

### 3. LaCoste & Romberg 重力計の振動特性

地震研究所 花田 英夫\*

(昭和 52 年 7 月 15 日受理)

#### 目 次

1. はじめに
2. 道路沿いでの振動測定
3. LaCoste & Romberg 重力計の振動実験
  - 3-1 実験方法
  - 3-2 実験結果
  - 3-3 考察
4. LaCoste & Romberg 重力計のステップ応答
5. LaCoste & Romberg 重力計の力学モデル
  - 5-1 モデル
  - 5-2 振動方程式
  - 5-3 モデルの応用
  - 5-4 ゼロ点移動
6. 等価回路
7. おわりに

#### 1. はじめに

野外で重力測定を行う場合、現在では、一般に、LaCoste & Romberg 重力計が用いられている。また、測定点としては、おもに、水準点が用いられている。水準点は、交通量の多い国道沿いにあることが多く、このため、重力測定が自動車の通行等による道路の振動の影響を受けて、思いどおりにできないことがしばしばある。また、海岸に近いところでは、脈動の影響も強く受ける。これら測定中の地盤の振動は、測定精度に悪い影響を与えることが予想される。

ところで、地殻変動に伴う重力変化を検出して、これを地震予知に役立てようとする場合には、少なくとも、 $10 \mu\text{gal}$  よりよい精度で測定することが必要である (坪川, 1970)。これは、LaCoste & Romberg 重力計の測定精度の限界に近いので (中川, 1971; 中川ほか, 1973; 中川ほか, 1974)、測定条件のあらゆることを考慮して、重力計の読みとり値を補正する必要がある。

したがって、今後、精密な重力測定を行おうとするには、重力計の振動に対する応答特性も知っておく必要がある。幸い、新型の LaCoste & Romberg 重力計には、ビームの中心位置からの変位を、電気容量の変化を利用して電圧変化としてとりだす機構 (read out 機構) が備え付けられている。それをを用いると、重力値の連続記録を得ることができ、振動の記録をとることも可能となった。

\* 東京大学理学系研究科 地球物理学専門課程

今までにも、重力計の振動による影響についての議論はいくつかある (HAMILTON and BRULÉ, 1967; 中井, 1975). しかし、それらの議論は、重力計の運搬中の振動の影響についてである。本論文では、測定中に重力計が直接感じる振動について問題にする。

また、read out 機構の付属した LaCoste & Romberg 重力計を用いると、地球潮汐や地球の自由振動なども観測できる。これらは、非常に周期の長い振動が重力計に加わったものと考えられるので、今回の振動特性を調べる範囲に含めて考えてみることにした。

LaCoste & Romberg 重力計は、スプリング型の重力計で、原理は LaCoste の長周期地震計 (LACOSTE, 1934) と同じであるので、振動特性を解釈する場合に、地震計の理論を適用することにした。

本論文では、まず、重力測定中の振動によってどの程度の誤差がでるか調べ、つぎに、その原因をつきとめ、さらに、そのような測定誤差を除くためにはどうしたらよいかを考えてみることにする。

## 2. 道路沿いで振動測定

重力測定は、道路沿いにある水準点の上で行われるので、まず、道路沿いで地盤の振動を調べることにした。

測定した場所は、いずれも、東京都内の道路沿いで、文京区本郷7丁目東京大学正門前(本郷通り)、千代田区神田錦町3丁目東京電機大学前(神田)、渋谷区千駄ヶ谷4丁目フジタ工業前(明治通り)の3ヶ所である。使用した地震計は、東京大学地震研究所の小型長周期地震計 (PELS Type 73) (地震研究所 小型長周期地震計開発プロジェクトチーム, 1974) 3台である。これらの地震計の固有周期は約10秒である。

地震計は、車道の端から約50 cm 離れた歩道上に置かれ、上下動と水平動2成分(道路に平行な方向と直角な方向)の地盤の振動を記録した。それらの振動のスペクトルを Fig. 1a-1c に示す。いずれも、大型自動車通過時、約2秒間の振動記録を0.01秒間隔で読みとり、maximum entropy 法で解析した。

本郷通りでの振動のスペクトル (Fig. 1a) を見ると、上下振動では10 cps に、道路に平行な水平振動では3 cps と10 cps にそれぞれ卓越周波数があることがわかる。また、振動記録から変位の振幅\*を読みとると、上下振動の最大振幅が約50  $\mu$ 、水平振動の最大振幅が約30  $\mu$  であった。つぎに、神田での振動のスペクトル (Fig. 1b) では、上下振動、道路に平行な水平振動ともに、5 cps に卓越周波数がある。また、最大振幅は、上下振動で約3  $\mu$ 、水平振動では約70  $\mu$  であった。明治通りでの振動のスペクトル (Fig. 1c) では、上下振動で8 cps に卓越周波数がある。また、上下振動の最大振幅は約10  $\mu$  であった。また、道路に平行な水平振動はほとんど検出されなかった。

以上に述べた3ヶ所での道路の振動で、最大振幅は、大型自動車通過したときの振動の振幅として得られた。小型自動車通過したときの振動の振幅は、最大振幅の約1/10であった。また、道路に直角な方向の振動は、3ヶ所ともほとんど検出されなかった。

これらの3つの例は、道路の振動の代表的なものとは必ずしも考えられないが、これら

\* 本論文では、全振幅 (double amplitude) の意味で用いる。

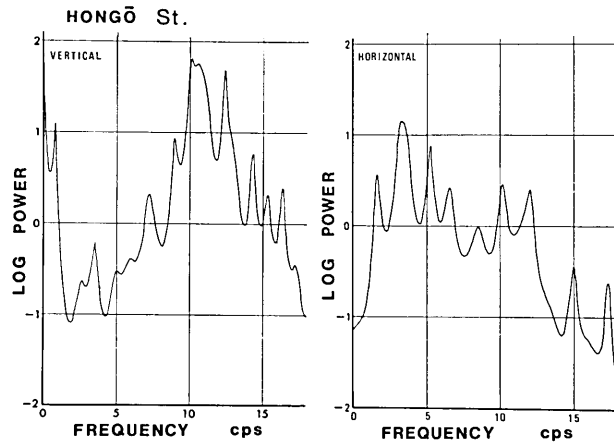


Fig. 1a. Power spectra of ground vibrations due to traffic.

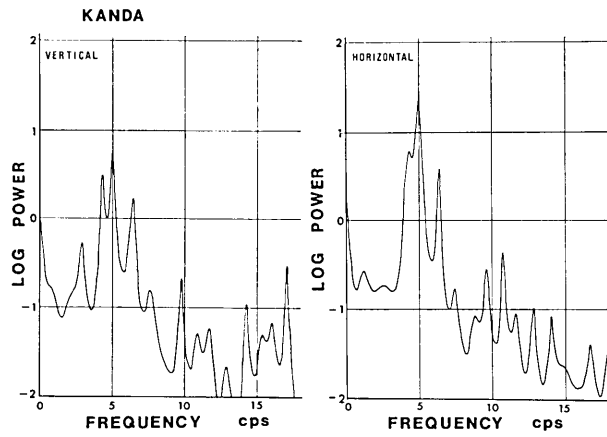


Fig. 1b. Power spectra of ground vibrations due to traffic.

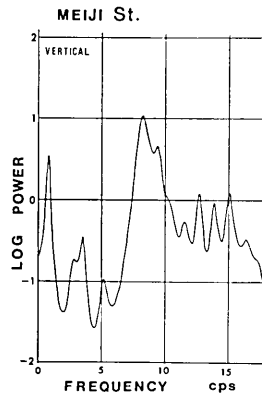


Fig. 1c. Power spectra of ground vibrations due to traffic.

