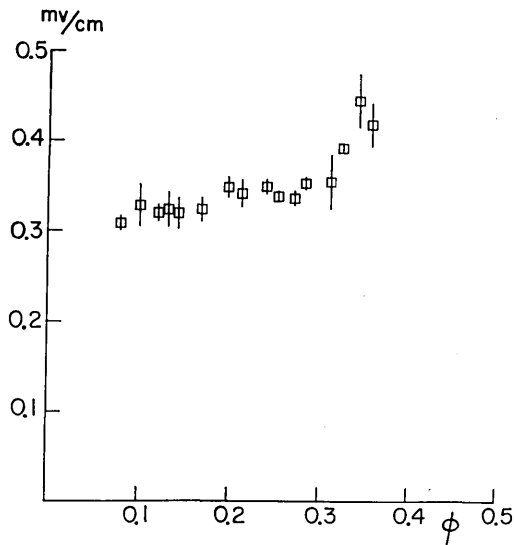


Fig. 11. Ordinate: Voltage necessary for rotating inner cylinder at the angular velocity of 11.8 rad/sec per unit length of immersion. Abscissa: Void fraction of bubble. Standard deviations of inclination are also shown by error bars.

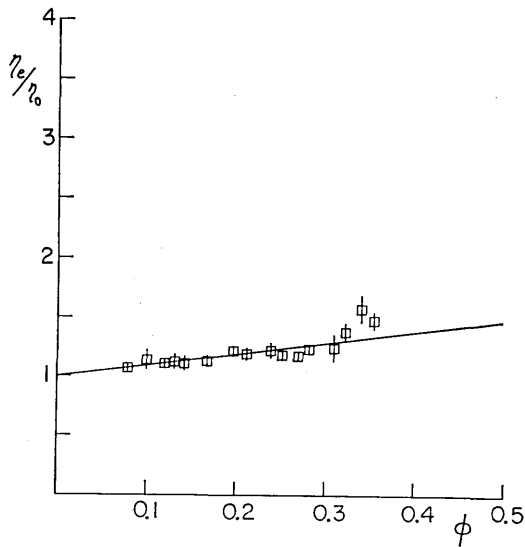


Fig. 12. Viscosity-void fraction curve in the case of  $\omega$  of 11.8 rad/sec. Ordinate: Viscosity relative to continuous phase. Abscissa: Void fraction of bubble. Solid line represents Taylor's theoretical formula.

トン性はほとんど見られないと言えよう。このことは、Sibree の実験で回転角速度を徐々に大きくするにつれ粘性値が小さくなるが1秒間に1回転以上ではほぼ一定の粘性値が得られていることと対応するものと考えられる。

しかし、回転角速度を大きくすると高濃度の気泡を入れることができないので、 $\omega=11.8$  rad/sec では、 $\phi > 0.35$  の領域の測定はできなかった。

#### f. 測定結果の解釈

(5) 式は、気泡間の相互作用を考慮していない。従って  $\phi$  が大きくなるにつれ実験結果とくい違ふことが予想される。

Table 2b.

$\phi$	(mv/cm) $a$	$\sigma_a$	$\eta_e$	$\eta_e/\eta_0$	$\sigma_{(\eta_e/\eta_0)}$
0.079	0.331	0.008	103.	1.07	0.03
0.100	0.351	0.023	110.	1.14	0.08
0.120	0.343	0.009	107.	1.11	0.04
0.131	0.347	0.019	109.	1.13	0.07
0.142	0.343	0.017	107.	1.11	0.06
0.168	0.348	0.013	109.	1.14	0.05
0.197	0.373	0.011	117.	1.22	0.04
0.212	0.336	0.015	115.	1.19	0.05
0.239	0.374	0.004	118.	1.22	0.06
0.252	0.363	0.003	114.	1.18	0.04
0.270	0.361	0.008	113.	1.18	0.03
0.282	0.378	0.007	119.	1.23	0.03
0.310	0.380	0.30	120.	1.24	0.11
0.323	0.418	0.003	133.	1.38	0.07
0.341	0.472	0.03	152.	1.58	0.10
0.355	0.445	0.024	143.	1.48	0.09

