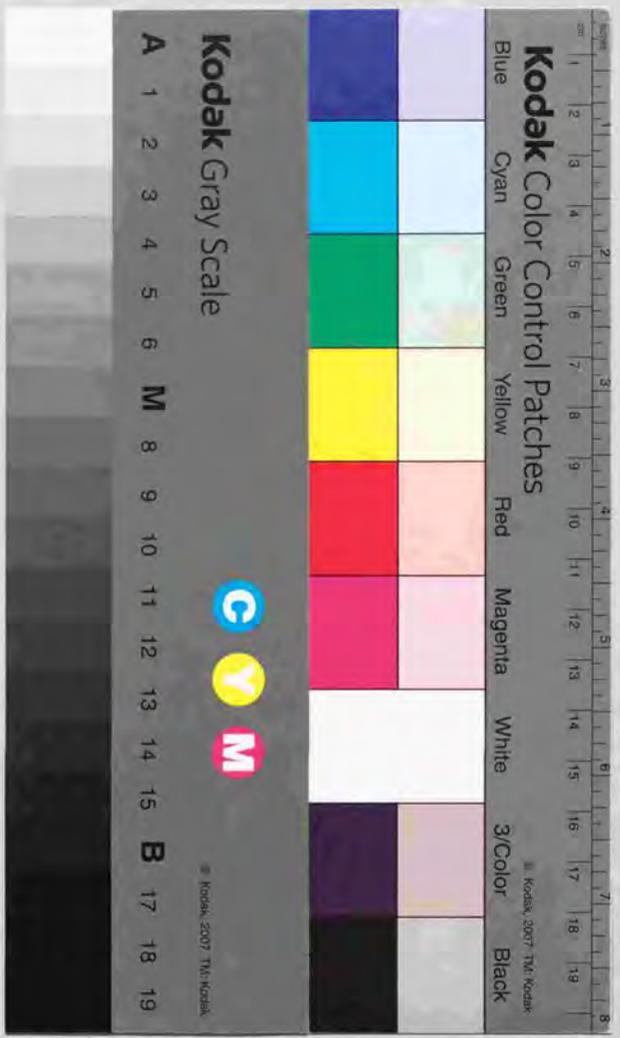


建造物周りの非定常流れのCFDに用いる
旋入翼助成の生成法に関する研究

1999年9月

近藤 敏二



①

構造物周りの非定常流れのCFDに用いる
流入変動風の生成法に関する研究

1999年9月

近藤 宏 二

論文の内容の要旨

論文題目 構造物周りの非定常流れのCFDに用いる
流入変動風の生成法に関する研究

氏名 近藤 宏二

構造物の耐風設計における検討項目は、ビル風、外装材・構造骨組の風荷重、風揺れに対する居住性能、空力不安定振動、部材の疲労損傷等多岐に渡る。これらの検討では、構造物周りの流れや壁面・屋根面に作用する風圧の性状を把握する必要がある。その方法として一般的に用いられるのが風洞実験であり、これまでに数多くの実績が積み重ねられ、一定の信頼性が確保できるようになって来ている。一方、近年、流体の支配方程式である Navier-Stokes (N-S) 方程式を数値計算で解く計算流体力学 (Computational Fluid Dynamics : CFD) も室内気流、ビル風、大気拡散、都市気候等の予測に関して、一部実用化されつつある。しかし、構造物の風荷重や振動の予測については、風圧の予測精度が十分検証できていないため、試験的な適用に留まっているのが現状である。これは、構造物周りの流れ場が剥離、渦発生等を含む複雑な流れであること、レイノルズ数が非常に高いこと、接近流が乱流境界層であること等によるためである。これらの課題を解決し、流体計算を実用化する方法として最も有望と考えられている手法の一つが、乱流のモデル化において計算格子内の空間平均あるいはフィルタリングの概念を導入した Large Eddy Simulation (LES) である。LES による非定常計算で乱流境界層中の構造物周りの流れを予測する場合、目標とする乱流境界層の統計的性質を流入境界でいかに再現するかが重要な問題となる。これは、時間的、空間

的に複雑に変動する構造物周りの流れや壁面・屋根面風圧の特性に接近流の風速勾配、乱れの強さ、乱れのスケール、パワースペクトル密度、空間相関等の統計的性質が大きく影響を及ぼすためである。しかし、所定の乱流統計量を満足する風速変動の時空間分布を求める方法は、まだ研究の緒についたばかりであり、研究すべき点が多く残されている。本研究では、この点に注目し、LESの流入境界に与える風速変動（以下、流入変動風）を生成する方法について研究した。

流入変動風を生成する方法は、以下の二つに分けることができる。

① 流体計算によって乱流場を計算する方法

② 乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法

前者の①の方法には、本計算の前にLESやDirect Numerical Simulation (DNS)を用いた時間発展型の計算で発達する乱流境界層を事前に計算しておく方法や風洞実験と同様にLESやDNSの流入境界付近やアプローチ部に乱流格子、ラフネスブロックを模擬した障害物を配置し、空間発展型の計算で乱流を発生させる方法がある。これらの方法の利点は、流体計算によって乱流境界層を発達させるため、計算中で生成された乱流場は、N-S方程式や連続式を満足しており、瞬時々の乱流の物理構造が再現されていることである。このため、生成した流入変動風をLESの流入境界に与えた場合、乱流の物理構造や統計的性質があまり変化することなく、N-S方程式、連続式を満足させることができる。しかし、この方法は、必ずしも目標の統計量を満たす風速波形が得られるとは限らず、場合によっては、計算不安定が生じることもある。

後者の②の方法には、速度の空間相関から与えられる波数空間での3次元エネルギースペクトルをターゲットとする方法と空間の同一点あるいは2点間の時刻歴情報から得られる周波数空間でのパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を目標とする方法がある。波数空間における方法は、波形生成の際に連続条件を課すことができること、LESの時間ステップごとに流入変動風を生成するため、コンピュータのディスク容量が少なくて済むこと等の利点を有する。しかし、建築分野で対象とする乱流境界層に対しては、流入変動風の生成時に目標とする3次元エネルギースペクトルを規定するのが困難である。

そこで本研究では、パワースペクトル密度、クロススペクトル密度が乱流境界層に対しても規定できる点に注目し、これらを目標とする周波数空間における生成法を採用した。この方法の場合、流入変動風を流入境界面の全格子点において同時に生成するのは困難であるため、既に生成した風速波形と相関するように新たに風速波形を生

成して行く逐次計算法を提案した。また、波形生成段階で連続条件を課すことができないため、生成した流入変動風が各時間ステップで連続式を満足するように変換させるdivergence-free操作法を提案し、計算時間の短縮やLESの中での乱流統計量の変化を少なくする上で一定の効果があることを確認した。

本手法の場合、流入変動風生成時に目標とするクロススペクトル密度マトリクスのモデル化が不可欠であるため、風洞床面上で発達した平板乱流境界層を対象として、乱流統計量に関する基礎データを風洞実験で収集し、パワースペクトル密度、クロススペクトル密度に及ぼす床面の拘束効果や空間上の離れた2点間の u_1 成分（主流方向成分）と u_3 成分（主流直交鉛直成分）の相関まで含めた詳細なモデル式を提案した。さらに提案したモデル式を基にクロススペクトル密度マトリクスの再現精度を種々変化させて流入変動風を生成し、それを用いたLESによって流入変動風生成時の空間相関の再現精度が計算結果に及ぼす影響を検討した。その結果、パワースペクトル密度のみを目標値として生成した流入変動風によるLESでは、目標とする乱流統計量を満足することができないが、同一成分間の空間相関まで再現した流入変動風を用いれば、ほぼ目標値の乱流統計量を再現できることを確認した。

本手法は、目標とするクロススペクトル密度マトリクスさえ規定すれば、流体計算で事前に乱流場を計算する方法では、再現不可能な現実的に有り得ないような流れ場も再現できるため、構造物周りの流れ場や壁面・屋根面風圧と流体の関わりを検証する際に有効な手段になるものと期待される。

本論文は、1章から6章および付録で構成されている。

第1章では、序論として本研究の背景と目的、流入変動風の生成に関する既往の研究と本研究の位置付けについて述べている。

第2章では、いくつかの流入変動風の生成法に関して、その概要を解説し、それぞれの方法の特徴を明らかにしている。また、著者等の流入変動風の生成法を解説し、第3章以降の流入変動風の生成に関する基礎資料としている。

第3章では、流入変動風を用いたLESの第一段階として行った一様等方性乱流のシミュレーション計算について述べている。その結果、生成した流入変動風の空間相関、パワースペクトル密度は、目標値と良く一致すること、divergence-free操作で速度のdivergenceレベルと計算時間を十分低減できること、divergence-free操作やLES中の各種の低減効果を考慮すれば流入変動風を用いたLESで乱流エネルギーの主流方向の減

衰過程を十分な精度で再現できることを結論としている。

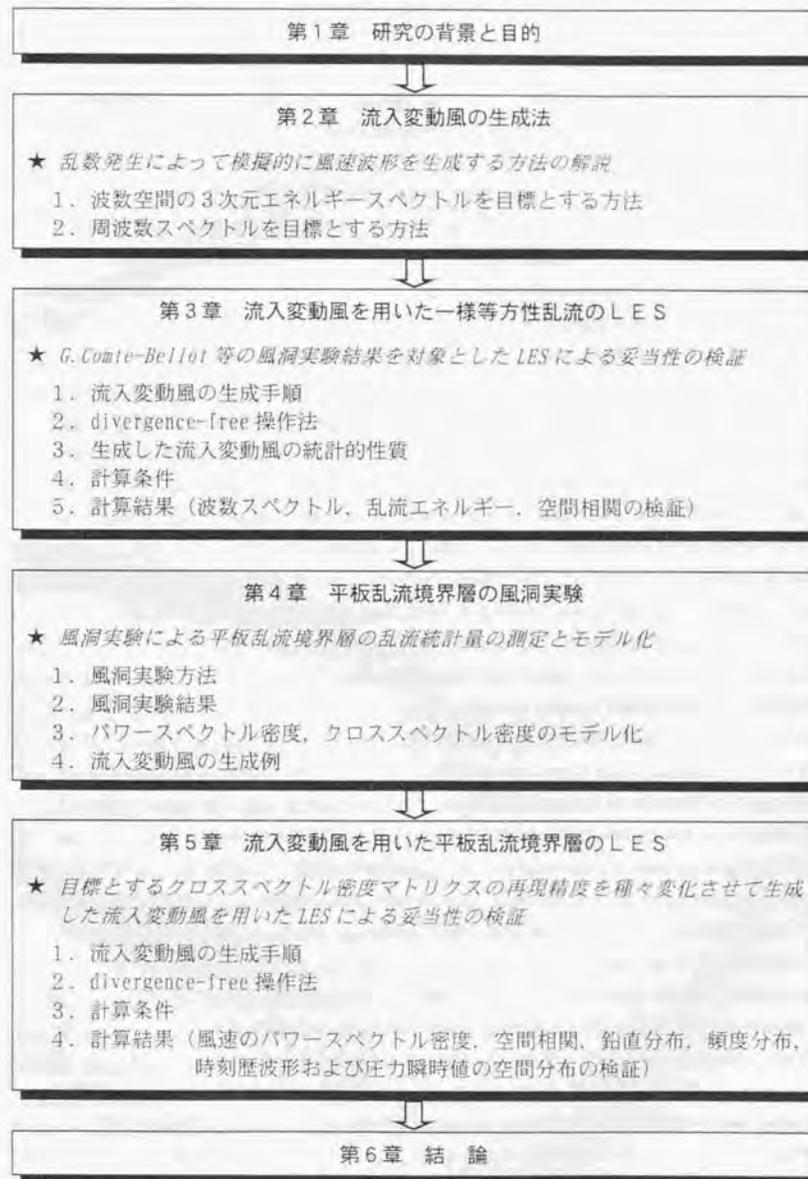
第4章では、平板乱流境界層を対象とした流入変動風の生成で目標とするクロスベクトル密度マトリクスをモデル化するために行った風洞実験およびモデル式の提案について述べている。その結果、風速のパワースペクトル密度やクロスベクトル密度（ルートコヒーレンス、フェイズ）には、床面の影響が明瞭に見られること、これらのモデル式に床面からの距離の関数を導入することで、床面の影響を取り込むことができること、モデル式から算定したクロスベクトル密度マトリクスを目標として、星谷の方法に基づく逐次計算法で流入変動風を生成した結果、ほぼ目標の統計量を満足する流入変動風を生成できることを結論としている。

第5章では、第4章で提案したパワースペクトル密度、クロスベクトル密度のモデル式を基にクロスベクトル密度マトリクスの再現精度を種々変化させて流入変動風を生成し、それを用いたLESによって流入変動風生成時の空間相関の再現精度が計算結果に及ぼす影響を検討した。その結果、パワースペクトル密度を目標値として流入変動風を生成しても、少なくとも同一成分間の空間相関を再現しなければ、目標とする乱流統計量を満足できないこと、同一成分間の空間相関のみ再現した場合と u_1 - u_3 成分（shear成分）間の空間相関まで再現した場合との差は、流入直後の領域を除けばそれ程大きくなく、両者ともほぼ目標値の乱流統計量を再現できることを結論としている。また、divergence-free操作により主に u_2 成分（主流直交水平成分）、 u_3 成分にフィルタ効果が生じるが、divergence-free操作を施さない場合もLESの流入境界付近で同様のフィルタ効果が生じること、divergence-free操作を施した流入変動風は、風速、圧力とも流入境界での変化が比較的少なくLESに馴染み易いこと、divergence-free操作を施すことで計算時間を短縮できること等からdivergence-free操作が有効であることを確認している。

第6章では、第2章から第5章までの検討で得られた結論をまとめて示している。

付録では、「3次元エネルギーベクトルと1次元エネルギーベクトルについて」、「一様等方性乱流の空間相関とパワースペクトル密度、クロスベクトル密度について」、「LES計算中のコロケーショングリッドにおけるフィルタ効果について」、「流入境界面の気流分布の2次元性確認実験」、「風洞実験による平板乱流境界層の空間相関」、「平板乱流境界層を対象とした流入変動風の生成結果およびLES計算結果のパワースペクトル密度」について詳しく述べており、本文の補足説明としている。

以下に本論文の構成をフローで示す。



SUMMARY

Study on method of generating inflow turbulence for CFD of unsteady flow around a structure

by Koji Kondo

In designing a structure, it is necessary to investigate a range of phenomena, such as wind environment, wind loads on cladding and structural frame, habitability under wind-induced vibration, aerodynamic instability, and fatigue damage to structural frame members. In doing this, we must examine the characteristics of the flow field around the structure and the pressure distribution on its surfaces. Wind tunnel experiments have traditionally been conducted, and many useful and reliable results have been obtained. Computational Fluid Dynamics (CFD) using governing equations of fluids, i.e. the Navier-Stokes (N-S) equations and the continuity equation, are applied to investigate room ventilation, wind environment, atmospheric dispersion and wind climate in cities. However, care is needed in applying this method to prediction of fluctuating wind loads or structural vibrations, because the accuracy of its results has not been confirmed. This is because the flow field around a structure is very complicated including separated flow and vortex shedding, the Reynolds number is very high, and the approaching flow is a turbulent boundary layer. One of the most potentially useful methods to resolve these issues and to put CFD to practical use is Large Eddy Simulation (LES), which introduces concepts of space averaging or filtering in computational grids. When we predict the flow field around a structure by unsteady computation using LES, it is important to use a reliable method of reproducing statistical characteristics of the turbulent boundary layer at the inflow boundary. This is because the statistical characteristics of the approaching flow, such as mean velocity profile, turbulence intensity, turbulence scale, power spectral density and spatial correlation, strongly influence the characteristics of the temporally and spatially fluctuating velocity field around the structure and the fluctuating pressure distribution on its surfaces. However, research has just started on development of a method for generating spatially distributed velocity fluctuations, which satisfy the prescribed turbulence statistics, and many issues remain to be resolved. With this in mind, the author has undertaken research into a method of generating velocity fluctuations for the inflow boundary condition (inflow turbulence) of CFD.

The methods of generating inflow turbulence can be classified into following two groups.

- (1) Computing turbulent flow field by CFD
- (2) Artificially simulating time series of velocity fluctuations by generating random numbers

The former method (1) is to conduct preliminary computation of a temporally developing turbulent boundary layer, such as a channel flow, using LES or Direct Numerical Simulation (DNS), or to generate the turbulent flow by turbulence grids or turbulence blocks set at the inflow boundary of the computational domain of LES or DNS. These methods have advantages that the turbulent flow generated in computational process satisfies the N-S equations and the continuity equation, and simulates the instantaneous coherent structure, as the turbulent boundary layer is developed by CFD. Therefore, when it is given as the inflow boundary condition for LES of flow around a structure, the N-S equations and the continuity equation is satisfied without transition of the statistical characteristics and the coherent structure. However, these methods require a large computational load and the turbulence statistics from the preliminary computations are not guaranteed to correspond to the prescribed target turbulence statistics.

The latter method (2) can be classified into two groups. One uses the 3-D energy spectrum in the wave number domain obtained from spatial correlation of velocity fluctuations as the target. This method has an advantage that the continuity condition can be imposed on the generation procedure. Furthermore, the time series of velocity fluctuations need not be stored, since inflow turbulence is generated at each time step of the LES. Thus, the computer memory required for this method is usually less than that for a method described below. In the boundary layer flow, however, it is hard to prescribe the 3-D energy spectrum as the target. This is a very serious disadvantage of this method from the viewpoint of application to Computational Wind Engineering (CWE).

The other group uses power spectral density and cross-spectral density in the frequency domain obtained from the time series of velocity fluctuations at the same point or two different points. Compared with the 3-D energy spectrum, these frequency spectra can be relatively easily defined as targets from measured data of boundary layer flow. This is a very important advantage of the latter method based on frequency spectra over the former method utilizing the 3-D energy spectrum in the wave number domain. However, the continuity condition cannot be imposed on the generation procedure with this method. Therefore, divergence-free operation is indispensable in making inflow turbulence satisfy the continuity equation after the generation procedure. This divergence-free operation significantly improves the convergence of LES and reduces the transition of turbulence statistics just behind the inflow boundary. Furthermore, a step-by-step generation method considering conditioned probability density is employed since the inflow turbulence cannot be

generated at all grid points simultaneously. The advantages and disadvantages of these methods were considered, and the latter was employed in this study.

Modeling of the target cross-spectral density matrix, which is considered as target at inflow turbulence generation, is indispensable for this generation method. For this purpose, fundamental turbulence statistics of turbulent boundary layer developed over a flat plate were measured by a wind tunnel experiment. We proposed detailed model equations of power spectral density and cross-spectral density considering the influence of the wind tunnel floor and the cross correlation between u_1 (velocity component in the main flow direction) and u_3 (velocity component in the vertical cross-flow direction) components at two different points. This paper also investigated how the degree of correspondence of cross-spectral density matrix of generated inflow turbulence with the target cross-spectral density matrix influenced the LES results of a turbulent boundary layer. Some types of inflow turbulence were generated by this method considering several reproduction levels of target cross-spectral density matrices. LES was conducted using the above types of inflow turbulence. The results of this calculation clarified the following. The LES results using generated inflow turbulence considering only power spectra could not reproduce the target turbulence statistics. However, if the cross-spectra of the normal components were reproduced in the inflow turbulence generation, the target turbulence quantities of grid scale components were reproduced well.

Since this method can reproduce various kinds of flow field that cannot be reproduced by CFD methods, it is expected to become a very useful tool for investigating interaction between flow fields around structures and pressure distributions on its surfaces.

This paper consists of chapters 1 to 6 and appendices.

Chapter 1 discusses the background to this study and its objectives, and the relationship between this study and previously conducted results.

Chapter 2 outlines several methods for inflow turbulence generation and clarifies their characteristics. The author's method of generating inflow turbulence is explained in detail here for fundamental materials of inflow turbulence generation in and after chapter 3.

Chapter 3 describes the simulation results of the isotropic turbulence for the first stage of LES using generated inflow turbulence. The results of this simulation clarified the following. The spatial correlation and power spectral density obtained from the generated inflow turbulence agreed well with the prescribed target values. The generated inflow turbulence could be modified to satisfy the continuity equation by divergence-free operation and the level of velocity divergence could be reduced sufficiently. The decay of turbulence kinetic energy in the streamwise direction was reproduced well by LES using the inflow turbulence.

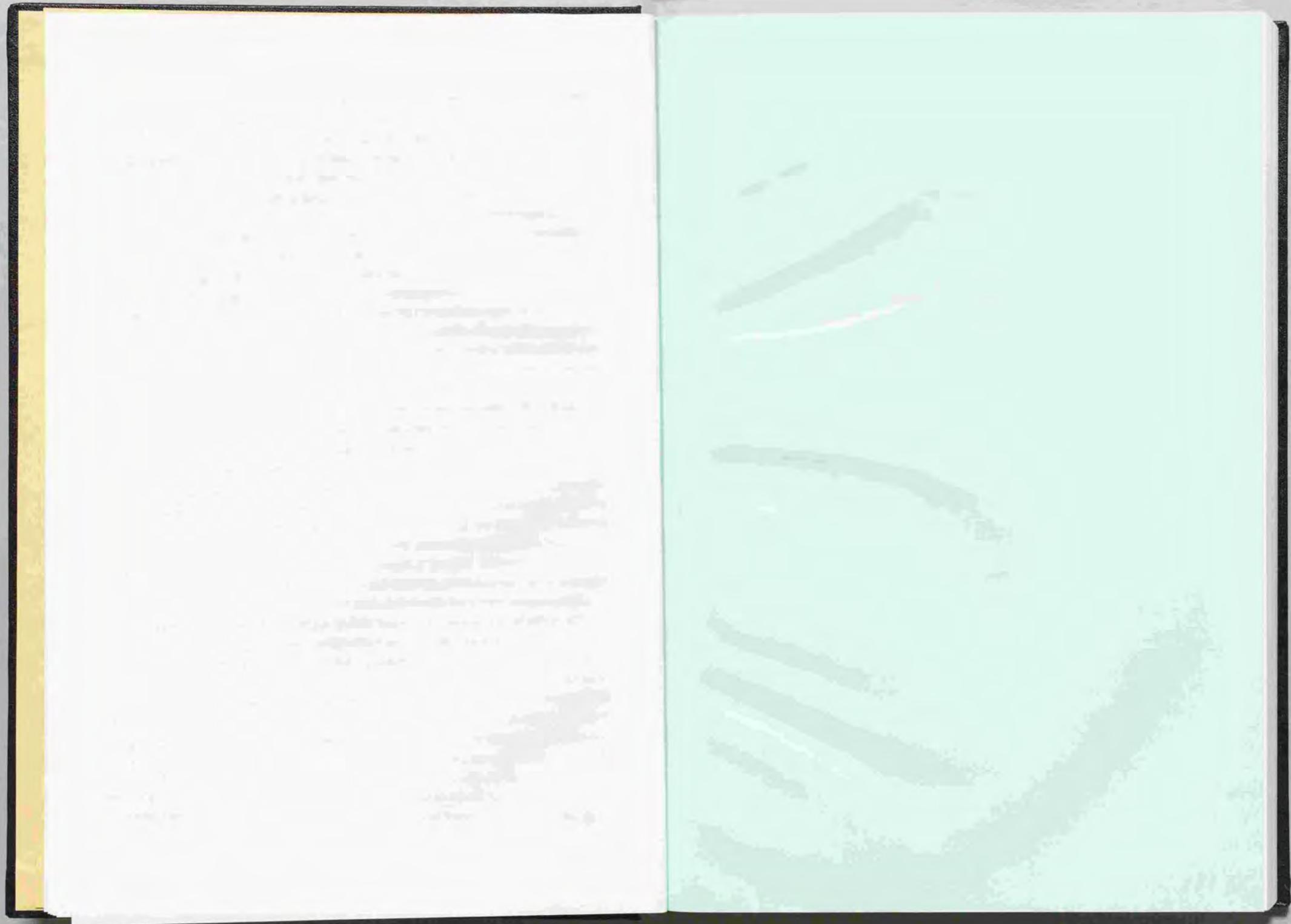
Chapter 4 refers to the wind tunnel test results conducted for modeling the cross-spectral density matrix for use as targets of inflow turbulence generation for the LES of the turbulent boundary layer developed over a flat plate and the proposal of model equations. Since the

influence of the wind tunnel floor was clearly observed in the power spectra, the root coherences and the phases, the parameters for their model equations were modified to reproduce the influence of the floor by introducing the function of height in their expression. The inflow turbulences were generated by a step-by-step method based on Monte-Carlo simulation considering the cross-spectral density matrix calculated from model equations as targets. As a result of these procedures, the generated inflow turbulence satisfied the prescribed target spectra.

Chapter 5 discusses how the degree of correspondence of the cross-spectral density matrix of the generated inflow turbulence with the target cross-spectral density matrix proposed in chapter 4 influenced the LES results of the turbulent boundary layer. Some types of inflow turbulence were generated considering several reproduction levels of target cross-spectral density matrices. LES was conducted using the above types of inflow turbulence. The results of this simulation clarified the following. Reproduction of the cross-spectra of the normal components u_1-u_1 , u_2-u_2 , u_3-u_3 (u_2 : velocity component in the horizontal cross-flow direction) in the inflow turbulence generation was very important in reproducing power spectra, spatial correlation and turbulence statistics of wind velocity profiles in LES. When the cross-spectra of the shear component u_1-u_3 were included in addition to those of the normal components, the spatial correlation of the shear component just behind the inflow boundary was more reproducible. However, there were no differences in other regions between the LES results with the cross-spectra of u_1-u_1 , u_2-u_2 , u_3-u_3 components and those with u_1-u_1 , u_2-u_2 , u_3-u_3 and u_1-u_3 components, and the target turbulence quantities of grid scale components were reproduced well in each case. The divergence-free operation influenced the u_2 and u_3 components. Without the divergence-free operation, however, a similar filter effect was observed near the inflow boundary. Divergence-free operation was effective because it improved the convergence of LES and reduced the transition of turbulence statistics just behind the inflow boundary.

Chapter 6 summarizes the results of chapters 2 to 5.

The following appendices are attached for the supplementary explanation of the text. "Three-dimensional energy spectrum and one-dimensional energy spectrum", "Spatial correlation, power spectral density and cross-spectral density of isotropic turbulence", "Filter effect of collocated grid in LES", "Verification experiment of two-dimensionality of velocity distributions at inflow boundary plane", "Spatial correlation of turbulent boundary layer developed over a flat plate obtained by wind tunnel experiment", "Power spectral densities of generated inflow turbulence and LES results of turbulent boundary layer developed over a flat plate".



第1章 序論

1. 1 本研究の背景と目的	1
1. 2 既往の研究の概要と本研究の位置付け	4
1. 3 本論文の構成	9

第2章 流入変動風の生成法

2. 1 はじめに	15
2. 2 乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法	16
2. 2. 1 波数空間の3次元エネルギースペクトルを目標とする方法	16
2. 2. 2 周波数スペクトルを目標とする方法	19
(1) 周波数領域における方法	19
(a) 星谷の方法(筆者等の方法)	19
(b) 丸山の方法	26
(2) 時間領域における方法(岩谷の方法)	29

第3章 流入変動風を用いた一様等方性乱流のLES

3. 1 はじめに	35
3. 2 流入変動風の生成	36
3. 3 divergence-free 操作	39
3. 4 生成した流入変動風の統計的性質	42
(1) パワースペクトル密度	42
(2) 空間相関	44
3. 5 計算条件	46
(1) 流入量一定操作	47
(2) フィルタ処理	48
3. 6 計算結果	50
(1) 波数スペクトル	50
(2) 乱流エネルギー	59
(3) 空間相関	60
3. 7 まとめ	64

4章 平板乱流境界層の風洞実験	
4.1 はじめに	67
4.2 風洞実験方法	69
(1) 風洞装置	69
(2) 実験方法	70
4.3 風洞実験結果	74
(1) 各種乱流統計量の鉛直分布	74
(2) 頻度分布	75
(3) 流れ方向の境界層の発達状況	79
(4) パワースペクトル密度	81
(5) 空間相関	83
4.4 平板乱流境界層の統計的性質のモデル化	88
(1) 構造物周辺気流のLESで再現される周波数範囲について	88
(2) 高さ x_3 の1点におけるパワースペクトル密度	89
(3) x_2 - x_3 面内の l, p 点間のルートコヒーレンス、フェイズ	91
4.5 流入変動風の生成	95
4.6 まとめ	99
第5章 流入変動風を用いた平板乱流境界層のLES	
5.1 はじめに	102
5.2 計算条件	103
5.3 divergence-free 操作	109
5.4 計算結果	111
5.4.1 パワースペクトル密度	111
(1) 生成した流入変動風のパワースペクトル密度	112
(2) 生成した流入変動風に対する事前処理後のパワースペクトル密度	112
(3) LESの計算結果のパワースペクトル密度	113
5.4.2 空間相関	124
(1) 空間相関を考慮していない場合	124
(2) 同一成分間の空間相関のみ考慮した場合	124

(3) 同一成分間および u_1 成分と u_3 成分間の空間相関を考慮した場合	125
(4) divergence-free 操作を施した場合	125
5.4.3 平均風速・変動風速の鉛直分布	132
(1) パワースペクトル密度、空間相関とも考慮していない場合	132
(2) パワースペクトル密度のみ考慮し、空間相関を考慮していない場合	132
(3) パワースペクトル密度と同一成分間の空間相関を考慮した場合	133
(4) パワースペクトル密度と同一成分間および u_1 成分と u_3 成分間の空間相関を考慮した場合	133
(5) divergence-free 操作を施した場合	134
5.4.4 圧力の瞬間値の空間分布	137
(1) パワースペクトル密度、空間相関とも考慮していない場合	137
(2) パワースペクトル密度のみ考慮し、空間相関を考慮していない場合	137
(3) パワースペクトル密度と同一成分間の空間相関を考慮した場合	137
(4) パワースペクトル密度と同一成分間および u_1 成分と u_3 成分間の空間相関を考慮した場合	137
(5) divergence-free 操作を施した場合	137
5.4.5 風速変動の頻度分布	140
(1) 風洞実験	140
(2) パワースペクトル密度、空間相関とも考慮していない場合	140
(3) パワースペクトル密度のみ考慮し、空間相関を考慮していない場合	141
(4) パワースペクトル密度と同一成分間の空間相関を考慮した場合	141
(5) パワースペクトル密度と同一成分間および u_1 成分と u_3 成分間の空間相関を考慮した場合	141
(6) divergence-free 操作を施した場合	142
(7) チャネル流のLESの計算結果	144
5.4.6 風速変動の時刻歴波形	148
5.5 まとめ	164
第6章 結論	167
謝辞	171

- 付録A 3次元エネルギースペクトルと1次元エネルギースペクトルについて
 付録B 一様等方性乱流の空間相関とパワースペクトル密度, クロススペクトル密度について
 付録C LESのコロケーショングリッドにおけるフィルタ効果について
 付録D 流入境界面の気流分布の2次元性確認実験
 付録E 風洞実験による平板乱流境界層の空間相関
 付録F 平板乱流境界層を対象とした流入変動風の生成結果およびLESの計算結果のパワースペクトル密度

関連発表論文

記号

- $\langle f \rangle$: 変数 f の時間平均 (またはアンサンブル平均) を表す
 f' : 変数 f の変動成分を表す
 \bar{f} : フィルタリングによる平均操作 (格子平均)
 t : 時刻
 x_i : i 方向の座標
 u_i : 速度ベクトルの i 成分
 [$i=1$ (主流方向), $i=2$ (主流直交水平方向), $i=3$ (主流直交鉛直方向)]
 $a_p(\omega)$, $b_p(\omega)$: フーリエ係数
 $\phi_p(\omega)$: 位相遅れ角
 $\xi_p(\omega)$, $\eta_p(\omega)$: 互いに独立で平均値 0, 標準偏差 1 の正規乱数
 ω : 角周波数
 $\Delta\omega$: 角周波数刻み幅
 $S(\omega)$: クロススペクトル密度マトリクス
 $H(\omega)$: $S(\omega)$ を分解した下方三角マトリクス
 $H_{ip}(\omega)$: $H(\omega)$ の各要素
 $f(r)$: 縦相関
 $g(r)$: 横相関
 P : 圧力
 ρ : 空気密度
 C_s : Smagorinsky 定数
 ν : 動粘性係数
 ν_t : 渦動粘性係数
 ν_{SGS} : 格子スケール (Sub-Grid Scale) の渦動粘性係数
 Δ : 格子スケール ($\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3}$)
 S : 変形速度
 Ω : 渦度
 L_i : 計算領域の幅
 Δx_i : 計算格子の幅
 U_c : 対流速度

L_b : 流入境界相当位置での境界層高さ

U_b : 流入境界相当位置での主流方向の平均風速

Re : L_b と U_b から求めたレイノルズ数 ($Re=U_b L_b/\nu$)

x_3^* : 壁座標

$\langle u_i^* \rangle$: 摩擦速度

q : 速度圧

ψ_1 : 抵抗係数

z_0 : 粗度長

θ : 運動量厚さ

δ^* : 排除厚さ

τ_0 : せん断応力

δ : 境界層高さ

σ : 変動風速の標準偏差

n : 周波数

$S_{u_i}(l, n)$: l 点での u_i 成分のパワースペクトル密度

$L_{u_i}(x_3)$: 高さ x_3 での u_i 成分の乱れのスケール

$S(l, p, n)$: l, p 点間のクロススペクトル密度

$K(l, p, n)$: l, p 点間のコスペクトル

$Q(l, p, n)$: l, p 点間のクオドラチャスペクトル

$coh(l, p, n)$: l, p 点間のルートコヒーレンス

$\phi(l, p, n)$: l, p 点間のフェイズ

$A1, A2, B1 \sim B7, C1 \sim C4, \beta$: 風洞実験から定めた係数

Δx : 2 点間距離

\hat{u}_i : 波数空間における速度のフーリエ係数

\mathbf{k} : 波数ベクトル

k_i : 波数ベクトルの i 成分

$|k_i|$: 波数ベクトルの長さ

$\sqrt{E_{\alpha\alpha}(k_1, k_2, k_3)}$: 3次元エネルギースペクトル

第 1 章

序 論

1. 1 本研究の背景と目的

建造物の耐風設計における検討項目は、ビル風、外装材・構造骨組の風荷重、風揺れに対する居住性能、空力不安定振動、部材の疲労損傷等多岐に渡る。これらを検討する場合、建造物周りの風の流れや壁面・屋根面に作用する風圧の性状を把握する必要があるが、その方法として、現在、一般的に用いられているのが風洞実験である。風洞実験に関しては、数多くの実績が積み重ねられており、一定の信頼性が確保できるようになって来ている。また、実験法のガイドライン¹⁾も整備されている。

これに対して、近年、流体に関する支配方程式である Navier-Stokes (N-S)方程式を数値計算で解く“計算流体力学 (Computational Fluid Dynamics : CFD)”の研究が盛んに行われており、建築分野でも室内気流、ビル風、大気拡散、都市気候等の予測に関して、一部実用化されつつある。しかし、建造物の風荷重や振動の予測については、風圧の予測精度が十分検証できていないため、試験的な適用に留まっているのが現状である。この理由としては、建造物周りの流れが以下のような特徴を持つため、高精度かつ汎用的な計算スキーム、乱流モデルや非常に細かい計算格子が要求されるためである。

- ① 建造物は bluff body であり、その周りの流れ場は、剥離、再付着、逆流、渦発生等を含む非常に複雑な流れである。
- ② レイノルズ数が $10^7 \sim 10^8$ のオーダーであり非常に高い。
- ③ 接近流が非常に乱れた乱流境界層である。

また、建造物の風荷重や振動を予測するためには、風圧の時刻歴データが重要であり、統計的信頼性を確保するためには、無次元時間で数百という非常に長い時刻歴データが要求されることも流体計算の実用化において大きなハードルとなっている。

これらの課題を解決し、耐風設計において流体計算を実用化する方法として、現在、最も有望と考えられている手法の一つが、乱流のモデル化において計算格子内の空間平均あるいはフィルタリングの概念を導入した Large Eddy Simulation (LES)である。LES による非定常計算で乱流境界層中の建造物周りの流れを予測する場合、目標とする乱流境界層の統計的性質を流入境界でいかに再現するかが重要な問題となる。これは、時間的、空間的に極めて複雑に変動する建造物周りの流れや壁面・屋根面風圧の特性に接近流の風速勾配、乱れの強さ、乱れのスケール、パワースペクトル密度、空間相関等の統計的性質が大きく影響を及ぼすためである。しかし、所定の乱流統計量

を満足する風速変動の時空間分布を求める方法は、まだ研究の緒についたばかりであり、研究すべき点が数多く残されている。本研究では、この点に注目し、LESの流入境界に与える風速変動（以下、“流入変動風”）の生成法について研究した。

流入変動風の生成法に関して、既往の研究と本研究の位置付けを述べる前に、本研究の背景と目的をより明確にするために、構造物の風圧の予測に関する最近の研究動向について概観しておく。

前述したような特徴を持つ乱流境界層中の構造物周りの流れ場を、乱流モデルを導入しないDirect Numerical Simulation (DNS)で直接計算するのは、現状では困難であり、乱流モデルの導入が必要となる。代表的な乱流モデルとしては、時間平均あるいはアンサンブル平均の概念を導入したレイノルズ平均型モデルである標準 $k-\epsilon$ モデルが上げられる。標準 $k-\epsilon$ モデルは、そのモデルの特性上、主流方向の速度が急激に変化する淀み点付近で乱流エネルギー k を過大に生産してしまい²⁾、剥離流や壁面・屋根面の風圧をうまく再現できないことが指摘されている³⁾。B.E.Laundrer & M.Kato⁴⁾は、淀み点付近で渦度がりに近づくことに注目し、 k の生産項 P_k をスカラー化された変形速度 S と渦度 Ω の積で表す Laundrer & Kato (LK)モデルを提案した。このモデルは、淀み点付近の k の過大評価、屋根面付近の剥離流に一定の改善を与えるが、運動方程式中のレイノルズ応力は、渦粘性モデル(EVM)でモデル化し、 k 方程式や ϵ (乱流散逸率) 方程式の生産項に含まれるレイノルズ応力の表現のみを修正しているという点でモデル化の一貫性に問題がある。また、渦動粘性係数 ν_t に関しては、それ程大きな改善を与えないため、風上壁面の風圧の予測精度に関しても問題が残る。これらを改善するモデルとして筆者等⁵⁾⁶⁾は、レイノルズ応力等の渦粘性近似自体に改良を加えたMMK(村上、持田、近藤)モデルを提案した。このモデルは、EVMで表現した渦動粘性係数 ν_t 中の係数 C_{μ} を Ω/S の関数とするものであり、LKモデルに比べて風上壁面や屋根面の平均風圧係数の予測精度が大幅に改善される。しかし、これらのモデルでは、斜めの風向において屋根面上に生じる円錐渦をうまく再現することができない。これに対して河本⁷⁾は、レイノルズ応力の非等方性を表す非等方パラメータ ϕ の輸送方程式および旋回流を再現するためのヘリシティのパラメータを導入した $k-\epsilon-\phi$ モデルを提案し、円錐渦を含めて壁面・屋根面の平均風圧係数に関して良好なシミュレーション結果を得ている。一方、2次元角柱の空力特性の評価に関しては、加藤⁸⁾がLKモデルにより、嶋田等⁹⁾がLKモデルとtwo-layerモデル¹⁰⁾¹¹⁾を組み合わせたモデルにより計算を行い、ストローハル数や変動揚力係数に関して、良好な結果を得ている。

一方、レイノルズ応力に関する輸送方程式を解き、レイノルズ応力をそのまま求める方法として Differential Stress Model (DSM)がある。このモデルは、構造物周りの非等方な乱流場の予測精度を向上させる可能性を有しており、圧力・歪相関等に関して高次モデルが種々提案されている。しかし、大岡等¹²⁾は、各種モデルを用いた立方体周りの流れ場の計算で、屋根面上の逆流域や後流の再付着距離等に問題があることを指摘している。このように DSM に関しては、構造物のような bluff body 周りの複雑な流れ場を高精度に扱えるモデルが確立されておらず、また、 $k-\epsilon$ モデルに比べて計算時間がかかるため、あまり普及していない。

これらのレイノルズ平均型モデルの場合、接近流に含まれる乱れを乱流エネルギーとして表現するため、接近流の風速の時間変動を再現することは不可能であり、乱流境界層中にある構造物の壁面・屋根面に作用する変動風圧を正確に予測することはできない。この点は、構造物の耐風設計に用いる風荷重を評価する上で大きな問題となる。従って、このような目的に対しては、LESやDNSによる非定常計算が必要となる。しかし、レイノルズ数が $10^7 \sim 10^8$ のオーダーである構造物周りの流れに対してDNSを適用するのは、現実的に困難であるためLESが有望と考えられる。

前述した通り、LESやDNSによる非定常計算で乱流境界層中の構造物周辺の流れを予測する場合、目標とする乱流境界層の統計的性質を流入境界でいかに再現するかが重要な問題となる。建築分野の風洞実験では、風洞測定部の風上側助走部にスパイヤー、ラフネスブロック、ソー等の障害物を設置して目標とする乱流境界層の特性を再現し、当該構造物の周辺に関しては、構造物高さの2~4倍程度の範囲を忠実に模倣してその影響を取り込む。

一方、流体計算で乱流境界層の統計的性質を再現する場合、レイノルズ平均型モデルでは、 $k-\epsilon$ モデルを例に取れば、流入境界面における平均風速や k 、 ϵ の空間分布を全計算ステップに渡って一定に与えれば良いため、流入境界条件の設定は、極めて容易である。しかし、乱流境界層の時空間的な風速変動を再現することができないため、構造物自体によって発生する比較的大きなスケールの風速変動やそれに起因する風圧変動に関しては、ある程度再現できる可能性があるが⁸⁾⁹⁾、乱流境界層に含まれる風速変動に起因する壁面や屋根面の圧力変動などは、全く再現することができない。

これに対して、LESによる非定常計算では、流入境界で目標とする乱流境界層の統計的性質を満足する風速変動を再現することができれば、風速変動に起因する圧力変動まで精度良く予測できることが期待される。

1. 2 既往の研究の概要と本研究の位置付け

本節では、流入変動風の生成法に関する既往の研究の概要と本研究の位置付けについて述べる。

流入変動風を再現する方法は、以下の二つに分けることができる。

- ① 流体計算によって乱流場を計算する方法
- ② 乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法

前者の①流体計算によって乱流場を計算する方法には、本計算の前に LES や DNS を用いた時間発展型の計算で発達する乱流境界層を事前に計算しておく方法や風洞実験と同様に LES や DNS の流入境界付近やアプローチ部に乱流格子やラフネスブロックを模擬した障害物を配置し、空間発展型の計算で乱流を発生させる方法がある。

流出境界と流入境界を周期境界条件で接続した時間発展型の計算による方法としては、P.R.Spalar¹³⁾が平板上に発達する乱流境界層(平板乱流境界層)を対象とした DNS を行い、平板乱流境界層の統計的性質を検討している。流入変動風の生成を目的とした計算としては、持田等²⁾がチャンネル流を対象とした LES を、T.S.Lund 等¹⁴⁾が平板乱流境界層を対象とした LES を、片岡等¹⁵⁾が T.S.Lund 等の方法を改良した方法を疑似圧縮法による乱流境界層の計算に適用しており、野澤等¹⁶⁾も片岡等の方法を低層建物周りの流れの LES に適用している。また、坂本等¹⁷⁾、野津等¹⁸⁾は、計算領域の床面にブロックを配置した LES で流入変動風を生成している。空間発展型の方法としては、野津等¹⁹⁾が流入境界付近に乱流格子状の物体を配置した空間発展型の LES で風洞内に発達した乱流境界層のシミュレーションを試みている。