の結果をまとめると、道路沿いでは、上下振動と道路に平行な水平振動が大きく、その卓越周波数は、5 cps から 10 cps の間にあり、その振幅は、大型自動車通過時で数  $10 \mu$ 、小型自動車通過時で数  $\mu$  であるといふことができる。

### 3. LaCoste & Romberg 重力計の振動実験

#### 3-1 実験方法

LaCoste & Romberg 重力計の振動特性を調べるために、重力計を振動台の上に乗せて、振動実験を行った。使用した重力計は、read out 機構の付属した LaCoste & Romberg 重力計 G-365 である（以下‘重力計’と記す）。また、使用した振動台は、東京大学地震研究所の地震計検定用の振動台（明石製作所、ASY-A12 型）で、上下動と水平動の2台の独立した振動台である。また、水平方向の振動実験では、振動する方向が、重力計の long level 方向と cross level 方向の2通りの場合について行った（long level 方向とは、重力計のビームの方向であり、cross level 方向とは、それと直角な方向である）。重力計の内部構造の模式図を Fig. 2 に示す（CLARKSON and LACOSTE, 1956）。

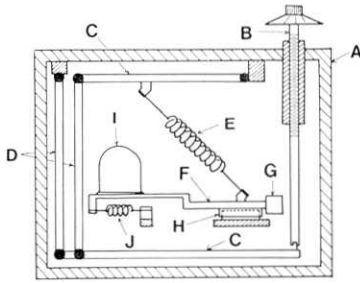


Fig. 2. Schematic diagram of gravity-measuring devices of LaCoste & Romberg Gravimeter.

A: meter box, B: measuring screw, C: lever, D: connecting links, E: main spring, F: beam, G: weight, H: air damper, I: buoyant compensator, J: shock eliminating sub spring

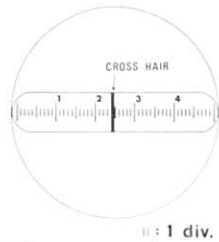


Fig. 4. View as seen in eyepiece of gravimeter.

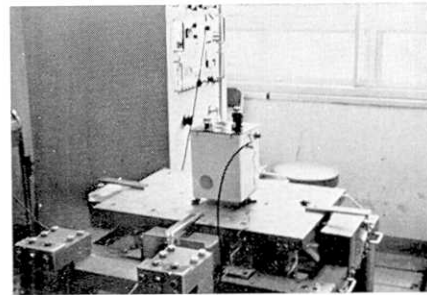


Fig. 3. Experiments with a LaCoste & Romberg Gravimeter on a vibrating platform.

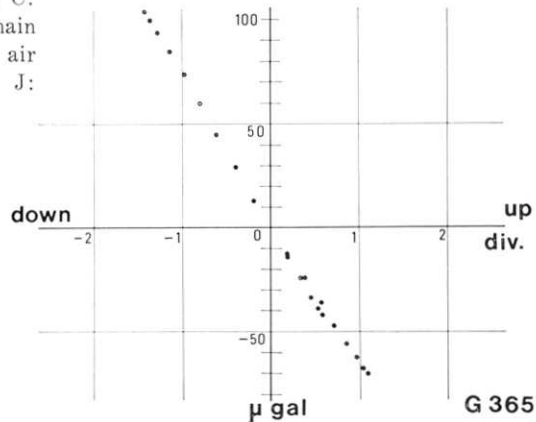


Fig. 5. Relation between gravimeter reading in  $\mu$ gals and the unit 'div.'.

振動台の振動は差動トランスで検出した。差動トランスは、上下動振動台には、振動と同時に振動中の傾斜（これがあると重力計の感度が変わり、正しい振動特性が得られない（瀬戸，1976））を検出するために4ヶ所に取り付けられた。水平動の振動台は、構造上、振動中の傾斜はほとんど無いと考え、振動を検出するための、差動トランスは1ヶ所に取り付けられた。上下動の振動実験のようすを Fig. 3 に示してある。

振動台には、周波数が 0.2 cps から 100 cps の範囲で、振幅が約  $10 \mu$  から  $50 \mu$  の範囲の正弦波の振動を加えた。この実験で用いた振動台は、操作上は、 $10^{-4}$  cps から  $10^4$  cps までの範囲の周波数の振動を得ることが可能であるが、1 cps より低い周波数では振動の波形がひずみ、40 cps より高い周波数では、後述のゼロ点移動で重力計のビームが振り切れないようにするために、わずかな振幅の振動しか与えられないので、振動記録の振幅を正確に読みとるのが困難である。結局、信頼できる実験は、周波数 1 cps から 30 cps までの範囲と考えてよい。

重力計の出力の単位としては、ビームの先端の動きの絶対量がわからないので、便宜上、div. という量を導入する。Fig. 4 は、重力計のアイピースをのぞいたときの視野である。この図に示すように、cross hair が1目盛だけ動く (cross hair の動きは、重力計のビームの動きに対応している) のに相当する重力値の変化量を 1 div. と定義する。また、cross hair が右側に動く方向を upscale (ビームは上に上がる)、左側に動く方向を downscale (ビームは下に下がる) と呼ぶことにする。

上で定義した 1 div. という量を重力値と対応させるために、振動実験に用いた重力計で地球潮汐を観測し、その振幅と、地球潮汐と理論値の振幅の 1.2 倍とを比較した。その結

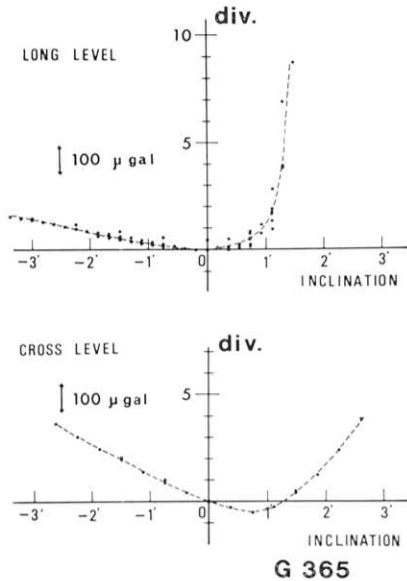


Fig. 6. Vaviation of the position of gravimeter beam induced by inclination.

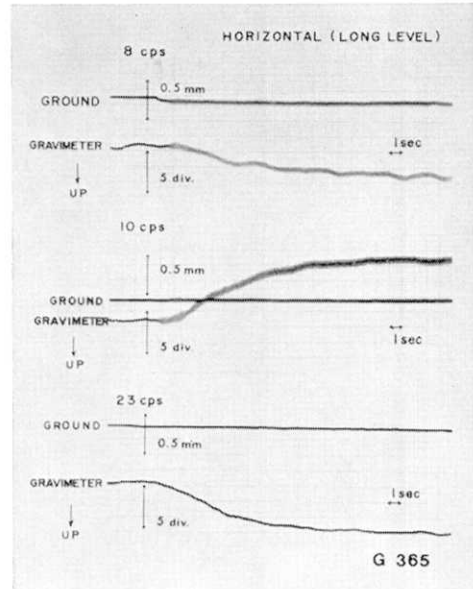


Fig. 7. Records of the motion of the vibrating platform and the gravimeter beam induced by forced vibrations.