$\omega = 11.8 \text{ rad/sec}$

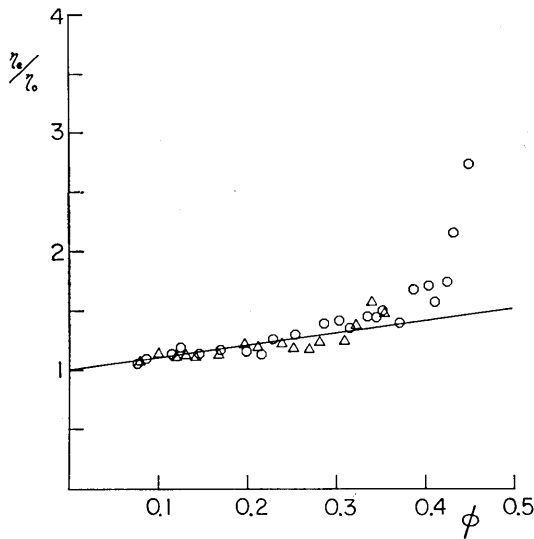


Fig. 13. Triangle: Viscosity relative to continuous phase in the case of  $\omega$  of 11.8 rad/sec.  
 Octagon: Viscosity relative to continuous phase in the case of  $\omega$  of 5.9 rad/sec.

(5) 式を  $\eta_e/\eta_0$  を  $\phi$  についてテーラー展開した項の一次までとったものと考えると二次以上の項は気泡間の相互作用を表わしているであろう。VAND (1948), HAPPEL and BRENNER (1965) により高濃度の粒子の系に対する理論式が論じられている。Vand によると固体の粒子について、

$$\eta_e/\eta_0 = 1 + 2.5\phi + 7.4\phi^2 + 0(\phi^3)$$

Roscoe の式 (6) で粒径が様々である場合

$$\eta_e/\eta_0 = 1 + 2.5\phi + 8.8\phi^2 + 0(\phi^3)$$

となるから近似的には合っている。

しかし, Happel and Brenner によると, Vand の議論は相互作用を適切にモデル化しているのか否か疑問の余地がある。

気泡の場合は, 固体粒子の場合と異なり,  $\phi$  が小さいという条件の下で導びかれた (5) 式が,  $\phi=0.2\sim 0.3$  まで実験値のよい近似となっていることは先に述べた通りである。

ここでは, 気泡間の相互作用の議論には立ち入らず, Roscoe 型の式

$$\eta_e/\eta_0 = (1 - a\phi)^{-b} \quad (11)$$

を用いて実験式を作った。全部のデータを用いると,

$$\eta_e/\eta_0 = (1 - 2.1\phi)^{-0.28} \quad (12)$$

精度が良い  $\phi < 0.4$  のみのデータを用いると,

$$\eta_e/\eta_0 = (1 - 1.5\phi)^{-0.55} \quad (0 < \phi < 0.4) \quad (13)$$

となる。

Fig. 14 に, (5) 式, (6) 式, (12) 式, (13) 式, を示した。(5) 式は A, (6) 式は B, (13) 式は C, (12) 式は C' で示した。図でわかるように, 今回得られた測定値と Sibree

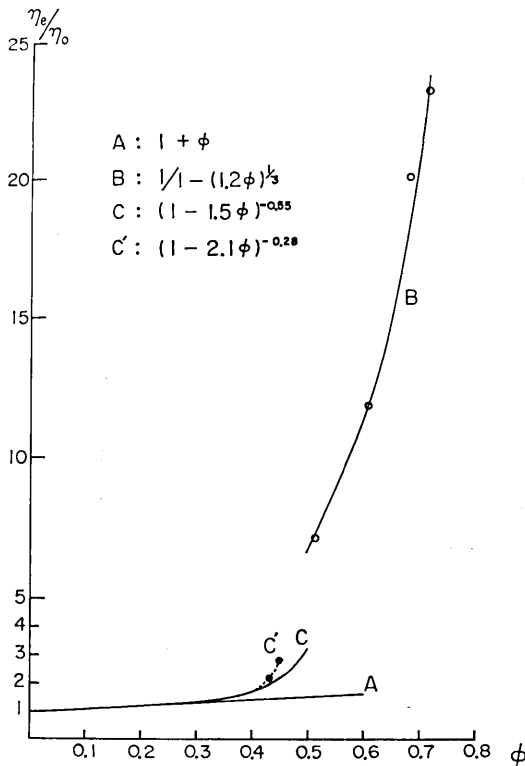


Fig. 14. Representation of new empirical formulae. (curve C, C') For comparison, Sibree's empirical formula (curve B) and Taylor's theoretical formula (straight line A) are also shown.