これらの流体計算によって乱流場を計算する方法の利点としては、流体計算によって乱流境界層を発達させるため、計算中で生成された乱流場は、N-S 方程式や連続式を満足しており、瞬時々の乱流の物理構造が再現されているということである。このため、生成した流入変動風を LES の流入境界に与えた場合、乱流の物理構造や統計的性質が変化することなく、N-S 方程式、連続式を満足する。しかし、これらの計算は、必ずしも目標の統計量を満たす風速波形が得られるとは限らず、場合によっては計算不安定が生じることもある。

後者の②乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法には、速度の空間相関から与えられる波数空間での 3 次元エネルギースペクトルをターゲットとする方法と空間の同一点あるいは 2 点間の時刻歴情報から与えられる周波数空間でのパワー

スペクトル密度、クロススペクトル密度をターゲットとする方法がある。

波数空間における方法としては、S.Lee 等²⁰⁾が一様等方性乱流の空間発展型の LES の流入境界条件として、M.M.Rai 等²¹⁾が平板乱流境界層の DNS の流入境界条件として一様等方性乱流を生成し、バッファ部を通じた後の風速変動を与えている。また、飯塚等^{22),23)}は、一様等方性乱流中の 2 次元角柱の LES 計算で、その流入境界に与える風速変動を S.Lee 等の方法で生成している。この方法は、波形生成の際に連続条件を課すことができること、LES の時間ステップごとに流入変動風を生成するため、コンピュータのディスク容量が少なく済むこと等の利点を有する。しかし、建築分野で対象とする乱流境界層に対しては、流入変動風の生成時に目標とする 3 次元エネルギースペクトルを規定するのが困難である。

周波数空間のパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を目標とする方法は、主に地震動のシミュレーションを目的として発展してきた方法であり、さらに周波数領域における方法と時間領域における方法に分けられる。周波数領域における方法としては、フーリエ級数展開を用いる M.Shinozuka 等²⁴⁾、星谷²⁵⁾、川上等²⁶⁾、盛川等^{27),28)}の研究等がある。一方、時間領域における方法としては、多次元自己回帰式を用いた岩谷^{29),30)}、星谷³¹⁾の研究等がある。これらの周波数空間のクロススペクトル密度マトリクスを目標とする方法の場合、3 次元エネルギースペクトルを目標とする方法と異なり、乱流境界層に対しても目標とするパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を比較的容易に規定できることが大きな利点である。しかし、LES 計算の前に風速波形を生成し保存しておく必要があり、LES の計算格子が細かい場合は、多くのコンピュータのディスク容量を必要とする。また、波形生成段階で連続条件を課すことができないため、生成した流入変動風をそのまま LES の流入境界に与えると計算収束性が極めて悪くなること、流入変動風の生成時に再現した乱流統計量が、LES の中で連続式を満足する過程で変わってしまうことが懸念される。

周波数空間のクロススペクトル密度を目標とする方法は、以上のような特徴を有するが、この方法は、構造物の各層に作用する変動風力を生成する場合にも数多く適用されており、田村等³²⁾、藤本等³³⁾、丸川等³⁴⁾、坂本等³⁵⁾他の適用例が見られる。しかし、流入変動風の生成の場合、流入境界面の格子点数が数百~数万であり、構造物の数十~数百程度の層数に比べて桁違いに多い。また、流体計算には非常に細かい計算格子が要求されるため、格子点間の距離が近く相関が 1 に近くなる場合が多いこと、乱流境界層の場合、 u_1 成分と u_3 成分間(ただし、 u_1 : 主流方向速度、 u_3 : 主流直交鉛直

方向速度)の相関は、運動量拡散を表す重要なパラメータであり無視できないため、両成分間の相関を考慮する必要があること等からクロススペクトル密度マトリクスの計算において計算不安定が発生しやすくなるという問題が生じる。このため、流入変動風の生成は、特に乱流境界層を対象とした場合、構造物の層風力の生成に比べて格段に難しくなる。

このような条件から、流入変動風を流入境界面の全格子点において同時に生成するのは、コンピュータメモリーの制約ばかりでなく、計算手法上も困難といわざるを得ない。この問題を解決するためには、ある点で既に生成した風速波形と相関するように新たな点で風速波形を生成して行く逐次計算法が不可欠となる。川上等²⁶⁾は、ある地点で得られている一つの地震動波形を既知条件として、他地点でそれと相関した波形を決定論的にユニークに求める方法を提案している。しかし、一つの既知波を条件とする逐次計算法で、空間的な広がりを持つ流入境界面の風速波形を生成した場合、風速の空間相関の再現性に問題が残る可能性がある。これに対して筆者等^{30)~39)}、岩谷³⁰⁾は、複数の既知波を条件として、目標とするクロススペクトル密度マトリクスを満足するように、既知波と相関した波形を求める方法を提案した。本論文では、この方法に基づく逐次計算法を用いて流入変動風を生成し、目標とする風速変動の乱流統計量、パワースペクトル密度、空間相関等が再現できることを示している。盛川等²⁷⁾²⁸⁾は、周波数領域のフーリエ係数の振幅と位相に関する条件付き確率密度関数の理論解を誘導し、条件付き確率場としてのサンプル波形を求める方法を提案している。また、星谷³¹⁾も多次元自己回帰式において条件付き確率場のシミュレーション法を提案している。

流入変動風の生成への適用実績としては、丸山等⁴⁰⁾が風洞床面にラフネスブロックを配置して発達させた乱流境界層を対象とし、盛川等の周波数領域のフーリエ係数に条件付き確率密度関数を導入した方法を用いて流入変動風を生成している。丸山等は、乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法の場合、瞬時々の乱流の物理構造を再現できない点を改善するために、風洞実験で流入境界面に相当する位置に設置した数個の風速センサーで同時測定した風速波形を既知条件とし、条件付き確率密度関数による生成を行っている。しかし、風速を同時に測定できる点数には限りがあり、測定点の間隔を離さざるを得ないため、かなり大きなスケールの風速変動の物理構造しか考慮できないものと考えられる。また、複数点で風速の時刻歴波形を測定するのは、実用上困難な場合も多い。

これに対して、著者等³⁸⁾³⁹⁾は、風洞床面上で発達した平板乱流境界層を対象とし、風洞実験データからモデル化したクロススペクトル密度マトリクスを目標として、星谷²⁵⁾の周波数領域のフーリエ係数をシミュレートする方法および既知波を条件として、それと相関する波形を求める筆者等の逐次計算法を用いて流入変動風を生成した。また、本研究では、流入変動風生成法の実用化を目標としているため、生成時に大きな負荷となる風洞実験や流体計算による既知波としての風速波形の取得は行わず、全て乱数発生によって生成した流入変動風を対象として、LESへの適用性を検証した。さらに本研究では、生成した流入変動風が連続条件を満足していない問題を解消するために、生成した流入変動風が各時間ステップで連続性を満足するように変換する方法として、E.Shirani等⁴¹⁾の方法に準じた divergence-free 操作法³⁹⁾³⁷⁾³⁹⁾を提案し、計算時間の短縮やLESの中での乱流統計量の変化に対して一定の効果があることを確認した。

以上に示した方法の場合、流入境界面における風速変動の統計的性質を全てモデル式として表現しておかなければ、実際には目標のクロススペクトル密度マトリクスを作ることができない。そのためには、空間上の任意の2点間のクロススペクトル密度を算定できるモデル式を作る必要があるが、モデル化のために詳細な情報を得ることや一貫したモデル式を考案することは容易でない。パワースペクトル密度のモデル化に関しては、T.V.Kármán⁴²⁾、A.G.Davenport⁴³⁾、日野⁴⁴⁾、塩谷⁴⁵⁾、前田等⁴⁶⁾、丸山等⁴⁷⁾他、数多くの論文が見られる。また、クロススペクトル密度(ルートコヒーレンス、フェイズ)に関しては、塩谷⁴⁵⁾、前田等⁴⁸⁾、丸山等⁴⁷⁾他がモデル化を試みているが、いずれも床面の拘束効果を含む床面近傍におけるパワースペクトル密度、クロススペクトル密度をモデル化するには至っていない。

以上の研究の内、流入変動生成を目的としたものは、丸山等⁴⁷⁾によるもののみであるが、丸山等は、ラフネスブロックを用いて発達させた乱流境界層を対象とし、流入境界面に固定した基準点の風速センサー(基準センサー)と流入境界面を移動するもう1本の風速センサー(移動センサー)を用いて、クロススペクトル密度(ルートコヒーレンス、フェイズ)を調査している。しかし、基準センサーの高さを変化させていないため、クロススペクトル密度のモデル化に基準点高さの効果が含まれていない。丸山等の計算では、最も風下側に設置したラフネスブロックの風下側の位置を流入境界面とし、それより風下側には、ラフネスブロック等の障害物を設置せずに発達させた乱流境界層を対象としている。この場合、流入境界位置の床面近傍では、ラフネス

ブロックの影響が強いため、床面近傍におけるクロススペクトル密度マトリクスを正確にモデル化することは困難である。これに関して、丸山等は、ラフネスブロック周りの平均風速、変動風速のみ測定した統計量をそのまま与え、パワースペクトル密度、クロススペクトル密度については、上空の流れに対するモデル式をそのまま用いて流入変動風を生成し、流入境界面に与えている。このため、流入境界直後の領域では、床面付近の流れ場にラフネスブロックの影響が残っており、この領域における流入変動風の変化の特性が明確に把握できていないとは、必ずしもいえない。また、 u_1 成分と u_3 成分間の相関に関しては、同一点における相関（レイノルズ応力）のみを再現しているため、空間上の離れた2点間のshear成分の影響については、検討されていない。

これに対して、著者等^{38),39)}は、純粋に流入変動風による乱流境界層の再現性を把握するため、風洞床面上で発達させた平板乱流境界層を検討対象として選定した。クロススペクトル密度（ルートコヒーレンス、フェイズ）は、丸山等と同様に2本の風速センサーを用い、移動センサーを基準センサーの周りで移動させて測定した。このとき、基準センサーを高さ方向に移動させ、基準点高さの影響も調査した。その結果、パワースペクトル密度、クロススペクトル密度に及ぼす床面の拘束効果や空間上の離れた2点間の u_1 成分と u_3 成分の相関が見られたので、これらを含めた平板乱流境界層のパワースペクトル密度、クロススペクトル密度（ルートコヒーレンスとフェイズ）の詳細なモデル式を提案した。

乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法の利点として、今一つ挙げておかなければならないのが、この目標とするクロススペクトル密度マトリクスさえ規定すれば、現実的にはあり得ないような流れでも再現できるということである。これは、流体計算によって乱流場を計算する方法では不可能であり、構造物周りの流れ場や壁面・屋根面の風圧と流体との関わりを検証する際に有効な手段になるものと思われる。

1. 3 本論文の構成

本論文は、1章から6章および付録で構成されている。

第1章では、序論として本研究の背景と目的、流入変動風の生成に関する既往の研究と本研究の位置付けについて述べている。

第2章では、いくつかの流入変動風の生成法に関して、その概要を解説し、それぞれの方法の特徴を明らかにしている。また、著者等の流入変動風の生成法を解説し、第3章以降の流入変動風の生成に関する基礎資料としている。

第3章では、流入変動風を用いたLESの第一段階として行った一様等方性乱流のシミュレーション計算について述べている。その結果、生成した流入変動風の空間相関、パワースペクトル密度は、目標値と良く一致すること、divergence-free操作で速度のdivergenceレベルと計算時間を十分低減できること、divergence-free操作やLESの中の各種の低減効果を考慮すれば流入変動風を用いたLESで乱流エネルギーの主流方向の減衰過程を十分な精度で再現できることを結論としている。また、この中で著者等が提案した一様等方性乱流のためのdivergence-free操作法についても詳しく解説している。

第4章では、平板乱流境界層を対象とした流入変動風の生成で目標とするクロススペクトル密度マトリクスをモデル化するために行った風洞実験およびモデル式の提案について述べている。その結果、風速のパワースペクトル密度やクロススペクトル密度（ルートコヒーレンス、フェイズ）には、床面の影響が明瞭に見られること、これらのモデル式に床面からの距離の関数を導入することで、床面の影響を取り込むことができること、モデル式から算出したクロススペクトル密度マトリクスを目標として、モンテカルロ法に基づく逐次計算法で流入変動風を生成した結果、ほぼ目標の統計量を満足する流入変動風を生成できることを結論としている。

第5章では、第4章で提案したパワースペクトル密度、クロススペクトル密度のモデル式を基にクロススペクトル密度マトリクスの再現精度を種々変化させて流入変動風を生成し、それを用いたLESによって流入変動風生成時の空間相関の再現精度が計算結果に及ぼす影響を検討した。その結果、パワースペクトル密度を目標値として流入変動風を生成しても、少なくとも同一成分間の空間相関を再現しなければ、目標とする乱流統計量を満足できないこと、同一成分間の空間相関のみ再現した場合と u_1 - u_3 成分（shear成分）間の空間相関まで再現した場合との差は、流入直後の領域を除けばそれ程大きくなく、

両者ともほぼ目標値の乱流統計量を再現できることを確認した。また、divergence-free操作により主に u_2 成分(主流直交水平成分)、 u_3 成分にフィルタ効果が生じるが、divergence-free操作を施さない場合もLESの流入境界付近で同様のフィルタ効果が生じること、divergence-free操作を施した流入変動風は、風速、圧力とも流入境界での変化が比較的少なくLESに馴染み易いこと、divergence-free操作を施すことで計算時間を短縮できること等からdivergence-free操作が有効であることを確認した。

第6章では、第2章から第5章までの検討で得られた結論および今後の課題をまとめて示している。

付録では、「3次元エネルギースペクトルと1次元エネルギースペクトルについて」、「一様等方性乱流の空間相関とパワースペクトル密度、クロススペクトル密度について」、「LESのコロケーショングリッドにおけるフィルタ効果について」、「流入境界面の気流分布の2次元性確認実験」、「風洞実験による平板乱流境界層の空間相関」、「平板乱流境界層を対象とした流入変動風の生成結果およびLESの計算結果のパワースペクトル密度」について詳しく述べており、本文の補足説明としている。

第1章の参考文献

- 1) 実務者のための建築物風洞実験ガイドブック, 日本建築センター, 1994
- 2) 持田灯, 村上周三, 林吉彦: 立方体モデル周辺の非等方性乱流場に関する $k-\epsilon$ モデルとLESの比較, 日本建築学会計画系論文報告集 第423号, pp.23-31, 1991.5
- 3) 近藤宏二, 石田義洋, 土谷学: 1:1:0.5角柱の気流数値シミュレーション解析 - (その2) 複合グリッドによる $k-\epsilon$ モデルを用いた解析結果 -, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.253-254, 1994.9
- 4) B.E.Laundier, M.Kato: Modeling flow-induced oscillations in turbulent flow around a square cylinder, ASME Fluid Engineering Conference, June 20-24, 1993, Washington DC
- 5) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三: 改良 $k-\epsilon$ モデルによる2次元建物モデル周辺気流の数値計算, 第13回風工学シンポジウム, pp.515-520, 1994.12
- 6) M.Tsuchiya, S.Murakami, A.Mochida, K.Kondo and Y.Ishida: Development of a new $k-\epsilon$ model for flow and pressure fields around bluff body, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 67&68, pp.169-182, 1997
- 7) S.Kawamoto: High-speed GSMAC-FEM and $k-\epsilon-\phi$ turbulence model for wind engineering, Ph.D.Thesis, Keio-Univ., 1997
- 8) 加藤真志: 流れ直角方向に振動する角柱の二次元流れ解析による空力特性評価, 日本風工学会誌 第70号, pp.15-26, 1997
- 9) 嶋田健司, 孟岩: 矩形断面柱の空力特性と $B/D=2$ 断面柱の空力弾性振動の $k-\epsilon$ モデルによる数値解析, 第15回風工学シンポジウム, pp.161-166, 1998
- 10) W.Rodi: Experience with tow-layer models combining the $k-\epsilon$ model with a one-equation model near the wall, AIAA-91-0216
- 11) W.Rodi: Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 69&71, pp.55-75, 1997
- 12) 大岡龍三, 村上周三, 持田灯: $(u_i' u_j')$ 輸送方程式中の圧力歪相関項, wall reflection項, 乱流拡散項に関する各種モデルの評価 - 応力方程式モデルによる立方体周辺気流解析 -, 日本建築学会計画系論文集 第504号, pp.51-61, 1998.2
- 13) P.R.Spaltart: Direct Simulation of a Turbulent Boundary Layer up to $Re=1410$, Journal of Fluid Mechanics, Vol.187, pp.61-98, 1988
- 14) T.S.Lund, X.Wu, K.D.Squires: Generation of turbulent inflow data for spatially-

developing boundary layer simulations, Journal of Computational Physics, No.140, pp.233-258, 1998

- 15) 片岡浩人, 水野稔: 流入変動風を用いた三次元角柱周りの流れの計算 - 平均速度勾配を与条件とした流入変動風の作成法について, 第12回数値流体力学シンポジウム, pp.173-174, 1998.12
- 16) 野澤剛二郎, 田村哲郎: 乱流境界層内の構造物まわりの流れの数値シミュレーション, 日本風工学会誌 第79号, pp.177-178, 1999.4
- 17) 坂本成弘, 村上周三, 加藤信介, 持田灯: 二次元角柱周辺の乱流数値解析(その1) 流入風の乱れが変動風圧力に及ぼす影響に関する検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.99-100, 1990.10
- 18) 野津剛, 田村哲郎: 模擬変動風の制御に関する DNS, 第12回数値流体力学シンポジウム, pp.139-140, 1998.12
- 19) 野津剛, 那須守: 乱流中における高層構造物に作用する風圧力の解析, 第8回数値流体力学シンポジウム, pp.217-218, 1994.12
- 20) S.Lee, S.K.Lele, P.Moin: Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow, Phys. Fluid A4(7), pp.1521-1530, 1992.7
- 21) M.M.Rai, P.Moin: Direct numerical simulation of transition and turbulence in a spatially evolving boundary layer, Journal of Computational Physics, No.109, pp.169-192, 1993
- 22) 飯塚悟, 持田灯, 村上周三, 李相山, 近藤宏二: 波数空間の3次元エネルギーベクトルに基づくLESのための流入変動風の生成, 第14回風工学シンポジウム, pp.223-236, 1996.12
- 23) 持田灯, 飯塚悟, 土屋直也, 村上周三: LESによる2次元角柱周辺流れの解析 流入変動風の及ぼす影響について, 日本風工学会誌 第79号, pp.173-174, 1999.4
- 24) M.Shinozuka, C.-M.Jan: Digital simulation of random processes and its applications, Journal of Sound and Vibration, Vol.25(1), pp.111-128, 1972
- 25) 星谷勝: 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1979.5
- 26) 川上英二, 小野牧夫: 一地点での観測記録を用いた時空間地震波形のシミュレーション, 土木学会論文集 No.441/I-18, pp.167-175, 1992.1
- 27) 盛川仁, 亀田弘行: 既知波形を含む条件付確率場の理論, 京都大学防災研究所都市耐震センター研究報告, 別刷第8号, 1991.4
- 28) 盛川仁, 丸山敬: 条件付確率場の理論を用いた流入境界面における風速変動の数

値シミュレーション, 第8回生研 NST シンポジウム, pp.41-48, 1993.3

- 29) 岩谷祥美: 任意のパワースペクトルとクロススペクトルを持つ多次元の風速変動のシミュレーション, 日本風工学会誌 第11号, pp.5-18, 1982.1
- 30) 岩谷祥美: 実測データを組み込んだ多次元風速変動のシミュレーション, 日本風工学会誌 第69号, pp.1-13, 1996.10
- 31) 星谷勝: 条件付確率場のシミュレーション理論, 土木学会論文集 No.459/I-22, pp.113-118, 1993.1
- 32) 田村幸雄, 和田章, 大越俊男, 川村満: 高層構造物の風による時系列応答解析について, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.143-144, 1988.10
- 33) 藤本盛久, 大熊武司, 丸川比佐夫, 山岸啓利, 玉松健一郎, 安井八紀, 百村幸男: 送電用鉄塔の時系列風応答解析(その1. 解析方法ならびに固有値解析), 日本風工学会誌 第41号, pp.69-70, 1989.10
- 34) 丸川比佐夫, 大熊武司, 丹羽秀聡, 寺本隆幸, 北村春幸, 吉江慶祐: 動的天秤データを利用した高層構造物の時刻歴風力シミュレーションに関する研究, 第12回風工学シンポジウム, pp.207-212, 1992.12
- 35) 坂本順, 河野守, 石川哲也: 相互相関をもつ不規則過程に関する考察 空間相関をもつ模擬変動風力のシミュレーション, 日本建築学会構造系論文報告集 第446号, pp.13-22, 1993.4
- 36) 近藤宏二, 村上周三, 持田灯: LESのための流入変動風の作成(その1) 連続式を条件に課した等方性乱流の変動風のシミュレーション, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.165-166, 1995.8
- 37) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三: LESのための流入変動風の生成に関する研究 一流入変動風を用いた等方性乱流のLES解析, 日本建築学会構造系論文集 第501号, pp.33-40, 1997.11
- 38) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学: 乱流境界層を対象とするLESのための流入変動風の生成 一風洞実験に基づくクロススペクトルマトリクスのモデル化一, 日本建築学会構造系論文集 第509号, pp.33-40, 1998.7
- 39) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三: 生成された流入変動風を用いた LES 一流入変動風生成時のクロススペクトルマトリクスの再現精度が計算結果に及ぼす影響について, 日本建築学会構造系論文集 第523号, pp.47-54, 1999.9
- 40) 丸山敬, 丸山勇祐, W.ロディ, 平岡久司: LESによる乱流境界層の数値計算のた

- めの流入変動気流の生成, 京都大学防災研究所年報 第40号B-1, pp.139-151, 1997.4
- 41) E.Shirani, J.H.Ferziger, W.C.Reynolds: Mixing of a passive scalar in isotropic and sheared homogeneous turbulence, Report TF-15, Mech. Engng. Dept, Stanford Univ., 1981.5
- 42) Th.von Kármán : Progress in the statistical theory of turbulence, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol.34, 1948
- 43) A.G.Davenport : The application of statistical concepts to the wind loading of structures, Proc. Inst. Civil Engrs., Vol.19,1961
- 44) 日野幹雄: 瞬間最大値と評価時間の関係 - 特に突風率について, 土木学会論文集 No.117, 1965
- 45) 塩谷正雄: 強風の性質 - 構造物の耐風設計に関連して -, 開発社, 1979
- 46) 前田潤滋, 熊谷真実子: 乱流スペクトルに及ぼす横方向空間相関の負領域の影響について, 日本風工学会誌 第71号, pp.45-46, 1997.4
- 47) 丸山敬, 盛川仁: 乱流境界層内の実測データを条件とする風速変動の数値シミュレーション, 第13回風工学シンポジウム, pp.573-578, 1994.12
- 48) 前田潤滋, 牧野稔: 大気乱流の平均流方向成分の統計的性質に関する研究 - 従来の提案式の等方性乱流理論に基づく分類とその基本的性質の比較検討 -, 日本建築学会論文報告集 第287号, pp.77-87, 1980.1

第 2 章

流入変動風の生成法

2. 1 はじめに

序論で述べたとおり，流入変動風を再現する方法には，流体計算によって乱流場を計算する方法と乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法があり，それぞれ得失を有する。本論文では，後者の乱数発生による方法を用いている。後者の方法は，波数空間における3次元エネルギースペクトルを目標とする方法と周波数スペクトルを目標とする方法に分類され，周波数スペクトルを目標とする方法は，さらに周波数領域における方法と時間領域における方法に分けられる。本章では，本研究で用いた乱数発生による方法について代表的なものを概説する。

2. 2 乱数発生によって模擬的に風速波形を生成する方法

2. 2. 1 波数空間の3次元エネルギースペクトルを目標とする方法

時間発展型のLESで速度の空間分布の初期値を求める方法として、3次元エネルギースペクトルをターゲットとして波数空間上で速度分布を求める方法がある。この方法では、ターゲットの3次元エネルギースペクトル $\sqrt{E_{00}(k_1, k_2, k_3)}$ に対する速度のフーリエ係数 $\hat{u}_\alpha(k_1, k_2, k_3)$ を(2.1)式で算出し、それを(2.2)式のようにフーリエ逆変換して速度変動の空間分布 $u'_\alpha(x_1, x_2, x_3)$ を求める。また、速度の空間分布 $u_\alpha(x_1, x_2, x_3)$ は、(2.3)式のように平均成分 $\langle u_\alpha(x_1, x_2, x_3) \rangle$ と変動成分 $u'_\alpha(x_1, x_2, x_3)$ を足し合わせて求める。

$$\hat{u}_\alpha(k_1, k_2, k_3) = \sqrt{E_{00}(k_1, k_2, k_3)} e^{i\phi(k_1, k_2, k_3)} \quad (2.1)$$

$$u'_\alpha(x_1, x_2, x_3) = \iiint \hat{u}_\alpha(k_1, k_2, k_3) e^{ik_1 x_1} e^{ik_2 x_2} e^{ik_3 x_3} dk_1 dk_2 dk_3 \quad (2.2)$$

$$u_\alpha(x_1, x_2, x_3) = \langle u_\alpha(x_1, x_2, x_3) \rangle + u'_\alpha(x_1, x_2, x_3) \quad (2.3)$$

S.Lee等¹⁾は、この方法にTaylorの凍結乱流に関する仮説²⁾を適用し、空間発展型のLES計算の流入境界条件を求める方法を提案している。

Taylorの仮説によれば、

$$x_1 = t U_c \quad (2.4)$$

$$k_1 = \omega / U_c \quad (2.5)$$

ただし、 U_c : 移流速度

であるので、(2.4)式、(2.5)式を(2.1)式~(2.3)式に代入すると、

$$\hat{u}_\alpha(k_2, k_3, \omega, t) = \sqrt{E_{00}(k_2, k_3, \omega)} e^{i\phi(k_2, k_3, \omega, t)} \quad (2.6)$$

$$u'_\alpha(x_2, x_3, t) = \iiint \hat{u}_\alpha(k_2, k_3, \omega, t) e^{ik_2 x_2} e^{ik_3 x_3} e^{i\omega t} dk_2 dk_3 d\omega \quad (2.7)$$

$$u_\alpha(x_2, x_3, t) = \langle u_\alpha(x_2, x_3, t) \rangle + u'_\alpha(x_2, x_3, t) \quad (2.8)$$

が得られ、各時間ステップの流入境界面における各速度成分の空間分布を求めることができる。この方法の特徴としては、前述したように流入変動風の生成時に連続条件を課すことができることである。以下に波数空間上での連続条件の考え方を飯塚等³⁾の論文に従って紹介する。

波数空間での連続条件は、(2.9)式、(2.10)式で表される。

$$\hat{u}_i \cdot \mathbf{k} = 0 \quad (2.9)$$

$$\mathbf{k} = |k_1| \mathbf{e}_1 + |k_2| \mathbf{e}_2 + |k_3| \mathbf{e}_3 \quad (2.10)$$

ただし、 \hat{u}_i : 波数空間における速度のフーリエ係数

\mathbf{k} : 波数ベクトル

$|k_1|, |k_2|, |k_3|$: 波数ベクトルの長さ

$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$: k_1, k_2, k_3 各方向の単位ベクトル

図2.1(a)に示すとおり、(2.9)式のフーリエ係数 \hat{u}_i は、波数ベクトル \mathbf{k} に直交する面A内に位置する。この波数ベクトル \mathbf{k} に直交する面A上の直交座標軸を k_1', k_2' と表すと、フーリエ係数 \hat{u}_i は、図2.1(b)のようになる。

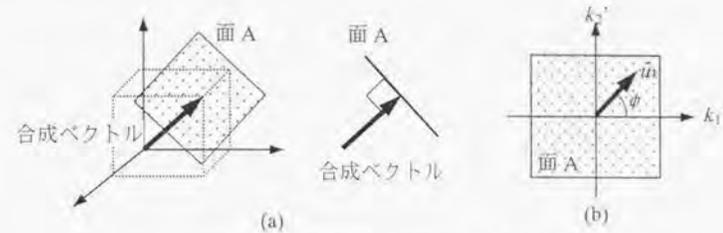


図2.1 波数空間のフーリエ係数 \hat{u}_i の位置関係

図2.1(b)で k_1', k_2' 軸上の単位ベクトルを $\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2'$ とすると、フーリエ係数 \hat{u}_i は、(2.11)式のように表すことができる。

$$\hat{u}_i = \alpha \mathbf{e}_1' + \beta \mathbf{e}_2' \quad (2.11)$$

ただし、 α, β : k_1', k_2' 方向の複素フーリエ成分

この α, β は、一般的に振幅、位相ともランダムに与えることができるが、唯一(2.12)式のエネルギースペクトルに関する制約条件が課せられる。

$$E(k) = \int (\hat{u}_i \cdot \hat{u}_i^*) dA(k) = \int (\alpha \cdot \alpha^* + \beta \cdot \beta^*) dA(k) \quad (2.12)$$

ただし、 $\int dA(k)$: 半径 k の球面上の表面積分

*: 共役

図2.1(b)のようにフーリエ係数 \hat{u}_i と k_1' 軸の成す角度を ϕ とし、(2.12)式を満足するように α, β を定めると(2.13)式、(2.14)式が得られる。

$$\alpha = \hat{u} \cdot \cos \phi = \sqrt{\frac{E(k)}{4\pi k^2}} \exp(i\theta_1) \cdot \cos \phi \quad (2.13)$$

$$\beta = \hat{u} \cdot \sin \phi = \sqrt{\frac{E(k)}{4\pi k^2}} \exp(i\theta_2) \cdot \sin \phi \quad (2.14)$$

(2.13)式, (2.14)式中の θ_1, θ_2, ϕ は, 位相を決めるパラメータであり, ある一定時間間隔の中で一様乱数を用いて一回だけ変化させる。図 2.1(b)の面 A 上の k_1, k_2 軸の与え方は任意であるが, k_1 軸を k_3 軸と直交するように設定すると,

$$e_1 \cdot e_3 = 0 \quad (2.15)$$

となり, (2.9)式, (2.10)式とこの(2.15)式から, e_1', e_2' は, (2.16)式, (2.17)式のように求められる。

$$e_1' = \frac{|k_2|}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} e_1 - \frac{|k_1|}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} e_2 \quad (2.16)$$

$$e_2' = \frac{|k_1||k_3|}{|k|\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} e_1 + \frac{|k_2||k_3|}{|k|\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} e_2 - \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{|k|} e_3 \quad (2.17)$$

これらの(2.16)式, (2.17)式を(2.11)式に代入して整理すると(2.18)式が得られる。

$$\hat{u} = \frac{\alpha|k||k_3| + \beta|k_1||k_3|}{|k|\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} e_1 + \frac{\beta|k_2||k_3| - \alpha|k||k_1|}{|k|\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} e_2 - \frac{\beta\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{|k|} e_3 \quad (2.18)$$

(2.18)式右辺の単位ベクトルに掛かる係数が, k_1, k_2, k_3 各方向のフーリエ係数である。このようにして求めたフーリエ係数を逆変換し, さらに一様等方性乱流の性質を利用すると, 実空間 (x_1, x_2, x_3) における divergence-free の風速変動 (u_1', u_2', u_3') を求めることができる。

参考として, 本手法で流入変動風生成時に目標とする3次元エネルギースペクトルと風洞実験で測定される1次元エネルギースペクトルの関係について付録Aに概説する。

2. 2. 2 周波数スペクトルを目標とする方法

(1) 周波数領域における方法

(a) 星谷の方法 (筆者等の方法)

星谷⁴⁾は, M.Shinozuka⁵⁾が地震動波形のシミュレートを目的として提案した方法を基に目標とするパワースペクトル密度, クロススペクトル密度を満足する時系列データを周波数領域における有限フーリエ係数を用いて生成する方法を提案している。本研究では, この星谷の方法に基づき流入変動風を生成している^{6),7)}。

目標とするパワースペクトル密度, クロススペクトル密度を満足する流れ場における l 点での風速変動 $u_i(l, t)$ は, 有限フーリエ級数を用いて(2.19)式~(2.22)式のように表される⁴⁾。

$$u_i(l, t) = \sum_{\omega_n} \sum_{p=1}^J [a_{ip}(\omega_n) \cos\{\omega_n t + \phi_{ip}(\omega_n)\} + b_{ip}(\omega_n) \sin\{\omega_n t + \phi_{ip}(\omega_n)\}] \quad (2.19)$$

$$a_{ip}(\omega_n) = \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{ip}(\omega_n)| \xi_p(\omega_n) \quad (2.20)$$

$$b_{ip}(\omega_n) = \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{ip}(\omega_n)| \eta_p(\omega_n)$$

$$S(\omega_n) = H(\omega_n) H^T(\omega_n) =$$

$$\begin{bmatrix} H_{11}(\omega_n) & & \\ \vdots & \ddots & \\ H_{M1}(\omega_n) & \cdots & H_{MM}(\omega_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11}^*(\omega_n) & \cdots & H_{M1}^*(\omega_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{1M}^*(\omega_n) & \cdots & H_{MM}^*(\omega_n) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\phi_{ip}(\omega_n) = \tan^{-1} \left\{ -\frac{\text{Im} H_{ip}(\omega_n)}{\text{Re} H_{ip}(\omega_n)} \right\} \quad (2.22)$$

ただし, $u_i(l, t)$: l 点での時刻 t の速度ベクトルの i 成分

$[i=1$ (主流方向), $i=2$ (主流直交水平方向), $i=3$ (主流直交鉛直方向)]

l, p : x_2 - x_3 面内の節点番号 $[l=1, \dots, M, p=1, \dots, J]$

M : x_2 - x_3 面内で同時に波形を生成する節点数

N : 周波数刻み数

$a_{ip}(\omega_n), b_{ip}(\omega_n)$: フーリエ係数

$\phi_{ip}(\omega_n)$: 位相遅れ角

$\xi_p(\omega_n), \eta_p(\omega_n)$: 互いに独立で平均値0, 標準偏差1の正規乱数

ω_n : 角周波数

$\Delta\omega_n$: 角周波数刻み幅

$S(\omega_h)$: クロススペクトル密度マトリクス

$H(\omega_h)$: $S(\omega_h)$ を分解した下方三角マトリクス, $H_{ip}(\omega_h)$: $H(\omega_h)$ の各要素

*: 共役, Re: 実数部, Im: 虚数部

正規乱数 $\xi_p(\omega_h)$, $\eta_p(\omega_h)$ から規定されるフーリエ係数 $a_{ip}(\omega_h)$, $b_{ip}(\omega_h)$ は, 互いに独立な正規確率変数であるので, 中心極限定理により, (2.19)式より求めた風速変動 $u_i(l, t)$ は, 確率正規過程となる⁴⁾.

星谷⁴⁾は, (2.19)式の他にも, 振幅と位相角を確率変数とした数種類の三角級数モデルを提案している。詳細な解説は文献4)に譲るが, 各モデル間の得失は, 生成した風速変動がサンプル数 N (ここでは, 周波数刻み数)によらず定常過程であるか, あるいは, エルゴート過程であるかということである。本研究のように十分大きなサンプル数 N に関しては, いずれのモデルでも生成した風速変動は, 定常過程かつエルゴート過程となる。従って, 実用上は, いずれのモデルを用いても大きな差はない。

風速変動 $u_i(l, t)$ の生成手順は, まず(2.21)式でターゲットのクロススペクトル密度マトリクス $S(\omega_h)$ を与え, それを分解して下方三角マトリクス $H(\omega_h)$ を求める。次にモンテカルロシミュレーションで互いに独立で平均値0, 標準偏差1の正規乱数 $\xi_p(\omega_h)$, $\eta_p(\omega_h)$ を求め, (2.20)式からフーリエ係数 $a_{ip}(\omega_h)$, $b_{ip}(\omega_h)$ を算定する。位相遅れ角 $\phi_{ip}(\omega_h)$ は, (2.22)式から求めることができる。これらの値を(2.19)式に代入すれば風速変動 $u_i(l, t)$ が得られる。

(2.19)式で流入変動風を生成する場合, 目標とするクロススペクトル密度マトリクス $S(\omega_h)$ を流入面の全格子点に対して規定すれば, 全点間の相関を同時に考慮して風速変動を生成できそうであるが, 以下の理由で適切ではない。

- ① x_2 - x_3 面内の格子点数が多い場合は, 膨大な計算メモリーが必要である。
- ② 相関の低い離れた点を含めて流入変動風を生成すると, 相関の高い点における生成結果も目標値の再現精度が低くなる恐れがある。
- ③ 一度に生成する点の数が多いと, マトリクスの次数が高くなり, クロススペクトルマトリクス $S(\omega_h)$ から下方三角マトリクス $H(\omega_h)$ を計算する際に計算が不安定になりやすい。

このことから, 流入変動風の生成においては, 一度に生成する点の数を限定し, 生成した波形を既知条件として生成点の範囲を順次広げて行く“逐次計算法”が不可欠

になる。そこで本論文では, 以下のような逐次計算法を用いている^{6)~8)}。ここでは, 簡単のために図2.2のような3点において u_1 成分と u_3 成分を同時に生成する場合について述べる。生成手順は, 初めに格子点①, ②において u_1 成分と u_3 成分を生成し, 次に格子点②の u_1 成分と u_3 成分を既知条件として, 格子点③で u_1 成分と u_3 成分の波形を生成する場合を考える。

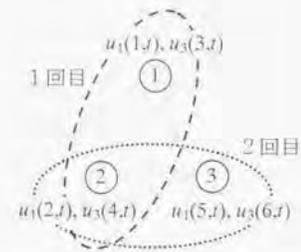


図2.2 逐次計算による生成手順の例

1回目の生成で目標とするクロススペクトル密度マトリクス $S(\omega_h)$ は, (2.23)式のように表される。

$$S(\omega_h) = \begin{matrix} & \begin{matrix} (u_1-u_1 \text{ 成分}) & (u_1-u_3 \text{ 成分}) \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} S_{11}(\omega_h) & S_{12}(\omega_h) & S_{13}(\omega_h) & S_{14}(\omega_h) \\ S_{21}(\omega_h) & S_{22}(\omega_h) & S_{23}(\omega_h) & S_{24}(\omega_h) \\ S_{31}(\omega_h) & S_{32}(\omega_h) & S_{33}(\omega_h) & S_{34}(\omega_h) \\ S_{41}(\omega_h) & S_{42}(\omega_h) & S_{43}(\omega_h) & S_{44}(\omega_h) \end{bmatrix} & \begin{matrix} \\ \\ (u_3-u_1 \text{ 成分}) & (u_3-u_3 \text{ 成分}) \end{matrix} \end{matrix}$$

$$= H(\omega_h)H^T(\omega_h) = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega_h) & & & \\ H_{21}(\omega_h) & H_{22}(\omega_h) & & \\ H_{31}(\omega_h) & H_{32}(\omega_h) & H_{33}(\omega_h) & \\ H_{41}(\omega_h) & H_{42}(\omega_h) & H_{43}(\omega_h) & H_{44}(\omega_h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11}^*(\omega_h) & H_{21}^*(\omega_h) & H_{31}^*(\omega_h) & H_{41}^*(\omega_h) \\ & H_{22}^*(\omega_h) & H_{32}^*(\omega_h) & H_{42}^*(\omega_h) \\ & & H_{33}^*(\omega_h) & H_{43}^*(\omega_h) \\ & & & H_{44}^*(\omega_h) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

- ここで, $S_{11}(\omega_h)$: 格子点①の u_1 成分($u_1(1,t)$)のパワースペクトル密度
 $S_{22}(\omega_h)$: 格子点②の u_1 成分($u_1(2,t)$)のパワースペクトル密度
 $S_{23}(\omega_h)$: 格子点①の u_3 成分($u_3(3,t)$)のパワースペクトル密度
 $S_{34}(\omega_h)$: 格子点②の u_3 成分($u_3(4,t)$)のパワースペクトル密度
 $S_{21}(\omega_h)$: 格子点②の u_1 成分($u_1(2,t)$)と格子点①の u_1 成分($u_1(1,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{12}(\omega_h)$ も同様)
 $S_{31}(\omega_h)$: 格子点①の u_3 成分($u_3(3,t)$)と格子点①の u_1 成分($u_1(1,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{13}(\omega_h)$ も同様)

$S_{41}(\omega_h)$: 格子点②の u_2 成分($u_2(4,t)$)と格子点①の u_1 成分($u_1(1,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{14}(\omega_h)$ も同様)

$S_{52}(\omega_h)$: 格子点①の u_3 成分($u_3(3,t)$)と格子点②の u_1 成分($u_1(2,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{25}(\omega_h)$ も同様)

$S_{42}(\omega_h)$: 格子点②の u_3 成分($u_3(4,t)$)と格子点②の u_1 成分($u_1(2,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{24}(\omega_h)$ も同様)

$S_{43}(\omega_h)$: 格子点②の u_3 成分($u_3(4,t)$)と格子点①の u_3 成分($u_3(3,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{34}(\omega_h)$ も同様)

$H_{ij}(\omega_h)$: $S_{ij}(\omega_h)$ と同様

この(2.23)式と(2.19)式, (2.20)式から格子点①, ②の風速波形が生成できる。このとき(2.20)式の($\xi_p(\omega_h)$, $\eta_p(\omega_h)$)は, 正規乱数を与えればよい。

次に2回目の生成で格子点②と格子点③の相関を考慮して生成する場合は, 目標とするクロススペクトル密度マトリクス $S(\omega_h)$ は, (2.24)式のように表される。この(2.24)式と(2.19)式, (2.20)式から格子点②の $u_1(2,t)$, $u_3(4,t)$ を既知条件として, 格子点③で $u_1(5,t)$, $u_3(6,t)$ を生成する。この場合, 格子点②の $u_1(2,t)$, $u_3(4,t)$ に対応する(2.20)式中の乱数($\xi_2(\omega_h)$, $\eta_2(\omega_h)$), ($\xi_3(\omega_h)$, $\eta_3(\omega_h)$)は, (2.24)式の条件下で既知波である格子点②の $u_1(2,t)$, $u_3(4,t)$ のフーリエ係数($A_2(\omega_h)$, $B_2(\omega_h)$), ($A_3(\omega_h)$, $B_3(\omega_h)$)から求める必要がある。以下に具体的な手順を示す。

$$S(\omega_h) = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} (u_1-u_1 \text{ 成分}) & (u_1-u_3 \text{ 成分}) \\ \begin{bmatrix} S_{22}(\omega_h) & S_{23}(\omega_h) & \cdots & S_{24}(\omega_h) & S_{25}(\omega_h) \\ S_{32}(\omega_h) & S_{33}(\omega_h) & \cdots & S_{34}(\omega_h) & S_{35}(\omega_h) \\ S_{42}(\omega_h) & S_{43}(\omega_h) & \cdots & S_{44}(\omega_h) & S_{45}(\omega_h) \\ S_{52}(\omega_h) & S_{53}(\omega_h) & \cdots & S_{54}(\omega_h) & S_{55}(\omega_h) \end{bmatrix} \end{array} \\ (u_3-u_1 \text{ 成分}) \quad (u_3-u_3 \text{ 成分}) \end{array} \\ = H(\omega_h)H^{-1}(\omega_h) = \begin{bmatrix} H_{22}^*(\omega_h) & & & & \\ H_{32}^*(\omega_h) & H_{33}^*(\omega_h) & & & \\ H_{42}^*(\omega_h) & H_{43}^*(\omega_h) & H_{44}^*(\omega_h) & & \\ H_{52}^*(\omega_h) & H_{53}^*(\omega_h) & H_{54}^*(\omega_h) & H_{55}^*(\omega_h) & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{22}^*(\omega_h) & H_{32}^*(\omega_h) & H_{42}^*(\omega_h) & H_{52}^*(\omega_h) \\ & H_{33}^*(\omega_h) & H_{43}^*(\omega_h) & H_{53}^*(\omega_h) \\ & & H_{44}^*(\omega_h) & H_{54}^*(\omega_h) \\ & & & H_{55}^*(\omega_h) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