果を Fig. 5 に示す。Fig. 5 によると、1 div. が約  $70 \mu\text{gal}$  に相当していることがわかる。

傾斜によって重力計の感度が変わり、ビームの位置がずれていくことはすでに述べた。したがって、上下動振動実験中に傾斜の変化があると、純粋な振動特性が得られないので、傾斜によるビームの位置の変化量を補正する必要がある。そこで、重力計を傾斜台（測機舎製，S-07）（柳沢，1974）上に乗せ、重力計を long level 方向と cross level 方向とにそれぞれ傾け、そのときの cross hair の動きを調べてみた。その結果を Fig. 6 に示す。

上下動振動実験中の傾斜の変化を差動トランスの記録から読みとると、long level 方向は  $2.5''$  以内、cross level 方向は  $2''$  以内に収まっていることがわかった。この結果を Fig. 6 に対応させると、上下動振動実験中の傾斜の変化から予想されるビームの位置の変化量は、cross hair の動きにして約  $1/100 \text{ div.}$  以内であり、無視できるほど小さいものであるということが出来る。

### 3-2 実験結果

前節で述べたことを考慮に入れたうえで実験結果をまとめてみた。まず、実際の振動実験の記録の例を Fig. 7 に示す。これは、long level 方向の水平動振動実験の記録のなかから、典型的なものを示したものである。この図から、振動台を振動させると、それにともなって、重力計のビームが振動するが、それ以外に、振動とともに、重力計のビームの振動の中心の位置が最初の位置からずれていく現象（以下‘ゼロ点移動の現象’と記す）が見られる。このゼロ点移動の現象は、見かけ上、重力値が変化したこと相当し、測定誤差の原因となるものである。また、ゼロ点移動の方向が、8 cps では upscale, 10 cps では

downscale, 23 cps では再び upscale, というように周波数によって変わることがわかる。

つぎに、振動実験の種々の周波数における重力計のビームの振動の振幅（単位は div.）と振動台の振動の振幅（単位は mm）との比（ゲイン）を Fig. 8 に示す。図中、黒丸印は各実験値を表わし、白丸印は、同じ周波数で複数回実験した場合、その算術平均値を表わす。Fig. 8 によると、上下動、水平動（2成分）ともに、9 cps にかなりするどいピークが見られ、20 cps にもそれらしいものが見られる。また、Fig. 8 の上下動の特性を見ると、5 cps 付近から低周波数側に向かってゲインが増加しているの、1 cps より低い周波数のところに、重力計の固有周期があることが予想され、後述のステップ応答からの結果とも調和する。そのように考えると、9 cps と 20 cps にあるピーク

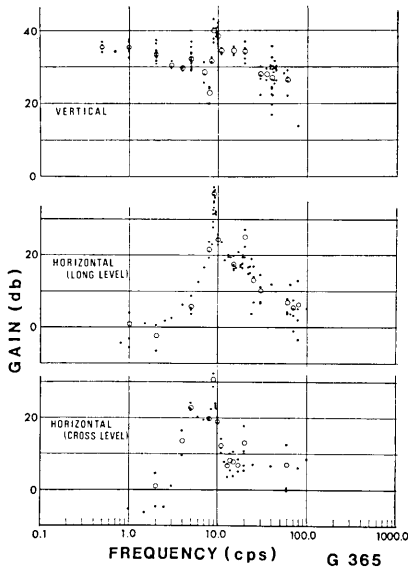


Fig. 8. Frequency characteristics of dynamical magnification (gain) of gravimeter in regard to displacement derived from vibration test.

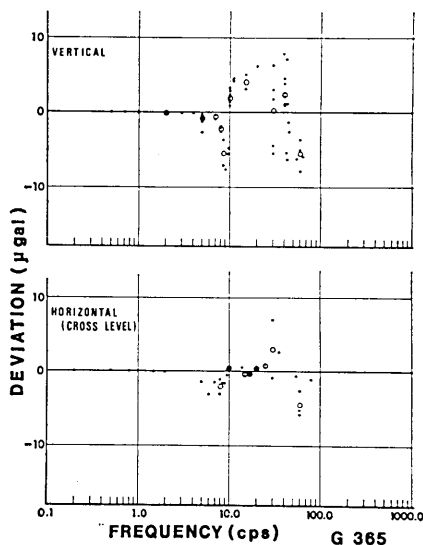


Fig. 9a. Magnitude of shift of the vibration center of the gravimeter beam induced by forced vibrations on the assumption that its amplitude is 1 micron.

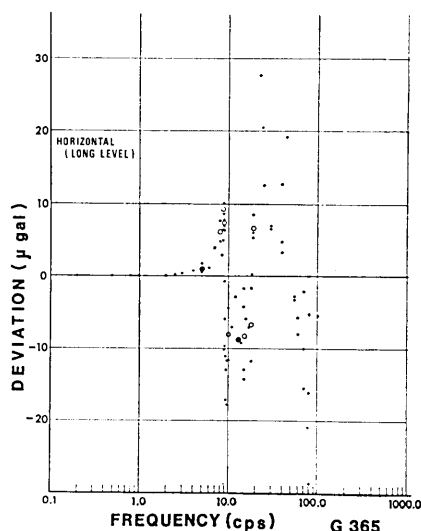


Fig. 9b. Magnitude of shift of the vibration center of the gravimeter beam induced by forced vibrations on the assumption that its amplitude is 1 micron.

は、緩衝用の補助ばねか、ばね以外の何かの部品の副次的な共振を示していることになる。

つぎに、種々の周波数におけるゼロ点移動の量と方向を Fig. 9a, 9b に示す。この図には、振動台を  $1\mu$  の振幅で振動させたときに相当するゼロ点移動の量を  $\mu\text{gal}$  単位で示してある。図中の白丸印と黒丸印の意味は、Fig. 8 の場合と同様である。上下動、水平動(2成分)ともに、2 cps より低い周波数では、ゼロ点移動の現象はほとんど見られないが、周波数が高くなるにつれて、ゼロ点移動が観測されてきて、ゼロ点移動の量は、周波数とともに飛躍的に大きくなっている。

ゼロ点移動の方向の周波数ごとの変化のようすを調べると、上下動の場合、10 cps より低い周波数では downscale の方向にゼロ点が移動し、10 cps 付近を境にして、ゼロ点移動の方向が upscale の方向に変わり、40 cps 付近で再び downscale の方向に変わる。Long level 方向の水平動の場合には、9 cps より低い周波数で upscale の方向にゼロ点が移動し、9 cps から 20 cps までは downscale の方向に、20 cps から 40 cps までは upscale の方向に、50 cps より高い周波数では downscale の方向にそれぞれゼロ点が移動する。Cross level 方向の水平動の場合には、他の2方向の場合と比べて、ゼロ点移動の量も小さいし、傾向もはっきりつかめない。

ゼロ点移動の方向が逆転する周波数は、上下動の場合と水平動の場合とで微妙に異なっているし、また、おのおのの周波数帯でのゼロ点移動の方向は、上下動の場合と水平動の場合とで逆の部分が多い。一方、ゼロ点移動の方向が逆転する 9 cps 付近と 20 cps 付近は、Fig. 8 を見ればわかるように、副次共振点の周波数とはほぼ一致しているので、ゼロ点移動と共振の両者の現象の間に何か関係があるかもしれない。

Fig. 10 には、種々の周波数における重力計のビームの振動の振幅(単位は div.) に対

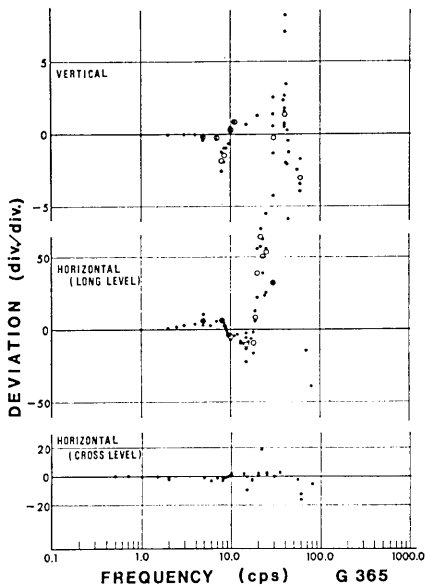


Fig. 10. Magnitude of shift of the vibration center of the gravimeter beam induced by forced vibrations, its magnitude is normalized by amplitude of vibration of gravimeter beam.

