

塔状円柱構造物における高風速浸風振の特性と発生機構

北川 徹哉

### 塔状円柱構造物における高風速渦励振の特性と発生機構

北川 徹哉

## 論文要旨

### 塔状円柱構造物における高風速渦励振の特性と発生機構

北川徹哉

円形断面を有する物体の背後にはカルマン渦が形成され、その放出周波数が物体の固有振動数に一致する風速域において限定振動である渦励振が発現する。渦励振はクック・ジュコフスキーの定理に基づく理論的考察により説明されており、ロックインとよばれる興味深い非線形現象をとめない、また工学的にも重要な問題であるため膨大な研究がこれまでに行われてきている。渦励振の発現機構は徐々に解明されつつあり、現在ではカルマン渦放出にともなう強制振動的な側面と自動振動的な側面とを併有する複合的な励振現象と一般に理解されている。ところが幾つかの既往の研究結果は、塔状円柱構造物においては渦励振発現風速よりも数倍高い風速域にも限定振動が現れることを示している。これまでその存在は一部に研究者には認識されていたものの、系統的な研究が一切なされておらず、その発生メカニズムは未解明である。

本研究では、塔状円柱構造物において発振する高風速域での限定振動を“高風速渦励振”とよび、その特性および発生機構を解明することを目的とする。

本論文は全5章より構成されており、それぞれ以下の内容について論じている。

第1章は序論である。まず比較的体系化されている2次元円柱まわりの流れについて述べ、それに対して塔状円柱まわりの流れは3次元性をともなう複雑なものである上、既往の研究報告の数も2次元円柱のものに比べて圧倒的に少なく、特に自由端近傍の流れについては未明な点が多いことを指摘している。そして、塔状円柱における高風速渦励振に関連する既往の研究を引用し、本研究の背景と目的について説明している。

第2章においては、風直角方向のみに変位する円柱ロッキング模型を用いた風洞実験により高風速渦励振の発現特性を調べている。一様流の下で模型頂部における応答の測定を行い、渦励振発現風速の約3倍の風速域において高風速渦励振の存在を確認し、詳細な検討を加えた。まず、後流風速変動を高さ方向に多点で測定したところ、自由端近傍の後流域には2次元円柱渦（カルマン渦）の放出周波数の約1/3の周波数を有する変動成分の存在を検出した。本研究においては、この変動が自由端に起因して発生する渦と考え、それを“自由端渦”と呼ぶこととする。自由端渦

の周波数が模型の固有振動数に一致する風速域において高風速渦励振が発振していたことから、高風速渦励振の励振源は自由端渦であると思われた。また、可視化実験により自由端近傍の後流を観察し、自由端渦の発生状況を考察している。さらに、構造減衰の増加や気流の変化が高風速渦励振に及ぼす影響、および弾性模型における高風速渦励振の発現特性についても検討を加えた。

第3章では、第2章において高風速渦励振の励振源と推察された自由端渦の発生特性に着目している。ロッキング模型における後流風速変動の測定結果より、自由端渦の発生位置やその周波数の風速に対する変化および位相特性を詳細に検討している。また、ウェーブレット変換を後流風速変動データに適用し、自由端渦の間欠的な発生を指摘している。さらに、自由端渦が模型頂部近傍で発生していたことから、模型の上を通過して後流域に入り込む流れが自由端渦の形成に重要な要因となると考え、模型頂部に薄い円盤を設置した実験も行った。その結果、円盤の直径の増加とともに自由端渦の発生は弱まり、同時に高風速渦励振の振幅も減少することが明らかにされた。この結果は、高風速渦励振の励振源が自由端渦であるという推測を別の角度から支持するものである。また、円盤の直径がある程度大きい場合には、2次元円柱渦の放出周波数よりもやや小さい周波数を有する“低周波のカルマン渦”の発生が頂部近傍において支配的となることが示される。低周波のカルマン渦は高風速渦励振の発現に関与しないが、渦励振の発現風速範囲を広げる役割を果たすことが推察される。

以上では、主に振動模型を用いた応答測定結果と後流測定の結果とをベースに議論したが、第4章においては静止円柱の圧力模型を用いた実験により高風速渦励振について考究している。模型の側面全体の圧力変動を調べた結果、自由端渦による圧力変動がやはり模型頂部近傍に検出された。そこで、頂部近傍側面に圧力測定孔を集中的に配置した模型を用いて実験を行い、測定された圧力データにモード分解法の一つであるPOD (Proper Orthogonal Decomposition) 解析を適用した。これによって、各圧力測定点の情報がモード形として面的な情報に置き換えられることになる。POD解析により得られた1次モードの周波数は2次元円柱渦の周波数の約1/3であった。また、1次のモード形は、圧力変動データのスペクトル解析より抽出された自由端渦の空気力の作用領域形状とほぼ一致していた。これらの結果は、1次モードが自由端渦による圧力変動場を時間的、空間的に的確に表していることを意味する。ウェーブレット変換により1次モードの時間的推移を検討した結果、自由端渦は間欠的に発生する上、模型の両側から交替的に発生するわけではなく、片側から数回続けて発生した後、もう片側へ発生領域がスイッチするという興味深い性質を有することが明らかとなった。これらの自由端渦による変動空気力特性は、圧力データを基に作成したアニメーションによっても確認された。また、頂部に薄円盤を設置し、測定された圧力変動データにPOD解析を適用した。円盤直径の増加とともに、自由端渦による空気力は弱まり、低

周波のカルマン渦による空気力が支配的となることを明らかにしている。第3章においては後流風速変動の測定結果に基づいてこの傾向を示したが、本章においては空気力の視点から明らかにしたことになる。さらに、測定された圧力データから変動揚力を算出し、第3章において用いた円柱ロッキング模型を対象とする応答解析を行った。高風速渦励振の応答が実験結果とほぼ同じ風速域において現れ、その振幅も実験値と一致した。また、頂部に薄円盤を設置したケースについても応答解析を行った結果、ロッキング模型実験と同様に円盤直径の増加とともに自由端渦による圧力変動成分は低下し、同時に高風速渦励振の振幅も減少する結果が得られた。これらの解析結果は、自由端渦が高風速渦励振の励振源であることを実証するものと考ええる。

最後に第5章では、本論文の結論として各章で導出された知見を総括するとともに、今後の課題について論じている。

以上、本論文は系統的な研究がこれまで行われてこなかった塔状円柱構造物における高風速渦励振を対象とし、応答振幅や自由端近傍の後流変動および圧力変動に着目した実験により、その発生機構を明らかにしたものである。励振源となる自由端渦の発生条件や高風速渦励振の振幅の予測を示しているわけではないが、これらの耐風工学的に重要な情報を導く際にも本研究で得られた知見が基礎になるものと考えている。

## 目次

第1章 序論	I-1
1. 1 はじめに	I-1
1. 2 2次元円柱まわりの流れ	I-1
1. 3 2次元円柱におけるストローハル数	I-3
1. 4 円柱における渦励振	I-3
1. 5 塔状円柱まわりの流れ	I-5
1. 6 塔状円柱構造物における特異な空力振動現象	I-5
1. 7 本研究の目的および本論文の構成	I-7
第1章 参考文献	I-8
第1章 図表	I-10
第2章 高風速渦励振の特性	II-1
2. 1 はじめに	II-1
2. 2 風洞実験の概要	II-1
2. 3 実験結果	II-2
2. 4 可視化実験	II-7
2. 5 まとめ	II-8
第2章 参考文献	II-10
第2章 図表	II-11
第3章 自由端近傍の後流と高風速渦励振の関連性	III-1
3. 1 はじめに	III-1
3. 2 風洞実験の概要	III-1
3. 3 実験結果	III-2
3. 4 円盤設置による影響	III-5
3. 5 2次元円柱における高風速域限定振動について	III-8
3. 6 まとめ	III-9
第3章 参考文献	III-10
第3章 図表	III-11
第4章 圧力測定による高風速渦励振の特性	IV-1

4. 1	はじめに	IV-1
4. 2	圧力模型実験の概要	IV-1
4. 3	実験結果	IV-2
4. 4	円盤設置による影響	IV-6
4. 5	時刻歴応答解析	IV-8
4. 6	まとめ	IV-12
第4章	参考文献	IV-14
第4章	図表	IV-15

第5章	結論	V-1
-----	----	-----

付録1	あるタワーにおける空力振動現象	Appendix I-1
-----	-----------------	--------------

付録2	ウェーブレット変換	Appendix II-1
-----	-----------	---------------

謝辞

# 第1章

## 序論

### 1.1 はじめに

円柱における渦の発生特性と渦励振については1世紀以上にわたり研究されてきた。幾つかの課題は残されているが徐々に整理されつつあり、体系的にまとめられた文献（例えば、文献1）、2）も発表されている。しかしながら、3次元円柱のケースについては煙突や塔などの実構造物を対象とした研究はあるものの、基礎的な情報が圧倒的に少なく未解明な部分が多い。それゆえ、3次元円柱において発振する流体励起振動は2次元円柱における論理のみでは説明できない場合もある。

以下では、まず比較的系統化されている2次元円柱まわりの流れと渦励振について概説する。次に3次元円柱まわりの流れに触れ、本研究が対象とする塔状円柱における“高風速渦励振”へと展開する。

### 1.2 2次元円柱まわりの流れ

一様流中におかれた静止2次元円柱まわりの流体の動きはレイノルズ数（以下、 $Re$ ）に応じて変化する。その状況は表-1.1のようにまとめられており、大別すると層流状態、後流遷移域、剥離せん断層遷移域、境界層遷移域、完全乱流状態に分類される<sup>1)</sup>。

層流状態は $0 < Re < 180-200$ の範囲である。 $0 < Re < 4.5$ においては剥離は生じず後流域は形成されない（図-1.1(a)）。流体は物体表面に沿って移動する。 $4.5 < Re < 30-48$ になると層流剥離が生じる。閉じた後流域が形成され、背後に一對の停滞渦が発生する（図-1.1(b)）。さらに、 $30-48 < Re < 180-200$ では、後流域において剥離せん断層がゆっくりと変動し、やがて渦（カルマン渦）に成長する（図-1.1(c), (d)）。なお、円柱の左右から発生する2列の渦列は外部攪乱に対して不安定である。しかし、二つの平行渦列が互い違いの配置をとり、かつ渦列間の距離が渦同士の間隔の

0.281倍の場合に限り中立の安定（渦の配置は若干乱れるが、大幅には崩れない。）となることが Karman によって示された<sup>3)</sup>。実際、カルマン渦が互い違いの配置で放出され、（渦列間の距離）/（渦同士の間隔） $\approx 0.3$ となることが知られている。

後流遷移域は  $180-200 < Re < 350-400$  に属する。この  $Re$  領域においては剥離は層流であるが、後流域では層流状態を保てなくなる。まず、 $180-200 < Re < 220-250$  において後流は3次元性を帯び、円柱から遠い後流域が乱れ始める（図-1.1(e)）。 $220-250 < Re < 350-400$  になると円柱近傍にも乱れが及ぶようになる（図-1.1(f)）。

亜臨界域に属する  $350-400 < Re < 1.0 \times 10^3-2.0 \times 10^3$  においては境界層は層流状態を保つが、剥離せん断層が乱れを生じる。まず、 $350-400 < Re < 1.0 \times 10^3-2.0 \times 10^3$  においては剥離せん断層は波うち始める（図-1.1(g)）。これは遷移波とよばれる。 $1.0 \times 10^3-2.0 \times 10^3 < Re < 2.0 \times 10^4-4.0 \times 10^4$  では遷移波のスケールが小さくなり、さらに遷移波が渦の外側で小さな巻き込みを生じ、渦の形状が乱れ始める（図-1.1(h)）。 $2.0 \times 10^4-4.0 \times 10^4 < Re < 1.0 \times 10^5-2.0 \times 10^5$  になると、遷移波の巻き込みは円柱近傍に及び（図-1.1(i)）、円柱の背圧は低下する。

亜臨界域と超臨界域にまたがる  $1.0 \times 10^5-2.0 \times 10^5 < Re < 3.5 \times 10^6-6.0 \times 10^6$  になると境界層が遷移する。まず、 $1.0 \times 10^5-2.0 \times 10^5 < Re < 3.0 \times 10^5-3.4 \times 10^5$  では、剥離点が層流を保ちつつ円柱後方へ移動する（図-1.1(j)）。 $3.0 \times 10^5-3.4 \times 10^5 < Re < 3.8 \times 10^5-4.0 \times 10^5$  になると円柱に極めて接近した剥離せん断層の乱れの影響により、剥離した流れは円柱表面に再附着するようになる。この閉じた剥離域はセパレーションバブル（剥離泡）とよばれる。境界層の遷移は円柱近傍の片側から生じるため、平均圧力の円柱まわりの分布は非対称となり、揚力係数（以下、 $C_L$ ）は著しく増加（もしくは低下）し、抗力係数（以下、 $C_D$ ）は低下を始める。 $3.8 \times 10^5-4.0 \times 10^5 < Re < 5.0 \times 10^5-1.0 \times 10^6$  になると、もう片側においても遷移が完成する。この時、平均圧力分布は対象となり、 $C_D$  は最小となる。また、 $C_L$  はゼロに戻る。以上は、まずセパレーションバブルが円柱の片側のみで発生し（図-1.1(k)）、その後両側において発生する（図-1.1(l)）ことを意味する。 $5.0 \times 10^5-1.0 \times 10^6 < Re < 3.5 \times 10^6-6.0 \times 10^6$  になると剥離そのものが乱れ、セパレーションバブルはスパン方向に非一様かつ断片的に存在する。また、規則的な渦の放出はもはや見られなくなる。しかし、 $Re > 3.5 \times 10^6-6.0 \times 10^6$  では、円柱のかなり後流側において再度渦の形成が現れることが Roshko<sup>4)</sup> によって発見され、次いで Morkovin<sup>5)</sup>、Cincotta<sup>6)</sup> によっても確認された。この  $Re$  領域は“transcritical”もしくは“postcritical”とよばれるが、上限は定義されていない。

最後に完全乱流においては円柱周辺の全ての領域が完全に乱れる。これは理論的には  $Re = \infty$  の領域であるが、実験的にはどの程度の  $Re$  領域であるかは明確にされていないようである。

### 1.3 2次元円柱におけるストローハル数

静止2次元円柱におけるストローハル数(無次元渦放出周波数 $St = fD/V$ , ここで,  $f$ : 渦放出周波数,  $D$ : 円柱断面直径,  $V$ : 主流速度)は, 図-1.2に示すように $Re$ に依存する. これは1.1に述べたように, 円柱まわりの流れの状況が $Re$ に応じて遷移するためである.

まず $0 < Re < 4.5$ においては剥離が生じないため渦は形成されず, また,  $4.5 < Re < 30-48$ では層流剥離が生じるものの渦は停滞しているため,  $St$ は値を持たない.  $30-48 < Re < 180-200$ になると円柱の後方において剥離せん断層が波うち始め, やがて整った渦が周期的に放出される.  $Re$ の増加とともに渦形成域のスケールは小さくなり,  $St$ は増加する. また,  $180 < Re < 260$ 近傍において二つの渦放出モードによるヒステリシスが存在し,  $St$ の変化は不連続になることが知られている<sup>9)</sup>. 次に $350-400 < Re < 1.0 \times 10^5 - 2.0 \times 10^5$ では乱れの増加により, 剥離せん断層は厚みを増す. すると, 剥離せん断層が後流域に巻き込まれ, 渦を形成するに至るまでの時間が増加することになる. これは渦形成の周期が長くなることに帰着し,  $St$ は低下するはずであるが, 図-1.2によると $St$ はおよそ0.2であり, ほぼ一定を保っている. Gerrard<sup>10)</sup>は $Re$ の増加にともない自由せん断層の厚みは増加するが, 渦形成域のスケールの縮小がバランスした結果,  $St$ はほぼ一定値を保つと説明している. さらに $1.0 \times 10^5 - 2.0 \times 10^5 < Re < 3.5 \times 10^6 - 6.0 \times 10^6$ においては, 渦放出は周期性を失う. すると後流変動や揚力変動のパワースペクトルはワイドバンドとなり,  $St$ を特定し難くなる. 図-1.3に示すように, 多くの研究者による実験結果にはばらつきがみられる. しかし, 前節で述べたように $Re > 3.5 \times 10^6 - 6.0 \times 10^6$ では, 再度, 周期的な渦放出が現れる. 図-1.4にCincotta<sup>11)</sup>により測定された揚力変動のパワースペクトルを示す.  $Re = 3.1 \times 10^6$  (図-1.4(a))ではピークを特定できないが,  $Re = 5.2 \times 10^6$  (図-1.4(b))になると渦放出は再び明確な周期性を帯びることがわかる.

### 1.4 円柱における渦励振

渦放出にともなう物体に作用する揚力は, 一般にケルビンの循環定理およびクッタ・ジュコフスキーの定理に基づいて説明されている. 今, 図-1.5のように一様なポテンシャル流中におかれた円柱を考え, 物体背後に渦が放出されたとする. 任意の閉曲線 $C$ を定義すると, 循環 $\Gamma$ は速度ベクトルを $C$ に沿って積分することにより得られる. 渦による循環の反作用として, 物体を含む閉曲線 $C$ に循環 $\Gamma$ が発生する. この時, 図-1.6に示すように, 一様な流れと $\Gamma$ にともなう回転流の重ね合わせを考えると, 円柱の上側での流速は主流速度よりも小さくなり, 下側では相対的に大きくなる. するとベルヌーイの定理より, 円柱の上側では圧力が上昇し, 下側では圧力は低下する(図-1.7). したがって, 円柱には下向きの揚力が作用する(マグナス効果). クッタ・ジュ

コフスキーの定理によると、その揚力の大きさは $\rho V\Gamma$  ( $\rho$ : 空気密度) である。渦が交替のかつ周期的に放出されると、上下方向に周期的な変動揚力が発生することになる。粘性流においては剥離をともなう複雑な流れとなるために、以上のようなポテンシャル理論による考察は必ずしも厳密ではないが、渦による循環が揚力を発生させることに変わりはない。以上の循環に基づく理論とは異なる視点から、渦による揚力変動について考察したものに西村ら<sup>9)</sup>の研究がある。彼らは剥離せん断層の挙動に着目し、静止円柱表面に作用する圧力変動の測定および可視化実験により、変動揚力はカルマン渦が直接作用して生じるのではなく、円柱側面近傍の剥離せん断層の変動によって発生すると考察している。

今、図-1.8のように、一様流中においてバネ支持された円柱を考える。 $St$ が一定となる $Re$ 領域を対象とすると、渦放出の周波数は風速に対して直線的に変化する(図-1.9(上図))。渦の放出周波数が物体の固有振動数に一致する風速域において、交替的な渦放出にともなう変動揚力が振動系に伝達され、円柱は風直角方向に振動を始める。これが渦励振である(図-1.9(下図))。しかしながら、渦励振の振幅の発達は渦による強制外力のみによるものではない。物体が振動することによって渦放出にともなう空気が変化し、励振力として物体の振動系にフィードバックされる。つまり、渦励振は強制的な空気が自動的な空気の相互作用により発現する非線形現象である。渦励振が持続する風速域においては、渦放出周波数が固有振動数に一致し続ける現象がみられる。これはロックイン現象とよばれる非線形現象であり、その風速範囲は物体の振幅に依存する。

ロックイン領域近傍における渦の同期状況についてはWilliamsonら<sup>11)</sup>が調べている。彼らは、水槽において円柱を移動させて相対的な一様な流れ場をつくり( $300 < Re < 1000$ )、流れ直角方向にも円柱を正弦波的に強制変位させた。アルミニウム粒子による可視化の結果から、円柱の流れ直角方向振幅と無次元流速に対する渦放出状況を図-1.10のようにまとめている。図-1.10において、横軸は無次元流速、縦軸は無次元振幅であり、“P”は渦のペアを、“S”は単独の渦の発生を意味する。円柱の運動が渦の形成運動に影響を及ぼし、渦の同期パターンが変化する様子がわかる。また、“I”および“II”の点線は、Bishopら<sup>12)</sup>が求めた揚力のヒステリシスにおいて、揚力が不連続に変化する箇所を表したものである。Iは無次元流速を減少させた場合、IIは無次元流速を増加させた場合の揚力の不連続点である。Williamsonらは、この揚力が不連続となる現象を無次元流速を増加させる場合には2Pモードから2Sモードへ、減少させる場合には2Sモードから2Pモードへ突然変化するためであると説明している(図-1.11)。

## 1.5 塔状円柱まわりの流れ

一様流中におかれた一様断面の塔状円柱においてはアスペクト比の影響が加わり、流れは複雑なものとなる。岡本ら<sup>14)</sup>は数種類のアスペクト比の円柱塔状圧力模型を用いた風洞実験を行い、模型表面に作用する圧力の特性を調べている。岡本らは自由端近傍の側面において平均圧力が局所的に小さくなること、アスペクト比が約6以下の場合、自由端近傍の圧力低下が円柱根元まで及ぶことを明らかにしている。さらに、後流風速変動の測定結果、油膜法および水槽における可視化実験の結果から、自由端近傍（自由端から約2Dの範囲）には周期的な渦の放出はみられないとしている。河村ら<sup>15)</sup>は圧力模型を用いた風洞実験を行い、表面平均圧力分布に関して岡本らと同様の実験結果を得るとともに、小型風車、油膜法、スモークワイヤー法によって自由端近傍の流れを詳細に観察し、図-1.12に示す流れのモデルを得た。図-1.12(a)はアスペクト比がある程度大きい場合の流れの様子を示しており、自由端近傍においては Trailing Vortex (随伴渦) とよばれる縦渦がみられる。また、円柱根元には Necklace Vortex が現れる。アスペクト比がある程度小さいと、図-1.12(b)のようにカルマン渦はみられず、自由端近傍の流れがスパン方向に支配的となる。また、図-1.13は油膜法により自由端近傍の流れを可視化し、それを後流側から撮影した写真である。一対の旋回流による流跡が現れており、これが Trailing Vortex の流出点であると推察している。

一方、Farivar<sup>16)</sup>はアスペクト比が10~12.5と大きい塔状円柱を対象に、その表面圧力および後流風速変動の測定によりスパン方向の渦放出周波数を調べ、図-1.14に示す結果を得た。岡本らや河村らの実験結果においては自由端近傍には周期的な渦放出は検出されなかったが、図-1.14によると大幅に低い周波数を有する渦放出が自由端近傍にみられる。そのStは約0.085である。また、渦放出周波数はスパン方向に不連続に変化しており、3つの領域に大別されるようである。Karamchetiら<sup>16)</sup>やFoxら<sup>17,18)</sup>も渦放出周波数のスパン方向の分布を調べている。Foxら<sup>18)</sup>がアスペクト比30の塔状円柱の圧力模型を用いた風洞実験により得た結果を図-1.15に示す。渦放出周波数のスパン方向の不連続性はみられるが、Farivarの結果よりも多くの領域に分割されており、分布形状も異なる。

以上のように塔状円柱における流れの状況は複雑であり、体系的な整理がなされているとは言えず、難しく不明な点が多い。

## 1.6 塔状円柱構造物における特異な空力振動現象

前節で述べたように塔状円柱まわりの流れは複雑であり、渦の放出も3次元性をともなう。し

たがって、塔状円柱においては2次元円柱の論理では予測できない空力振動現象が発生する、以下に、既往の研究において報告された特異な空力振動現象について述べる。

Wootton<sup>20)</sup>は円筒状の構造物の風直角方向の空力応答特性を調べる目的で、図-1.16に示す装置を用いて風洞実験を行った。円筒は風直角方向に並進移動し、その変位は円筒支持部材に張り付けたひずみゲージによって測定される。気流はほぼ一様流であり、 $Re$ は $10^5$ のオーダーである。得られた無次元風速と風直角方向の応答（無次元化振幅のr.m.s.）の関係を図-1.17に示す。5通りのスクルートン数について調べているが、最初に着目すべき応答はスクルートン数が最小のケース（「3」のインデックスが付記されている。）である。無次元風速=5において渦励振のピークが現れているが、無次元風速=10付近においてもピークがみられる。スクルートン数の増加とともに渦励振のピークは大幅に減少するが、無次元風速=10付近のピークは残る。論文中において、このピークが円柱頂部の影響によるものであろうとの推測が述べられているが、具体的な検討はなされていない。

河井<sup>21)</sup>は一様円柱、テーパつき円柱など形状の異なる塔状円柱構造物の風直角方向の応答を1自由度ロッピング模型を用いて調べている。アスペクト比20の一様円柱の頂部における風直角方向の無次元化振幅（r.m.s.）と無次元風速の関係を図-1.18に示す。気流は一様流である。無次元風速=7における渦励振によるピークの他に、無次元風速=14付近においてもピークがみられる。応答のパワースペクトルはカルマン渦放出にともなう変動空気力以外に、低い周波数を有する外力の存在を示唆していたことから、無次元風速=14における応答のピークはこの低周波数の変動空気力によるものであると考察している。

河井が指摘した低周波変動流体力に関連すると思われる研究にWilliamsonら<sup>22)</sup>によるものがある。彼らは水槽に片持ち支持した円柱を設置し、 $Re=10600$ の一様流れ場における変動揚力を測定し、“parallel shedding”のケース（渦は2次的に放出される。）と“oblique shedding”のケース（渦は傾斜放出される。）とを比較している。parallel sheddingのケースにおいては2次元円柱を用いるのではなく、円柱先端に断面直径のやや大きい小円柱を設置している。この小円柱により先端近傍の流速は局所的に増大し、parallel sheddingが実現される<sup>23)</sup>。一方、oblique sheddingのケースでは、円柱の先端は自由端になっている。得られた変動揚力のパワースペクトルを図-1.19に示す。実線がparallel sheddingであり、点線がoblique sheddingのケースである。parallel sheddingのケースではカルマン渦による変動揚力のピークが支配的であるが、自由端のあるoblique sheddingの場合には二つのピークが現れている。この内の低周波数側のピークは、河井が示した低周波数の変動風力に相当するものと推定される。

## 1.7 本研究の目的および本論文の構成

前節では、塔状円柱構造物において渦振の発現風速より数倍高い風速域にも限定型振動が現れることを示した<sup>20, 21)</sup>。また、カルマン渦による変動揚力の周波数よりもかなり低い周波数を有する揚力変動の存在を示唆する報告<sup>21, 22)</sup>があることも述べた。この低周波揚力が高風速域の限定型振動の励振源である可能性はあるが、それを実証した研究はみられない上、その低周波揚力がどのような流体力であるのかは検討されていない。そこで本研究においては、この高風速域における限定型振動を“高風速渦振”とよび、その励振源を実験的に解明することを目的とする。

本論文は全5章より構成されている。第2章以降の概要を以下に示す。

第2章においては、円柱塔状ロッキング模型および弾性模型を用いた風洞実験により高風速渦振の発生を確認し、その特性を検討している。また、後流風速変動の測定結果から高風速渦振の励振源と推定される変動が頂部近傍に存在することを示し、これを“自由端渦”と呼んでいる。さらに、煙とレーザーを用いた可視化実験の結果より自由端渦の発生状況について論じる。

第3章では、自由端渦の発生特性に着目して考究している。自由端渦の周波数の風速に対する変化や発生状況の時間的推移について詳細に調べる。また、円柱ロッキング模型の頂部に薄円盤を設置して自由端渦の発生を妨げることを試みる。自由端渦の発生状況の変化と高風速渦振の振幅の変化との対応から、自由端渦と高風速渦振の関連性を明らかにしている。

第4章においては、圧力模型を用いた風洞実験により塔状円柱に作用する空気力を調べる。まず、模型全体の表面圧力特性を把握するとともに、自由端渦による空気力変動の作用位置を検出する。次に自由端渦による空気力の空間的な作用特性および時間的な発生特性を検討する。また、得られた空気力を用いてロッキング模型を対象とする時刻歴応答解析を試み、応答振幅を実験値と比較する。

第5章は本研究の結論であり、各章で得られた知見を総括するとともに、今後の研究課題を述べる。

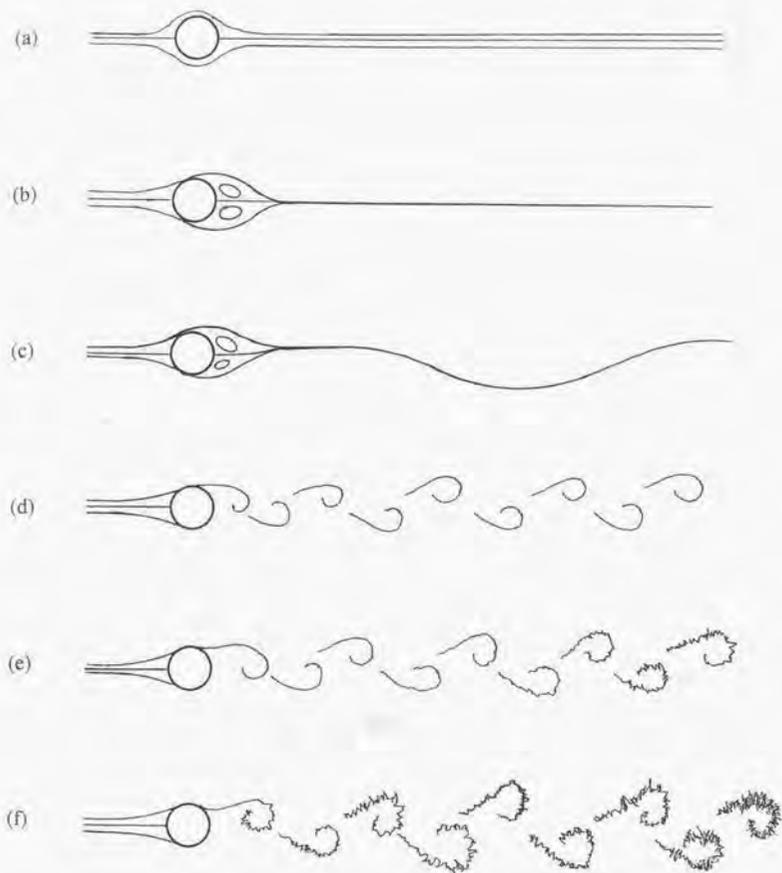
第1章 参考文献

- 1) Zdravkovich, M.M. : *Flow Around Circular Cylinders Vol 1: Fundamentals*, Oxford University Press, 1997.
- 2) Parkinson, G. : Phenomena and modeling of flow-induced vibration of bluff bodies, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 26, pp.169-224, 1989.
- 3) 今井功 : 流体力学 (前編) , 裳華房, 1996.
- 4) Roshko, A. : Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp.345-356, 1961.
- 5) Morkovin, M.V. : Flow around circular cylinders ; a kaleidoscope of challenging fluid phenomena, *Proceedings of ASME Symposium on Fully Separated Flow*, pp. 102-118, 1964.
- 6) Cincotta, T. T., Jones, G. W. and Walker, W. W. : Experimental investigation of wind induced oscillation effects on cylinders in two dimensional flow at high Reynolds numbers, *NASA TMX 57779*, 1966.
- 7) Blevins, R. D. : *Flow-Induced Vibration* (second edition), Van Nostrand Reinhold, 1990.
- 8) Williamson, C. H. K. : The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake, *Physics of Fluids*, Vol. 31, pp. 3165-3167, 1988.
- 9) Gerrard, J. H. : The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies, *Journal of Fluids Mechanics*, Vol. 25, pp. 401-413, 1966.
- 10) 西村宏昭, 谷池義人 : 2次元静止円柱の変動風力発生機構, 日本風工学会誌, 第74号, pp.47-57, 1998.
- 11) Williamson, C. H. K. and Roshko, A. : Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 2, pp. 355-381, 1988.
- 12) Bishop, R. E. D. and Hassan, A. Y. : The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid, *Proceedings of the Royal Society (London)*, Series A, Vol. 277, pp. 51-75, 1964.
- 13) 岡本哲史, 八木田幹 : 一樣流中に平行な平板に垂直に置かれた有限長円柱の流れに関する実験的研究, 日本機械学会論文集, 38巻313号, pp.2259-2267, 1972.
- 14) 河村隆雄, 桧和田宗彦, 日比野敏晴, 馬淵幾夫, 熊田雅弥 : 平板上に設置された有限長円柱まわりの流れ (円柱長さが乱流境界層厚さを越える場合) , 日本機械学会論文集 (B編) , 50巻450号, pp. 332-341, 1982.
- 15) Farivar, D. : Turbulent uniform flow around cylinders of finite length, *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 3, pp. 275-281, 1981.
- 16) Ayoub, A. and Karamcheti, K. : An experiment on the flow past a finite circular cylinder at high

- subcritical and supercritical Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 118, pp. 1-26, 1982.
- 17) Fox, T. A. and West, G. S. : Fluid-induced loading of cantilevered circular cylinders in a low-turbulence uniform flow. Part 1: mean loading with aspect ratios in the range 4 to 30, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, pp. 1-14, 1993.
  - 18) Fox, T. A. and West, G. S. : Fluid-induced loading of cantilevered circular cylinders in a low-turbulence uniform flow. Part 2: fluctuating loads on a cantilever of aspect ratio 30, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, pp. 15-28, 1993.
  - 19) Fox, T. A. and Apelt, C. J. : Fluid-induced loading of cantilevered circular cylinders in a low-turbulence uniform flow. Part 3: fluctuating loads on a cantilever of aspect ratio 4 to 25, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, pp. 375-386, 1993.
  - 20) Wootton, L. R. : The oscillations of large circular stacks in wind, *Proceedings of Institute of Civil Engineering*, Vol. 43, pp. 573-598, 1969.
  - 21) 河井宏允 : テーバーつき円柱の渦励振, 日本風工学会誌, 第59号, pp. 49-52, 1994.
  - 22) Khalak, A. and Williamson, C. H. K. : Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 10, pp. 455-472, 1996.
  - 23) Eisenlohr, H. and Eckelmann, H. : Vortex splitting and its consequences in the vortex street wake of cylinders at low Reynolds numbers, *Physics of Fluids*, Vol. A1, 189-192, 1989.

表-1.1 円柱まわりの流れの遷移 (文献1)に基づく.)

層流	剥離なし	$0 < Re < 4-5$
	閉じた後流域	$4-5 < Re < 30-48$
後流遷移	後流域の周期的変動	$30-48 < Re < 180-200$
	円柱から遠い下流側に乱れ発生	$180-200 < Re < 220-250$
	円柱近傍の後流域に乱れ発生	$220-250 < Re < 350-400$
剥離せん断層遷移	遷移波の発生	$350-400 < Re < 1k-2k$
	遷移波の巻き込み	$1k-2k < Re < 20k-40k$
	剥離せん断層の乱流遷移	$20k-40k < Re < 100k-200k$
境界層遷移	剥離点の後方移動	$100k-200k < Re < 300k-340k$
	円柱の片側にセパレーションバブル発生	$300k-340k < Re < 380k-400k$
	円柱の両側にセパレーションバブル発生	$380k-400k < Re < 500k-1M$
	剥離の乱れ (周期的な渦の放出はみられない.)	$500k-1M < Re < 3.5M-6M$
	周期的な渦放出再発生	$3.5M-6M < Re < ?$
完全乱流		$Re = \infty$



図一.1 円柱まわりの流れ(a) $0 < Re < 4.5$ , (b) $4.5 < Re < 30-48$ , (c)と(d) $30-48 < Re < 180-200$ , (e) $180-200 < Re < 220-250$ , (f) $220-250 < Re < 350-400$

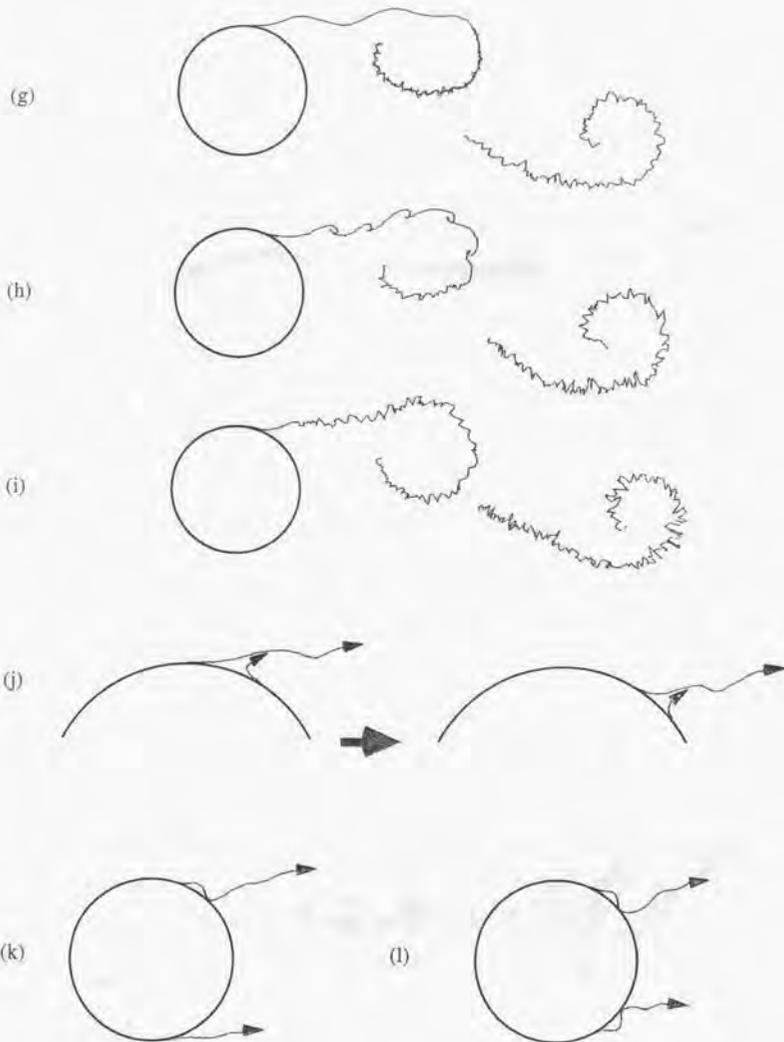


図-1.1 円柱まわりの流れ (つづき) (g)  $350 < Re < 1.0 \times 10^3$ , (h)  $1.0 \times 10^3 < Re < 2.0 \times 10^3$ , (i)  $2.0 \times 10^3 < Re < 4.0 \times 10^3$ , (j)  $1.0 \times 10^5 < Re < 3.0 \times 10^5$ , (k)  $3.0 \times 10^5 < Re < 3.8 \times 10^5$ , (l)  $3.8 \times 10^5 < Re < 5.0 \times 10^5$ ,  $1.0 \times 10^6$

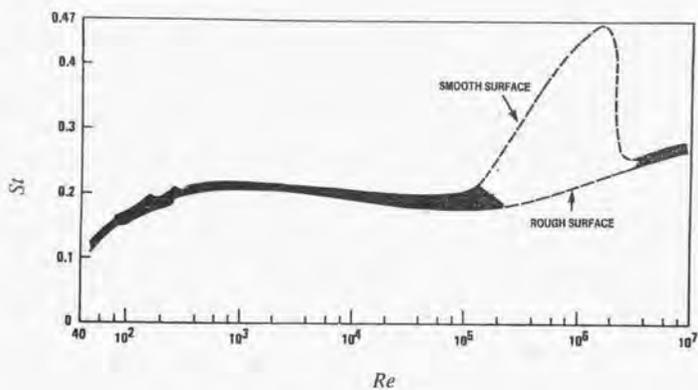


図-1.2 静止円柱におけるストローハル数<sup>7)</sup>

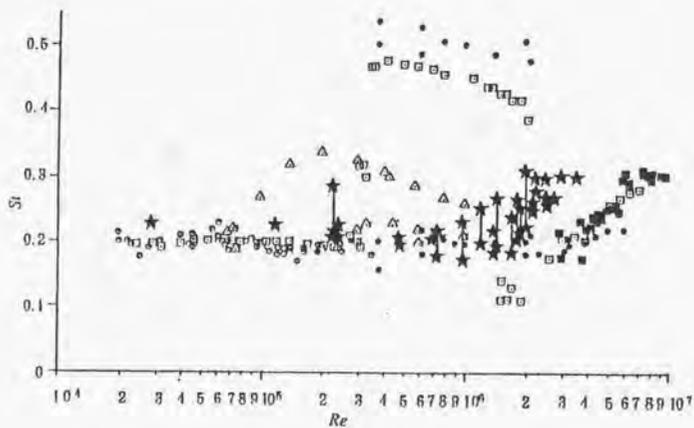
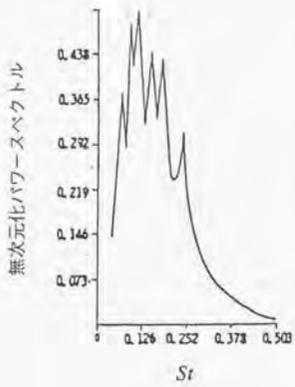
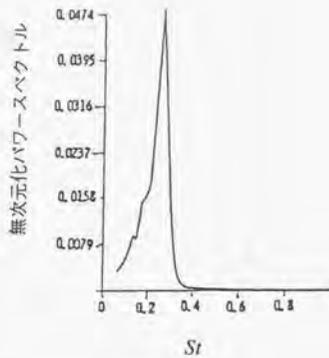


図-1.3 高レイノルズ数領域における円柱のストローハル数<sup>1)</sup>

(□ : Delanyら, △ : Roshko, ○ : Bearman, ★ : Fujitaら)