ここで, $S_{55}(\omega_h)$: 格子点③の u_1 成分($u_1(5,t)$)のパワースペクトル密度

$S_{66}(\omega_h)$: 格子点③の u_3 成分($u_3(6,t)$)のパワースペクトル密度

$S_{52}(\omega_h)$: 格子点③の u_1 成分($u_1(5,t)$)と格子点②の u_1 成分($u_1(2,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{25}(\omega_h)$ も同様)

$S_{62}(\omega_h)$: 格子点③の u_3 成分($u_3(6,t)$)と格子点②の u_1 成分($u_1(2,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{24}(\omega_h)$ も同様)

$S_{43}(\omega_h)$: 格子点②の u_3 成分($u_3(4,t)$)と格子点③の u_1 成分($u_1(5,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{54}(\omega_h)$ も同様)

$S_{65}(\omega_h)$: 格子点③の u_3 成分($u_3(6,t)$)と格子点③の u_1 成分($u_1(5,t)$)のクロススペクトル密度 ($S_{56}(\omega_h)$ も同様)

$H_{ij}(\omega_h)$: $S_{ij}(\omega_h)$ と同様

既知波である格子点②の $u_1(2,t)$ は, (2.25)式のように表される。

$$\begin{aligned} u_1(2,t) &= A_2(\omega_h) \cos \omega t + B_2(\omega_h) \sin \omega t \\ &= a_{22}(\omega_h) \cos \omega t + b_{22}(\omega_h) \sin \omega t \quad (2.25) \\ &= \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{22}(\omega_h) \xi_2(\omega_h) \cos \omega t + \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{23}(\omega_h) \eta_2(\omega_h) \sin \omega t \end{aligned}$$

従って, 既知波 $u_1(2,t)$ のフーリエ係数($A_2(\omega_h)$, $B_2(\omega_h)$)に対応する乱数($\xi_2(\omega_h)$, $\eta_2(\omega_h)$)は, (2.26)式のように求めることができる。この(2.26)式を(2.19)式, (2.20)式, (2.24)式に与えて求めた風速波形は, 既知波 $u_1(2,t)$ に一致することはいうまでもない。

$$\begin{aligned} \xi_2(\omega_h) &= A_2(\omega_h) / \left\{ \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{22}(\omega_h) \right\} \\ \eta_2(\omega_h) &= B_2(\omega_h) / \left\{ \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{23}(\omega_h) \right\} \quad (2.26) \end{aligned}$$

新規に生成する格子点③の $u_1(5,t)$ は, (2.26)式で求めた乱数($\xi_2(\omega_h)$, $\eta_2(\omega_h)$)を用いて(2.27)式のように求められる。このとき乱数($\xi_3(\omega_h)$, $\eta_3(\omega_h)$)は, 正規乱数を与えればよい。

$$\begin{aligned} u_1(5,t) &= a_{52}(\omega_h) \cos \{\omega t + \phi_{52}(\omega_h)\} + b_{52}(\omega_h) \sin \{\omega t + \phi_{52}(\omega_h)\} \\ &\quad + a_{53}(\omega_h) \cos \omega t + b_{53}(\omega_h) \sin \omega t \\ &= \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{52}(\omega_h) \xi_2(\omega_h) \cos \{\omega t + \phi_{52}(\omega_h)\} + \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{53}(\omega_h) \eta_2(\omega_h) \sin \{\omega t + \phi_{52}(\omega_h)\} \\ &\quad + \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{55}(\omega_h) \xi_3(\omega_h) \cos \omega t + \sqrt{2\Delta\omega_h} H_{56}(\omega_h) \eta_3(\omega_h) \sin \omega t \quad (2.27) \end{aligned}$$

次に既知波である格子点②の $u_3(4,t)$ は, (2.28)式のように表される。

$$\begin{aligned}
u_3(4,t) &= A_3(\omega_n) \cos \omega_n t + B_3(\omega_n) \sin \omega_n t \\
&= a_{32}(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{32}(\omega_n)\} + b_{32}(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{32}(\omega_n)\} \\
&\quad + a_{35}(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{35}(\omega_n)\} + b_{35}(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{35}(\omega_n)\} \\
&\quad + a_{34}(\omega_n) \cos \omega_n t + b_{34}(\omega_n) \sin \omega_n t \\
&= \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{32}(\omega_n)| \xi_2(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{32}(\omega_n)\} + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{32}(\omega_n)| \eta_2(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{32}(\omega_n)\} \\
&\quad + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{35}(\omega_n)| \xi_5(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{35}(\omega_n)\} + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{35}(\omega_n)| \eta_5(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{35}(\omega_n)\} \\
&\quad + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{34}(\omega_n)| \xi_4(\omega_n) \cos \omega_n t + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{34}(\omega_n)| \eta_4(\omega_n) \sin \omega_n t
\end{aligned} \tag{2.28}$$

従って、既知波 $u_3(4,t)$ のフーリエ係数 $(A_3(\omega_n), B_3(\omega_n))$ に対応する乱数 $(\xi_2(\omega_n), \eta_2(\omega_n))$ は、(2.29)式のように求めることができる。この(2.29)式と先に求めた乱数 $(\xi_2(\omega_n), \eta_2(\omega_n))$ 、 $(\xi_3(\omega_n), \eta_3(\omega_n))$ を(2.19)式、(2.20)式、(2.24)式に与えて求めた風速波形は、既知波 $u_3(4,t)$ に一致する。

$$\begin{aligned}
\xi_4(\omega_n) &= \left[A_3(\omega_n) - \left\{ a_{32}(\omega_n) \cos \phi_{32}(\omega_n) + b_{32}(\omega_n) \sin \phi_{32}(\omega_n) \right\} \right. \\
&\quad \left. - \left\{ a_{35}(\omega_n) \cos \phi_{35}(\omega_n) + b_{35}(\omega_n) \sin \phi_{35}(\omega_n) \right\} \right] / \left\{ \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{34}(\omega_n)| \right\} \\
\eta_4(\omega_n) &= \left[B_3(\omega_n) - \left\{ b_{32}(\omega_n) \cos \phi_{32}(\omega_n) - a_{32}(\omega_n) \sin \phi_{32}(\omega_n) \right\} \right. \\
&\quad \left. - \left\{ b_{35}(\omega_n) \cos \phi_{35}(\omega_n) - a_{35}(\omega_n) \sin \phi_{35}(\omega_n) \right\} \right] / \left\{ \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{34}(\omega_n)| \right\}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

最後に新規に生成する格子点③の $u_3(6,t)$ は、(2.26)式および(2.29)式で求めた乱数 $(\xi_2(\omega_n), \eta_2(\omega_n))$ 、 $(\xi_3(\omega_n), \eta_3(\omega_n))$ および格子点③で新たに発生させた乱数 $(\xi_5(\omega_n), \eta_5(\omega_n))$ を用いて(2.30)式のように求められる。このとき乱数 $(\xi_6(\omega_n), \eta_6(\omega_n))$ は、正規乱数を与えればよい。

$$\begin{aligned}
u_3(6,t) &= a_{62}(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{62}(\omega_n)\} + b_{62}(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{62}(\omega_n)\} \\
&\quad + a_{65}(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{65}(\omega_n)\} + b_{65}(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{65}(\omega_n)\} \\
&\quad + a_{64}(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{64}(\omega_n)\} + b_{64}(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{64}(\omega_n)\} \\
&\quad + a_{66}(\omega_n) \cos \omega_n t + b_{66}(\omega_n) \sin \omega_n t \\
&= \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{62}(\omega_n)| \xi_2(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{62}(\omega_n)\} + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{62}(\omega_n)| \eta_2(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{62}(\omega_n)\} \\
&\quad + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{65}(\omega_n)| \xi_5(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{65}(\omega_n)\} + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{65}(\omega_n)| \eta_5(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{65}(\omega_n)\} \\
&\quad + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{64}(\omega_n)| \xi_4(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{64}(\omega_n)\} + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{64}(\omega_n)| \eta_4(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{64}(\omega_n)\} \\
&\quad + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{66}(\omega_n)| \xi_6(\omega_n) \cos \omega_n t + \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{66}(\omega_n)| \eta_6(\omega_n) \sin \omega_n t
\end{aligned} \tag{2.30}$$

以上の手順に基づけば、格子点①、②を既知波として格子点③で新規に生成する場

合も同様の手順で生成が可能であり、さらに生成手順が複雑な場合や生成点の数が多い場合も同様である。

本手順は、同一成分間の相関である u_1-u_1 成分、 u_3-u_3 成分に加えて u_1-u_3 成分の相関を考慮して、 u_1 成分と u_3 成分を同じ手順の中で生成して行く場合を想定したものであるが、初めに u_1-u_1 成分の相関を考慮して u_1 成分のみを生成しておき、それを既知波として u_3-u_3 成分、 u_1-u_3 成分の相関を考慮して u_3 成分を生成する場合等にもそのまま適用できる。なお、 u_2 成分に関しては、一般的に他の成分との相関を考慮する必要はないが、必要である場合は、 u_2 成分を含めて3成分を同時に生成する逐次計算も可能である。

(b) 丸山の方法

丸山⁹⁾は、風洞実験で測定した風速変動を既知条件として取り込むために、盛川等¹⁰⁾¹¹⁾が提案した周波数領域のフーリエ係数の振幅と位相に関する条件付き確率密度関数の理論解による方法を用いて流入変動風を生成している。以下に盛川等¹¹⁾、丸山⁹⁾の論文に基づいてこの方法の概要を紹介する。

流入変動風の生成点における風速波形は、任意の2点間のクロススペクトル密度が与えられるとして、空間軸方向に離散的な1次元多変量の確率過程とみなす。その上で、流入変動風を求めたい空間上の n 個の点の内、 m 個の地点で風速波形が既知条件として与えられているとし、その既知波を条件とする $(n-m)$ 個の条件付き確率過程をシミュレートする。ただし、既知波が与えられていない点における確率過程は、平均値ゼロの定常正規過程であり、既知波は、このような確率過程の実現値の一つとして与えられているものとする。

ある点 x_i において与えられた既知波を $u_i(t)$ とすると、 m 個の既知波によって条件付けられた点 x_j における条件付き確率過程は、 $U_j(t) | u_i(t); i=1,2,\dots,m; j=m+1,m+2,\dots,n$ と表すことができる。一般的に確率過程 $U_i(t)$ は、(2.31)式のようにフーリエ級数展開することができる。

$$U_i(l,t) = \sum_k [A_{ik} \cos \omega_k t + B_{ik} \sin \omega_k t] \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.31)$$

ただし、 A_{ik} 、 B_{ik} は、角周波数 ω_k におけるフーリエ係数で、互いに独立で平均値ゼロの正規確率変数で、その $2n$ 次元の結合正規確率密度関数は、(2.32)式、(2.33)式で与えられる。

$$f_{A_{ik} B_{ik} - A_{il} B_{il} - A_{ml} B_{ml}}(a_{1k}, b_{1k}, \dots, a_{nk}, b_{nk}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{2n} \det V_k}} \exp\left(-\frac{\mathbf{a}_k V_k^{-1} \mathbf{a}_k}{2}\right) \quad (2.32)$$

$$\mathbf{a}_k = \{a_{1k}, b_{1k}, \dots, a_{nk}, b_{nk}\} \quad (2.33)$$

A_{ik} 、 B_{ik} の共分散マトリクス V_k は、目標とするパワースペクトル密度、クロススペクトル密度で規定される。すなわち筆者等の方法で述べたクロススペクトル密度マトリクスに対応するものである。

いま、既知波 $u_i(t); i=1,2,\dots,m$ は、確率過程 $U_i(t)$ の実現値であるから、フーリエ係数 A_{ik} 、 B_{ik} の実現値 \tilde{a}_{ik} 、 \tilde{b}_{ik} を用いて、(2.31)式と同様に(2.34)式で表すことができる。

$$u_i(l,t) = \sum_k [\tilde{a}_{ik} \cos \omega_k t + \tilde{b}_{ik} \sin \omega_k t] \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (2.34)$$

フーリエ係数 A_{ik} 、 $B_{ik}; i=1,2,\dots,n$ の $2n$ 次元の結合正規確率密度関数は、共分散マトリクス V_k から求められるので、フーリエ係数の実現値 \tilde{a}_{ik} 、 $\tilde{b}_{ik}; i=1,2,\dots,m$ によって条件付けられたフーリエ係数 A_{jk} 、 $B_{jk}; j=m+1,\dots,n$ に関する $2(n-m)$ 次元の条件付き結合確率密度関数が求められ、推定すべき $(n-m)$ 個の条件付き確率過程の確率論的性質が厳密に記述される。

$(n-m)$ 個の推定すべき地点 $x_j; j=m+1,\dots,n$ では、どの地点にどの番号を付けてもよいので、地点 $x_j; j=m+1$ に注目すると、角周波数 ω_k におけるフーリエ係数 A_{jk} 、 B_{jk} の条件付き確率密度関数 $A_{jk} | condition$ 、 $B_{jk} | condition$ を求めることができる。 $A_{jk} | condition$ 、 $B_{jk} | condition$ は、互いに独立な正規変数であり、その平均値 $\langle A_{jk} | condition \rangle$ 、 $\langle B_{jk} | condition \rangle$ と分散値 $\sigma^2 A_{jk} | condition$ 、 $\sigma^2 B_{jk} | condition$ は、(2.35)式～(2.37)式のように求めることができる。

$$\langle A_{jk} | condition \rangle = -\frac{\sum_{i=1}^m \left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right) q_{jk}^{(i)} \tilde{a}_{ik} - \left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right) r_{jk}^{(i)} \tilde{b}_{ik}}{\left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right) p_{jk}} \quad (2.35)$$

$$\langle B_{jk} | condition \rangle = -\frac{\sum_{i=1}^m \left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right) r_{jk}^{(i)} \tilde{a}_{ik} - \left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right) q_{jk}^{(i)} \tilde{b}_{ik}}{\left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right) p_{jk}} \quad (2.36)$$

$$\sigma^2 A_{jk} | condition = \sigma^2 B_{jk} | condition = \frac{1}{\left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right) p_{jk}} \quad (2.37)$$

式中の $\left(\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \right)$ は、漸化式の番号を表し、 $\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) p_{ik}$ 、 $\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) q_{ik}$ 、 $\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) r_{ik}$ は、(2.38)式～(2.40)式の漸化式で決定される係数である。

$$\left(\begin{matrix} h-1 \\ i \end{matrix} \right) p_{ik} = \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) p_{ik} - \frac{\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) q_{ik}^2 + \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) r_{ik}^2}{\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) p_{ik}} \quad (2.38)$$

$$\left(\begin{matrix} h-1 \\ i \end{matrix} \right) q_{ik} = \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) q_{ik} - \frac{\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) q_{ik} \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) q_{jk} + \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) r_{jk} \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) r_{jk}}{\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) p_{ik}} \quad (2.39)$$

$$\left(\begin{matrix} h-1 \\ i \end{matrix} \right) r_{ik} = \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) r_{ik} - \frac{\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) q_{jk} \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) r_{jk} + \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) r_{jk} \left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) q_{jk}}{\left(\begin{matrix} h \\ i \end{matrix} \right) p_{ik}} \quad (2.40)$$

ただし、番号 h は、 $h=n, n-1, \dots, m+3, m+2$ であり、 n から漸次小さくなって行く。また、初項は、 $h=n$ のときに

$${}^{(n)}p_{ij} = \Lambda_{2i-1, 2j-1, k} \quad (2.41)$$

$${}^{(n)}p_{ij} = \Lambda_{2i-1, 2j, k} \quad (2.42)$$

$${}^{(n)}r_{ij} = \Lambda_{2i-1, 2j, k} \quad (2.43)$$

で与えられる。ただし、 $\{A_{ij}\}_k$ は、角周波数 ω_k におけるフーリエ係数の共分散マトリクス V_k の逆マトリクスの i, j 要素で

$$\{A_{ij}\}_k = A_k = V_k^{-1} \quad (2.44)$$

である。

流入変動風の生成においては、フーリエ係数 $A_{jk}, B_{jk}; j=m+1, \dots, n$ の $2(n-m)$ 次元の条件付き確率密度関数を満足するような $(n-m)$ 組の A_{jk}, B_{jk} の実現値を、(2.35)式~(2.37)式の平均値、分散値を持つ正規乱数を用いてシミュレートし、それをフーリエ逆変換すればよい。しかし、筆者等の方法でも述べたとおり、実際には、 $(n-m)$ 組のフーリエ係数を同時にシミュレートするのは困難であるため、盛川、丸山等は、次のような逐次計算法を用いている^{9), 11)}。

まず初めに地点 x_{m+1} でフーリエ係数をシミュレートする。次に m 個の既知波と地点 x_{m+1} で新たにシミュレートしたフーリエ係数を既知条件として、地点 x_{m+2} で新たにフーリエ係数をシミュレートする。以下、同様にして地点 $x_{m+i}; 1 \leq i \leq n-m$ でのフーリエ係数をシミュレートする際には、既知波および新たにシミュレートしたフーリエ係数を全て条件とすることで、所定の空間相関を満足する一組のフーリエ係数を得ることができる。

この逐次計算法でも、 m 個の既知波と新たに生成したフーリエ係数を全て条件とすると、共分散マトリクスの次数が次第に大きくなり、最終的な生成点では、結局 $2n \times 2n$ の逆マトリクス演算が必要となり、しかも、逆マトリクス演算を $(n-m)$ 回繰り返さなければならない。これに対して、盛川、丸山等は、以下のように対処している^{9), 11)}。

- 新たに流入変動風を生成する点から見て相関が低い点は、計算領域に含めない。
- 既知波の数が多くとマトリクス演算の不安定性が増すので、参照する既知波は、あまり多くしない。
- 流入変動風の生成は、計算領域を徐々にずらしながら行う。

(2) 時間領域における方法 (岩谷の方法)

与えられた風速変動のパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を満たすような風速変動をシミュレートする方法には、時間領域における方法もある。岩谷は、生成する時間間隔 Δt ごとの I 組の風速変動の時系列を多次元自己回帰式で求めている^{12) ~ 14)}。この方法は、現時点の風速を過去の M 個の時点の風速の一次結合と乱数の和として与える方法であり、多次元の場合は、多地点の過去の M 個の時点の全ての一次結合として現時点の風速が与えられる。以下に文献 12), 14)に従って岩谷の方法を概説する。

k 次元の定常時系列を $U(t)=[u_1(t), u_2(t), \dots, u_I(t)]$ としたとき、

$$U(t) = \sum_{m=1}^M A(m)U(t-m\Delta t) + N(t) \quad (2.45)$$

ただし、 $u_i(t)$: 風速の変動成分

Δt : 時間刻み

$A(m)$: $I \times I$ の定数のマトリクス

$N(t)=[\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), \dots, \varepsilon_I(t)]$

$\varepsilon_i(t)$: 乱数 ($i=1, 2, \dots, I$)

という関係が適当な大きさの M を取ったときに成り立つとする。これを $U(t)$ の一要素について表すと、

$$u_i(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^I A_{ij}(m)u_j(t-m\Delta t) + \varepsilon_i(t) \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (2.46)$$

(2.46)式の両辺に $u_k(t-r\Delta t)$ ($k=1, 2, \dots, I; r=1, 2, \dots, M$)を順次掛けて時間平均を取ると $I \times M$ 個の方程式ができる。さらに I 個の i について同様の操作を繰り返すと、 $I \times I \times M$ 個の方程式ができる。これをマトリクスの形で表す。

$$R_k(r) = \overline{u_k(t-m\Delta t)u_k(t-(m+r)\Delta t)} \quad (m=1, 2, \dots, M; m+r=1, 2, \dots, M) \quad (2.47)$$

で定義される相関係数 $R_{kk}(r)$ を用いて $R(r), A(r)$ を次のように定義する。

$$R(r) = \begin{bmatrix} R_{11}(r) & R_{12}(r) & \cdots & R_{1J}(r) \\ R_{21}(r) & R_{22}(r) & \cdots & R_{2J}(r) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{I1}(r) & R_{I2}(r) & \cdots & R_{IJ}(r) \end{bmatrix}, \quad A(r) = \begin{bmatrix} A_{11}(r) & A_{12}(r) & \cdots & A_{1J}(r) \\ A_{21}(r) & A_{22}(r) & \cdots & A_{2J}(r) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{I1}(r) & A_{I2}(r) & \cdots & A_{IJ}(r) \end{bmatrix}$$

このとき、マトリクス $R(r)$ 、 $A(r)$ を要素とするマトリクス r 、 A 、 R の間で次の方程式が成立する。

$$r = AR \quad (2.48)$$

ただし、 $r = [R(1) R(2) \cdots R(M)]$

$$A = [A(1) A(2) \cdots A(M)]$$

$$R = \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \cdots & R(M-1) \\ R(-1) & R(0) & \cdots & R(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(1-M) & R(2-M) & \cdots & R(0) \end{bmatrix}$$

遅延時間を持たせた 2 組の乱数の相互相関は 0 になるということから、

$$\overline{\varepsilon(t)u_k(t-r\Delta t)} = 0 \quad (2.49)$$

という関係が得られるが、(2.48)式は、(2.49)式の関係に基づき導かれている。

(2.48)式は、 $I \times I \times M$ 個の未知数 $A_{ik}(m)$ に関する $I \times I \times M$ 元の連立一次方程式を構成している。この方程式を解くことによって $A_{ik}(m)$ を求めれば、 $\varepsilon(t)$ の分散、共分散を求めることができる。

$$\overline{\varepsilon(t)u_k(t)} = \overline{\varepsilon(t)\varepsilon_k(t)} \quad (2.50)$$

という関係があることを考慮して、(2.45)式の両辺に $u_k(t)$ ($k=1,2,\dots,I$) を順次掛けて時間平均を取ると次式が得られる。

$$d = R(0) - \sum_{m=1}^M A(m)^T R(m) \quad (2.51)$$

$$\text{ただし、} \quad d = \begin{bmatrix} \overline{\varepsilon_1(t)\varepsilon_1(t)} & \overline{\varepsilon_1(t)\varepsilon_2(t)} & \cdots & \overline{\varepsilon_1(t)\varepsilon_I(t)} \\ \overline{\varepsilon_2(t)\varepsilon_1(t)} & \overline{\varepsilon_2(t)\varepsilon_2(t)} & \cdots & \overline{\varepsilon_2(t)\varepsilon_I(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\varepsilon_I(t)\varepsilon_1(t)} & \overline{\varepsilon_I(t)\varepsilon_2(t)} & \cdots & \overline{\varepsilon_I(t)\varepsilon_I(t)} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$A_{ik}(m)$ を求め、マトリクス d を満たすような I 組の乱数を実現できれば、初めは(2.46)式から適当な $u_k(t-m\Delta t)$ ($k=1,2,\dots,I; m=1,2,\dots,M$) を設定し、順次 $u_i(t)$ ($i=1,2,\dots,I$) を求めて行けば、ターゲットとする自己相関係数、相互相関係数を満足するような I 組の時系列波形を求めることができる。

マトリクス d を満たすような I 組の乱数 $N(t)$ の作成は、以下のように行う。マトリクス d を次のような下側三角マトリクス L と上側三角マトリクス O に分解し、

$$d = L^{-1}L \quad (2.53)$$

次式から目的の乱数 $N(t)$ を求める。

$$N(t) = L^{-1}O(t) \quad (2.54)$$

ただし、 $O(t) = [o_1(t) o_2(t) \cdots o_I(t)]$

$o_i(t)$ ($i=1,2,\dots,I$): 平均値 0、分散 1 の乱数 (正規乱数)

以上のように、定数 $A(m)$ と乱数 $N(t)$ が求めれば風速波形をシミュレートすることができる。

また、岩谷も実測データを既知条件とした、風速変動のシミュレーション法を示している¹⁴⁾。ここでいう実測データとは、流入変動風の逐次計算法においては、生成済みの既知波に対応する。ID 組の既知波を既知条件として考慮して新たに風速変動の時系列データを生成する際は、乱数 $(\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), \dots, \varepsilon_{ID}(t))$ は、(2.46)式より既知波の風速データに対応して定められた時系列となる。一方、乱数 $(\varepsilon_{ID+1}(t), \varepsilon_{ID+2}(t), \dots, \varepsilon_I(t))$ は、(2.52)式あるいは(2.54)式を満足する乱数でなければならない。この乱数 $(\varepsilon_{ID+1}(t), \varepsilon_{ID+2}(t), \dots, \varepsilon_I(t))$ をシミュレートできれば、(2.46)式によって既知波を条件とした風速変動のシミュレーションが可能になる。この乱数 $(\varepsilon_{ID+1}(t), \varepsilon_{ID+2}(t), \dots, \varepsilon_I(t))$ は、次のようにして求めることができる。

(2.52)式のマトリクス d から求めた下方三角マトリクス L とマトリクス $O(t)$ の積が $N(t)$ に等しくなる。ここでマトリクスを 4 個の部分マトリクス P 、 Q 、 R 、 S に分割すると、次のような関係が成り立つ。ただし、マトリクス P 、 S は正方マトリクスとする。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \vdots \\ \varepsilon_{ID}(t) \\ \varepsilon_{ID+1}(t) \\ \vdots \\ \varepsilon_I(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & Q \\ R & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} o_1(t) \\ \vdots \\ o_{ID}(t) \\ o_{ID+1}(t) \\ \vdots \\ o_I(t) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

このとき、マトリクス P , S は下方三角マトリクスである。また、マトリクス Q はゼロマトリクスとなるので、次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \vdots \\ \varepsilon_{ID}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ \vdots \\ P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} o_1(t) \\ \vdots \\ o_{ID}(t) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

乱数 $(\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), \dots, \varepsilon_{ID}(t))$ は、風速データに対応して(2.46)式より決定される時系列である。従って、(2.56)式より P の逆マトリクスとマトリクス $[\varepsilon_1(t) \ \varepsilon_2(t) \ \dots \ \varepsilon_{ID}(t)]$ との積からマトリクス $O(t)$ の要素 $o_1(t), o_2(t), \dots, o_{ID}(t)$ を求めることができる。一方、マトリクス $O(t)$ のその他の要素 $o_{ID+1}(t), o_{ID+2}(t), \dots, o_I(t)$ は、それぞれ独立な乱数を任意に与えればよい。このようにしてマトリクス $O(t)$ の全要素を求めることができ、マトリクス $O(t)$ とマトリクス R , S を用いて(2.55)式より IC 組の乱数 $(\varepsilon_{ID+1}(t), \varepsilon_{ID+2}(t), \dots, \varepsilon_I(t))$ が求められる。これらの乱数は、(2.52)式と(2.54)式を満足する。以上のように IC 組の乱数 $(\varepsilon_{ID+1}(t), \varepsilon_{ID+2}(t), \dots, \varepsilon_I(t))$ が求められれば、既知の $I \times J \times M$ 個の定数 $A_j(m)$ を用いて(2.46)式から既知波を組み込んだ多次元風速変動のシミュレーションが可能となる。

ここでは解説しないが、星谷^{15),16)}も多次元自己回帰式による条件付き確率密度場の逐次計算法を提案している。

2章の参考文献

- 1) S.Lee, S.K.Lele, P.Moin : Simulation of Spatially Evolving Turbulence and The Applicability of Taylor's Hypothesis in Compressible Flow, Phys. Fluid A4(7), pp.1521-1530, 1992.7
- 2) G.K.Batchelor : The Theory of Homogeneous Turbulence, Cambridge University Press, 1953
- 3) 飯塚悟, 村上周三, 持田灯, 李相山 : 波数空間の3次元エネルギーベクトルに基づくLESのための流入変動風の生成, 生産研究 49 巻1号, pp.27-30, 1997.1
- 4) 星谷勝 : 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1979.5
- 5) M.Shinozuka, C.-M.Jan : Digital Simulation of Random Processes and Its Applications, Journal of Sound and Vibration, Vol.25(1), pp.111-128, 1972
- 6) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三 : LESのための流入変動風の生成に関する研究 - 流入変動風を用いた等方性乱流のLES解析 -, 日本建築学会構造系論文集 第501号, pp.33-40, 1997.11
- 7) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学 : 乱流境界層を対象とするLESのための流入変動風の生成 - 風洞実験に基づくクロススペクトルマトリクスのモデル化 -, 日本建築学会構造系論文集 第509号, pp.33-40, 1998.7
- 8) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三 : 生成された流入変動風を用いたLES - 流入変動風生成時のクロススペクトルマトリクスの再現精度が計算結果に及ぼす影響について -, 日本建築学会構造系論文集 第523号, pp.47-54, 1999.9
- 9) 丸山敬 : 流入境界面における乱流統計量の違いがLESによる乱流境界層の計算に及ぼす影響について, 日本風工学会誌 第74号, pp.35-45, 1998.1
- 10) 盛川仁, 亀田弘行 : 既知波形を含む条件付確率場の理論, 京都大学防災研究所都市耐震センター研究報告, 別刷第8号, 1991.4
- 11) 盛川仁, 丸山敬 : 条件付確率場の理論を用いた流入境界面における風速変動の数値シミュレーション, 第8回生研NSTシンポジウム, pp.41-48, 1993.3
- 12) 岩谷祥美 : 任意のパワースペクトルとクロススペクトルを持つ多次元風速変動のシミュレーション, 日本風工学会誌 第11号, pp.5-18, 1982.1
- 13) 岩谷祥美 : 与えられたパワースペクトルとクロススペクトルを持つ多次元風速変動のシミュレーションとその精度, 日本風工学会誌 第36号, pp.11-26, 1988.7

- 14) 岩谷祥美：実測データを組み込んだ多次元風速変動のシミュレーション，日本風工学会誌 第69号，pp.1-13，1996.10
- 15) 星谷勝：条件付確率場のシミュレーション理論，土木学会論文集 No.459/I-22，pp.113-118，1993.1
- 16) 星谷勝，桑名智英：条件付確率場のシミュレーション理論の検証，土木学会論文集 No.477/I-25，pp.93-96，1993.10

第 3 章

流入変動風を用いた一様等方性乱流のLES

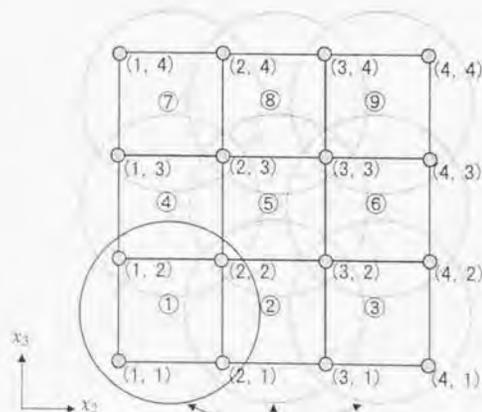
3. 1 はじめに

本章では、流入変動風を用いた LES の第一段階として G.Comte-Bellot, S.Corrsin¹⁾ の一様等方性乱流の実験結果を対象とし、モンテカルロシミュレーションに基づく星谷の方法^{2)~7)}に準じた、4点相関を考慮した逐次計算法を用いて流入変動風を生成した。また、流入変動風が各時刻で連続条件を満足するように変換する方法として、E.Shirani 等⁸⁾の方法に準じた divergence-free 操作法を提案し、生成した流入変動風に適用した。最後に、以上によって求めた流入変動風を流入境界条件に与えて LES を行い、その計算結果を風洞実験結果と比較して本手法の適用性を検証した。

3. 2 流入変動風の生成

2章で述べた周波数領域のクロススペクトル密度マトリクスを目標として、周波数領域で風速変動を生成する逐次計算法^{2)~7)}を用いた。目標とするクロススペクトル密度マトリクスを流入面の全格子点に対して規定すれば、全点間の相関を同時に考慮して風速変動を生成できるが、 x_2 - x_3 面内の格子点数が多い場合は、膨大な計算メモリが必要であり現実的でない。また、離れた点の間の相関は低いので、全点間の相関を同時に考慮する必要はないと考えられる。そこで、LESで用いる等間隔格子の1メッシュごとに流入変動風を同時生成する方法を採用し、流入境界内で1つのメッシュを囲む4節点を対象とする4点相関を考慮した逐次計算法⁷⁾を用いた。計算手順を図3.1に示す。

- 領域①で4点相関を考慮して風速変動を生成
- 領域①の点(2,1), (2,2)のフーリエ係数を既知条件として領域②で風速変動を生成
- 領域③でも領域②と同じ操作を行う
- 領域④では領域①の点(1,2), (2,2)のフーリエ係数を既知の条件として風速変動を生成
- 領域⑤~⑨でも同様の操作を行う



この領域内で同時に流入変動風を生成

図3.1 流入変動風の生成手順

流入変動風生成で目標とするクロススペクトル密度マトリクス $S(\omega_0)$ は、G.Comte-Bellot等¹⁾の乱流格子による一様等方性乱流の風洞実験結果を対象として求めた。表3.1に実験条件を示す。以下においては、空間座標、風速、時間軸、周波数軸等を主流 x_1 方向の基準風速 U_0 と乱流格子の間隔 L_M で無次元化して示す。

表3.1 G.Comte-Bellot等¹⁾の実験条件
(乱流格子から無次元距離 $U_0 t/L_M=53.3$ 位置)

主流 x_1 方向の基準風速 U_0	12.7m/sec
乱流格子の間隔 L_M	5.08cm
レイノルズ数 Re	43180
縦相関の積分スケール L_x/L_M	0.47
横相関の積分スケール L_y/L_M	0.25
乱れ強さ I_u	0.0175

本研究では、G.Comte-Bellot等¹⁾の実験における乱流格子から無次元距離 $U_0 t/L_M=53.3$ (r :時間)の位置を計算の流入境界と考え、そこで与えられる縦相関 $f(r)$ 、横相関 $g(r)$ 、乱れの強さ、乱れのスケールから自己相関関数、相互相関関数を求め、それをフーリエ変換してパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を算定し、流入変動風生成の目標値とした。

実験結果の縦相関 $f(r)$ 、横相関 $g(r)$ をDryden型の相関係数で表すと以下のようになる^{9),10)}。

$$f(r) = e^{-(r/L_x)} \quad (3.1)$$

$$g(r) = \left(1 - \frac{r}{2L_x}\right) e^{-(r/L_x)} \quad (3.2)$$

$$\text{ただし、} g(r) = f(r) + \frac{r}{2} \frac{\partial f(r)}{\partial r} \quad (3.3)$$

(3.1)式、(3.2)式で表されるDryden型の相関係数をG.Comte-Bellot等の実験結果と比較して図3.2に示す。Dryden型の相関係数は、縦相関 $f(r)$ (図3.2(a)の破線)、横相関 $g(r)$ (図3.2(b)の破線)とも実験結果(図3.2の○)と若干異なっている。そこで、実験結果との対応を改善するために、(3.1)式を変形した(3.4)式で縦相関 $f(r)$ (図3.2(a)の実線)を近似し、それに(3.3)式の関係を適用して(3.5)式の横相関 $g(r)$ (図3.2(b)の実線)を求めた結果、実験結果との一致度は、図3.2のとおり改善されたので、ここでは、(3.4)

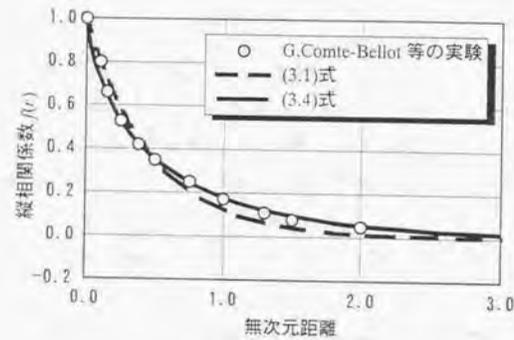
式、(3.5)式を採用することとした。

$$f(r) = e^{-(r/L_x)^{0.73}} \quad (3.4)$$

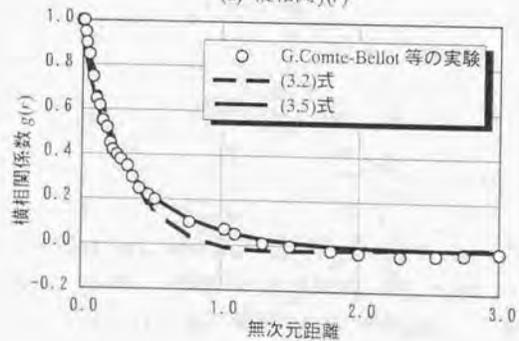
$$g(r) = \left\{ 1 - 0.365(r/L_x)^{0.73} \right\} e^{-(r/L_x)^{0.73}} \quad (3.5)$$

ただし、 r : 2点間の距離、 L_x : 縦相関を表す長さスケール

(3.4)式、(3.5)式で近似した縦相関 $f(r)$ 、横相関 $g(r)$ および乱れの強さ、乱れのスケールから自己相関関数、相互相関関数を求め、それをフーリエ変換してパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を算定をする過程を付録Bに示す。



(a) 縦相関 $f(r)$



(b) 横相関 $g(r)$

図 3.2 ターゲットの空間相関係数の近似

3.3 divergence-free操作

前節の方法で生成した流入変動風は、連続条件を満足する (divergence-free) 保証はない。そのため、生成した流入変動風をそのままLESの流入境界に与えると、計算の収束性が極めて悪くなるのが懸念される。E.Shirani等⁸⁾は、流入境界と流出境界を周期条件で結んだ時間発展型の計算の初期条件として、divergence-freeの速度場を求める方法を提案している。本報では、流入変動風が各時刻でdivergence-freeになるように、E.Shirani等の方法に準じて、後述する(3.6)式、(3.8)式の条件を課し、各格子点における流入変動風を修正した³⁾⁷⁾。以下に、(3.6)式、(3.8)式の導出過程を示す。連続条件を満足する速度 (divergence-freeの速度) を $u_i^{(s)}$ と表記すると、 $u_i^{(s)}$ に関するN-S方程式を離散化した形式で表すと(3.6)式となる。

$$\frac{u_i^{(s)^{n+1}} - u_i^{(s)^n}}{\Delta t} = -(C_i)^{n+1/2} + (D_i)^{n+1/2} - \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta P}{\partial x_i} \right)^{n+1/2} \quad (3.6)$$

ただし、 n : 時間ステップ、 C_i : 移流項、 D_i : 拡散項、 P : 圧力、 ρ : 空気密度

(3.6)式の右辺第3項に $P^{n+1/2} = P^{n+1/2} + \Delta P^n$ を代入して変形すると(3.7)式が得られる。ここで、 ΔP^n は $n+1$ 時点でdivergence-freeの速度 $u_i^{(s)^{n+1}}$ を得るために必要とされる圧力修正量であり、後述する(3.10)式で与えられる。

$$\underline{u_i^{(s)^{n+1}} = u_i^{(s)^n} + \Delta t \left(-(C_i)^{n+1/2} + (D_i)^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta P^{n+1/2}}{\partial x_i} \right) - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta P^n}{\partial x_i}} \quad (3.7)$$

(3.7)式の右辺最後の ΔP^n の勾配項によって $n+1$ 時点でdivergence-freeになるように速度が修正される。(3.7)式の2重下線を $u_i^{(s)^{n+1}}$ と書けば、(3.7)式は、(3.8)式のように表される。

$$\underline{u_i^{(s)^{n+1}} = u_i^{(s)^{n+1}} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta P^n}{\partial x_i}} \quad (3.8)$$

(3.8)式の右辺の $u_i^{(s)^{n+1}}$ は、 $u_i^{(s)^{n+1}}$ の第1近似値を求めるためN-S方程式の圧力の勾配項に1時点前の圧力 $P^{n+1/2}$ を代入した結果得られるもので、これは連続条件を満足していない速度の近似値と解釈される。(3.8)式の発散を取ると、左辺において成立するdivergence-freeの条件、

$$\frac{\partial u_i^{(s)^{n+1}}}{\partial x_i} = 0 \quad (3.9)$$

から、(3.10)式の圧力修正量 ΔP^* に関するポアソン方程式が得られる。

$$\Delta t \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \Delta P^*}{\partial x_i^2} = \frac{\partial u_i^{(s)^{n+1}}}{\partial x_i} \quad (3.10)$$

(3.10)式から ΔP^* を求め(3.8)式に代入するとdivergence-freeの速度 $u_i^{(s)^{n+1}}$ が得られる。(3.8)式、(3.10)式は、本来、時間発展型の計算の初期値に用いられたものである。これを利用して流入境界の x_2 - x_3 面の各格子点で生成された流入変動風にdivergence-free操作を施すためには、流入変動風の時間軸を主流 x_1 方向の空間座標に置き換える必要がある。本研究では、流入変動風の時間軸をTaylorの凍結乱流に関する仮説に基づいて x_1 方向の座標に変換した。通常、LESの x_1 方向の格子幅 Δx_1 （本計算では $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 0.2$ ）は、流入変動風データの時間間隔 Δt （本計算では $\Delta t = 0.01$ ）からTaylorの凍結乱流に関する仮説に従って求めた格子幅 $\Delta x_1' = \langle u_1 \rangle \Delta t$ （本計算では $\Delta x_1' = 0.01$ ）に比べて極めて大きい（ただし、 $\langle u_1 \rangle$ は u_1 成分の時間平均値であり、本計算では流入境界で $\langle u_1 \rangle = 1$ である）。もし、この格子幅 $\Delta x_1'$ をそのままdivergence-free操作に用いると、格子形状が非常に扁平（ $\Delta x_1' \ll \Delta x_2, \Delta x_3$ ）になり、操作結果に悪影響を及ぼす。そこで、divergence-free操作では、図3.3に示すように、流入変動風の時刻歴波形から時間間隔 $\Delta t' = \Delta x_1 / \langle u_1 \rangle = 0.2$ で風速データ（図3.3の●のデータ）を抽出し、そのデータを x_1 方