方向の水平動の場合でも約  $5 \mu\text{gal}$  になる。

道路の振動の卓越周波数が  $9 \text{ cps}$  付近になく、もっと低い周波数のところにある場合には、ゼロ点移動の量は、 $9 \text{ cps}$  付近に卓越周波数がある場合に比べて  $1/10$  以下である。その場合、振幅が  $2 \sim 3 \mu$  程度の道路の振動に対しては、ゼロ点移動の量は、 $1 \mu\text{gal}$  程度なので、測定上ほとんど問題にならない。

Fig. 8~10 によると、 $9 \text{ cps}$  付近でゼロ点移動の量が大いなのは、 $9 \text{ cps}$  付近に共振点があり、そこでの重力計のビームの振動の振幅が非常に大きくなるからであることがわかる。 $9 \text{ cps}$  付近の共振が緩衝用の補助ばねによるものであるのなら、振動による測定誤差を大きくしている原因の一つは、緩衝用の補助ばねであると考えられる。また、cross level 方向の振動の影響は、他の成分の振動の影響に比べて小さいので、cross level 方向を道路と平行に置くことによって、道路の水平振動による影響を軽減することが可能であると思われる。

#### 4. LaCoste & Romberg 重力計のステップ応答

前節で述べたように、振動台による実験では、 $1 \text{ cps}$  より高い周波数領域の情報しか得られない。しかし、重力計の固有周波数は、もっと低い周波数のところにあることが予想されるので、重力計の振動特性を正しく理解するためには、もっと低い周波数領域の情報も必要になってくる。そこで、ステップ応答により重力計の  $1 \text{ cps}$  より低い周波数領域の特

するゼロ点移動の量 (単位は div.) の比を示してある。Fig. 9a, 9b と比べて、Fig. 10 のほうがゼロ点移動の周波数ごとの変化のようすがわかりやすい。

#### 3-3 考 察

実験から得られたゼロ点移動の特性をもとにして、道路の振動により、重力測定にどの程度の誤差がでるかを推定してみる。最悪の場合は、 $9 \text{ cps}$  付近に道路の振動の卓越周波数がある場合である。この場合には、大型自動車常時通り、振幅  $50 \mu$  の振動があったと仮定すると、ゼロ点移動の量は、上下動の場合で  $250 \mu\text{gal}$ 、long level 方向の水平動の場合では  $500 \mu\text{gal}$  にものぼる。この量は、 $10 \mu\text{gal}$  より良い精度で測定しようとする場合には致命的である。小型自動車常時通り、振幅  $2 \sim 3 \mu$  程度の振動が続いた場合には、ゼロ点移動の量は、上下動の場合で約  $10 \mu\text{gal}$ 、long level 方向の水平動の場合で約  $20 \mu\text{gal}$  である。Cross level



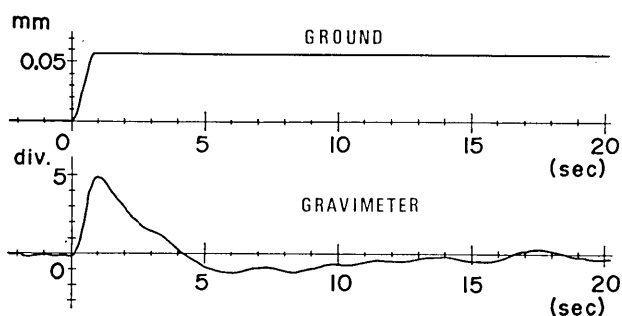


Fig. 11. Motion of the gravimeter beam activated by a step displacement.

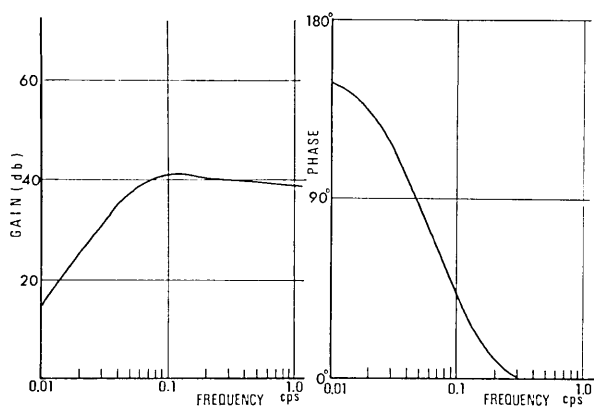


Fig. 12. Frequency characteristics of dynamical magnification (gain) (left side) and phase delay (right side) of gravimeter derived from step displacement test.

性を調べてみた。

原理は、インパルス応答を用いる場合 (MATUMOTO, 1958) と同様である。重力計をミリング (工作機械) のテーブルの上に置き、瞬間的にテーブルを約  $50\mu$  上げて、重力計にステップ状の変位を与え、そのステップの量と、重力計の応答の出力とを記録した。その記録を Fig. 11 に示す。重力計の出力には脈動の影響が見られるが、記録を読みとるときには記録の平滑化をおこなった。

ステップ応答により得られた重力計の特性を Fig. 12 に示す。伝達関数が一次遅れ要素であるとみなせる場合には、減衰定数がいかなる値であっても、位相差が  $90^\circ$  になるところが固有周波数であるから (萩原, 1957), この場合の固有周波数は  $0.047$  cps になる。周期でいえば  $21.3$  秒である。重力計の主ばねは、LaCoste のつり方によって斜めに張られている (Fig. 2)。このつり方は、固有周期を長くすることを目的として考えられたものである (LACOSTE, 1934)。したがって、重力計の主ばねによる固有周期が  $0.11$  秒 ( $9$  cps), あるいはそれより短い周期であるとは非常に考えにくい。ここで得られた  $21.3$  秒の固有周期は、主ばねに関するものと考えるのが適当である。そのように考えると、振動実験からわかった  $9$  cps の共振点は、緩衝用の補助ばねによるものと考えても良いと思われる。

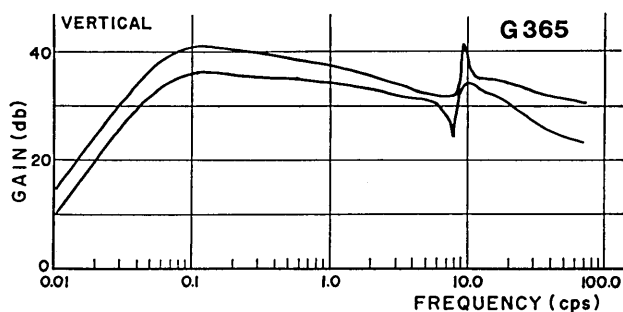


Fig. 13. Frequency characteristics of dynamical magnification (gain) of gravimeter in regard to displacement derived from vibration and step displacement tests. Two curves indicate a range of scattering experimental values.

振動実験より得られた上下動に対するゲインの周波数特性 (Fig. 8) と、ステップ応答より得られたゲインの周波数特性を 1 cps 前後のところではつなぎ合わせ、一つの図にまとめたのを Fig. 13 に示す。この図で、二本の線は、実験値のばらつきを示したものである。

## 5. LaCoste & Romberg 重力計の力学モデル

### 5-1 モデル

今回の実験で得られた、重力計の振動に対する応答特性を説明できるような、力学モデルを考えてみる。Fig. 2 をもとにしてつくったモデルを Fig. 14 に示す。以前にも、LaCoste のつり方に関する議論はいくつかある (MELTON, 1971; 坪川・大森, 1969) が、いずれの場合も、主ばねのみを考えたモデルを静力学的に扱っている。ここで示したモデルでは、主ばねの他に緩衝用の補助ばねを加え、ビームの動きを自由度 2 の振動系として考えることにした。

Fig. 14 で、O 点、A 点が支点である。ビームは、先端に重錘が付けられていて、ビーム全体の質量が  $m$  で、重心が B 点にくるようになっている。また、ビームは、

B 点と C 点でそれぞれ、A 点からはられた主ばね (ばね定数  $k_1$ ) と、O 点からはられた緩衝用の補助ばね (ばね定数  $k_2$ ) によって支えられている。また、A 点、B 点、O 点は鉛直面内にある。OZ は鉛直方向、OX は水平方向を示し、一般性をもたせるために、OA、OB の方向は、それぞれ、OZ、OX の方向と一致していない。各部の長さ、および、角を Fig. 14 に書き入れてある。

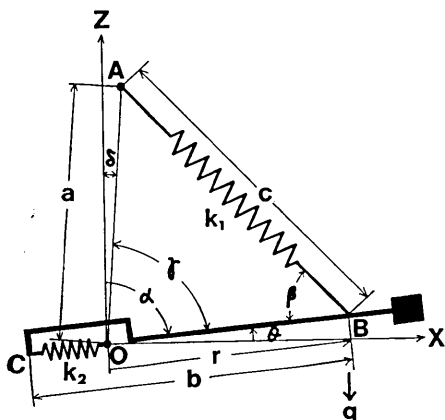


Fig. 14. Diagram of dynamic model of gravimeter.