C': determined with the whole data.

C: determined with the data smaller than  $\phi=0.4$ .

の測定値との間に開きがあることがわかる。両方の測定値を合わせて (11) 式の形の実験式をつくる試みは、 $\phi$  が小さいところで実験値と合わなくなる。気泡の体積濃度は、この実験では最高45%であったから Sibree の実験領域とは重ならない。Table 1 に、Sibree の実験と今回の実験の条件の違いを記した。今回の実験の方が回転角速度と気泡の平均半径が大きい。このことが実験結果にどのような影響を与えているかを知るにはより詳細な実験を行う必要がある。また、Sibree は容器に入れた液体を泡立て器でかき混ぜることにより気泡を入れた。この方法は、 $\phi$  を大きくしたい場合には有効であろう。一方、今回用いた方法は、 $\phi$  が大きくなるにつれ気泡を一様に混入させるのが難しくなる。 $\phi$  の上限近く ( $0.4 < \phi < 0.45$ ) で Sibree 実験値より小さくなるが、局所的に泡の大きさが一様でなかったのかも知れない。

ところで、気泡は上昇速度を持っている。 $\phi$  がある程度以上大きくなると気泡は群れをなすようになり上昇速度は小さくなるので、上昇速度の影響は小さくなる。 $\phi$  が小さい場合、気泡の上昇速度は、最大限 3.1 cm/sec である。これは、気泡流の場合、各々の気泡の上昇速度は、単一気泡の上昇速度よりも小さいという実験事実に基づく。気泡の上昇に伴って気泡後部に渦が生じると散逸が大きくなり、見かけの粘性に影響を及ぼすことが考えられる。しかし、今回の実験ではレイノズル数は 0.75 以下であるから著しい影響はないと思われる。

先に、気泡が入った場合には、限界速度の条件式 (9) が成り立つ保証のないことを述べた。もし乱流状態で測定しているのであれば、層流の場合よりもトルクが増加し、粘性値は層流の場合よりも大きくなる。また乱流状態で回転速度を大きくしてゆくと粘性値は増大する (TAYLOR, 1936)。

この実験だと  $0 < \phi < 0.36$  の範囲では、回転速度を大きくした場合、得られた粘性係数の値が大きくなるという傾向は見られない。より大きな  $\phi$  に対しては、 $\omega = 5.9$  rad/sec の測定のみであるから層流状態で測定しているとは言いきれない。 $\phi > 0.4$  で得られた実験値は、Sibree の実験値より小さく、著しい乱流状態での測定ではないと考えられるが、先に述べた誤差の他に流動状態の乱れによる誤差が入っている可能性がある。

最後に、気泡間の相互作用が無視できなくなると気泡の径が見かけの粘性係数の値に影響を与える可能性があるが、異なる径の気泡を入れるためには実験装置に改良を加えねばならず、できなかったことを付け加えておく。

### 3. 結 語

この実験によって、Taylor らの式は  $\phi = 20\% \sim 30\%$  くらいまでは実験と良い一致を示すことがわかった。それ以上の  $\phi$  になると、前章で述べたように誤差は大きくなるが、一応理論式は使えず、粘性は急速に増大するといえる。これは、Sibree の実験と同じ傾向を示している。

従って、気泡の濃度が増大するにつれ、粘性は単調に増大することが予想され、Mc-BIRNEY の粘性の減少を主張する議論は、誤りである。

この結論を直ちにマグマにあてはめるのは適当でないかも知れない。ただ、次のことは言える。(5) 式は、ニュートン流体に気泡が加わった場合の見かけの粘性を与える式であ

る。Shaw の測定によると、実際のマグマ、またはそれに近い系は、ビンガム流体である可能性は残されているが、結晶を含まない場合には、ニュートン流体的にふるまう。従って、そのような場合には、マグマに対して今回得た結論を適用できるであろう。

## 謝 辞

下鶴大輔教授には、この研究の全般を通して御指導いただきました。地震研究所の柳沢道夫氏、同技術部の大工原保氏には装置の製作と運転に関して御指導をいただきました。荒牧重雄教授には有益な御教示を賜りました。地震研究所火山物理研究部門の皆様からも御助言をいただきました。これらの皆様方に厚く御礼を申し上げます。