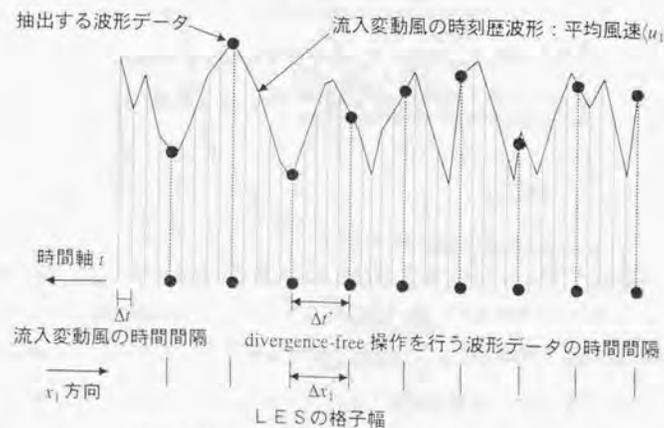


図 3.3 divergence-free 操作における波形データの取扱い

向に $\Delta x_1 = \langle u_1 \rangle \Delta t' = 0.2$ 間隔、 x_2, x_3 方向に $\Delta x_2 = \Delta x_3 = 0.2$ 間隔で分布させてdivergence-free操作を行った。このときdivergence-free操作は、抽出したデータに対してのみ行う。このデータ抽出とdivergence-free操作を1時間ステップずつずらしながら繰り返し、全データの処理が終了した段階で、divergence-free操作が終了した風速データを抽出前の時刻歴データの順番に従って並べ直して流入変動風の時刻歴波形を生成した。

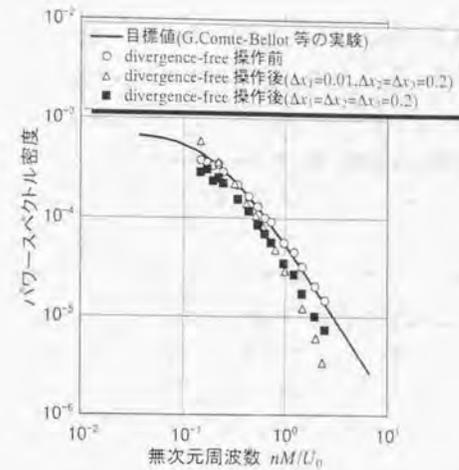
3. 4 生成した流入変動風の統計的性質

G.Comte-Bellot等¹⁾の一樣等方性乱流の実験結果をターゲットとして生成した流入変動風の統計的性質を検討する。ただし、 u_2 成分と u_3 成分は、ほぼ同じ結果であるので、ここでは、 u_1 成分と u_2 成分についてのみ示す。

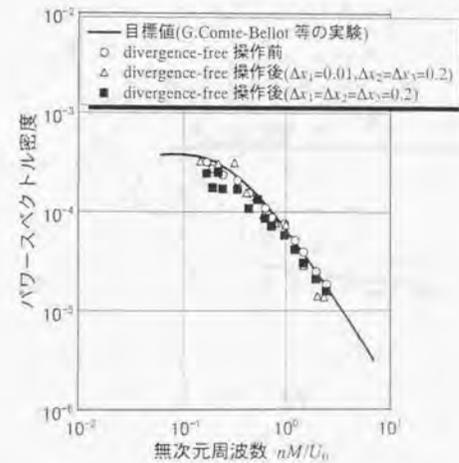
(1) パワースペクトル密度

divergence-free操作における主流 x_1 方向の格子幅 Δx_1 が、パワースペクトル密度の周波数特性に及ぼす影響を調べるため、計算格子を非等方にした場合 ($\Delta x_1 = \Delta x_1' = 0.01, \Delta x_2 = \Delta x_3 = 0.2$) と等方にした場合 ($\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 0.2$) の比較を行った。図3.4は、 u_1 成分と u_2 成分のパワースペクトル密度をdivergence-free操作前後について示したものである。ただし、これ以降に示すパワースペクトル密度、波数スペクトルは、LESの計算領域幅、格子幅より決定される解析可能な周波数領域、波数領域の結果のみを示す。

divergence-free操作前のパワースペクトル密度は、 u_1 成分、 u_2 成分とも目標値と良く一致している (図3.4の○)。一方、divergence-free操作後のパワースペクトル密度は、非等方格子の場合、 u_1 成分の高周波数側でスペクトル勾配が変化し、パワーが低下している (図3.4(a)の△)。これはdivergence-free操作で x_1 方向が非常に薄い非等方格子を用いたため、速度の修正が u_1 成分に集中し、高周波数側のスペクトルのパワーの低下を招いたためと思われる。これに対して、等方格子を用いた場合、非等方格子で見られた高周波数側のスペクトル勾配の変化とパワーの低下が改善されている (図3.4(a)の■)。一方、 u_2 成分のパワースペクトル密度は、非等方格子の場合もdivergence-free操作の影響をあまり受けていない (図3.4(b)の△)。これは、 u_2 成分のパワースペクトル密度を計算する時刻歴波形が、 u_2 成分の横相関方向の速度の空間分布に対応するため、縦相関方向の速度勾配に関連するdivergence-free操作の影響が、 u_1 成分ほど顕著に出なかったためと考えられる。また、等方格子を用いた場合、 u_1 成分、 u_2 成分ともdivergence-free操作によってスペクトルのパワーが全周波数域に渡って若干低下しているが、これは流入変動風の乱れ強さを事前に割増すことで対応可能である。



(a) u_1 成分



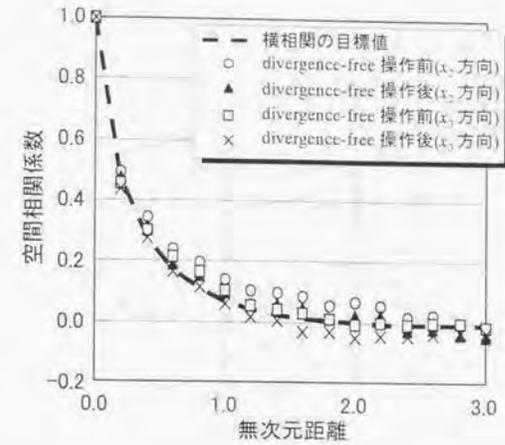
(b) u_2 成分

図3.4 パワースペクトル密度 (流入面での面内平均値)

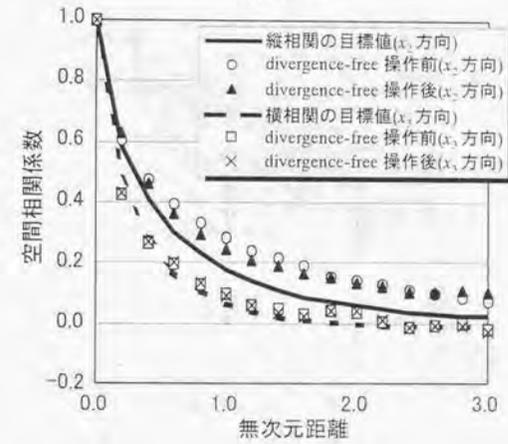
(2) 空間相関

図 3.5 は、 u_1 成分の横相関および u_2 成分の縦相関と横相関を divergence-free 操作 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 0.2$ 前後について示したものである。流入変動風を生成する際に隣接する 4 点間の相関を考慮した逐次計算法を用いたため、 u_2 成分の縦相関は、距離が離れると目標値と若干離れる傾向が見られるが、その差はそれ程大きくない。これを改善する方法としては、始めに離れた点の間で波形を生成することで距離が遠い位置の相関を再現しておき、次第に波形を生成する点を近付けて行く逐次計算法¹¹⁾等が考えられる。一方、横相関にも同様の傾向が見られるが、その差は、縦相関に比べて小さく、概ね目標値と対応した結果となっている。

また、divergence-free 操作によってわずかに空間相関が低下する傾向が見られるが、その変化は非常に小さく、実用上問題はないと考えられる。



(a) u_1 成分



(b) u_2 成分

図 3.5 空間相関 (流入面での面内平均値)

3.5 計算条件

前節でその特性を示した流入変動風を流入境界条件として、G.Comte-Bellot 等¹⁾の実験と同条件で一様等方性乱流場の LES を行った。表3.2に LES の基礎方程式を、表3.3に境界条件を示す。計算格子には、コロケーショングリッドを用いた。計算領域は、主流 x_1 方向 $L_1=12.2$ 、水平 x_2 方向 $L_2=6.2$ 、上下 x_3 方向 $L_3=6.2$ とし、格子幅は $\Delta x_1=\Delta x_2=\Delta x_3=0.2$ の等間隔格子とした。格子点数は $61(x_1) \times 31(x_2) \times 31(x_3)=58621$ である。図3.6に計算格子を示す。

時間刻みは、流入変動風を0.01で生成し、LES では、それを線形補間して0.005とした。圧力解法には、HSMAC¹³⁾を用いた。HSMAC の反復計算の収束判定条件は、速度の divergence が 10^{-5} 以下とした。

なお、本論文で示した統計量は、いずれも LES の時間ステップごとに x_2 - x_3 面内の速度の空間分布から面内平均値を求め、計算終了後、求めた各時刻の面内平均値をさらに時間平均したものである。

表 3.2 LES の基礎方程式 (標準 Smagorinsky モデル)

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} k^* \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (v + \nu_{SGS}) \bar{S}_{ij} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.12)$$

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 \left(\frac{1}{2} \bar{S}_{ij}^2 \right)^{1/2} \quad (3.13)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \quad (3.14)$$

$$\Delta = (\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3)^{1/3} \quad (3.15)$$

$C_s=0.23$

表 3.3 LES の境界条件

流入境界	流入量一定操作、フィルタ処理および divergence-free 操作を施した流入変動風 対流型境界条件 ¹²⁾
流出境界	$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$ (3.16) ただし、 U_i : 対流速度 (流入面の u_i 成分の空間平均値)
上下境界	周期境界条件
左右境界	周期境界条件

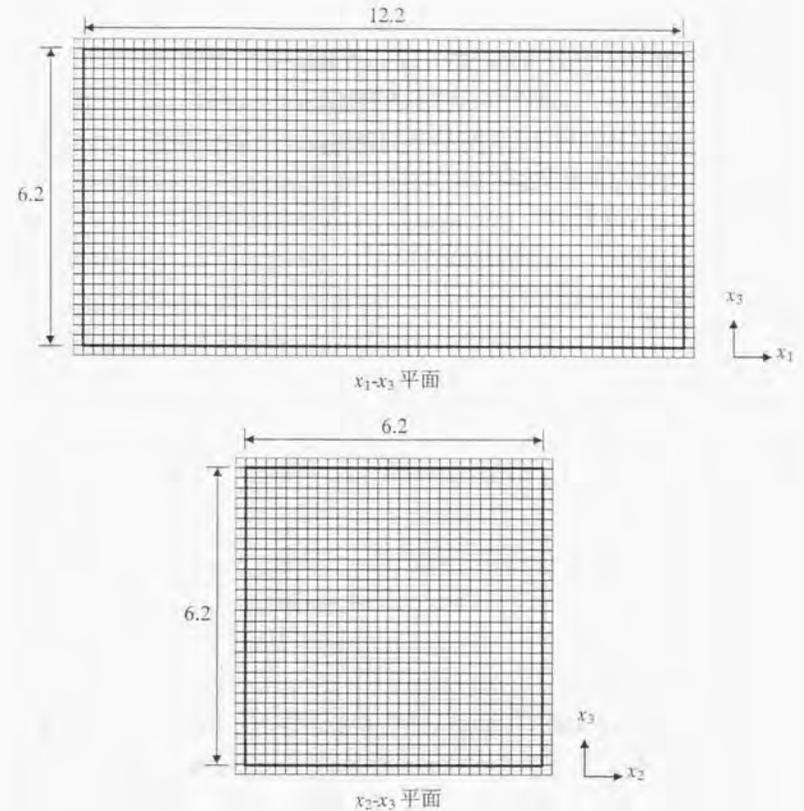


図3.6 一様等方性乱流のLESのための計算格子

流入変動風を LES の流入境界に与える前に、divergence-free 操作の他に、以下の2次処理を行った。

(1) 流入量一定操作

流入境界を通過する流量が時刻ごとに変化すると、LES の収束性に悪影響を及ぼす。そこで、各時刻の流入量が一定になるように流入変動風の u_1 成分を事前に調整した。本計算の場合、divergence-free 操作後の流入変動風に流入量一定操作を施しているため、時刻ごとの流量の変化は元々少なく、流入量一定操作が流入変動風のスペクトル

特性等に及ぼす影響は、ほとんど見られなかった。また、 u_2 、 u_3 成分の調整は行っていないが、流入面の面内平均値は、いずれもほぼ0であった。

前述の divergence-free 操作と流入量一定操作を施した場合と施さない場合について、時間刻み 0.005 で、100 ステップ分の計算時間を比較すると、最も計算負荷の大きい HSMAC 法による反復計算の部分の計算時間は、divergence-free 操作、流入量一定操作とも行わない場合に対して、divergence-free 操作のみ行った場合で 96~97%減、divergence-free 操作、流入量一定操作とも行った場合では 97~98%減となった。また、全体の計算時間で比較しても divergence-free 操作、流入量一定操作とも行わない場合に対して、divergence-free 操作のみ行った場合で 90~91%減、divergence-free 操作、流入量一定操作とも行った場合で 92~93%減となり、大幅な計算時間の短縮が可能となった。なお、本計算では、LES 計算以外にも各時刻ごとに全空間の波数スペクトル、空間相関を計算しており、さらにその空間平均を求める操作を行っている。

(2) フィルタ処理

LES で解析可能な波数範囲は、計算領域幅、格子幅で決まり、格子幅で再現可能な波数範囲 (Grid Scale : GS) より高い成分の渦の働きは、Sub-Grid Scale (SGS)成分の渦粘性 ν_{SGS} を通じて計算に反映される。本計算の場合、 ν_{SGS} は後述する(3.24)式の Smagorinsky モデルによりフィルタ操作を施された速度 (Grid Scale の速度) の勾配より与えられる。LES の流入境界条件として必要なのは、この解析可能な波数範囲の渦による変動である。従って、LES の流入境界条件として格子幅で再現可能な波数より高波数の変動成分は不要であり、このような高波数成分を含んだ流入変動風をそのまま流入境界に与えた場合、LES で解析可能な波数範囲以外の成分は、計算によっては、単にノイズにしかならず、逆に計算収束性の悪化の要因となる可能性もある。

そこで本計算では、計算領域幅、格子幅に対応したバンドパスフィルタ(シャープカットフィルタ)を事前に流入変動風の時刻歴波形にかけた。フィルタ範囲は以下のとおりである。計算領域幅 L_i 、格子幅 Δx_i で再現できる最小波数 $k_{i, min}$ と最大波数 $k_{i, max}$ は、(3.17)式、(3.18)式で表される。

$$k_{i, min} = 1/L_i \quad (3.17)$$

$$k_{i, max} = 1/2\Delta x_i \quad (3.18)$$

ただし、 k_i : 波数ベクトルの i 方向成分

本計算では、格子幅が $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 0.2$ であるので、(3.18)式より $k_{1, max} = k_{2, max} = k_{3, max} = 2.5$ となる。一方、計算領域幅は $L_1 = 12.2$ 、 $L_2 = L_3 = 6.2$ であるので、解析可能な最大の渦のスケール (最小波数) は、 $L_2 (=L_3)$ で決定されると考えられる。この波数領域を Taylor の凍結乱流に関する仮説に基づいて、周波数領域に書き直すと(3.19)式、(3.20)式のようなになる。本計算では、(3.19)式、(3.20)式で規定される $n_{min} \leq n \leq n_{max}$ のバンドパスフィルタを用いた。

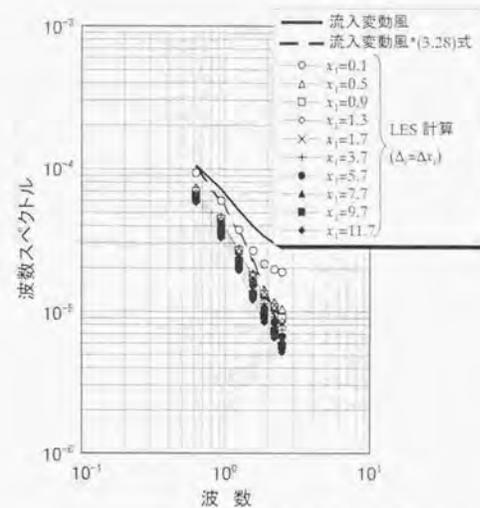
$$n_{min} = \langle u_1 \rangle / L_2 \quad (\text{本計算では } \langle u_1 \rangle = 1.0, \quad n_{min} = 0.161) \quad (3.19)$$

$$n_{max} = \langle u_1 \rangle / 2\Delta x_1 \quad (\text{本計算では } n_{max} = 2.5) \quad (3.20)$$

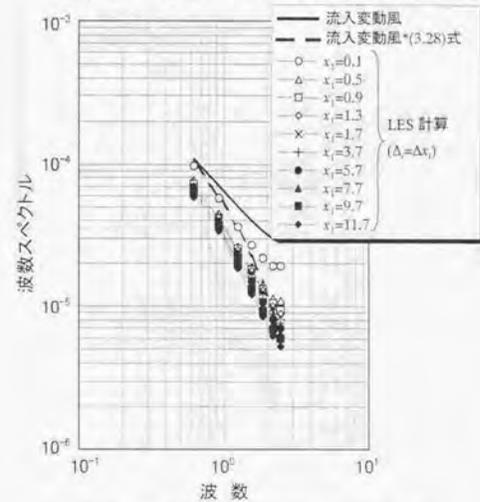
3. 6 計算結果

(1) 波数スペクトル

図3.7～図3.9に x_2 - x_3 面内の風速分布から求めた波数スペクトルを示す。 u_2 成分(図3.8)と u_3 成分(図3.9)の波数スペクトルは、縦相関方向、横相関方向ともほぼ同じであり、いずれも流入境界($x_1=0$)から $x_1=0.5$ までの間にパワーの低下と勾配の変化が見られる。一方、 u_1 成分(図3.7)の横相関方向の波数スペクトルは、流入直後の $x_1=0.1$ におけるパワーの低下が、 u_2 成分、 u_3 成分の横相関方向に比べて少ないが、スペクトルの勾配の変化は、 u_2 成分、 u_3 成分の横相関方向とほぼ同じ傾向を示している。

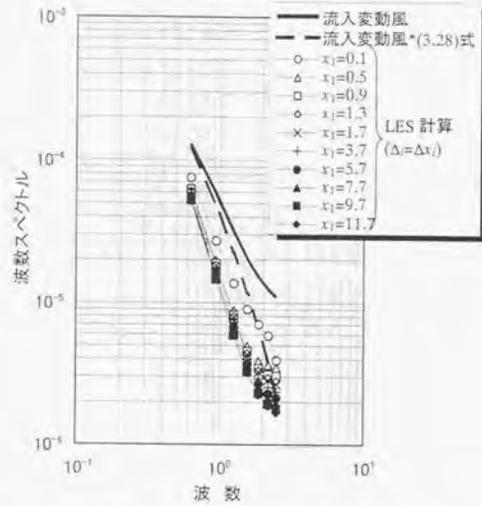


(a) 横相関(x_2)方向の速度分布から計算

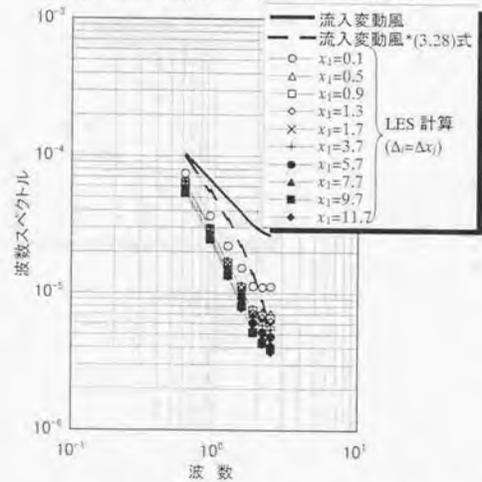


(b) 横相関(x_3)方向の速度分布から計算

図 3.7 波数スペクトルの主流 x_1 方向の変化 (u_1 成分, x_2 - x_3 面での面内平均値)

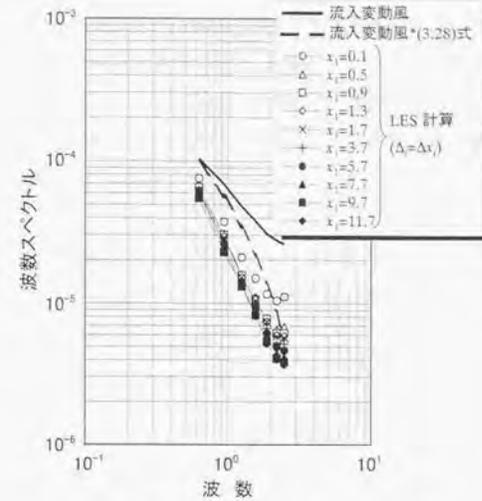


(a) 縦相関(x_2)方向の速度分布から計算

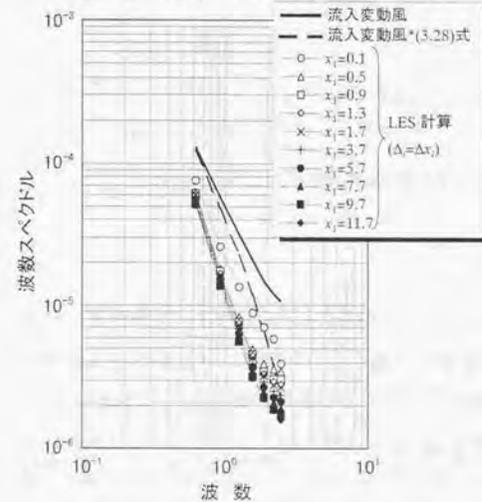


(b) 横相関(x_3)方向の速度分布から計算

図 3.8 波数スペクトルの主流 x_1 方向の変化 (u_2 成分, x_2 - x_3 面での面内平均値)



(a) 横相関(x_2)方向の速度分布から計算



(b) 縦相関(x_3)方向の速度分布から計算

図 3.9 波数スペクトルの主流 x_1 方向の変化 (u_3 成分, x_2 - x_3 面での面内平均値)

このスペクトルの勾配の変化をLES中の移流項の離散化を例に取り検討する。コロケーショングリッドを用いた場合、N-S方程式の移流項の離散化には、空間における線形補間と中心差分によるフィルタ効果が作用する。ここで、等間隔格子の場合を例に取り、これらのフィルタ効果を評価する。関数 $F(x')$ に対するフィルタを $G(x-x')$ とすると、フィルタを施された関数 $\overline{F(x)}$ は、(3.21)式のように表される。

$$\overline{F(x)} = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x') F(x') dx' \quad (3.21)$$

$G(x-x')$ が偶関数のトップハットフィルタの場合、 $G(x-x')$ の性質等を利用して、(3.21)式をTaylor展開で評価すると(3.22)式のように表される^{(14), (15)}。

$$\begin{aligned} \overline{F(x)} &= F(x) + \frac{\Delta^2}{24} F''(x) + O(\Delta^4) \\ &= F(x) + \frac{\Delta^2}{24} \left(\frac{F_{i+1}(x) - 2F_i(x) + F_{i-1}(x)}{\Delta^2} \right) + O(\Delta^4) \end{aligned} \quad (3.22)$$

次に格子点で定義される速度 $u_i(i, j, k)$ と $u_{i+1}(i+1, j, k)$ から線形補間により、コントロールボリューム界面の速度 $u_{i+1/2}(i+1/2, j, k)$ を与える場合を例に取り、線形補間の誤差をTaylor展開で評価すると(3.23)式のように表される。

$$\frac{1}{2}(u_i(i, j, k) + u_{i+1}(i+1, j, k)) = u_{i+1/2}(i+1/2, j, k) + \frac{\Delta x^2}{8} \frac{\partial^2 u_{i+1/2}(i+1/2, j, k)}{\partial x^2} \quad (3.23)$$

(3.22)式と(3.23)式の2重下線を比較すると(3.24)式が得られる。

$$\frac{\Delta^2}{24} = \frac{\Delta x^2}{8}, \quad \Delta = \sqrt{3}\Delta x \quad (3.24)$$

従って、線形補間は、フィルタ幅 $\Delta = \sqrt{3}\Delta x$ のフィルタ効果を有すると見なし得る。一方、関数 $F(x)$ の1階微分に対する2次精度の中心差分(3.25)式左辺)は、(3.26)式を用いると、(3.25)式の右辺のように変形することができる⁽¹⁶⁾。

$$\frac{F_{i+1}(x) - F_{i-1}(x)}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} \frac{\partial F(x')}{\partial x'} dx' = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x') \frac{\partial F(x')}{\partial x'} dx \quad (3.25)$$

$$\text{ただし、} G(x) = \begin{cases} 1/\Delta x & (|x| \leq \Delta x/2) \\ 0 & (|x| > \Delta x/2) \end{cases} \quad (3.26)$$

ここで、(3.26)式は、フィルタ幅 Δx のときのトップハットフィルタそのものであるの

で、1階微分に対する2次精度の中心差分は、フィルタ幅 Δx のフィルタ操作に対応すると見なし得る⁽¹⁶⁾。これら2つのフィルタが同時に作用する際のフィルタ幅は、2つのフィルタ関数が共にガウシアンフィルタの場合、フィルタ関数の定義から、両者の2乗和の平方根で求めることができる。この関係は、(3.22)式の近似式の範囲内では、トップハットフィルタに関しても近似的に成り立つと考えて良いので⁽¹⁵⁾、フィルタ幅は(3.27)式のように算定できる。

$$\Delta^2 = (\sqrt{3}\Delta x)^2 + (\Delta x)^2 = 4\Delta x^2, \quad \Delta = 2\Delta x \quad (3.27)$$

これから、線形補間のフィルタ効果と中心差分のフィルタ効果の総和は、トップハットフィルタの場合、波数空間で(3.28)式のように評価できる。

$$\hat{G}(k) = 2\sin(\Delta_i k/2)/(\Delta_i k), \quad \text{ただし、} \Delta_i = 2\Delta x \quad (3.28)$$

(3.28)式は、本計算の離散化に伴うフィルタ効果を必ずしも厳密に表すものではないが、同式により線形補間、中心差分の効果を定性的に評価することは可能であると考えられる。付録Cに上記のフィルタ効果について詳述する。

(3.28)式のフィルタ関数を2乗し流入変動風の波数スペクトル(図3.7~図3.9の実線)に掛けると、スペクトル勾配が破線のように変化し、LESの計算結果の勾配に近付くことが分かる。この図3.7~図3.9に示したLESの計算結果は、Sub-Grid Scaleの渦動粘性係数 ν_{SGS} を(3.29)式~(3.31)式で計算したものである。

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 \left(\frac{1}{2} \overline{S_i S_i} \right)^{1/2}, \quad \overline{S_i} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u}}{\partial x_i} \quad (3.29)$$

$$\text{ただし、} \Delta = (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{1/3} \quad (3.30)$$

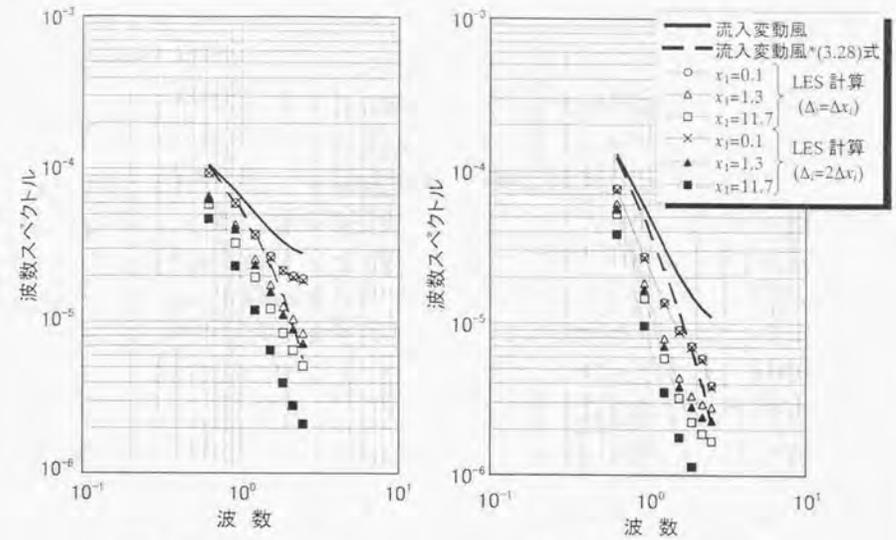
$$\Delta_1 = \Delta x_1 = 0.2, \Delta_2 = \Delta x_2 = 0.2, \Delta_3 = \Delta x_3 = 0.2 \quad (3.31)$$

LESのフィルタ効果が(3.28)式のように見積もられる場合、流入変動風の波数スペクトルに(3.28)式のフィルタを作用させた波数スペクトル(図3.7~図3.9の破線)とLESの波数スペクトルを比較するためには、(3.31)式のフィルタ幅の代わりに、(3.27)式で評価したフィルタ幅($\Delta = 2\Delta x_i$)に対応する(3.32)式を用いるべきである。

$$\Delta_1 = 2\Delta x_1 = 0.4, \Delta_2 = 2\Delta x_2 = 0.4, \Delta_3 = 2\Delta x_3 = 0.4 \quad (3.32)$$

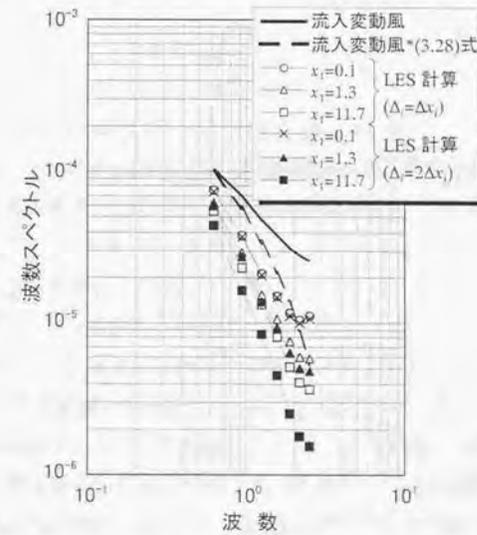
ν_{SGS} の算定に(3.32)式($\Delta = 2\Delta x_i$)を用いた場合の影響を検討するために、新たにLES

を行い、その波数スペクトル（図3.10の×, ▲, ■）を、流入変動風の波数スペクトル（図3.10の実線）、流入変動風の波数スペクトルに(3.28)式のフィルタを作用させた波数スペクトル（図3.10の破線）および v_{3GS} に(3.31)式 ($\Delta_i = \Delta x_i$) を用いた場合の波数スペクトル（図3.10の○, △, □）と比較した。なお、図3.7において u_1 成分の横相関方向の波数スペクトルが x_2 方向と x_3 方向で同じであること、また、図3.8、図3.9において u_2 成分と u_3 成分の波数スペクトルが、縦相関方向、横相関方向ともほぼ同じであることが確認されているので、ここでは、 x_2 方向の速度分布から求めた波数スペクトル (u_1 成分（横相関）、 u_2 成分（縦相関）、 u_3 成分（横相関））のみを示した。



(a) u_1 成分（横相関方向）

(b) u_2 成分（縦相関方向）



(c) u_3 成分（横相関方向）

図3.10 Smagorinsky モデルのフィルタ幅の変化による波数スペクトルの変化
(x_2 - x_3 面での面内平均値, x_2 方向の速度分布から計算)

流入直後の $x_1=0.1$ では、 v_{SGS} に(3.32)式($\Delta_t=2\Delta x_t$)を用いた場合(図3.7~図3.9の×)と(3.31)式($\Delta_t=\Delta x_t$)を用いた場合(図3.10の○)とで、ほとんど波数スペクトルの変化は見られない。しかし、 $x_1=1.3$ 、 $x_1=11.7$ では、 v_{SGS} に(3.32)式を用いた場合(図3.10の▲、■)、 v_{SGS} に(3.31)式を用いた場合(図3.10の△、□)に比べてスペクトル勾配が急になり、流入変動風の波数スペクトルに(3.28)式のフィルタを作用させた波数スペクトル(図3.10の破線)の勾配に近付くことが分かる。以上のことから、波数スペクトルの勾配の変化は、主にLESの中の線形補間と中心差分に起因すると考えられる。このフィルタ効果は、LESの格子幅を狭くすればある程度小さくできると思われる。

次に流入直後のパワーの低下について考察する。流入変動風のエネルギースペクトルの方程式は、(3.33)式のように表される^{17)~19)}。

$$\frac{\partial E(k)}{\partial t} = T(k) - e(k) \quad (3.33)$$

ただし、 $E(k)$: 3次元エネルギースペクトル

$T(k)$: 速度の3重相関に関連する項

$e(k)$: 消散項

k : 波数ベクトルの絶対値 ($k=(k_x, k_y)^{1/2}$)

$T(k)$ は様々なスケールの渦の間におけるエネルギーの再配分に関連する項である。本研究の流入変動風の生成では、速度の2重相関の再現を目標としており、速度の3重相関に関連する $T(k)$ による波数空間のエネルギー再配分の効果は考慮していない。図3.7~図3.9および図3.10において流入直後の領域でパワーの低下が見られるのは、本来 $T(k)$ によって行われる大きなスケールの渦(低波数成分)から小さなスケールの渦(高波数成分)へのエネルギー伝達がうまく行かず、高波数成分のエネルギーが減衰してしまっていることによるところが大きいものと考えられる。この流入直後でのパワー低下の対策としては、流入変動風の乱れ強さを事前に割増す方法が考えられる。

LES中の速度変動の低減効果は、コロケーショングリッドにおける線形補間と中心差分による低減効果および流入変動風の生成過程で速度の3重相関に関連する項を考慮していないことによる低減効果だけではないが、これらが大きな要因であると考えられる。

(2) 乱流エネルギー

これまでに述べたとおり、divergence-free操作のような流入変動風の2次処理過程およびLESの中において、各種の低減効果によって速度変動の低下が生じる。流入変動風を用いたLESの計算結果を風洞実験結果と比較するためには、この低減効果を割増す必要がある。表3.4に各種の低減効果とその低減率をまとめて示す。これらの低減率は、それぞれの処理過程あるいは計算過程における入力に対する出力の割合を求めたものである。また、全体の低減率は、低減効果1~4の低減率を単純に掛け合わせたものである。

表3.4 速度変動に対する低減効果と低減率(出力/入力の割合)

番号	低減効果の種類	u_1 成分 の低減率	u_2, u_3 成分 の低減率
1	計算領域幅、格子幅に対応するバンドパスフィルタによる効果	81%	74%
2	divergence-free操作による低減効果	84%	90%
3	LESの流入境界のセル界面で定義した流入変動風をセル中心速度に線形補間する際の低減効果	—	93%
4	コロケーショングリッドにおける線形補間と中心差分による低減効果および流入変動風の生成過程で速度の3重相関に関連する項を考慮していないことによる低減効果等	73%	72%
全体	1~4の低減率の積	49%	45%

本報では、これらの低減率に基づいてLESで得られた乱流エネルギーを割増し、G.Comte-Bellot等¹⁾の実験結果と比較した。図3.11に乱流エネルギーの主流方向の減衰過程を各段階で比較して示す。この乱流エネルギーは、各段階における低減率で各速度成分のrms値を割った値から求めたものである。図中の×が割増を行わない場合、◇が低減効果4のみを割増した場合、□が低減効果3、4を割増した場合、△が低減効果2~4を割増した場合、そして○が1~4を全て割増した場合である。これによると、全ての低減効果を割増した場合(図3.11の○)、流入変動風を用いたLESの計算結果は、実験結果(図3.11の実線)と一致しており、乱流エネルギーの減衰過程を十

分な精度で再現できていることが分かる。このような速度変動の低減を改善するためには、計算格子、計算スキームの精度の向上や流入変動風の乱れ強さの割増しが必要である。

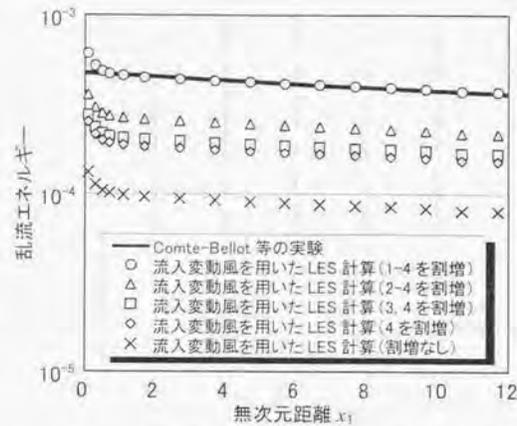
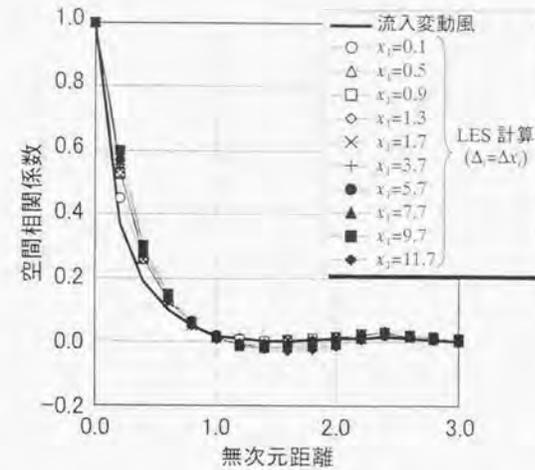


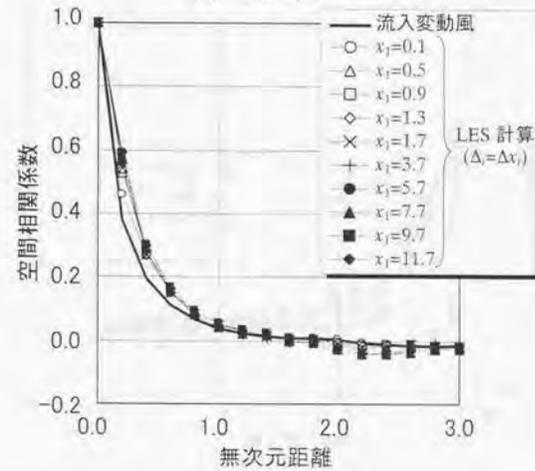
図 3.11 乱流エネルギーの主流方向の減衰過程
(x_2 - x_3 面での面内平均値)

(3) 空間相関

図3.12～図3.14に x_2 - x_3 面内の風速分布から求めた空間相関を示す。 u_2 成分(図3.13)と u_3 成分(図3.14)の空間相関は、縦相関方向、横相関方向とも波数スペクトルと同様に、流入直後の $x_1=0.1$ (図3.13、図3.14の○)の相関係数が流入変動風(図3.13、図3.14の実線)に比べて大きく変化している。しかし、 $x_1=0.5$ (図3.13、図3.14の△)以降の空間相関の変化は小さく、下流に行くほど徐々に相関が高くなっている。この傾向は、G.Comte-Bellot等¹⁾の実験結果と同様である。一方、 u_1 成分(図3.12)の空間相関は、距離が離れた相関の低い領域で x_2 方向と x_3 方向に若干差が見られるが、 u_2 成分、 u_3 成分に比べて空間相関の変化は少ない。

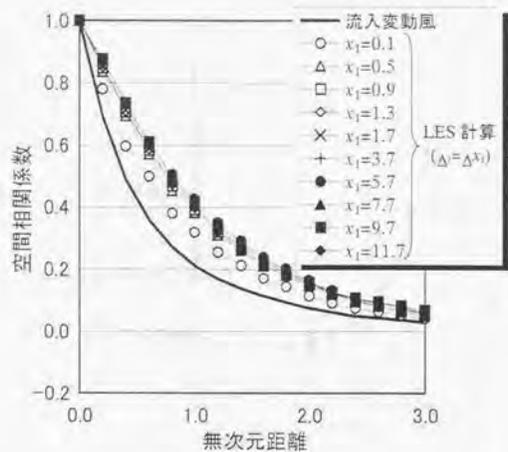


(a) 横相関(x_2)方向

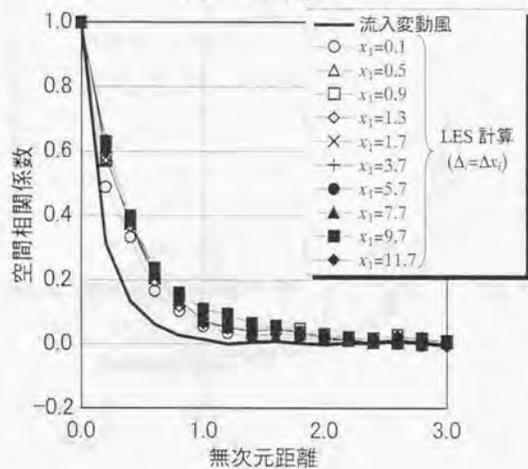


(b) 横相関(x_3)方向

図 3.12 空間相関の主流 x_1 方向の変化 (u_1 成分、 x_2 - x_3 面での面内平均値)

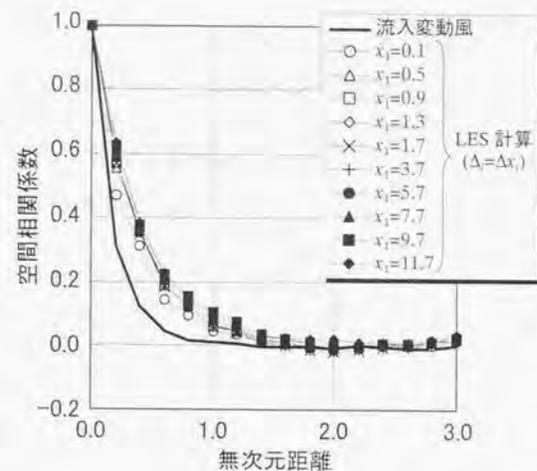


(a) 縦相関(x_2)方向

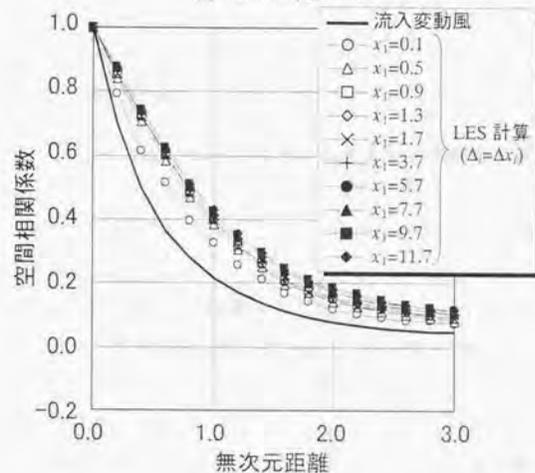


(b) 横相関(x_3)方向

図 3.13 空間相関の主流 x_1 方向の変化 (u_2 成分, x_2 - x_3 面での面内平均値)



(a) 横相関(x_2)方向



(b) 縦相関(x_3)方向

図 3.14 空間相関の主流 x_1 方向の変化 (u_3 成分, x_2 - x_3 面での面内平均値)

3. 7 まとめ

LESのための流入変動風の生成法として、パワースペクトル密度、クロススペクトル密度をターゲットとした、モンテカルロ法に基づく4点相関を考慮した逐次計算法を提案した。また、生成した流入変動風が連続条件を満足するように変換する方法として、E.Shirani等⁸⁾の方法に基づくdivergence-free操作法を提案した。これらの方法で生成した流入変動風を用いて等方性乱流場のシミュレーション解析を行った結果、以下のことが確認された。