(a)  $Re=3.1 \times 10^6$



(b)  $Re=5.2 \times 10^6$

図-1.4 揚力変動のパワースペクトル<sup>2)</sup>

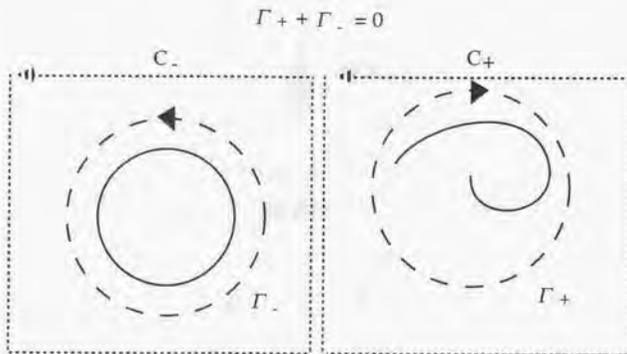


図-1.5 循環の発生

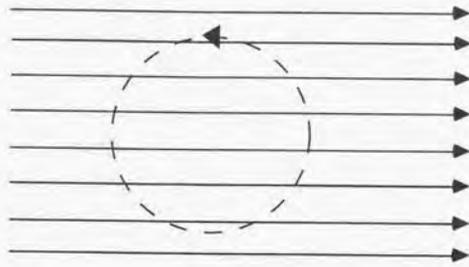


図-1.6 循環と主流の重ね合わせ



図-1.7 揚力の発生

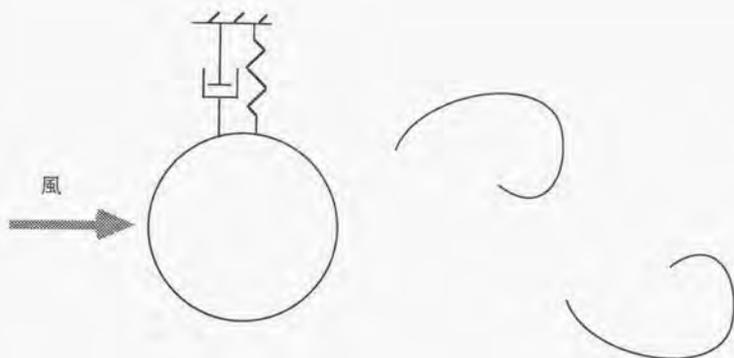


図-1.8 円柱の振動モデル

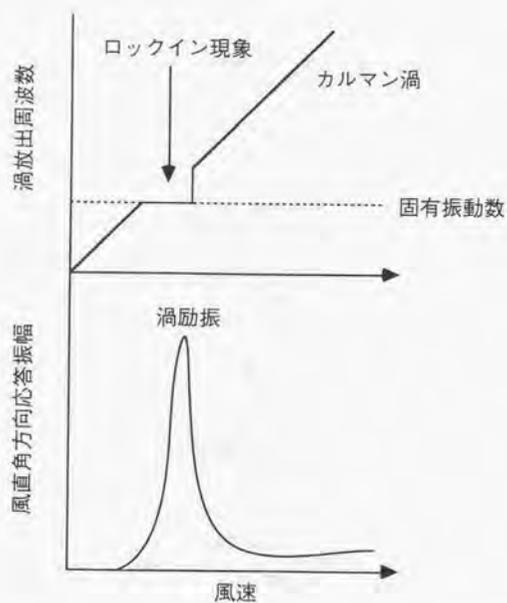


図-1.9 カルマン渦放出周波数と風直角方向応答振幅の関係

上：風速と渦放出周波数の関係，下：風速と風直角方向応答振幅の関係

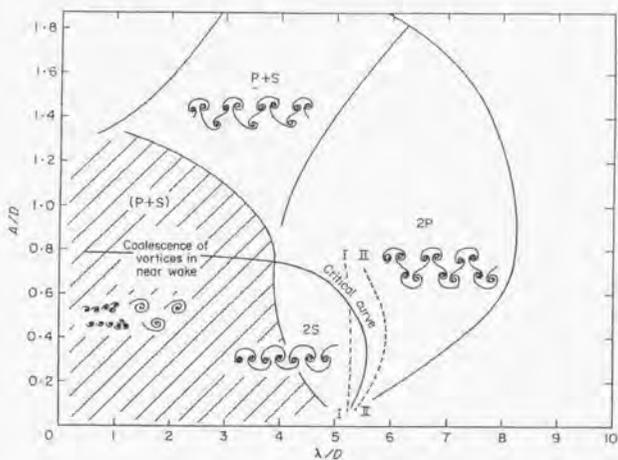


図-1.10 渦の同期モード<sup>11)</sup> (A: 振幅, D: 断面直径,  $\lambda/D$ : 無次元流速)

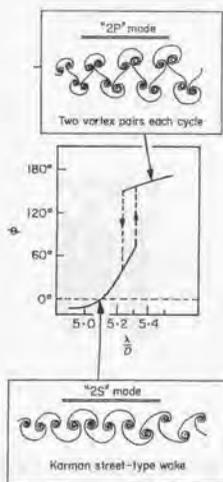


図-1.11 渦の同期モードの変化と揚力変動の位相のジャンプとの関係<sup>11)</sup>

( $\phi$ : 位相 ( $^{\circ}$ ),  $\lambda/D$ : 無次元流速)

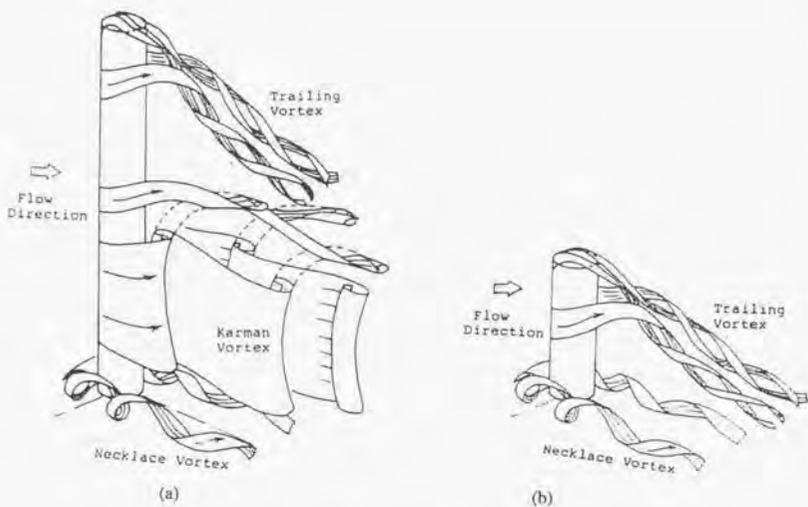


図-1.12 塔状円柱まわりの流れ<sup>14)</sup> (a)アスペクト比大, (b)アスペクト比小

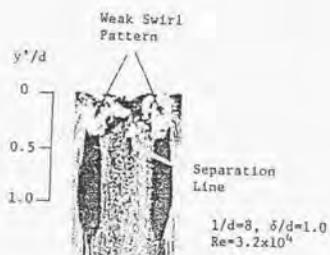


図-1.13 油膜法による自由端近傍の流れの可視化<sup>14)</sup>

( $l$ : 円柱長さ,  $d$ : 断面直径,  $\delta$ : 境界層厚さ)

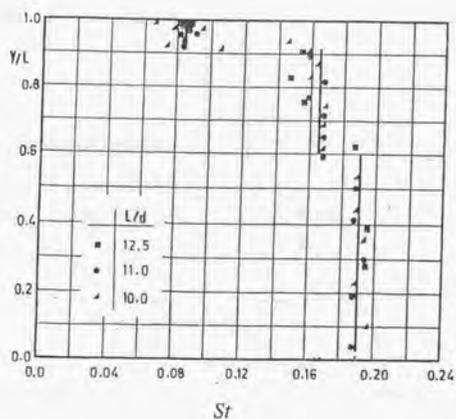


図-1.14 Farivar<sup>15)</sup>によって得られた塔状円柱のストローハル数の高さ方向の分布  
(L:円柱長さ, d:断面直径, y:風洞床面からの高さ)

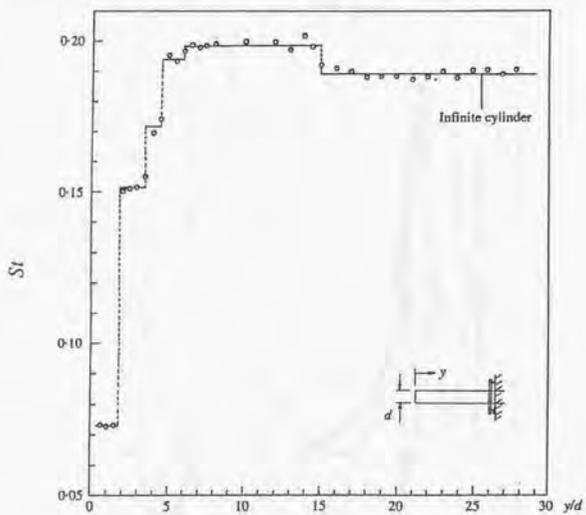


図-1.15 Foxら<sup>18)</sup>によって得られた塔状円柱のストローハル数の高さ方向の分布  
(アスペクト比30)

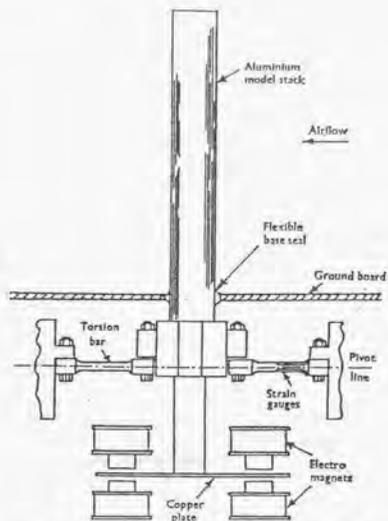


図-1.16 Wootton<sup>20)</sup>が行った風洞実験の概要

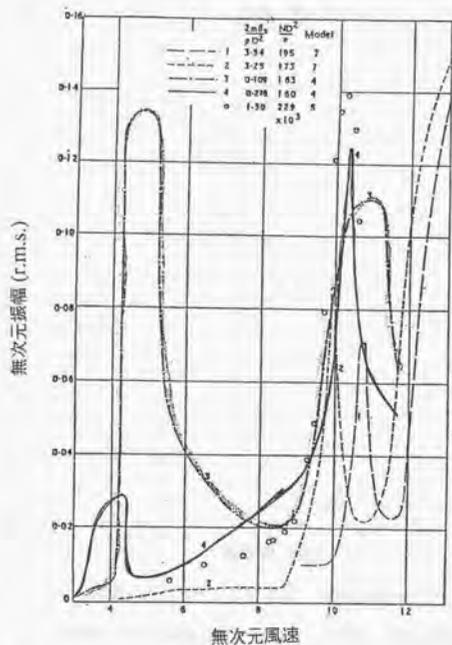
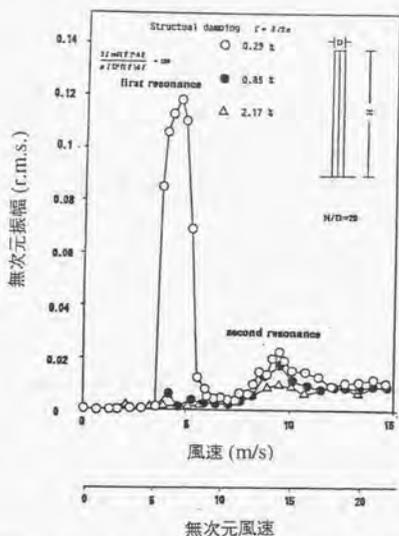
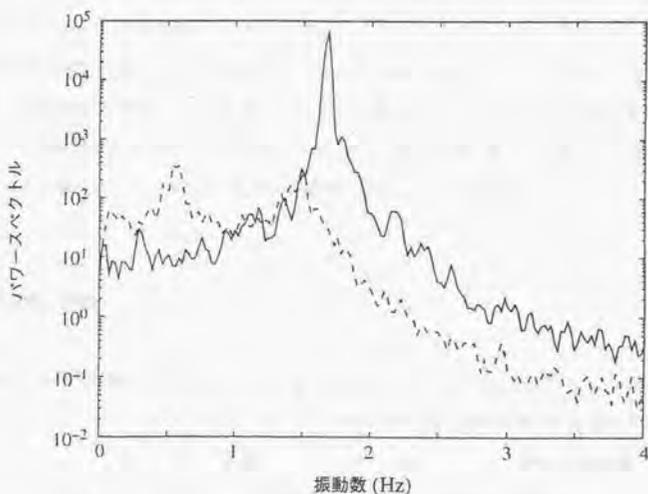


図-1.17 風速と風直角方向応答の関係 (Wootton<sup>20)</sup>による)



図一.18 一様円柱ロッキング模型における風速と風直角方向応答の関係 (河井<sup>21)</sup>による)



図一.19 変動揚力のパワースペクトル (Williamsonら<sup>22)</sup>による)

(実線: parallel shedding の場合, 点線: oblique shedding の場合)

## 第2章

### 高風速渦励振の特性

#### 2.1 はじめに

円柱において発生する渦励振は物体背後に形成されるカルマン渦の放出周波数が、物体の固有振動数にほぼ一致する風速域において発現する限定型振動である。したがって2次元円柱の場合、振動系が1自由度であれば、渦励振は一意の共振風速においてのみ発生する。ところが第1章に述べたように、塔状円柱では渦励振発現風速より数倍高い風速域にも限定型振動が現れるとの報告がある。その特性や励振源に関して十分な検討がなされているとは言い難い状況である。本研究では、この励振現象を“高風速渦励振”とよび、その特性を検討する。

まず本章においては河井<sup>1)</sup>の実験に従い、円柱ロッキング模型を用いた風洞実験を行い、風直角方向の応答を測定し、高風速渦励振の発現を確認するとともに、その応答波形の特性を調べる。後流風速変動を多点で測定し、高風速渦励振の励振源の検出を試みる。また、気流の違い、構造減衰の変化が高風速渦励振に与える影響についても考察を加える。さらに、弾性模型を用いた風洞実験により高風速渦励振の発生特性を調べ、ロッキング模型実験の結果との整合性を検討する。最後に可視化実験の結果から高風速渦励振の励振源の特性について検証する。

#### 2.2 風洞実験の概要

風洞実験は清水建設株式会社技術研究所所属の幅2.6m、高さ2.1~2.4m、長さ18.9mの回流型密閉式風洞において行われた。風洞風速 $V=10\text{m/s}$ の下で測定された模型設置位置での主流方向の平均風速と乱れのプロファイルを、それぞれ図-2.1(a), (b)に示す。ここで、 $H$ は風洞床面からの高さ(mm)である。 $H<200$ において床面による境界層がみられるが、それ以上の高さにおいては、 $I_v<0.8\%$ の乱れの少ない気流となっている(以下、“一様流”)。

図-2.2は実験に用いた模型の概要であり、図-2.3は模型を風洞に設置した様子の写真である。

高さ $H_c=500\text{mm}$ 、断面直径 $D_c=20\text{mm}$ のバルサ製の円柱を板バネで支持し、風直角方向のみに自由度を持つ1自由度ロッキング模型である。総重量は約35gである。円柱頂部に加速度計を設置し、測定された加速度から頂部における風直角方向の変位 $y$ を求めた。模型の固有振動数 $f_n$ は17.5Hzであり、減衰定数 $\xi$ は0.28%である。なお、スクルートン数 $2\pi \xi J / \rho D_c^2 H_c^3$  ( $J$ :極慣性モーメント、 $\rho$ :空気密度)は約0.862である。

また、1型熱線プローブを模型の中心から $5D_c$ 後流側、風直角方向に $1D_c$ の位置に設置し、高さを10mmピッチで変化させて後流風速変動を多点で測定した。データのサンプリングは500Hzで行い、模型の固有振動数が17.5Hzであることを考慮して加速度応答データには56Hzでローパスフィルターをかけた。ただし、後流風速変動データは高い周波数成分が十分に小さくエイリアジングの問題がほとんどないため、ローパスフィルターを通していない。

## 2.3 実験結果

### 2.3.1 風直角方向応答

図-2.4に無次元風速 $V/f_n D_c$ とレイノルズ数(以下、 $Re$ )を横軸として、得られた無次元化変位 $y/D_c$ (r.m.s.)を示す。2次元円柱渦(カルマン渦)の放出にともなう渦励振のピークが $V/f_n D_c=5.7$ にある。風速の増加とともに渦励振の振幅は減少するが、 $V/f_n D_c=17$ において再び応答振幅はピークとなる。これが、本研究が対象とする高風速渦励振である。高風速渦励振の発現風速は渦励振発現風速の約3倍である。Wootton<sup>2)</sup>による実験結果(図-1.17)では約2.1倍、河井<sup>1)</sup>(図-1.18)によると約2倍であり、倍率的には異なる結果となった。

ここで、高風速渦励振の応答波形を渦励振の波形と比較する。図-2.5(a)は $V/f_n D_c=5.7$ における渦励振の応答波形である。振幅はほぼ一定であり、低減衰の円柱構造物によくみられる渦励振の波形である。一方、 $V/f_n D_c=17$ における高風速渦励振の応答波形(図-2.5(b))は、振幅が緩やかに変化するものとなっている。

次に、 $D_c=15\text{mm}$ の模型を用いて実験を行った。この模型の総重量は約20g、振動特性は $f_n=17.5\text{Hz}$ 、 $\xi=0.28\%$ であり、スクルートン数は約0.869である。 $V/f_n D_c$ と $y/D_c$ (r.m.s.)の関係を図-2.6に示す。なお、 $D_c=20\text{mm}$ のケース(図-2.4)についても点線で示している。渦励振によるピークが $V/f_n D_c=5.9$ にあり、高風速渦励振のピークは $V/f_n D_c=18$ にみられる。 $D_c=20\text{mm}$ のケースと比較すると、高風速渦励振の発現風速はやや増加している。

図-2.7に示すように、板バネの固定金具と固定台の間にビニール材をはさむことにより模型の構造減衰を増加させた。ここでは $D_c=20\text{mm}$ の模型を用いており、振動特性は $f_n=17.0\text{Hz}$ 、 $\xi=0.66\%$ ( $y/D_c=0.1$ 付近)~ $0.81\%$ ( $y/D_c=0.02$ 付近)である。構造減衰はおおよそ2.5倍に増加したことに

なる。得られた $V/f_n D_c$ と $yD_c$  (r.m.s.)の関係を図-2.8に示す。なお、比較のために減衰増加前の応答(図-2.4)についても点線で記す。渦励振の応答振幅は大幅に減少して約1/5程度となるが、高風速渦励振の振幅は構造減衰の影響を受けにくい。この傾向は河井<sup>1)</sup>の実験結果とも整合している。

### 2.3.2 後流風速変動の測定結果に基づく高風速渦励振の励振源

図-2.9に $V/f_n D_c=11$ における後流風速変動のパワースペクトルを、無次元化周波数 $f/f_n$ と無次元化高さ $H/H_c$ を軸として示す。図-2.4に示したように、この風速においては応答振幅は小さい。図-2.7をみると、2次元円柱渦の放出によるピークが $0.4 < H/H_c < 0.8$ にある。一方、 $H/H_c > 0.8$ の自由端近傍においては比較的広帯域にパワーが分布しており、乱れが大きいことを示している。やや小さいが、 $H/H_c=0.92$ 、 $f/f_n=0.68$ にピークがある。本研究においては、このピークをもたらしただ後流変動を“自由端渦”とよぶことにする。図-2.10に図-2.9と同じ風速である $V/f_n D_c=11$ における応答加速度のパワースペクトルを示す。 $f_n$ の成分が卓越しており、2次元円柱渦の放出にともなう変動空気力によるピークが $f/f_n=2.0$ に現れている。また、 $f/f_n=0.68$ においてもピークがみられる。この振動数は模型頂部付近に発生した自由端渦の周波数(図-2.9)と等しいことから、自由端渦が外力として模型に作用していることを示す。これらの後流と応答のパワースペクトルから自由端渦と2次元円柱渦の周波数を抽出し、数点の $V/f_n D_c$ に対してプロットしたものが図-2.11である。また、応答振幅(図-2.4)についても点線であわせて示している。2次元円柱渦の放出周波数はほぼ直線的に変化し、模型の固有振動数に一致する風速域において渦励振が発現している。一方、自由端渦の周波数は2次元円柱渦の周波数の約1/3であるが、風速に対して直線的に変化する点は2次元円柱渦と同じ性質を有している。自由端渦の周波数が模型の固有振動数に一致する $V/f_n D_c=17$ において高風速渦励振が発現している。したがって、高風速渦励振は自由端渦によって励起されると考えられる。

### 2.3.3 境界層乱流における高風速渦励振の発生特性

本項においては、境界層乱流中における高風速渦励振の発現可能性を調べる。スバイヤーおよびラフネスブロックを用いて生成したべき指数0.22の境界層乱流のプロファイルを図-2.12に示す。この境界層乱流の下で得られた $V/f_n D_c$ と $yD_c$ (r.m.s.)の関係を図-2.13に示す。 $V/f_n D_c=5.7$ に渦励振が発現し、 $V/f_n D_c > 10$ にみられるガスト応答が大きくなっている。一方、高風速渦励振のピークは現れていない。後流風速変動の測定は行っていないが、応答のパワースペクトルを用いてこの原因について考察しておく。

$V/f_n D_c=5.7, 11, 17, 23$ の風速に着目し、風直角方向応答のパワースペクトルをそれぞれ図-

2.14(a), (b), (c), (d)に示す。図-2.14(a)は渦励振発現風速における応答のパワースペクトルであるため、2次元円柱渦の放出によるピークは固有振動数成分と一致しているが、その他の風速においては鈍いピークとして現れ、風速の増加とともに高振動数側へ移動してゆくのわかる。しかし、図-2.10にみられた自由端渦によるピークは確認できない。図-2.9に示したように、自由端渦は自由端近傍の狭い範囲において発生する弱い変動である。したがって、自由端渦の形成が気流の乱れによって妨げられた、もしくは自由端渦が気流の乱れに起因する後流の不規則変動に埋没した可能性がある。その結果、高風速渦励振は発現しなかったと思われる。しかしながら、一種類の境界層乱流による実験しか行っておらず、自由端渦の形成と気流の乱れとの関連性を調べるためには、数種類の気流の下での実験が必要である。

### 2.3.4 弾性模型における高風速渦励振の発生特性

前項までに、一様流中において高風速渦励振の発現が確認され、その励振源は自由端渦であると推察された。本項においては、若原ら<sup>36,4)</sup> (付録1参照)が実測を行ったタワーをベースとする塔状円柱の弾性模型を用いて実験を行い、高風速渦励振の発現特性を検討する。また、その励振源が自由端渦であるかを調べる。

使用する弾性模型の概要を図-2.15に示す。模型はカーボンファイバー製のパイプを剛性材とする8質点系で構成されており、高さ $H_0$ は500mm、断面直径 $D_0$ は13.5mmである。模型の1次固有振動数 $f_{n1}$ は27.5 Hz、2次固有振動数 $f_{n2}$ は140.0 Hz、1次モードの減衰定数 $\xi_1$ は0.21%である。2次モードの減衰定数については調べていない。模型の風直角方向応答を頂部に設置した加速度計により測定した。また、得られた加速度データを積分することにより、頂部高さにおける風直角方向変位 $y$ に換算した。なお、用いた気流は図-2.1に示した一様流である。

図-2.16に無次元風速 $V/f_{n1}D_0$ と無次元化変位 $y/D_0$  (r.m.s.)の関係を示す。 $V/f_{n1}D_0 = 5.7$ において渦励振(1次)による応答のピークがみられる。また、 $V/f_{n1}D_0 = 21$ にもピークがあり、これが高風速渦励振である。一方、2次の渦励振は $V/f_{n1}D_0 = 22$ と33の2点に現れていると思われるが、これについては後述する。図-2.17(a)は1次の渦励振が発現した風速( $V/f_{n1}D_0 = 5.7$ )における風直角方向の応答変位の時系列である。ロッキング模型における渦励振の時系列(図-2.5(a))と同様に、振幅一定となっている。一方、図-2.17(b)に示す $V/f_{n1}D_0 = 21$ における高風速渦励振の応答振幅は時間の経過とともに緩やかに変化している。この傾向もロッキング模型において発現した高風速渦励振の振幅特性(図-2.5(b))と整合する。

後流と応答のパワースペクトルを用いて後高風速渦励振の励振源を検出する。図-2.18(a)は $V/f_{n1}D_0 = 5.7$ における後流風速変動のパワースペクトルを、無次元化高さ $H/H_0$ を縦軸とする等高線で示したものである。なお、見やすくするためにスペクトル強度の高いレベルのみを表示してい

る。この風速は1次の渦励振の発現風速であり、測定した範囲全域 ( $H/H_1=0.4\sim 1.0$ ) において  $f_{n1}$  に一致した2次元円柱渦の放出周波数がみられる。また、図-2.18(b)に示す応答のパワースペクトルをみると  $f_{n1}$  の成分が際だっている。また、 $f_{n2}$  の成分も若干現れている。次に、 $V/f_{n1}D_1=16$  における後流のパワースペクトルを図-2.19(a)に示す。2次元円柱渦の成分はスパン方向に分裂しており、 $f/f_{n1}=2.5$ の成分が $0.67 < H/H_1 < 0.87$ の範囲に、 $f/f_{n1}=2.8$ の成分が $H/H_1 < 0.65$ に現れている。また、自由端渦の変動は $0.88 < H/H_1 < 0.97$ の範囲に $f/f_{n1}=0.7$ の周波数成分として検出されている。同じ風速における応答のパワースペクトル(図-2.19(b))をみると、自由端渦による影響がやはり $f/f_{n1}=0.7$ にピークとして現れており、外力として作用していることを示す。また、 $f/f_{n1}=2.5$ および $2.8$ にもピークがあり、図-2.19(a)にみられた二つの2次元円柱渦に対応する。さらに、高風速渦励振の発現風速である $V/f_{n1}D_1=21$ における後流のパワースペクトル(図-2.20(a))では $0.88 < H/H_1 < 0.97$ に存在する自由端渦の変動が  $f_{n1}$  に一致している。また、応答のパワースペクトル(図-2.20(b))においても、自由端渦によるピークは  $f_{n1}$  に重なっている。ゆえに高風速渦励振は自由端渦によって励起されていると考えられ、ロッキング模型実験で得られた考察と整合する。なお、図-2.19(a), (b)にみられた二つの2次元円柱渦の成分は、それぞれ高周波数側へ移動している。

$V/f_{n1}D_1$  に対する渦放出周波数の関係を図-2.21に示す。応答振幅についても点線で示してある。2次元円柱渦については $H/H_1=0.66$ を境に周波数が不連続に分裂したため、 $H/H_1=0.6$ と $H/H_1=0.7$ で測定されたものを代表として示している。ただし、 $H/H_1=0.7$ のものについては風速を細かく変化させて測定しなかったために情報が少ない。 $V/f_{n1}D_1=5.2$ 付近において2次元円柱渦のロックイン現象が始まり、応答振幅は $V/f_{n1}D_1=5.9$ で1次の渦励振によりピークとなる。風速に比例して二つに分裂した2次元円柱渦の周波数は各々増加し、 $f_{n1}$ を離れるが $V/f_{n1}D_1=28$ と $33$ において $f_{n2}$ と一致する。すなわち、2次の渦励振は二つの風速において発現している。しかし、2次の渦励振においてロックイン現象は捉えられていない。一方、自由端渦については $H/H_1=0.9$ において測定された周波数を示している。自由端渦の周波数は $V/f_{n1}D_1=13$ 付近からスペクトル中のピークとして識別可能となり、風速にはほぼ比例して増加する。 $V/f_{n1}D_1=21$ 付近において $f_{n1}$ と一致し、高風速渦励振が励起される。また、自由端渦のロックイン現象はみられない。

### 2.3.5 弾性模型においてみられた2次元円柱渦の分裂について

2.3.4に示したように、弾性模型においては2次元円柱渦が高さ方向に不連続に分裂した。この現象は幾つかの既往の研究<sup>30)</sup>にも報告されている。本項では、渦放出のストローハル数 $St$ を既往の研究報告と比較する。

弾性模型における各高さでの渦放出の $St$ を $H/H_1$ 縦軸として表したものが図-2.22である。

Farivar<sup>3)</sup>, Foxら<sup>6)</sup>および岡本ら<sup>7)</sup>の静止塔状円柱による実験結果もあわせて示す。本弾性模型のアスペクト比は約37であり、Farivarが用いたものはアスペクト比10~12.5, Foxらの模型はアスペクト比30, 岡本らの模型はアスペクト比12である。図-2.22をみると本実験の自由端渦の $St$ はFarivarが得たものより低く、Foxらが得た $St$ よりもさらに低い。一方、2次元円柱渦がスパン方向に分裂する現象は、FarivarやFoxらの報告にも現れているが、Foxらが得たものの方が複雑である。本実験においてみられた2次元円柱渦の周波数の分布は、Farivarの報告に整合している。 $0.67 < H/H_1 < 0.87$ にみられた2次元円柱渦の $St$ はFarivarのものとはほぼ等しいが、 $H/H_1 < 0.65$ の2次元円柱渦についてはFarivarのものよりもやや低い。二つの2次元円柱渦の周波数の比については、本実験では約0.89であるのに対しFarivarでは約0.88であり、比較的良くあう。また、2次元円柱渦の $St$ が不連続に変化する境は、 $H/H_1=0.66$ であるのに対し、Farivarの結果は $H/H_1=0.6$ となっており、比較的一致している。一方、岡本らの結果には自由端渦は現れていない。また、2次元円柱渦の $St$ の分布も曲線的に変化するものとなっており、アスペクト比が同程度のFarivarの結果とも本弾性模型実験の結果とも異なる。

図-2.22に示した2次元円柱渦の $St$ がスパン方向に不連続に分かれる原因は不明である。2.3.2に述べたロッキング模型実験においては、この現象はみられていない。しかし、本実験の弾性模型においては弾性変形を妨げぬように、表面に約1mmのクリアランスがスパン方向に6箇所設けられている。このクリアランスが流れに微妙な影響を与え、2次元円柱渦の $St$ をスパン方向に変化させる要因となっている可能性はある。実際、図-2.22に示したFarivar<sup>3)</sup>の結果も、2次元円柱渦の $St$ がスパン方向に不連続に分裂することを示すが、彼の用いた静止円柱模型は幾つかの真ちゅう製の円筒をつなぎ合わせたものである(Farivarの論文中<sup>3)</sup>には、模型の直径をスパン方向に変化させることが可能、との記述もある)。また、同じく図-2.22に示したFoxら<sup>6)</sup>の実験結果においても、Farivarの結果とは異なるが2次元円柱渦の $St$ はスパン方向に幾つかの領域に分裂している。やはり彼らの模型も幾つかの円筒の接合によって形成されている(表面圧力を測定するための圧力測定孔が一つの円筒に配置されており、その円筒をスパン方向にずらすことにより全スパンの表面に作用する圧力を測定している)。FarivarやFoxらが用いた模型における円筒の接合状況については定かではないが、彼らが得た2次元円柱渦の $St$ の不連続な分布も模型表面の微小な不連続面に起因している可能性はある。実際、図-2.22に示した岡本ら<sup>7)</sup>の実験模型は接合部がない一体型であり、 $St$ の分布は曲線的に変化している。

なお、ロッキング模型と弾性模型とでは振動形の違いがあり、これが両者の不整合性をもたらした可能性もある。しかし、弾性模型において応答振幅が微小となった風速域においても、2次元円柱渦の放出周波数の分裂はみられており(図-3.12(a))、振動形の違いが原因になっているとは考え難い。

一方、このような2種類の渦放出周波数の位相が揃う瞬間に大きな渦が形成され<sup>8)</sup>、その低周波

の渦放出が高風速渦励振を励起するのではないかとの指摘がある<sup>9)</sup>。しかし、ロッキング模型においては、2次元円柱渦の放出周波数が高さ方向に不連続に分裂する現象はみられていないにもかかわらず、高風速渦励振が発振したことから、本実験における高風速渦励振と2次元円柱渦の分裂現象との関連性は薄いと思われる。

## 2.4 可視化実験

高風速渦励振の励振源である自由端渦の形成状況を調べるために、煙とレーザーを用いた可視化実験を行った。また、実験模型は断面直径20mmの円柱ロッキング模型(図-2.2)である、実験の概要を図-2.23に示す。風洞外に設置されたレーザー発生機から生成されたレーザーは風洞側面の微小な穴を通過して風洞内に入る。そして反射用の鏡により偏向され、アクリルの円柱を経由して拡散され、レーザーシートとなる。煙流脈は模型前方に設置された数本のパイプより放出された。煙流脈の生成には、図-2.24に示す装置を用いた。煙発生機により生成された煙は一旦箱に溜められ、箱内に設けられたファンによって押し出されるようになっている。なお、本実験は煙流脈の濃度を保つために非常に低い風速( $V/D_0 \approx 2$ ,  $Re \approx 945$ )の下で行われた。この風速においては、模型の振動はほとんど観測されていない。

図-2.25に後流の可視化写真を示す。図-2.25(a)は模型の頂部付近、図-2.25(b)は模型中腹の後流を示している。図-2.25(a)をみると模型の上を通過する流れが模型背後に引き込まれていることがわかる。半円形の煙面が現れており、その上端部分は *Trailing Vortex*<sup>10)</sup>(随伴渦)である。その半円形煙面の後流側に現れている煙塊が、放出された自由端渦であると思われる。ただし、その形状は明確には認識できない。一方、模型中腹では(図-2.25(b))、2次元円柱渦がやや傾斜して放出されている。Williamson<sup>11)</sup>は、たとえ端板を設けた2次元円柱であっても渦放出が風洞壁面に発生する境界層の影響を受け、渦放出の位相がスパン方向に連続的にずれ、渦は傾斜放出されることを示している。本実験は3次元実験である上、風洞床面による境界層が存在する。これらが、2次元円柱渦の傾斜放出の原因であると思われる。

次に、自由端渦の放出状況を詳しく観察する。図-2.26も模型頂部付近の後流を示しており、図-2.25(a)と図-2.26は時間的に連続した写真である。図-2.25(a)に現れた半円形煙面の後流側先端は、次の瞬間(図-2.26)、上流側へ引き込まれている。同時に、自由端渦と思われる煙塊が現れている。すなわち、自由端渦はこの半円形煙面の後流側先端から放出されており、その *Formation Region*(渦形成域の気流方向スケール)は模型の側面から半円形煙面の後流側先端までの長さであると思われる。そこで、図-2.25(a)と(b)を比較すると、自由端渦の *Formation Region*は2次元円柱渦のものよりも長いことがわかる。

Formation Regionと渦放出周波数の関係についてはRoshko<sup>2)</sup>が2次元円柱模型の背後に断面直径の1.14倍の長さのスプリッタープレートを設置することにより調べている。その結果によると、スプリッタープレートを円柱から後流側へ遠ざけるほど、渦放出周波数は低くなる。これはスプリッタープレートが渦同士の相互作用を妨げ、渦はスプリッタープレートの後縁で放出されることを意味する。つまりFormation Regionが長いほど渦放出周波数は低くなる。Roshkoの考察を本実験に当てはめると、自由端渦の周波数が2次元円柱渦の放出周波数よりも低いのは、自由端渦のFormation Regionが長いことに起因すると考えられる。

## 2.5 まとめ

塔状円柱構造物における高風速渦励振の発生特性とその励振源について、円柱ロッキング模型、および塔状弾性模型を用いた風洞実験によって検討した。得られた知見を以下に示す。

- (1) ロッキング模型を用いた一様流による実験においては、渦励振発現風速の約3倍の風速域に高風速渦励振が発振した。一方、弾性模型を用いた実験においては、1次渦励振発現風速の約3.7倍の風速域に高風速渦励振が発現した。高風速渦励振の発現風速はロッキング模型実験と弾性模型実験とでは倍率的に異なるが、この原因についてはさらなる検討を要する。
- (2) 渦励振の応答振幅は時間によらずほぼ一定であったのに対し、高風速渦励振の振幅は時間とともに緩やかに変化し、弱い非定常性を帯びていた。
- (3) 模型頂部近傍の後流中に、自由端渦の発生が確認された。自由端渦の周波数は2次元円柱渦の放出周波数よりも大幅に低いが、2次元円柱渦と同様に風速に対して直線的に変化する。自由端渦の周波数が模型の固有振動数に一致する風速において高風速渦励振が発現したことから、高風速渦励振の励振源は自由端渦であると考えられる。
- (4) 構造減衰を増加させた場合、渦励振の振幅は大幅に減少したが、高風速渦励振の振幅には、ほとんど変化がみられなかった。
- (5) 境界層乱流を用いた実験においては、渦励振は発現したが高風速渦励振の発現は確認されなかった。

- (6) 弾性模型を用いた実験においては、2次元円柱渦の放出周波数がスパン方向に不連続に分裂する現象がみられたが、この現象は高風速渦励振の発現に関与しないと思われる。
- (7) 可視化実験において自由端渦の発生が確認された。自由端渦のFormation Regionは2次元円柱渦のFormation Regionよりも長い。これが、自由端渦の周波数が低い原因であると思われる。

## 第2章 参考文献

- 1) 河井宏允：テーパーつき円柱の渦励振，日本風工学会誌，第59号，pp. 49-52，1994.
- 2) Wootton, L. R. : The oscillations of large circular stacks in wind, *Proceedings of Institute of Civil Engineering*, Vol. 43, pp. 573-598, 1969.
- 3) 若原敏裕，田村幸雄，日比一喜：強風時における高層タワーの応答特性，日本風工学会誌，第55号，pp. 53-54，1993.
- 4) 若原敏裕，北川徹哉，藤野陽三，木村吉郎：あるタワーで観測された“高風速渦励振”，第13回風工学シンポジウム論文集，pp. 269-274，1994.
- 5) Farivar, D. : Turbulent uniform flow around cylinders of finite length, *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 3, pp. 275-281, 1981.
- 6) Fox, T. A. and West, G. S. : Fluid-induced loading of cantilevered circular cylinders in a low-turbulence uniform flow. Part 2: fluctuating loads on a cantilever of aspect ratio 30, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, pp. 15-28, 1993.
- 7) 岡本哲史，八木田幹：一様流に平行な平面に垂直に置かれた有限長円柱の流れに関する実験的研究，日本機械学会論文集，38巻313号，pp. 2259-2267，1972.
- 8) Tombazis, N. and Bearman, P. W. : A study of three-dimensional aspects of vortex shedding from a bluff body with a mild geometric disturbance, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 330, pp. 85-112, 1997.
- 9) 松本勝，西崎孝之，青木淳，北沢正彦，白土博通：斜張橋ケーブルの限定型振動としてのレインバイブレーションに関する研究，構造工学論文集，Vol.40A，土木学会，pp.1059-1064，1994.
- 10) 河村隆雄，桧和田宗彦，日比野敏晴，馬淵幾夫，熊田雅弥：平板上に設置された有限長円柱まわりの流れ（円柱長さが乱流境界層厚さを越える場合），日本機械学会論文集（B編），50巻450号，pp. 332-341，1982.
- 11) Williamson, C. H. K. : Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 206, pp. 579-627, 1989.
- 12) Roshko, A. : On the wake and drag of bluff bodies, *Journal of Aeronautical Science*, Vol. 22, pp.124-135, 1955.