## 文 献

- 荒牧重夫, 1975, 噴火現象の分類とメカニズム, 火山, 第二集, 20, 205-221.
- BATCHELOR, G.K., 1967, *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge Univ. Press, p. 246.
- EINSTEIN, A., 1906, Eine neue Bestimmung der Molekul-dimensionen. *Ann. Phys.*, 19, 289-306.
- EINSTEIN, A., 1911, Berichtigung zu meine Arbeit: Eine neue Bestimmung der Molekul-dimensionen. *Ann. Phys.*, 34, 591-592.
- 不破 博・木村巖, 1954, 粘度の連続測定について, 計測, 4, 480-486.
- HAPPEL, J. and BRENNER, H., 1965, *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Prentice-Hall, 431-471.
- 久城育夫, 1979, マグマの発泡現象と火山の噴火. 科学の実験, 30, 12-16.
- McBIRNEY, A.R., 1963, Factors governing the nature of submarine volcanism. *Bull. Volcanol.*, 26, 455-469.
- McBIRNEY, A.R. and MURASE, T., 1970, Factors governing the formation of pyroclastic rocks. *Bull. Volcanol.*, 34, 372-384.
- ROSCOE, R., 1952, The viscosity of suspensions of rigid spheres. *British J. Appl. Phys.*, 3, 267-269.
- SELF, S., WILSON, L. and NAIRN, I.A., 1979, Vulcanian eruption mechanisms. *Nature*, 277, 440-443.
- SHAW, H.R., 1965, Comments on viscosity, Crystal Setting, and Convection in Granitic Magmas. *Amer. J. Sci.*, 263, 120-152.
- SHAW, H.R., 1969, Reology of basalt in the melting range. *J. Petrol.*, 10, 510-535.
- 下鶴大輔・内堀真雄・行田紀也・小山悦郎・宮崎 務・松本時子・長田 昇・寺尾弘子, 1975, 1973年の浅間山噴火活動について. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 50, 115-151.
- SHIMOZURU, D., 1978, Dynamics of magma in a volcanic conduit—Special emphasis on viscosity of magma with bubbles. *J. Volcanol.*, 41, 333-340.
- SIBREE, J.O., 1934, The viscosity of froth. *Trans. Far. Soc.*, 30, 325-331.
- TAYLOR, G.I., 1932, The viscosity of fluid containing small drops of another fluid. *Proc. Roy. Soc. London*, A138, 41-48.
- TAYLOR, G.I., 1936, Fluid friction between rotating cylinders, *Proc. Roy. Soc. London*, A157, 546-578.
- VAND, V., 1948, Viscosity of solutions of suspensions I. *J. Phys. Collid. Chem.*, 52, 277-299.
- WILLIAMS, H. and McBIRNEY, A.R., 1979, *Volcanology*. Freeman, Cooper & Co., San Francisco, p. 125.

34. *Experimental Study on the Effect of Bubble Concentration  
on the Effective Viscosity of Liquids.*

By Kohichi UHIRA,

Earthquake Research Institute.

It is widely accepted that the volatile gas in magma plays an important role in volcanic eruptions. With the ascent of magma, pressure gradually decreases and increases the degree of supersaturation of volatile components and consequently, nucleation of the gas phase is initiated.

Though the dynamical process of magma in a volcanic conduit is very complicated, the viscosity of magma is known to be a fundamentally important factor.

As for the effective viscosity of a liquid containing small concentration of bubbles, Taylor, Batchelor and Shimozuru derived theoretically the following formula,  $\eta_e/\eta_0 = (1+\phi)$ , where  $\phi$  is the volume concentration of bubbles.

But if violent nucleation happens, the concentration of bubbles will increase rapidly and the interaction of bubbles will not be ignored.

The author tried to examine experimentally how the effective viscosity varies when bubble concentration is large. The viscosity was measured using a specially devised rotation viscometer in which air bubbles were injected from the bottom into silicon oil. The torque of the inner cylinder was measured for various bubble concentration.

The results of experiments show that the change of the effective viscosity coincides with the theoretical predicted curve within the bubble concentration below 30%, above which, the experimental value tends to increase.

The empirical formula which is written below is the best fit curve of the change of the effective viscosity of liquid which contains bubbles with volume fraction less than 40%.

$$\eta_e/\eta_0 = (1 - 1.5\phi)^{-0.55} \quad (0.0 < \phi < 0.4).$$