- (1) モンテカルロ法に基づく4点相関を考慮した逐次計算法を用いて生成した流入変動風の空間相関、パワースペクトル密度は、目標値と良く一致した。
- (2) 提案したdivergence-free操作法で、LESの速度のdivergenceレベル、計算時間を十分に低減することができた。
- (3) divergence-free操作、LESの過程で、速度変動に対する様々な低減効果が生じるが、これらは、LESの計算格子幅を狭くすることや流入変動風の乱れ強さを事前に割増すことで調整可能である²⁰⁾。
- (4) 各種の低減効果に対応した乱れ強さの割増しを行った結果、流入変動風を用いた一様等方性乱流のLESで主流方向の乱流エネルギーの減衰過程を十分な精度で再現することができた。

第3章の参考文献

- 1) G.Comte-Bellot, S.Corsin : Simple Eulerian Time Correlation of Full- and Narrow-Band Velocity Signals in Grid-Generated, 'Isotropic' Turbulence, J. Fluid Mech. vol.48, part2, pp273-337, 1971
- 2) 星谷勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1979.5
- 3) 近藤宏二，村上周三，持田灯：LESのための流入変動風の作成（その1）連続式を条件に課した等方性乱流の変動風のシミュレーション，日本建築学会大会梗概集（構造I），pp.165-166，1995.8
- 4) 土谷学，近藤宏二，持田灯，村上周三：LESのための流入変動風の作成（その2）多点相関を考慮した等方性乱流の流入変動風のシミュレーション，日本建築学会大会梗概集（構造I），pp.161-162，1996.9
- 5) 近藤宏二，持田灯，村上周三，土谷学：LESのための流入変動風の作成（その3）流入変動風を用いた等方性乱流場のLES解析，日本建築学会大会梗概集（構造I），pp.163-164，1996.9
- 6) 近藤宏二，持田灯，村上周三：生成された流入変動風に基づく等方性乱流のLES，第14回風工学シンポジウム，pp.227-232，1996.12
- 7) 近藤宏二，持田灯，村上周三：LESのための流入変動風の生成に関する研究－流入変動風を用いた等方性乱流のLES解析－，日本建築学会構造系論文集 第501号，pp.33-40，1997.11
- 8) E.Shirani, J.H.Ferziger, W.C.Reynolds: Mixing of a Passive Scalar in Isotropic and Sheared Homogeneous Turbulence, Report TF-15, Mech. Engng. Dept, Stanford Univ., 1981.5
- 9) 岡内均，伊藤学，宮田利雄：耐風構造，丸善，1977
- 10) 前田潤滋，牧野稔：大気乱流の平均流方向成分の統計的性質に関する研究－従来の提案式の等方性乱流理論に基づく分類とその基本的性質の比較検討－，日本建築学会論文報告集 第287号，pp.77-87，1980
- 11) 近藤宏二，持田灯，村上周三，土谷学：LESのための流入変動風の作成法に関する研究－周波数スペクトルに基づく境界層乱流の生成－，第10回数値流体力学シンポジウム，pp.168-169，1996.12
- 12) 戴毅，小林敏雄：一様流に流される渦の流出境界条件の検討，日本機械学会論文集（B編）58巻546号，pp.17-24，1992.2

- 13) C.W.Hirt, J.L.Cook : Calculating Three-Dimensional Flows around Structures and over Rough Terrain, J. Comp. Phys. 10, pp.324-340, 1972
- 14) A.Leonard : Energy Cascade in Large-Eddy Simulations of Turbulent Fluid Flows, Adv. in Geophys., Vol.18A, p.237, 1974
- 15) 谷口伸行 : Dynamic SGSモデルの差分法における定式化, 生産研究 47巻2号, pp42-45, 1995.2
- 16) 森西洋平 : 第36回生研講習会テキスト LES入門, pp.54-56, 1993.11
- 17) S.C.Ling, T.T.Huang : Decay of Weak Turbulence, The Physics of Fluids Vol.13 No.12, pp.2912-2924, 1970
- 18) J.C.Rotta : 乱流, 岩波書店, 1975.8
- 19) 竹内清秀, 近藤純正 : 大気科学講座1 地表に近い大気, 東京大学出版会, 1981.7
- 20) 飯塚悟, 村上周三, 持田灯, 土屋直也 : 生成された変動風を流入境界条件とする2次元角柱周辺流れのLES, 第13回数値流体力学シンポジウム, B05-2, 1999.12

第 4 章

平板乱流境界層の風洞実験

4. 1 はじめに

前章では、流入変動風を用いた LES の第一段階として、G.Comte-Bellot, S.Corsin の一様等方性乱流の実験結果を対象とした LES で流入変動風の生成法の適用性を検討した。しかし、本研究の最終目標である“自然風中の構造物周りの流れ場や壁面・屋根面風圧を流入変動風を用いた LES による非定常計算で予測する”ためには、乱流境界層を対象として流入変動風の生成法の適用性を検証する必要がある。

一様等方性乱流の場合、 u_1 成分、 u_2 成分、 u_3 成分の各成分間の相関はなく、同一成分同士の相関のみを考えれば良い。また、流入変動風生成で目標とするパワースペクトル密度、クロススペクトル密度が全ての空間で均質であるため、モデル化が極めて容易で Kármán 型のパワースペクトル密度、クロススペクトル密度が良く適合することが知られている¹⁾。

しかし、乱流境界層の場合は、地表面の摩擦応力のため、地表面付近の平均風速が遅く、上空ほど平均風速が速くなる風速勾配を有する。このため、一様等方性乱流と異なり、同一成分間の相関ばかりでなく、各成分間の相関が無視できない。乱流境界層の場合、主流直交水平方向である x_2 方向に対して、完全に一様性が確保された理想的な状態では、 u_2 成分と u_1 成分間、あるいは u_2 成分と u_3 成分間の相関はゼロとなるが、 u_1 成分と u_3 成分間の相関は、運動量拡散を表す重要なパラメータであり無視できない。そこで u_1 成分と u_3 成分間の相関のモデル化が必要となるが、この目的に利用できるデータが、現在、非常に少ない。また、同一成分同士であっても地表面近傍では、その拘束効果によりパワースペクトル密度、クロススペクトル密度とも大きく変化するため、地表面の影響の把握が重要であるが、この目的に用いることができる周波数スペクトルの情報は、やはり非常に少ない。

流入変動風の生成法で述べたとおり、乱数発生によって模擬的に流入変動風を生成する方法では、目標とするパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を要素とするクロススペクトル密度マトリクスの規定が不可欠である。このクロススペクトル密度マトリクスは、生成する点が固定されていれば、風洞実験等でそれを直接求めることで規定することも可能であるが、流入変動風の生成法を実用化するためには、空間上の任意の2点間のクロススペクトル密度を統一的に表現できるモデル式が不可欠となる。一様等方性乱流の場合は、全空間で均質な統計的性質を持っているため、その測定やモデル化は容易であるが、乱流境界層の場合、地表面の影響があるため測定、

モデル化とも極めて複雑になる。例えば、2点間の空間相関を風洞実験で調査する場合、一様等方性乱流であれば空間上の固定点に設置した風速センサーに対して、もう一つの風速センサーを流入境界面の任意の1方向に移動させながら風速3成分の空間相関を測定すればよいが、乱流境界層の場合、空間上の固定点(基準点)が地表面近傍にある場合と上空にある場合とでは、空間相関の特性が変わるため、地表面からの基準点の高さを変化させ、それぞれに対して空間相関を測定する必要がある。また、乱流構造が一様等方でないため、流入境界面の2次元面内全ての位置での空間相関を測定する必要がある。そしてクロススペクトル密度マトリクスのモデル化では、これらを統一的に表すモデル式を提案する必要がある。

丸山等³⁾は、流入変動風の生成を目的として、ラフネスブロックを用いた乱流境界層の風洞実験結果からパワースペクトル密度、ルートコヒーレンス、フェイズをモデル化している。丸山等は、ラフネスブロックの直後を流入境界位置に想定し、上空の風に対しては、空間上の1点に固定した基準点に対して移動点の空間相関を測定し、それが全ての基準点高さに対して共通であると仮定して空間相関をモデル化している。また、床面付近に関しては、風洞実験で測定したラフネスブロック周りの平均風速、変動風速を満足する風速変動を与えている。このため、空間上の離れた2点間の u_1 成分と u_3 成分の相関や各成分の風速変動に及ぼす床面の影響に関しては、目標値を設定するための情報が十分与えられているとはいえない。

また、J.Kim等⁴⁾は、チャンネル流のDNSで平均速度分布、乱流強度、レイノルズ応力、1次元エネルギースペクトル、空間相関、頻度分布等の統計的性質を示しているが、本研究の流入変動風の生成で必要となる周波数領域のクロススペクトル密度マトリクスに関しては、データが不十分である。

そこで、本研究では、風洞床面上で発達した平板乱流境界層を検討対象として選定し、その統計的性質に関する基礎データを採取し、これに基づき床面効果や空間上の離れた2点間の u_1 成分と u_3 成分の相関を含めた乱流境界層内のパワースペクトル密度、クロススペクトル密度(ルートコヒーレンス、フェイズ)のモデル化を考案した⁵⁾。

4. 2 風洞実験方法

(1) 風洞装置

実験で使用した風洞は、鹿島技術研究所の大型境界層風洞である。表4.1にその概要を、図4.1、図4.2に風洞平面図、風洞全体図を示す。

表4.1 風洞の概要

形式	水平密閉式単帰回流型
全長	周長:121.9m, 長軸:46.7m, 短軸:14.25m
測定胴縮流比	幅:4.5m, 高さ:2.5m, 長さ:27.7m
風速範囲	0.5~40m/sec
風速分布	±2.0%以内
乱れの強さ	1.5%以下
送風機	軸流送風機
直径	4.3m
最大風量	27,000m ³ /min
最大静圧	2,250Pa (230mmAq)
最大回転数	496rpm
電動機	直流電動機750kW
付属装置	主ターンテーブル(境界層流実験用, 直径2.0~4.0m, 密閉装置付) 副ターンテーブル(一様流実験用, 直径2.0m) 外装型トラバース(4軸制御), 消音型コーナーベーン(3ヶ所) 気流温度調整装置(水冷式, 自動制御), 静圧調整装置

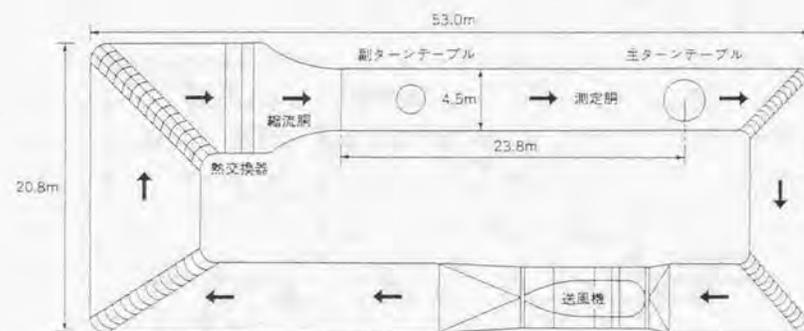


図4.1 風洞平面図

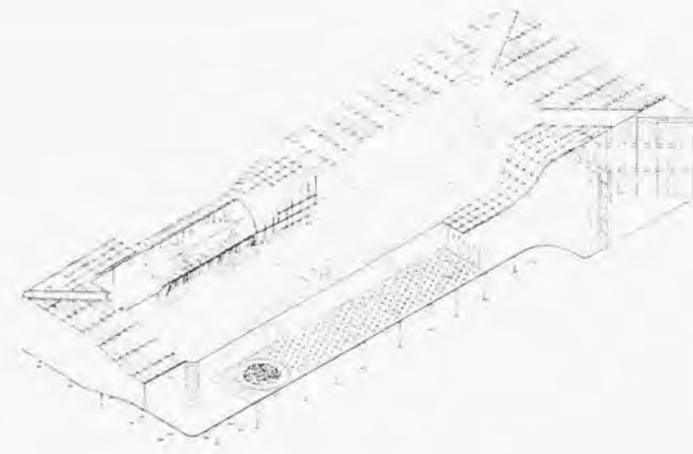


図4.2 風洞全体図

(2) 実験方法

流入変動風を用いた乱流境界層のLESの妥当性を検証するためには、床面境界条件等の計算条件を明確に規定できる単純な流れ場が望ましい。そこで本研究では、風洞床面にスパイヤ、ラフネスブロック、ソーを設置しない滑面の状態で発達させた平板乱流境界層を検討対象とした。図4.3に風洞実験の概要を示す。図4.3に示すとおり、縮流胴の出口から主流 x_1 方向に22.3m風下位置をLESの流入境界($x_1=0$)と想定し、流入境界面(x_2-x_3 面)と中心断面(x_1-x_3 面)の測定を行った。流入境界面の測定位置

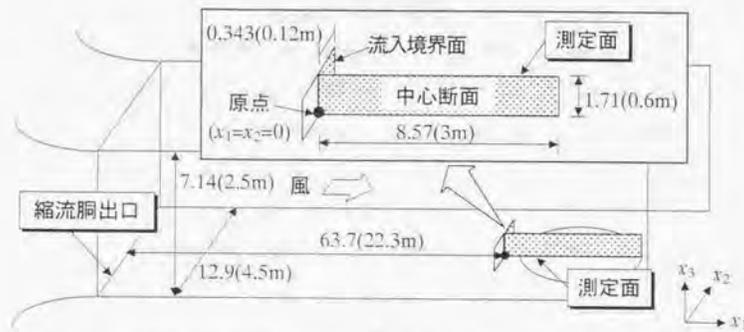


図4.3 風洞実験の概要 (寸法: 境界層高さ $L_b=0.35m$ で無次元化)

の選定に当たっては、本研究の目的上、風洞気流の2次元性が保たれている場所を選ぶ必要があるため、X型熱線風速計を用いて事前に流入境界面(x_2-x_3 面)の平均風速、変動風速の空間分布を測定し、2次元性が保たれている場所を選定した。付録Dに流入境界面の風速分布を示す。

なお、以下では、座標、周波数軸等を流入境界面の中心位置(図4.3の原点: $x_1=x_2=0$)での境界層高さ $L_b=0.35m$ および風速 $U_b=14.5m/s$ ($x_1=x_2=0, x_3=0.35m$ 位置)で無次元化して示す。 L_b と U_b から求めたレイノルズ数は、 $Re=U_b L_b/\nu=3.4 \times 10^4$ (ν : 空気の動粘性係数)である。

風速の測定には、X型熱線風速計を用いた。風速の鉛直分布およびパワースペクトル密度の測定では、流入境界面中心位置($x_1=x_2=0$)の床面からの高さ $x_3=0.0086 \sim 1.714$ (風洞実験の実寸で $0.003m \sim 0.6m$)の範囲を測定した。風速の鉛直分布は、無次元時間間隔0.056(実時間で1/750秒)で32768個のデータを3回測定しその平均を求めた。パワースペクトル密度は、無次元時間間隔0.0042(実時間で1/10000秒)で327680個のデータを5回測定し、AR法でスペクトル値を計算し、その平均値を求めた。ルートコヒーレンス、フェイズは、無次元時間間隔0.084(実時間で1/500秒)で32768個のデータを測定し、AR法で計算した。

流入境界面の空間相関の測定は、乱流統計量が風洞中心に対して対称であることを考慮して、図4.4に示すように流入境界面の半分の領域に関して行った。このとき、中心軸上の基準点 l に固定した風速センサーとトラバース装置に設置した風速センサー(図4.4中の格子点に風速センサーを順次移動する:以下、移動点 p と呼ぶ)の2本の風速センサーを用いて、表4.2に示す組合せの測定を行った。空間上の異なる2点で測定された風速の空間相関を考える場合、流れ場が一様等方であれば、基準点を空間のある1点に固定し、移動点のみ移動させれば空間相関の特性を把握できるが、乱流境界層の場合、床面の存在により床面近傍と境界層上部では、空間相関の特性が大きく異なる⁶⁾。構造物の耐風設計を目的とした空間相関のモデル化⁷⁾では、比較的

表4.2 X型熱線風速計の測定成分の組合せ

風速センサーの 設置位置	X型熱線風速計の測定成分の組合せ	
	ケース1	ケース2
基準点 l	u_1 成分と u_2 成分	u_1 成分と u_3 成分
移動点 p	u_1 成分と u_2 成分	u_1 成分と u_3 成分

上空の風が問題となるため、一様等方を仮定して空間相関をモデル化しても大きな問題は生じないが、流体計算では、床面境界近傍の流れ場の特性を再現することが重要である。

そこで、本実験では、基準点高さの変化による空間相関の変化を調べるために、基準点高さを $x_3=0.029\sim 1.143$ （風洞実験の実寸で $x_3=0.01\text{m}\sim 0.1\text{m}$ の範囲を $\Delta x_3=0.01\text{m}$ ピッチで、 $x_3=0.1\text{m}\sim 0.2\text{m}$ の範囲を $\Delta x_3=0.02\text{m}$ ピッチで、 $x_3=0.2\text{m}\sim 0.4\text{m}$ の範囲を $\Delta x_3=0.05\text{m}$ ピッチで刻んだ19レベル）の範囲で変化させた。ただし、基準点が床面に近く、図4.4の移動点が床面より低くなってしまう場合は、その移動点の測定は行わなかった。写真4.1～写真4.2にX型熱線風速計の設置状況を示す。

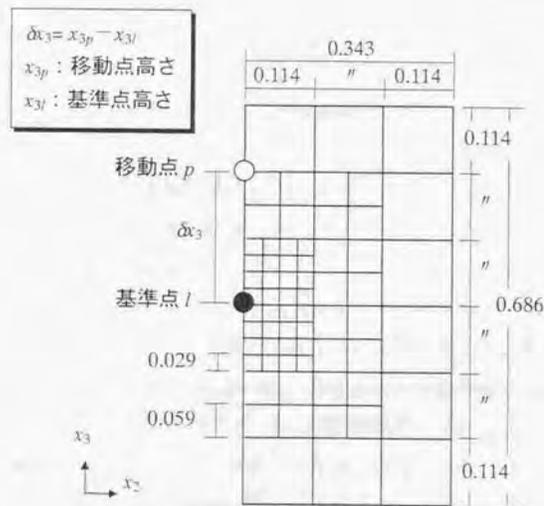


図4.4 流入境界面の測定点配置 (x_2 - x_3 断面)



写真4.1 X型熱線風速計の設置状況



写真4.2 基準点のX型熱線風速計の設置状況

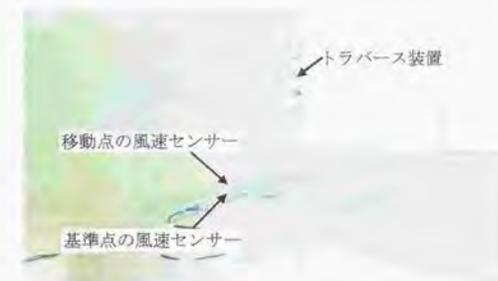


写真4.3 基準点のX型熱線風速計とトラバース装置に設置したX型熱線風速計の状況

4.3 風洞実験結果

(1) 各種乱流統計量の鉛直分布

図4.5に $x_1=x_2=0$ における平均風速 $\langle u_1 \rangle$ 、標準偏差 $\langle u_1'^2 \rangle^{1/2}$ 、 $\langle u_2'^2 \rangle^{1/2}$ 、 $\langle u_3'^2 \rangle^{1/2}$ 、乱流エネルギー k 、レイノルズ応力 $-\langle u_1' u_3' \rangle$ の鉛直分布を示す。ただし、 $\langle \quad \rangle$ は時間平均を表す。平均風速 $\langle u_1 \rangle$ の鉛直勾配は、対数分布に従うが、これを指数分布に当てはめるとほぼべき指数1/7に相当する。本実験 ($R_e=3.4 \times 10^5$) の場合、最も低い測定点高さ $x_3=0.0086$ (風洞実験の実寸で $x_3=0.003\text{m}$) は、壁座標 $x_3^+ = x_3 \langle u_1^* \rangle / \nu$ で表すと $x_3^+ = 97$ ($\langle u_1^* \rangle$: 摩擦速度)に相当する。

床面近傍における各成分の分散値の比は、 $\langle u_1'^2 \rangle : \langle u_2'^2 \rangle : \langle u_3'^2 \rangle = 1.0 : 0.46 : 0.19$ である。この値は、B.E.Laundery⁸⁾やF.H.Champagne等⁹⁾が示したチャネル流内の壁面境界層における乱流エネルギー k の再配分の状況とほぼ対応している。また、レイノルズ応力の分布から見て、一番下の測定高さから $x_3=0.1$ 付近までは、ほぼconstant flux layerと見なすことができる。

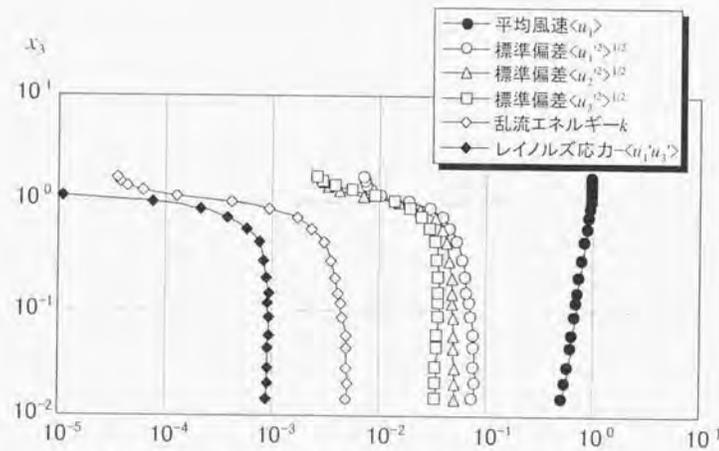


図4.5 風速、乱流エネルギー、レイノルズ応力の鉛直分布
(境界層高さの風速 $U_b=14.5\text{m/s}$ で無次元化)

(2) 頻度分布

後述する流入変動風の生成では、風速変動のフーリエ係数をシミュレートする際に正規乱数を用いる。これは、風速変動の時系列データの頻度分布が、多くの領域で正規分布と見なし得ると仮定したからである。これを確認するために、実験の時系列データの頻度分布を調べた。図4.6は各高さにおける u_1 、 u_2 、 u_3 各成分のskewness (正規分布ではゼロ)とflatness (正規分布では3)を示したものである。また、図4.7は、床面近傍の $x_3=0.014$ (風洞実験の実寸で 0.005m)、床面からある程度離れた $x_3=0.14$ (実寸で 0.05m)および境界層高さの $x_3=1.0$ (実寸で 0.35m)における u_1 、 u_2 、 u_3 各成分の頻度分布を正規分布と比較して示したものである。

図4.6のskewnessの分布を見ると、 u_1 成分は $x_3=0.03$ より上空では負であるが、 $x_3=0.03$ 以下の床面近傍では正に転じている。また、 u_3 成分はいずれの高さでも正であり、 u_2 成分はゼロ点周りに変動している。flatnessの分布は、いずれの成分とも $x_3=0.6$ 付近までは比較的变化が少なく、 u_1 成分はわずかに3を下回り、 u_2 成分、 u_3 成分は、ほぼ同じ値でわずかに3を上回っている。床面から $x_3=0.6$ 付近までのskewness、flatnessは、本実験結果と正規分布とで数値の差は全般的に小さく、風速変動の時系列データは、ほぼ正規分布に従っていると見なしても問題は少ないと考えられる。

ただし、本実験の測定範囲が $x_3^+ \geq 100$ であるため、 $x_3^+ \leq 30$ のような床面近傍でのskewness、flatnessの傾向を見ることはできない。これを検討するために、J.Kim等⁴⁾のチャネル流のDNSによるskewness、flatness (レイノルズ数 $R_e=U_c \delta / \nu = 3300$ ただし、 U_c : チャネル中央の平均風速、 δ : チャネルの半幅)を無次元座標 x_3/δ (ただし、 x_3 : チャネルの幅方向の座標 (J.Kim等の論文の y に対応))および壁座標 $x_3^+ (=x_3 \langle u_1^* \rangle / \nu$ ただし、 $\langle u_1^* \rangle$: 摩擦速度)に関して図4.8に示す。ただし、ここに示した u_1 成分、 u_2 成分、 u_3 成分は、それぞれJ.Kim等の論文の u 成分、 w 成分、 v 成分に対応する。

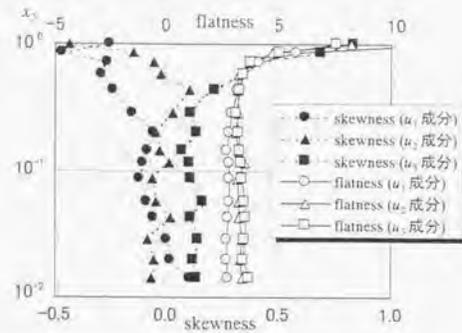


図4.6 変動風速の skewness, flatness の鉛直分布

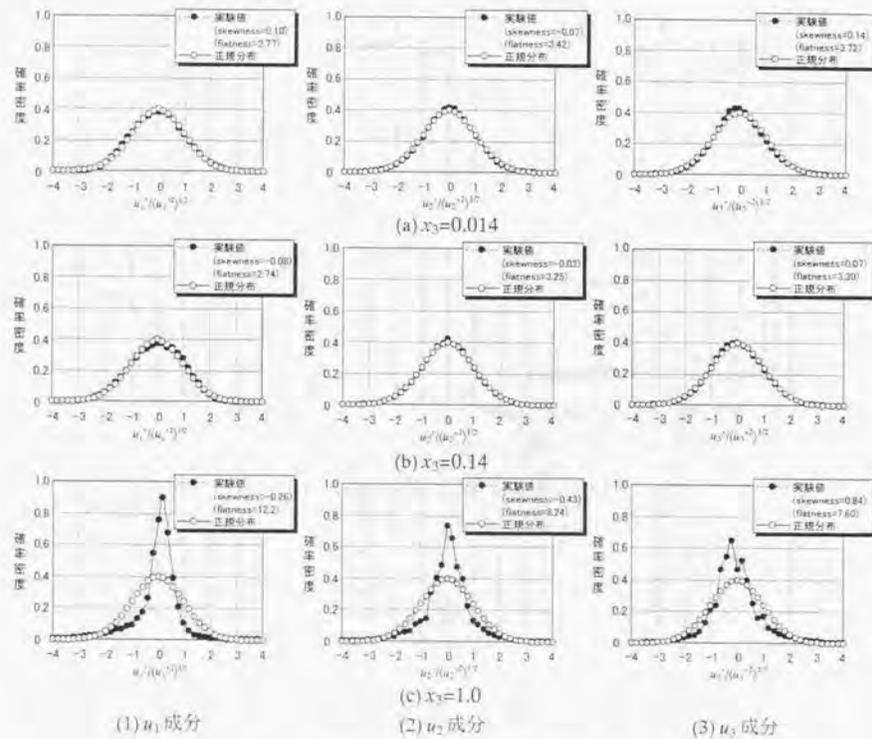


図4.7 変動風速の頻度分布

J.Kim 等の結果によれば、 $x_3^* \leq 30$ ($-1.0 \leq x_3/\delta \leq -0.8$ および $0.8 \leq x_3/\delta \leq 1.0$) の領域では、skewness, flatness とも大きく変化し、正規分布から離れる傾向が見られる。これに対して、本風洞実験 (レイノルズ数 $R_e = 3.4 \times 10^5$) では、最も低い測定点高さ $x_3 = 0.0086$ (風洞実験の実寸で $x_3 = 0.003\text{m}$) でも壁座標で表せば $x_3^* = 97$ であり、頻度分布が床面近傍で正規分布から大きく離れる傾向は、見られなかった。J.Kim 等の計算結果でも $x_3^* \geq 30$ ($x_3/\delta \geq 0.2$) の領域では、 u_1 成分 (J.Kim 等の u) の skewness は、 $-0.5 \sim -0.6$ 程度の値を、 u_2 成分 (J.Kim 等の w) の skewness は、 $0 \sim 0.5$ 程度の値を、 u_3 成分 (J.Kim 等の v) の skewness は、ゼロ点周りの値を示しており、本風洞実験結果 (図4.6) と比較的類似した結果となっている。

$x_3^* \leq 30$ のような床面近傍における頻度分布に関しては、流入変動風生成時に目標とする頻度分布を再現するのが理想である。しかし、 $R_e \geq 10^5$ の流れ場に対して、後述する一般的な LES の計算格子を用いた場合、床面第1セルの格子幅は $\Delta x_3^* (= \Delta x_3 u_r / v) \geq 30$ ($\Delta x_3 \geq 0.0027$) 程度にせざるを得ないこと、床面近傍における風速変動の特性は、LES の中で計算格子精度、床面境界条件等により新たに形成され、流入変動風生成時に与えた頻度分布の特性が維持されるとは限らないこと等から、床面近傍における正規分布からのずれを考慮する必要は、少ないと考えられる。この点に関しては、5章の平板乱流境界層の LES で詳述する。

一方、 $x_3 = 0.6$ を越え境界層高さに近付くと skewness, flatness とも正規分布から大きくはずれるが、境界層高さ付近では、乱れの強さが小さく、頻度分布を正規分布で近似してもあまり影響はないと判断して、頻度分布は、全て正規分布に従うものとした。

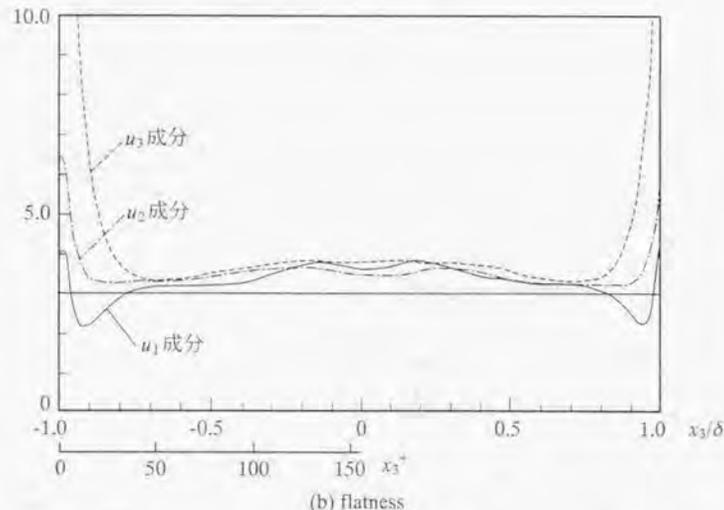
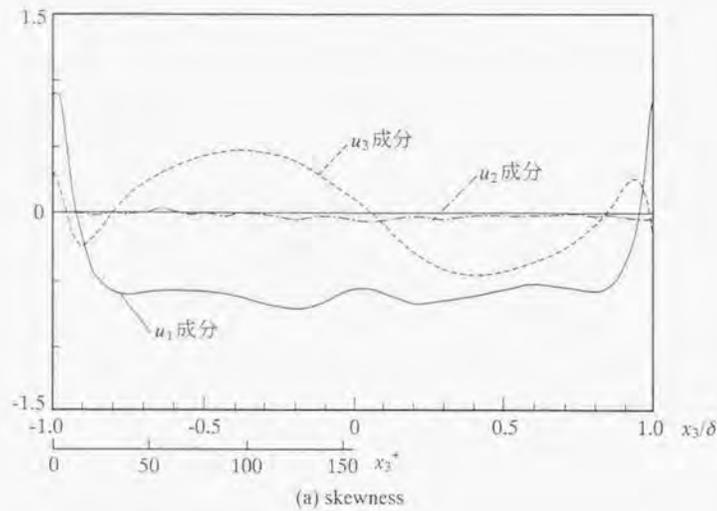


図4.8 J.Kim 等⁴⁾のDNSによるチャンネル流のskewnessとflatness

(3) 流れ方向の境界層の発達状況

LESの境界条件を決定する際に必要となる境界層高さ δ 、摩擦速度 $\langle u_1^* \rangle$ 、抵抗係数 ψ_1 、粗度長 z_0 、風洞内の静圧係数 C_{P_3} の主流 x_1 方向の変化を調べた結果を図4.9に示す。ただし、境界層高さ δ は、平均風速 $\langle u_1 \rangle$ が境界層上端における平均風速の最大値の99.5%となる高さで定義し⁹⁾。摩擦速度 $\langle u_1^* \rangle$ 、粗度長 z_0 は、主流 x_1 方向の各位置での平均風速 $\langle u_1 \rangle$ の鉛直分布を、 z_0 を含む形式の対数則に当てはめて求めた。また、静圧係数 C_{P_3} は、 $x_3=1.0$ ($L_b=0.35\text{m}$)の静圧をその位置での速度圧 $q_0=\rho U_b^2/2$ ($U_b=14.5\text{m/sec}$)で無次元化して求めた。図を見ると境界層高さ δ は、 $x_1=8$ 位置で $\delta=1.1$ 程度まで直線的に増えており、摩擦速度 $\langle u_1^* \rangle$ 、抵抗係数 ψ_1 、静圧係数 C_{P_3} は、主流 x_1 方向にほぼ一定であることが分かる。また、粗度長 z_0 は、ばらつきがあるものの、その変化は大きくない。

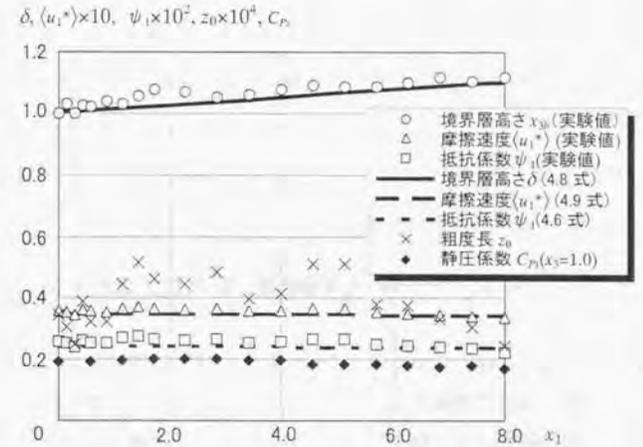


図4.9 主流 x_1 方向の境界層高さ、摩擦速度、抵抗係数、粗度長、静圧係数の変化 ($L_b=0.35\text{m}$, $U_b=14.5\text{m/s}$ で無次元化)

LESの上空境界条件を決定するに当たっては、この境界層高さ δ の主流 x_1 方向の変化を近似式で表しておくことと便利である。以下に近似式について述べる。
乱流境界層の境界層方程式は、(4.1)式~(4.4)式で表される¹⁰⁾。

$$\frac{d}{dx}(\rho U_s^2 \theta) = \frac{dP}{dx} \delta^* + \tau_0 \quad (4.1)$$

$$\delta^* = \int_0^\delta (1 - \langle u_1 \rangle) dx_3 \quad (4.2)$$

$$\theta = \int_0^\delta (1 - \langle u_1 \rangle) \langle u_1 \rangle dx_3 \quad (4.3)$$

$$\tau_0 = \psi_1 \rho U_b^2 / 2 \quad (4.4)$$

ここで、 ρ : 空気密度、 θ : 運動量厚さ、 P : 圧力、 δ^* : 排除厚さ、 τ_0 : せん断応力、 ψ_1 : 抵抗係数

前述したとおり(4.2)式、(4.3)式中の $\langle u_1 \rangle$ は、べき指数1/7の指数分布に従うと見なせ、境界層高さに δ における風速が U_b で一定とすると、平均風速 $\langle u_1 \rangle$ は、(4.5)式で表される。

$$\langle u_1 \rangle = (x_3 / \delta)^{1/7} \quad (4.5)$$

抵抗係数 ψ_1 は、谷の実験式¹⁰⁾を基に、実験結果から算定したせん断応力 τ_0 を考慮して(4.6)式のように表される。

$$\psi_1 = 0.0593 R_\delta^{-1/4}, \quad R_\delta = U_b (\delta L_b) / \nu \quad (4.6)$$

ここで、 R_δ : δ , U_b から求めたレイノルズ数

図4.9に示した(4.6)式(図中.....)と実験結果(図中□)を比較すると、両者は一致していることが分かる。

(4.2)式~(4.6)式を(4.1)式に代入して変形すると、境界層高さ δ に関する(4.7)式が得られる。このとき、乱流境界層は $x_1 = -63.7$ (縮流胴出口)から発達するものとし、(4.1)式の右辺第1項の dP/dx_1 は、風洞内の静圧係数 C_p (図4.9の◆)の主流 x_1 方向の変化が小さいので、 $dP/dx_1 = 0$ とした。

$$\delta = 0.462 R_\delta^{-1/5} (x_1 + 63.7)^{4/5}, \quad R_\delta = U_b L_b / \nu \quad (4.7)$$

図4.9に示した(4.7)式(図中——)と実験結果(図中○)を比較すると、両者は良く対応していることが分かる。

また、摩擦速度 (u_1^*) の算定式は、(4.8)式で表され(図4.9の— —)、実験結果(図4.9の△)と良く一致している。

$$\langle u_1^* \rangle = (\tau_0 / \rho)^{1/2} = 0.172 R_\delta^{-1/8} \quad (4.8)$$

(4) パワースペクトル密度

図4.10に u_1 成分、 u_2 成分、 u_3 成分のパワースペクトル密度 $nS(l, n) / \sigma^2$ (ただし、 $S(l, n)$: l 点におけるパワースペクトル密度、 σ : 変動風速の標準偏差、 n : 周波数)を示す。 u_1 成分(図4.10(a))は、床面近傍($x_3 = 0.014 \sim 0.029$)においてもスペクトル形状の変化は比較的小さく、床面の影響をあまり受けていない。 u_2 成分(図4.10(b))のスペクトルも床面近傍では、床面の影響が若干見られるが、それほど顕著ではない。これに対して、 u_3 成分(図4.10(c))は、床面による拘束の影響で高周波数成分の割合が相対的に高くなり、ピーク周波数が大きく高周波数側に移動し、スペクトル形状が明らかに変化している。

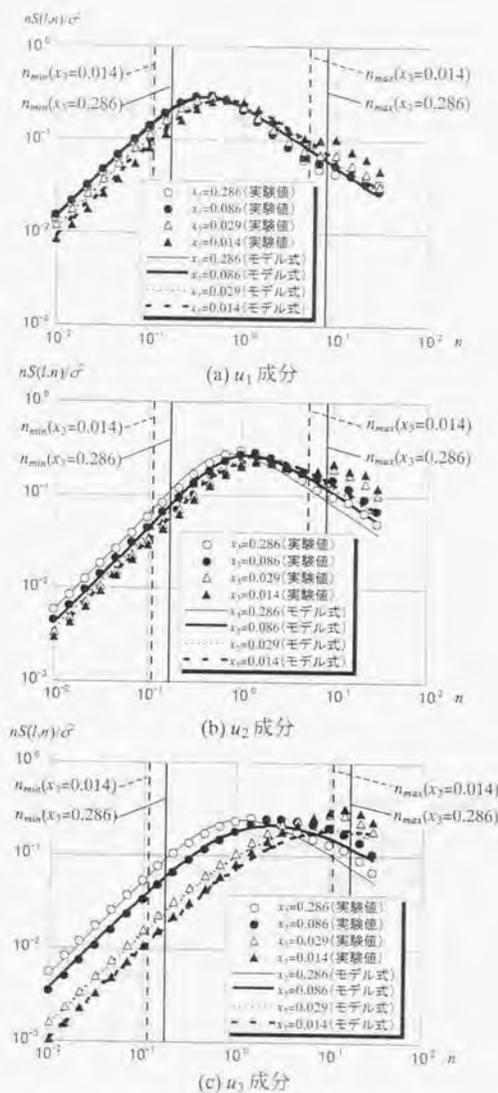


図 4.10 パワースペクトル密度の比較 ($U_p=14.5\text{m/s}$, $x_1=x_2=0$)

(5) 空間相関

空間相関の傾向を調べるためにルートコヒーレンス $coh(l,p,n)$ 、フェイズ $\phi(l,p,n)$ を比較した結果を以下にまとめる。また、図 4.3 に示した流入境界面 (x_2-x_3 面) と中心断面 (x_1-x_3 面) における空間相関を付録 E に示す。

各成分間の空間相関の表記は、次のルールに従うものとする。

- u_1-u_1 成分：基準点、移動点とも u_1 成分の場合の normal 成分の空間相関
- u_2-u_2 成分：基準点、移動点とも u_2 成分の場合の normal 成分の空間相関
- u_3-u_3 成分：基準点、移動点とも u_3 成分の場合の normal 成分の空間相関
- u_1-u_3 成分：基準点が u_1 成分、移動点が u_3 成分の場合の shear 成分の空間相関
- u_3-u_1 成分：基準点が u_3 成分、移動点が u_1 成分の場合の shear 成分の空間相関
- u_1-u_3 成分 (同一点)：同一点 (移動点) における u_1 成分と u_3 成分のレイノルズ応力の相関

(i) 基準点高さ一定 ($x_3=0.143$) で 2 点間距離 δx_3 が変化した場合 (図 4.11, 図 4.12)

u_1-u_1 成分 (図 4.11(a)) のルートコヒーレンスの実験値は、2 点間距離 δx_3 が大きくなると周波数に対する相関の低下の度合いが大きくなる。 u_2-u_2 成分と u_3-u_3 成分 (図 4.11(b),(c)) も同様に、2 点間距離が離れると周波数に対する相関の低下の度合いが大きくなるが、その変化は u_1-u_1 成分ほど大きくない。 u_1-u_3 成分 (u_1 が基準点、 u_3 が移動点：図 4.11(d)) および u_3-u_1 成分 (u_3 が基準点、 u_1 が移動点：図 4.11(e)) は、 u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分、 u_3-u_3 成分に比べて 2 点間距離による変化は、あまり大きくない。また、床面近傍の $\delta x_3 = -0.114$ のルートコヒーレンス (図 4.11(d),(e) の \blacktriangle) は、 u_1-u_3 成分と u_3-u_1 成分とで傾向が異なっている。以上に述べた 2 点間距離が変化する場合のルートコヒーレンスの変化は、基準点に対して移動点が床面に近づく方向に移動する場合 (δx_3 がマイナス) の方が大きい。

u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分 (図 4.12(a),(b)) のフェイズは、2 点間距離が離れると位相差が大きくなるが、 u_3-u_3 成分 (図 4.12(c)) は、2 点間距離が離れても位相差は小さくほぼゼロである。また、 u_1-u_3 成分、 u_3-u_1 成分 (図 4.12(d),(e)) のフェイズは、 u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分、 u_3-u_3 成分と π ずれており、2 点間距離による変化は、 u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分に比べて若干小さい。また、2 点間距離が変化する場合のフェイズの変化は、ルートコヒーレンスと同様に、基準点に対して移動点が床面に近づく方向に移動する場合 (δx_3 がマイナス) の方が若干大きい。