主ばねには、はじめの長さ 0 のばね (zero-length spring) が使われているは

ずであるが、一般性をもたせるために、ここでは、主ばねの張力 0 のときの長さを  $p_1$ 、また、緩衝用の補助ばねの張力 0 のときの長さを  $p_2$  とする。つりあいの状態での主ばねと緩衝用の補助ばねののびを、それぞれ、 $l_1$ 、 $l_2$  とすると、

$$c = p_1 + l_1 \quad (1)$$

$$b - r = p_2 + l_2 \quad (2)$$

となる。

## 5-2 振動方程式

まず、つりあいの条件を導く。O 点のまわりの力のモーメント ( $M_\theta$ ) のつりあいの条件は、

$$M_\theta = k_1 l_1 r \sin \beta - mgr \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

$r$  方向の力 ( $F_r$ ) のつりあいの条件は、

$$F_r = k_2 l_2 - k_1 l_1 \cos \beta - mg \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

である。ここで、 $\theta$  の正の向きを反時計回りに、 $r$  の正の向きを  $\vec{OB}$  の向きにとる。つぎに、外力を加えて、つりあいの位置から微小量ずれたときの復元力について調べてみる。ビームの動きは、 $\theta$  方向の動き (ビームと水平とのなす角度が変わる) と、 $r$  方向の動き (O 点と B 点との距離が変わる) とを合成したものと考えられる。主ばねと緩衝用の補助ばねが、それぞれ、微小量  $dl_1$ 、 $dl_2$  伸び、それにともない、ビームと OZ とのなす角  $\alpha$  と、ビームと BA とのなす角  $\beta$  とが、それぞれ、微小量  $d\alpha$ 、 $d\beta$  変化したとすると、式 (3) (4) より、

$$dM_\theta = -k_1 r \sin \beta dl_1 - k_1 l_1 r \cos \beta d\beta + k_1 l_1 r \cot \alpha \sin \beta d\alpha \quad (5)$$

$$dF_r = k_2 dl_2 - k_1 \cos \beta dl_1 + k_1 l_1 \sin \beta d\beta + k_1 l_1 \sin \beta d\alpha \quad (6)$$

となる。さらに、

$$dl_2 = -dr \quad (7)$$

$$d\alpha = -d\theta \quad (8)$$

の関係があるから、式 (5) (6) はそれぞれ、

$$dM_\theta = k_1 r \sin \beta dl_1 - k_1 l_1 r \cos \beta d\beta - k_1 l_1 r \cot \alpha \sin \beta d\theta \quad (9)$$

$$dF_r = -k_2 dr - k_1 \cos \beta dl_1 + k_1 l_1 \sin \beta d\beta - k_1 l_1 \sin \beta d\theta \quad (10)$$

となる。また、三角形 OAB について、

$$c^2 = (p_1 + l_1)^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos \gamma \quad (11)$$

$$\sin \beta / a = \sin \gamma / c \quad (12)$$

の関係が成り立つので、

$$dl_1 = \frac{r - a \cos \gamma}{c} dr - \frac{ar \sin \gamma}{c} d\theta \quad (13)$$

$$d\beta = -\frac{a \cos \gamma}{c \cos \beta} d\theta - \frac{\sin \beta}{c \cos \beta} dl_1 \quad (14)$$

の関係が導かれる。式 (13) (14) を用いて、式 (9) (10) を  $dr$  と  $d\theta$  だけの式に直すと、復元力は、

$$dF_\theta = -\Theta_r dr - \Theta_\theta d\theta \quad (15)$$

$$dF_r = -R_r dr - R_\theta d\theta \quad (16)$$

となる。ここで、

$$dF_\theta = dM_\theta / r \quad (17)$$

$$\Theta_r = \frac{k_1 p_1 \sin \beta (r - a \cos \gamma)}{c^2} \quad (18)$$

$$\Theta_\theta = k_1 \left\{ \frac{l_1 (a \cos \gamma - c \cot \alpha \sin \beta)}{cr} + \frac{a p_1 \sin \beta \sin \gamma}{c^2} \right\} \quad (19)$$

$$R_r = k_1 \frac{\sec \beta (r - a \cos \gamma) (c \cos^2 \beta + l_1 \sin^2 \beta)}{c^2} + k_2 \quad (20)$$

$$R_\theta = k_1 \left\{ \frac{a \sec \beta \sin \gamma (\cos^2 \beta + l_1 \sin^2 \beta)}{c^2} - \frac{a l_1 \cos \gamma \tan \beta}{cr} - \frac{l_1 \sin \beta}{r} \right\} \quad (21)$$

である。 $R_r$ ,  $R_\theta$ ,  $\Theta_r$ ,  $\Theta_\theta$  は変数であるが、ここでは、微小変位の場合を問題にしているので、2次以上の微小量を省略して、定数と考えることにする。また、式 (18)~(21) に現われている  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $c$  などの変数は、すべて、つりあいの位置での値をとるものとする。

式 (15) (16) を用いて、外力が加わった場合の運動方程式を導くと、

$$M_1 \frac{d^2 \theta'}{dt^2} + \lambda_1 \frac{d\theta'}{dt} + (\Theta_\theta + \lambda_2) \theta' + \Theta_r r = -M_1 \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (22)$$

$$M_2 \frac{d^2 r}{dt^2} + \lambda_3 \frac{dr}{dt} + (R_r + \lambda_4) r + R_\theta \theta' = -M_2 \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (23)$$

となる。ここで、式 (22) (23) のなかの変数の次元をそろえるために、

$$\theta' = r_0 \theta \quad (24)$$

という変数を用いた ( $r_0$  はつりあいの位置での OB の長さを表わす)。また、 $M_1$  はビームの O 点のまわりの慣性能率 (質量の次元にするために  $r_0$  で割ってある)、 $M_2$  はビームの質量 ( $M_2 = m$ )、 $\lambda_1$  と  $\lambda_3$  は流体まきつ係数、 $\lambda_2$  と  $\lambda_4$  は固体まきつ係数である。

計算を簡単にするために、最初のつりあいの位置では、 $z$  方向と  $\theta$  方向、 $x$  方向と  $r$  方向が、それぞれ合致していると考え。つまり、Fig. 14 において、A 点が OZ 上にある ( $\theta = 0$ )、B 点が OX 上にある場合を考える。また、式 (22) (23) で、外力が鉛直方向のみに働く場合には、式 (23) の右辺は 0 であり、外力が水平方向のみに働く場合には、式 (22) の右辺は 0 である。ここで、振動系の性質を表わす次の諸量を定義する。

$$\omega_1^2 = (\Theta_\theta + \lambda_2) / M_1 \quad (25)$$

$$\omega_2^2 = (R_r + \lambda_4) / M_2 \quad (26)$$

$$h_1 = \lambda_1 / 2M_1\omega_1 \quad (27)$$

$$h_2 = \lambda_2 / 2M_2\omega_2 \quad (28)$$

$$\varepsilon^2 = \Theta_r R_\theta / (\Theta_\theta + \lambda_2)(R_r + \lambda_4) \quad (29)$$

ここで、 $\omega_1$  は  $\theta$  方向の固有角周波数、 $h_1$  は  $\theta$  方向の減衰定数、 $\omega_2$  は  $r$  方向の固有角周波数、 $h_2$  は  $r$  方向の減衰定数である。