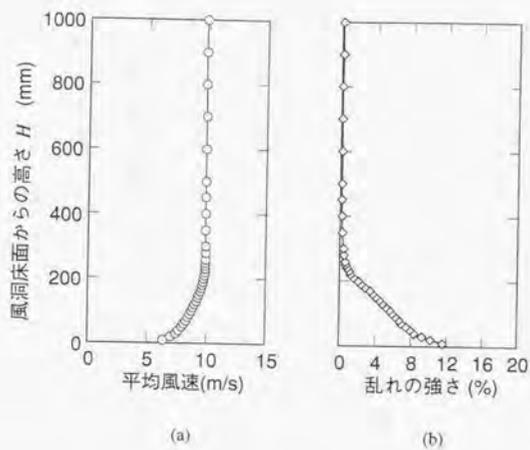


図-2.1 清水建設株式会社技術研究所所属の風洞の気流のプロファイル  
(a)平均風速, (b)主流方向の乱れの強さ $I_v$

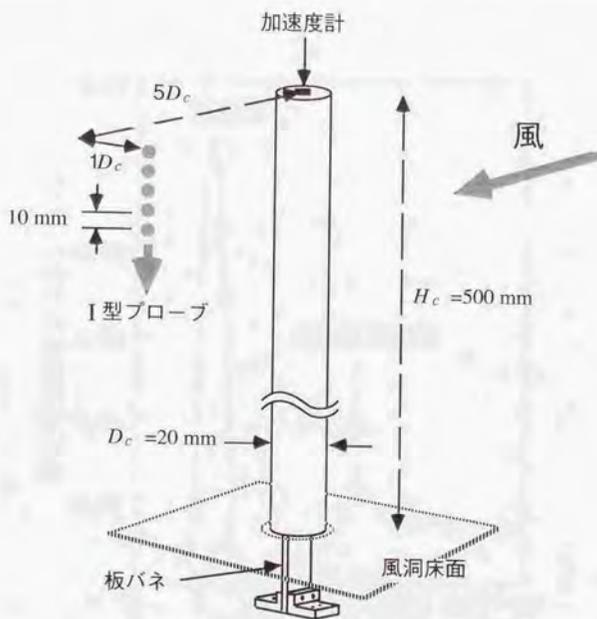


図-2.2 実験模型の概要



図-2.3 模型を風洞に設置した様子

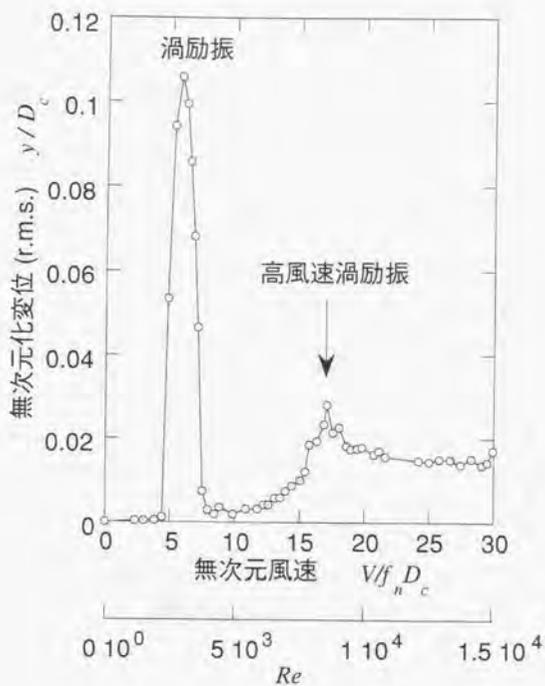


図-2.4 風速と応答の関係 ( $D_c = 20 \text{ mm}$ )

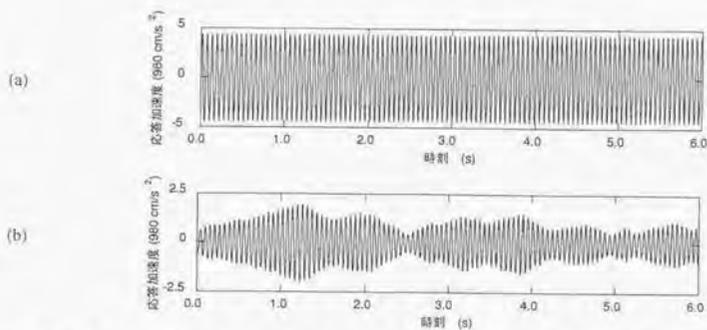


図-2.5 風直角方向応答振幅 (a)渦励振 ( $V/f_n D_c = 5.7$ ), (b)高風速渦励振 ( $V/f_n D_c = 17$ )

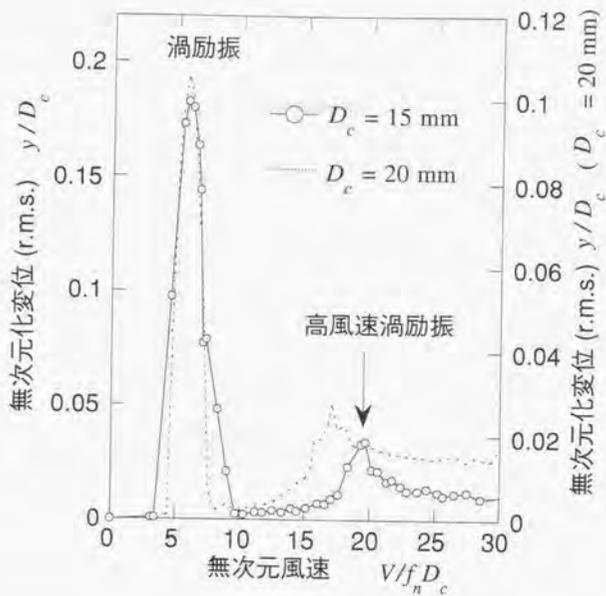


図-2.6 風速と応答の関係 ( $D_c = 15$  mm)

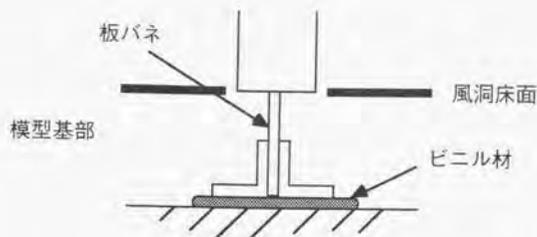


図-2.7 構造減衰の増加

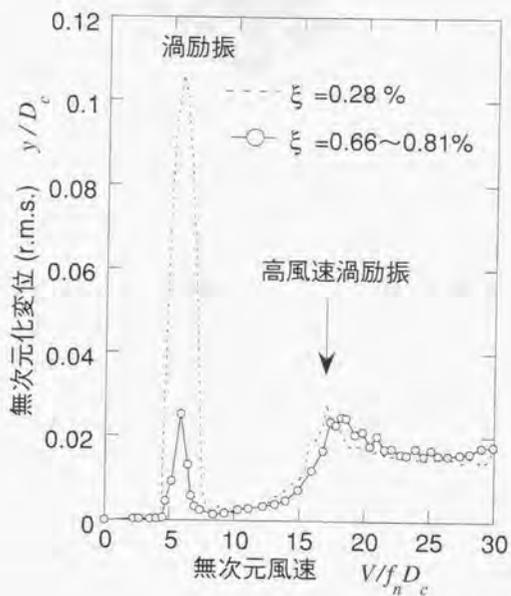


図-2.8 構造減衰増加の影響

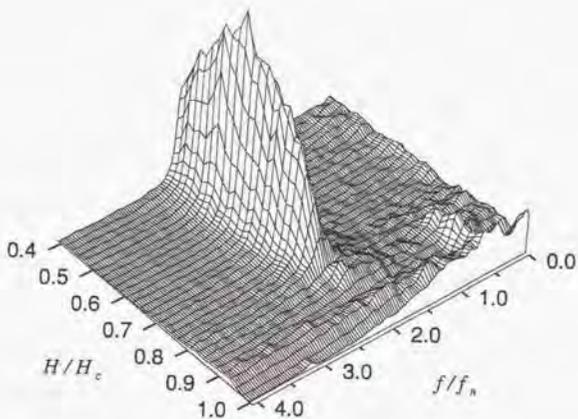


図-2.9 後流風速変動のパワースペクトル ( $V/f_n D_c=11$ )

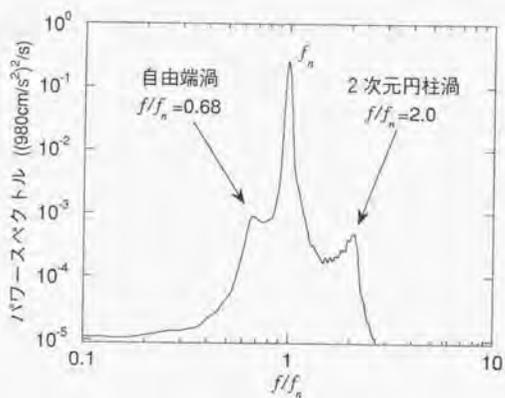


図-2.10 応答加速度のパワースペクトル ( $V/f_n D_c=11$ )

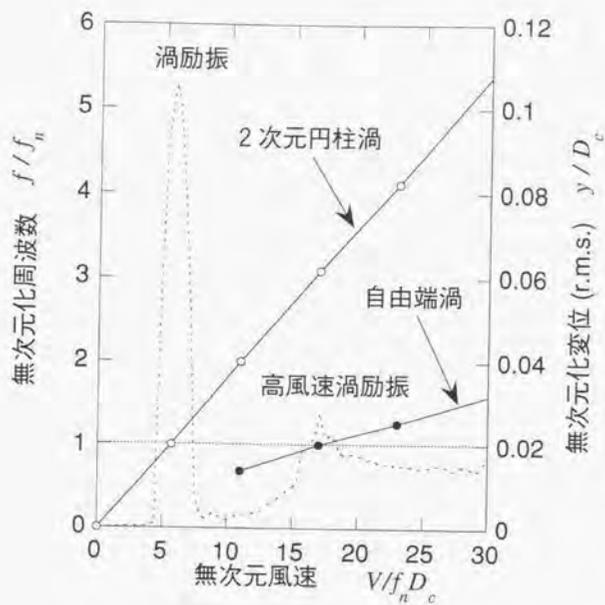


図-2.11 渦放出周波数と応答の関係

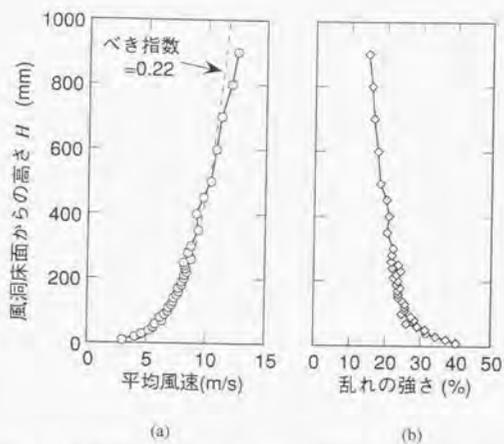


図-2.12 境界層乱流のプロファイル (a)平均風速, (b)主流方向の乱れの強さ $I_t$

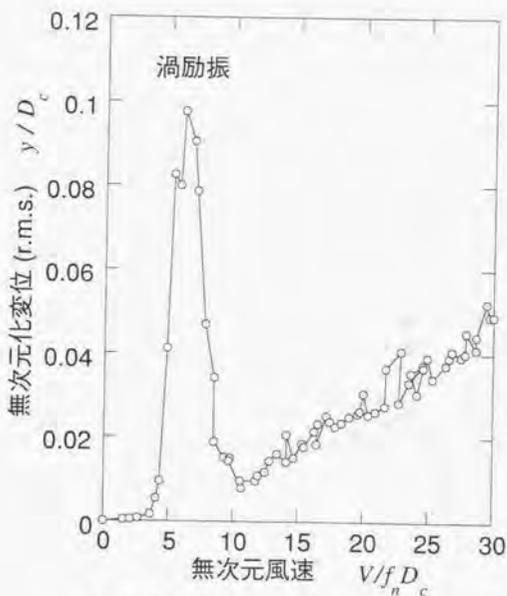
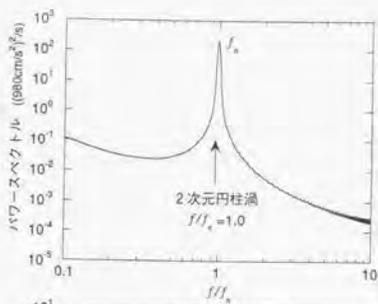
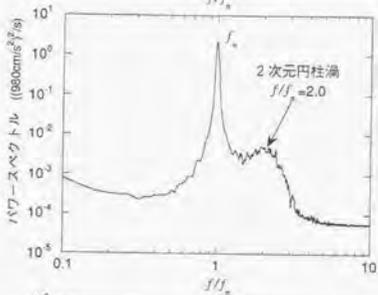


図-2.13 境界層乱流を用いた場合の応答振幅

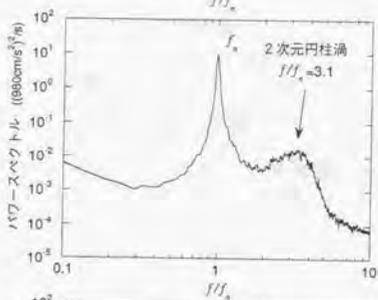
(a)



(b)



(c)



(d)

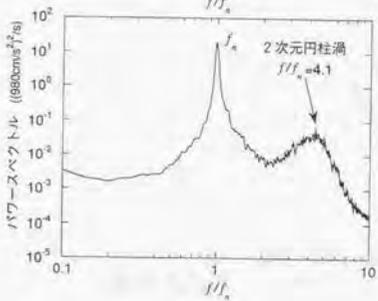


図-2.14 境界層乱流を用いた場合の応答のパワースペクトル

(a)  $Vf_n D_c = 5.7$ , (b)  $Vf_n D_c = 11$ , (c)  $Vf_n D_c = 17$ , (d)  $Vf_n D_c = 23$

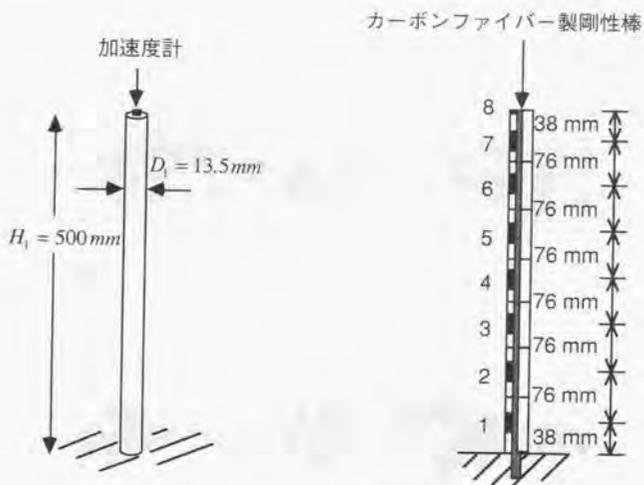


図-2.15 塔状円柱弾性模型

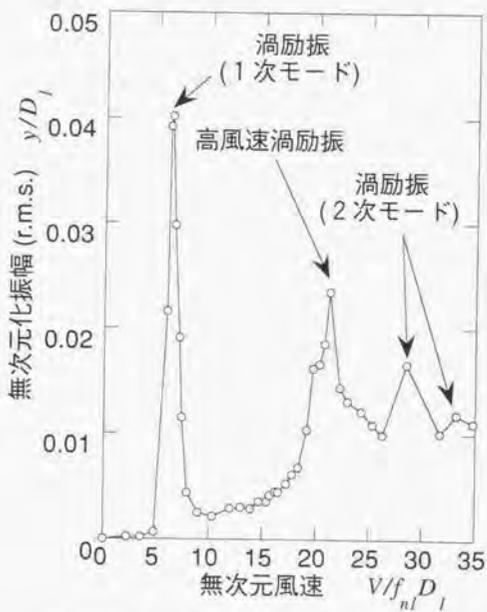
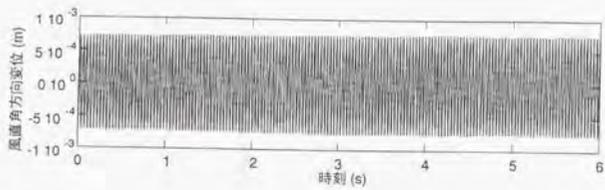
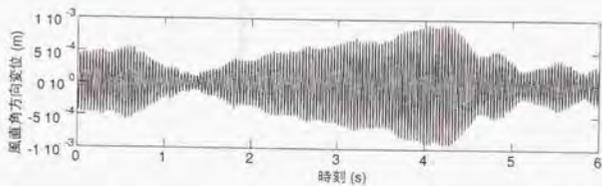


図-2.16 弾性模型における風速と風直角方向応答の関係



(a)



(b)

图-2.17 風直角方向応答時系列 (a) $V/f_n D_j = 5.7$  (b) $V/f_n D_j = 21$

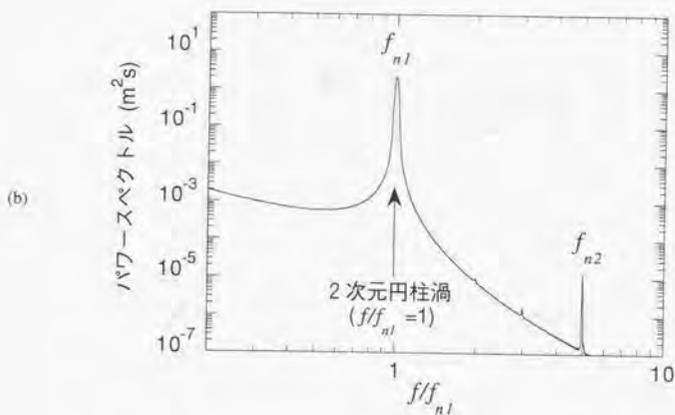
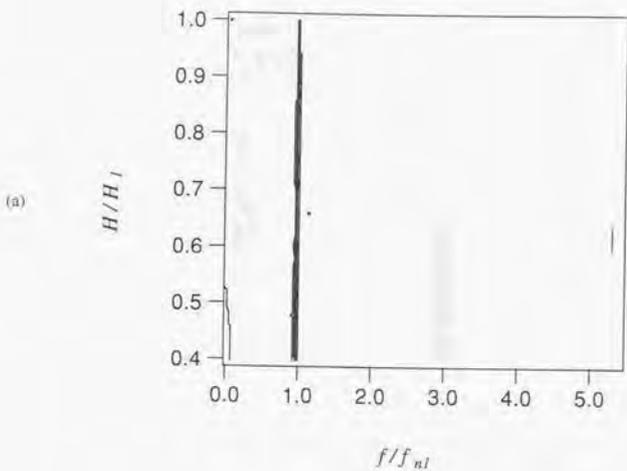


図-2.18 パワースペクトル ( $V/f_{n1} D_1=5.7$ : 渦励振発現風速)

(a)後流風速変動 (b)風直角方向変位

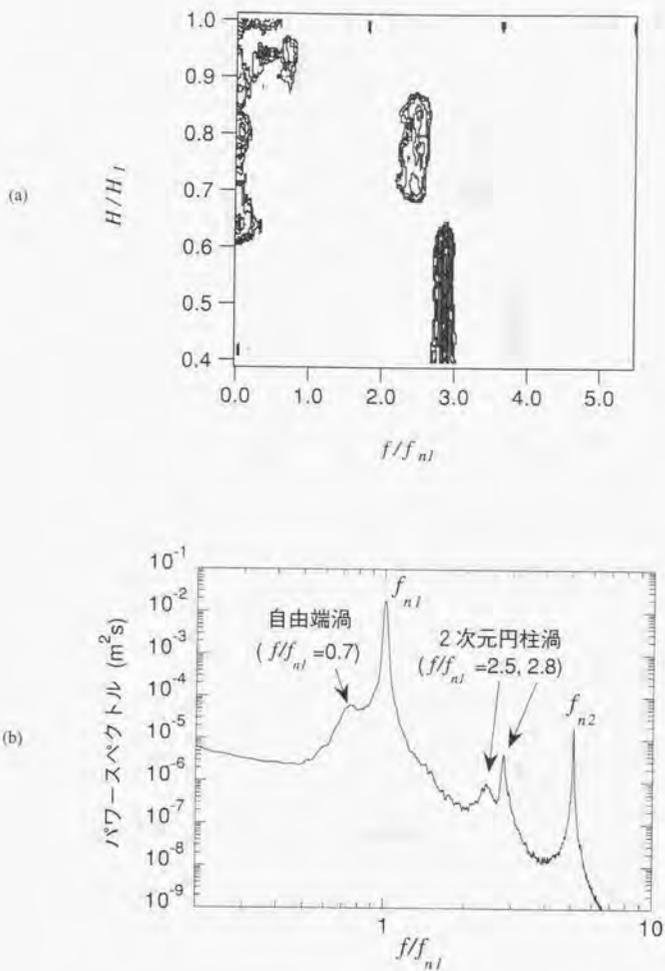


図-2.19 パワースペクトル ( $V/f_{n1} D_l = 16$ )

(a)後流風速変動 (b)風直角方向変位

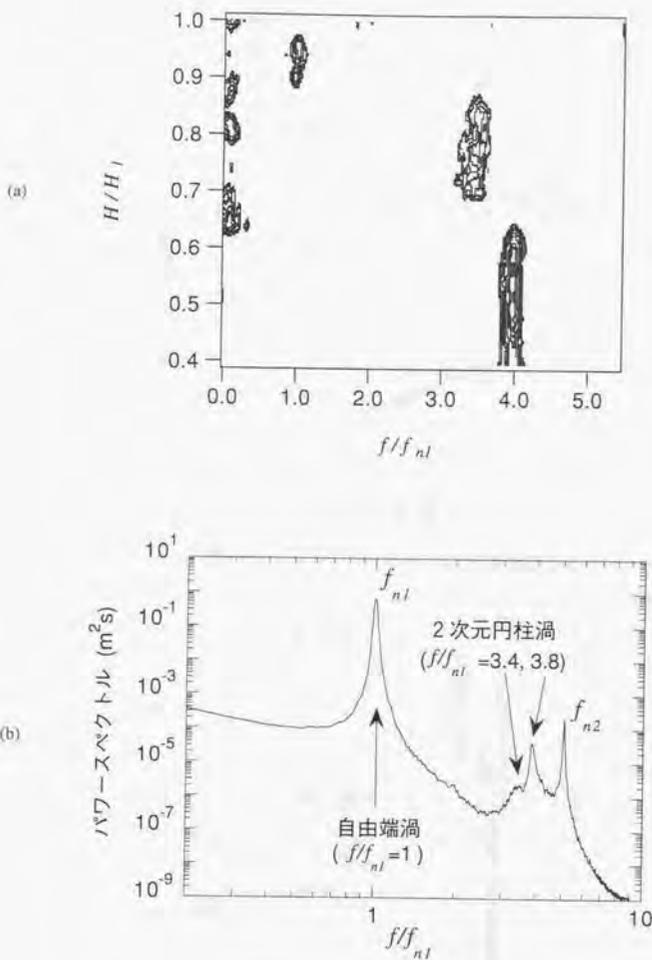


図-2.20 パワースペクトル ( $V/f_{n1} D_1 = 21$ : 高風速渦励振の発現風速)

(a)後流風速変動 (b)風直角方向変位

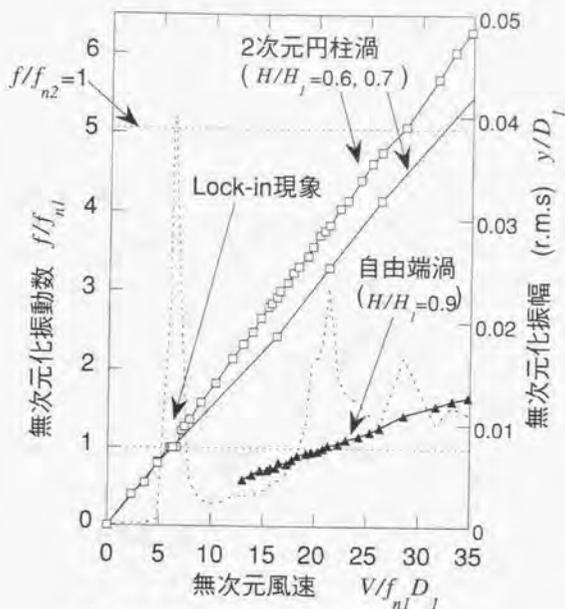


図-2.21 風直角方向応答と渦放出振動数の関係

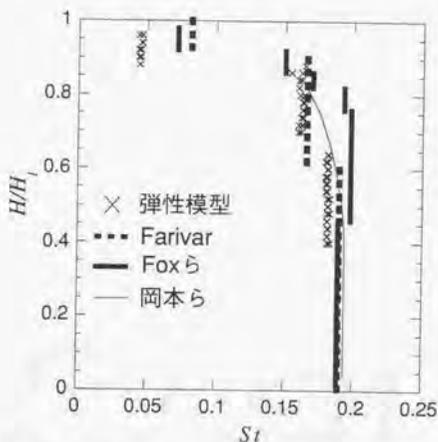


図-2.22 弾性模型におけるストローハル数のスパン方向の分布  
 (Farivar (アスペクト比10~12.5), Foxら (アスペクト比30) および岡本ら  
 (アスペクト比12) の結果はそれぞれ文献5), 6), 7)をコンパイルしたもの.)

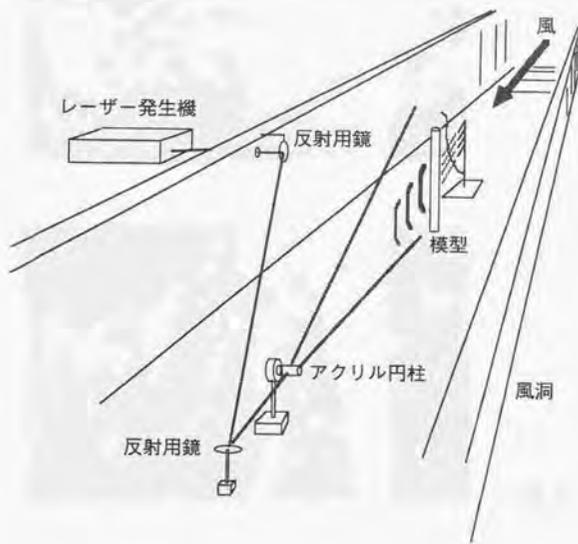


図-2.23 可視化実験の概要

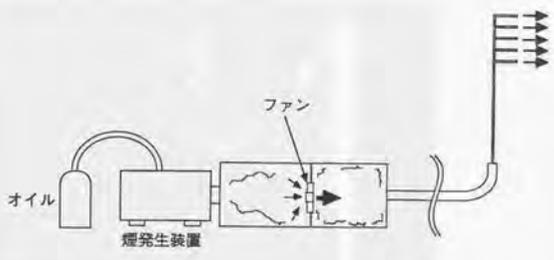


図-2.24 煙流脈の生成方法

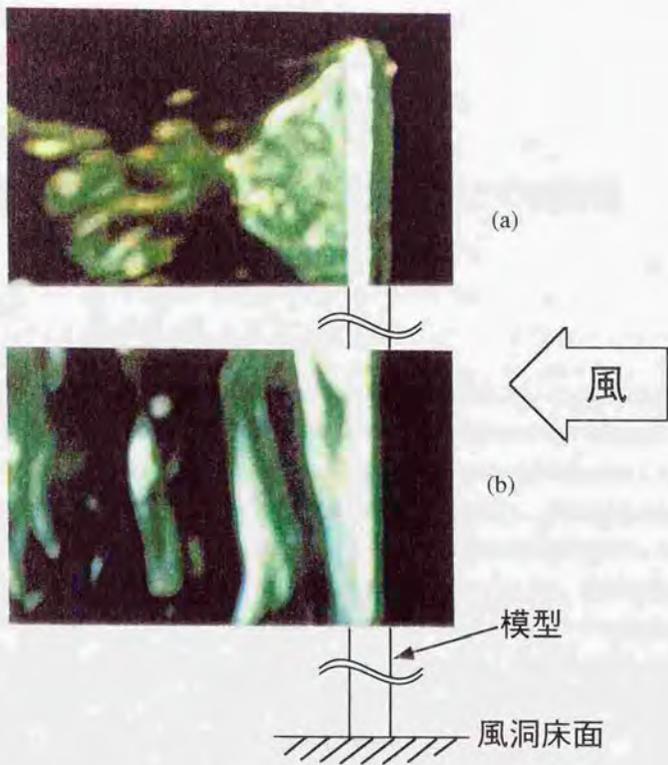


図-2.25 可視化写真 (a)模型頂部 (自由端渦が放出される直前), (b)模型中腹



図-2.26 模型頂部の可視化写真 (自由端渦が放出された瞬間)

## 第3章

### 自由端近傍の後流と高風速渦励振との関連性

#### 3.1 はじめに

第2章においては、ロッキング模型および弾性模型を用いた風洞実験において高風速渦励振の発現を確認した。また、後流風速変動の測定結果から高風速渦励振の励振源が模型頂部付近に形成される自由端渦であると推察された。そこで、本章においては自由端渦の発生特性に着目して、高風速渦励振の発生機構を検討する。ロッキング模型の後流を緻密に測定し、自由端渦の発生位置や風速に対する周波数の変化を詳しく検討するとともに、後流風速変動の時系列データにウェーブレット変換を適用して自由端渦の発生状況の時間的推移を調べる。次に、自由端渦の形成には模型上部を通過した後流域に入り込む流れが重要な要因であると予測し、ロッキング模型の頂部に薄円盤を設置して自由端近傍の流れを変化させ、自由端渦の発生を妨げることを試みる。薄円盤の直径をパラメータとして高風速渦励振の応答振幅と自由端渦の発生状況がどのように変化するかを調べ、高風速渦励振と自由端渦との関連性を明確にする。

#### 3.2 風洞実験の概要

風洞実験は東京大学工学系研究科社会基盤工学専攻所属の強風シミュレーション風洞（縦置き回流型）において行った。図-3.1(a)は測定部がある2階部分の平面図、図-3.1(b)は風洞の立面図、そして図-3.1(c)はファンのある1階部分の平面図である。模型はターnteーブルの中心に設置され、その位置における風洞断面の高さは1.8m、幅は1.5mである。風洞風速 $V=10\text{m/s}$ の下で測定された模型設置位置での主流方向の平均風速と乱れのプロファイルを、それぞれ図-3.2(a), (b)に示す。ここで、 $H$ は風洞床面からの高さ(mm)である。気流はほぼ一様だが、 $H<200$ において床面による境界層がみられる。

図-3.3(a)は実験に用いた模型の概要であり、図-3.3(b)は模型を風洞に設置した写真である。

高さ $H=1250\text{mm}$ 、断面直径 $D_p=50\text{mm}$ の一樣な円柱を板バネで支持し、風直角方向のみに自由度を持つ1自由度ロッキング模型である。第2章において用いたロッキング模型(図-2.2)の2.5倍の大きさを有する。高剛性と低質量を得るために、カーボン製の矩形パイプを剛性材として用い、表面は粗度の低いビニキ材で覆った。総重量は約760gであるが質量分布はスパン方向一様ではなく、円柱下端から100mmの範囲に板バネを固定するための鋼製ブロックが埋め込まれている。板バネに発生するひずみをひずみゲージにより測定し、頂部高さにおける変位 $y$ に換算した。模型の固有振動数 $f_n$ は6.4Hzであり、減衰定数 $\xi$ は図-3.4のように概ね低いが、弱い振幅依存性を示している。スクルートン数 $2\pi\xi J/\rho D_p^2 H^3$ ( $J$ :極慣性モーメント、 $\rho$ :空気密度)を $\xi=0.003$ として概算すると、約0.74である。また、I型熱線プローブを模型の中心から $4D_p$ 後流開、風直角方向に $1D_p$ の位置に設置し、高さを20mmピッチで変化させて後流風速変動を多点で測定した。データのサンプリングは500Hzで行い、応答データは40Hz、後流風速変動データは100Hzでローパスフィルターをかけた。

### 3.3 実験結果

#### 3.3.1 高風速渦励振の発生特性とその励振源

最初に、高風速渦励振の発生を確認する。図-3.5は、無次元風速 $V/f_n D_p$ と無次元化変位 $y/D_p$ (r.m.s.)の関係を示す。なお、横軸には $Re$ もあわせて示してある。2次元円柱渦(カルマン渦)の放出にともなう渦励振が $V/f_n D_p=5$ において発現し、 $V/f_n D_p=6$ においてピークを示した。風速の増加とともに渦励振の振幅は減少するが、 $V/f_n D_p=14$ において高風速渦励振による応答のピークが現れている。高風速渦励振の発現風速は渦励振発現風速の約2.3倍である。第2章におけるロッキング模型(本実験模型の1/2.5倍の大きさ)では高風速渦励振のピークは $V/f_n D_p=17$ においてみられており(図-2.4)、本実験結果とやや異なるがこの原因については不明と言わざるを得ない。図-3.6(a)は $V/f_n D_p=6$ における渦励振の応答波形である。振幅はほぼ一定であり、低減衰の円柱構造物によくみられる渦励振の波形である。一方、 $V/f_n D_p=14$ における高風速渦励振の応答波形(図-3.6(b))は振幅が緩やかに変化するものとなっており、第2章の結果(図-2.5)と整合する。

次に、高風速渦励振の励振源が自由端渦であるかを確認する。図-3.7に $V/f_n D_p=10$ における後流風速変動のパワースペクトルを、無次元化周波数 $f/f_n$ と無次元化高さ $H/H_p$ を軸として示す。図-3.5に示したように、この風速においては応答振幅は小さい。2次元円柱渦の放出によるピークが $0.3 < H/H_p < 0.8$ にみられる。一方、 $H/H_p > 0.9$ の自由端近傍においては、比較的広帯域にパワーが分布しており、乱れが大きいことを示しているが、 $H/H_p=0.92$ 、 $f/f_n=0.68$ に自由端渦によるピークが

ある。図-3.8に図-3.7と同じ風速である $V/f_0 D_0=10$ における応答のパワースペクトルを示す。 $f_0$ の成分が卓越しており、2次元円柱渦の放出にともなう変動空気力によるピークが $f/f_0=1.88$ に現れている。また、 $f/f_0=0.68$ においてもピークがみられる。その振動数は模型頂部付近に発生した自由端渦の周波数(図-3.7)と等しい。これは自由端渦が外力として模型に作用していることを示す。

次に渦放出周波数のスパン方向の分布を調べるために、後流のパワースペクトルから各高さにおけるピークの周波数を渦放出周波数として抽出し、数点の風速についてもまとめたものを図-3.9に示す。渦励振が発現した $V/f_0 D_0=6$ においては、 $f_0$ に一致した渦放出周波数がほぼ全ての高さにおいてみられる。自由端渦は $0.85 < H/H_0 < 0.95$ の範囲に検出されており、その周波数は $f/f_0=0.44$ である。その他の風速では、2次元円柱渦放出の周波数は $H/H_0 < 0.85$ の範囲に緩やかな弧を描くように変化しているが、模型頂部においては自由端渦の発生のみが支配的である。自由端渦の周波数は $V/f_0 D_0=14$ において $f_0$ に一致している。この風速は、図-3.5より高風速渦励振が発現した風速であることから、高風速渦励振の励振源は自由端渦であると考えられる。これは第2章において得られた考察と整合する。

ここで、本実験で得られた渦放出周波数のスパン方向の分布を既往の研究と比較する。図-3.9に示した渦放出周波数を $St$ として表し、まとめたものが図-3.10である。本実験結果とあわせて、Farivar<sup>1)</sup>、Foxら<sup>2)</sup>、岡本ら<sup>3)</sup>の静止塔状円柱模型による実験結果も示す。Farivarの模型はアスペクト比10~12.5、Foxらの模型はアスペクト比30、また岡本らの模型はアスペクト比12である。なお、これらの既往の実験と本ロッキング模型実験のレイノルズ数のオーダーはほぼ等しく、また一様流を用いている。ただし、本実験においては風洞床面による境界層が模型根元付近に存在する。このため、高さの低い位置での $St$ は低くなっている。本ロッキング模型実験の自由端渦の $St$ は約0.07でありFoxらの結果と一致しているが、その発生範囲はやや異なる。なお、岡本らの結果には自由端渦に相当する変動成分はみられない。また、 $0.4 < H/H_0 < 0.9$ の $St$ はFoxらの結果に近い。一方、FarivarやFoxらが得た $0.4 < H/H_0 < 0.9$ における $St$ の分布は不連続的かつ断片的であるのに対し、本ロッキング模型においては連続的に変化している。この点に関しては、本ロッキング模型実験の結果は岡本らの結果に整合する。2.3.5において触れたが、FarivarやFoxらの模型は幾つかの円筒の連結により構成されており、模型側面に微小な不連続部分が存在している可能性があり、厳密性に関して疑問が残る。本ロッキング模型実験および岡本らの実験は、側面に不連続部分の無い連続体の模型を用いており、FarivarやFoxらの結果よりも厳密であると思われる。

### 3.3.2 自由端渦の特性

図-3.11(下図)に、 $H/H_0=0.54$ における2次元円柱渦の放出周波数を $V/f_0 D_0$ とレイノルズ数 $Re$ について示す。また、応答の振幅も点線であわせて示す。2次元円柱渦の放出周波数は風速に比例

して変化しており、本実験の $Re$ において ( $10^4$ のオーダー) は2次元円柱渦の $St$ が一定となる<sup>4)</sup>ことと整合する。渦励振発現風速においてロックイン現象がみられる。次に模型の両側から放出される渦の位相差を調べるために、図-3.12に示すように2本のプローブを対象に設置し、高さを $H/H_c=0.54$ にそろえて同時計測を行った。周波数領域において渦放出周波数の位相差を読みとった結果が図-3.11 (上図)である。位相差はほぼ $\pi$ (rad)を示しており、2次元円柱渦が模型の両側から交互に放出されていることを意味する。

一方、自由端渦 ( $H/H_c=0.92$ ) の周波数 (図-3.13 (下図)) は、2次元円柱渦の放出周波数よりも大幅に低いが、やはり風速に対し直線的に変化している。高風速渦励振の発現風速 $V/f_c D_c=14$ において $f_c$ に一致するがロックイン現象はみられない。自由端渦は強制外力的に作用しているものと思われる。また、図-3.12に示した方法によって、 $H/H_c=0.92$ における自由端渦の位相差を求めた。その結果を図-3.13 (上図)に示す。高風速渦励振の発現風速 ( $V/f_c D_c=14$ ) においては $\pi$ (rad)に近づく傾向を示しているが、ばらつきが大きい。自由端渦の放出は不規則性を帯びている可能性がある。

そこで、後流風速変動のデータにウェーブレット変換<sup>5)6)</sup> (付録2参照) を適用し、自由端渦と2次元円柱渦との発生状況の時間的推移を検討する。本来、ウェーブレット変換は局所相似性検出のための道具であるが、解析対象のデータ中に含まれる支配的な周波数の数が少なければ局所周期性の検出もある程度可能である。図-3.14(a)と(c)は $V/f_c D_c=6$  (渦励振発現風速) において $H/H_c=0.54$ の高さで、図-3.12に示した方法によって測定された後流変動の時系列である。これらをMorlet<sup>6)</sup>のウェーブレットを用いてウェーブレット変換し、得られたウェーブレット係数の実部を色相表示したものが、それぞれ図-3.14(b)および(d)である。縦軸は厳密にはスケールパラメータであるが、理解を容易にするために無次元化周波数 $f/f_c$ で表してある。横軸は時刻である。ある周波数成分の変動が時々刻々と変化する様子を色彩により表しており、黄色いほど正に大きく、黒いほど負に大きいことを意味する。赤はゼロ付近である。解析対象は渦励振発現時における後流のデータであるため、 $f_c$ に一致した周波数を有する2次元円柱渦の規則的な変動が全時刻にわたってみられる。さらに、図-3.14(a)と(c)のウェーブレット係数の実部と虚部から位相を求め、両データの位相差の時間的推移を調べたものが図-3.14(e)である。 $f/f_c=1$ 近傍では、全時刻において位相差は $\pi$  (rad)を示しており、円柱両側から2次元円柱渦が交番的に放出されていることを意味する。

一方、図-3.15(a), (c)は $V/f_c D_c=14$ において $H/H_c=0.92$ の高さで測定された後流変動の時系列である。この高さは自由端渦が発生する高さであり、高風速渦励振時の風速であるため、図-3.15(a)と(c)には $f_c$ に一致した周波数を有する自由端渦の変動が含まれている。図-3.15(a)をウェーブレット変換したものが図-3.15(b)であり、図-3.15(c)をウェーブレット変換したものが図-3.15(d)である。 $f/f_c=1$ 近傍が自由端渦の変動であり、その発生は間欠的である。また、図-3.15(b)と(d)を比較すると、円柱の片側から強く発生している時刻においては、もう片側では発生が弱い傾向が

みられる。例えば、図-3.15(b)において0.6~1.2秒では自由端渦が発生しているが、図-3.15(d)の同じ時間帯においては弱い。逆に、図-3.15(b)の1.8~2.3秒では自由端渦の発生が弱いが、図-3.15(d)の同時時間帯においては自由端渦は発生している。また、両データの位相差の時間的推移(図-3.15(e))をみると $f/f_n=1$ 近傍では概ね $\pi$ (rad)に近いが、0(rad)になる時間帯が随所にみられ、不規則な様相を呈している。図-3.6(b)に示した高風速渦励振の振幅の非定常性は、自由端渦の間欠的な発生と円柱両側からの非交番的な発生が原因であると思われる。

### 3.4 円盤設置による影響

前節において高風速渦励振の発現を確認し、第2章で得られた推察と同様、その励振源が模型頂部近傍に発生する自由端渦であることを示した。また、自由端渦の発生が非交番的であることも明らかとなった。本節においては薄い円盤を模型頂部に設置し、模型頂部近傍の流れを変化させることを試みる。円盤設置による後流の変化が、高風速渦励振の発現特性と自由端渦の発生とに与える影響を検討する。

#### 3.4.1 風直角方向応答に与える影響

図-3.16のように模型頂部にプラスチック製の円盤を設置する。その厚さは0.7mmであり、直径 $D_{cd}=55\sim 100$ mmの円盤を用いた。円盤の質量は円柱の質量に比べて十分小さく( $D_{cd}=55$ mmの円盤の質量は2.2g)、円盤を設置しても固有振動数の変化は微小( $10^{-2}$ のオーダー)であり、また減衰定数の特性は円盤を設置しない場合(図-3.4)と同様であったため、円盤設置による付加質量が応答振幅に及ぼす影響は無視できるものとした。

図-3.17に、 $V/f_n D_c$ と応答の関係をもとに $D_{cd}/D_c$ についてまとめたものを示す。なお、 $D_{cd}/D_c=1.8$ 、2.0の円盤を設置したケースについては、 $D_{cd}/D_c=1.6$ とほぼ同様の応答が得られたため掲載していない。 $V/f_n D_c=6$ に渦励振のピークがみられ、その振幅は設置した円盤の直径にほとんど依存していない。しかし、渦励振の発現風速範囲が $D_{cd}$ の増加とともに若干ではあるが狭くなっている。この原因については3.4.3において触れる。

一方、高風速渦励振の振幅は $D_{cd}$ の増加に従って減少し、 $D_{cd}/D_c > 1.2$ においてはピークが識別できなくなる。また、発現風速は $D_{cd}$ の増加とともに徐々にではあるが低風速側へシフトしている。この原因については3.4.2に述べる。

また、 $V/f_n D_c > 17$ にみられるバフエーティングと思われる応答も $D_{cd}$ の増加とともに減少している。 $D_{cd}$ の増加にともなって自由端近傍の後流の2次元性が高まり、乱れが抑制されたためであると考

えられる。すなわち  $D_{ca}$  が小さい場合、 $V/f_0 D_c > 17$  にみられる応答には自由端近傍の乱れによるセルフパフエーティングがかなり含まれていると推察される。

### 3.4.2 自由端渦の形成に及ぼす影響

円盤の設置が自由端近傍の後流に及ぼす影響を後流風速変動のパワースペクトルを用いて考察する。円盤を設置していないケースの  $H/H_c = 0.92$  における後流風速変動のパワースペクトルを図-3.18に示す。測定風速は  $V/f_0 D_c = 10$  である。また、比較のため  $H/H_c = 0.54$  におけるパワースペクトルも点線であわせて示す。 $H/H_c = 0.92$  においては、高風速渦励振の励振源である自由端渦のピークが支配的である。また、 $1 < f/f_0 < 1.8$  にも小さなピークがみられ、何らかの微小な変動の存在を示唆する。本研究においては、この変動を“低周波のカルマン渦”とよぶことにする。次に、 $D_{ca}/D_c = 1.2$  の円盤を設置したケースの後流のパワースペクトルを図-3.19に示す。風速および測定高さは図-3.18と同様である。自由端渦のパワーが低下し、低周波のカルマン渦の変動が明確なピークとして  $f/f_0 = 1.3$  に現れる。一方、 $H/H_c = 0.54$  における2次元円柱渦は円盤の影響をほとんど受けていない。さらに、 $D_{ca}/D_c = 1.6$  の円盤を設置する(図-3.20)と、 $H/H_c = 0.92$  においては、もはや自由端渦のピークは現れず低周波のカルマン渦が支配的となる。したがって、円盤設置にともなう高風速渦励振の応答振幅の低下(図-3.17)は、自由端渦の発生が弱まるためであると考えられる。

図-3.21に  $D_{ca}/D_c = 2.0$  の円盤を設置した場合の渦放出周波数のスパン方向の分布を示す。低周波のカルマン渦による変動は自由端近傍にみられ、その周波数は2次元円柱渦の放出周波数よりもやや低い。ただし、渦励振の発現風速 ( $V/f_0 D_c = 5.9$ ) においては  $f_0$  に一致した渦放出周波数のみかほぼ全ての高さに現れ、低周波のカルマン渦が2次元円柱渦と区別できない。この減少については3.4.3において触れる。また、図-3.9(円盤を設置していない場合)と比較すると、2次元円柱渦の放出周波数がスパン方向に変化する現象はやや弱まっている。

次に、 $D_{ca}$  の変化が渦の放出周波数に与える影響を調べる。 $H/H_c = 0.54$  と  $0.92$  における後流風速変動のパワースペクトルから渦放出周波数を抽出し、 $S_r$  として  $D_{ca}/D_c$  についてまとめたものが図-3.22である。なお、円盤を付けていないケースを  $D_{ca}/D_c = 1.0$  として載せている。自由端渦の  $S_r$  は  $D_{ca}$  の増加にともなって、緩やかに増加する傾向を示している。これが高風速渦励振の発現風速の低下(図-3.17)の原因であると考えられる。また、 $D_{ca}$  の増加に従って低周波のカルマン渦の発生が顕著になり、 $D_{ca}/D_c > 1.2$  においては自由端渦は現れず、低周波のカルマン渦が支配的となる。低周波のカルマン渦の  $S_r$  も  $D_{ca}$  の増加とともに徐々に増加し、2次元円柱渦の  $S_r$  に近づく傾向を示している。なお、円盤を設置していない場合 ( $D_{ca}/D_c = 1.0$ ) においても、図-3.18に示したように低周波のカルマン渦は微小に発生していると思われるが、ピークが一意に定まらないため明示してい

ない。詳細は3.4.3に述べる。一方、 $H/H_0=0.54$ における2次元円柱渦の $St$ は円盤の影響を受けていない。

### 3.4.3 低周波のカルマン渦の特性

低周波のカルマン渦の $St$ は2次元円柱渦の $St$ より小さいため、高風速渦励振のような振動を励起する可能性がある。そこで、低周波のカルマン渦の放出周波数と風速の関係を調べる。図-3.23は円盤を設置していない場合の2次元円柱渦( $H/H_0=0.54$ , 図-3.11(下図)と同様)と低周波のカルマン渦( $H/H_0=0.92$ )の周波数を $V/f_0 D_0$ に対してプロットしてのものである。ただし、図-3.18に示したように、円盤を設置していない場合には低周波のカルマン渦の周波数はスペクトル中に複数の微小なピークとして現れたため、それら全てをプロットしている。図-3.23をみると、低周波のカルマン渦の周波数は2次元円柱渦の周波数よりもやや小さく、ばらつきが大きいがほぼ直線的に変化しているようである。また、低周波のカルマン渦の周波数は渦励振の発現風速範囲よりも高風速域において $f_0$ と一致することはない。したがって、低周波のカルマン渦が高風速渦励振のような応答のピークをもたらしことはない。しかし、低周波のカルマン渦は2次元円柱渦よりも広い風速範囲でロックインの状態となり、いわゆる渦励振の発現風速範囲を広げる役割を果たしているものと思われる。図-3.24は $D_{01}/D_0=1.6$ の円盤を設置した場合の2次元円柱渦( $H/H_0=0.54$ )と低周波のカルマン渦( $H/H_0=0.92$ )の周波数を $V/f_0 D_0$ に対してプロットしたものである。 $D_{01}/D_0=1.6$ の円盤を設置した場合、図-3.20に示したように自由端近傍においては低周波のカルマン渦のみが支配的である。図-3.24において、低周波のカルマン渦の周波数は円盤を設置していない場合(図-3.23)と比較してばらつきが小さくなり、風速に対して直線的に変化する様子が明確になる。また、ロックイン風速範囲は、やはり2次元円柱渦のものよりも広い。