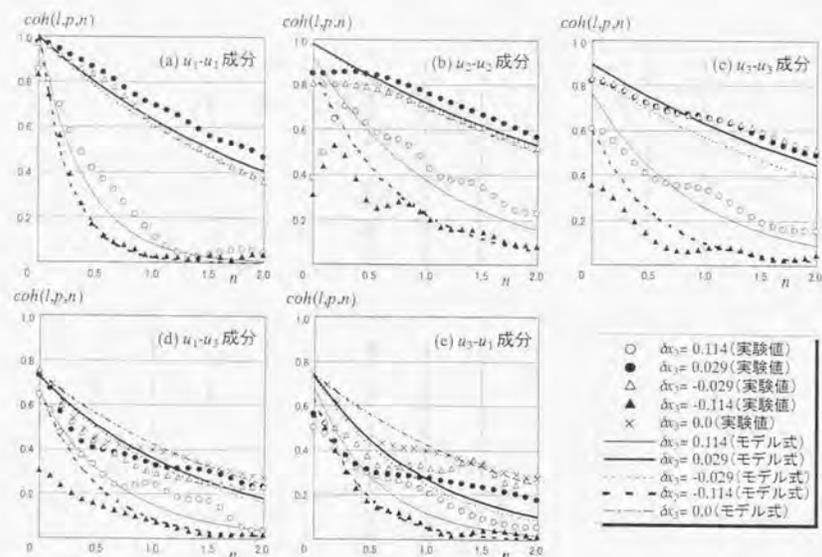


図 4.11 基準点高さ一定($x_3=0.143$)で2点間距離 Δx_3 を変化させた場合のルートコヒーレンス

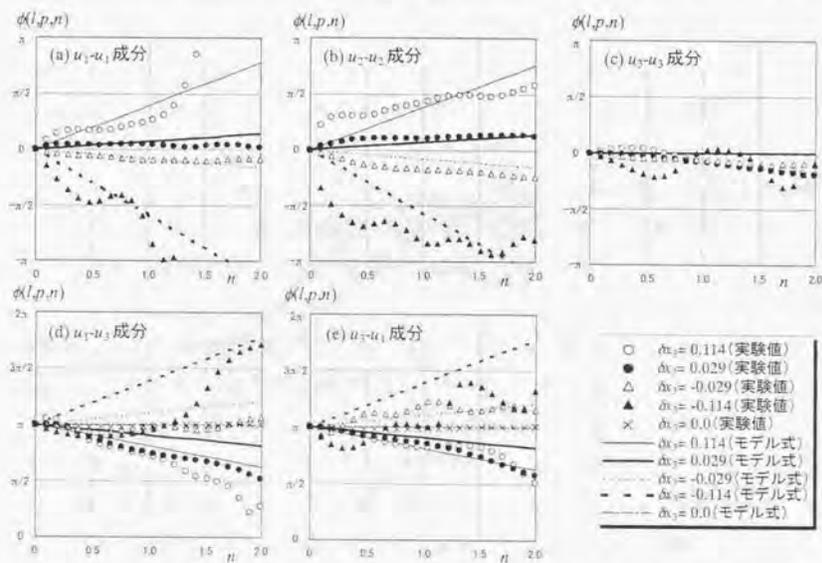


図 4.12 基準点高さ一定($x_3=0.143$)で2点間距離 Δx_3 を変化させた場合のフェイズ

(ii) 2点間距離一定($\Delta x_3=0.029$)で基準点高さ x_3 が変化した場合 (図 4.13, 図 4.14)

u_1-u_1 成分, u_2-u_2 成分, u_3-u_3 成分 (図 4.13(a),(b),(c)) のルートコヒーレンスは, 基準点高さ $x_3=0.029 \sim 0.114$ までは, 床面の影響で相関が大きく変化するが, それより上空では, 相関の変化は小さい。 u_1-u_3 成分, u_3-u_1 成分 (図 4.13(d),(e)) の相関は, 床面に近いほど低下する傾向にあるが, その変化はあまり大きくない。フェイズは, 2点間距離が近い場合位相差は小さく, 基準点高さによる変化は, あまり大きくない (図 4.14)。

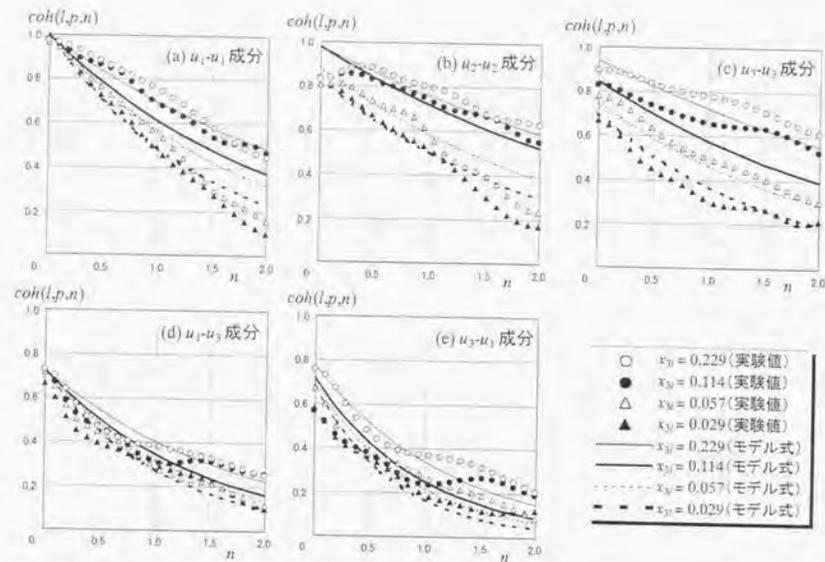


図 4.13 2点間距離一定($\delta x_3=0.029$)で基準点高さ x_{3l} を変化させた場合のルートコヒーレンス

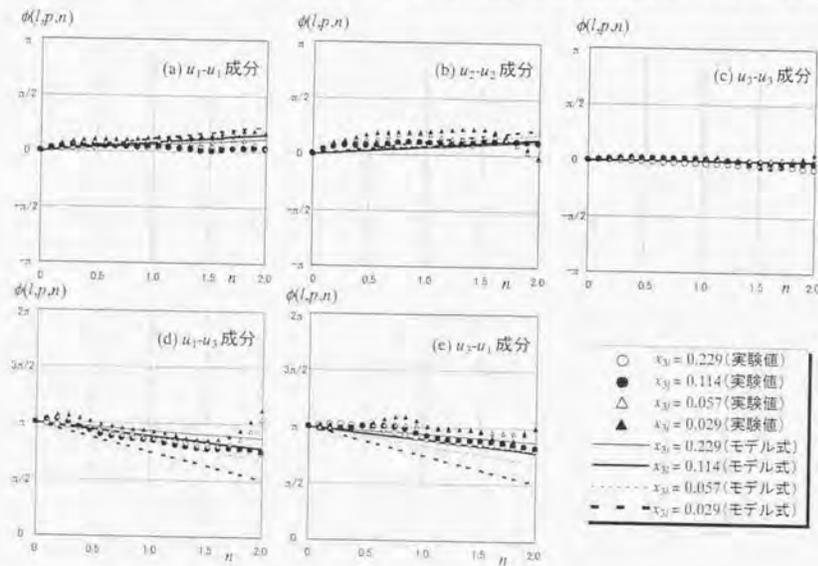


図 4.14 2点間距離一定($\delta x_3=0.029$)で基準点高さ x_{3l} を変化させた場合のフェイズ

(iii) 同一点の u_1-u_3 成分のルートコヒーレンス (図 4.15)

同一点の u_1-u_3 成分のルートコヒーレンスは、床面近傍の $x_3 < 0.086$ で勾配が大きく変化し、 $n \geq 1.0$ では $x_3 \geq 0.086$ の値を上回っている。また、フェイズはいずれの成分ともほぼ π である。

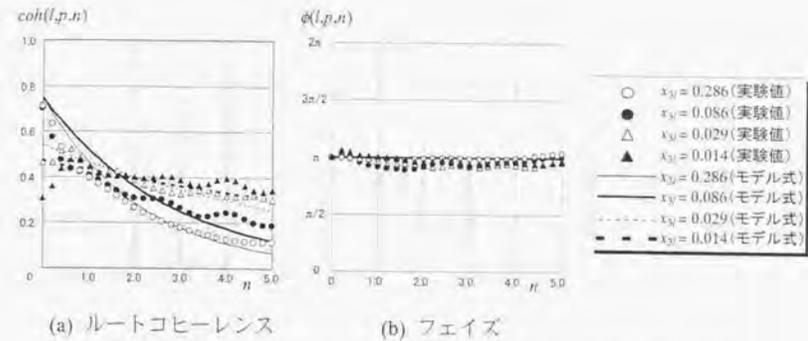


図 4.15 同一点における u_1-u_3 成分のルートコヒーレンスとフェイズ

4. 4 平板乱流境界層の統計的性質のモデル化

流入変動風の生成で目標とするクロススペクトル密度マトリクスを規定するために、風洞実験結果を基にパワースペクトル密度、ルートコヒーレンス、フェイズをモデル化した。モデル化においては、本手法の実用化を考えて、各成分をできるだけ統一的に表すモデル式とすることを目標とした。なお、本論文では、代表的なケースについてのみ結果を示しているが、モデル化に当たっては、全ての基準点高さに対する実験結果を総合的に判断し、最適な一致度が得られるようにモデル定数をチューニングした。

(1) 構造物周辺気流のLESで再現される周波数範囲について

LESにおいて、流入変動風は、計算格子で捉えることができる時間的に変動する速度のGrid Scale (GS)成分の境界条件として必要なものであり、計算格子の分解能以下のSub-Grid Scale (SGS)成分に対応する高周波数成分は、SGSモデルにより評価される。Smagorinskyモデルでは、SGS成分は速度のGS成分の空間の勾配と格子幅が分かれば評価できるので、SGS成分に対する境界条件は不要である。そこで構造物周辺気流の計算で一般的に用いられる計算格子で再現される周波数範囲(GS成分)について検討する。領域幅 L_1 と格子幅 Δx_1 で再現される最小波数 $k_{i, min}$ と最大波数 $k_{i, max}$ は、(4.9)式で表される。

$$k_{i, min} = 1/L_1, \quad k_{i, max} = 1/(2\Delta x_1) \quad (4.9)$$

(4.9)式をTaylorの凍結乱流に関する仮説が成立すると仮定して周波数領域に書き直すと最小周波数 n_{min} と最大周波数 n_{max} は、(4.10)式で求められる。

$$n_{min} = \langle u_1 \rangle / L_1, \quad n_{max} = \langle u_1 \rangle / (2\Delta x_1) \quad (4.10)$$

現在行われている構造物周辺気流の計算では、構造物高さを H とすると計算領域の広さは、 x_1 方向に $15H \sim 20H$ 、 x_2 方向に $10H$ 、 x_3 方向に $5H \sim 10H$ 程度、格子幅は構造物周りの細かいところで $H/40 \sim H/50$ 、粗いところでは $H/3 \sim H/10$ 程度となっている例が多い。いま、構造物高さ H を境界層高さ L_b の $1/3$ 程度と仮定し、 x_1 方向の領域幅を $L_1=5$ 、代表的な格子幅を x_1, x_2 方向が $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 1/20$ 、 x_3 方向が $x_3 = 0.014 \sim 0.286$ で $\Delta x_3 = 1/40$ 、また、 $\langle u_1 \rangle$ が $1/7$ 勾配の指数分布に従うとして求めた $x_3 = 0.014$ および $x_3 = 0.286$ での n_{min} 、 n_{max} の範囲を図4.10に示す。パワースペクトル密度、ルートコヒーレンス、フェイズのモデル化では、LESで再現されるこの周波数範囲での一致度を重視する。

(2) 高さ x_3 の1点におけるパワースペクトル密度

パワースペクトル密度のモデル化では、Kármán型^{11) 11) 14)}を基本とし、スペクトル形状を決めるパラメータ β を高さ x_3 の関数にして床面の影響を取り入れた。

$$\frac{S_{u_i}(l, n)}{\sigma_{u_i}^2(x_3)} = \frac{2\beta\lambda}{\{1 + (cn\lambda)^c\}^{1/2}} \quad (4.11)$$

$$\frac{S_{u_i}(l, n)}{\sigma_{u_i}^2(x_3)} = \frac{S_{u_i}(l, n)}{\sigma_{u_i}^2(x_3)} = \frac{\beta\lambda\{1 + (8/3)(cn\lambda)^c\}}{\{1 + (cn\lambda)^c\}^{(5/2)(c+1)}} \quad (4.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= (2/\beta)L_b(x_3)/\langle u_1(x_3) \rangle \\ \beta &= 2(x_3 + A1)^{A2}, c = 2\Gamma(1/\beta)\Gamma(2/3\beta)/\Gamma(5/3\beta) \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

ただし、 $S_{u_i}(l, n)$: 1点での u_i 成分のパワースペクトル密度

n : 周波数

$\sigma_{u_i}(x_3)$: 高さ x_3 での u_i 成分の標準偏差

$\langle u_1(x_3) \rangle$: 高さ x_3 での u_1 成分の平均値

$L_{u_i}(x_3)$: 風洞実験の $n=0$ のスペクトル値 $S_{u_i}(l, 0)$ から次式で求めた乱れのスケール(図4.16)

$$L_{u1}(x_3) = S_{u1}(l, 0)\langle u_1(x_3) \rangle / (4\sigma_{u1}^2(x_3))$$

$$L_{u2}(x_3) = S_{u2}(l, 0)\langle u_1(x_3) \rangle / (2\sigma_{u2}^2(x_3))$$

$$L_{u3}(x_3) = S_{u3}(l, 0)\langle u_1(x_3) \rangle / (2\sigma_{u3}^2(x_3))$$

$A1, A2$: 風洞実験から定めた係数(表4.3)

Γ : ガンマ関数

β : スペクトルの形状を決めるパラメータ。本研究では、高さ x_3 の関数とした。ただし、 $x_3 + A1 \leq 1.0$ とした。

表4.3 風洞実験結果から定めた(4.11)式~(4.13)式の係数

成分	u_1	u_2	u_3
A1	0.0	0.0	0.1
A2	0.0	0.1	0.5

(4.11)式~(4.13)式で $\beta=2$ としたものがKármán型スペクトルである。(4.12)式は(4.11)式にKármánの条件である(4.14)式(縦相関 $f(r)$ と横相関 $g(r)$ の関係式のスペクトル空間

上の表現)を適用して求められるものである^{11),12)}。

$$S_{w2}(l, n) = S_{w3}(l, n) = (1/2)[S_{w1}(l, n) - n\{dS_{w1}(l, n)/dn\}] \quad (4.14)$$

この(4.14)式は、 u_1 成分の縦方向の乱れのスケールと u_2 成分、 u_3 成分の横方向の乱れのスケールの比が2:1である一様等方性乱流の場合に成り立つ関係式で、 u_1 成分の縦方向の乱れのスケールと u_2 成分、 u_3 成分の横方向の乱れのスケールが2:1とはならない場合には成り立たない。本研究では、(4.13)式のスペクトル形状を決めるパラメータ β を床面からの距離の関数とし、成分ごとに異なる係数 $A1, A2$ を定めているため、結果的には u_1 成分と u_2 成分、 u_3 成分の間では、(4.14)式とは異なる関係が与えられたことになり、 u_2 成分と u_3 成分のモデル式も異なる式となる。

図4.16の乱れのスケールは、いずれの成分とも床面の影響で高さが低くなるほど小さくなるが、 u_3 成分は $x_3 < 0.1$ の領域で急激に小さくなっており、 u_1 成分、 u_2 成分に比べての床面の影響が大きいことが分かる。R.K.Garg等¹⁵⁾も指摘しているとおり、乱れのスケールは、評価法によってかなり値がばらつく。本研究では、自己相関関数に基づく積分スケールも算定したが、 $n=0$ のスペクトル値 $S_{w1}(l, 0)$ から求めた値に比べて、 u_1 成分は大きめに、 u_2 成分、 u_3 成分は小さめに評価される傾向が見られた。そこで本研究では、両者を比較し、より妥当と考えられる図4.16の値を採用した。

図4.10にパワースペクトル密度のモデル式と実験値を比較して示す。LESの計算格子で再現される周波数範囲を見ると概ね実験値を表すことができている。ただし、床面近傍($x_3=0.014$)の u_3 成分に関しては、 $n=10$ 付近の高周波数域で実験値がモデル式を上回る傾向にある。この点に関しては、モデル式の改良の余地が残されている。

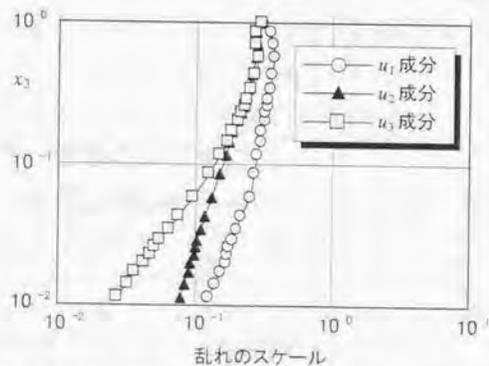


図4.16 乱れのスケールの鉛直分布 (境界層高さ $L_b=0.35m$ で無次元化)

(3) x_2-x_3 面内の l, p 点間のルートコヒーレンス、フェイズ

l, p 点間のクロススペクトル密度 $S(l, p, n)$ は、(4.15)式で表される。

$$S(l, p, n) = K(l, p, n) - iQ(l, p, n) \quad (4.15)$$

ただし、 $K(l, p, n)$: l, p 点間のコスベクトル

$Q(l, p, n)$: l, p 点間のクオドラチャスペクトル

また、ルートコヒーレンスとフェイズは、(4.16)式、(4.17)式で求められる。

$$coh(l, p, n) = \sqrt{\frac{K^2(l, p, n) + Q^2(l, p, n)}{S(l, n)S(p, n)}} \quad (4.16)$$

$$\phi(l, p, n) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q(l, p, n)}{K(l, p, n)} \right\} \quad (4.17)$$

ただし、 $coh(l, p, n)$: l, p 点間のルートコヒーレンス

$\phi(l, p, n)$: l, p 点間のフェイズ

本研究では、ルートコヒーレンスを指数関数型、フェイズを直線型でモデル化し¹²⁾、それに高さ x_3 の関数を導入して床面の影響を組み込んだ。

(a) 2点が鉛直(x_3 方向)に並んでいるとき

$$coh(l, p, n) = \{-B1|\delta x_3| + (B2x_{3p} + B3)\} \exp(-nF_1) \quad (4.18)$$

$$F_1 = B5\{(|\delta x_3| + B6)/x_{3p}\}^{B7} \{(|\delta x_3| + B6)/\langle u_1(x_{3p}) \rangle\} \quad (4.19)$$

$$\phi(l, p, n) = C1\{(|\delta x_3| + C2)/x_{3p}\}^{C3} n\{(|\delta x_3| + C2)(\delta x_3/|\delta x_3|)/\langle u_1(x_{3p}) \rangle\} + C4 \quad (4.20)$$

ただし、 δx_3 : l, p 点間の x_3 方向の距離($x_{3p}-x_3$)。適用範囲は $|\delta x_3| \geq 0.03$

x_{3p} : l, p 点の平均高さ $(x_3+x_{3p})/2$

$B1 \sim B7, C1 \sim C4$: 風洞実験から定めた係数(表4.4)

(4.18)式中の $-B1|\delta x_3|$ 、 $(B2x_{3p}+B3)$ は、 $|\delta x_3|$ 、 x_{3p} に応じてルートコヒーレンスの値を調整する項であるが、 $(B2x_{3p}+B3)$ は x_{3p} が大きくなると1を超える場合があり、 $\{-B1|\delta x_3| + (B2x_{3p}+B3)\}$ は、2点間距離 $|\delta x_3|$ が大きくなると負となる場合がある。このため本論文では、これらに以下の制限を設けた。

$$B2x_{3p}+B3 \leq 1.0 \quad (u_1-u_1, u_2-u_2, u_3-u_3 \text{ 成分})$$

$$B2x_{3p}+B3 \leq 0.8 \quad (u_1-u_3 \text{ 成分}), B2x_{3p}+B3 \leq 0.74 \quad (u_3-u_1 \text{ 成分})$$

$$-B1|\delta x_3|+(B2x_{3p}+B3) \geq 0$$

(b) 2点 δ が水平 (x_2 方向) に並んでいるとき

$$\text{coh}(l, p, n) = \{-B1|\delta x_2| + (B2x_2 + B3)\} \exp(-nF_2) \quad (4.21)$$

$$F_2 = B5 \{(|\delta x_2| + B6) / x_2\}^{B7} (|\delta x_2| + B6) / \langle u_1(x_2) \rangle \quad (4.22)$$

$$\phi(l, p, n) = C4 \quad (4.23)$$

ただし、 δx_2 : l, p 点間の x_2 方向の距離 ($x_{2p}-x_{2l}$)、適用範囲は $|\delta x_2| \geq 0.03$

また、(4.18)式と同様に(4.21)式の項に以下の制限を設けた。

$$B2x_3+B3 \leq 1.0 \quad (u_1-u_1, u_2-u_2, u_3-u_3 \text{ 成分})$$

$$B2x_3+B3 \leq 0.8 \quad (u_1-u_3 \text{ 成分}), B2x_3+B3 \leq 0.74 \quad (u_3-u_1 \text{ 成分})$$

$$-B1|\delta x_2|+(B2x_3+B3) \geq 0$$

(c) 2点 δ が斜め方向に並んでいるとき

$$\text{coh}(l, p, n) = D1 \exp(-n\sqrt{F_v^2 + F_h^2}) \quad (4.24)$$

$$D1 = -\sqrt{(B1|\delta x_1|)^2 + (B1|\delta x_2|)^2} + \{(B2x_{3p} + B3_v) + (B2x_{3p} + B3_h)\} / 2 \quad (4.25)$$

$$\phi(l, p, n) = C1_v \{(|\delta x_1| + C2_v) / x_{3p}\}^{C3_v} n (|\delta x_1| + C2_v) (|\delta x_1| / \delta x_2) / \langle u_1(x_{3p}) \rangle + C4_h \quad (4.26)$$

ただし、添え字 v, h は2点 δ が鉛直方向、水平方向に並んでいる場合を表す。また、(4.18)式と同様に(4.25)式の項に以下の制限を設けた。

$$B2_v x_{3p} + B3_v \leq 1.0, B2_h x_{3p} + B3_h \leq 1.0 \quad (u_1-u_1, u_2-u_2, u_3-u_3 \text{ 成分})$$

$$B2_v x_{3p} + B3_v \leq 0.8, B2_h x_{3p} + B3_h \leq 0.8 \quad (u_1-u_3 \text{ 成分})$$

$$B2_v x_{3p} + B3_v \leq 0.74, B2_h x_{3p} + B3_h \leq 0.74 \quad (u_3-u_1 \text{ 成分}), D1 \geq 0$$

(d) 同一点における u_1 成分と u_3 成分

$$\text{coh}(l, p, n) = (B2x_3 + B3) \exp(-nF_3) \quad (4.27)$$

$$F_3 = (B4x_3 + B5)(B6/x_3)^{B7} B6 / \langle u_1(x_3) \rangle \quad (4.28)$$

$$\phi(l, p, n) = C4 \quad (4.29)$$

ただし、(4.27)式、(4.28)式の項に以下の制限を設けた。

$$B2x_3+B3 \leq 0.74, B4x_3+B5 \leq 7.0$$

本来、鉛直方向、水平方向および同一点のモデル式は、2点間距離 δ がゼロの場合、同じ値を取るべきである。しかし、本論文のモデル化では、基準点高さの変化による影響も含めて、各成分の実験結果の全体的な傾向を捉えることに重点を置いてモデル式のパラメータを設定したため、この整合性は取れていない。このため、本論文では、風洞実験の2点間距離の最小値に対応した $|\delta x_2| \geq 0.03$ 、 $|\delta x_3| \geq 0.03$ なる適用範囲を設けた。この点に関しては、今後改良を加えたい。

(4.18)式、(4.21)式、(4.25)式、(4.27)式の $B1 \sim B3$ は、ルートコヒーレンスの全体の値を調整するパラメータで、 $B1$ が2点間距離に対して、 $B2$ 、 $B3$ は2点の平均高さに対して影響を及ぼす。(4.19)式、(4.22)式、(4.28)式の $B5$ 、 $B7$ はルートコヒーレンスの勾配を、 $B6$ は勾配に対する2点間距離の影響度合いを調整するパラメータである。ただし、同一点における u_1-u_3 成分に関しては、床面近傍でルートコヒーレンスの大きさ、勾配とも大きく変化するので、(4.28)式では高さ x_3 に関するパラメータ $B4$ を追加した。また、(4.20)式、(4.26)式の $C1 \sim C3$ はフェイズを調整するパラメータで、 $C3$ は2点間距離に対して影響を及ぼし、 $C2$ はその2点間距離の影響度合いを調整する。(4.20)式、(4.23)式、(4.26)式、(4.29)式の $C4$ は、 u_1-u_3 成分のフェイズを π ずらすためのものである。表4.4に風洞実験結果から定めた係数 $B1 \sim B7$ および $C1 \sim C4$ を示す。

図4.11～図4.15にモデル式と実験値を比較して示す。本研究では、各成分間のルートコヒーレンス、フェイズを統一的に表現できるモデル化を目指したため、モデル式と実験値に差が見られる部分もあるが、基準点高さや2点間距離の変化によるルートコヒーレンス、フェイズの全体的な傾向は、概ね捉えることができている。2点間距離が離れルートコヒーレンスが小さくなるとフェイズのばらつきが大きくなりモデル式の一致度が悪くなるが、ルートコヒーレンスが小さいため、その影響も小さいと考えられる。

これらのパワースペクトル密度 $S_{ii}(l, n)$ 、ルートコヒーレンス $\text{coh}(l, p, n)$ 、フェイズ $\phi(l, p, n)$ から、クロススペクトル密度 $S(l, p, n)$ は、(4.15)式、(4.30)式、(4.31)式で求められる。

$$K(l, p, n) = \text{coh}(l, p, n) \sqrt{S(l, n)S(p, n)} \cos \phi(l, p, n) \quad (4.30)$$

$$Q(l, p, n) = \text{coh}(l, p, n) \sqrt{S(l, n)S(p, n)} \sin \phi(l, p, n) \quad (4.31)$$

表 4.4 風洞実験結果から定めた(4.18)式~(4.29)式の係数

成分	u_1-u_1	u_2-u_2	u_3-u_3	u_1-u_3	u_2-u_1	u_1-u_2	u_2-u_3	u_3-u_3	u_1-u_3	u_2-u_1	u_1-u_2
方向	鉛直	鉛直	鉛直	鉛直	鉛直	水平	水平	水平	水平	水平	同一
B1	0.0	0.7	2.1	0.88	0.88	0.0	0.7	2.8	1.75	1.75	0.0
B2	0.0	1.75	1.75	0.0	0.5	0.0	1.17	3.06	5.25	5.25	5.0
B3	1.0	0.78	0.68	0.75	0.68	1.0	0.9	0.32	0.35	0.35	0.4
B4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50.0
B5	18.0	5.0	6.0	6.0	6.0	18.0	6.0	7.0	8.0	8.0	0.0
B6	0.0	0.03	0.03	0.06	0.09	0.0	0.02	0.01	0.06	0.06	0.06
B7	0.3	0.3	0.4	0.2	0.2	0.3	0.5	0.3	0.1	0.1	0.05
C1	9.0	9.0	0.0	-2.0	-2.0	—	—	—	—	—	—
C2	0.0	0.0	0.0	0.09	0.09	—	—	—	—	—	—
C3	0.3	0.3	0.0	0.7	0.7	—	—	—	—	—	—
C4	0.0	0.0	0.0	π	π	0.0	0.0	0.0	π	π	π

4.5 流入変動風の生成

流入変動風の生成は、2章で述べた周波数領域のクロススペクトル密度マトリクスを目標として、周波数領域で風速変動の時刻歴波形を生成する逐次計算法^{5),16),19)}で行った。

流入変動風の生成において目標とするクロススペクトル密度マトリクスを流入面の全格子点に対して規定すれば、全点間の相関を同時に考慮して流入変動風を生成できるが、 x_2-x_3 面内の格子点数が多い場合は、膨大な計算メモリが必要であり現実的でない。また、離れた点の間の相関は低いので、全点間の相関を同時に考慮する必要はないと考えられる。3章の一樣等方性乱流を対象とした流入変動風の生成では、1つのメッシュを囲む4点間の相関を考慮する逐次計算法を用いたが、離れた点の相関の再現性に若干問題を残した。本章ではこの点を改善するために、距離が近い点から生成を開始し、次第に生成する点の距離を近づけて行く、下記のような逐次計算法を用いた^{17),18)}。図 4.18 に逐次計算法の概念図を示す。

- 最初に大きなスケールの変動を再現するため、格子点①,②,③,④間の相関を考慮して流入変動風を同時に生成。
- 点①~④のフーリエ係数を既知条件とし、点⑤で流入変動風を生成。点⑥,⑦,⑧,⑨でも同様の操作を繰り返す。
- 点②,⑥,⑦,⑨のフーリエ係数を既知条件とし、点⑩で流入変動風を生成。点⑪,⑫,⑬,⑭でも同様の操作を繰り返す。
- 以下、点⑮,⑯,⑰,⑱でも同様の操作を繰り返す。

ここに示した手順は、概念的なものであって、各点間の相関が高くマトリクス計算がうまく行かない場合は、同時に生成する点の数、組み合わせを適宜変更する必要がある。例えば、目標とするクロススペクトル密度マトリクス $S(a_k)$ を下方三角マトリクス $H(a_k)$ に分解する場合、相関が高いとマトリクス計算が不安定になりやすい¹⁶⁾。この傾向は、特に負の相関を有する u_1 成分と u_3 成分の同時生成において顕著である。また、流入変動風を同時に生成する点の組み合わせによっても異なるが、同時に相関を考慮する点の数が多いほど、すなわちマトリクスの次数が高いほど問題が起りやすい。相関が高くなるのは、同時に相関を考慮する点の距離が近い場合および低周波数域の場合である。本研究では、これらの問題に関して、以下の対策を講じた。

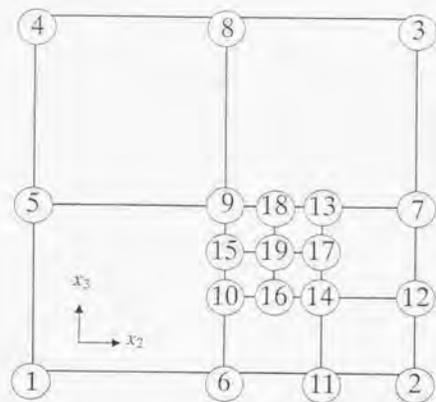


図 4.17 流入変動風の生成手順

- (i) 低周波数域で下方三角マトリクスが計算できない場合、その周波数成分のフーリエ係数はシミュレートしない。
- (ii) 流入変動風生成で同時に相関を考慮する点の組み合わせでは、あまり多くの点は考慮せず、できる限り低周波数側から下方三角マトリクスが計算できる点の組み合わせを選択する。

また、格子点間の距離が非常に近く、下方三角マトリクスの計算が高周波数域までうまく行かない場合は、比較的粗い格子間隔で流入変動風を生成しておき、高次精度の空間補間を用いて、その間の点の流入変動風を計算する方法も考えられる³⁾。なお、文献 19)で報告した一様等方性乱流のように異なる成分間の相関がゼロで、各成分間の相関を考慮する必要がない場合は、このような問題は起こりにくい。

(4.11)式~(4.31)式で求めたパワースペクトル密度、クロススペクトル密度を目標として、上記の逐次計算法で流入変動風を生成した結果の内、 u_1 成分と u_3 成分のパワースペクトル密度、ルートコヒーレンス、フェイズをモデル式と比較して図4.18および図4.19に示す。流入変動風の生成は、無次元時間間隔0.021(実時間で1/2000秒)で32768個のデータを3回生成し、その平均を求めた。

2点間距離が比較的近い場合は、ルートコヒーレンス、フェイズとも生成結果は、モデル式と良く対応している。一方、2点間距離が離れると低周波数域のルートコヒーレンスおよびフェイズの一致度が悪くなる傾向が見られる。この点に関しては、生

成点の組み合わせや生成の順序を調整することである程度改善できると考えられる。これに対してパワースペクトル密度は、いずれも生成結果とモデル式は非常に良く一致している。

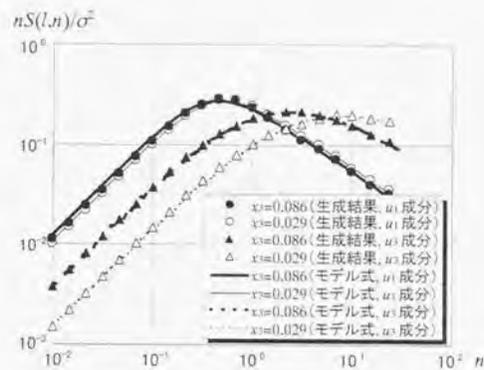


図 4.18 パワースペクトル密度の比較 ($x_1=x_2=0$)

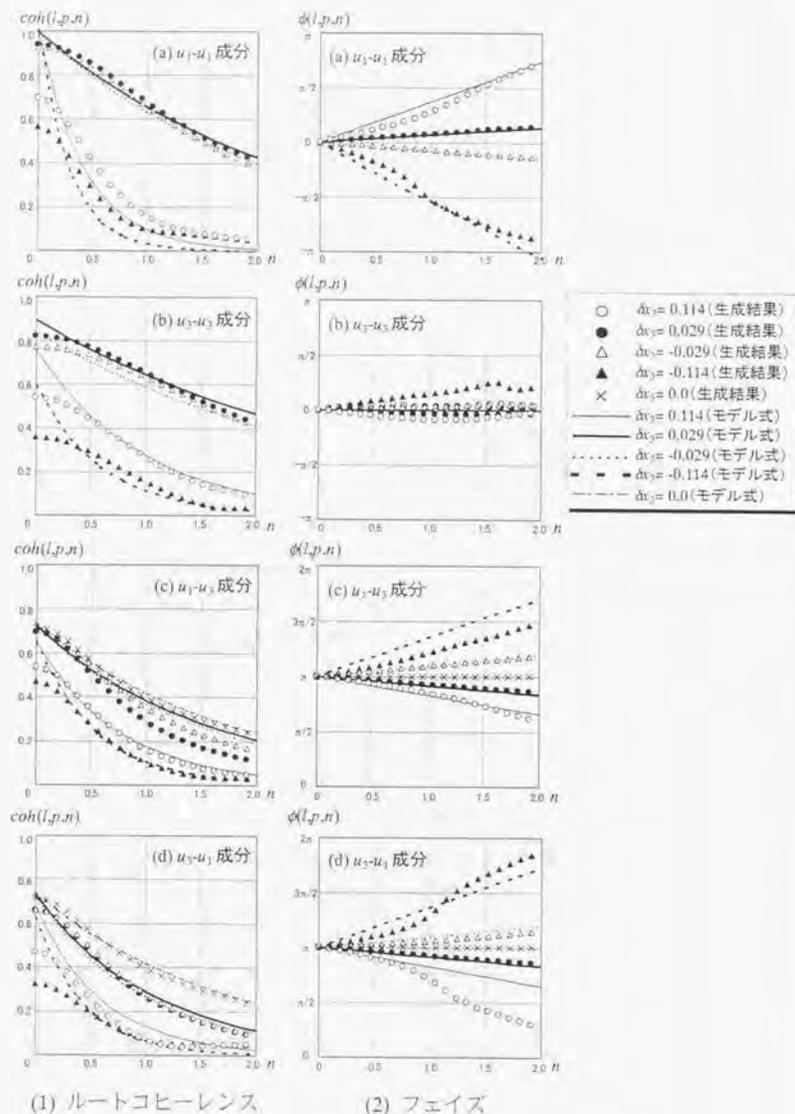


図4.19 基準点高さ一定($x_3=0.143$)で2点間距離を変化させた場合の流入変動風とモデル式のルートコヒーレンス、フェイズの比較

4.6 まとめ

乱流境界層のLESのための流入変動風生成を目的として、風洞床面上で発達した平板乱流境界層の特性把握とモデル化を行い、それを目標値として流入変動風を生成した。以下に結果をまとめる。

- (1) u_3 成分のパワースペクトル密度には床面の影響が明瞭に見られ、 u_2 成分にも若干影響が見られるが、 u_1 成分では床面の影響は小さい。また、ルートコヒーレンス、フェイズには、いずれの成分とも床面の影響が見られる。
- (2) パワースペクトル密度、ルートコヒーレンス、フェイズのモデル式に床面からの距離の関数を新たに導入し、床面の影響を取り込んだ。その結果、パワースペクトル密度については、概ね実験結果を再現することができた。ルートコヒーレンス、フェイズに関しては、モデル式と実験値に差が見られる部分もあるが、基準点高さや2点間距離の変化によるルートコヒーレンス、フェイズの全体的な傾向は、概ね捉えることができた。2点間距離が離れルートコヒーレンスが小さくなるとフェイズのばらつきが大きくなりモデル式の一致度が悪くなるが、ルートコヒーレンスが小さいためその影響は小さい。
- (3) 実験結果のモデル式から算定したターゲットスペクトルを基に、モンテカルロ法に基づく逐次計算で流入変動風を生成した結果、ほぼ目標の統計量を満足する流入変動風を生成できることが確認された。

第4章の参考文献

- 1) 前田潤滋, 牧野稔: 大気乱流の平均流方向成分の統計的性質に関する研究 - 従来の提案式の等方性乱流理論に基づく分類とその基本的性質の比較検討 -, 日本建築学会論文報告集 第287号, pp.77-87, 1980.1
- 2) 丸山敬, 盛川仁: 乱流境界層内の実測データを条件とする風速変動の数値シミュレーション, 第13回風工学シンポジウム, pp.573-578, 1994.12
- 3) 丸山敬, 丸山勇祐, W.ロディ, 平岡久司: 人工的に発生させた流入気流を用いたLESによる乱流境界層の計算, 第14回風工学シンポジウム, pp.217-222, 1996.12
- 4) J.Kim, P.Moin, R.Moser: Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, J. Fluid Mech., vol.177, pp.133-166, 1987
- 5) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三: 乱流境界層を対象とするLESのための流入変動風の生成 - 風洞実験に基づくクロススペクトルマトリクスモデル化 -, 日本建築学会構造系論文集 第509号, pp.33-40, 1998.7
- 6) J.C.Rotta: 乱流, 岩波書店, 1975
- 7) 建築物荷重指針・同解説, 日本建築学会, 1993
- 8) B.E.Launder: Second-moment closure, methodology and practice, Univ. Manchester Inst. of Sci. and Tec. Rep. No.TFD/82/4, 1983
- 9) F.H.Champagne, V.G.Harris, S.C.Corsin: Experiments on nearly homogeneous shear flow, J. Fluid Mech., vol.41, 1970
- 10) 谷一郎: 流れ学, 岩波全書, 1967
- 11) J.O.Hinze: Turbulence, McGRAW-HILL, 1959
- 12) 塩谷正雄: 強風の性質 - 構造物の耐風設計に関連して -, 開発社, 1979
- 13) 前田潤滋, 熊谷真実子: 乱流スペクトルに及ぼす横方向空間相関の負領域の影響について, 日本風学会誌 No.71, pp.45-46, 1997.4
- 14) 大熊武司, 神田順, 田村幸雄: 建築物の耐風設計, 鹿島出版会, 1996
- 15) R.K.Garg, J.X.Lou, M.Kasperski: Some features of modeling spectral characteristics of flow in boundary layer wind tunnels, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 72, pp.1-12, 1997.11-12
- 16) 星谷勝: 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1979.5
- 17) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学: 境界層乱流を対象としたLESのための流

入変動風の生成法に関する研究 (その2) 周波数スペクトルに基づく平板境界層乱流の生成, 日本建築学会大会梗概集 (構造 I), pp.323-324, 1997.9

- 18) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学: LESのための流入変動風の作成法に関する研究 - 周波数スペクトルに基づく境界層乱流の生成 -, 第10回数値流体力学シンポジウム, pp.168-169, 1996.12
- 19) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三: LESのための流入変動風の生成に関する研究 - 流入変動風を用いた等方性乱流のLES解析 -, 日本建築学会構造系論文集 第501号, pp.33-40, 1997.11



第 5 章

流入変動風を用いた平板乱流境界層のLES

5. 1 はじめに

流入変動風を用いて乱流境界層の LES を行う場合、流入変動風の生成時に目標とするパワースペクトル密度、クロススペクトル密度をどの程度まで再現する必要があるかを把握しておくことは、流入変動風の生成法を実用化する上で大変重要である。丸山¹⁾は、風洞床面にラフネスブロックを配置して発達させた乱流境界層を対象として、空間相関の再現精度や生成した風速変動から空間補間によって生成点以外の風速変動を求める際の補間方法等が LES の計算結果に及ぼす影響を調査している。この検討では、風洞床面に配置したラフネスブロックの風下面を流入境界位置としており、床面付近の風速分布としては、風洞実験で測定したラフネスブロック周りの風速分布を再現した流入変動風を与えている。3章の一樣等方性乱流の LES でも示したとおり、流入境界直後の領域では、流入変動風の特徴が大きく変化する。しかし、丸山の検討では、流入境界直後の床面付近の流れ場にラフネスブロックの影響が残っているため、この領域における流入変動風の変化の特徴が明確に把握できているとは、必ずしもいえない。また、運動量拡散を表す重要なパラメータである u_1 成分と u_3 成分間の shear 成分に関しては、同一点におけるレイノルズ応力を考慮しているのみで、離れた2点間の shear 成分の影響については、検討されていない。

本章では、床面境界を明確に規定できる平板乱流境界層を対象として、4章で提案したパワースペクトル密度、クロススペクトル密度（ルートコヒーレンス、フェイズ）のモデル式を基に、クロススペクトル密度マトリクス²⁾の再現精度を種々変化させて流入変動風を生成し、それを用いた LES によって流入変動風生成時のクロススペクトル密度マトリクス³⁾の再現精度が計算結果に及ぼす影響を検討した結果について報告する^{2),3)}。

5. 2 計算条件

計算対象は、4章で述べた風洞床面上にスパイヤー、ラフネスブロック、ソーを設置せずに発達させた平板乱流境界層である。図5.1に平板乱流境界層と計算領域の概要を示す。以下では、4章と同様に図5.1の計算対象領域の流入境界位置(縮流洞出口から63.7(22.3m)風下)での境界層高さ $L_b=0.35\text{m}$ 、境界層高さでの基準風速 $U_b=14.5\text{m/s}$ で座標、時間軸、周波数軸等を無次元化して示した。このとき、レイノルズ数は、 $Re=U_b L_b/\nu=3.4\times 10^5$ である。表5.1にLESの基礎方程式を示す。

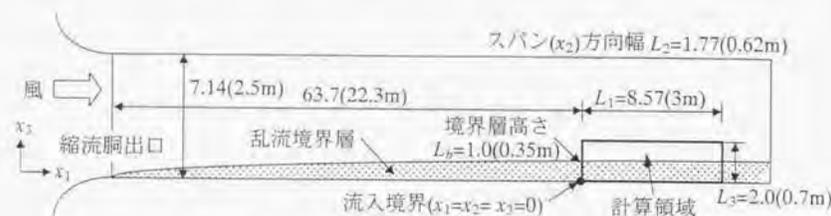


図5.1 計算対象の平板乱流境界層と計算領域の概要

表5.1 LESの基礎方程式 (標準 Smagorinsky モデル)

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} k^* \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (v + \nu_{SGS}) \bar{S}_{ij} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.2)$$

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 \left(\frac{1}{2} \bar{S}_{ij}^2 \right)^{1/2} \quad (5.3)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (5.4)$$

$$\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3} \quad (5.5)$$

$$C_s = 0.10$$

LESの計算格子には、スタガード格子を用いた。計算領域は、主流 x_1 方向 $L_1=8.57$ 、スパン x_2 方向 $L_2=1.77$ 、高さ x_3 方向 $L_3=2.0$ とし、格子幅は、 x_1, x_2 方向を $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.057$ の等間隔格子、 x_3 方向は、床面第1セルを $\Delta x_3 = 0.029$ として、境界層高さ $x_3 = 1.0$ までをストレッチ率 1.03 で分割し、 $x_3 = 1.0 \sim 2.0$ は $\Delta x_3 = 0.057$ の等間隔格子とした。格子点数は $150(x_1) \times 31(x_2) \times 42(x_3) = 195300$ である。図5.2に計算格子を示す。