式 (22) (23) の微分方程式を解くのに、 $\exp(i\omega t)$  に比例する解を仮定することにする。鉛直方向に振動  $Z = C \exp(i\omega t)$  が加わった場合は、解を  $\theta' = A \exp(i\omega t)$ 、 $r = B \exp(i\omega t)$  と仮定すると、

$$\frac{A}{C} = \frac{\left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2}\right) - \frac{2\omega_2 h_2 i}{\omega}}{\left\{4 \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega^2} h_1 h_2 - \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2}\right) + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{\omega^4} \varepsilon^2\right\} + \frac{2}{\omega} \left\{\omega_1 h_1 \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2}\right) + \omega_2 h_2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)\right\} i} \quad (30)$$

となる。重力計の出力に対応するものは  $\theta'$  であるから、ゲインに相当するものは  $|A/C|$  である。同様に、水平方向に振動  $x = C \exp(i\omega t)$  が加わった場合には、

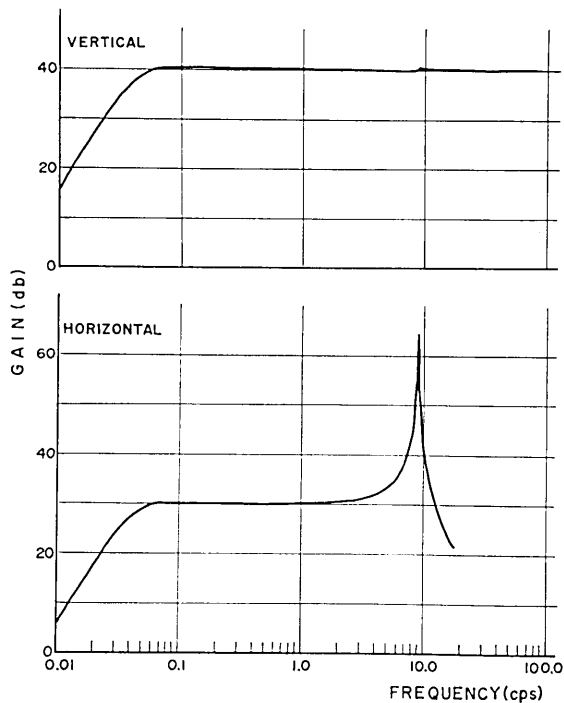


Fig. 15. Frequency characteristics of dynamical magnification in regard to displacement computed from gravimeter model.

Table 1. Parameters of the gravimeter model.

$\omega_1$	0.295 radian per second
$\omega_2$	56.5 radian per second
$h_1$	0.57
$h_2$	0.0088
$\varepsilon$	0.5

$$\frac{A}{C} = \frac{\frac{\theta_r}{M_1 \omega^2}}{\left\{ 4 \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega^2} h_1 h_2 - \left( 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2} \right) + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{\omega^4} \varepsilon^2 \right\} + \frac{2}{\omega} \left\{ \omega_1 h_1 \left( 1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2} \right) + \omega_2 h_2 \left( 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \right) \right\}} i \quad (31)$$

となる。

式 (30) (31) を用いて、ゲインの周波数特性を計算できるので、パラメータを適当に選んで、実験結果に合うようにした。その結果を Fig. 15 に示す。Cross level 方向に振動が加わった場合については、このモデルでは説明できない。また、cross level 方向の振動による影響はあまり問題とならないので、ここでは、cross level 方向については考えないことにする。Fig. 15 で用いられているパラメータの値は、Table 1 に示されている。この結果をみると、 $r$  方向の振動の減衰定数が、 $\theta$  方向のそれと比べて非常に小さいことがわかる。

このモデルでよく説明できないことは、実験によって得られた水平動の周波数特性に見られる 20 cps の共振点がないことと、上下動の周波数特性で、9 cps の共振点が顕著にあらわれないことである。これらの現象をも説明するためには、自由度を増やした、もっと複雑な系を考える必要がある。

### 5-3 モデルの応用

このモデルを用いて、重力計で地球潮汐や地球の自由振動を観測する場合の、感度と位相遅れの問題について考えてみる。Table 1 で示されているパラメータの値を用いて、鉛直方向の加速度に対する感度を計算してみると Fig. 16 のようになる。おおざっぱに見る

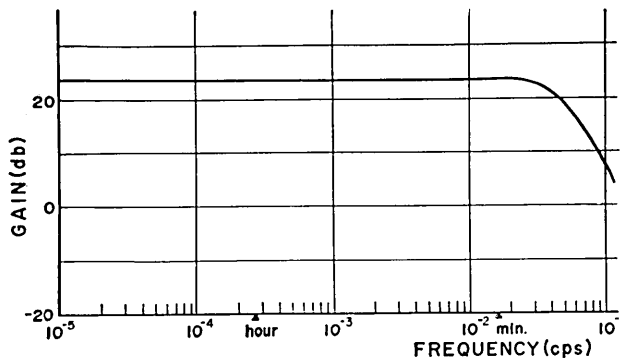


Fig. 16. Frequency characteristics of dynamical sensibility in regard to acceleration computed from gravimeter model.

と、1分より長い周期の加速度に対して平坦な感度特性をもっていることがわかる。

地球潮汐や地球の自由振動の周波数領域について、相対的な感度の特性を拡大してみると、Fig. 17 のようになる。図中、Bで示される曲線は、Table 1 に示されているパラメータを用いて計算したもので、Aで示される曲線は  $\omega_1=0.4$  radian per second (固有周期 15.7 秒)、Cで示される曲線は  $\omega_1=0.2$  radian per second (固有周期 31.4 秒) としてそれぞれ計算したものである。この図によると、地球潮汐を観測する場合、感度の変化は高々  $10^{-4}$  であるから、感度の変化による観測誤差は問題にならないことがわかる。地球

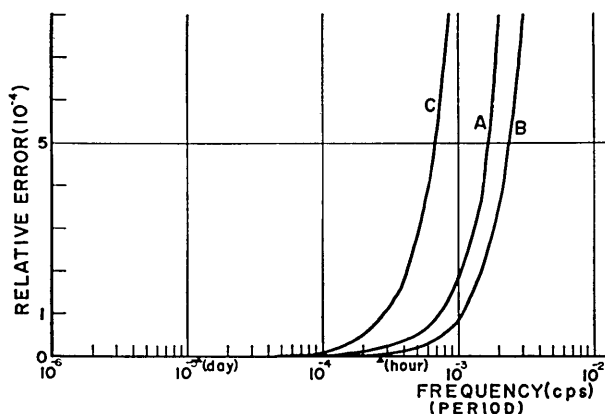


Fig. 17. Frequency characteristics of relative sensibility in regard to acceleration computed from gravimeter model.

- A:  $\omega_1=0.4$  radian per second
- B:  $\omega_1=0.295$  radian per second
- C:  $\omega_1=0.2$  radian per second

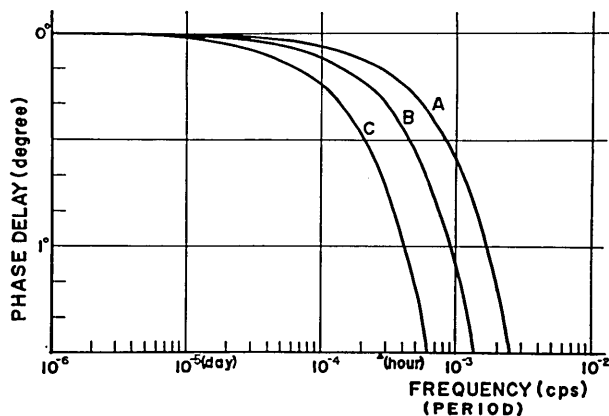


Fig. 18. Frequency characteristics of phase delay in regard to acceleration computed from gravimeter model.