低周波のカルマン渦のロックイン風速域を後流風速変動のパワースペクトルより調べ、 $D_{01}/D_0$ についてまとめた結果を図-3.25に示す。円盤を設置していないケース( $D_{01}/D_0=1.0$ )については、低周波のカルマン渦の発生が微小であるため点線で示している。低周波のカルマン渦のロックイン領域は、 $D_{01}/D_0$ の増加とともに狭まる傾向にある。 $D_{01}$ の増加により自由端近傍の2次元性が高まり、低周波のカルマン渦の $St$ が2次元円柱の $St$ に近づいた(図-3.22)ためであると推察される。また、図-3.26に、図-3.17の $0 \leq V/f_0 D_0 \leq 12$ の範囲を拡大したものを示す。渦励振の発現風速範囲は $D_{01}$ の増加にともない狭くなっている。低周波のカルマン渦が強制外力として作用していると仮定すると、この現象は低周波のカルマン渦のロックイン領域が狭まった(図-3.25)ためであると考えられる。しかしながら、低周波のカルマン渦がロックイン領域の振幅依存性を有する<sup>9)</sup>可能性もあり、厳密な見解を得るには強制加振実験による検討が必要である。

端板を付けた2次元円柱においては、端板近傍に周波数の低い渦放出が現れることが知られて

おり<sup>10)</sup>、本実験においてみられた低周波のカルマン渦はその渦に相当すると思われる。Gerichら<sup>11)</sup>の2次元円柱を用いた風洞実験の結果においては端板の直径の増加とともに端板近傍の渦の放出周波数は減少する傾向にある。しかし、低周波のカルマン渦の周波数は円盤の直径の増加とともに増大する(図-3.22)ため、Gerichらの実験結果と一致しない。ただし、彼らの実験においては $Re < 160$ であり、本実験のレイノルズ数レンジ( $10^4$ のオーダー)とは大きな隔りがある。

なお、頂部に設置した円盤の厚みを増加させた場合に、低周波のカルマン渦が受ける影響についても検討している。円盤の直径を $D_d/D_f = 2.0$ に固定し、円盤の厚み $H_d$ を変化させた。 $D_d/D_f = 2.0$ の場合、頂部近傍において自由端渦は発生せず、低周波のカルマン渦の発生が支配的である。図-3.27(a)~(d)は $V = 4.0$  m/s,  $HH = 0.92$ において測定された後流のパワースペクトルが、 $H_d$ に応じて変化する様子を示すものである。横軸は無次元周波数( $fD_f/V = St$ )で示している。円盤の厚みの増加にともない(a)~(d)、低周波のカルマン渦の発生は弱まる傾向を示している。

### 3.5 2次元円柱における高風速域限定振動について

低減衰の2次元円柱を用いた場合にも、渦励振発現風速よりも数倍高い風速域において限定型振動が現れるとの報告<sup>12)</sup>がある。本節においては、それらの報告と本実験の結果との対応を述べる。

Durginら<sup>12)</sup>は2次元円柱を用いた風洞実験を行い、渦励振発現風速の約3倍の風速においても応答のピークが現れることを確認した。その発現風速が渦励振発現風速の整数倍であることから、この現象が2次元円柱渦による分数調波振動であると考察している。高風速渦励振も分数調波振動である可能性はある。しかしながら、本研究が対象としたロッキング模型において薄円盤を模型頂部に設置し、自由端渦の発生を低減させた場合、高風速渦励振は発現しなかった。薄円盤を設置しても2次元円柱渦は存在するため、Durginらの理論によると高風速渦励振は発現するはずである。したがって、本実験においてはDurginらの考察は該当しない。高風速渦励振は分数調波振動ではなく、やはり自由端渦によって励起される限定型振動である。また、中川ら<sup>13)</sup>は2次元円柱を用いた風洞実験において、端板が無い2次元円柱においては高風速域限定振動が発現し、端板を付けた場合には発現しないことを確認した。彼らの実験においては、模型は風洞側壁に設けられた穴を貫通して設置されている。中川らは、模型両端部の隙間付近に生じる何らかの空気が高風速域限定振動を励起すると推測しており、端部の影響に着目した考察であるという点は本研究と共通している。

### 3.6 まとめ

円柱ロッキング模型を用いた風洞実験により、高風速渦励振の励振源である自由端渦の特性について検討した。また、頂部に薄円盤を設置して自由端渦の形成を妨げることを試み、応答と頂部近傍の後流の変化を調べ、自由端渦と高風速渦励振の関連性を明らかにした。得られた知見を以下に示す。

- (1) 自由端渦の周波数が模型の固有振動数に一致する風速において高風速渦励振が発現する。しかし、高風速渦励振の発現風速近傍において自由端渦のロックイン現象はみられなかった。自由端渦は強制外力的に作用しているものと思われる。
- (2) 後流風速変動の時系列データにウェーブレット変換を適用した結果、自由端渦の発生は不規則的かつ非交番的であることがわかった。これが高風速渦励振の振幅非定常性の原因であると思われる。
- (3) 模型の頂部に薄円盤を設置し、その直径を大きくすると高風速渦励振の振幅は現象し、発現風速は低風速側へ徐々にシフトした。
- (4) 自由端渦の発生は、頂部に設置した円盤の直径の増加とともに弱まり、その周波数は緩やかに増大した。これらが、高風速渦励振の振幅減少および発現風速低下の原因であると考えられる。
- (5) 円盤の直径をある程度大きくすると自由端渦の発生は弱まるが、低周波のカルマン渦が支配的となる。低周波のカルマン渦の周波数は2次元円柱渦の周波数よりも若干低く、渦励振の発現風速においてロックインの状態となり、それより高風速域においては固有振動数と一致することはない。したがって、高風速渦励振のような応答のピークをもたらすことはない。
- (6) 低周波のカルマン渦のロックインの風速範囲は2次元円柱渦のロックイン範囲よりも広く、渦励振の発現風速範囲を広げる役割を果たしていると思われる。

### 第3章 参考文献

- 1) Farivar, D. : Turbulent uniform flow around cylinders of finite length, *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 3, pp. 275-281, 1981.
- 2) Fox, T. A. and West, G. S. : Fluid-induced loading of cantilevered circular cylinders in a low-turbulence uniform flow. Part 2: fluctuating loads on a cantilever of aspect ratio 30. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, pp. 15-28, 1993.
- 3) 岡本哲史, 八木田幹 : 一様流に平行な平面に垂直に置かれた有限長円柱の流れに関する実験的研究, 日本機械学会論文集, 38巻313号, pp. 2259-2267, 1972.
- 4) Blevins, R. D. : *Flow-Induced Vibration* (second edition), Van Nostrand Reinhold, 1990.
- 5) Daubechies, I. : Orthonormal bases of compactly supported wavelets, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. XLI, pp.909-996, 1988.
- 6) Farge, M. : Wavelet transform and their application to turbulence, *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 395-457, 1992.
- 7) 佐々木文夫, 前田達哉 : データ解析におけるウェーブレット変換の基本的性状の検討, 日本建築学会構造系論文報告集, 第435号, pp. 197-205, 1993.
- 8) 北川徹哉, 若原敏裕, 藤野陽三, 野村卓史 : ウェーブレット変換による強風の非定常性の検出の可能性, 土木学会第49回年次学術講演会講演概要集(I-B), pp. 956-957, 1994.
- 9) Stansby, P. K. : The locking-on of vortex shedding due to the cross-stream vibration of circular cylinders in uniform and shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 74, pp. 641-665, 1976.
- 10) Gerich, C. and Eckelmann, H. : Influence of end plates and free ends on the shedding frequency of circular cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 122, pp. 109-121, 1982.
- 11) Williamson, C. H. K. : Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 206, pp. 579-627, 1989.
- 12) Durgin, W. W. , March, P. A. and Lefebvre, P. J. : *Transaction of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 102, pp. 183-190, 1980.
- 13) 中川憲治, 岸田敬三, 五十嵐一孝 : 傾斜円柱の振動と後流特性, 風洞, No.1, 大阪大学工学部, pp. 31-38, 1983.

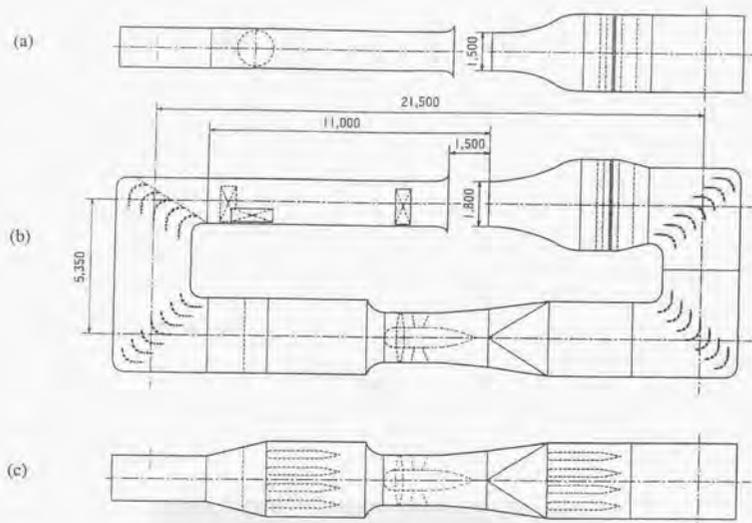


図-3.1 東京大学工学系研究科社会基盤工学専攻所属の強風シミュレーション風洞

(a) 2階平面図, (b) 立面図, (c) 1階平面図

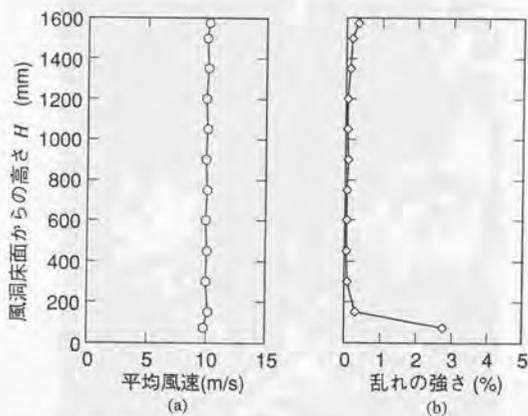
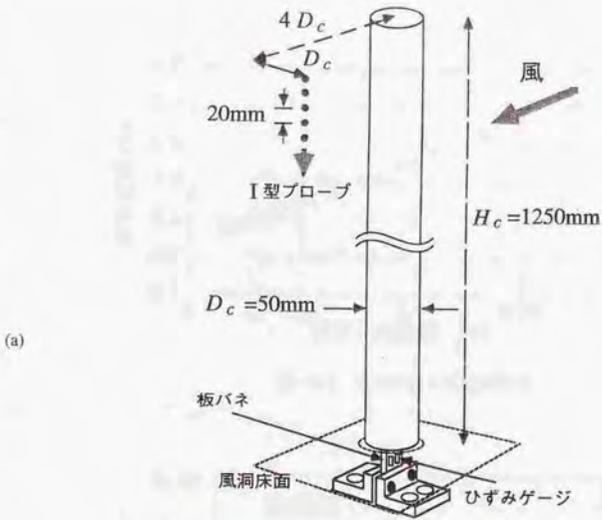


図-3.2 測定位置における気流のプロファイル (a) 平均風速, (b) 乱れの強さ



(b)



図一3.3 風洞実験の概要 (a)模型の概要, (b)模型を風洞に設置した様子

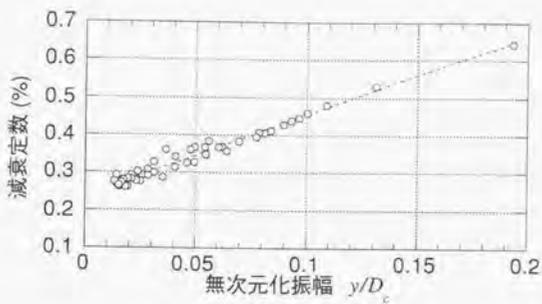


図-3.4 減衰定数と振幅の関係

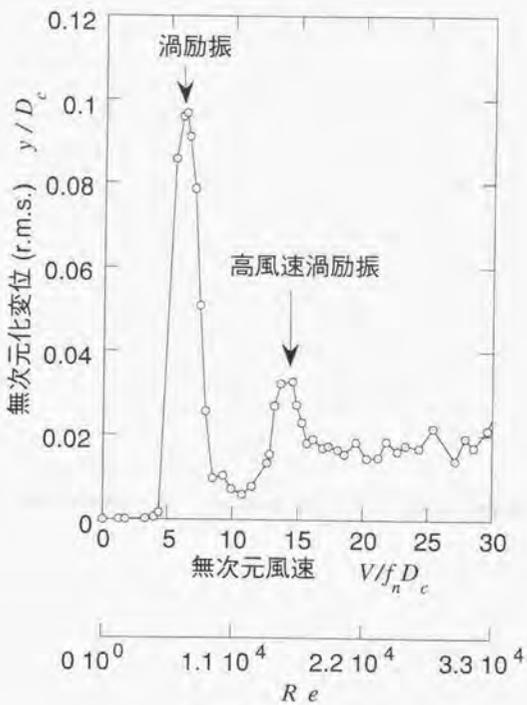
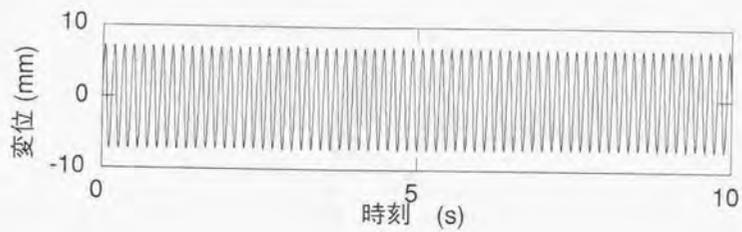
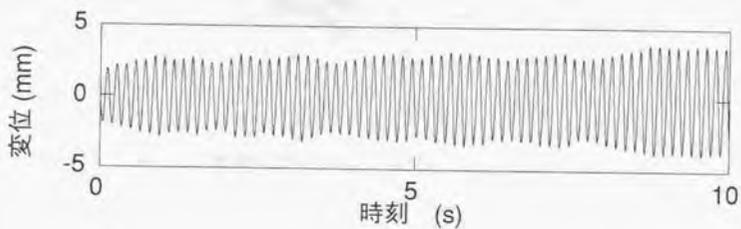


図-3.5 風速と応答の関係



(a)



(b)

图-3.6 風直角方向応答振幅 (a)渦励振 ( $Vf_n D_c=6$ ), (b)高風速渦励振 ( $Vf_n D_c=14$ )

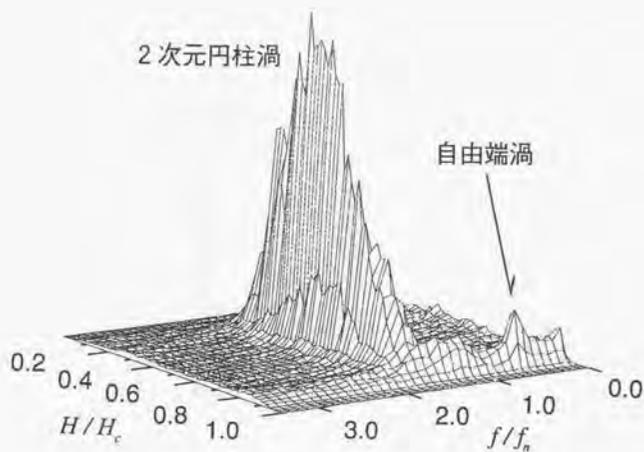


図-3.7 後流風速変動のパワースペクトル ( $V/f_n D_c=10$ )

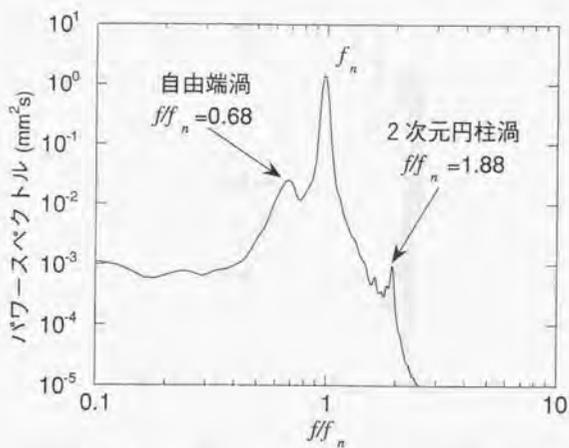


図-3.8 応答のパワースペクトル ( $V/f_n D_c=10$ )

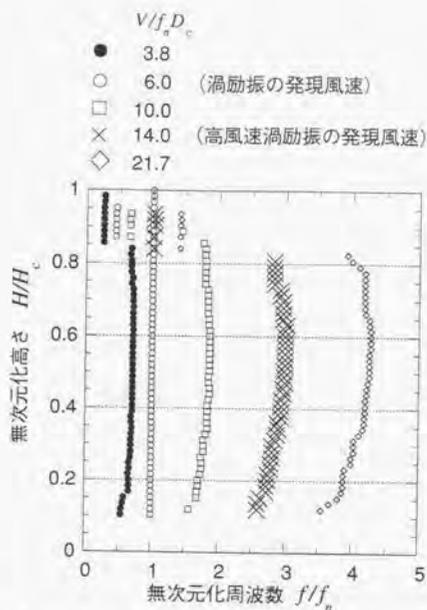


図-3.9 ロッキング模型における渦放出周波数のスパン方向の分布

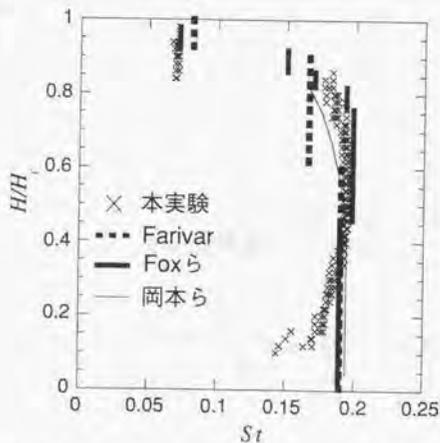
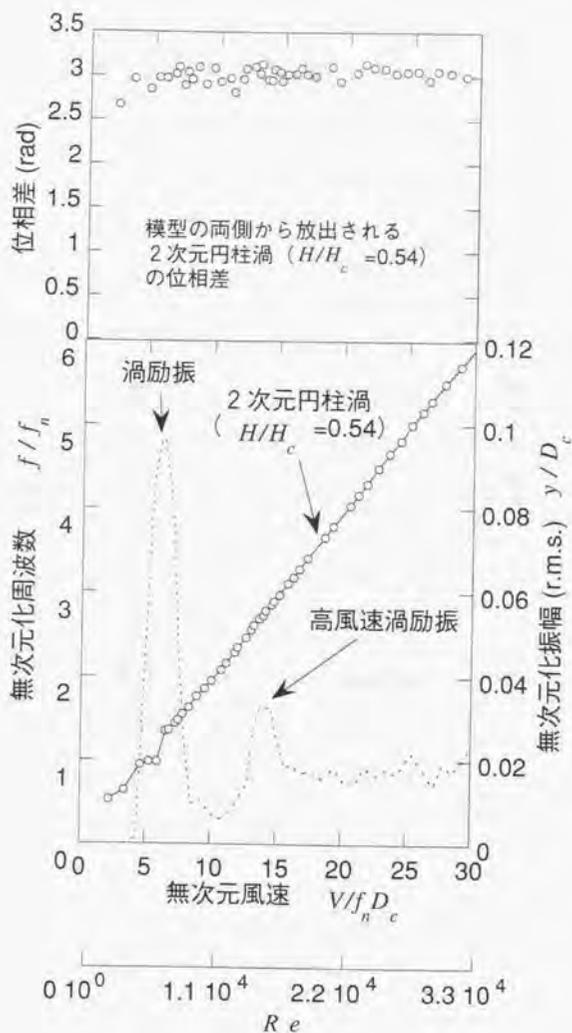


図-3.10 ロッキング模型におけるストローハル数のスパン方向の分布  
 (Farivar (アスペクト比10~12.5), Foxら (アスペクト比30) および岡本ら  
 (アスペクト比12) の結果はそれぞれ文献1), 2), 3)をコンパイルしたもの。)



図一3.11 2次元円柱渦放出の周波数特性

上：2次元円柱渦の位相差，下：風速と2次元円柱渦の放出周波数との関係

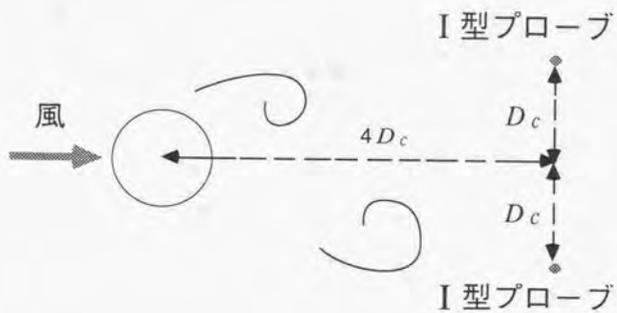


図-3.12 2本のプローブの設置位置

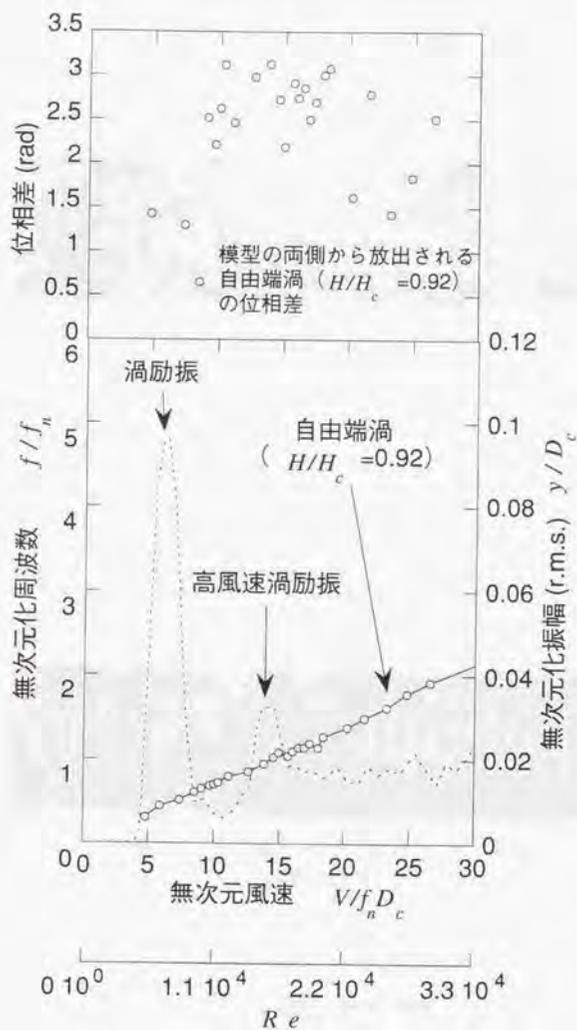


図-3.13 自由端渦の周波数特性

上：自由端渦の位相差，下：風速と自由端渦の放出周波数との関係

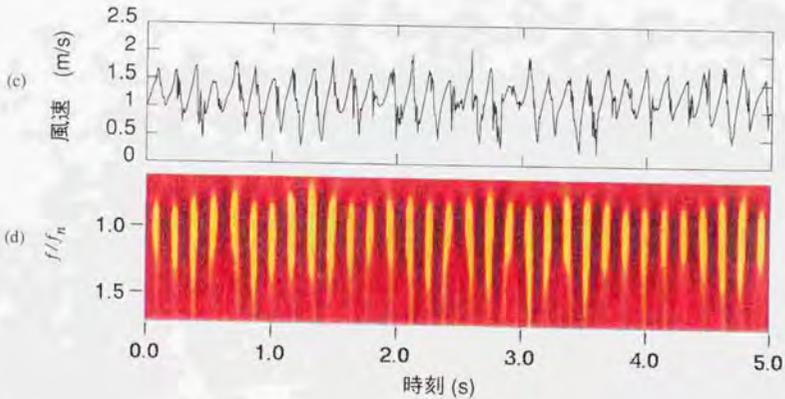
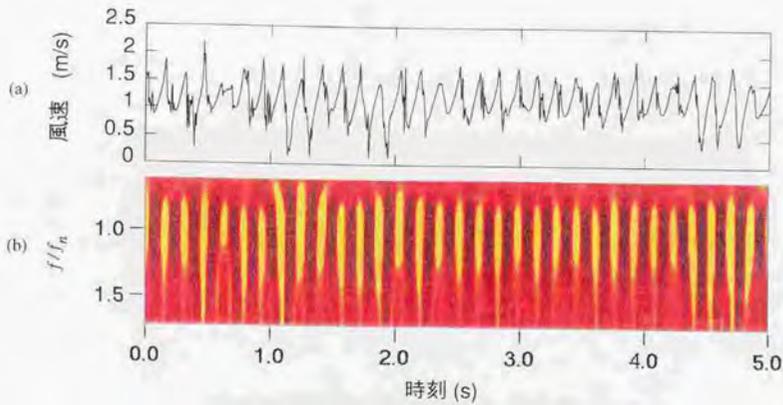


図-3.14 2次元円柱渦放出の時間的推移

- (a)  $H/H_c=0.54$ ,  $Vf_c/D_c=6$ における後流風速変動 (図-3.12において上側),
- (b) (a)のウェーブレット変換結果 (実部),
- (c)  $H/H_c=0.54$ ,  $Vf_c/D_c=6$ における後流風速変動 (図-3.12において下側),
- (d) (c)のウェーブレット変換結果 (実部)

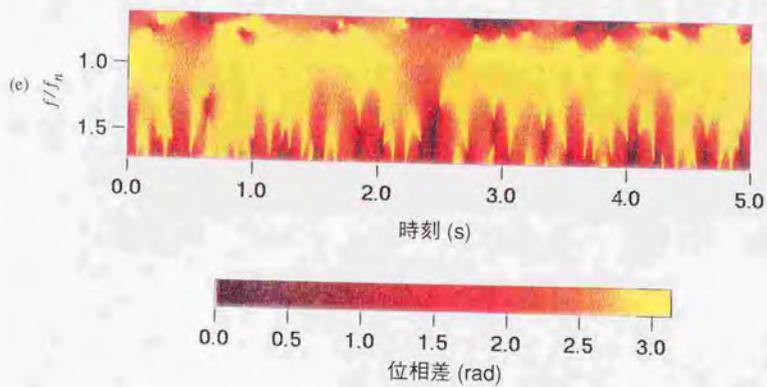


図-3.14 2次元円柱渦放出の時間的推移 (つづき)

(e) ウェーブレット変換により得られた位相差の時間的推移

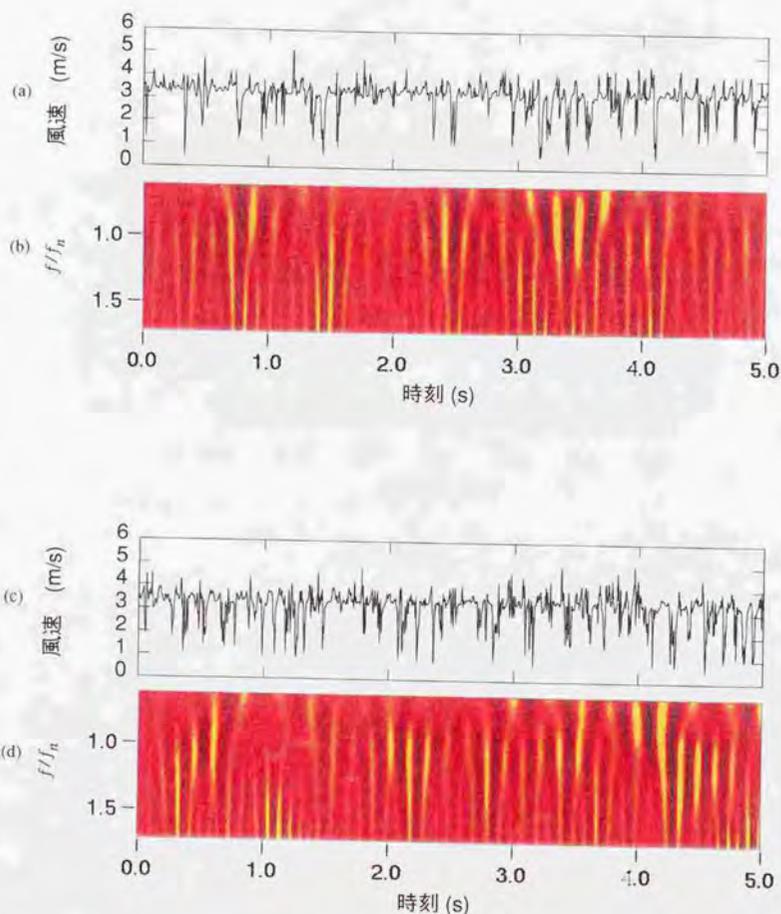


図-3.15 自由端渦発生の時間的推移

- (a)  $H/H_c=0.92$ ,  $V/f_n D_c=14$ における後流風速変動 (図-3.12において上側),
- (b) (a)のウェーブレット変換結果 (実部),
- (c)  $H/H_c=0.92$ ,  $V/f_n D_c=14$ における後流風速変動 (図-3.12において下側),
- (d) (c)のウェーブレット変換結果 (実部)

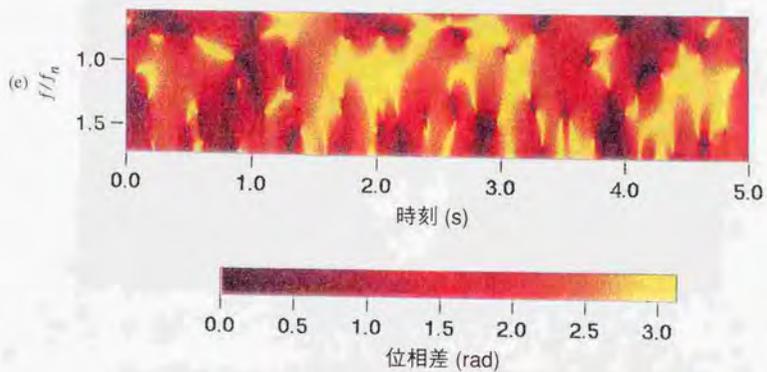


図-3.15 自由端渦発生の時間的推移 (つづき)

(c) ウェーブレット変換により得られた位相差の時間的推移



図-3.16 円盤を設置した様子

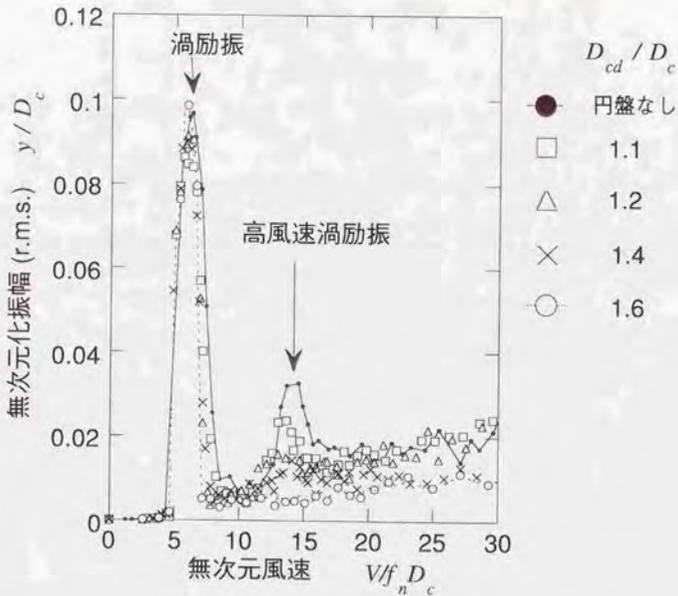


図-3.17 円盤設置による応答への影響

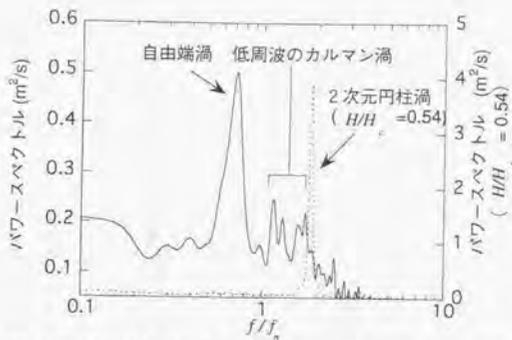


図-3.18  $H/H_c=0.92$ における後流風速変動のパワースペクトル ( $V/f_n D_c=10$ , 円盤なし)

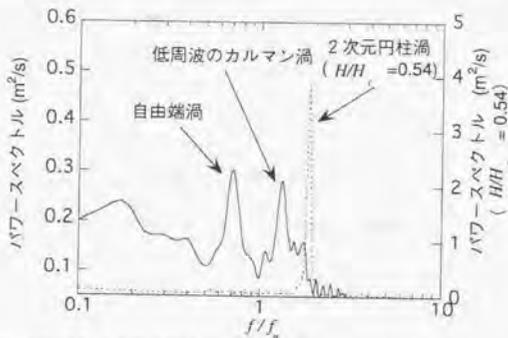


図-3.19  $H/H_c=0.92$ における後流風速変動のパワースペクトル ( $V/f_n D_c=10$ ,  $D_w/D_c=1.2$ )

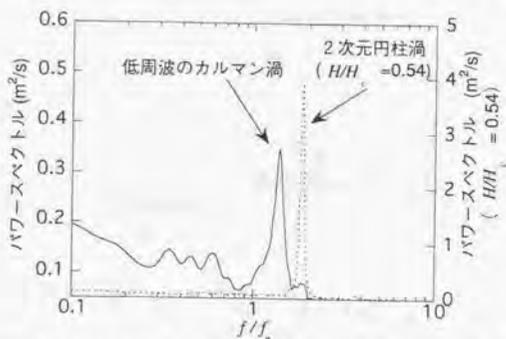


図-3.20  $H/H_c=0.92$ における後流風速変動のパワースペクトル ( $V/f_n D_c=10$ ,  $D_w/D_c=1.6$ )

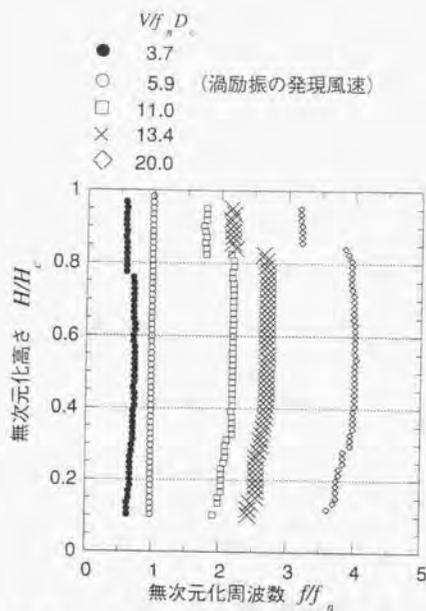


図-3.21  $D_d/D_c=2.0$ の円盤設置時における渦放出周波数のスパン方向の分布

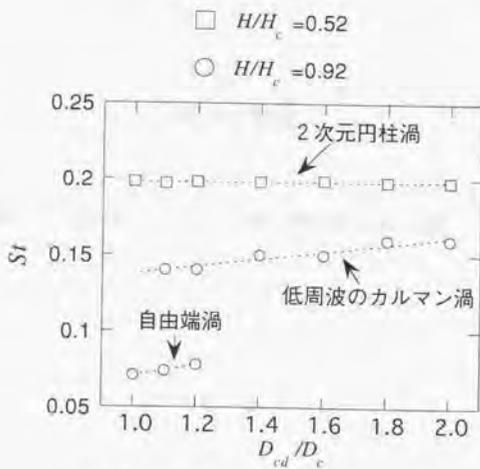


図-3.22 ストロールハル数と円盤直径の関係

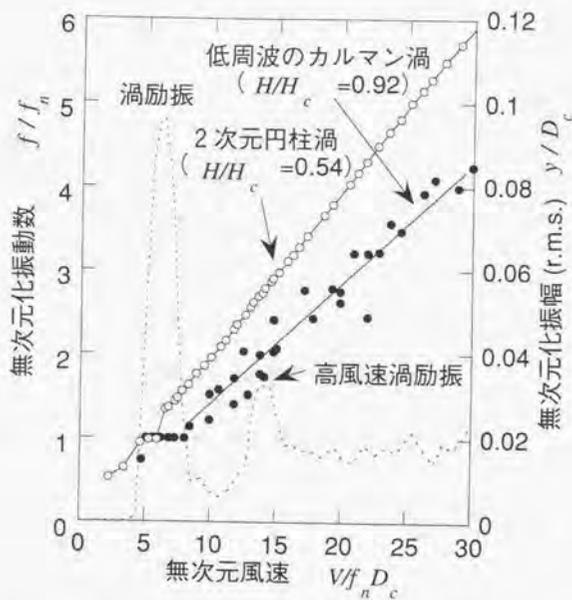


図-3.23 低周波のカルマン渦の放出周波数と風速の関係 (円盤なし)

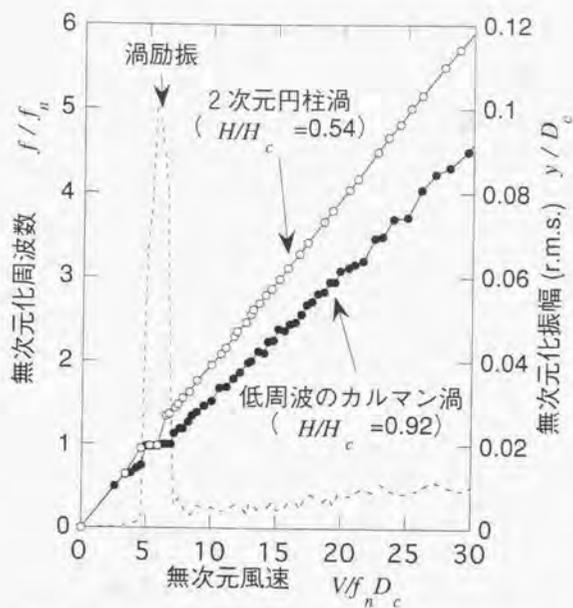


図-3.24 低周波のカルマン渦の放出周波数と風速の関係 ( $D_{cd}/D_c = 1.6$ )

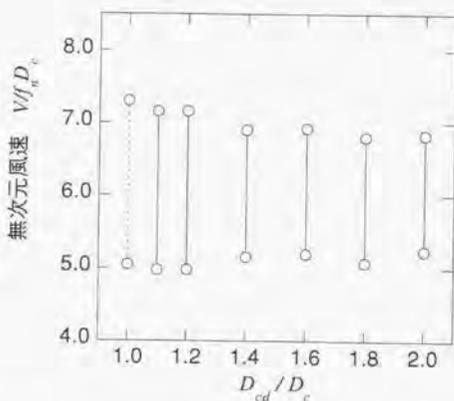


図-3.25 低周波のカルマン渦のロックイン風速域と円盤直径の関係

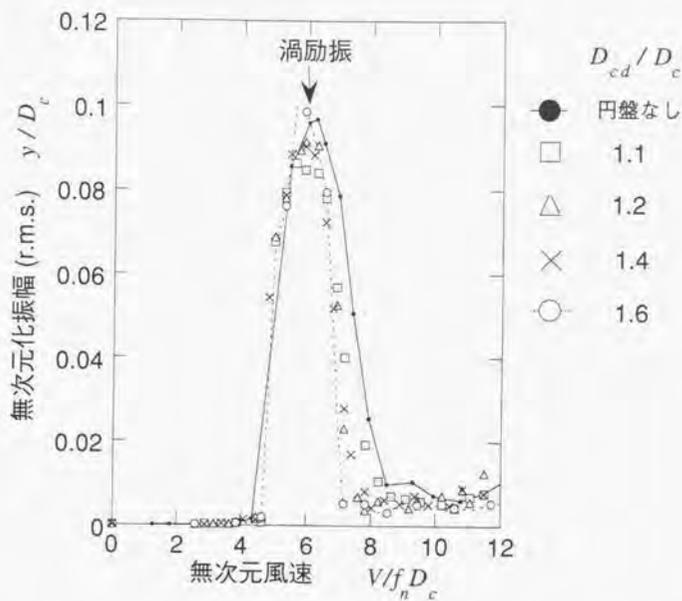
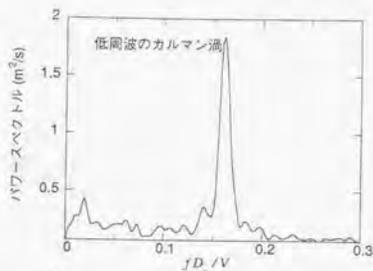
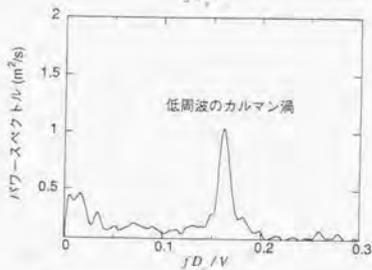


図-3.26 円盤設置による渦励振発現風速範囲の変化

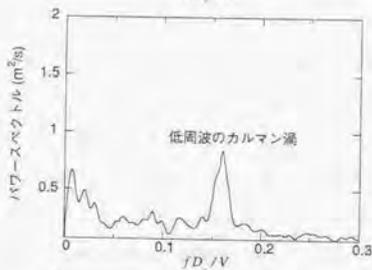
(a)  $H_{cd}/D_{cd}=0.007$



(b)  $H_{cd}/D_{cd}=0.1$



(c)  $H_{cd}/D_{cd}=0.3$



(d)  $H_{cd}/D_{cd}=0.5$

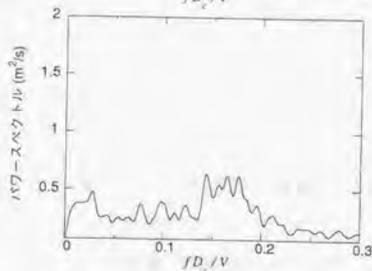


図-3.27 頂部に設置した円盤の厚みが低周波のカルマン渦の発生に及ぼす影響  
(円盤の直径:  $D_{cd}/D_c=2.0$ , 測定風速:  $V=4.0$  m/s, 測定位置:  $H/H_c=0.92$ )