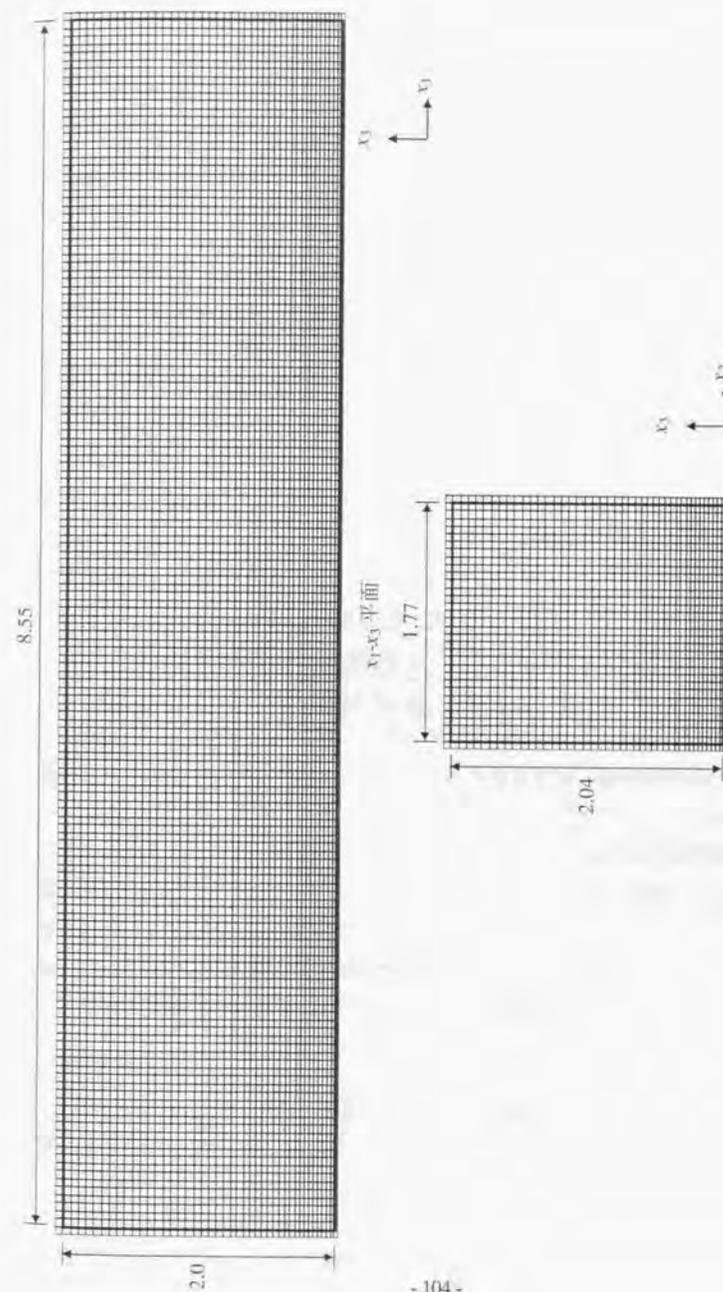


図5.2 平板乱流境界層のLESのための計算格子

表 5.2 LES の境界条件

流入境界	流入量一定操作, 空間補間および一部は divergence-free 操作を施した流入変動風
流出境界	対流型境界条件 ⁴⁾ $\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial u_i}{\partial x_1} = 0 \quad (5.6)$ <p>ただし, U_c: 対流速度 (流入面の u_1 成分の空間平均値)</p>
床面境界	Werner-Wengle ⁵⁾ の linear-power law 型の wall function \bar{u}_1, \bar{u}_2 成分: $\partial(\bar{u}_1)/\partial x_3 = 0, \partial(\bar{u}_2)/\partial x_3 = 0$
上空境界	\bar{u}_3 成分: $\langle \bar{u}_3(x_1) \rangle = U_b(\partial \delta^*/\partial x_1) \quad (5.7)$ <p>ただし, δ^*: 排除厚さ, U_b: 境界層外の平均風速</p>
側方境界	周期境界条件

流入境界には, 後述する流入変動風を与え, 側方境界は, 周期境界条件とした。流出境界は, (5.6)式の対流型境界条件⁴⁾とし, 対流速度は, 流入面の平均速度とした。床面境界は, Werner-Wengle⁵⁾の linear-power law 型の wall function とし, 上空境界は, \bar{u}_1 成分, \bar{u}_2 成分が $\partial(\bar{u}_1)/\partial x_3 = 0, \partial(\bar{u}_2)/\partial x_3 = 0$, \bar{u}_3 成分は, 4章で述べたとおり, 計算対象の平板乱流境界層が発達過程にあるため⁶⁾(5.7)式で与えた²⁾, 表 5.2 に境界条件をまとめる。

(5.7)式中の排除厚さ δ^* は,

$$\delta^* = \int_0^{\delta} (1 - \langle \bar{u}_1 \rangle) dx_1 \quad (5.8)$$

で定義される。また, 本研究で対象としている平板乱流境界層の場合, 風洞実験結果から平均風速の鉛直勾配は, ベキ指数 1/7 の指数分布で近似できることから,

$$\langle \bar{u}_1 \rangle = (x_1/\delta)^{1/7} \quad (5.9)$$

となり, これを(5.8)式に代入して変形すると,

$$\delta^* = \delta/8 \quad (5.10)$$

が得られる。これに4章で求めた境界層高さの算定式(5.11) (4章の(4.7)式)を代入すると, (5.12)式が得られる。

$$\delta = 0.462 R_c^{-1/5} (x_1 + 63.7)^{4/5} \quad (5.11)$$

$$\delta^* = 0.05775 R_c^{-1/5} (x_1 + 63.7)^{4/5} \quad (5.12)$$

この(5.12)式とレイノルズ数 $R_b = 3.4 \times 10^5$ を(5.7)式に代入すると(5.13)式が得られる。

$$\langle \bar{u}_3(x_1) \rangle = 0.003617 U_b (x_1 + 63.7)^{-1/5} \quad (5.13)$$

また, 風速の初期条件としては, 計算初期における収束性を改善するために, 生成した流入変動風から divergence-free の風速の空間分布を求めて計算領域全体に与えた。

圧力解法は HSMAC とし, 離散スキームは空間微分に2次精度の中心差分, 時間微分は, 移流項に2次精度の Adams-Bashforth, 拡散項に Crank-Nicolson を用いた。SGS モデルは, 標準 Smagorinsky モデル($C_s=0.1$)を用い, 流入変動風生成と LES 計算の時間間隔は $\Delta t = 0.00829$, 計算ステップ数は 8200 とした。

流入変動風生成時に目標とするクロススペクトル密度マトリクスの再現精度が LES の計算結果に及ぼす影響を表 5.3 に示す5ケースについて検証した。流入変動風の生成は, 4章で述べた逐次計算法を用いて行った。

(i) ケース 1

全周波数域に渡ってフラットな周波数特性を持つパワースペクトル密度を目標値とし, クロススペクトル密度 (空間相関) は考慮していない。本ケースの場合, 目標値のパワースペクトル密度は, 正規化条件を満たさないため, 継続時間 T , 時間間隔 Δt の値によって, 風速変動の標準偏差が変わってしまう。ここでは, 他のケースと同じ $T, \Delta t$ を用い, 標準偏差が一致するように規定したパワースペクトル密度を目標値として流入変動風を生成し, それに平均風速分布を付加した。

(ii) ケース 2

モデル式のパワースペクトル密度のみ目標値とし, ケース 1 と同様クロススペクトル密度は考慮していない。

(iii) ケース3

モデル式のパワースペクトル密度および同一成分間 (u_1-u_1 成分, u_2-u_2 成分, u_3-u_3 成分) のクロススペクトル密度を考慮し, u_1 成分と u_3 成分間の shear 成分のクロススペクトル密度は考慮していない。

(iv) ケース4

ケース3に加えて shear 成分 (u_1-u_3 成分) を考慮した。このとき, u_1-u_3 成分に関して, レイノルズ応力 (同一点の u_1-u_3 成分) のみを考慮した場合の流入変動風の生成も試みたが, 低周波数域におけるクロススペクトル密度マトリクスの演算が不安定で, 流入変動風の生成ができなかった。このため, 本研究では, このケースは検討対象としなかった。このことから, u_1-u_3 成分の相関まで再現する場合は, クロススペクトル密度マトリクスの全成分を対象とするのが望ましいと考えられる。

(v) ケース5

ケース4で生成した流入変動風は, 連続条件を満足する (divergence-free) 保証はない。そのため生成した流入変動風をそのまま LES の流入境界に与えると, 計算の収束性が悪くなることが懸念される。そこでケース5では, E. Shirani 等⁷⁾の方法に基づき, 一様等方性乱流を対象として筆者等が提案した divergence-free 操作法⁸⁾を平板乱流境界層に拡張した方法³⁾を用いて, 各格子点における流入変動風を修正した。

表5.3 計算ケース一覧表

	平均風速勾配	パワースペクトル	クロススペクトル	divergence-free 操作	流入量一定操作
ケース1	○	ホワイトノイズ	×	-	○
ケース2	○	○	×	-	○
ケース3	○	○	u_1-u_1 成分 u_2-u_2 成分 u_3-u_3 成分 (shear 成分は考慮せず)	-	○
ケース4	○	○	u_1-u_3 成分 u_2-u_2 成分 u_3-u_3 成分 u_1-u_3 成分	-	○
ケース5	○	○	ケース4と同じ	○	○

以上の5ケースについて下記のように流入変動風を生成した。

(i) ケース1: u_1 成分, u_2 成分, u_3 成分を独立に生成

(ii) ケース2: u_1 成分, u_2 成分, u_3 成分を独立に生成

(iii) ケース3: u_1 成分, u_2 成分, u_3 成分を独立に生成

(iv) ケース4: ケース3の u_1 成分を既知条件として, u_1-u_3 成分の相関を考慮して u_3 成分を新たに生成³⁾⁹⁾

(v) ケース5: ケース4の流入変動風に divergence-free 操作を施す

u_1 成分の生成では, いずれのケースも変動成分 u_1' を初めに生成し, 次に LES の収束性を改善するために, 生成した変動成分 u_1' に対して流入量一定操作⁸⁾あるいは divergence-free 操作を施した。その後, 乱流境界層の平均風速の鉛直分布に対応する平均風速 (\bar{u}_1) を足し合わせて流入変動風とした。また, 乱流境界層外の速度に関しては, 境界層上端と同じ乱流統計量が一樣に分布するとして生成した流入変動風を与えた。

5.3 divergence-free 操作

3章で述べた一様等方性乱流を対象としたE.Shirani等⁷⁾の方法に基づくdivergence-free操作法⁸⁾を平板乱流境界層に拡張した方法⁹⁾について解説する。

図5.3に平板乱流境界層のdivergence-free操作法の概要を示す。以下にdivergence-free操作の手順を示す。

- ① 流入変動風の時間軸をTaylorの凍結乱流に関する仮説に基づいて主流 x_1 方向の空間座標に置き換える(図5.3中の細線)。
- ② divergence-free操作のスタガード格子(図5.3中の太線: LESと同じ格子幅 Δx_1)の速度を①で算定した速度の空間分布から3次精度の空間補間で求める。
- ③ divergence-free操作を行う。
- ④ divergence-free操作の計算格子の内, 下流側(流入変動風の時刻の早い側)の一

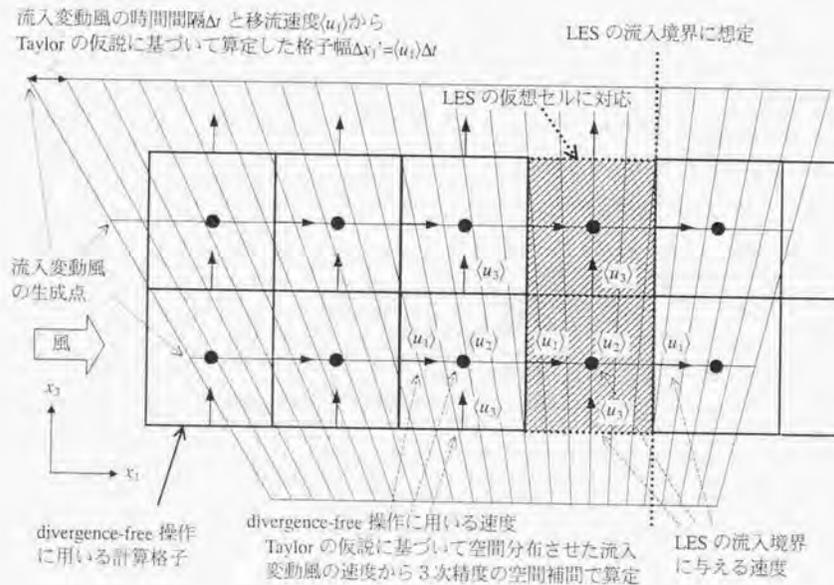


図5.3 divergence-free操作の概要

つの x_2 - x_3 面をLESの仮想セルと想定し(図5.3中の $\dots\dots$ 部分), そのセルの速度をLESの流入速度として保存する。

- ⑤ 流入変動風の時間ステップを1時刻進めて操作①~④を繰り返す。

この方法の場合, 求めたdivergence-freeの速度は, その後の時間ステップの速度とは関連しておらず, LESの中で厳密にdivergence-freeを満足するものではない。この対応としては, 流入変動風の時間軸をTaylorの仮説に基づいて空間座標に置き換えた一般曲線座標でdivergence-free操作を行う方法が考えられる。しかし, 本方法でも流入境界面では, divergence-freeを満足しているため, ある程度LESの計算収束性を改善することができる。

各ケースの計算時間は, 2種類のワークステーションを使用したため, 厳密には評価できないが, パワースペクトル密度, クロススペクトル密度とも再現していないケース1に対する割合で見ると, パワースペクトル密度のみ再現したケース2で約55%, パワースペクトル密度と同一成分間のクロススペクトル密度のみ再現したケース3, ケース3に加えて u_1 成分と u_3 成分間のshear成分のクロススペクトル密度を再現したケース4で約53%, ケース4にdivergence-free操作を施したケース5で約40%であった。ただし, ケース5のdivergence-free操作では, 操作による速度の変化を押しさえるためにdivergenceのレベルを2オーダー程度低減するに留めた。このように流入変動風生成時の空間相関の再現精度が向上するに従って, 計算時間が短縮しており, 特にケース1とケース2の差が顕著となっている。

5. 4 計算結果

5. 4. 1 パワースペクトル密度

生成した流入変動風および LES の計算結果のパワースペクトル密度の一例として、 $x_3=0.2$ におけるパワースペクトル密度のスパン x_2 方向の平均値を流入変動風生成時の目標値（図中○）と比較して図 5.4～図 5.8 に示す。また、 $x_3=0.014\sim 0.72$ の範囲のパワースペクトル密度を付録 F に示す。

各図のパワースペクトル密度を算定した風速の時刻歴波形は、次のとおりである。

(i) u_1 成分

- (a) LES のスタガード格子の u_1 成分の定義点で生成した流入変動風
- (b) LES の流入境界に与える事前処理として u_1 成分に流入量一定操作を施した結果
ケース 5 については、流入量一定操作の前に divergence-free 操作を実施した結果
- (c) $x_1=0.11$ における LES の計算結果の GS 成分
- (d) $x_1=2.29$ における LES の計算結果の GS 成分
- (e) $x_1=4.57$ における LES の計算結果の GS 成分
- (f) $x_1=6.86$ における LES の計算結果の GS 成分

(ii) u_2 成分

- (a) LES のスタガード格子の u_2 成分の定義点で生成した流入変動風
- (b) ケース 1～4 の u_2 成分については、事前処理を行っていないので、図は示していない。ケース 5 については、divergence-free 操作を実施した結果
- (c) $x_1=0.11$ における LES の計算結果の GS 成分
- (d) $x_1=2.29$ における LES の計算結果の GS 成分
- (e) $x_1=4.57$ における LES の計算結果の GS 成分
- (f) $x_1=6.86$ における LES の計算結果の GS 成分

(iii) u_3 成分

- (a) LES のスタガード格子の u_1 成分の定義点で生成した流入変動風
- (b) u_1 成分と同一点で生成した u_3 成分から、LES のスタガード格子点の u_3 成分の定義点における速度を 3 次精度の空間補間で求めた結果。ケース 5 については、空

間補間後に divergence-free 操作を実施した結果

- (c) $x_1=0.11$ における LES の計算結果の GS 成分
- (d) $x_1=2.29$ における LES の計算結果の GS 成分
- (e) $x_1=4.57$ における LES の計算結果の GS 成分
- (f) $x_1=6.86$ における LES の計算結果の GS 成分

(1) 生成した流入変動風のパワースペクトル密度（図 5.4～図 5.8 の(a)）

生成した流入変動風のパワースペクトル密度は、ケース 1～5 のいずれのケースも目標値（図中○）と良く一致している。

(2) 生成した流入変動風に対する事前処理後のパワースペクトル密度（図 5.4～図 5.8 の(b)）

流入変動風を LES の流入境界に与える事前処理として u_1 成分に流入量一定操作を施した場合（図 5.4(1)～図 5.8(1)の(b)）、ケース 1～5 のいずれのケースも u_1 成分のパワースペクトル密度にほとんど変化は見られず、流入量一定操作がパワースペクトル密度に及ぼす影響はないことが分かる。

u_1 成分と同一点で生成した u_3 成分から、LES のスタガード格子点の速度を求めるために、3 次精度の空間補間を施した場合（図 5.4(3)～図 5.8(3)の(b)）、流入変動風の生成時に空間相関（クロススペクトル密度）を再現していないケース 1、2（図 5.4(3)および図 5.5(3)の(b)）では、全周波数域に渡って同じ比率でパワーが低下している。これに対して、流入変動風の生成時に同一成分間の空間相関を再現しているケース 3、4（図 5.6(3)および図 5.7(3)の(b)）では、低周波数域におけるパワーの低下はあまり見られず、高周波数域における低下のみとなっている。このように、空間相関の再現精度が低い場合、3 次精度の空間補間が有するフィルタ効果よりずっと低い周波数域からパワーの低減が生じてしまうことが分かる。

ケース 4 に対してさらに divergence-free 操作を施したケース 5（図 5.8 の(b)）の場合、 u_1 成分では（同図(1)の(b)）、低周波数域でのパワーの低下は、ほとんど見られないが、高周波数域ではパワーが若干低下している。しかし、その割合は小さい。この高周波数域におけるパワー低下は、主に divergence-free 操作中の 1 階微分に対する 2 次精度の中心差分に起因するフィルタ幅 Δx_1 のフィルタ効果によるものと考えられる⁹⁾。一方、 u_2 成分、 u_3 成分の場合（同図(2)および(3)の(b)）、 u_1 成分と同様の高周波数

域でのパワー低下の他に低周波数域でもパワー低下が見られ、その割合は、 u_3 成分の方が大きい。この低周波数域におけるパワー低下は、divergence-free を満たさない流入変動風を divergence-free にする過程で生じたものと考えられる。 u_3 成分のパワー低下が大きいのは、 u_3 成分のみに空間補間によるフィルタ効果が含まれること、ここでパワースペクトル密度を示した $x_3=0.2$ における x_3 方向の格子幅 $\Delta x_3=0.034$ が、 x_1 方向、 x_2 方向の格子幅 $\Delta x_1=\Delta x_2=0.057$ に比べて狭いため、divergence-free 操作の速度の補正が主に u_3 成分において行われたことによると考えられる。後者の理由による低周波数域でのパワー低下は、divergence-free 操作時に等方格子を用いることである程度改善できると考えられるが、この場合、等方格子から LES のスタガード格子に空間補間する際にフィルタ効果が生じることに注意する必要がある。

(3) LES の計算結果のパワースペクトル密度 (図 5.4~図 5.8 の(c)~(f))

LES の計算結果のパワースペクトル密度を見ると、ケース 1~5 のいずれのケースも $n=2$ 付近から高周波数側で急激にパワーが低下している。これは、LES で導入されているグリッドフィルタの効果と対応するものと考えられる。格子幅 Δx_1 と平均速度 (u_1) から求められるナイキストのカットオフ周波数は、高さによって異なるが $x_3=0.2$ では $n_{max}=(u_1)/2\Delta x_1=6.7$ であり、LES のグリッドフィルタは、これよりかなりも低周波数域で生じていることが分かる。

流入直後の $x_1=0.11$ における u_1 成分のパワースペクトル密度 (図 5.4(1)~図 5.8(1) の(c)) は、高周波数域のフィルタ効果を除けば、いずれのケースも流入変動風からの変化は小さい。 u_3 成分のパワースペクトル密度 (図 5.4(3)~図 5.8(3)の(c)) は、流入変動風の生成時に空間相関を再現していないケース 1, 2 (図 5.4(3)および図 5.5(3) の(c)) では、低周波数域のパワーが大きく低下している。

これに対して、生成時に同一成分間の空間相関を再現したケース 3, 4 (図 5.6(3)および図 5.7(3)の(c)) にもこの低周波数域のパワー低下が見られるが、ケース 1, 2 に比べて低下の割合は小さくなっている。流入変動風に空間補間を施した後の u_3 成分のパワースペクトル密度 (図 5.4(3)~図 5.8(3)の(b)) に対して、 $x_1=0.11$ のパワースペクトル密度 (図 5.4(3)~図 5.8(3)の(c)) が低下するのは、divergence-free 操作を施したケース 5 (図 5.8(3)の(b)) において低周波数域でパワー低下が生じているのを見れば分かる通り、divergence-free を満たさない流入変動風を用いたため、LES の中で連

続式を満足する過程でパワー低下が生じたものと考えられる。

divergence-free 操作を施したケース 5 (図 5.8(3)) では、LES の流入境界に与えた流入変動風 (同図の(b)) から $x_1=0.11$ (同図の(c)) へのパワー低下が他のケースに比べて小さくなっている。このことから、divergence-free 操作を施した流入変動風は、流入境界での変化が比較的少なく、LES に馴染み易いと考えられる。

u_2 成分 (図 5.4(2)~図 5.8(2)の(c)) に関しても u_3 成分と同様の傾向が見られるが、パワー低下の割合は、 u_3 成分に比べて小さくなっている。また、ケース 1 (図 5.4(2)の(c)) では、カットオフ周波数付近のパワーの盛り上がりが見られる。

$x_1=2.29$ から下流側のパワースペクトル密度を見ると、パワースペクトル密度、空間相関とも再現せず、ホワイトノイズを与えたケース 1 の場合 (図 5.4 の(d)~(f))、下流に行くに従って徐々にパワーが増加しているが、スペクトルの形状自体は、流入直後の $x_1=0.11$ とあまり変化せず、カットオフ周波数付近がピークとなる形状を示している。

パワースペクトル密度のみを再現し、空間相関を考慮していないケース 2 の場合 (図 5.5 の(d)~(f))、いずれの成分も下流に行くに従って低周波数域のパワーが大幅に低減し、流入境界における目標値とは、スペクトル形状、パワーともかけ離れており、 $x_1=6.86$ では、むしろケース 1 と類似した結果となっている。これは、ケース 2 では、流入変動風が空間相関を全く再現していないため、LES の中で N-S 方程式を満たす過程で、各格子点における速度の時間変動の特性が大幅に歪められてしまったためと考えられる。

これに対して、同一成分間の空間相関を再現したケース 3, 4 (図 5.6 および図 5.7 の(d)~(f)) では、 $x_1=0.11$ (同図の(c)) で見られたパワー低下が徐々に回復し、 $x_1=4.57$ (同図の(e)) では、目標値とほぼ一致している。このことから、流入変動風を用いた LES で乱流の統計的性質を再現するためには、同一成分間の空間相関の再現が大変重要であることが分かる。さらに風下側の $x_1=6.86$ (同図の(f)) では、 $x_1=4.57$ に比べてパワーが増加しており、目標値を若干上回っている。この傾向は、 u_2 , u_3 成分の方がやや強い。これについては、計算格子の精度、上空境界条件、流出境界条件等により傾向が変化する可能性があるが、 $x_1=4.57$ では、ほぼ目標値を満足する結果が得られており、実用化は十分可能であると考えられる。

u_1 成分と u_3 成分間の相関の再現精度が、LES の計算結果に与える影響を同一成分間の空間相関を再現したケース 3 (図 5.6 の(d)~(f)) とさらに u_1 - u_3 成分の空間相関まで再現したケース 4 (図 5.7 の(d)~(f)) の比較で見てみると、両者のパワースペクトル密度には、ほとんど差が見られない。この点については、後述する風速の鉛直分布の節で詳述する。

生成した流入変動風に divergence-free 操作を施したケース 5 (図 5.8) の場合、前述したようにパワー低下が生じるが、divergence-free 操作後 (同図の(b)) と LES の流入直後の $x_1=0.11$ (同図の(c)) との差は比較的小さく、流入境界における流入変動風の統計的性質の変化をできる限り小さくするという点で、divergence-free 操作は有効であるといえる。この $x_1=0.11$ (同図の(c)) でのパワー低下は、ケース 3、4 と同様に風下側に行くに従って徐々に回復し、 $x_1=4.57$ (同図の(e)) では、目標値とはほぼ一致している。また、本研究の divergence-free 操作では、速度の divergence のレベルを 2 オーダー程度低減するに留めているが、流入量一定操作のみを施したケース 4 に比べて 25% 程度計算時間を短縮することができた。

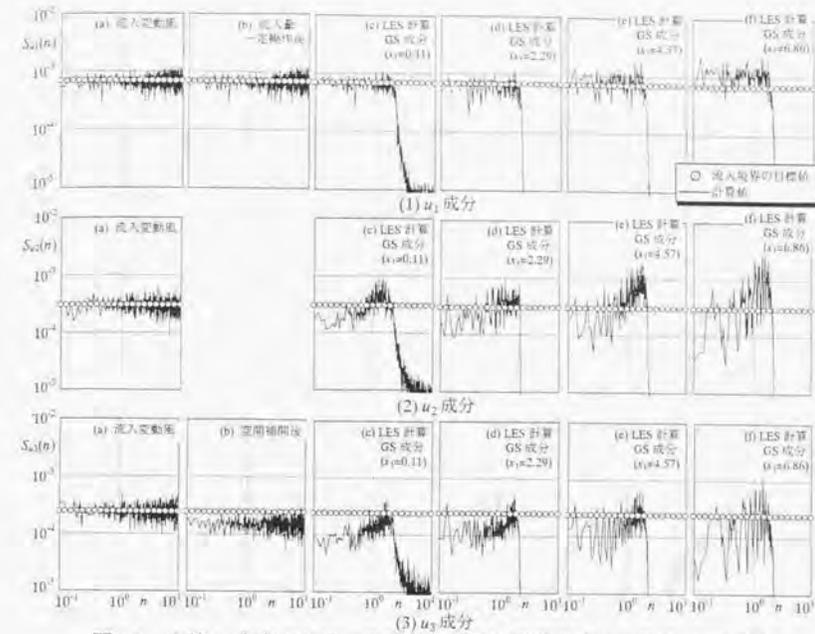


図 5.4 主流 x_1 方向のパワースペクトル密度の変化 (ケース 1, $x_3=0.20$)

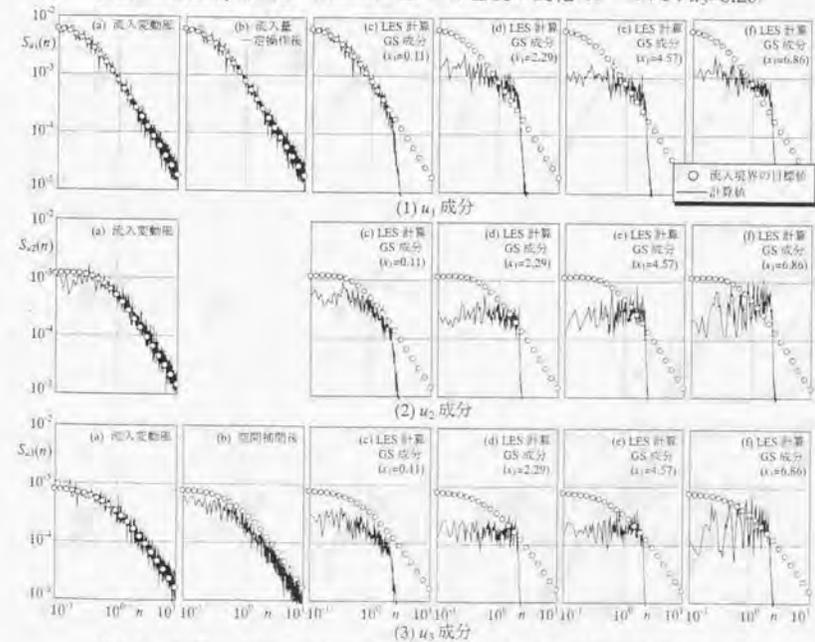


図 5.5 主流 x_1 方向のパワースペクトル密度の変化 (ケース 2, $x_3=0.20$)

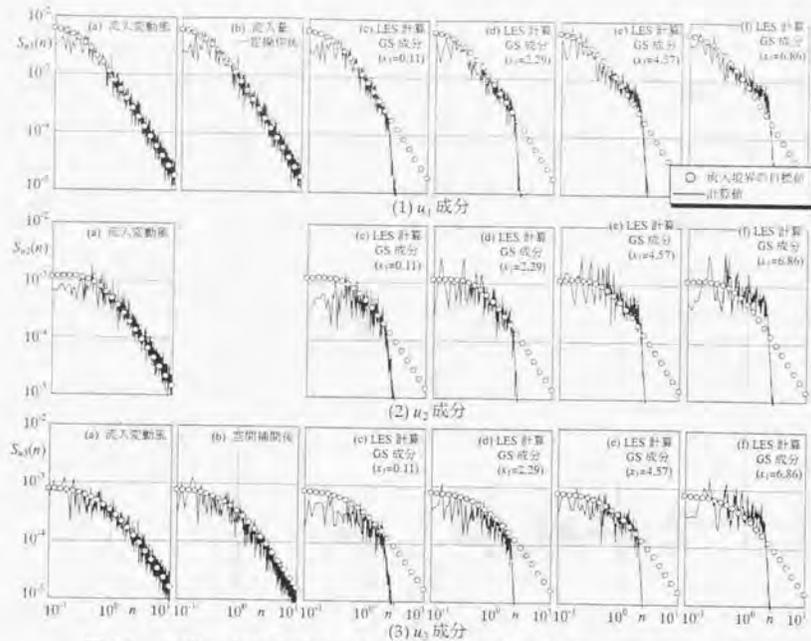


図5.6 主流 x_1 方向のワースペクトル密度の変化(ケース3, $x_3=0.20$)

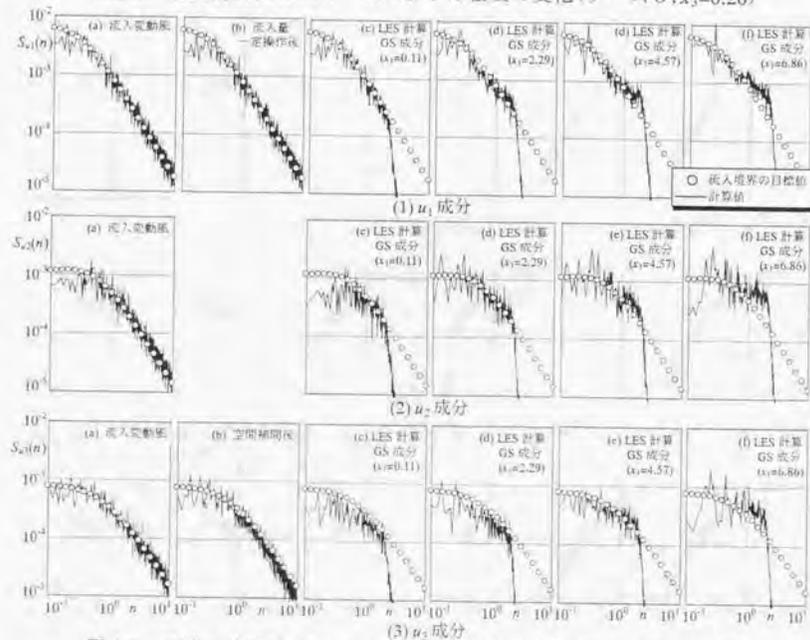


図5.7 主流 x_1 方向のワースペクトル密度の変化(ケース4, $x_3=0.20$)

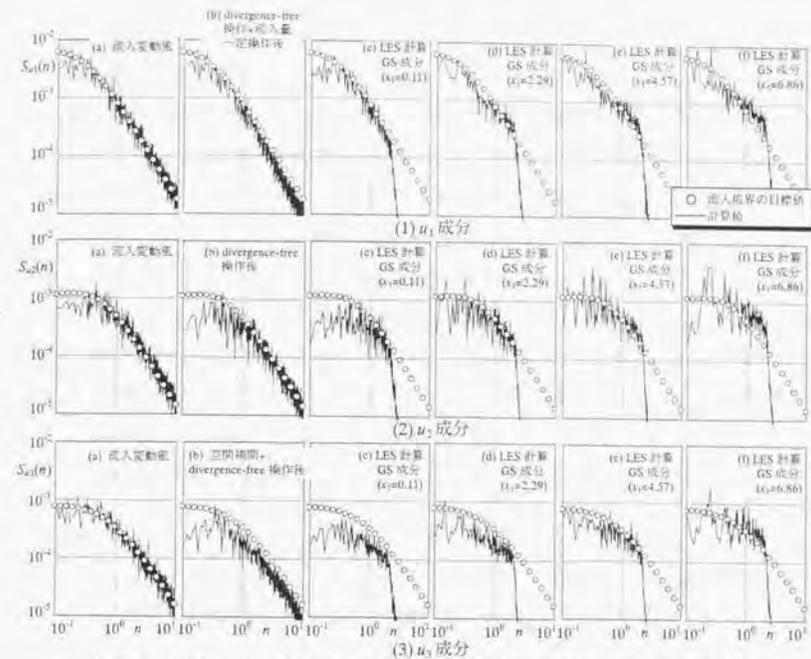


図5.8 主流 x_1 方向のワースペクトル密度の変化(ケース5, $x_3=0.20$)

LESで導入されているグリッドフィルタの効果を確認するために、本研究で用いたコードにより、流れ方向に周期境界条件を用いたチャンネル流のLESを行った。ただし、本計算では、チャンネル高さの半幅 δ 、チャンネル中央の平均風速 U_c で座標、時間軸、周波数軸等を無次元化した。このとき、レイノルズ数は、 $Re=U_c\delta/\nu=13800$ である。図5.9に計算領域を、図5.10に計算格子を示す。

流入・流出境界は、周期境界条件で接続し、側方境界は周期境界条件、床面境界は、Werner-Wengle⁵⁾の linear-power law 型の wall function とした。SGS モデルは標準 Smagorinsky モデル($C_s=0.1$)で、時間間隔は $\Delta t=0.001$ 、計算ステップ数は16384とした。

図5.11~図5.13に計算結果から求めたパワースペクトル密度を示す。図中の座標、時間軸等は、チャンネル高さの半幅と中心高さにおける速度で無次元化した値である。いずれの成分も Δx_1 と $\langle u_1 \rangle$ から求められるナイキスト周波数 $n_{max}=\langle u_1 \rangle / 2\Delta x_1$ (図中の太線)の1/5程度の周波数から減衰するフィルタ効果が見られる。従って、図5.4~図

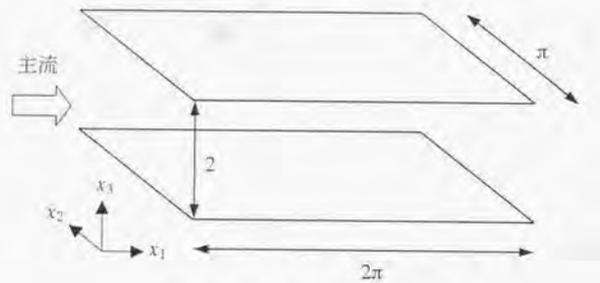


図 5.9 チャンネル流の計算領域

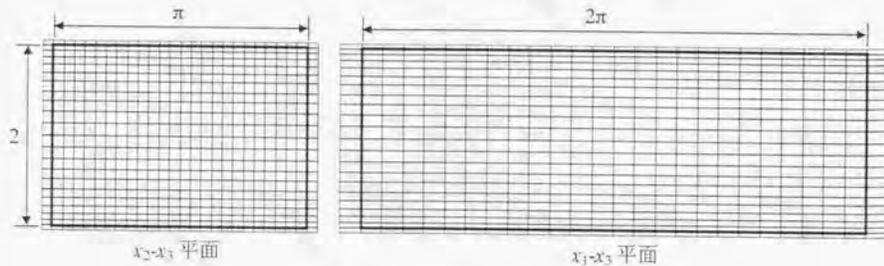


図 5.10 チャンネル流の計算格子

5.8 の(c)~(f)に見られる高周波数側 ($n=2$ 付近)のパワー低下は、生成した流入変動風に起因するものではないと考えられる。なお、この高周波数側のパワーの減衰は、Smagorinsky モデル定数 C_s の増減によって変化するものと予想される。

なお、本検討とは直接関連しないが、 u_1 成分のパワースペクトル密度を見ると、 $x_3 \geq 0.0775$ では、主流方向のチャンネル幅 L_1 に対応する周波数 $n_{min}=\langle u_1 \rangle / L_1$ およびその1/2倍、2/3倍、2倍の周波数に鋭いピークが現れており、その傾向は、乱れが小さくなるチャンネル中央に近付くほど顕著となっている。この傾向は、 u_2 成分、 u_3 成分も同様である。これは、流入・流出境界を周期境界条件で接続した時間発展型の計算を行ったため生じたものと考えられ、壁面付近に比べて乱れが小さくなるチャンネル中央ほどその影響が相対的に大きくなっているものと考えられる。

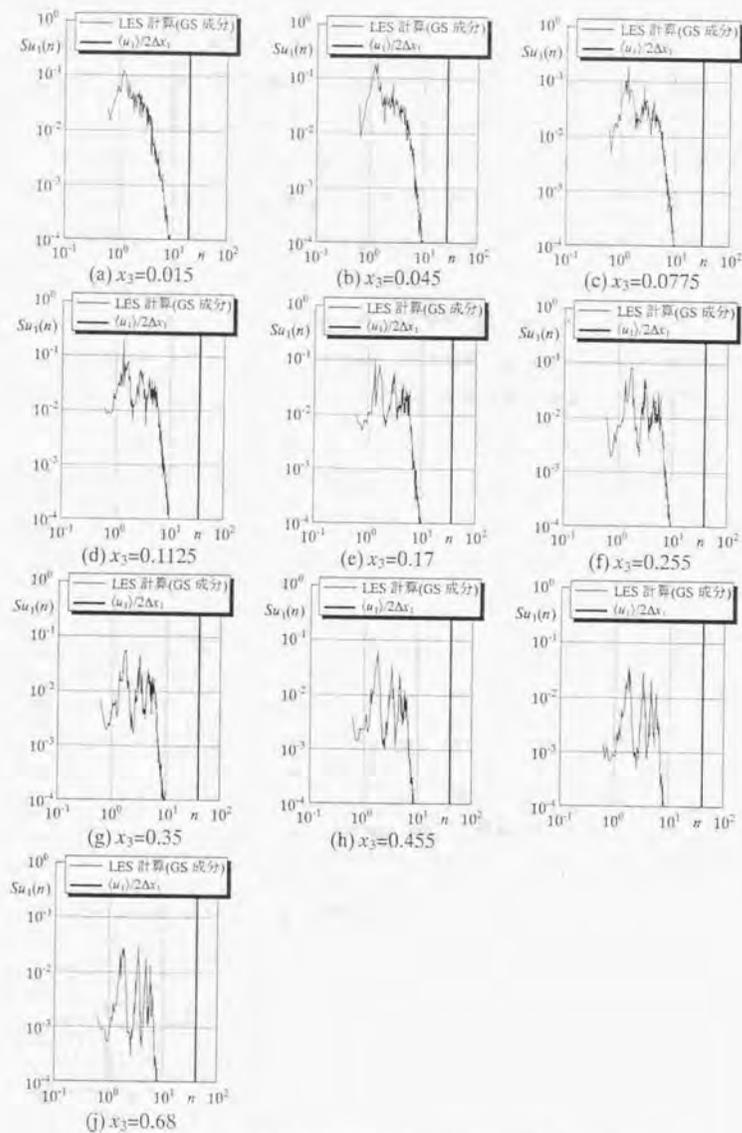


図 5.11 チャネル流のパワースペクトル密度 (u_1 成分)

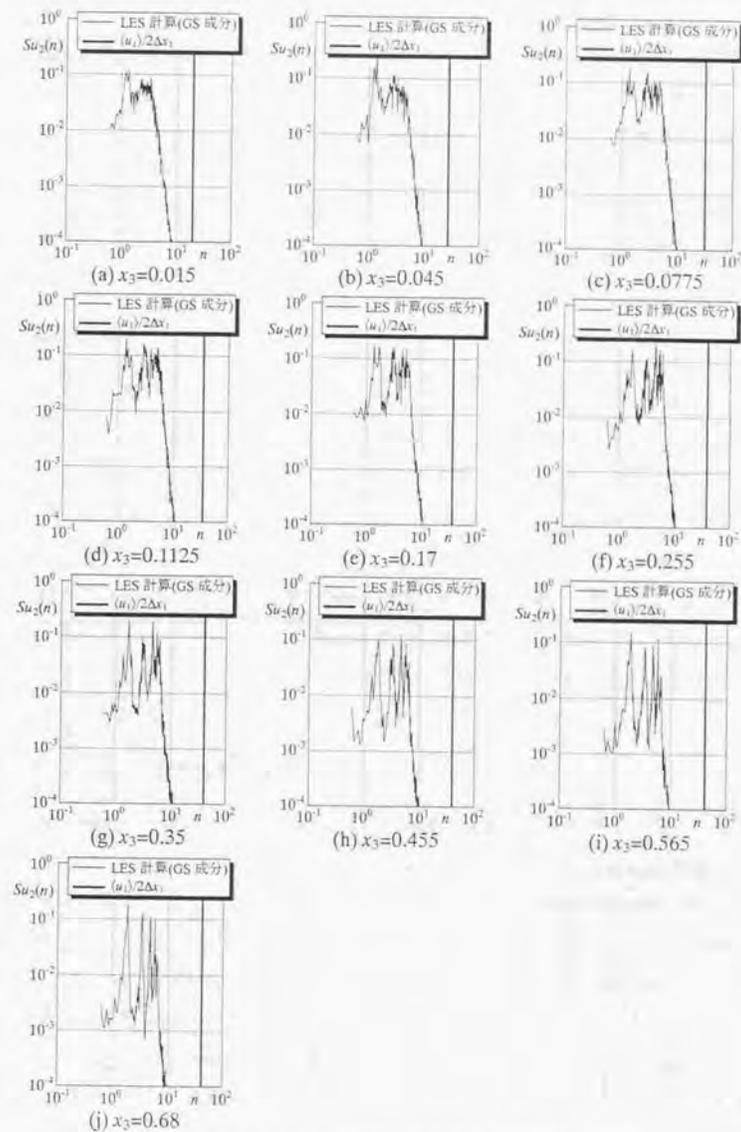


図 5.12 チャネル流のパワースペクトル密度 (u_2 成分)