- A:  $\omega_1=0.4$  radian per second
- B:  $\omega_1=0.295$  radian per second
- C:  $\omega_1=0.2$  radian per second

の自由振動を観測する場合も、感度に関して、1% 程度の誤差がみこまれるが、それほど問題にならない。

つぎに、位相差の特性を Fig. 18 に示す。図中の A, B, C は Fig. 17 の場合と同じ意味である。この図によると、地球潮汐を観測する場合、半日潮で約 10' の器械的な位相遅れが予想される。

#### 5-4 ゼロ点移動

モデルを用いて、ゼロ点移動の現象を再現し、ゼロ点移動のおこる原因について考えてみることにする。式 (22) (23) は線型の微分方程式なので、ゼロ点移動の現象を再現するには、非線型の項を付け加える必要がある。そこで、つぎに示すような方程式を考えてみる。

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + C_1 \frac{dr}{dt} + C_2 r + C_3 \theta' = -\frac{d^2 x}{dt^2} \quad (32)$$

$$\frac{d^2 \theta'}{dt^2} + C_4 \frac{d\theta'}{dt} + C_5 \theta' + C_6 r + D_1 \left( \frac{d\theta'}{dt} \right)^2 + D_2 \theta'^2 = -\frac{d^2 z}{dt^2} \quad (33)$$

式 (33) は、式 (22) に速度の 2 乗に比例する項と、変位の 2 乗に比例する項を加えたものである。速度の 2 乗に比例する項は、非対称の制動力を意味し、変位の 2 乗に比例する項は、非対称の復元力を意味する。 $\theta$  方向にのみ、非対称な制動力と復元力を考えた根拠は、

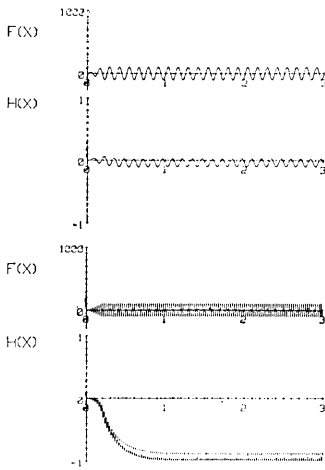


Fig. 19. Computer simulation of non-linear vibrations.

$F(X)$ : forced vibrations in  $x$ -direction (input)

$H(X)$ : induced vibrations in  $\theta$ -direction (output)

$x=0.1$  (amplitude of forced vibrations),  
 $C_1=2800$ ,  $C_2=16660$ ,  $C_3=-4900$ ,  $C_4=1400$ ,  
 $C_5=3430$ ,  $C_6=2450$ ,  $D_1=28000$ ,  $D_2=0$  (coefficients of equations (32) and (33))

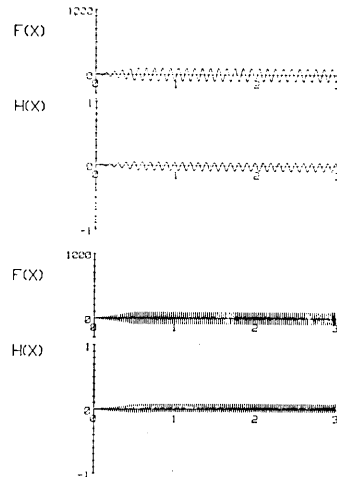


Fig. 20. Computer simulation of non-linear vibrations.

$F(X)$ : forced vibrations in  $x$ -direction (input)

$H(X)$ : induced vibrations in  $\theta$ -direction (output)

$x=0.1$  (amplitude of forced vibrations),  
 $C_1=2800$ ,  $C_2=16660$ ,  $C_3=-4900$ ,  $C_4=1400$ ,  
 $C_5=3430$ ,  $C_6=2450$ ,  $D_1=-1400$ ,  $D_2=34300000$  (coefficients of equations (32) and (33))



Fig. 2 によると、ダンパーがビームの下側にしかついていないので、ビームの  $\theta$  方向の運動に対しては、ダンパーは非対称に作用する可能性があり、また、 $r$  方向に関しては、ダンパーは対称な形をしているので、ビームの  $r$  方向の運動に対しては、ダンパーは非対称には作用しないであろうと考えたからである。

式 (32) (33) を差分方程式で近似して、パラメータの値を適当に選んで数値計算した結果を、Fig. 19, Fig. 20 に示す。図の中で、 $F(x)$  は水平方向の外力、 $H(x)$  は重力計の出力を表わす。

Fig. 19 ではゼロ点移動の現象がはっきりと見られる。周波数が高くなるにつれて、ゼロ点移動の量が大きくなることもよくわかる。ただし、この程度の大きさのゼロ点移動がおこるためには、速度の 2 乗に比例する項が、速度に比例する項の 20 倍である必要がある。これは、かなりの非対称な制動力を意味する。Fig. 20 では、ゼロ点移動の方向が、周波数によって逆転するという現象が見られる。この場合には、速度の 2 乗に比例する項と、変位の 2 乗に比例する項の両方を考え、かつ、両者の符号を互いに反対にしてある。ただし、この場合には、ゼロ点移動の量を大きくすることはできない。

線型の振動方程式に 2 次の項を付け加えたことによって、ゼロ点移動の現象をある程度説明できる。しかし、ゼロ点移動の量が大きく、かつ、周波数によって、ゼロ点移動の方向が何度も変わるとい現象は、このモデルでは説明できない。この現象を説明するためには、周波数によってダンパーとばねの特性が極端に変わることが必要であるが、これは考えにくい。もっと複雑なモデルを考える必要がある。しかし、これまでの考察で、ゼロ点移動のおこる原因の一つとして、ダンパーの  $\theta$  方向に関する非対称性をあげることができそうである。

## 6. 等価回路

重力測定中の振動の影響を除去する方法として、次の 2 つの方法が考えられる。1 つの方法は、重力計に振動が加わらないようにすることであり、もう 1 つの方法は、振動による影響を重力計の出力に対して補正することである。前者の方法は、LaCoste & Romberg 船上重力計などに応用されているが (LaCoste, 1967)、陸上での精密重力測定の場合には、船上での重力測定の場合に比べて、測定要求精度が高い (船上重力測定の場合は 10 m gal 程度、陸上での精密重力測定の場合は 10  $\mu$  gal 程度) ことや、道路沿いでの地盤の振動の周波数が高く、振幅も微小であることや、水準点の上で測定する必要があることや、重力計のレベルの変化をきわめて小さくしなければいけないことなどの理由で、後者の方法が適していると思われる。もっとも、振動のきわめて少ない場所で測定するにこしたことはないが、そのような場所は限られている。

そこで、振動の影響を補正することを目的として、今回の実験で得られた結果をもとにして、重力計の等価回路を設計してみた。将来、重力計にマイクロコンピュータを付属させて、測定中の脈動や交通による雑振動をデジタル処理しようという計画がある (萩原幸男・私信)。そのようなフィルターをつくるときに、この等価回路の定数が利用できる。

Fig. 8 と Fig. 10 をもとにして、実際の重力計の long level 方向の振動特性と同様な特性をもつ等価回路を設計した結果を、Fig. 21 と Fig. 22 に示す。Fig. 21 はゲインの

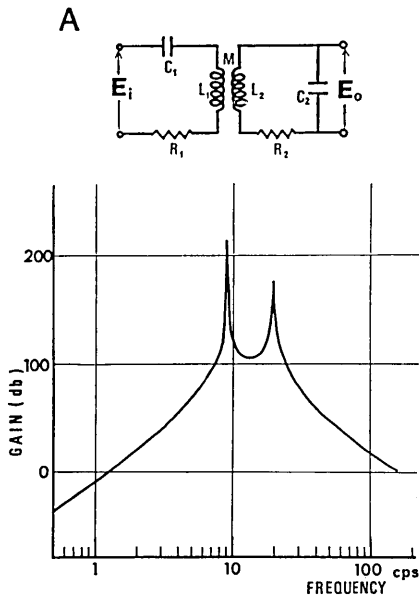


Fig. 21. Equivalent circuit of gravimeter, which represents the characteristics of dynamical magnification in regard to horizontal (long level direction) displacement.