## 第4章

### 圧力測定による高風速渦励振の特性

#### 4.1 はじめに

前章までは、振動模型を用いた風洞実験をベースに高風速渦励振の特性とその励振源を考究してきた。第3章では円柱ロッキング模型の頂部に薄円盤を設置し、その直径を大きくすると高風速渦励振の振幅が減少し、その原因が薄円盤の増大に応じて自由端渦が衰退するためであることが明らかとなった。しかしながら、ここまで得られた考察は模型の風直角方向応答と後流風速変動の測定結果に基づいて導出されており、振動の直接の原因となる変動空気力がどのように円柱に作用しているのかは未解明な点として残されている。

そこで本章においては、塔状円柱の圧力模型を用いて円柱表面の変動空気力を測定し、自由端渦による空気力特性を調べる。また、3.4で行ったように薄円盤を頂部に設置し、それが自由端近傍における変動空気力に及ぼす影響についても明らかにし、円柱ロッキング模型実験で得られた結果との整合性を検討する。さらに、圧力測定によって得られた変動空気力を外力として、第3章で用いたロッキング模型を対象とする時刻歴応答解析を行う。ロッキング模型実験で得られた応答振幅と比較し、自由端渦が高風速渦励振の励振源であるかを検証する。

#### 4.2 圧力模型実験の概要

実験は第3章の図-3.1に示した東京大学工学系研究科社会基盤工学専攻所属の強風シミュレーション風洞において行った。用いた気流は図-3.2に示したプロファイルを有する一様流である。実験に使用した2種類の塔状円柱の圧力模型の概要を図-4.1に示す。各模型は厚さ5mmのアルミ製の剛体円柱であり、表面は塗装されている。各模型の断面の外径  $D_0$  は50mm、高さは1320mmであるが下端から70mmの範囲は風洞床面下に埋設するため風洞床面からの高さ  $H_0$  は1250mmである（アスペクト比：25）。これは第3章で用いた円柱ロッキング模型（図-3.3）と同じ大きさであ

る。図-4.1の模型Aは、直径約1mmの圧力測定孔がスパン方向1列に計52点配置されており、模型全体の圧力変動を調べるために用いられる。模型Bは自由端近傍の片側において、角度方向に $\pi/8$  (rad)間隔で9箇所、高さ方向に20mm間隔で6箇所の計54点の圧力測定孔が設けられており、自由端近傍の圧力変動を同時に測定するために用いられる。また、下端から720mmの位置にリファレンスとして測定孔1点が配置されている。なお、導圧チューブが占める面積を考えると、本模型の断面積では圧力測定孔は高々50数点が限界である。

各圧力測定孔には長さ2m、内径約1mmの導圧チューブが接続されている。このチューブの導圧特性を図-4.2に示す方法によって調べた、任意の周波数の電圧信号を低周波発生装置によって発生させ、その周波数を有する圧力変動がスピーカーから放出される。スピーカーには円筒形の箱が密着されており、その上面に2点の圧力測定孔が設けられている。その内の1点に2mの導圧チューブが、もう1点には3cmの導圧チューブが接続され、両チューブのもう一端は圧力センサーに接続されている。低周波発生装置の周波数を逐次変化させ、スピーカーから発せられる圧力変動を両チューブにより同時に測定した。3cmのチューブからの信号を正しいものとして、2mのチューブにおける振幅の増幅率および位相遅れの特性曲線を各周波数ごとに求めたものが、それぞれ図-4.3および図-4.4である。25Hz付近および100Hz付近に共振点がある。

各模型は風洞内のターンテーブルに設置した。模型を風洞に設置した様子を図-4.5に示す。ここで、圧力測定孔の向きを淀み点からの角度 $\theta$  (°)として図-4.6のように定義する。模型Aを用いる場合にはターンテーブルを $5.625^\circ$  ( $\pi/32$  (rad)) 間隔で回転させ、 $\theta=0\sim 180^\circ$ の範囲を順次測定する。一方、模型Bを用いる場合には、まず円柱側面である $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ を同時測定し、次にターンテーブルを $90^\circ$ 回転させ、背面となる $180^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$ を測定する。データのサンプリングは500Hzで行い、200Hzでローパスフィルターをかけた。測定データを周波数領域において、図-4.3および図-4.4の特性曲線の8次多項式近似関数により補正した後、時系列データに戻した。

なお、模型頂部に設置する薄円盤は3.4において用いた厚さ0.7mmのプラスチック板であり、直径 $D_{td}=55\sim 90$ mmのものを用いた。

### 4.3 実験結果

#### 4.3.1 平均風圧係数および変動風圧係数

まず、円柱表面全体の空気力特性を把握するために模型Aを用いて表面圧力 $p$ を測定した。 $p$ の平均成分 $p_m$ より平均風圧係数 $C_p = (p_m - p_\infty) / ((1/2)\rho V^2)$ を求めた。ここで、 $p_\infty$ は主流の静圧、 $\rho$ は空気密度、 $V$ は風洞風速である。 $V=7$ m/s、 $Re=2.5 \times 10^4$ において測定された $C_p$ の分布を $\theta$ と無次元化

高さ $H/H_0$ を軸として図-4.7に示す。なお、模型頂部高さを原点として下向きの長さ $H$ をとり、それを断面直径 $D_0$ で無次元化した軸も表示している。 $H/H_0 \approx 0.98$  ( $H/D_0 \approx 0.5$ )の高さにおいて $\theta = 70^\circ$  および $\theta = 135^\circ$  付近に圧力の低下部分がみられる。図-4.8は、岡本ら<sup>1)</sup>がアスペクト比7の円柱模型の用いた風洞実験から得た $C_p$ の分布である。岡本らの実験模型のアスペクト比は本実験模型よりも大幅に小さいため比較は難しいが、 $H/D_0 \approx 0.5$ の高さにおいて、 $\theta = 70^\circ$  および $\theta = 135^\circ$  付近に圧力の低下部分が存在する点は本実験結果と一致している。河村ら<sup>2)</sup>はスモークワイヤー法および油膜法による可視化実験から、Trailing Vortexの流出点がこの領域にあるとしている。

変動風圧の標準偏差 $\sigma_p$ より、変動風圧係数 $C_p' = \sigma_p / \{ (1/2)\rho V^2 \}$ を求め、 $\theta$ と $H/H_0$ および $H/D_0$ について示したものが図-4.9である。 $\theta = 70^\circ$  付近の自由端近傍において変動が大きくなっている。また、 $\theta \geq 60^\circ$  の床面近傍においても変動が大きくなっているが、これは風洞床面による境界層の影響によるものと思われる。

#### 4.3.2 渦放出にともなう圧力変動

図-4.10は、 $V=7\text{m/s}$ 、 $Re=2.5 \times 10^4$ において模型に作用する圧力変動のワースバクトルを $H/H_0$ と無次元周波数 $f D_0 / V$ に対して示したものである。図-4.10の(a), (b), (c)は、それぞれ $\theta=45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$ に対応する。 $\theta=45^\circ$  (図-4.10(a))では、 $f D_0 / V=0.2$  ( $St=0.2$ )の2次元円柱渦の放出による成分が $0.1 \leq H/H_0 \leq 0.7$ 付近に現れている。また、 $H/H_0 \geq 0.9$ に $f D_0 / V=0.07$ の成分が若干ある。この周波数は円柱ロッキング模型による実験(3.3.1, 図-3.10)で頂部近傍の後流中に検出された自由端渦の周波数に等しいことから、この圧力変動は自由端渦によるものと考えられる。 $\theta=90^\circ$  (図-4.10(b))では、自由端渦の変動は鋭いピークとして現れている。 $\theta=135^\circ$  (図-4.10(c))においては、自由端渦のピークは図-4.10(b)と比べると鈍くなっている。

このような圧力変動のワースバクトルから、各高さにおける渦放出にともなう圧力変動の無次元周波数とそのスペクトル値を抽出したものが図-4.11(a)~(j)である。 $\theta=16.875^\circ \sim 168.75^\circ$ の10点の角度について示している。 $\theta=16.875^\circ$  (図-4.11(a))では、 $f D_0 / V=0.2$  ( $St=0.2$ )の2次元円柱渦による変動が $0.18 \leq H/H_0 \leq 0.48$ に存在するが、非常に弱い変動である。 $\theta$ の増加にしたがって、2次元円柱渦による変動は大きくなり、本実験では $\theta=78.75^\circ$  (図-4.11(e))において最も強い変動を示した。スペクトル値が最大値となった $H/H_0=0.38$ における $C_p$ を図-4.12に示す。ターンテーブルの回転が $5.625^\circ$ ピッチであるため $\theta=78.75^\circ$ と $\theta=84.375^\circ$ の間の情報についてはやや正確性に欠けるが、 $\theta=80^\circ$ 付近に変曲点があると思われる。 $C_p$ が変曲点を示す位置に剥離点があることはよく知られており<sup>1)</sup>、 $H/H_0=0.38$ における剥離点は $\theta=80^\circ$ 付近であると考えられる。この $C_p$ の傾向は2次元円柱渦による変動が支配的である $0.2 \leq H/H_0 \leq 0.6$ ではほぼ同様であった。また、図-4.7において、2次元円柱渦の変動が存在する $0.2 \leq H/H_0 \leq 0.6$ 付近の $C_p$ はスパン方向にさほど変化して

いないことから明らかである。よって、2次元円柱渦が発生する高さでの剥離点は $\theta = 80^\circ$  (付近)であり、2次元円柱渦の放出にともなう圧力変動は剥離点近傍(図-4.11(e))において最も強く模型に作用しているものと思われる。なお、本実験のレイノルズ数( $Re=2.5 \times 10^4$ )での2次元円柱における剥離点はおよそ $\theta = 82^\circ$ であり<sup>1)</sup>、岡本ら<sup>11)</sup>による塔状円柱を用いた風洞実験結果においても2次元円柱渦の発生高さでの剥離点は $\theta = 82 \pm 1.5^\circ$ である。本実験結果とは2%程度の違いはあるが、比較的良く一致している。さらに $\theta$ が増加すると2次元円柱渦による圧力変動は減少し、 $\theta=168.75^\circ$  (図-4.11(j))では微小なものとなる。なお、これより背面側( $\theta=174.375^\circ, 180^\circ$ )ではスペクトル中に明確なピークはみられなかった。

次に、自由端渦による圧力変動について考察する。 $\theta=16.875^\circ, 22.5^\circ$  (それぞれ図-4.11(a), (b))においては自由端渦の変動はほとんどみられないが、 $\theta=33.73^\circ$  (図-4.11(c))では $0.88 \leq H/H_0 \leq 0.98$ に微小な変動として現れている。 $\theta$ の増加とともに自由端渦による圧力変動のパワーは増大し、 $\theta=90^\circ$  (図-4.11(f))において最大となる。 $\theta=123.75^\circ$  (図-4.11(g))付近で自由端渦による変動のパワーは一旦低下するが、 $\theta=135^\circ$  (図-4.11(h))になるとやや回復し、さらに背面側(図-4.11(i), (j))では減少してゆく。しかし、図-4.11(j)では2次元円柱渦による変動は衰退しているのに対し、自由端渦の変動は残っている。したがって、自由端渦による変動空気力は円柱頂部近傍において、 $\theta \geq 90^\circ$ の背面側で支配的に作用すると考えられる。

#### 4.3.3 自由端近傍の圧力変動の特性

前項において、模型頂部近傍に自由端渦による変動空気力の発生が認められた。そこで、本項においては、自由端近傍の圧力変動を詳しく調べる。まず、模型Bを用いて $V=7\text{m/s}$ 、 $Re=2.5 \times 10^4$ の下で、 $\theta=0 \sim 180^\circ$ 、 $H/H_0=0.992 \sim 0.912$ の範囲の圧力変動を多点同時計測した。また、圧力データの解析には固有直交関数展開<sup>12)</sup>(Proper Orthogonal Decomposition、以下、POD解析)を用いた。POD解析においては、ある同時性を満足する複数の時系列が、それらの時間的変化を最も良く表現する直交座標空間における変動へと変換される。したがって、点的な情報から空間的な構造(固有モード形)を検出できるとともに、その構造の時間的推移についても議論が可能となる。

測定された圧力変動データから平均成分を除いた時系列にPOD解析を適用した結果、図-4.13(a)~(c)に示す固有モード形が得られた。1~3次モードまでを $\theta$ と $H/H_0$ を軸とする等高線で示している。図-4.14に各モードの累積寄与率を示す。1次モードの寄与率が約49%を占め、2次および3次はそれぞれ約14%、7%である。各モードの時系列を図-4.15(a)~(c)に、また、それらのパワースペクトルを図-4.16(a)~(c)に示す。以下では、これらのPOD解析の結果の内、最も支配的である1次モードに着目して自由端渦による圧力変動の特性を考察する。

図-4.13(a)に示した1次モードは、図-4.16(a)より $fD_0/V=0.066$ の周波数を有する。この周波数

は、図-4.11にみられた自由端渦の周波数 ( $fD_1/V=0.07$ ) にはほぼ等しい。また、図-4.13(a)のピーク的位置 ( $\theta=90^\circ$ ,  $H/H_1=0.98$ ) が、自由端渦による圧力変動が最大となる角度 (図-4.11(f):  $\theta=90^\circ$ ) と一致している。以上の2点から、この1次のモード形は自由端渦による圧力変動の形状を最も良く表現していると考えられる。さらに、前項の図-4.11(g)~(j) ( $\theta=123.75^\circ\sim 168.75^\circ$ ) において考察された自由端渦による圧力変動の強さに関する二つの特性、すなわち  $\theta=135^\circ$  付近にも変動がやや強い領域があること、変動が  $\theta \geq 90^\circ$  の背面側で支配的であることも図-4.13(a)から読みとることができる。

次に、自由端渦による圧力変動が模型の両側でどのように作用しているのかを調べるために、ターンテーブルを  $90^\circ$  回転させて  $\theta=90^\circ\sim 270^\circ$ ,  $H/H_1=0.992\sim 0.912$  の領域を測定し、POD解析を適用した。得られた1次モード (寄与率: 38%) を図-4.17に示す。また、1次モードの時系列とそのパワースペクトルをそれぞれ図-4.18, 図-4.19に示す。図-4.17をみると、 $\theta=90^\circ\sim 180^\circ$  の部分は図-4.13(a)の  $\theta=90^\circ\sim 180^\circ$  の領域に似ている。また、1次モードのパワースペクトル (図-4.19) は、やはり図-4.11にみられた自由端渦の周波数とほぼ等しい  $fD_1/V=0.071$  にピークを有する。したがって、図-4.17は自由端渦による圧力変動場のモード形を表していると思われる。 $\theta=180^\circ$  を中心としてほぼ左右対称であるが符号は反転しているため、揚力の発生を示唆する。

そこで、測定データを  $\theta=90^\circ\sim 180^\circ$  と  $\theta=180^\circ\sim 270^\circ$  に分割し、各々についてPOD解析を行った。図-4.20(a)は  $\theta=90^\circ\sim 180^\circ$  の1次モード形 (寄与率: 47%)、図-4.20(b)は  $\theta=180^\circ\sim 270^\circ$  の1次モード形 (寄与率: 49%) である。両者はほぼ対称であり、それぞれ図-4.17を左右に分割したような形状をしている。図-4.20(a), (b)の時系列のパワースペクトルが、各々図-4.21(a)および(b)である。図-4.21(a)はピークがやや不明確であるが、どちらも自由端渦の周波数である  $fD_1/V=0.071$  近傍にピークがある。図-4.21(a)と(b)とは、スペクトルのピーク値は図-4.21(b)の方が大きい。これは本実験の測定時間内 (16.384秒間) では、自由端渦の発生が模型の左右において非定常であるためと推定される。そこで、自由端渦の発生による圧力変動の時間的推移を調べるために、 $\theta=90^\circ\sim 180^\circ$  と  $\theta=180^\circ\sim 270^\circ$  の1次モード時系列についてウェーブレット変換 (付録2参照) を適用した。図-4.22(a)および(c)は、それぞれ  $\theta=90^\circ\sim 180^\circ$  と  $\theta=180^\circ\sim 270^\circ$  の領域における1次モード (図-4.20(a), (b)) の時系列である。なお、図-4.22(a)と(c)は時間的に一致している。これらの時系列をMorletのウェーブレット<sup>9)</sup>を用いてウェーブレット変換し、得られたウェーブレット係数 (実部) を色相表示したものが各々図-4.22(b)および(d)である。横軸が時刻(sec)であり、縦軸は厳密にはスケールパラメータであるが、理解を容易にするために  $fD_1/V$  で表している。黄色いほど正に大きく、黒いほど負に大きい値を意味し、赤はゼロ付近である。図-4.22(b), (d)をみると、 $fD_1/V=0.07$  付近に色相の変動があり、自由端渦による変動を捉えている。しかし、その発生は間欠的であり、また、模型の左右で必ずしも交替的に発生しているわけではない。例えば、

図-4.22(b)の0.6~1.5(sec)では自由端渦による変動はほとんどみられないが、図-4.22(d)の同じ時間帯では連続的に発生している。さらに、 $\theta = 90 \sim 180^\circ$  と  $\theta = 180 \sim 270^\circ$  の領域における1次モードをそれぞれウェーブレット変換し、得られた実部と虚部からウェーブレット係数のパワーを算出した。図-4.23はこれらのウェーブレット係数のパワーを、 $\theta = 90 \sim 180^\circ$  と  $\theta = 180 \sim 270^\circ$  の両ケースについて重ねて示したものである。黒の色相表示が $\theta = 90 \sim 180^\circ$  の領域、等高線が $\theta = 180 \sim 270^\circ$  の領域についての結果である。比較的長いタイムスパンで検証するために10秒間の解析結果を示している。興味深い点は $fD_r/V = 0.07$ 付近において、両領域のウェーブレット係数のパワーが時間の経過とともに、互いに入れ替わるように強く現れていることである。すなわち、自由端渦は模型の片側から数回続けて発生し、その後反対側から数回発生する性質を有するといえる。

自由端渦が模型の左右から非交差的に発生する様子を確認するために、測定した圧力変動データを基にアニメーションを作成した。その一部を図-4.24に示す。模型頂部 ( $H/H_t = 0.992 \sim 0.912$ ) の背面側 ( $\theta = 90 \sim 270^\circ$ ) の圧力変動を表したものであり、時刻は図-4.22の横軸に従う。図-4.24(a)の1.1秒においては自由端渦による負圧(青色の部分)が現れており、その分布形状はPOD解析で得られた1次モードの形状(例えば図-4.20(b))と非常によく似ている。図-4.22(c)のPOD解析で得られた1次モードの時系列をみても、1.1秒付近において大きな負圧が生じていることが確認できる。1.15秒(図-4.24(b))になると、この負圧は一旦衰退するが、1.2秒(図-4.24(c))では再度 $\theta = 180 \sim 270^\circ$  の領域に現れる。図-4.24(a)と図-4.24(c)を比べると、図-4.24(c)の方が負圧レベルは小さい。POD解析によって得られた1次モードの時系列(図-4.22(c))にも、1.2秒付近の変動の方が1.1秒付近の変動よりも小さい様子が現れている。このような自由端渦の発生が $\theta = 180 \sim 270^\circ$  の領域において連続的に数回続いた後、1.6秒(図-4.24(d))になると自由端渦の発生は $\theta = 90 \sim 180^\circ$  の領域にスイッチする。図-4.24(d)に現れている自由端渦による負圧の分布は、やはりPOD解析で得られた1次のモード形(例えば図-4.20(a))によく似ている。1.65秒(図-4.24(e))になると自由端渦の発生は一旦弱まるが、1.7秒付近(図-4.24(f))で再度現れる。これらのプロセスも $\theta = 90 \sim 180^\circ$  の1次モード時系列(図-4.22(a))における1.6~1.7秒付近の変動と整合する。

#### 4.4 円盤設置による影響

3.4では円柱ロッピング模型の頂部に薄円盤を設置し、その直径 $D_d$ の変化が自由端渦の発生状況に及ぼす影響について調べた。その結果、薄円盤の直径を増加させると、模型頂部近傍において自由端渦の発生は衰退するとともに、その周波数は緩やかに増加する傾向が示された。また、 $D_d$ がある程度大きいと自由端渦は発生せず、2次元円柱渦の放出周波数よりもやや低い周波数を有

する“低周波のカルマン渦”の発生が支配的となることも明らかとなった。本節では、このような自由端近傍における渦発生状況の遷移について、圧力模型実験により検討する。

模型Bの頂部に3.4で用いた厚さ0.7mmのプラスチック円盤を設置し、その直径を変化させて  $V=7\text{m/s}$ ,  $Re=2.5 \times 10^4$  の下で圧力変動を測定した。前節と同様、測定された圧力変動データにPOD解析を施した。図-4.25(a)~(c)は、それぞれ  $D_{ed}/D_c=1.2, 1.6, 1.8$  の円盤を設置した場合の  $\theta=0\sim 180^\circ$  における1次モード形(寄与率は各々37%, 42%, 40%)である。 $D_{ed}/D_c$ の増加とともにピークの位置の高さは低くなるとともに、円柱背面側へ移動している、これらの1次モードの時系列のパワースペクトルが、それぞれ図-4.26(a)~(c)である。 $D_{ed}/D_c=1.2$ の場合(図-4.26(a))には  $fD_c/V=0.069$  にピークがあり、これは自由端渦による変動である。また、 $fD_c/V=0.136$  にも微小なピークが現れている。 $D_{ed}/D_c=1.6$ (図-4.26(b))になると自由端渦によるピークは現れず、 $fD_c/V=0.15$  にピークがある。これは低周波のカルマン渦による変動であると思われる。さらに  $D_{ed}/D_c=1.8$ (図-4.26(c))では、低周波のカルマン渦がより支配的になるとともに周波数がやや増加し、 $fD_c/V=0.157$  にピークとして現れている。

次に、模型背面側の領域について調べる。図-4.27(a)~(c)は、それぞれ  $D_{ed}/D_c=1.2, 1.6, 1.8$  の円盤を設置した場合の  $\theta=90\sim 270^\circ$  における1次モード形である。図-4.27(a)と(c)は似た形状であり、 $D_{ed}/D_c$ の増加に対してピークの位置が低くなり、背面側に移動する点は図-4.25と同様である。また、左右の符号が反転していることもわかる。しかし、 $D_{ed}/D_c=1.6$ のケースである図-4.27(b)は(a)、(c)と比べて形状が著しく異なる上、左右の符号が同じである。1次モード時系列のパワースペクトル(図-4.28(a)~(c))をみても、 $D_{ed}/D_c=1.6$ のケース(図-4.28(b))にはピークが現れていない。一方、 $D_{ed}/D_c=1.2$ (図-4.28(a))では、図-4.26(a)と同様に自由端渦によるピーク、および低周波のカルマン渦による微小なピークがある。また  $D_{ed}/D_c=1.8$ のケース(図-4.28(c))では、やはり図-4.26(c)と同様に低周波のカルマン渦によるピークがみられる。 $D_{ed}/D_c=1.6$ のケースのみ他と異なる結果となった原因は寄与率にあると推定される。 $D_{ed}/D_c=1.2, 1.6, 1.8$ のケースにおける1次モードの寄与率は各々30%, 19%, 24%であり、 $D_{ed}/D_c=1.6$ のケースが非常に低い。一方、2次モードの寄与率は各々16%, 17%, 17%であった。注意すべき点は  $D_{ed}/D_c=1.6$ のケースについては1次と2次の寄与率が近いことにある。すなわち  $D_{ed}/D_c=1.6$ の円盤を設置した場合、 $\theta=90\sim 270^\circ$ の測定データには卓越したモードは一意に存在せず、1次モードと2次モードがほぼ等しいレベルにあると思われる。そこで、図-4.29に  $D_{ed}/D_c=1.6$ のケースにおける2次のモード形を示す。図-4.27(a)および(c)と似ており、図-4.25(b)の  $\theta=90\sim 180^\circ$ の部分を折り返したような形状である。また、符号も左右で反転していることがわかる。その時系列のパワースペクトル(図-4.30)においても、低周波のカルマン渦に相当するピークが現れている。つまり、 $D_{ed}/D_c=1.6$ のケースにおいては、低周波のカルマン渦による変動は  $\theta=0\sim 180^\circ$ の測定データを用いた場合には1次モードに、 $\theta=90\sim 270^\circ$ の測定データからは2次モードに現れたことになる。このよ

うなモード次数の不一致は、 $\theta = 0 \sim 180^\circ$  の領域と  $\theta = 90 \sim 270^\circ$  の領域を別々に測定したデータを用いていることが原因である。圧力測定孔を  $\theta = 0 \sim 360^\circ$  の範囲に配置した模型により測定し、POD解析を適用するのが最良であったと思われる。

以上のPOD解析によって得られた1次モードのパワースペクトルを基に、自由端近傍の渦の放出周波数をストローハル数  $St$  として表し、円盤直径に対してプロットしたものが図-4.31である。 $\theta = 0 \sim 180^\circ$  の領域の測定により得られた結果と  $\theta = 90 \sim 270^\circ$  の測定による結果を併記している。ただし、 $D_{ed}/D_c = 1.6$  における  $\theta = 90 \sim 270^\circ$  のケースについては、前段落で述べた理由から2次モードにより得られた結果を示した。また円盤を設置していないケースを  $D_{ed}/D_c = 1.0$  として載せてある。自由端渦は  $1.0 \leq D_{ed}/D_c \leq 1.4$  の範囲において発生が確認され、その  $St$  は  $D_{ed}$  の増加とともに徐々に増大する。また、 $D_{ed}/D_c > 1.4$  では低周波のカルマン渦の発生が支配的となり、その  $St$  も  $D_{ed}$  の増加に従って増大する。この傾向は、円盤をロッキング模型の頂部に設置して後流測定を行った結果(2.4, 図-2.22)と整合する。しかし、図-2.22と比較すると  $D_{ed}$  に対する自由端渦の  $St$  の増加は本実験結果の方がやや緩やかである。

#### 4.5 時刻歴応答解析

本節においては、圧力模型実験によって得られた圧力データを用いて、第3章で使用した高さ  $H_c = 1250$  mm、断面直径  $D_c = 50$  mm の円柱ロッキング模型(図-3.3(a))を対象とする時刻歴応答解析を行う。結果を第3章で得られた風直角方向応答と比較し、自由端渦が高風速渦励振の励振源であることを検証する。また、頂部に円盤を設置したケースについても解析を行い、実験結果と比較する。

##### 4.5.1 解析方法

模型の全表面の圧力が同時に測定されていないため、外力となる変動揚力を算出する方法に工夫が必要である。そこで、空気力の算出領域を自由端渦が発生する  $0.912 \leq H/H_c \leq 0.992$  と2次元円柱渦の発生が支配的である  $H/H_c < 0.912$  の二つに分割し、各々における揚力を独立に算出してたし合わせる方法をとる。 $0.912 \leq H/H_c \leq 0.992$  の領域については模型Bによる測定結果を、 $H/H_c < 0.912$  の領域には模型Aの結果を用いる。

まず、自由端渦による圧力変動が支配的となる  $0.912 \leq H/H_c \leq 0.992$  の領域については、模型Bを用いた測定の内、 $\theta = 0 \sim 180^\circ$  と  $\theta = 90 \sim 270^\circ$  のどちらの範囲の測定結果を使用するかが問題である。4.3.3で調べたように、自由端渦は模型の左右において非交番的に発生する性質があり、 $\theta = 0$

$\sim 180^\circ$  の片側だけのデータではこの特性を再現するのは難しいため、 $\theta = 90 \sim 270^\circ$  の測定結果を採択する。しかし、 $\theta = 0 \sim 90^\circ$  および  $\theta = 270 \sim 360^\circ$  の範囲に作用する外力を加える必要がある。そこで、 $\theta = 0 \sim 180^\circ$  の測定データを  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$  と  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の二つの領域に分割し、各領域における外力を独立に調べた。今、 $\phi = \theta \pi / 180$  (rad) として模型Bの各測定孔位置における圧力変動の時系列を  $p_B(t, H, \phi)$  とすると、 $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$  の範囲から求まるモーメントとしての変動揚力  $F_1(t)$ 、および  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲から求まる変動揚力  $F_2(t)$  は、

$$F_1(t) = \int_0^{\pi/2} \int_{0.912H}^{0.992H} p_B(t, H, \phi) \frac{D_s(H+L)}{2} \sin \phi dH d\phi$$

$$F_2(t) = \int_{\pi/2}^{\pi} \int_{0.912H}^{0.992H} p_B(t, H, \phi) \frac{D_s(H+L)}{2} \sin \phi dH d\phi$$

となる。ここで、 $l$  は模型下端から回転中心までの距離であり、本ロッキング模型 (図-3.3(a)) では約  $l = 9$  mm である。得られた  $F_1(t)$  と  $F_2(t)$  の1秒間の時系列を各々図-4.32(a), (b) に示す。振幅は異なるものの、波形は同じである。また、 $F_1(t)$  の r.m.s. は  $F_2(t)$  の r.m.s. の 0.37 倍である。つまり、 $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$  の前縁側に作用する揚力は  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の後縁側の揚力の約 37% を占め、両者はほぼ同位相で作用していることになる。そこで、この倍率を  $\kappa$  として  $\theta = 90 \sim 270^\circ$  の範囲の圧力変動から求まる変動揚力に加えることにより  $\theta = 0 \sim 360^\circ$  の揚力を求めることにする。 $0.912 \leq H/H_s \leq 0.992$  の領域におけるモーメントとしての変動揚力  $F_B(t)$  は、

$$F_B(t) = (1 + \kappa) \int_{\pi/2}^{\pi/2} \int_{0.912H}^{0.992H} p_B(t, H, \phi) \frac{D_s(H+L)}{2} \sin \phi dH d\phi$$

となる。

次に、 $H/H_s < 0.912$  の領域における空気力を導出する。模型Aは高さ方向に1列に測定孔が配置してあるためスパン方向の圧力変動は同時性を満足しているが、 $\phi$  方向については何らかの操作を要する。そこで1型プローブを高さ  $H/H_s = 0.52$ 、模型中心から  $4D_s$  後流側、 $1D_s$  風直方向の位置に設置し、後流風速変動の測定を圧力測定と同時にを行った。模型近傍の流れが高さを変えずに後方へ流れさると仮定すると、任意の  $\phi$  において  $H/H_s = 0.52$  での圧力変動と後流変動との関係が得られたことになる。まず、各  $\phi$  における後流風速変動の時系列のフーリエ変換を求めると、位相  $\eta(\omega, \phi)$  がわかる。そして任意の角度  $\phi_s$  における位相  $\eta(\omega, \phi_s)$  を規準として、位相差  $\eta(\omega, \phi) - \eta(\omega, \phi_s)$  を求めておく。次に、ある  $H$  で測定された圧力変動データ  $p_A(t, H, \phi)$  をフーリエ変換し、その位相  $\mu(\omega, H, \phi)$  を求める。この位相を後流風速変動の位相差  $\eta(\omega, \phi) - \eta(\omega, \phi_s)$  だけシフトさせる。すなわち、ある  $\phi$  における高さ  $H$  での圧力変動データの位相は  $\mu(\omega, H, \phi) - \{\eta(\omega, \phi) - \eta(\omega, \phi_s)\}$  と

なる。そしてフーリエ変換によって時刻歴 $p'_A(t, H, \phi)$ に戻すと、各 $\phi$ における圧力変動は同時性  
 がある程度満足するものと思われる。なお、以上においてはデータの定常性を仮定している。  
 $H/H_c < 0.912$ に範囲の圧力変動から求まる回転中心まわりの変動揚力（モーメント） $F_A(t)$ は、

$$F_A(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^{0.912H_c} p'_A(t, H, \phi) \frac{D_c(H+l)}{2} \sin \phi dH d\phi$$

のようになる。V=7m/sにおける $F_A(t) + F_B(t)$ の時系列を図-4.33に、そのパワースペクトルを図-  
 4.34に示す。図-4.34において、2次元円柱渦によるピークが $fD_c/V=0.2$ にある。また、自由端渦  
 によるピークも $fD_c/V=0.07$ 付近に現れている。

以上の $F_A(t)$ および $F_B(t)$ は静止模型による実験結果から求めた空気力であるため、応答解析には  
 空力減衰を考慮する必要がある。円柱の風直角方向の回転角を $\alpha(t)$  (rad)として準定常理論に従い、  
 空力減衰力（モーメント） $G(t)$ を

$$G(t) = -\frac{\rho D_c V}{2} \int_0^{H_c} C_D(H) (H+l)^2 dH \dot{\alpha}(t)$$

とする。ここで $C_D(H)$ は局所抗力係数であり、圧力模型実験より得られた $C_D(H, \phi)$ （図-4.7）を  
 用いて次式より求めた。

$$C_D(H) = \int_0^{2\pi} C_D(H, \phi) \cos \phi d\phi$$

得られた $C_D(H)$ を図-4.35に示す。 $C_D(H)$ は自由端近傍で増大しており、文献1)や6)に示されている  
 塔状円柱の局所抗力係数とはほぼ整合している。

以上の空気力より、1自由度ロッキング振動の運動方程式は次式のようになる。なお、空力弾  
 性力は無視する。

$$\ddot{\alpha} + 4\pi f_n \xi(\alpha) \dot{\alpha} + (2\pi f_n)^2 \alpha = \frac{F_A + F_B + G}{J}$$

ここで、 $J$ は慣性モーメントであり、 $J=2.3 \times 10^4$  (g·cm<sup>2</sup>)とする。また、 $\xi(\alpha)$ は振幅依存性を有す  
 る構造減衰定数であり、第3章の図-3.4を近似した $\alpha$ に関する1次式を用いた。一方、 $F_A(t)$ およ  
 び $F_B(t)$ はV=7m/sの下で測定された圧力データより算出されているため、他の風速における応答解  
 析を行う際には何らかの手法が必要である。本解析においては、固有振動数を変化させて無次元  
 風速を変化させた。これによって、相対的に風速Vが変化することになる。空気力の大きさが風速

の2乗に比例するとして、 $(V/7)^2$ を $F_A(t)+F_B(t)$ の項にかけた。また、空力減衰項 $G(t)$ については $V/7$ をかけることとした。

一方、渦励振については自動的要素が強く、静止模型から求めた空気力のみでは解析結果は過小評価となることが知られている。モデル化した自動的空気力をふまえて渦励振の応答予測をしたものにはVickeryら<sup>7)</sup>の研究があるが、本解析においては釜口ら<sup>8)</sup>によって得られた非定常空気力係数をモデル化して用いることにする。釜口らは任意の振動数と振幅で2次元円柱を風直角方向に強制加振し、円柱に作用する非定常空気力を求め、図-4.36(a), (b)の結果を得た。図-4.36(a)は非定常空力減衰係数 $C_{Ld}$ 、図-4.36(b)は非定常空力弾性係数 $C_{Lk}$ を無次元振動数を横軸として示したものである。振幅によって曲線の形状が変化している。図-4.36(a), (b)における曲線のピーク的位置、およびゼロに漸近する位置が振幅に対してどのように変化するかを調べ、それらを多項式で近似した。その後、それらを直線で結ぶことにより図-4.37(a), (b)に示す非定常空気力係数のモデルを得た。本解析の対象は塔状円柱であるが、各高さにおける流れが局部的に2次元であると仮定して解析を行う。図-4.37(a)の非定常空力減衰定数を $C_{Ld}(|\alpha(H+l)|, V)$ 、図-4.37(b)の非定常空力弾性定数を $C_{Lk}(|\alpha(H+l)|, V)$ として運動方程式をたてると、

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + 4\pi f_n \xi(\alpha) \dot{\alpha} + (2\pi f_n)^2 \alpha \\ = \frac{1}{2J} \rho V^2 D \int_0^H \left\{ \frac{\dot{\alpha}}{|\dot{\alpha}|} C_{Ld}(|\alpha(H+l)|, V) + \frac{\alpha}{|\alpha|} C_{Lk}(|\alpha(H+l)|, V) \right\} (H+l) dH \end{aligned}$$

となる。渦励振の発現風速近傍においては上式を用いて解析を行う。

#### 4.5.2 解析結果

前項において導いた運動方程式を数値積分によって解き、円柱頂部高さ $(H/H_c=1)$ における風直角方向変位 $y = \alpha(H+l)$ を求めた。 $V/f_n D_c$ と $y/D_c$  (r. m. s.)の関係を図-4.38に示す。実線が「圧力模型による空気力を用いた場合の解析結果、点線が非定常空気力によって得られた渦励振発現風速近傍の応答である。また、第3章で得られた実験結果も合わせてプロットしてある。解析による高風速渦励振の応答のピークは $V/f_n D_c=13.8$ 付近において現れており、実験値と同程度の振幅が得られている。本解析においては自動的要素を考慮していないことから、高風速渦励振は自由端渦による強制振動であると考えられる。一方、圧力データを用いた解析結果において渦励振の応答はやはり実験結果よりもかなり小さく、60%程度である。非定常空気力モデルを用いて解析した結果は、実験値よりもやや大きめの応答となったが、比較的良く合っている。ただし、渦励振の発現風速範囲は実験結果よりもかなり狭い。3.4.3で述べたように、低周波のカルマン渦は渦励

振の発現風速範囲を広げる役割を果たすが、解析においてはこの非線形現象を再現できていないためであると思われる。なお、わずかに発生していたと思われる低周波のカルマン渦による応答は、 $V/f_0 D_0 = 6$ 付近に微小なピークとして現れている。また、頂部近傍の空気が応答に及ぼす影響を調べるために、 $HH_0 = 0.992 \sim 0.912$ の範囲の圧力変動を外力に含めずに解析を行った。自由端渦による空気力は考慮されないことになる。結果を図-4.39に示す。点線は全ての圧力変動を外力に考慮した場合であり、図-4.38と同様である。なお、渦励振の発現風速近傍においては非定常空気力モデルを用いている。実線が $HH_0 = 0.992 \sim 0.912$ の圧力変動を外力に含めずに解析を行った結果であり、高風速渦励振は発生していない。これは自由端渦が高風速渦励振の励振源であることを示唆する。また、 $V/f_0 D_0 > 17$ のセルフパフェティングの振幅も減少しており、頂部近傍の気流の乱れは応答振幅に大きな影響を及ぼしているといえる。

次に、構造減衰の増加が応答に及ぼす影響を調べた。解析結果を図-4.40に示す。点線が減衰増加前であり、これは図-4.38に示したものと同様である。実線が減衰を2倍にしたケースであり、渦励振の振幅は大幅に減少しているが、高風速渦励振の振幅はさほど影響を受けていないことがわかる。また、 $V/f_0 D_0 > 17$ のセルフパフェティングも振幅にほとんど変化がみられない。これらの解析結果は、2.3.1の円柱ロッキング模型実験で得られた結果と整合する。

薄円盤を頂部に設置したケースについての解析結果が、図-4.41(a)~(d)である。それぞれ、 $D_{0d}/D_0 = 1.1, 1.2, 1.4, 1.6$ の円盤を設置した際の $V/f_0 D_0$ と $y/D_0$  (r. m. s.)との関係である。なお、円盤設置時には図-4.42に示すように、局所抗力係数 $C_D(H)$ が自由端近傍において $D_{0d}$ の増加とともに減少しており、この影響も解析に考慮されている。また、 $HH_0 < 0.8$ では $C_D(H)$ に変化はなかった。図-4.41(a)~(d)の解析結果をみると、 $D_{0d}$ の増加にしたがって高風速渦励振の振幅が減少しており、実験と同じ傾向を示している。また、 $V/f_0 D_0 > 17$ にみられるセルフパフェティングの振幅も実験結果と同様に減少してゆく様子がわかる。

#### 4.6 まとめ

塔状円柱の圧力模型を用いた風洞実験を行った。自由端近傍の変動圧力に着目し、高風速渦励振の励振源について検討した。また、得られた圧力データから変動揚力を導出し、第3章で使用した円柱ロッキング模型を対象とする時刻歴応答解析を試みた。得られた結果を以下にまとめる。

- (1) 圧力データをスペクトル解析したところ、頂部近傍には無次元周波数が約0.07の圧力変動がみられ、その変動は模型のやや背面側において支配的であった。この変動は自由端渦の周波数であり、自由端渦による変動揚力は主に頂部近傍のやや背面側の側面において

作用していることを意味する。

- (2) 頂部近傍の風圧データにPOD解析を適用した。最も支配的な1次モードの無次元周波数は自由端渦と同様0.07であった。1次モードの形状は圧力データのスペクトル解析結果から考察された自由端渦による圧力変動の分布形状と整合した。また、自由端近傍の圧力変動の様子をアニメーションによって観察したところ、自由端渦による変動はやはり1次モード形と似た形状で現れていた。以上の3点からPOD解析で得られた1次モードは自由端渦による圧力変動特性をほぼ的確に表現しているものと考えられる。
- (3) 自由端近傍のよどみ点から $90\sim 270^\circ$ の範囲の圧力を測定し、データを $90\sim 180^\circ$ と $180\sim 270^\circ$ の領域に分割して各々に対しPOD解析を行った。そして、自由端渦による変動を表す1次モードの時刻歴にウェーブレット変換を施した。その結果、自由端渦は模型の両側から交替的に発生するわけではなく、片側から数回繞けて発生した後、もう片側から数回発生する性質を有することが明らかとなった。この特性は圧力変動のアニメーションによっても確認された。
- (4) 実験から得られた圧力データから変動揚力を算出したところ、ストローハル数0.2の2次元円柱による揚力変動成分とストローハル数0.07の自由端渦の揚力変動成分がみられた。
- (5) 算出された揚力変動データを用いて、1自由度の円柱ロッキング模型を対象とする時刻歴応答解析を行ったところ、円柱ロッキング模型実験と同様に、自由端渦によって励起された高風速渦励振の応答が現れた。また、その振幅も実験値とはほぼ一致した。したがって、自由端渦は高風速渦励振の励振源であると考えられる。
- (6) 頂部に円盤を設置し、自由端近傍の圧力変動を測定した。POD解析の結果から、円盤の直径を増加させると自由端渦の変動は減少する一方、低周波のカルマン渦の発生が支配的となることが示された。この結果は、円柱ロッキング模型における後流風速変動の測定結果で得られた知見と整合する。
- (7) 頂部に円盤を設置したケースについても揚力変動を導出し、時刻歴応答解析を行った。高風速渦励振の振幅は円盤の直径の増加とともに減少した。これは円盤の直径の増加にしたがって自由端渦の発生が衰退するためであることが明らかとなり、ロッキング模型実験で得られた考察と整合する。

#### 第4章 参考文献

- 1) 岡本哲史, 八木田幹: 一様流中に平行な平板に垂直に置かれた有限長円柱の流れに関する実験的研究, 日本機械学会論文集, 38巻313号, pp.2259-2267, 1972.
- 2) 河村隆雄, 桧和田宗彦, 日比野敏晴, 馬淵幾夫, 熊田雅弥: 平板上に設置された有限長円柱まわりの流れ (円柱長さが乱流境界層厚さを越える場合), 日本機械学会論文集 (B編), 50巻450号, pp.332-341, 1982.
- 3) Zdravkovich, M.M.: *Flow Around Circular Cylinders Vol. 1: Fundamentals*, Oxford University Press, 1997.
- 4) 田村幸雄: 固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ, 日本風工学会誌, 第69号, pp.33-41, 1995.
- 5) Farge, M.: Wavelet transform and their application to turbulence, *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp.395-457, 1992.
- 6) *ESDU Engineering Science Data, Wind Engineering*, Vol. 2a, ESDU International Ltd., 1984.
- 7) Basu, R. I. and Vickery, B. J.: Across-wind vibrations of structures of circular cross-section. Part II. Development of a mathematical model for full-scale application, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 12, pp.75-97, 1983.
- 8) 釜口展宏, 田中博喜, 高原茂, 松井友二: 振動円柱の非定常空気力に関する研究, 構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム論文集, pp.153-159, 1970.

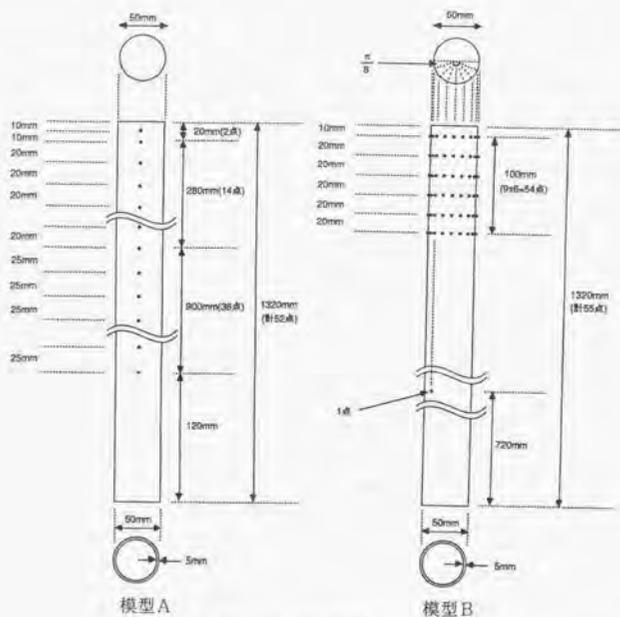


図-4.1 圧力模型

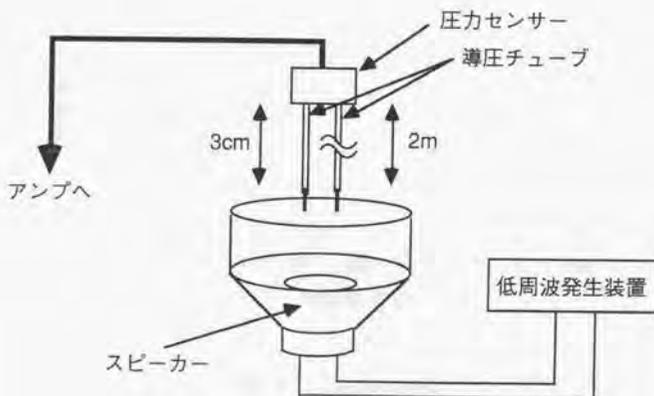


図-4.2 導圧チューブの圧力伝達特性の測定方法

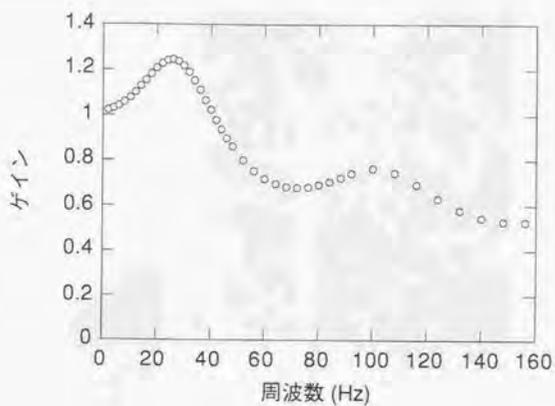


図-4.3 振幅の増幅特性

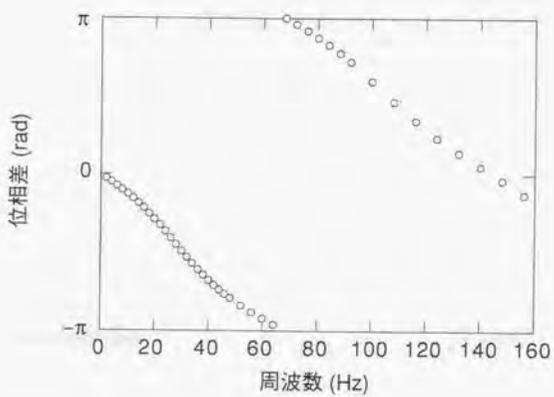


図-4.4 位相遅れの特性



図-4.5 圧力模型を風洞に設置した様子

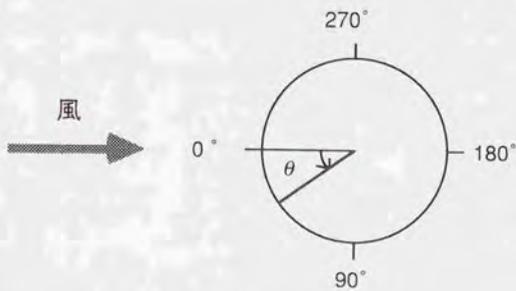


図-4.6 圧力測定孔の向きの定義

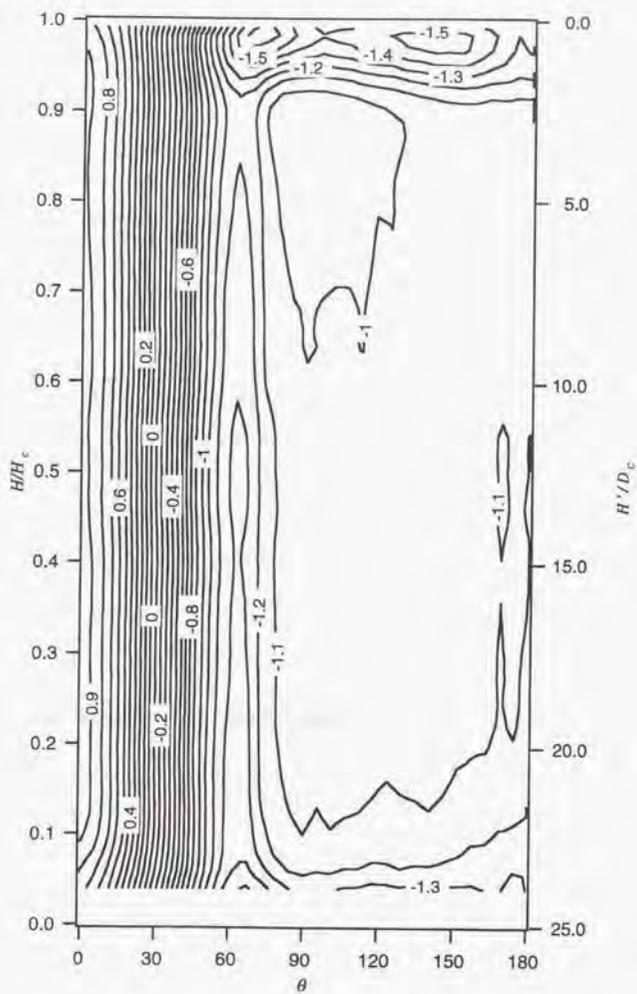


図-4.7 平均風圧係数の分布

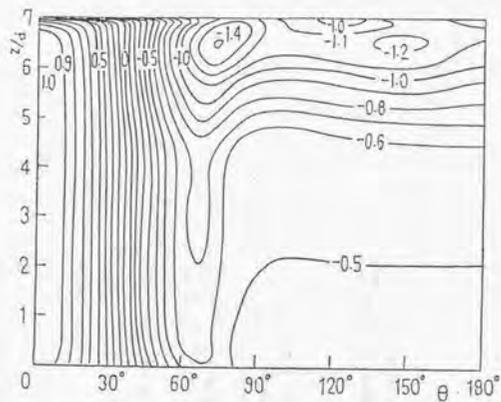


図-4.8 岡本らが得た平均風圧係数の分布 (アスペクト比: 7)

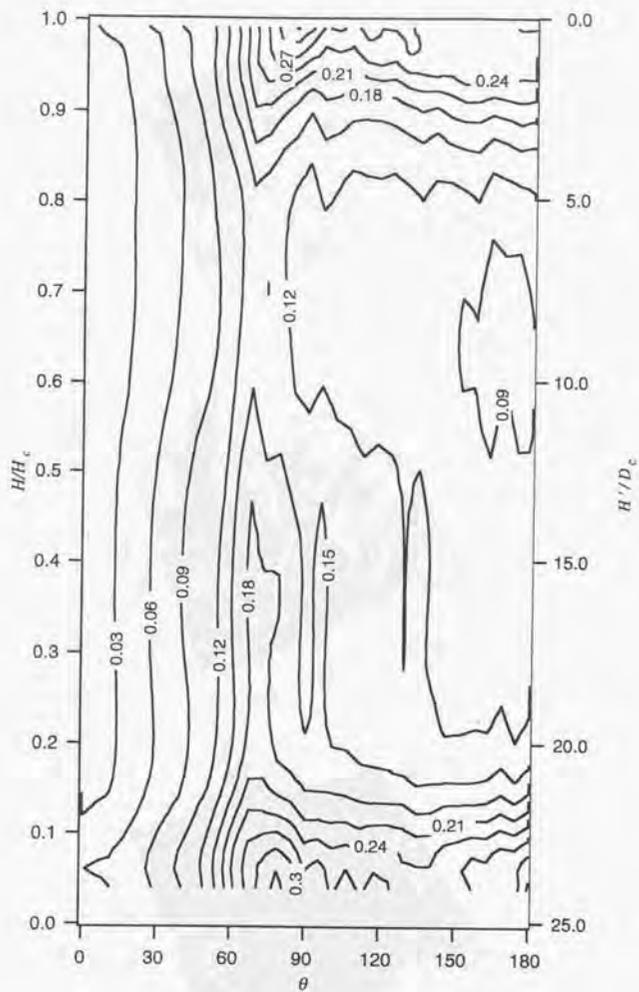


図-4.9 変動風圧係数の分布

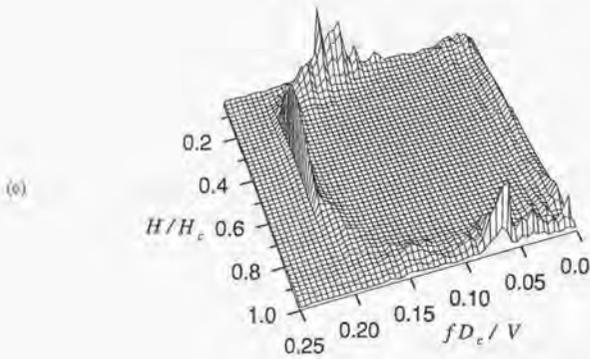
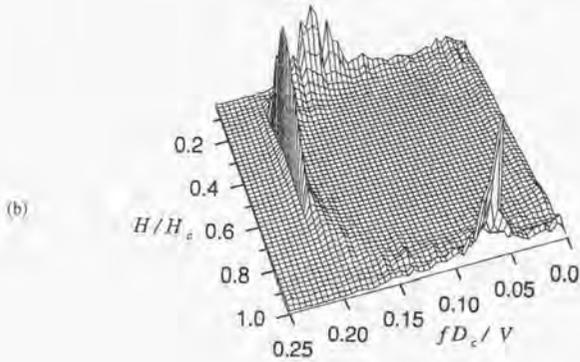
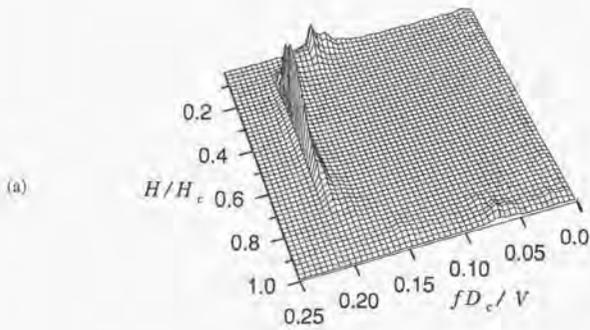


図-4.10 圧力変動のパワースペクトル (a) $\theta=45^\circ$  (b) $\theta=90^\circ$  (c) $\theta=135^\circ$

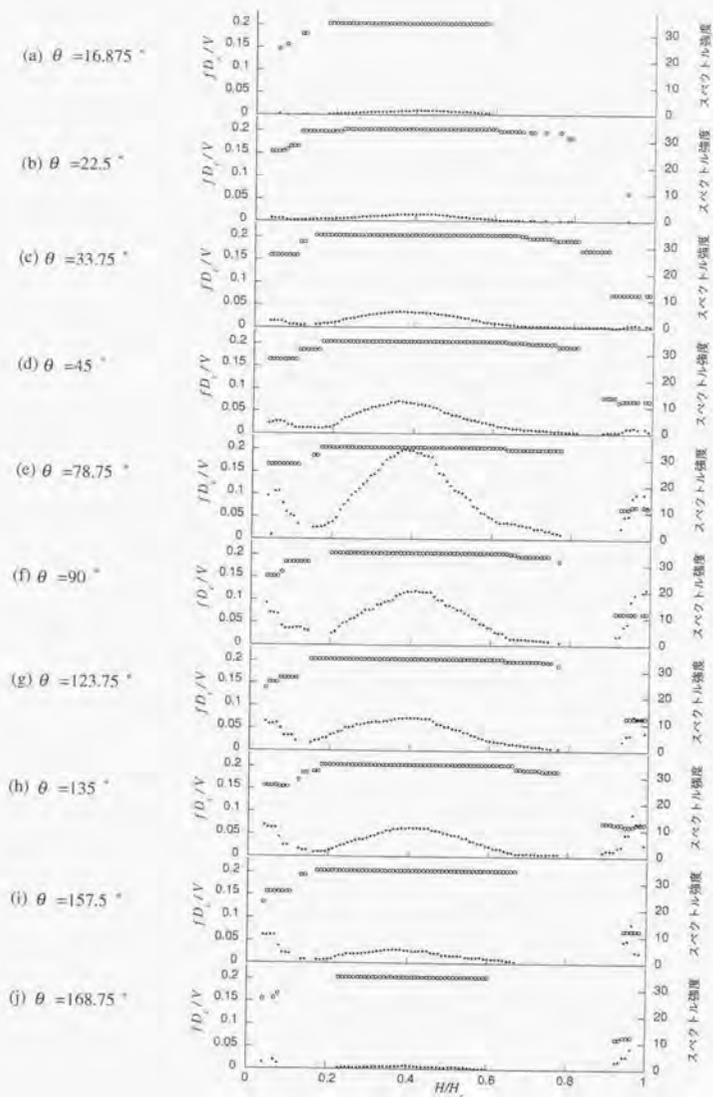


図-4.11 渦放出にともなう圧力変動の無次元周波数とスペクトル強度

(○) :  $fD_s/V$ , (●) ; スペクトル強度

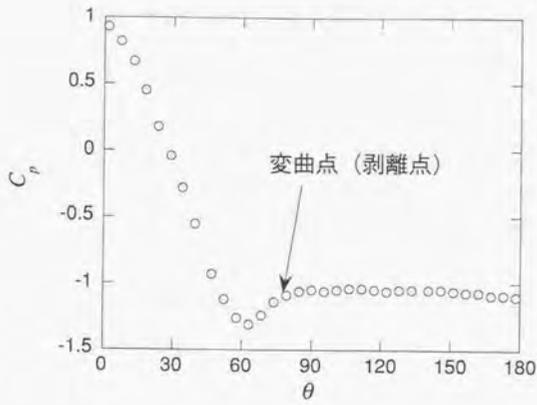


図-4.12  $H/H_c=0.38$ における $C_p$ の $\theta$ 方向の分布

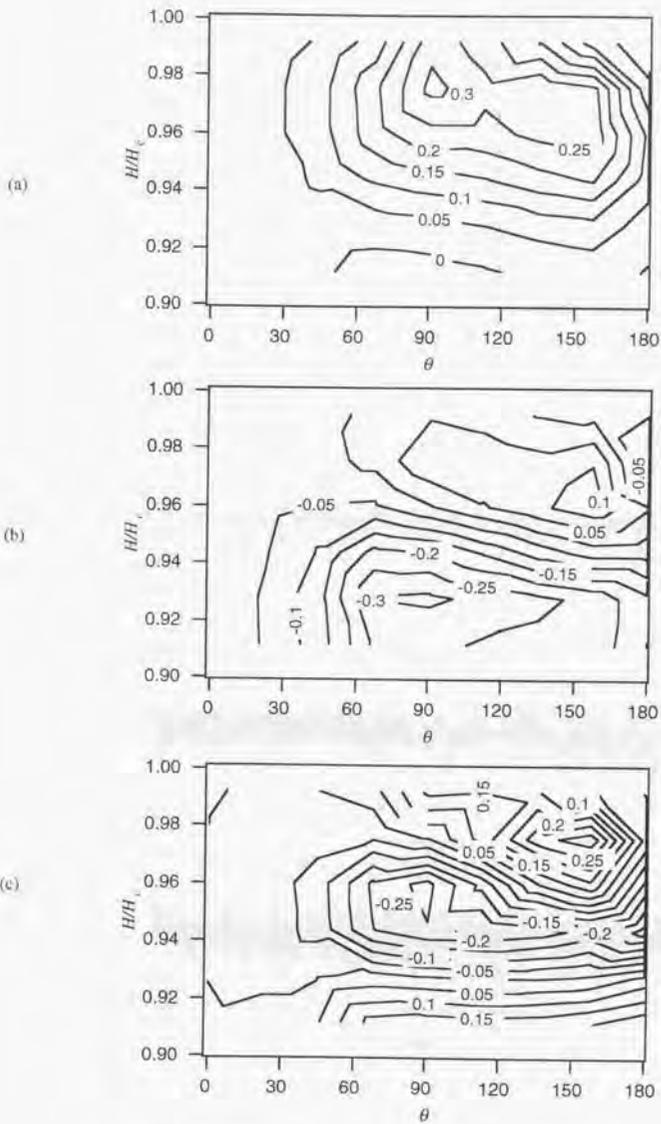


図-4.13  $\theta=0\sim 180^\circ$ ,  $H/H_c=0.992\sim 0.912$ の固有モード形

(a) 1次モード (b) 2次モード (c) 3次モード

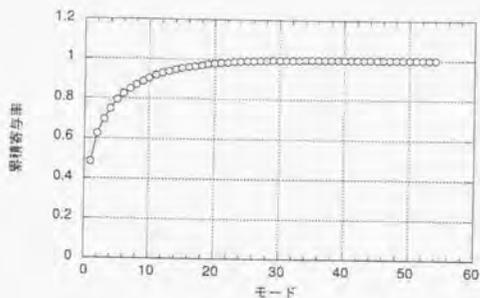


図-4.14 累積参加率

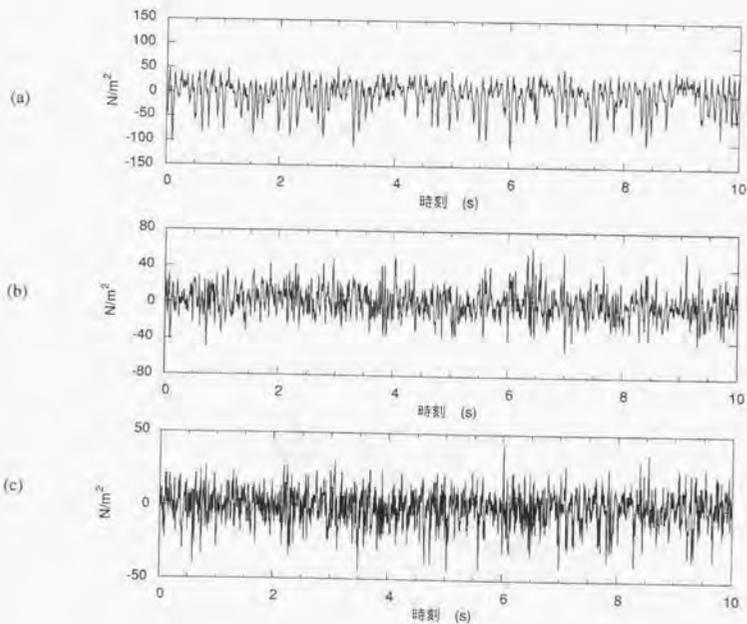


図-4.15 モードの時刻歴 (a) 1次モード (b) 2次モード (c) 3次モード

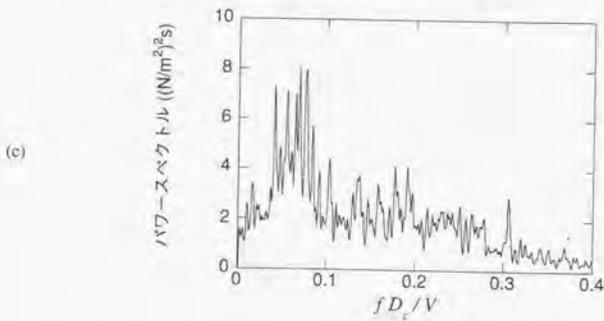
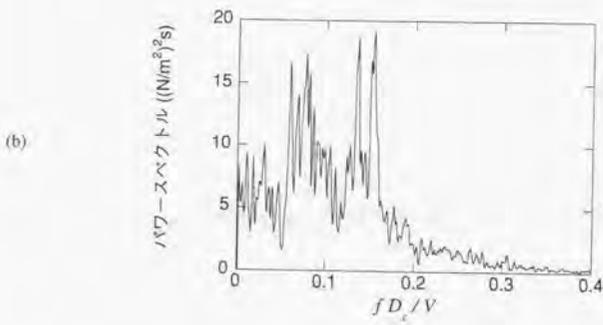
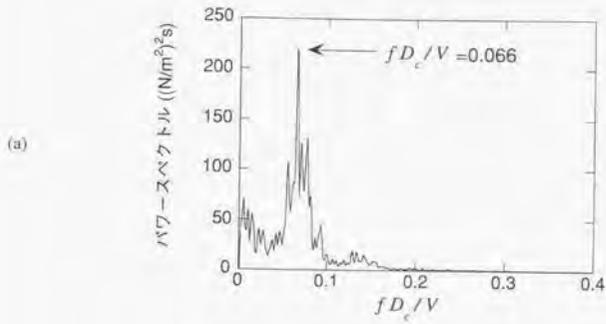


図-4.16 モードの時刻歴のパワースペクトル (a)1次モード (b)2次モード (c)3次モード

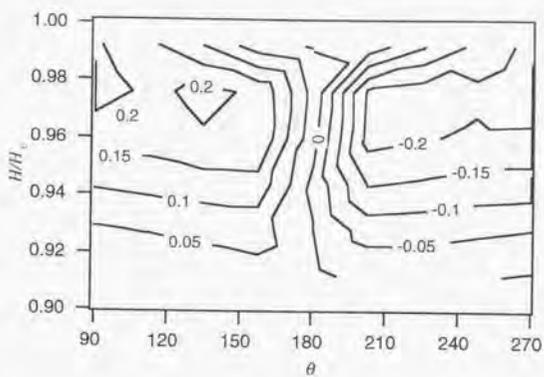


図-4.17  $\theta = 90 \sim 270^\circ$ ,  $H/H_c = 0.992 \sim 0.912$ の1次固有モード形

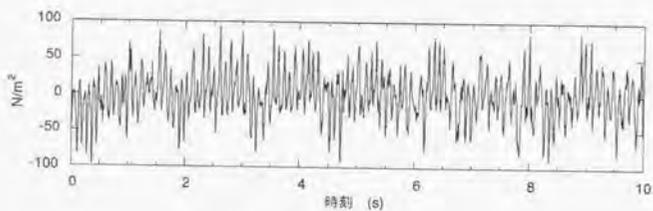


図-4.18 1次モードの時刻歴

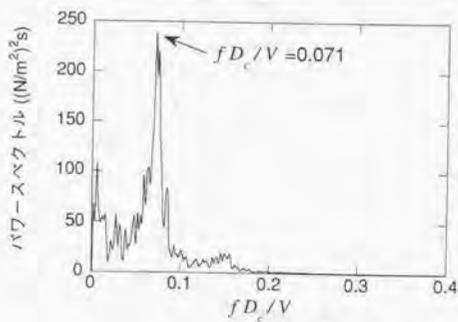


図-4.19 1次モードの時刻歴のパワースペクトル

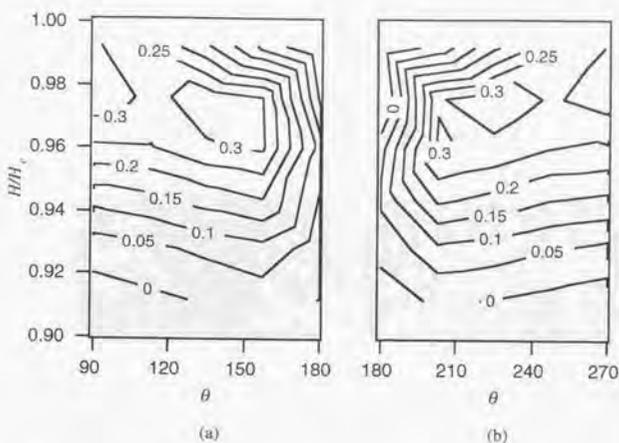


図-4.20 POD解析を左右個別に適用した結果得られた1次モード形

(a)  $\theta = 90 \sim 180^\circ$  (b)  $\theta = 180 \sim 270^\circ$

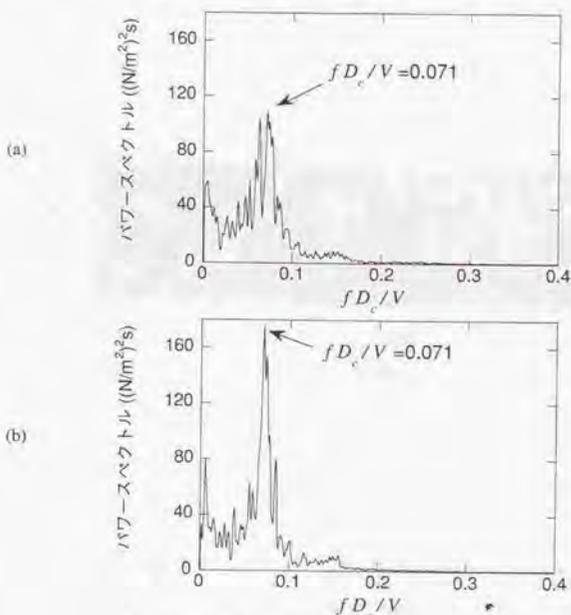


図-4.21 1次モードの時系列のパワースペクトル

(a)  $\theta = 90 \sim 180^\circ$  (b)  $\theta = 180 \sim 270^\circ$

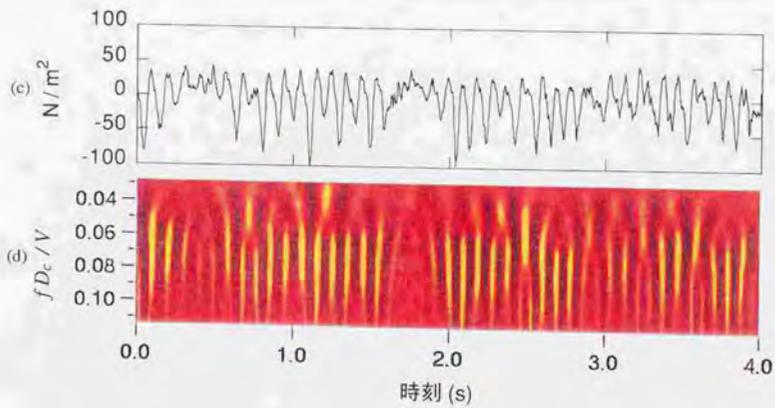
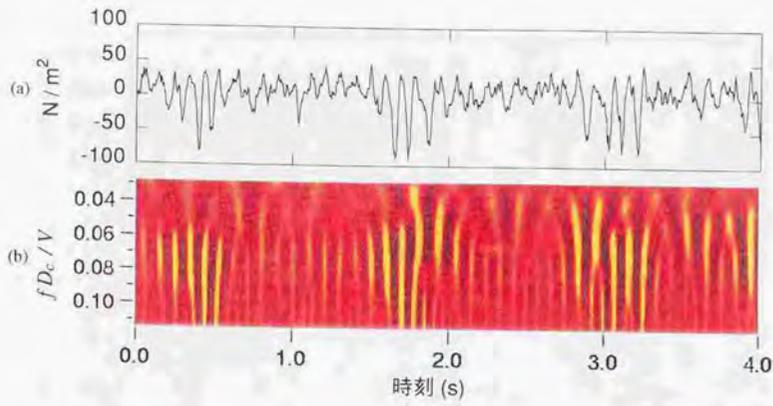


図-4.22 1次モード波形とそのウェーブレット変換

- (a)  $\theta=90\sim 180^\circ$  の1次モード時系列 (b)(a)のウェーブレット係数 (実部)  
 (c)  $\theta=180\sim 270^\circ$  の1次モード時系列 (d)(c)のウェーブレット係数 (実部)

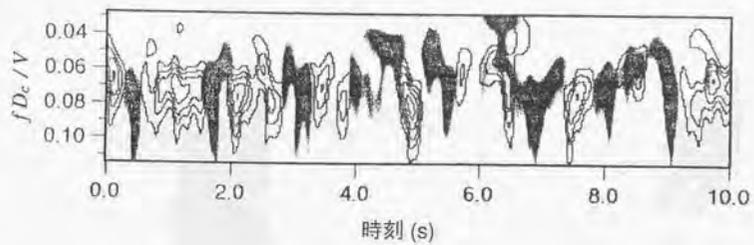


図-4.23 1次モード波形のウェーブレット係数のパワー

( $\theta=90\sim 180^\circ$  : 黒の色相表示,  $\theta=180\sim 270^\circ$  : 等高線表示)

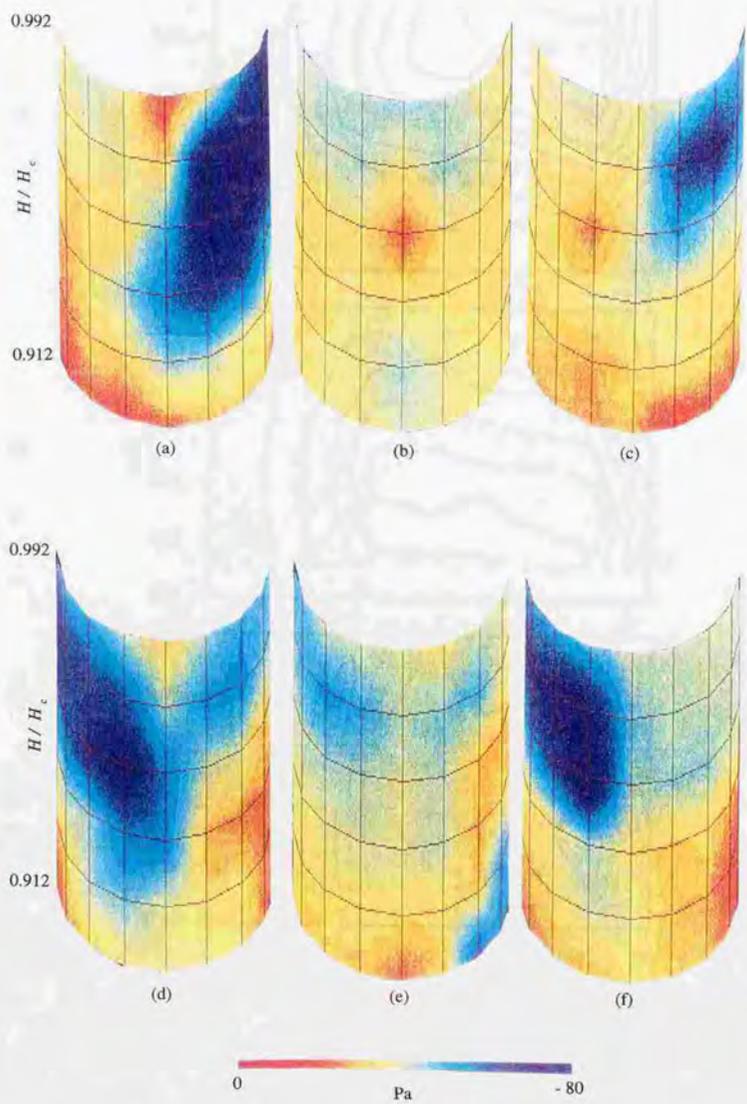


図-4.24 自由端近傍背面側における圧力変動の時間的推移  
 (a)1.1秒 (b)1.15秒 (c)1.2秒 (d)1.6秒 (e)1.65秒 (f)1.7秒

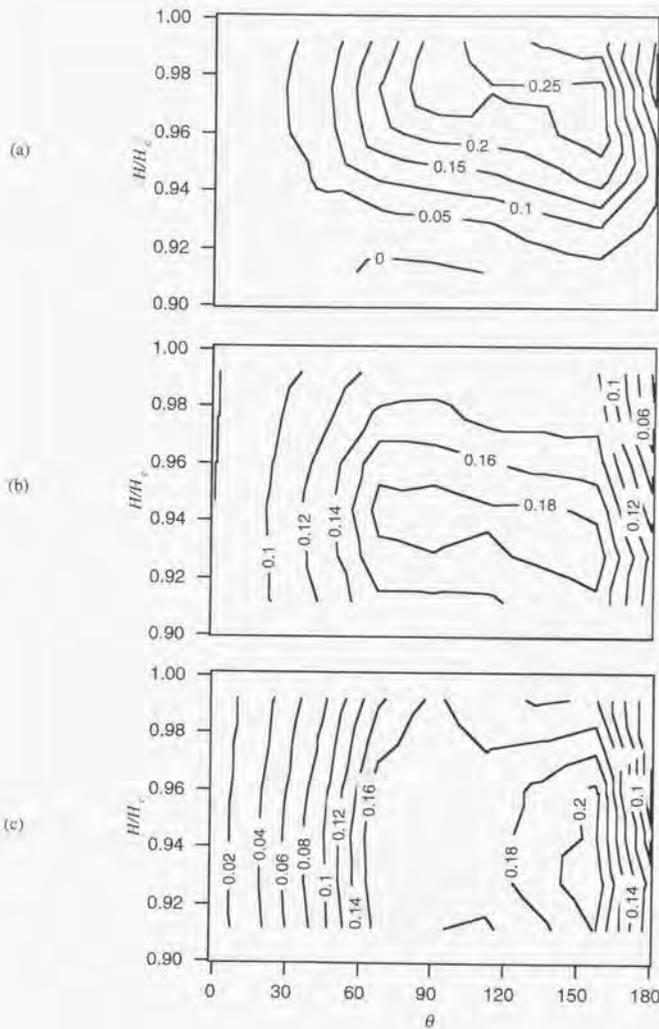


図-4.25  $\theta = 0 \sim 180^\circ$ ,  $H/H_c = 0.992 \sim 0.912$ における1次モード形の円盤直径に対する変化

(a)  $D_{cd}/D_c = 1.2$  (b)  $D_{cd}/D_c = 1.6$  (c)  $D_{cd}/D_c = 1.8$

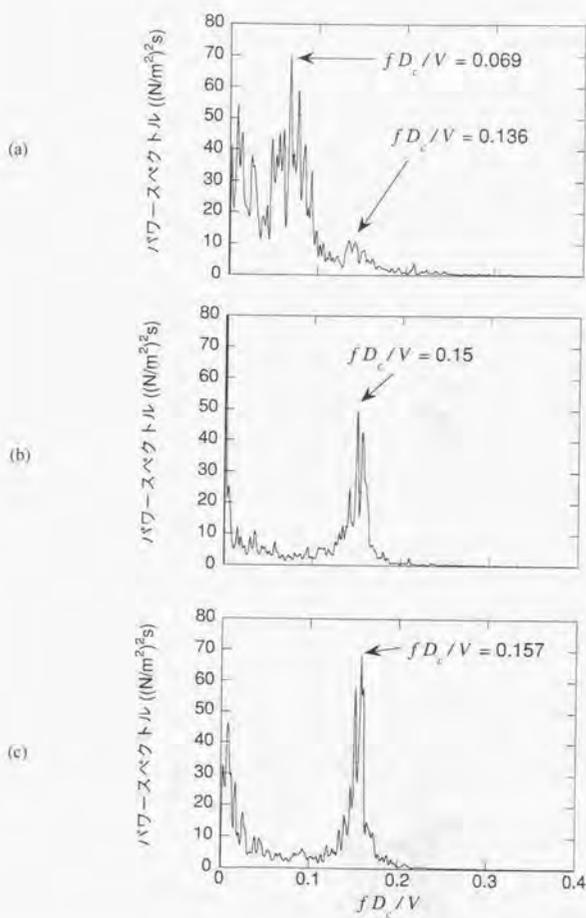


図-4.26  $\theta = 0 \sim 180^\circ$ ,  $H/H_c = 0.992 \sim 0.912$ における1次モード時系列のパワースペクトルが円盤設置によって受ける影響 (a) $D_{ed}/D_c = 1.2$  (b) $D_{ed}/D_c = 1.6$  (c) $D_{ed}/D_c = 1.8$

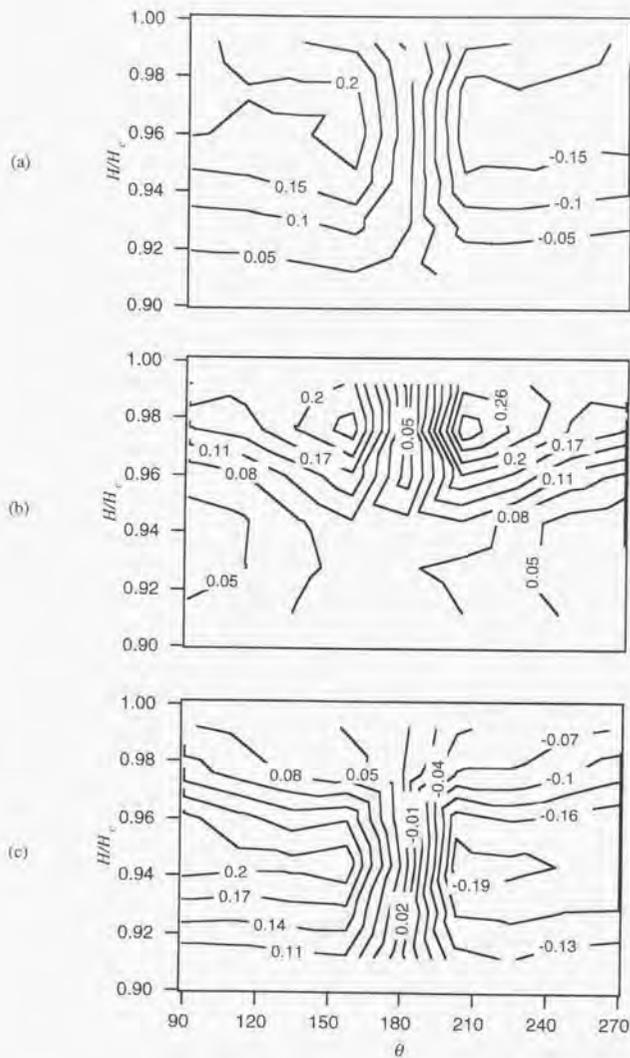


図-4.27  $\theta = 90 \sim 270^\circ$  ,  $H/H_c = 0.992 \sim 0.912$ における1次モード形の円盤直径に対する変化

(a)  $D_{cd}/D_c = 1.2$  (b)  $D_{cd}/D_c = 1.6$  (c)  $D_{cd}/D_c = 1.8$

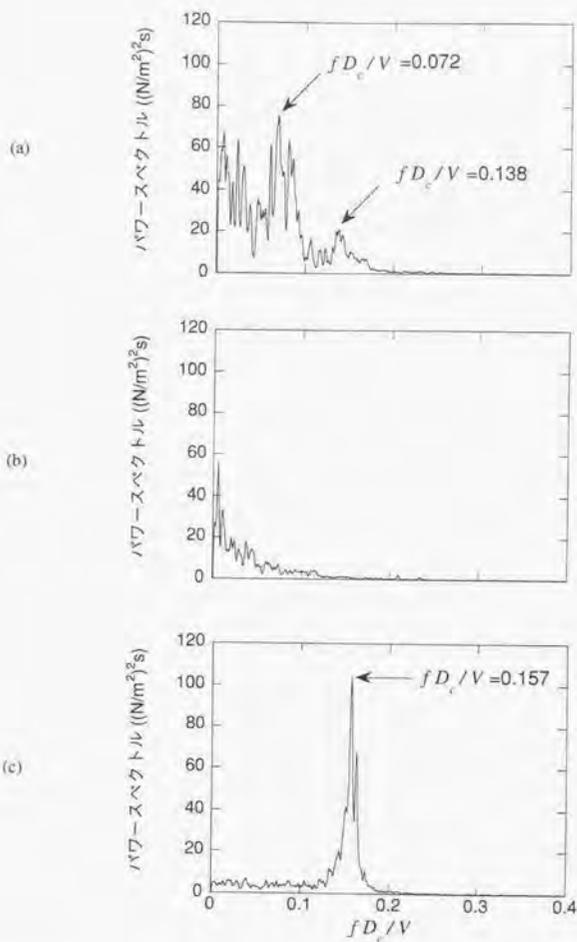


図-4.28  $\theta = 90 \sim 270^\circ$ 、 $H/H_c = 0.992 \sim 0.912$ における1次モード時系列のパワースペクトルが円盤設置によって受ける影響 (a) $D_{ed}/D_c = 1.2$  (b) $D_{ed}/D_c = 1.6$  (c) $D_{ed}/D_c = 1.8$

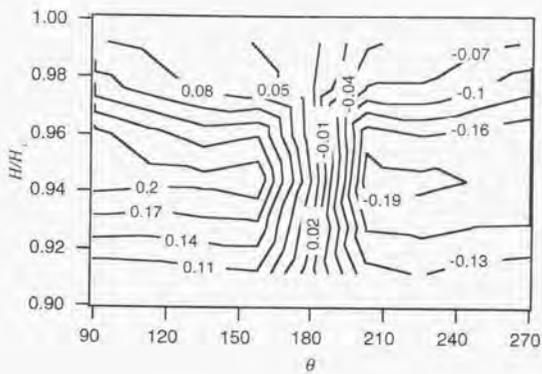


図-4.29  $D_{ed}/D_c = 1.6$ の円盤設置時の $\theta = 90 \sim 270^\circ$  ,  $H/H_c = 0.992 \sim 0.912$ における2次モード形

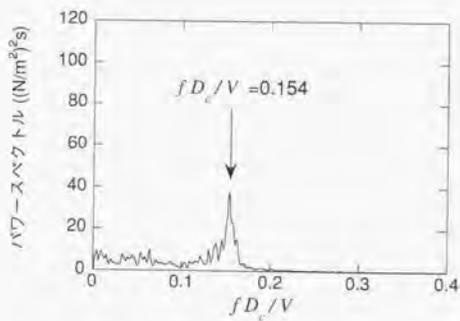


図-4.30  $D_{ed}/D_c = 1.6$ の円盤設置時の $\theta = 90 \sim 270^\circ$  ,  $H/H_c = 0.992 \sim 0.912$ における2次モード時系列のパワースペクトル