$L$ : inductance unit in henry (H)  
 $R$ : resistance unit in ohm ( $\Omega$ )  
 $C$ : capacitance unit in farad (F)  
 $M$ : mutual inductance unit in henry (H)  
 $1/L_1C_1=3564$ ,  $1/L_2C_2=10671$ ,  $L_1/R_1=10000$ ,  $L_2/R_2=50$ ,  $M^2/L_1L_2=0.25$

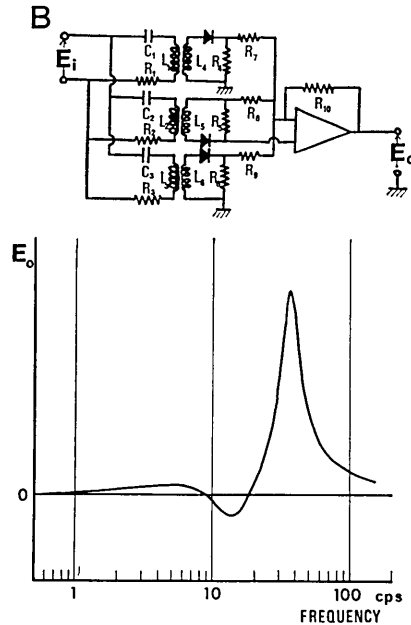


Fig. 22. Equivalent circuit of gravimeter, which represents the characteristics of shift of the vibration center.

$L$ : inductance unit in henry (H)  
 $R$ : resistance unit in ohm ( $\Omega$ )  
 $C$ : capacitance unit in farad (F)  
 $M$ : mutual inductance unit in henry (H)  
 $M_1^2/L_1L_4=M_2^2/L_2L_5=M_3^2/L_3L_6=0.25$   
 $L_1/R_1=L_2/R_2=L_3/R_3=0.02$ ,  $L_4/R_4=L_5/R_5=L_6/R_6=10$ ,  $1/L_1C_1=1600$ ,  $1/L_2C_2=6400$ ,  $1/L_3C_3=40000$

特性に関して、Fig. 22 はゼロ点移動の特性に関しての等価回路である。これら A、B の 2 つの回路は、ともに、振動の定常状態での特性のみを再現したものである。実際にデジタルフィルターを設計するためには、さらに、上下動の振動特性をもつ等価回路を考え、過渡現象、上下動と水平動とのカップリングの効果をも考慮する必要がある。

## 7. おわりに

今回の研究によって、重力測定中の道路の振動の影響で、数  $10 \mu\text{gal}$  程度の測定誤差がでる可能性があることがわかった。この量は、精密重力測定をしようとする場合には、絶対的に無視できない量である。そのような誤差のものである一つの原因として、重力計のダンパーがビームの鉛直方向の動きに対して非対称に働らくことが考えられた。また、緩衝用の補助ばねによる共振点が 9 cps にあるらしいことも悪い影響を与えていることがわかった。このような測定誤差を補正するためには、測定値の時系列を、マイクロコンピュータでデジタル処理するのが一案であろう。その準備として、今回、重力計の等価回路を設計し

てみたが、まだ不完全であり、今後改良していく必要がある。デジタル処理ができるようになれば、軟弱地盤のところでも精密な重力測定を行なうことが可能となり、重力測定が地震予知のための有効な手段としてもますます活用されることが期待される。

## 謝 辞

この研究を行なうにあたり、多くの方々のご指導とご協力を賜わった。

東京大学地震研究所の萩原幸男助教授には常にご指導にあずかり、同所の柳沢道夫氏には実験全般についてお世話になった。ここに両氏に深く感謝の意を表する。また、同所の笠原慶一教授にはステップ応答の実験でお世話になり有益な助言をいただいた。また、同所の技術部の安藤誠一氏には地震計による測定とステップ応答の実験の際、同所の井筒屋貞勝氏には道路の振動測定の際、同所の岡田義光氏と加藤照之氏には TSS 端末装置の使用の際、同所の柳沢馬住氏には振動台の使用の際それぞれお世話になった。同所の萩原研究室の各位には原稿を読んでいただき有益な助言をいただいた。LaCoste & Romberg 重力計は(株)日鉱探開からお借りした。以上の方々および関係者の方々に深く感謝の意を表す。なお、計算は、東京大学地震研究所の電子計算機と、東京大学大型計算機センターの電子計算機(課題番号: 5806403001)によって行なった。

## 文 献

- CLARKSON, H. N. and L. J. B. LACOSTE, 1956, An improved instrument for measurement of tidal variations in gravity, *Trans. Amer. Geophys. Union*, **37**, 266-272.
- 萩原尊礼, 1957, 振動測定, 宝文館, 50-110.
- HAMILTON, A. C. and B. G. BRULÉ, 1967, Vibration-induced drift in LaCoste and Romberg geodetic gravimeters, *J. Geophys. Res.*, **72**, 2187-2197.
- LACOSTE, L. J. B., 1934, A new type long period vertical seismograph, *Physics.*, **5**, 178-180.
- LACOSTE, L. J. B., 1967, Measurement of gravity at sea and in the air, *Reviews of Geophys.*, **5**, 477-526.
- MATUMOTO, T., 1958, Calibration of an electromagnetic seismograph by means of the frequency analysis, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **36**, 55-64.
- MELTON, B. S., 1971, The LaCoste suspension—Principles and practice, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **22**, 521-543.
- 中川一郎, 1971, 重力測量のまとめ, 測地学会誌, **17**, 67-75.
- 中川一郎ほか, 1973, LaCoste & Romberg 重力計 (G型) の特性について (第1報), 測地学会誌, **19**, 100-112.
- 中川一郎ほか, 1974, LaCoste & Romberg 重力計 (G型) の特性について (第2報), 測地学会誌, **20**, 133-142.
- 中井新二, 1975, LaCoste 重力計 G305 の特性について, 緯度観測所彙報, **15**, 76-83.
- 瀬戸孝夫, 1976, ラコスト重力計を重力変化計として用いた場合の感度特性について, 「地殻変動および地震に関連する重力変化についての基礎的研究」報告, 111-118.
- 坪川家恒・大森又吉, 1969, 測地学序説, 山海堂, 304-335.
- 坪川家恒, 1970, 重力測量の地震予知への利用, 地震研究所地震予知観測センター資料第1号, 53-57.
- 地震研究所小型長周期地震計開発プロジェクトチーム, 1974, 小型可搬長周期地震計の開発(その1), 地震研究所研究速報, **13**, 17-22.
- 柳沢道夫, 1974, TEM 傾斜計と赤金における傾斜観測, 測地学会誌, **20**, 169-177.

### 3. *Vibration Characteristics of LaCoste & Romberg Gravimeter.*

By Hideo HANADA,  
Earthquake Research Institute.

In case of outdoor measurements of gravity, the effect of vibration should be borne in mind. According to the actual road side seismometer measurements of ground vibration by traffic, its frequency distinguishes in a range from 5 cps to 10 cps with an amplitude amounting to several tens of microns. In order to estimate gravimetric errors due to such a vibration, we have made laboratory experiments with a LaCoste & Romberg gravimeter (G365) on a vibrating platform in a frequency range from 0.2 cps to 100 cps with an amplitude of several tens of microns. The results of these experiments show that the gravimeter beam resonates at 9 cps and 20 cps, and that the vibration center of the gravimeter beam shifts at any frequency (zero-point shift), and that the magnitude and the direction of zero-point shift varies with frequency. The effect of zero-point shift causes serious errors on gravity measurements, and, in an actual field survey, this error sometimes may amount to several tens of micro-gals. In this paper, a simulation model of a gravimeter is designed to explain the frequency characteristics including zero-point shift. Equivalent circuits of a gravimeter are also designed to eliminate vibration effects on gravimeter readings.