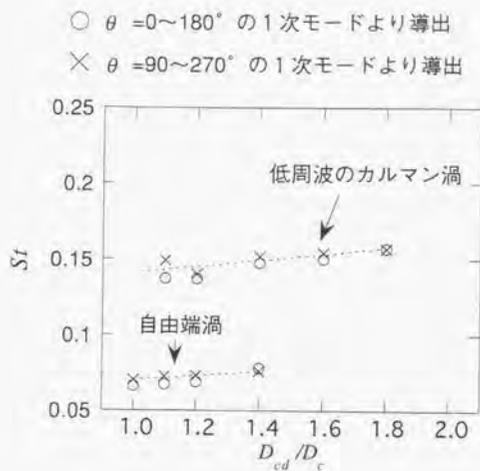


図-4.31 自由端近傍における渦放出のストローハル数と円盤直径の関係

(ただし、 $D_{cd}/D_c=1.6$ での $\theta=90 \sim 270^\circ$  のケースについては2次モードより導出。)

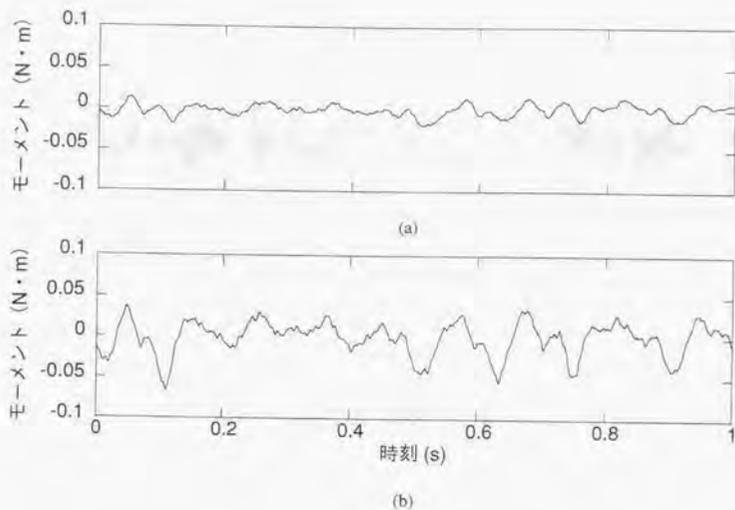


図-4.32 前縁側と後縁側の揚力変動の比較 ( $0.912 \leq H/H_c \leq 0.992$ )

(a)  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$  の範囲より算出, (b)  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲より算出

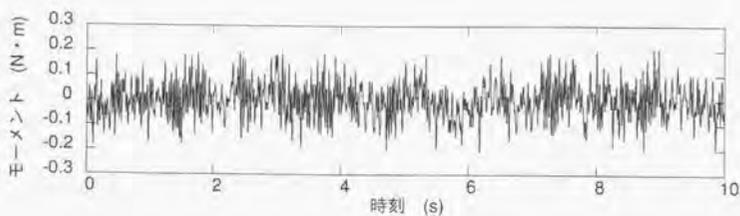


図-4.33 モーメントとしての変動揚力の時系列

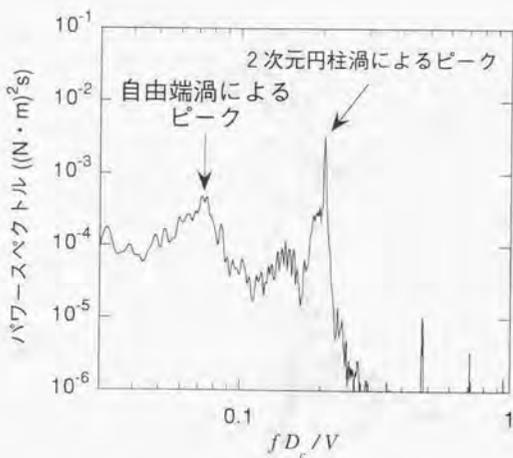


図-4.34 変動揚力のパワースペクトル

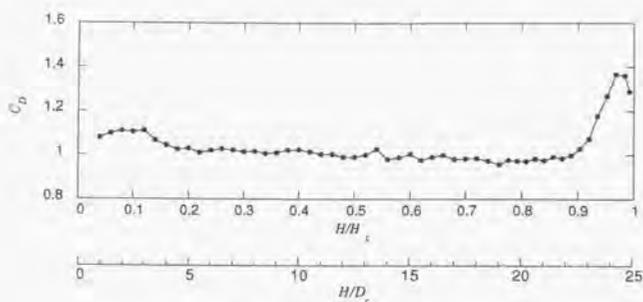


図-4.35 局所抗力係数

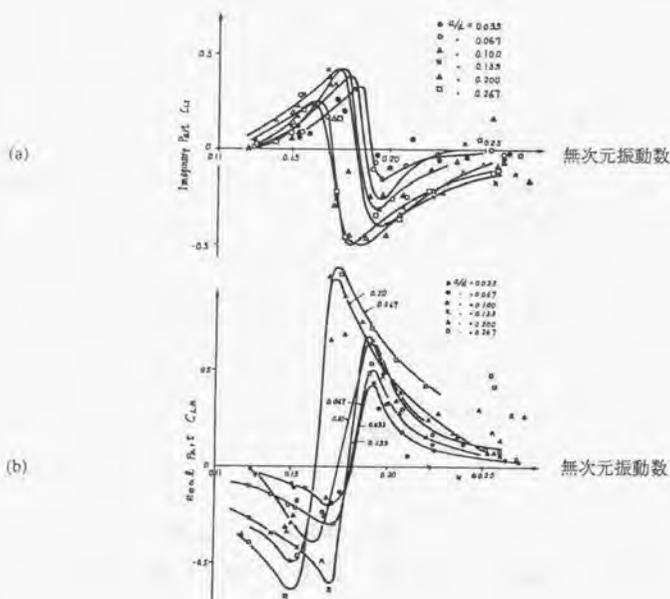


図-4.36 笠口ら<sup>10)</sup>によって求められた2次元円柱における非定常空気係数

(a)非定常空気減衰係数 (b)非定常空気弾性係数 (a:加振振幅, d:断面直径)

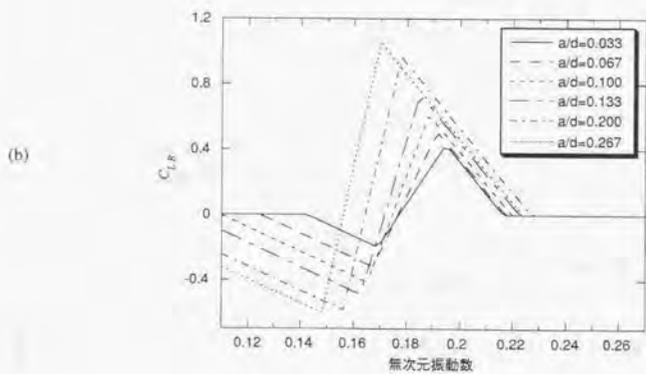
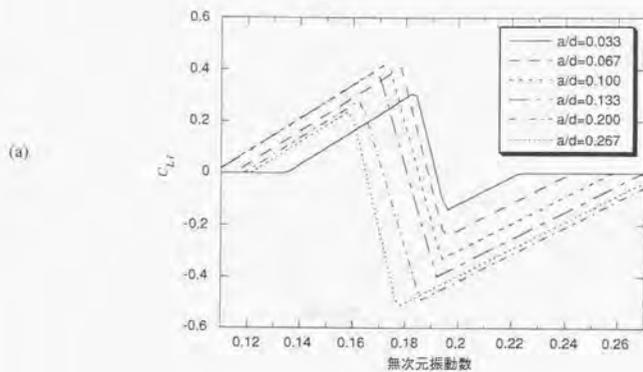


図-4.37 非定常空気力係数のモデル化

(a)非定常空力減衰係数 (b)非定常空力弾性係数 ( $a$ :振幅,  $d$ :断面直径)

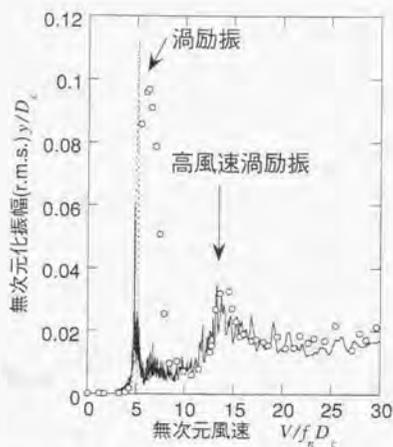


図-4.38 解析結果と実験値の比較 (—: 圧力データによる解析結果, ...: 非正常空気力モデルによる解析結果 (渦励振の発現風速付近のみ), ○: 実験結果)

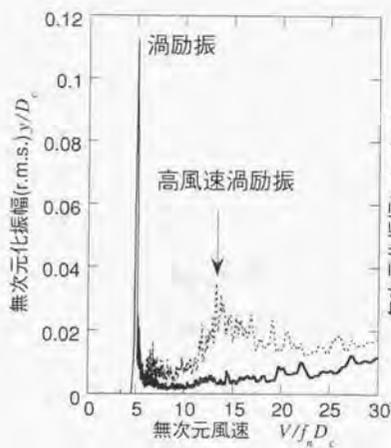


図-4.39  $H/H_0 = 0.992 \sim 0.912$  の範囲の  
圧力を外力に含めない場合

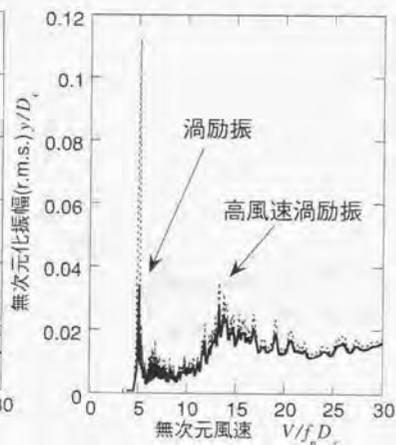


図-4.40 構造減衰の増加による影響

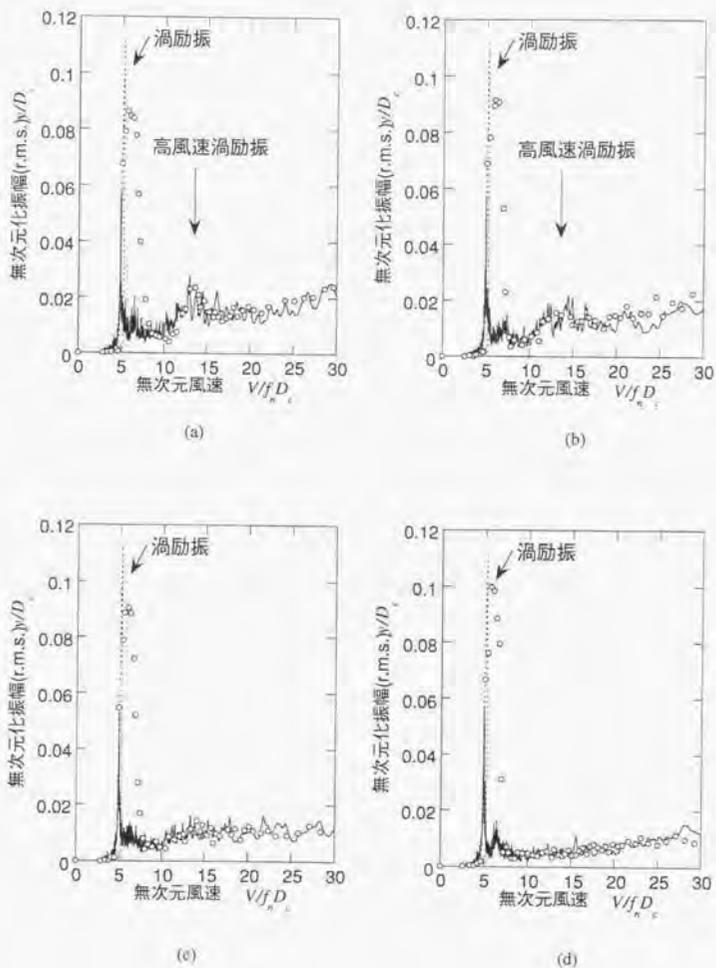


図-4.41 円盤設置の影響 (—:圧力データによる解析結果, ...:非定常空気力モデルによる解析結果(渦励振の発現風速付近のみ), ○:実験結果)  
 (a)  $D_{ed}/D_c = 1.1$  (b)  $D_{ed}/D_c = 1.2$  (c)  $D_{ed}/D_c = 1.4$  (d)  $D_{ed}/D_c = 1.6$

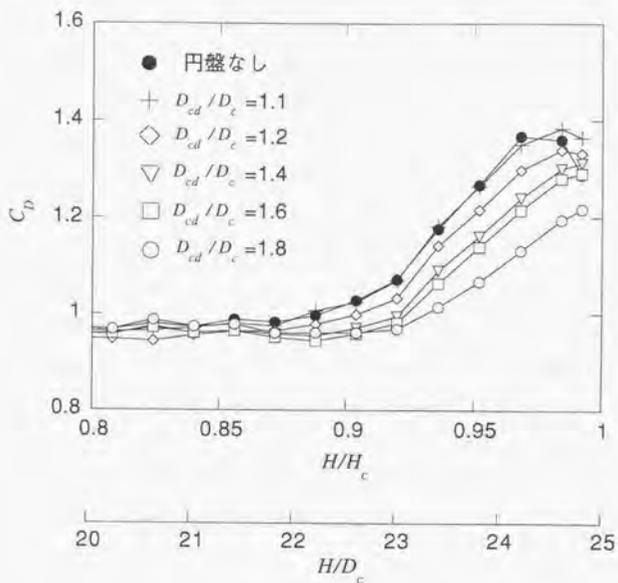


図-4.42 円盤の直径に対する自由端近傍の局所抗力係数の変化

## 第5章

### 結論

円形断面を有する塔状構造物においては、渦励振の発現風速よりも数倍高い風速域にも限定型振動が発振する。本論文では、この現象を“高風速渦励振”とよび、その特性ならびに発生機構について議論した。まず、高風速渦励振の基本的な特性を把握するために、1自由度の円柱ロッキング模型および弾性模型を用いた風洞実験によって高風速渦励振の発現を確認した。気流や構造減衰の変化が高風速渦励振の振幅に与える影響についても考察を加えた。また、後流風速変動の測定や可視化実験によって、高風速渦励振の励振源について検討した。さらに、高風速渦励振の励振源が自由端近傍の流れに起因して形成されると考え、模型頂部に薄円盤を設置して実験を行い、応答ならびに自由端近傍の後流の変化から高風速渦励振の特性を考察した。次に、以上の振動模型による実験結果から推察された高風速渦励振の励振源が空気力として、どのように円柱に作用するのかを明らかにするために塔状円柱の圧力模型を用いて実験を行った。POD解析ならびにウェーブレット変換を用いて高風速渦励振の励振源による空気力特性を考察した。最後に、測定された圧力データより揚力を算出し、円柱ロッキング模型を対象とする応答解析を行い、実験との比較を行った。本研究において得られた結論を以下に示す。

高風速渦励振の特性：

- (1) ロッキング模型を用いた一様流による実験においては、渦励振発現風速の約3倍の風速域において高風速渦励振が発現した。また、渦励振の振幅はほぼ一定となったのに対し、高風速渦励振の振幅は時間とともに緩やかに変化した。
- (2) べき指数0.22の境界層乱流中における実験ではバフェーティングが支配的となり、高風速渦励振は明確には現れなかった。これは自由端渦の発生が気流の乱れによって妨げられたか、気流の乱れに自由端渦が吸収されたためと推察される。
- (3) 構造減衰の増加によって渦励振の振幅は大幅に低下するが、高風速渦励振の振幅はさほ

と影響を受けない。

- (4) 2次元円柱渦(カルマン渦)の放出周波数の約1/3の周波数を有する“自由端渦”の発生が模型頂部近傍に検出された。その周波数が固有振動数に一致する風速域において高風速渦励振が発現したことから、高風速渦励振の励振源は自由端渦であると考察された。
- (5) 弾性模型を用いた実験においても高風速渦励振の発現が確認され、その励振源はやはり自由端渦であることが示された。しかし、その発現風速は1次の渦励振発現風速の約3.8倍であり、ロッキング模型のケースと異なる結果となった。
- (6) 可視化実験によって円柱頂部の後流を観察した結果、自由端渦は Trailing Vortex の下端近傍において放出されていることがわかった。その形成域の流れ方向のスケールは2次元円柱渦のものよりも長く、この長い形成域が自由端渦の周波数が低い原因であると思われる。

自由端近傍の後流と高風速渦励振の関連性：

- (1) 自由端渦の周波数は風速に対して比例して変化し、固有振動数に一致する風速において高風速渦励振が発現する。しかし、この際ロッキング現象はともなわない。
- (2) ウェーブレット変換を模型頂部近傍の後流風速変動データに適用した結果、自由端渦の発生はやや間欠的であることがわかった。この間欠的な発生が高風速渦励振の振幅非定常性に関与するものと思われる。
- (3) ロッキング模型の頂部に薄円盤を設置して実験を行ったところ、円盤直径の増加にしたがって自由端渦の発生は弱まるとともに、高風速渦励振の振幅は減少した。この結果は、自由端渦が高風速渦励振の励振源であることを示す。
- (4) 薄円盤の直径をある程度大きくすると、自由端渦は発生しなくなり、2次元円柱渦の周波数よりもやや低い周波数を有する“低周波のカルマン渦”の発生が頂部近傍において支配的となる。低周波のカルマン渦は高風速渦励振とは無関係であるが、渦励振の発現風速範囲を広げる役割を果たしている可能性がある。

圧力測定による高風速渦励振の特性：

- (1) 自由端渦は頂部付近側面において、やや背面側を中心に模型に作用する。
- (2) 圧力変動データにPOD解析を適用した結果、頂部近傍の側面における自由端渦による圧力変動を1次モードとして捉えることができた。
- (3) 自由端渦の発生は交番的ではなく、模型の片側から数回続けて発生したのち、もう片側に発生領域が移るといった性質を有することが明らかとなった。
- (4) 圧力データから変動揚力を算出して1自由度ロッキング模型を対象とする応答解析を行った。高風速渦励振の発現が実験とはほぼ同じ風速においてみられ、その振幅も実験値と一致

した。

- (5) 構造減衰を2倍にして応答解析を行った結果、高風速渦励振の応答はほとんど影響を受けないことが示された。この傾向は実験で得られた結果と一致する。
- (6) 頂部に薄円盤を設置すると、その直径の増加に従って自由端渦による圧力変動は弱まることが明らかになった。応答解析を行ったところ、円盤の直径の増大とともに高風速渦励振の振幅は減少する傾向がみられ、ロッキング模型実験で得られた結果と整合した。これは、自由端渦が高風速渦励振の励振源であることを証明するものである。

最後に、今後の課題を述べる。

- (1) 自由端渦の発生メカニズムが未解明である。頂部付近の流れは3次元的に富み、むやみにブローブを模型近傍に設置することもできない上、可視化実験による後流の観察にも限界がある。
- (2) 工学的な観点からは自由端渦の周波数を決定づけるパラメータ、および高風速渦励振の発現の条件を明確にしていないことが課題として残る。レイノルズ数や乱れの影響など気流に着目した検討とともに、スクルートン数やアスペクト比など構造物の物理量に着目した検討が必要と考える。
- (3) 本研究においては円形断面を有する塔状構造物に対象を絞って検討したが、矩形断面などにおける高風速渦励振の発現可能性が未解明である。

## 付録 1

### あるタワーにおける空力振動現象

高層タワーなどのアスペクト比が高くフレキシブルな構造物においては、構造物の形状や気流の3次元性にともない空力弾性応答は複雑な様相を呈する。以下ではその一例として、あるタワーにおいて実測された空力振動現象を示し、その特性を調べることを目的として行った風洞実験の結果について述べる。また、高風速渦励振との関連性についても触れる。

#### A あるタワーにおいて観測された空力振動現象

若原ら<sup>(12)</sup>は図-A.1に示す高さ100m、断面直径2.7mの展望用高層タワーの自然風による応答を実測した。このタワーは頂部に機械室を有し、展望室は上下に移動可能であるが、実測時には中腹に固定されていた。その状態における振動特性は1次固有振動数が0.22Hz、2次固有振動数が1.37Hz、1次モードの減衰定数が0.6%である。観測の結果得られた平均風速 $V$ と頂部における風直角方向加速度応答の関係を図-A.2に示す。 $Re$ は $10^6$ のオーダーである。このデータの収録中、加速度計の向きはほぼ風直角方向であった。1次モードの固有振動数は0.22Hzであり、 $St$ を0.2とすると1次の渦励振の発現風速は5m/s程度となるが、トリガーがかかっているため、この応答は捉えられていない。図-A.2において、風速14m/sにピークがみられる。2次モードの渦励振発現風速は18m/sであり、このピークの風速と比較的近い。しかし、このピークの加速度応答データ(図-A.3(b))のパワースペクトル(図-A.4)を見ると1次モードのみが現れていることから、風速14.6m/sのピークは2次の渦励振ではない。図-A.3(b)のピークファクターは2.0程度であり、通常のパフティングのピークファクターの値3.0~3.5と比較して小さく、調和的な応答振幅を示していることから何らかの渦放出に関連した振動であると推測される。以下では、この高風速域における空力振動の原因について風洞実験により検討する。

## B 風洞実験

### B.1 風洞実験の方法

風洞実験は清水建設株式会社技術研究所所属の回流型密閉式風洞において行った。測定位置における気流のプロファイルは、本編第2章の図-2.1に示したものと同様である。実験に用いる模型は図-B.1に示す高さ $H_1=500$ mm、断面直径 $D_1=13.5$ mmの8質点系の弾性模型（以下、模型1）である。なお、頂部にある機械室部分は高さ $H_2=12$ mm、断面直径 $D_2=22.5$ mmであり、中腹にある展望室部分は高さ $H_3=43.5$ mm、断面直径 $D_3=31.5$ mmである。この模型のスケールは図-A.1に示したタワーの1/200であり、実験時の時間スケールは1/100としている。1次固有振動数 $f_{n1}$ は23.5 Hz、2次固有振動数 $f_{n2}$ は118.5 Hz、1次モードの減衰定数 $\zeta_1$ は0.2%である。なお、2次モードの減衰定数については調べていない。頂部における風向直角方向の応答加速度を加速度計により測定し、積分することにより変位 $y$ に換算した。また、模型の中心から下流側へ $5D_1$ 、風向直角方向に $1D_1$ の位置に1型プローブを設置し、10mmピッチで高さ方向に移動させて後流風速変動を多点で測定した。

### B.2 実験結果

図-B.2に無次元化した風直角方向変位 $y/D_1$ のr.m.s.と無次元風速 $V/f_{n1}D_1$ の関係を示す。1次モードの渦励振によるピークが $V/f_{n1}D_1=5.7$ にある。また、2次モードの渦励振の発現風速は $V/f_{n2}D_1=30$ 付近であるが明確なピークとして現れていない。一方、 $V/f_{n1}D_1=17$ 付近において小さなピークがある。実測されたタワーのスケールにあわせると、このピークの発生風速は約12m/sとなり、実タワーで観測された $V=14$ m/sにおける応答のピーク（図-A.2）に対応すると思われる。

$V/f_{n1}D_1=17$ における応答のピークの原因を後流風速変動のパワースペクトルにより検討する。図-B.3は、1次の渦励振が発現した $V/f_{n1}D_1=5.7$ における後流風速変動のパワースペクトルを無次元化高さ $H/H_1$ （ $H$ ：風洞床面からの高さ(mm)）と無次元化周波数 $f/f_{n1}$ を軸として等高線示したものである。なお、見やすくするためにスペクトル値の高いレベルのみを表示している。 $f_{n1}$ に一致した2次元円柱渦（カルマン渦）の成分が $0.56 < H/H_1 < 1$  および  $H/H_1 < 0.44$ にみられる。また、模型中腹の高さである $0.45 < H/H_1 < 0.55$ 付近に、直径 $D_3$ の小円柱から放出された渦による変動成分があり、その周波数は $f/f_{n1}=0.32$ である。一方、応答が小ピークを示した $V/f_{n1}D_1=17$ における後流のスペクトル（図-B.4）においては、 $D_3$ の小円柱から放出された渦の周波数が $f_{n1}$ に一致している。したがって、 $V/f_{n1}D_1=17$ における応答のピーク（図-B.2）は、模型中腹の小円柱から放出された渦による渦励振であると考えられる。すなわち、実タワーで観測された $V=14$ m/sにおける応答のピーク

(図-A.2)はタワー中腹の展望室から放出される渦により励起された渦励振であると推察される。なお、風洞実験において $D_2$ の小円柱から放出された渦のストローハル数は約0.13であり、2次元円柱のストローハル数よりも大幅に低い。本実験のレイノルズ数( $10^3$ の後半)においては球のストローハル数が約0.13である<sup>3)</sup>。模型中腹の小円柱のアスペクト比は小さいため、そこから放出される渦のストローハル数は球のストローハル数に近づいたと思われる。

### B.3 模型の形状を変化させた場合

図-B.1に示した模型は中腹に展望室を想定した小円柱、頂部に機械室を想定した小円柱を有する。これらの小円柱を取り除いた場合の空力応答特性を風洞実験により検討した。用いた気流は前節と同様である。中腹の小円柱を取り外して一様断面とした模型(以下、模型2)の概要を図-B.5に、頂部的小円柱を取り除いた模型(以下、模型3)の概要を図-B.6に示す。なお、各模型の質量バランスは図-B.1の模型にそろえているが、模型2の振動特性は $f_{n1}=26.0\text{Hz}$ 、 $f_{n2}=131.5\text{Hz}$ 、 $\xi_1=0.17\%$ であり、模型3は $f_{n1}=28.0\text{Hz}$ 、 $f_{n3}=140.0\text{Hz}$ 、 $\xi_1=0.19\%$ となった。

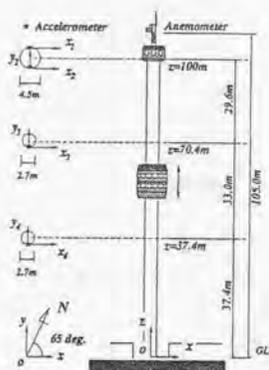
模型2を用いた場合の $y/D_1$ のr.m.s.と $V/f_{n1}D_1$ の関係を図-B.7に示す。1次の渦励振が $V/f_{n1}D_1=5.7$ 付近において発現している。模型2の中腹は一様断面であるため、模型1においてみられた $V/f_{n1}D_1=17$ の応答のピークは現れていない。また、2次の渦励振は $V/f_{n1}D_1=28$ と29の2点で発現していると思われる。この現象は、本編2.3.4において説明したように2次元円柱渦の放出周波数がスパン方向に不連続に分裂したためである(詳細は本編2.3.4および2.3.5を参照)。図-B.8は後流のパワースペクトル(測定風速:  $V/f_{n1}D_1=16$ 、縦軸:  $H/H_1$ 、横軸:  $f/f_{n1}$ )の等高線表示であり、やはり2次元円柱渦がスパン方向に分裂している。

次に、模型3を用いた場合の $y/D_1$ のr.m.s.と $V/f_{n1}D_1$ の関係を図-B.9に示す。1次の渦励振が $V/f_{n1}D_1=5.9$ において、2次の渦励振は $V/f_{n1}D_1=29$ において発現している。また、直径 $D_2$ の小円柱から放出される渦による渦励振が $V/f_{n1}D_2=17$ に僅かに現れている。さらに $V/f_{n1}D_1=22$ にも比較的大きなピークが現れている。このピークの励振源を調べるために、後流風速変動のパワースペクトルを検討する。図-B.10は、このピークが発現した $V/f_{n1}D_1=22$ における後流風速変動のパワースペクトルである。 $0.6 < H/H_1 < 0.88$ の範囲に2次元円柱渦による変動が、 $0.45 < H/H_1 < 0.54$ には直径 $D_2$ の小円柱から放出される渦による変動がみられる。 $H/H_1 > 0.88$ の頂部近傍に自由端渦による変動があり、その周波数は $f_{n1}$ に一致している。すなわち、 $V/f_{n1}D_1=22$ に現れた応答のピーク(図-B.9)は本論文の主題である高風速渦励振である。これらの各渦の周波数を風速に対してプロットしたものが図-B.11(上図)である。2次元円柱渦については $H/H_1=0.7$ における周波数を、 $D_2$ から放出される渦については $H/H_1=0.5$ において測定された周波数を代表として示している。また、自由端渦の周波数は $H/H_1=0.92$ において測定されたものである。また、図-B.9に示した応答につ

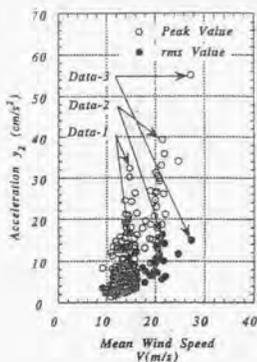
いても改めて図-B.11 (下図) に示す。図-B.11 (上図) をみると、2次元円柱渦の周波数は風速に比例して増加し、1次渦励振の発現風速近傍においてロックインの状態となる。また、 $V/f_{n1}$   $D_1=29$ において $f_{n2}$ と一致し、2次の渦励振を励起する。ただし、この時のロックイン現象はみられない。模型中腹から放出される渦の周波数は2次元円柱渦の周波数よりも大幅に低いが、やはり直線的に変化し、 $V/f_{n1}$   $D_1=17$ において $f_{n1}$ に一致し、応答は微小なピークとなる。さらに、模型頂部近傍において発生した自由端渦の周波数は、 $V/f_{n1}$   $D_1=22$ において $f_{n1}$ と一致し高風速渦励振を励起する。若原ら<sup>12)</sup>が実測を行ったタワー (図-A.1) においても、仮に頂部の機械室が無く、頂部の断面形状が一様に円形であれば高風速渦励振が発現する可能性はある。

付録1 参考文献

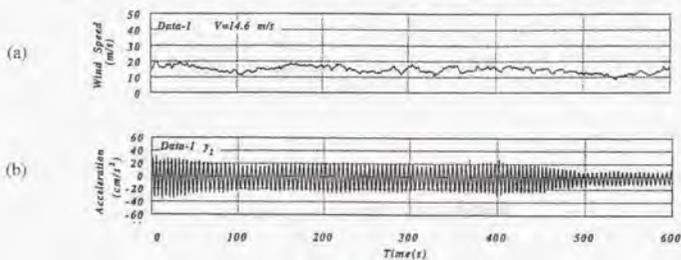
- 1) 若原敏裕, 田村幸雄, 日比一喜: 強風時における高層タワーの応答特性, 日本風工学会誌, 第55号, pp. 53-54, 1993.
- 2) 若原敏裕, 北川徹哉, 藤野陽三, 木村吉郎: あるタワーで観測された“高風速渦励振”, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp. 269-274, 1994.
- 3) Blevins, R. D.: *Flow-Induced Vibration* (second edition), Van Nostrand Reinhold, 1990.



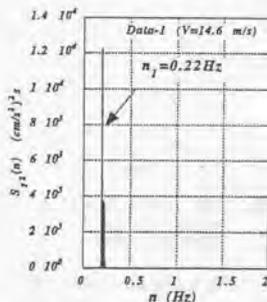
図一A.1 展望用高層タワーの概要<sup>2)</sup>



図一A.2 風速と風直角方向応答の関係<sup>2)</sup>



図一A.3 (a) Data-1 (図一1.15) における風速変動, (b) Data-1 (図一1.15) の加速度応答<sup>2)</sup>



図一A.4 Data-1の時刻歴波形 (図一1.16(b)) のパワースペクトル<sup>2)</sup>

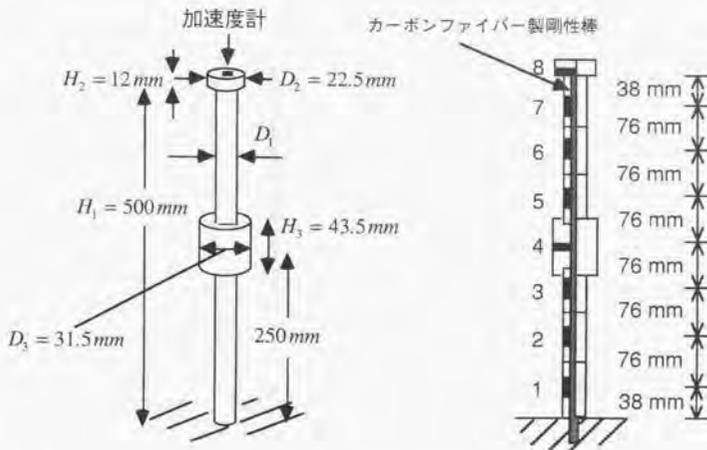


図-B.1 模型1の概要

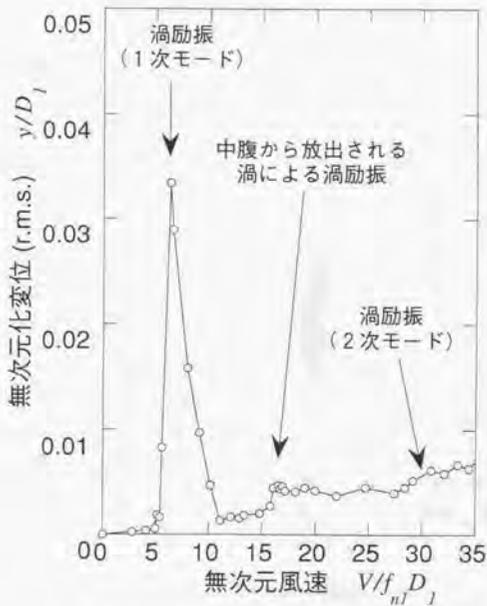


図-B.2 模型1における風速と風直角方向応答振幅の関係

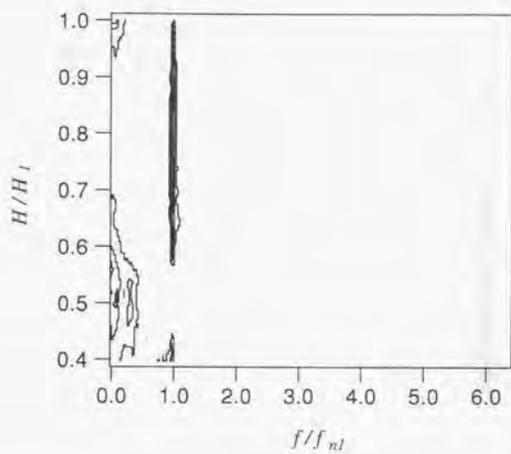


図-B.3  $V/f_{n1} D_f=5.7$  (1次渦励振の発現風速) における後流風速変動のパワースペクトル  
(模型1)

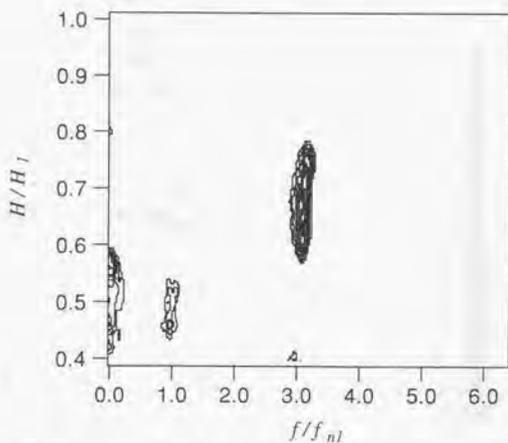


図-B.4  $V/f_{n1} D_f=17$  における後流風速変動のパワースペクトル  
(模型1)

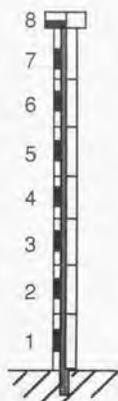
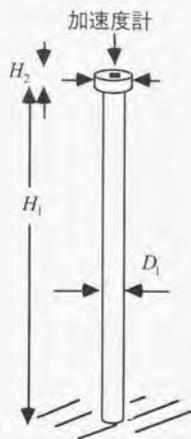


図-B.5 模型2の概要

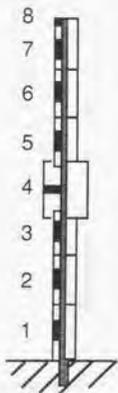
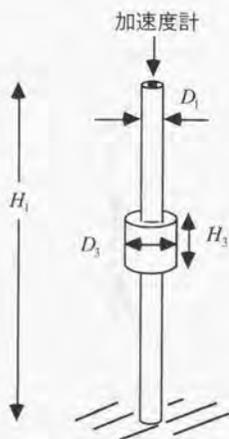


図-B.6 模型3の概要

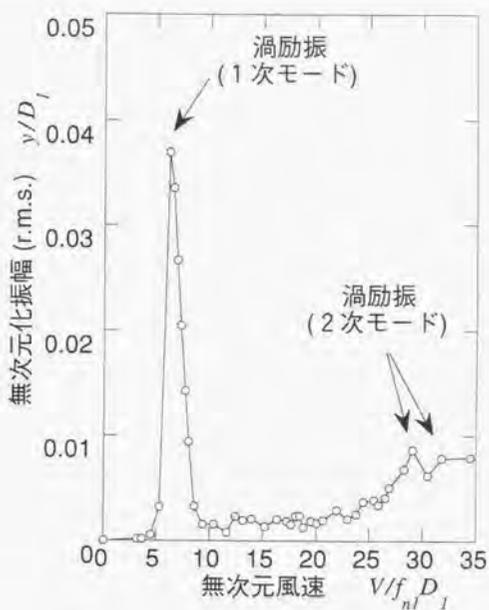


図-B.7 模型2における風速と風直角方向応答振幅の関係

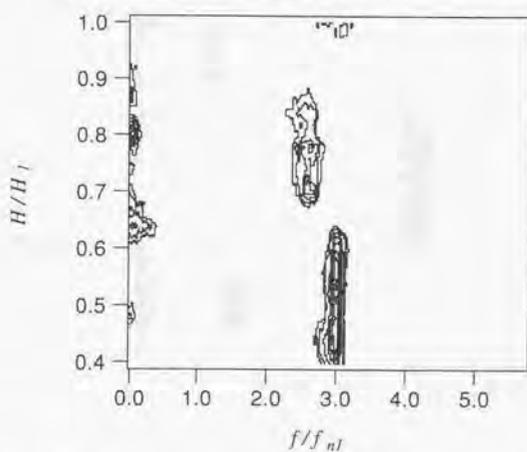


図-B.8  $V/f_n D_1=16$ における後流風速変動のパワースペクトル

(模型2)

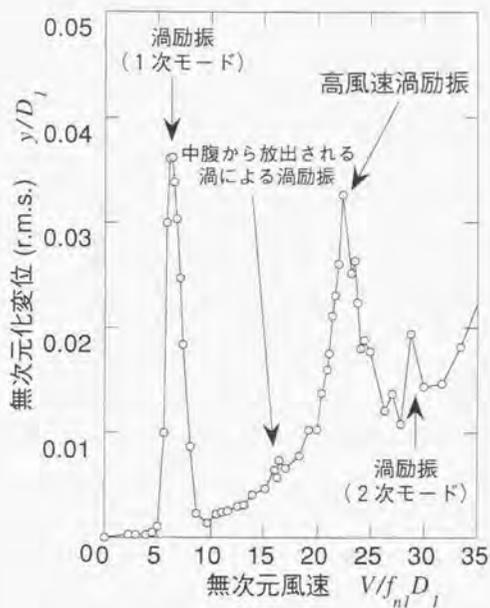


図-B.9 模型3における風速と風直角方向応答振幅の関係

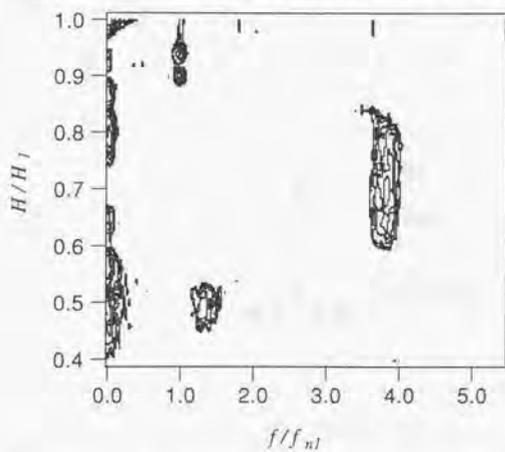
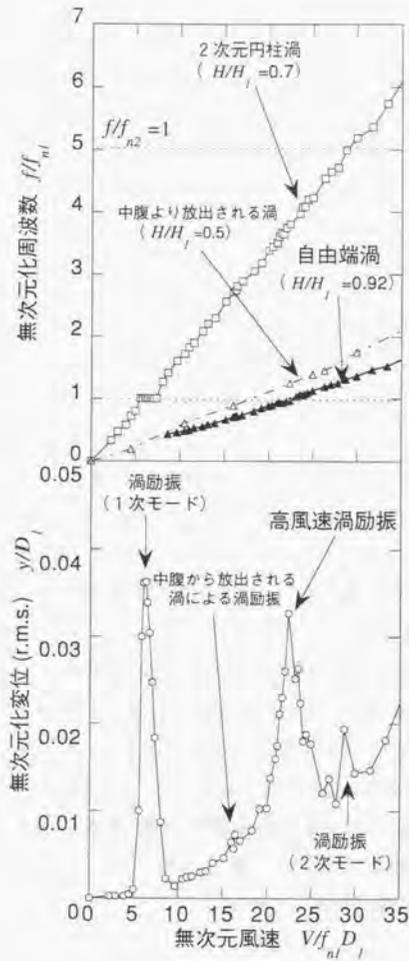


図-B.10  $V/f_{n1} D_1=22$ における後流風速変動のパワースペクトル

(模型3)

Appendix I-11



図一B.11 模型3における渦放出周波数と応答の関係

上：風速と渦放出周波数の関係。下：風速と応答の関係

## 付録 2

### ウェーブレット変換

時系列データに含まれる周期性検出にはフーリエ変換が一般に用いられるが、周波数領域への射影であるため時間に関する情報は失われる。そこで、局所的な周期性を検出するためにウィンドウ関数を用いてフーリエ変換を行うShort Time Fourier Transform (STFT)がしばしば適用されるが、ウィンドウをかけることにより核関数である $\exp(i\omega t)$ の相似性と周期性は $\omega$ に依存して崩れてしまう。これに対してウェーブレット変換では、周期性は崩しながらも相似性は保ったまま局在化した関数を積分核に用いる。この意味では、ウェーブレット変換は局所相似性の検出の道具であり、局所周期性の解析法とは言い難い。しかしながら、解析対象とするデータに含まれる支配的な周波数の数が少なく、かつ互いに十分離れている場合には、各周波数成分の時間的推移の検出がある程度可能である。ウェーブレット変換は1980年代前半にフランスの石油探査技師によって考案され、後に数学者の手によって理論的基礎付けが行われた。現在では、ウェーブレット変換は、連続ウェーブレット変換と離散ウェーブレット変換に大別されている。連続ウェーブレット変換においては解析パラメータが任意に決定できる反面、基底関数が互いに直交しないばかりか1次独立ではないことに注意する必要がある。一方、離散ウェーブレット変換においては解析パラメータの値が離散的となるが、直交系基底の構成が可能である。以下では、連続ウェーブレット変換と離散直交系ウェーブレット変換の概要を述べる。また、一樣流中に設置された塔状円柱における後流風速変動を解析対象として、ウェーブレット変換による解析結果とSTFTによる結果との比較についても示す。

#### A 連続ウェーブレット変換

##### A.1 連続ウェーブレット変換の定義

連続ウェーブレット変換はウェーブレットと呼ばれる基底関数  $\psi(t)$  と時系列 (解析の対象となるデータ) 関数  $f(t)$  との内積

$$\begin{aligned} T(a,b) &= \langle f(t) | \psi(t) \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{c_\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{a,b}(t)^* f(t) dt \\ & \quad (a, b \in \mathbb{R}, \quad * : \text{複素共役}) \end{aligned}$$

であり,  $T(a,b)$  をウェーブレット係数とよぶ. 逆変換は,

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{c_\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(a,b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2}$$

と定義される. ここで, ウェーブレット  $\psi(t)$  は次のような関数群である.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

また,  $\psi(t)$  はアドミッシブル条件と呼ばれる次式を満たす必要がある.

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad \left( \hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega t) \psi(t) dt \right)$$

$c_\psi$  は逆変換された関数と元の時系列との誤差に影響する. また, この条件は  $\psi(t)$  が遠方で十分早く減衰する (ゼロに収束する) 関数であることを意味する. これらの条件を満たす関数であれば連続ウェーブレット基底とすることができる. いくつかの連続ウェーブレットが考案されており, Mexican hat, French hat, Morlet waveletなどが知られている<sup>1)</sup>.

## A.2 Morletのウェーブレット

本論文中で用いたMorletのウェーブレットについて述べる. Morletのウェーブレット基底は,

$$\psi(t) = \exp(ik_p t) \exp\left(-\frac{|t|^2}{2}\right)$$

のような複素関数である。\$k\_p\$ は wave vector と呼ばれ、ウェーブレットの基本形状を決定するパラメータである。複素関数であるため、周波数的な時間的推移の考察もある程度可能である。

\$a=0.5, 1, 2\$ の場合の Morlet のウェーブレットをそれぞれ図-A.1(a), (c), (e) に示す。また、それらのパワースペクトルを各々図-A.1(b), (d), (f) に示す。\$a\$ の増加とともにウェーブレットの形状は広がり帯び、それにともないカバーする周波数領域は低周波数領域となる。なお、\$b\$ はウェーブレットの時間軸上での位置を決定するパラメータである。これらのパラメータ \$a, b\$ が連続的に(任意に)決定できることが、連続ウェーブレットと呼ばれる由縁である。しかしながら、連続ウェーブレットは直交関数ではないため、周波数的にも時間的にも厳密な解析手法とは言えず、\$f(t)\$ を連続のウェーブレット基底の 1 次結合として表すことはできない。

## B 離散直交系ウェーブレット変換

### B.1 離散ウェーブレット変換の定義

離散ウェーブレット変換には、積分核に直交関数を用いる直交系ウェーブレット変換と、非直交関数を用いる非直交系ウェーブレット変換とがある。非直交系ウェーブレット変換は疑似直交系に変換することによって計算できるが、変換後とその逆変換に誤差を生じる。これに対し、直交系ウェーブレット変換は逆変換後、完全にもとの時系列関数が復元されるので、アルゴリズム化しやすく、高速な計算方法も考案されている。

離散ウェーブレット変換は、次式のように時系列関数 \$f(t)\$ と離散ウェーブレット基底 \$\psi(t)\$ との内積で表され、変換後の値 \$\alpha\_{j,k}\$ はウェーブレット係数である。

$$\begin{aligned} \alpha_{j,k} &= \langle f(t) | \psi(t) \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}^*(t) f(t) dt \end{aligned}$$

\* : 複素共役

\$j, k \in Z\$

\$j\$ はスケールパラメータ、\$k\$ はシフトパラメータと呼ばれる。なお、連続ウェーブレットと同様にアドミッシブル条件、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}(\omega)^2 / |\omega| d\omega < \infty \quad (\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega t) \psi(t) dt)$$

$$\hat{\psi} \in L^2(\mathbb{R})$$

が必要である。また、離散ウェーブレット基底は通常、 $j$ と $k$ を用いて、

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$$

のように表される。また、逆変換は直交系の場合、

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{j,k} \psi_{j,k}(t)$$

である。すなわち、関数 $f(t)$ はウェーブレット係数とウェーブレット基底 $\psi(t)$ との1次結合によって展開が可能である。

## B.2 離散直交系ウェーブレットの構成

離散直交系ウェーブレットの構成は、多重解像度解析(Multi-Resolutional Analysis)<sup>2)</sup>の発想を起源とする。 $L^2(\mathbb{R})$ に属するある関数を多重解像度レベルで表現するために、まず、 $L^2(\mathbb{R})$ を覆う次のような補空間 $V_j$ を定義する。

$$\{0\} \subset \dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots \subset L^2(\mathbb{R})$$

ここで、 $V_j$ は次の性質を有するものとする。

- (1)  $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j$  は $L^2(\mathbb{R})$ において密である。
- (2)  $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$
- (3) 隣り合う補空間 $V_j$ と $V_{j+1}$ には、スケール変換

$$g(x) \in V_j \iff g(2x) \in V_{j+1}$$

の関係がある。

- (4) 各補空間の要素である関数 $g(x)$ の整数シフトは同じ補空間に属する。例えば、

$$g(x) \in V_0 \Leftrightarrow g(x+1) \in V_0$$

次に、スケール関数  $\phi(x) \in V_0$  を定義する。この時、 $V_0$  は  $V_1$  の部分集合であるから、 $\phi(x)$  は  $\phi(2x-k)$  の 1 次結合によって表される ( $k \in \mathbb{Z}$ )。すなわち、

$$\phi(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \phi(2x-k)$$

ここで、 $\phi(x)$  をスケール変換とシフトの関数として再定義しておく。

$$\phi(x)_{m,k} = 2^{m/2} \phi(2^m x - k)$$

この  $\phi(x)$  を基にウェーブレットを構成する。補空間  $V_{m-1}$  と  $V_m$  は直交するとし、さらに新たな補空間  $W_m$  を次のように  $V_{m-1}$  と  $V_m$  の差として定義する。

$$V_m = V_{m-1} \oplus W_{m-1}$$

ここで、 $W_m$  は、

$$V_{m-1} \perp W_{m-1}$$

を満たす。すると、 $L^2(\mathbb{R})$  は補空間  $W_m$  の直和

$$\bigoplus_{m \in \mathbb{Z}} W_m = L^2(\mathbb{R})$$

によって覆われることになる。さて、ウェーブレットと呼ばれる基底関数  $\psi(x)$  を導入し、スケール関数と同様に

$$\psi(x)_{m,k} = 2^{m/2} \psi(2^m x - k)$$

と定義する。ここで、 $\psi_{m,k}(x) \in W_m$  である。任意の関数  $f$  の  $W_m$  への射影を  $Q_m f$ 、 $V_m$  への射影を  $P_m$  と表すと、上で述べたように  $W_m$  は  $V_{m-1}$  と  $V_m$  の差であるから、

$$P_m f = P_{m-1} f + Q_{m-1} f$$

である。さらに、 $W_0$  は  $V_1$  の補空間であることから、 $\psi(x)$  は 1 段階上のスケールのスケール関数  $\phi(2x)$  の 1 次結合、

$$\psi(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \phi(2x-k)$$

で表される。すなわち、ウェーブレットはスケール関数の 1 次結合によって構成される。最も簡単なウェーブレットは Harr の基底とよばれる次式で表されるものである。

$$\psi(t) = 1 \quad (0 < t \leq 1), \quad -1 \quad (1 < t \leq 2), \quad 0 \quad (t \leq 0, t > 2)$$

この関数は不連続であるため周波数領域での局在化の程度があまり良くなく、データ解析には向かない。時間と周波数の両領域で局在化の良い直交ウェーブレット基底はいくつか考案されており、有名なものには Meyer によるものと Daubechies によるものがある。

### B.3 Meyer のウェーブレット

Meyer のウェーブレット<sup>4)</sup>は周波数領域でコンパクトサポートを持つ離散直交ウェーブレットである。ここでは、Yamada<sup>4)</sup>によって提案された構成法を示す。

まず、Meyer のスケール関数  $\phi$  は周波数領域で次のように定義される。

- 1)  $\hat{\phi}(\omega) \geq 0, \quad \hat{\phi}(\omega) = \hat{\phi}(-\omega), \quad \omega > 0$
- 2)  $\hat{\phi}(\omega) = 1 \quad |\omega| \leq 2\pi/3, \quad \hat{\phi}(\omega) = 0 \quad |\omega| \geq 4\pi/3$
- 3)  $(\hat{\phi}(\omega))^2 + (\hat{\phi}(\omega - 2\pi))^2 = 1 \quad 2\pi/3 \leq \omega \leq 4\pi/3$

ウェーブレット  $\psi(t)$  は周波数領域で、

$$\hat{\psi}(\omega) = \exp(-i\omega/2) \sqrt{(\hat{\phi}(\omega/2))^2 - (\hat{\phi}(\omega))^2}$$

のように表される。ウェーブレット  $\psi(t)$  は上式をフーリエ逆変換することによって得られるが、

以上の定義のみではウェーブレットは一意に決まらない。そこで次のようにスケール関数を構成することによってユニークに決まる。

$$\hat{\phi}(\omega) = (G(\omega) \cdot G(-\omega))^{1/2}$$

$$G(\omega) = \frac{H(4\pi/3 - \omega)}{H(\omega - 2\pi/3) + H(4\pi/3 - \omega)}$$

$$H(\omega) = \exp(-1/\omega^2) \quad \omega > 0, \quad H(\omega) = 0 \quad \omega \leq 0$$

以上のスケール関数によって構成される  $(\psi_{j,k}(t))$  は正規直交系になる。構成された Meyer のウェーブレットを図-B.1 に示す。図-B.1(a) は周波数領域、(b) は周波数領域における絶対値、(c) は時間領域である。図-B.1(b) より、周波数領域でコンパクトサポートを持つことがわかる。 $j, k$  を含めた形でのサポートは以下のように求まる。まず、

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_{j,k}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}(t) \exp(-i\omega t) dt \\ &= 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(2^j t - k) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned}$$

である。ここで、

$$x = 2^j t \rightarrow dx = 2^j dt$$

とおくと、

$$\hat{\psi}_{j,k}(\omega) = 2^{j/2} 2^{-j} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x - k) \exp(-i\omega 2^{-j} x) dx$$

となる。さらに、

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x - a) \exp(-i\omega x) dx = F(\omega) \exp(-i\omega a)$$

を用いると、

$$\hat{\psi}_{j,k}(\omega) = 2^{-j/2} \hat{\psi}(2^{-j}\omega) \exp(-i\omega 2^{-j}k)$$

となる。この時、図-B.1(b)からもわかるように、

$$\text{supp } \hat{\psi}(\omega) = \left[ \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3} \right]$$

であるから、

$$2^{-j}\omega = 2\pi/3 \rightarrow \omega = 2^{j+1}\pi/3$$

$$2^{-j}\omega = 8\pi/3 \rightarrow \omega = 2^{j+3}\pi/3$$

の対応から、サポートは

$$\text{supp } \hat{\psi}_{j,k}(\omega) = \left[ \frac{2^{j+1}\pi}{3}, \frac{2^{j+3}\pi}{3} \right]$$

のように書ける。このようにMeyerのウェーブレットは周波数領域でコンパクトサポートを持つが、時間領域においては基底の中心から無限遠においても厳密にはゼロに収束しない。しかし、局在化の程度は非常に良いため大きな問題にはならない。

さて、ウェーブレット変換を高速に行うためのアルゴリズム化を以下に示す。

$$\begin{aligned} \alpha_{j,k} &= \langle f(t) | \psi(t) \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}^*(t) f(t) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_{j,k}^*(\omega) F(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\frac{k}{2^j}\omega) \hat{\psi}_{j,k}^*\left(\frac{\omega}{2^j}\right) F(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega'k) \hat{\psi}^*(\omega') F(2^j\omega') d\omega' \\ &\quad (\omega' = 2^{-j}\omega \rightarrow d\omega' = 2^{-j}d\omega) \\ &= \frac{1}{2\pi} 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega'k) \hat{\psi}^*(\omega') F(2^j\omega') d\omega' \\ &= \frac{1}{2\pi} 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega k) \hat{\psi}^*(\omega) F(2^j\omega) d\omega \end{aligned}$$

また、FFTの原理より、

$$f(t) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s \exp(2\pi i \frac{s}{T} t)$$

( $a_s$  : フーリエ係数)

であるから、

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega t) \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s \exp(2\pi i \frac{s}{T} t) dt \\ &= \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s \int_{-\infty}^{\infty} \exp(2\pi i \frac{s}{T} t) \exp(-i\omega t) dt \\ &= \sum_{s=-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(\omega - \frac{2\pi s}{T}) a_s \end{aligned}$$

( $T$  : 継続時間)

これを、上の $\alpha_{j,k}$ の式に代入すると、

$$\begin{aligned} \alpha_{j,k} &= \frac{1}{2\pi} 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega k) \hat{\psi}^*(\omega) \sum_{s=-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(2^j \omega - \frac{2\pi s}{T}) a_s d\omega \\ &= 2^{j/2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega k) \hat{\psi}^*(\omega) \delta(2^j \omega - \frac{2\pi s}{T}) d\omega \end{aligned}$$

ここで、

$$2^j \omega = \omega' \rightarrow d\omega' = 2^j d\omega$$

とし、 $\omega'$ を $\omega$ におき直すと、

$$\begin{aligned} \alpha_{j,k} &= 2^{-j/2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i \frac{\omega'}{2^j} k) \hat{\psi}^*(\frac{\omega'}{2^j}) \delta(\omega' - \frac{2\pi s}{T}) d\omega' \\ &= 2^{-j/2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s \hat{\psi}^*(\frac{2\pi s}{2^j T}) \exp(\frac{2\pi i k s}{2^j T}) \end{aligned}$$

のように展開され、FFTを利用して計算が可能となる。この時サポートは、

$$\text{supp } \hat{\psi}_{j,k}(\omega) = \left[ \frac{2^{j-1}\pi}{3T}, \frac{2^{j+1}\pi}{3T} \right]$$

となる。

#### B.4 Daubechiesのウェーブレット

Daubechiesのウェーブレット<sup>9)</sup>  $\psi(t)$ はスケール関数 $\phi(t)$ によって、

$$\psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k 2^{1/2} \beta_{1-k} \phi(2t-k) \quad (\text{B.4.1})$$

のように表される。また、スケール関数 $\phi(t)$ は、B.2で述べたようにスケール関数自身の集合 $\{\phi(2t-k) : k \in \mathbb{Z}\}$ によって次のように展開される。

$$\phi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2^{1/2} \beta_k \phi(2t-k) \quad (\text{B.4.2})$$

$\beta_k$ は任意の整数 $N \geq 2$ に対し $\phi(t)$ のサポートが $[0, 2N-1]$ となり、かつ指数 $\lambda(N)$ のHolder連続となり、同時に $\psi(t)$ の $m$ 次モーメントが

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) t^m dt = 0 \quad 0 \leq m \leq N-1$$

となるようにDaubechies<sup>9)</sup>によって定められたマスク係数である。 $\beta_k$ は、 $k < 0$ ,  $k \geq 2N$ においてゼロとなることから $\phi(t)$ はコンパクトサポートとなる。 $k$ に関する $\beta_k$ の総和は $2^{1/2}$ となる。また、

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta_{2k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta_{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{B.4.3})$$

の関係がある。これは、次のように証明される。まず、(B.4.2)の両辺をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \beta_k \phi(2t-k) \exp(-i\omega t) dt \frac{1}{2\pi} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \beta_k \int_{-\infty}^{\infty} \phi(2t-k) \exp(-i\omega t) dt \frac{1}{2\pi} \end{aligned}$$

である。ここで、 $2t-k=y$ とおくと、

$$\begin{aligned}\hat{\phi}(\omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \beta_k \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y) \exp(-i\omega \frac{y+k}{2}) \frac{1}{2} dy \frac{1}{2\pi} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \beta_k \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y) \exp(-i\omega \frac{y}{2}) \exp(-i\omega \frac{k}{2}) \frac{1}{2} dy \frac{1}{2\pi} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_k \exp(-i\omega \frac{k}{2}) \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y) \exp(-i\omega \frac{y}{2}) dy \frac{1}{2\pi} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_k \exp(-i\omega \frac{k}{2}) \hat{\phi}(\frac{\omega}{2})\end{aligned}$$

となり、 $\omega$ を $2\omega$ とおき直すと、

$$\begin{aligned}\hat{\phi}(2\omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_k \exp(-i\omega k) \hat{\phi}(\omega) \\ &= m(\omega) \hat{\phi}(\omega)\end{aligned}$$

となる。ここで、 $m(\omega)$ は、

$$m(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_k \exp(-i\omega k)$$

である。 $\phi(t)$ のフーリエ変換の絶対値を考えると、

$$\begin{aligned}|\hat{\phi}(\omega)| &= |m(\frac{\omega}{2}) \hat{\phi}(\frac{\omega}{2})| \\ &\leq |\hat{\phi}(\frac{\omega}{2})| \\ &\leq |\hat{\phi}(\frac{\omega}{4})| \\ &\vdots \\ &\leq |\hat{\phi}(\frac{\omega}{2^n})|\end{aligned}$$

であり、ここで

$$\hat{\phi}(0) = 0$$

と仮定すると  $n \rightarrow \infty$  のとき,

$$|\hat{\phi}(\frac{\omega}{2^n})| \rightarrow |\hat{\phi}(0)| = 0$$

となる。これは  $n \rightarrow \infty$  のとき  $\omega$  に依存せずに  $\phi(t)$  のフーリエ変換がゼロとなること意味してしまい、矛盾となる。ゆえに、

$$\hat{\phi}(0) \neq 0$$

すると、

$$|\hat{\phi}(0)| = |m(0)\hat{\phi}(0)|$$

が成り立つためには、 $m(0)=1$ である。ゆえに  $m(\pi)=0$ となるから、

$$\begin{aligned} m(\pi) &= 0 \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_k \exp(-i\pi k) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_k (-1)^k \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta_k (-1)^k \end{aligned}$$

ゆえに

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta_k (-1)^k = 0$$

となる。これは、

$$\sum_k \beta_{2k} - \sum_k \beta_{2k+1} = 0$$

を意味する。これと、 $k$ に関する  $\beta_k$  の総和が  $2^{1/2}$  となることから、(B.4.3)が導かれる。

次に、スケール関数 $\phi(t)$ を再分割法<sup>(b.7)</sup>によって構成する。まず、 $\phi(t)$ を

$$\Phi(t) = [\phi(t), \phi(t+1), \dots, \phi(t+2N-2)]^T \quad (\text{B.4.4})$$

とおく。 $\phi(t)$ のサポートが $[0, 2N-1]$ であることから、 $\Phi(t)$ を $0 \leq t \leq 1$ の範囲で構成できればよい。

$\beta_k$ は、 $k < 0$ ,  $k \geq 2N$ においてゼロであることと(B.4.2)より、スケール関数 $\phi(t)$ は、

$$\phi(t)/\sqrt{2} = \beta_0\phi(2t) + \beta_1\phi(2t-1) + \dots + \beta_{2N-1}\phi(2t-2N+1)$$

であり、 $k$ を入れて書くと、

$$\phi(t+k)/\sqrt{2} = \beta_0\phi(2t+2k) + \beta_1\phi(2t+2k-1) + \dots + \beta_{2N-1}\phi(2t+2k-2N+1)$$

である。 $t$ の範囲を $0 \leq t \leq 1/2$ と $1/2 \leq t \leq 1$ の領域に分割して、上の式に対しサポートを考慮に入れると、次のように表せる。

$$\Phi(t) = M_1\Phi(2t) \quad 0 \leq t \leq 1/2 \quad (\text{B.4.5})$$

$$\Phi(t) = M_2\Phi(2t-1) \quad 1/2 \leq t \leq 1 \quad (\text{B.4.6})$$

ここで、 $M_1$ ,  $M_2$ は、 $\beta_k$ より構成される

$$M_1 = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \beta_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \beta_2 & \beta_1 & \beta_0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \beta_{2N-4} & \beta_{2N-5} & \beta_{2N-6} & \dots & 0 & 0 \\ \beta_{2N-2} & \beta_{2N-3} & \beta_{2N-4} & \dots & \beta_1 & \beta_0 \\ 0 & \beta_{2N-1} & \beta_{2N-2} & \dots & \beta_3 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \beta_5 & \beta_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \beta_{2N-1} & \beta_{2N-2} \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \beta_3 & \beta_2 & \beta_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \beta_{2N-3} & \beta_{2N-4} & \beta_{2N-5} & \cdots & \beta_0 & 0 \\ \beta_{2N-1} & \beta_{2N-2} & \beta_{2N-3} & \cdots & \beta_2 & \beta_1 \\ 0 & 0 & \beta_{2N-1} & \cdots & \beta_4 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_6 & \beta_5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_{2N-1} \end{bmatrix}$$

のようなマトリックスである。\$M\_1\$、\$M\_2\$の各列を加えると(B.4.3)より1となる。これは\$M\_1\$、\$M\_2\$が固有値1を持つことを意味する、この時の固有ベクトルを求め、各成分の和を1に正規化したものをそれぞれ\$\Gamma\_1\$、\$\Gamma\_2\$とすると、(B.4.5)、(B.4.6)より

$$\Phi(0) = \Gamma_1, \quad \Phi(1) = \Gamma_2$$

である。これらを出発点として(B.4.5)、(B.4.6)を繰り返すことにより、スケール関数\$\phi(t)\$が得られる。この計算にあたり、筆者が提案する方法を以下に示す。まず求めるべき\$\Phi\$の集合をベクトルとして、

$$V = [\Phi(0)^T \ \Phi(1/2^1)^T \ \Phi(1/2^2)^T \ \cdots \ \Phi((2^n - 1)/2^n)^T \ \Phi(1)^T]$$

とおき、初期ベクトルを

$$V_0 = [\Phi(0)^T \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ \Phi(1)^T]$$

と定める。ここで、マトリックス\$A\$を

$$A = \begin{bmatrix} I & 0 & & \dots & & 0 \\ 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & \dots & & 0 & M_1 & 0 & 0 \\ M_2 & 0 & & \dots & & & & 0 \\ 0 & 0 & M_2 & 0 & 0 & & \vdots & \\ \vdots & & 0 & 0 & M_2 & 0 & 0 & \\ & & & \ddots & & & & \\ 0 & & & \dots & & 0 & I & \end{bmatrix}$$

とおく、ここで、 $I$  は単位行列である。すると、

$$V^T = A \times (A \times \dots \times (A \times (A \times V_0^T) \dots))$$

のように $V$ を再帰的に求めることができる。ここで、求めた $V$ は $\Phi$ のベクトルであり、 $V$ の要素を適当に並べ替えるとスケール関数 $\phi(t)$ が組上がる。この計算は $\phi(t)$ を簡単に求めることができるがゼロとの積をとる回数が多く、計算の効率性という意味では改良の余地が多い。スケール関数が構成されれば(B.4.1)より、ウェーブレット $\psi(t)$ が求まる。この方法によって構成された $N=5$ のスケール関数 $\phi^{N=5}(t)$ を図-B.2(a)に示す。サポートが $[0, 2N-1]$ となっていることがわかる。周波数領域においては図-B.2(b)ようになっており、コンパクトサポートではない。また、ウェーブレット $\psi^{N=5}(t)$ を図-B.3(a)に示す。ウェーブレットのサポートは、 $[-N+1, N]$ となる。ウェーブレットは、やはり周波数領域(図-B.3(b))においてはコンパクトサポートではない。ウェーブレットが構成されれば、直接積分やMallat変換によってウェーブレット係数 $\alpha_{j,k}$ が計算できる。

### C ウェーブレット変換とSTFTの比較

一様流中に設置された塔状円柱における後流風速変動データを解析対象として、ウェーブレット変換による解析結果とSTFT(Short Time Fourier Transform)による解析結果の比較を行う。

図-C.1(a)は塔状円柱の自由端近傍の後流域において測定された風速変動データであり、自由端渦発生による17.5Hzの変動が主に含まれている。これを連続ウェーブレットであるMorletのウェーブレットにより解析した結果が図-C.1(b)である。図-C.1(b)の縦軸は厳密にはスケールパラメータであるが、理解を容易にするために周波数で表している。各時刻における各周波数の強さを色相

表示しており、黄色が正に強く、黒が負に強いことを意味する。また、赤はゼロ付近である。17.5Hzの変動が間欠的に現れていることがわかる。次に、図-C.1(a)を周波数との対応が比較的容易なMeyerの離散直交型ウェーブレットにより解析した結果を図-C.1(c)に示す。図-C.1(c)の縦軸はスケールパラメータ $j \in \mathbb{Z}$ である。Meyerのウェーブレット $\psi$ は周波数領域においてコンパクトサポートであり、その閉区間は、

$$\text{supp } \hat{\psi}_j = \left[ \frac{2^j}{3T}, \frac{2^{j+2}}{3T} \right] \quad (\text{Hz})$$

である。Tは継続時間であり、本解析では $T=16.384$  (sec)で計算している。これより図-C.1(a)の支配的周波数である17.5Hzは $j=8$ と9に重複して含まれる。図-C.1(c)を見ると、 $j=8$ と9においてやはり間欠的な変動が観察され、図-C.1(b)と比較すると、その発生時刻もほぼ一致するが細部にわたる検討は難しい。離散直交ウェーブレット変換は解析対象とする時系列が持つ信号の全射となるため、逆変換後のデータは元の時系列データと完全に一致する利点がある。しかし、スケールパラメータおよびシフトパラメータが離散的に決定されるため、変換結果を2次元平面で表すとモザイク状になるのはやむを得ない。したがって、連続的な現象の解釈はしにくくなる。また、検出される周波数帯がオクターブスケールで変化するため周波数分解能も悪い。この意味では、離散ウェーブレットは周波数分解を目的とするよりも、局所的相似性や局所的不連続性の検出に効果的である。

次に、図-C.1(a)のデータをSTFTにより解析する。ここではMarkの物理スペクトル<sup>6)</sup>に従い、時系列データにウィンドウ関数 $w(t)$ をかけることにより非定常過程の時刻 $t$ の近傍のみに着目する。重みとなるウィンドウ関数にも様々な形状が考案されているが、今回は最も基本的な矩形ウィンドウに近い形状を選択した。図-C.2にそのウィンドウを示す。幅 $T_{win}$ のウィンドウの両端には $T_{win}/10$ の幅でcosine関数によるスムージングをかけている。STFTとして、

$$S(\omega, t) = \int_{-T_{win}/2}^{T_{win}/2} w(t-u) f(u) \exp(-i\omega u) du$$

を計算し、 $|S(\omega, t)|^2 / T_{win}$ を時刻 $t$ におけるパワースペクトルとした。T<sub>win</sub>を1.024, 0.256, 0.064 (sec)のように変化させて図-C.1(a)を解析した結果がそれぞれ図-C.3(a), (b), (c)である。各時刻におけるパワースペクトルを色相で表している。黄色がスペクトル値の大きい部分を表し、黒はゼロ付近である。図-C.3(a)ではウィンドウの幅が大きく、ウィンドウの中心から遠方の変動成分も積分に取り込まれるため、17.5Hzの変動をとらえてはいるものの図-C.1(b)のような間欠性は見ることができない。図-C.3 (b), (c)の順にT<sub>win</sub>を小さくしていくと、積分範囲が狭まり17.5Hzの成

分の間欠性は見えてくるが、低周波数成分が大きく現れてしまう。これは $T_{\text{win}}$ の縮小により低周波数における $\exp(-i\omega t)$ の相似性が崩れ、その実部、虚部がもはや三角関数的な波形ではなくなってしまうためである。すなわち、全ての周波数に対して同一のウィンドウ関数を用いていることが問題である。こうした問題を解消したのがウェーブレット変換である。ウェーブレット変換はウィンドウをかけるという概念とは異なり、積分核となる基底関数そのものが時間的にも周波数的にも局在化している。基底関数はスケールパラメータにより相似変形される。

付録2 参考文献

- 1) Farge, M. : Wavelet transform and their application to turbulence. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 395-457, 1992.
- 2) Daubechies, I : *Ten lectures on Wavelets*, CBMS-NSF Series in Applied Mathematics 61, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- 3) Meyer, Y: "Orthonormal Wavelets", in *Wavelets*, Springer, pp. 21-37, 1989.
- 4) Yamada, M. and Ohkitani, K. : Orthonormal wavelet analysis of turbulence, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 8, pp.101-115, 1991.
- 5) Daubechies, I : Orthonormal bases of compactly supported wavelets, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. XLI, pp. 909-996, 1988.
- 6) 守本 晃: ウェーブレットと数値解析, ウェーブレット技術セミナー講演録, 日本応用数理学会, 1991.
- 7) 佐々木文夫, 前田達哉: データ解析におけるウェーブレット変換の基本的性状の検討, 日本建築学会構造系論文報告集, 第435号, pp. 197-206, 1993.
- 8) Mark, W. D. : Spectral analysis of the convolution and filtering of non-stationary stochastic processes. *Journal of Sound and Vibration*, pp. 19-63, 1970.

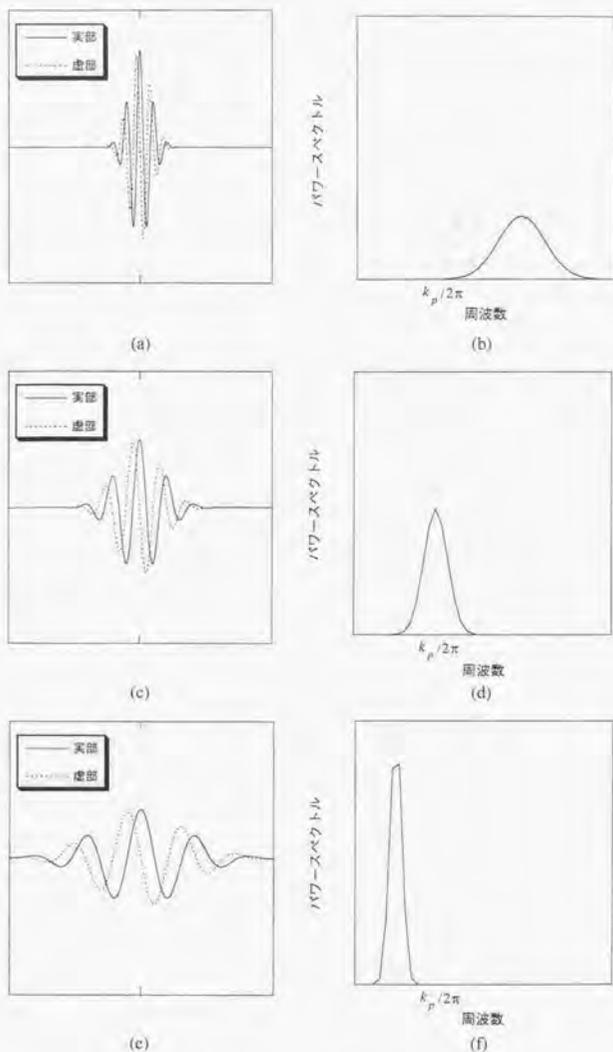
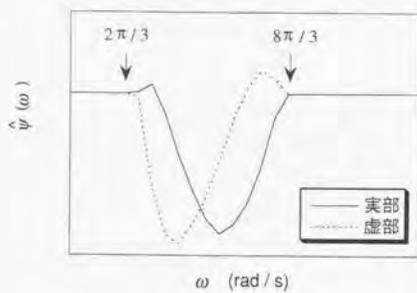
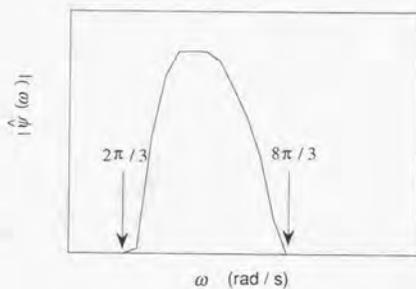


図-A.1 Morletのウェーブレットとそのパワースペクトル

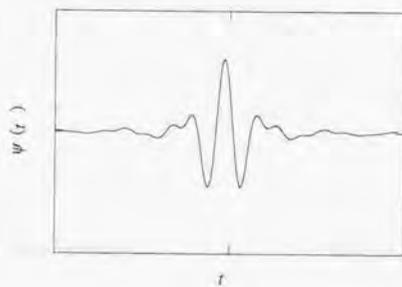
- (a) $a=0.5$ の時のウェーブレット (b) $a=0.5$ の時のウェーブレットのパワースペクトル  
 (c) $a=1$ の時のウェーブレット (d) $a=1$ の時のウェーブレットのパワースペクトル  
 (e) $a=2$ の時のウェーブレット (f) $a=2$ の時のウェーブレットのパワースペクトル



(a)



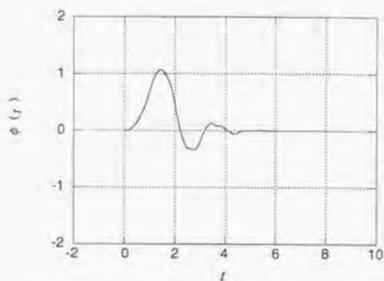
(b)



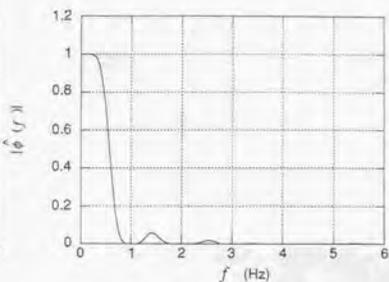
(c)

図-B.1 Meyerのウェーブレット

(a)周波数領域 (b)周波数領域における絶対値 (c)時間領域

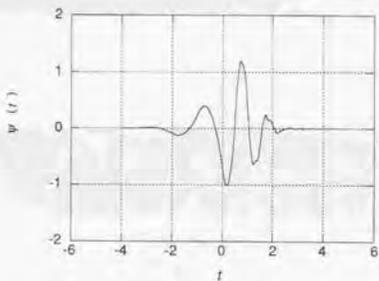


(a)

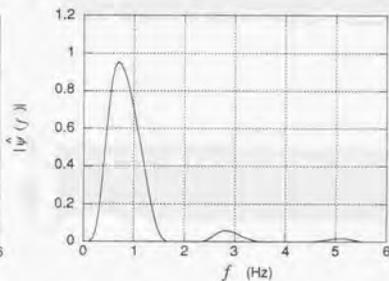


(b)

図-B.2 Daubechies (N=5) のスケール関数 (a)時間領域 (b)周波数領域



(a)



(b)

図-B.3 Daubechies (N=5) のウェーブレット (a)時間領域 (b)周波数領域



図-C.2 ウィンドウ関数の形状

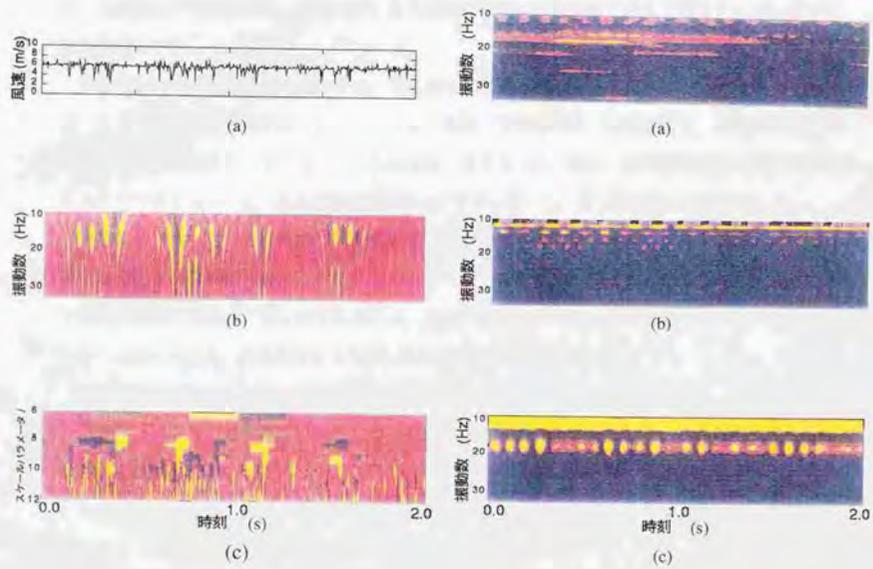


図-C.1 風速変動データのウェーブレット解析  
 (a)塔状円柱の自由端近傍における後流風速変動  
 (b)(a)をMorletのウェーブレットにより解析した結果  
 (c)(a)をMeyerのウェーブレットにより解析した結果

図-C.3 STFTによる図-C.1(a)の解析  
 (a) $T_{win} = 1.025$  (s) (b) $T_{win} = 0.256$  (s)  
 (b) $T_{win} = 0.064$  (s)

## 謝 辞

本論文は、私がこれまでの研究成果を博士論文としてまとめたものです。ここに至ることができたのは、ひとえに東京大学・藤野陽三教授の御指導のおかげです。常日頃から御鞭撻を頂くとともに、公私にわたり大変お世話になりました。心からの感謝を表します。東京大学・木村吉郎助教授には私の疑問に付し懇切丁寧にお答え頂き、本研究を支えて下さった事、深く感謝致します。日本大学・野村卓史教授には自由に研究する環境を与えて頂き、本研究についての御助言、ならびに工学や自然科学全般に関する様々な御教示を頂きました。また、東京大学・磯部雅彦教授、金沢大学・岡島厚教授、東京大学・金子成彦助教授には貴重なご意見を賜りました。ここに謝意を表します。

本研究における風洞実験の幾つかは、清水建設株式会社技術研究所において行わせて頂きました。日比一喜主席研究員をはじめとして、老川進氏、菊池浩利氏、嶋田健司氏、鈴木康裕氏、長木威宏氏、松井正宏氏、孟岩氏には大変お世話になりました。特に、若原敏裕氏には風洞実験の基礎からお教え頂き、また良き相談相手になって下さいました。厚く御礼申し上げます。

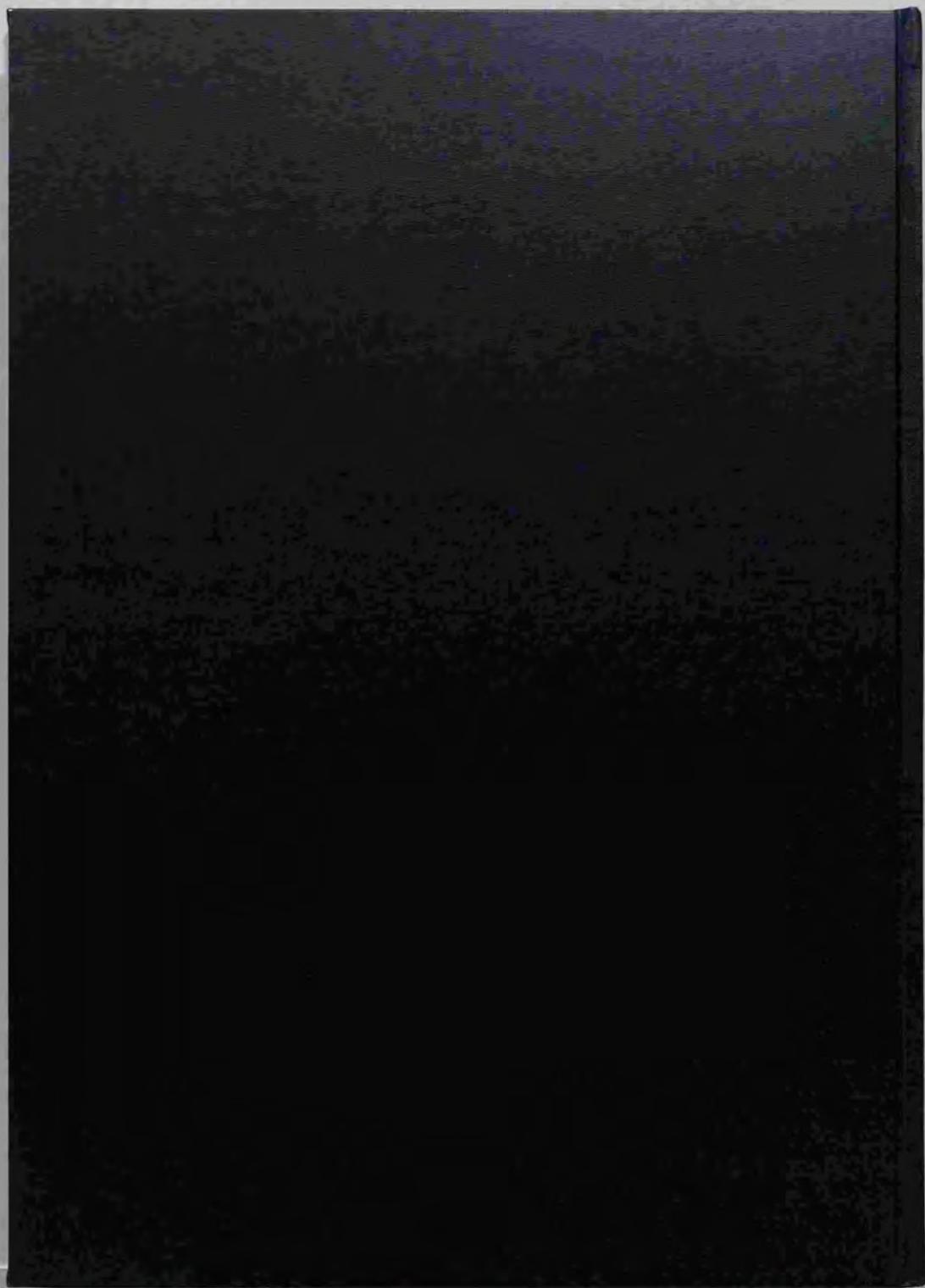
東京電機大学・河井宏允教授には風洞実験に際し貴重なご意見を頂き、京都大学防災研究所・奥田泰雄助手には塔状円柱まわりの流れについての文献をお教え頂きました。また、鹿島建設株式会社情報システム部・佐々木文夫氏には、数学の立場からウェブレット変換について数回にわたりお話いただき、大変参考になりました。ここに記して謝意を表します。

東京大学の太竹完治技官には実験補助や実験材料の加工機器の取り扱いに際し、大変お世話になりました。また、実験模型の製作には、株式会社風技術センターの皆様、石井精機株式会社の皆様に感謝致します。

また、多くの先輩、同輩、後輩の皆様には御援助を頂きました。特に、本論文中に示した圧力変動のアニメーションは東京大学大学院・水野祐介氏によるものです。

最後に、私を理解し支えてくれた妻美和子と両々親に感謝致します。

本研究を通じて学んだ知識や得た経験を今後の研究に生かせるかどうかは自分次第であることを改めて肝に銘じ、工学および科学技術の発展に貢献できるよう励む所存です。





# Kodak Color Control Patches

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

# Kodak Gray Scale

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



© Kodak, 2007 TM Kodak