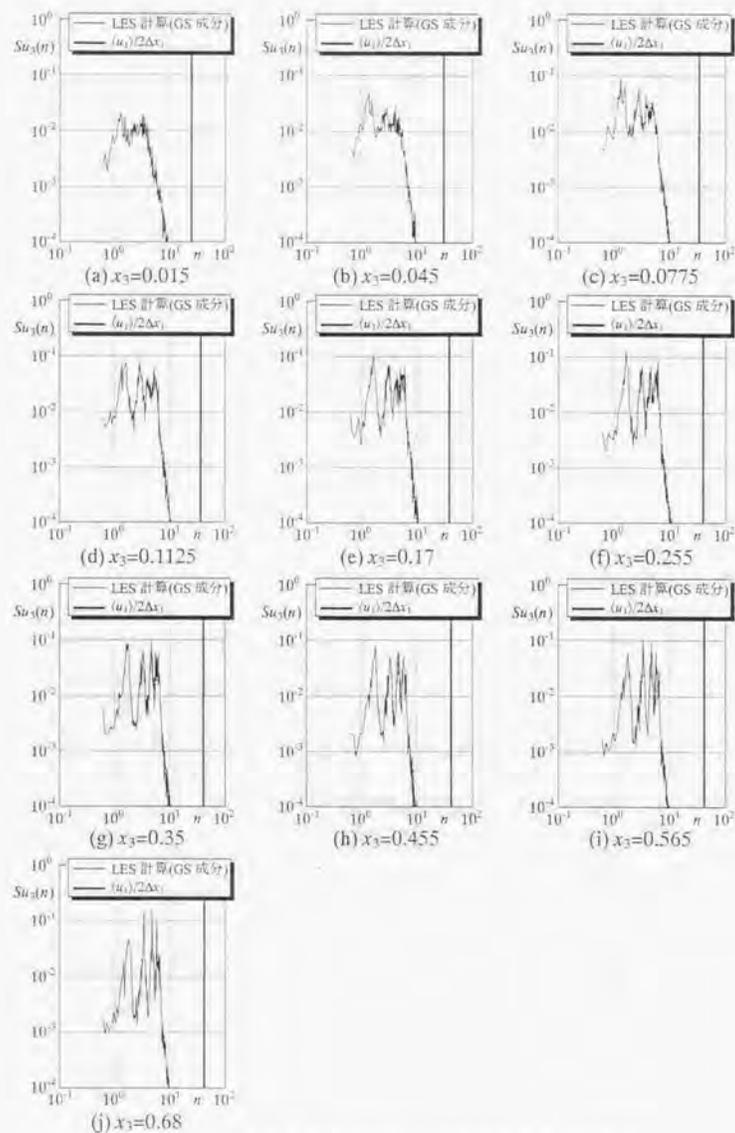


図 5.13 チャンネル流のパワースペクトル密度 (u_3 成分)

5.4.2 空間相関

流入変動風生成時の空間相関の再現精度が、LES の計算結果の空間相関に与える影響を検証するために、風洞実験で測定した流入境界位置での空間相関係数と LES の計算結果の空間相関係数を比較して図 5.14～図 5.19 に示す。図中の(a)～(e)に示した空間相関係数は、基準点 ($x_2=0, x_3=0.2$) に対する時間ずれ $\tau=0$ の同時相関係数を表す。また、図中の(f)に示した空間相関係数 (レイノルズ応力 $-\overline{u_1' u_3'}$ の相関係数) は、同一点における u_1 成分と u_3 成分の同時相関係数であり、実験ではほぼ -0.4 で一定となっている。

(1) 空間相関を考慮していない場合(ケース1, 2: 図 5.15, 図 5.16)

流入変動風の生成時に空間相関を考慮していないケース 1, 2 の場合、生成した流入変動風 (図 5.15 および図 5.16 の(1)) および流入直後の $x_1=0.11$ (同図の(2)) では、空間相関は、ほとんど再現されていない。下流側に行くに従って (同図の(3)～(5))、空間相関がある程度生じているが、風洞実験結果 (図 5.14) に比べると非常に小さな値となっている。このように流入変動風の生成時に空間相関を考慮していない場合は、かなり下流域でもパワースペクトル密度や空間相関が全く再現されておらず、計算領域を下流側に拡張して計算を続けたとしても、平板乱流境界層の統計的性質を再現するのは、困難であると推定される。

(2) 同一成分間の空間相関のみ考慮した場合(ケース3: 図 5.17)

流入変動風の生成時に同一成分間の空間相関を考慮したケース 3 の場合、生成した流入変動風 (図 5.17 の(1)) では、 u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分、 u_3-u_3 成分の空間相関は、ほぼ目標値を満足している。しかし、 u_1-u_3 成分、 u_3-u_1 成分、 u_1-u_2 成分 (同一点) の空間相関は、生成時に考慮していないためゼロである。流入直後の $x_1=0.11$ (同図の(2)) では、パワースペクトル密度に LES のフィルタ効果が顕著に現れている u_2-u_2 成分、 u_3-u_3 成分の空間相関 (同図(2)の(b),(c)) は、高周波数成分がフィルタカットされ相関が高い低周波数成分が残るため、縦方向の空間相関が生成した流入変動風に比べて高くなっている。この傾向は、一様等方性乱流の LES でも見られた。一方、 u_1-u_3 成分、 u_3-u_1 成分、 u_1-u_2 成分 (同一点) の空間相関 (同図(2)の(d)～(f)) は、流入変動風と同

様にほぼゼロである。 $x_1=2.29$ (同図の(3)) では、 u_1-u_3 成分、 u_3-u_1 成分の空間相関は、再現されるが u_1-u_3 成分 (同一点) についてはまだ不十分である。 $x_1=4.57$ (同図の(4)) では、 u_1-u_3 成分 (同一点) の空間相関もほぼ再現されている。 u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分、 u_3-u_3 成分の空間相関は、LES のフィルタ効果により徐々に変化し、風下側ほど空間相関が低下する傾向が見られる。しかし、 $x_1=4.57$ では、ほぼ目標値の空間相関を再現できているといえる。

(3) 同一成分間および u_1 成分と u_3 成分間の空間相関を考慮した場合 (ケース4: 図 5.18)

流入変動風の生成時に u_1 成分と u_3 成分間の相関まで再現したケース4の場合、生成した流入変動風 (図 5.18 の(1)) では、全ての成分の空間相関が再現できている。流入直後の $x_1=0.11$ (同図の(2)) でも u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分、 u_3-u_3 成分ばかりでなく、 u_1-u_3 成分、 u_3-u_1 成分の空間相関も再現できているが、同一点の u_1-u_3 成分 (同図の(2)の(f)) に関しては、目標値に比べて相関が小さくなっている。これは、流入境界に与えた流入変動風が、乱流境界層の統計的性質は満足しているものの、瞬時々の物理構造を再現していないため、流入直後の領域では、乱流の物理構造がまだ十分再現できていないためと推定される。この傾向は、 $x_1=2.29$ (同図の(3)) でも同様である。しかし、 $x_1=4.57$ (同図の(4)) では、 u_1-u_3 成分 (同一点) の空間相関もほぼ再現できている。

(4) divergence-free 操作を施した場合 (ケース5: 図 5.19)

ケース4に divergence-free 操作を施したケース5の場合、 u_1-u_1 成分、 u_2-u_2 成分、 u_3-u_3 成分の空間相関が、流入直後の $x_1=0.11$ (図 5.19(2)の(a)~(c)) から下流域の $x_1=6.86$ (同図(5)の(a)~(c)) に渡るいずれの位置でも、ケース4に比べてわずかに低くなる傾向が見られるが、その差はあまり大きくない。 u_1-u_3 成分、 u_3-u_1 成分、 u_1-u_3 成分 (同一点) の空間相関 (同図(2)および(4)の(d)~(f)) については、ケース4とほぼ同様の傾向である。このように divergence-free 操作が空間相関の再現性に及ぼす影響は、あまり大きくないといえる。なお、図 5.19(1)に流入変動風として示した空間相関は、divergence-free 操作を施す前のケース4の流入変動風の空間相関である。divergence-free 操作後の空間相関はここには示していないが、流入直後の $x_1=0.11$ の空間相関と類似していると考えられる。

以上、目標とするクロススペクトル密度マトリクスを再現精度を種々変化させて生

成した流入変動風を用いた LES による、空間相関の再現精度について述べてきたが、流入変動風の生成過程においてクロススペクトル密度マトリクスを下方三角マトリクスに分解する際に、相関が高い低周波数域や生成点が近接している場合、相関を考慮する点の数が多くマトリクスの次数が高い場合等は、マトリクス演算が不安定になり易く、特に床面近傍でその傾向が強くなる。このため床面近傍では、空間相関の再現性が若干低くなる傾向が見られた。本研究では、生成時に同時に相関を考慮するのは4点を基本とし、マトリクス演算が不安定になる場合は、その点数を適宜変更した^{6),9)}。低周波数域でマトリクス演算が不安定な場合は、その周波数以下では、流入変動風の生成を行わなかった。このため低周波数成分が欠落する場合も起こり得るが、流入変動風の標準偏差に対する影響はほとんど見られず、また、LES の計算中に低周波数成分が回復するため、下流域ではパワースペクトル密度に対する影響もほとんどなくなった。生成点の距離が近く、マトリクス演算が不安定になる場合は、あまり近接した点間の生成は行わず、空間上の線形補間で風速を求める方法⁷⁾も考えられるが、本研究では行っていない。逐次計算で流入変動風を生成する場合、その生成方向の相関が高くなる傾向が見られる。これらの点に関しては、生成点の組み合わせ、生成順序を適宜変更することで対応した。

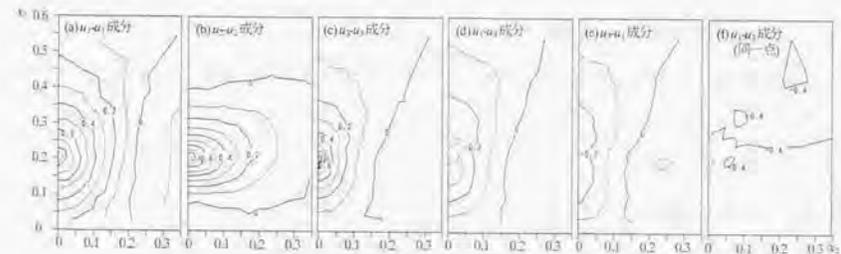
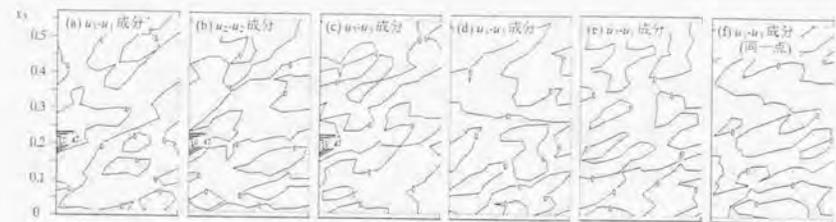
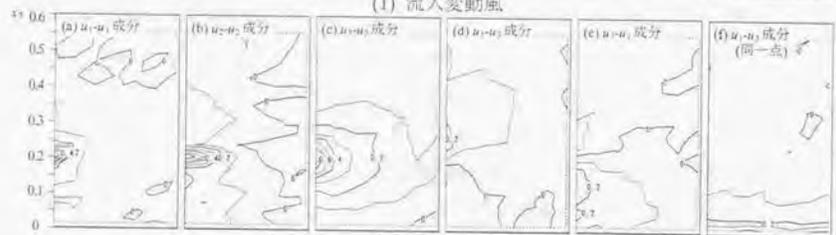


図 5.14 空間相関の比較 (風洞実験: 基準点 $x_2=0, x_3=0.2$)



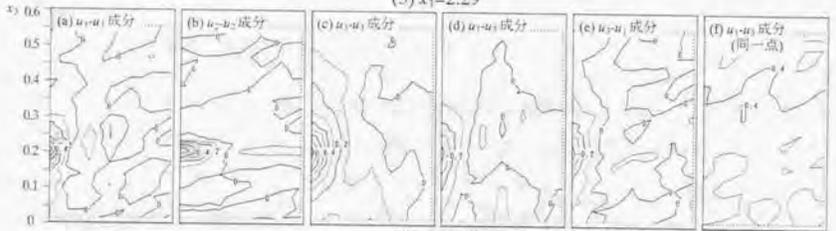
(1) 流入変動風



(2) $x_1=0.11$



(3) $x_1=2.29$

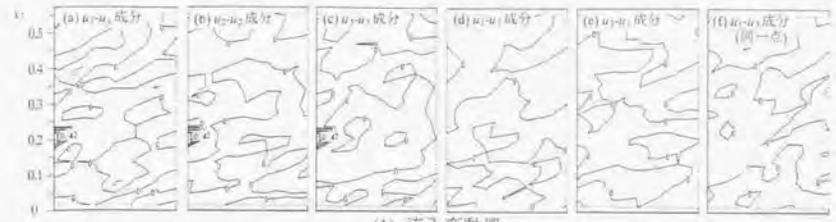


(4) $x_1=4.57$

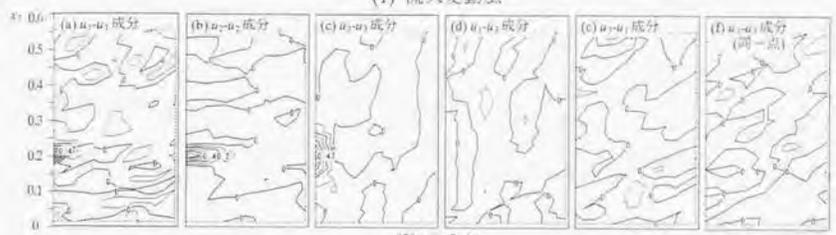


(5) $x_1=6.86$

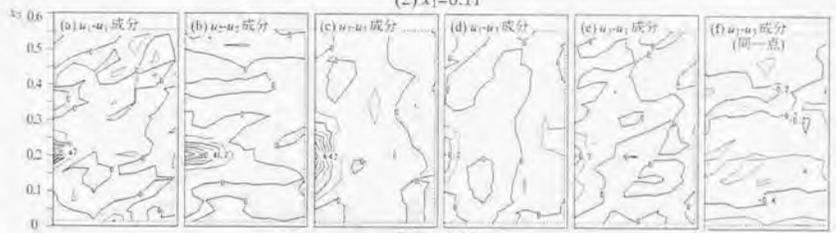
図 5.15 空間相関の比較 (ケース 1 : 基準点 $x_2=0, x_3=0.2$)



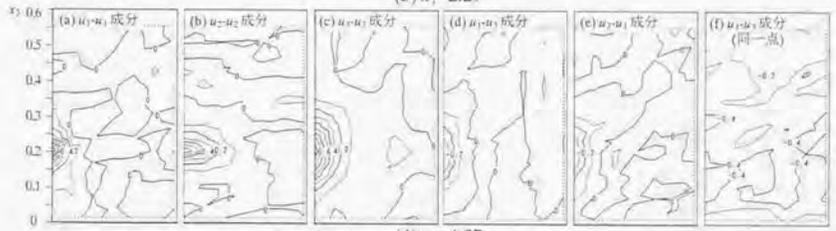
(1) 流入変動風



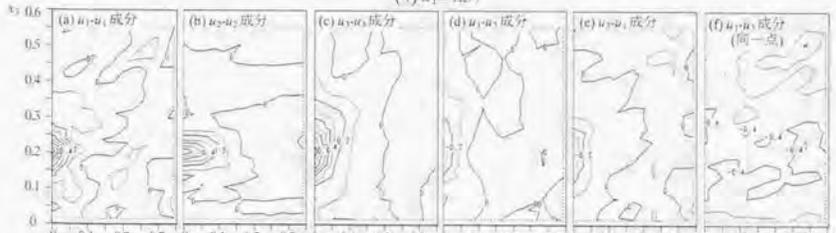
(2) $x_1=0.11$



(3) $x_1=2.29$

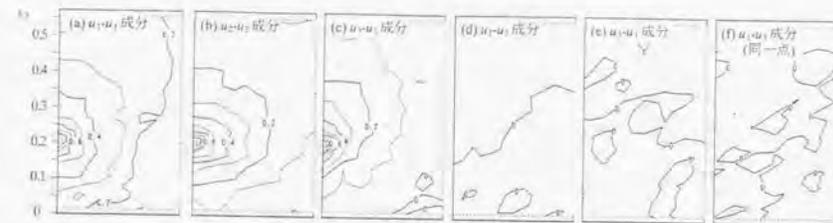


(4) $x_1=4.57$

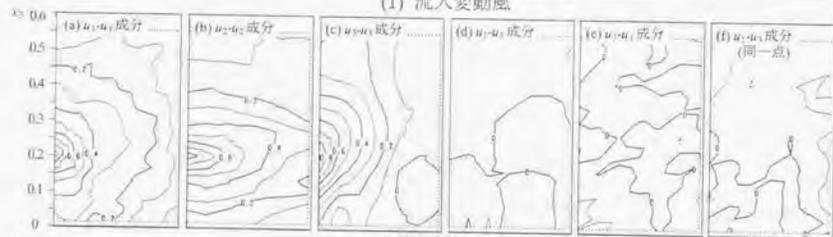


(5) $x_1=6.86$

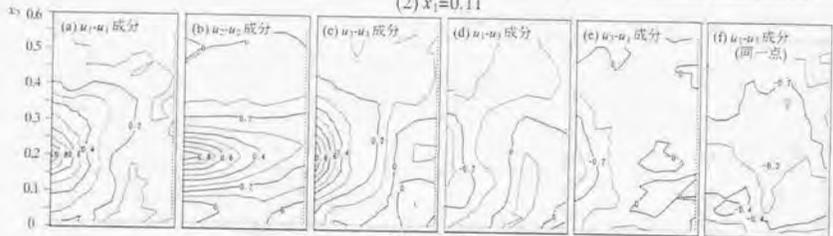
図 5.16 空間相関の比較 (ケース 2 : 基準点 $x_2=0, x_3=0.2$)



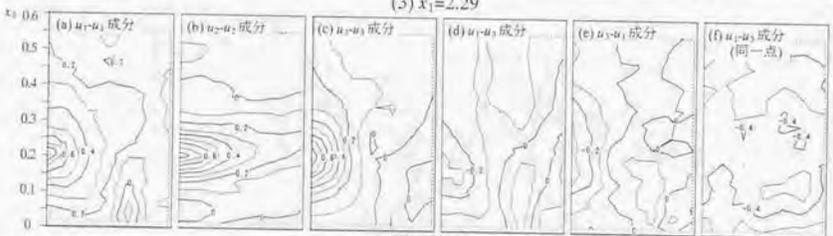
(1) 流入変動風



(2) $x_1=0.11$



(3) $x_1=2.29$

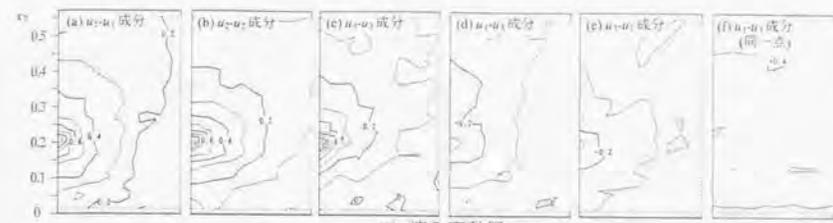


(4) $x_1=4.57$

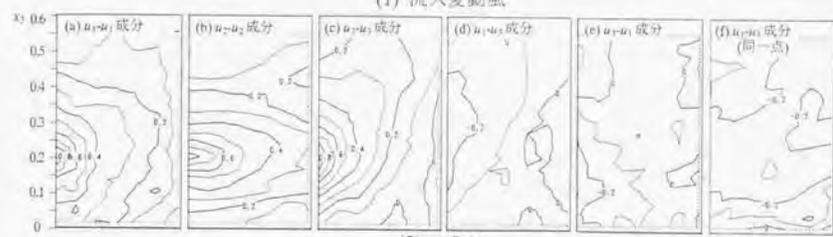


(5) $x_1=6.86$

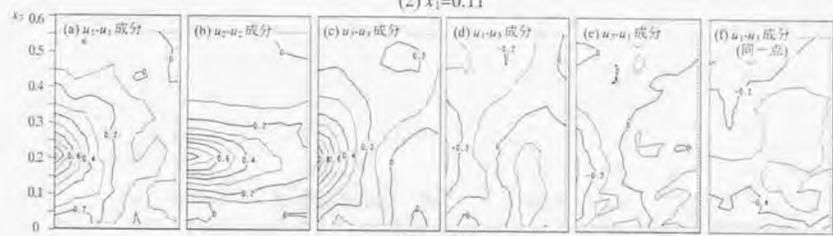
図 5.17 空間相関の比較 (ケース 3: 基準点 $x_2=0, x_3=0.2$)



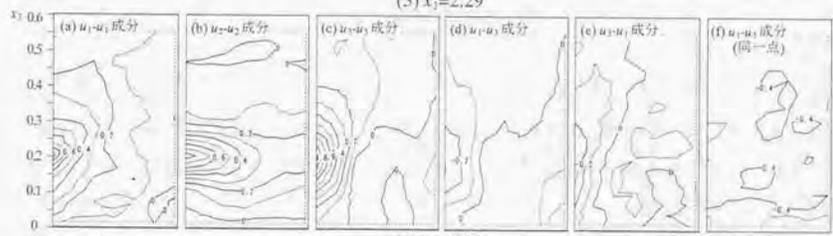
(1) 流入変動風



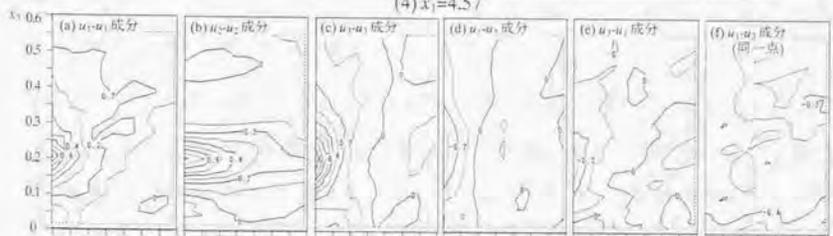
(2) $x_1=0.11$



(3) $x_1=2.29$



(4) $x_1=4.57$



(5) $x_1=6.86$

図 5.18 空間相関の比較 (ケース 4: 基準点 $x_2=0, x_3=0.2$)

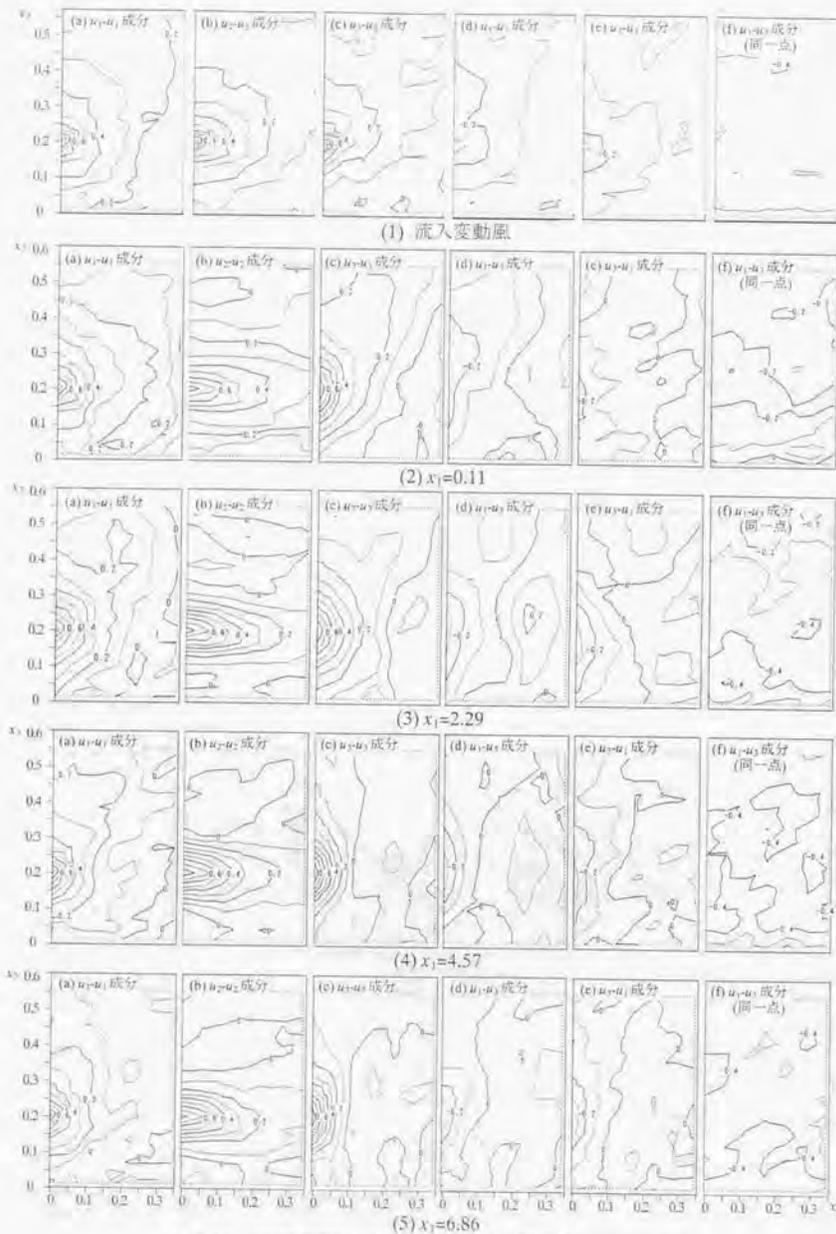


図 5.19 空間相関の比較 (ケース 5; 基準点 $x_2=0, x_3=0.2$)

5. 4. 3 平均風速・変動風速の鉛直分布

空間相関の再現精度が LES の乱流統計量に及ぼす影響を見るために平均風速 $\langle \bar{u}_i \rangle$ 、変動風速 $\langle (\bar{u}_1')^2 \rangle^{1/2}$ 、 $\langle (\bar{u}_2')^2 \rangle^{1/2}$ 、 $\langle (\bar{u}_3')^2 \rangle^{1/2}$ およびレイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_i' \bar{u}_j' \rangle$ の主流 x_1 方向の変化を比較して図 5.20 に示す。ここに示す LES の計算結果は、GS 成分である。比較のために流入変動風生成の目標値 (図中の Δ : 以下、目標値の(GS+SGS)成分) およびその内、LES の GS 成分に対応する値 (図中の \circ : 以下、目標値の GS 成分) を示す。LES の計算結果のパワースペクトル密度 (図 5.4~図 5.8) に見られる高周波数域のカットオフ周波数は、格子幅 Δx_1 に対応するナイキスト周波数 ($x_3=0.2$ で $n=6.7$) や LES 計算中の中心差分によるフィルタ効果¹⁰⁾ (フィルタ幅が格子幅 Δx_1 に対応するトップハットフィルタ) に比べてかなり低い。このカットオフ周波数は、床面近傍と上空では若干異なるが、高さによる差が少ないこと、カットオフ周波数が明確に定義できないことから、全ての高さに対して $n=2.3$ とした。目標値の GS 成分は、目標のパワースペクトル密度 (レイノルズ応力ではクロススペクトル密度) に $n \leq 2.3$ のローパスフィルタを掛けて求めた。

(1) パワースペクトル密度、空間相関とも考慮していない場合 (ケース 1: 図 5.20(1))

平均風速 $\langle \bar{u}_i \rangle$ (図 5.20(1)の(a)) は、流入直後の $x_1=0.11$ で床面近傍の速度が回復し目標値を上回るが、 $x_1=2.29$ から下流では、逆に床面近傍の速度が次第に低くなり、目標値と大きくずれてしまっている。変動風速 $\langle (\bar{u}_1')^2 \rangle^{1/2}$ 、 $\langle (\bar{u}_2')^2 \rangle^{1/2}$ 、 $\langle (\bar{u}_3')^2 \rangle^{1/2}$ (同図の(b)~(d)) は、いずれの成分も流入直後の $x_1=0.11$ で LES 計算のフィルタ効果により大幅に低下してしまっているが、 $x_1=2.29$ から下流ではさらに低下しており、変動風速の回復はほとんど見られない。また、レイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_i' \bar{u}_j' \rangle$ (同図の(e)) は、流入変動風の生成時に u_1 成分と u_3 成分間の相関を再現していないためほぼゼロであり、LES 計算中でもほとんど発達は見られない。

(2) パワースペクトル密度のみ考慮し、空間相関を考慮していない場合 (ケース 2: 図 5.20(2))

平均風速 $\langle \bar{u}_i \rangle$ (図 5.20(2)の(a)) は、ケース 1 と同様に流入直後の $x_1=0.11$ で床面近傍の速度が回復し目標値をわずかに上回るが、 $x_1=2.29 \sim 4.57$ の間は、次第に床面近傍の速度が低下している。しかし、その傾向はケース 1 に比べて緩和されている。変動

風速 $\langle \bar{u}_1' \rangle^{1/2}$ (同図の(b)) は、流入直後の $x_1=0.11$ では、目標値の GS 成分と一致しているが、 $x_1=2.29$ で一旦が低下した後、下流域で再度増加している。変動風速 $\langle \bar{u}_2' \rangle^{1/2}$, $\langle \bar{u}_3' \rangle^{1/2}$ (同図の(c),(d)) は、流入直後の $x_1=0.11$ で目標値を下回るが、下流に行くに従って徐々に増加している。レイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ (同図の(e)) は、流入変動風の生成時に u_1 成分と u_3 成分間の相関を再現していないためほぼゼロであるが、下流に行くに従って徐々に回復している。このように全体的な傾向は、後述する空間相関を考慮したケースと比較的類似しているが、パワーの回復は、空間相関を考慮した場合に比べて遅れている。しかし、前述したようにパワースペクトル密度、空間相関の再現性が極めて悪く、平板乱流境界層の統計的性質を満足することはできていない。

(3) パワースペクトル密度と同一成分間の空間相関を考慮した場合(ケース3:図 5.20(3))

平均風速 $\langle \bar{u}_1 \rangle$ (図 5.20(3)の(a)) は、流入直後の $x_1=0.11$ で床面近傍の速度が回復し目標値をわずかに上回るが、 $x_1=2.29$ から下流ではほとんど変化せず、ほぼ目標値と一致している。変動風速 $\langle \bar{u}_1' \rangle^{1/2}$ (同図の(b)) は、流入直後の $x_1=0.11$ では、目標値の GS 成分と一致しているが、高さ $x_3 \leq 0.2$ の範囲では、 $x_1=2.29$ で一旦変動風速が低下した後、下流域では再度増加している。変動風速 $\langle \bar{u}_2' \rangle^{1/2}$, $\langle \bar{u}_3' \rangle^{1/2}$ (同図の(c),(d)) は、流入直後の $x_1=0.11$ で目標値を下回るが、下流に行くに従って増加しており、 $x_1=4.57$ では、ほぼ目標値と対応している。レイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ (同図の(e)) は、流入変動風の生成時に u_1 成分と u_3 成分間の相関を再現していないためほぼゼロであるが、その回復は比較的早く、 $x_1=2.29$ では、後述する u_1 成分と u_3 成分間の相関まで考慮したケース 4 とほぼ同じ値まで回復しており、 $x_1=6.86$ では、高さ $x_3 \leq 0.1$ の範囲ではほぼ目標値の GS 成分のレベルまで回復している。

(4) パワースペクトル密度と同一成分間および u_1 成分と u_3 成分間の空間相関を考慮した場合(ケース4:図 5.20(4))

平均風速 $\langle \bar{u}_1 \rangle$ (図 5.20(4)の(a)) と変動風速 $\langle \bar{u}_1' \rangle^{1/2}$, $\langle \bar{u}_2' \rangle^{1/2}$, $\langle \bar{u}_3' \rangle^{1/2}$ (同図の(b)~(d)) は、同一成分間の空間相関を考慮したケース 3 とほぼ同じ傾向である。レイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ (同図の(e)) は、流入変動風の生成時に u_1 成分と u_3 成分間の相関を考慮しているため、 $x_1=0.11$ でも値を持っている。しかし、流入境界で再現

した目標値の GS 成分に比べて値がかなり小さい。これは、LES のフィルタ効果に加えて、流入変動風が乱流境界層の瞬時々の物理構造を再現していないためと考えられる。 $x_1=2.29$ では、前述のケース 3 とほぼ同じ値となっており、 $x_1=6.86$ では、高さ $x_3 \leq 0.1$ の範囲で目標値の GS 成分のレベルまで回復している。

このように流入直後の領域を除けば、ケース 3、4 の差はあまり見られないが、変動風速 $\langle \bar{u}_1' \rangle^{1/2}$ とレイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ に関しては、ケース 3 の回復の方がやや急であり、下流域の $x_1=6.86$ で目標値を超える傾向が見られる。

(5) divergence-free 操作を施した場合(ケース5:図 5.20(5))

平均風速 $\langle \bar{u}_1 \rangle$ (図 5.20(5)の(a)) は、divergence-free 操作を行っていないケース 4 とほぼ同じである。変動風速 $\langle \bar{u}_1' \rangle^{1/2}$, $\langle \bar{u}_2' \rangle^{1/2}$, $\langle \bar{u}_3' \rangle^{1/2}$ (同図の(b)~(d)) は、流入直後の $x_1=0.11$ では、divergence-free 操作によるフィルタ効果のため、ケース 4 に比べてやや値が小さくなっているが、 $x_1=4.57$ 付近では、ほぼ目標値のレベルまで回復している。divergence-free 操作を施したケース 5 は、施さないケース 4 に比べて LES 計算中の変化が少ない。このことは、divergence-free 操作を施すことによって、LES 計算中の変動風速の変化をより少なくできるということであり、divergence-free 操作後の流入変動風のパワーを事前処理によって目標値に揃えることができれば、目標値をより早い段階(風上側)で再現できると思われる。一方、変動風速 $\langle \bar{u}_1' \rangle^{1/2}$, $\langle \bar{u}_3' \rangle^{1/2}$ (同図の(b),(d)) がケース 4 に比べて若干低くなっているため、レイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ (同図の(e)) も目標値より小さくなっている。これを合わせるためには、divergence-free 後の変動風速のかさ上げ等の処理が必要になるが、 u_1 成分、 u_2 成分、 u_3 成分の変動風速は、ほぼ目標値を再現できていることを考えれば、divergence-free 操作は、実用上有効な処理といえる。

以上のように流入直後の領域で起こる変動風速やレイノルズ応力の低下が、流下するに従って比較的速やかに回復する理由について検討する¹¹⁾。

乱流エネルギー k の輸送方程式中の生産項 P_k は、(5.14)式で表される。

$$P_k = -\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_1 \rangle}{\partial x_k} \quad (5.14)$$

一方、レイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ の輸送方程式中の生産項 P_{11} は、(5.15)式で表される。

$$P_{ij} = -\langle \bar{u}_i' \bar{u}_k' \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_j \rangle}{\partial x_k} - \langle \bar{u}_j' \bar{u}_k' \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_k} \quad (5.15)$$

十分発達した乱流境界層の場合、(5.16)式の関係が成り立つ。

$$\langle \bar{u}_2 \rangle = \langle \bar{u}_3 \rangle = 0, \quad -\langle \bar{u}_1' \bar{u}_2' \rangle = -\langle \bar{u}_2' \bar{u}_1' \rangle = 0, \quad \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_1} = \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_2} = 0 \quad (5.16)$$

本研究で対象としている風洞床面上に発達した平板乱流境界層の場合、境界層が主流 x_1 方向に発達過程にあること(4章参照)、主流直交水平 x_2 方向の速度分布がわずかながら勾配を持つこと(付録D参照)等から、(5.16)式は厳密には成り立たないが、近似的には成り立つと見なしても差し支えない。そこで(5.16)式の関係を用いて、(5.14)式と(5.15)式から乱流エネルギー k とレイノルズ応力 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ の生産項を求めると、それぞれ(5.17)式と(5.18)式ようになる。

$$P_k = -\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_1 \rangle}{\partial x_3} \quad (5.17)$$

$$P_{13} = -\langle \bar{u}_3' \rangle^2 \frac{\partial \langle \bar{u}_1 \rangle}{\partial x_3} \quad (5.18)$$

(5.17)式、(5.18)式から分かるとおり、 k は $\langle \bar{u}_1 \rangle$ の鉛直勾配と $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ が再現できれば正しく生産される。また、 k の生産に寄与する $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ は、 $\langle \bar{u}_1 \rangle$ の鉛直勾配と $\langle \bar{u}_3' \rangle^2$ が再現できれば正しく生産される。すなわち、流入変動風生成時に $\langle \bar{u}_1 \rangle$ の鉛直勾配と $\langle \bar{u}_3' \rangle^2$ を再現すれば、LES 計算の中で変動風速の各成分と $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ をある程度正しく再現できることになる。ケース1~5は、いずれも流入変動風生成時に $\langle \bar{u}_1 \rangle$ と $\langle \bar{u}_3' \rangle^2$ の鉛直分布を再現しており、この条件に合致する。しかし、ホワイトノイズとして生成したケース1は、流入直後の $x_1=0.11$ でLES計算のフィルタ効果により $\langle \bar{u}_3' \rangle^2$ が大幅に低下するため、 k 、 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ とも生産が非常に小さく、変動風速、 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ は下流域でもほとんど発達しない。パワースペクトル密度のみ再現し、空間相関を考慮してないケース2の場合、流入直後 $x_1=0.11$ における $x_3 > 0.1$ では、 $\langle \bar{u}_3' \rangle^2$ がケース3~5に比べて小さいため、変動風速、 $-\langle \bar{u}_1' \bar{u}_3' \rangle$ ともケース3~5に比べて回復が遅れるが、 $x_3 \leq 0.1$ ではケース3~5との差はそれ程大きくない。しかし、パワースペクトル密度や空間相関の再現性は、(5.17)式と(5.18)式のみで保証されるものではなく、空間相関を考慮してないケース2の場合、パワースペクトル密度、空間相関とも目標値とかけ離れたものとなっている。

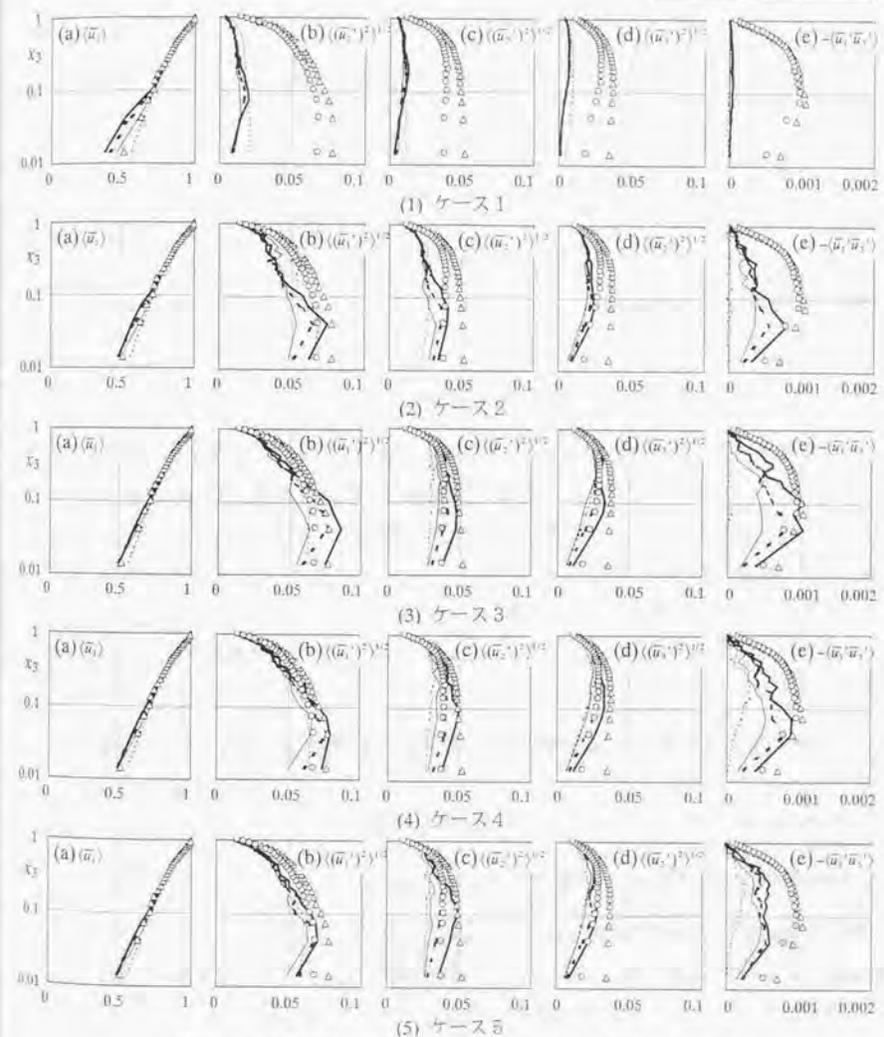
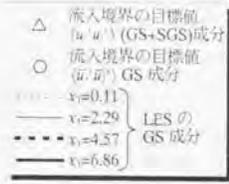


図5.20 平均風速と変動風速の鉛直分布の主流 x_1 方向の変化

5. 4. 4 圧力の瞬間値の空間分布

圧力の瞬時値の空間分布を図 5.21 に示す。

(1) パワースペクトル密度、空間相関とも考慮していない場合(ケース1: 図 5.21(1))

流入直後に圧力が急激に変化する領域が見られ $x_1 \geq 1.0$ の領域では、ほとんど圧力変動が見られない。

(2) パワースペクトル密度のみ考慮し、空間相関を考慮していない場合(ケース2: 図 5.21(2))

流入直後に圧力が急変する領域が見られるが、その範囲は、ケース1 (図 5.21(1)) に比べて狭くなっている。また、下流の $x_1 \geq 5.0$ の領域では、床面近くに細かい圧力変動が見られるようになるが、その構造は、後述するケース3~5 (図 5.21(3)~(5)) に比べて小さい。

(3) パワースペクトル密度と同一成分間の空間相関を考慮した場合(ケース3: 図 5.21(3))

流入直後に圧力が急変する領域が見られ、その広さは、ケース2 (図 5.21(2)) と同程度である。この流入直後の圧力が急変する領域は、流入変動風が乱流境界層の瞬時々の乱流構造を再現しておらず、N-S 方程式や連続式を満足していないため、LES 計算の流入直後の領域でこれらを満たす過程で生じると考えられる。 $x_1 \leq 3.0$ の領域では、床面近くでもそれ程細かい圧力変動は見られないが、 $x_1 \geq 3.0$ の領域では、床面近くに細かい圧力変動が見られるようになり、ケース2 に比べて乱流構造の形成が早くなっている。

(4) パワースペクトル密度と同一成分間および u_1 成分と u_2 成分間の空間相関を考慮した場合 (ケース4: 図 5.21(4))

全体的な傾向は、ケース3 (図 5.21(3)) とほぼ同じである。

(5) divergence-free 操作を施した場合(ケース5: 図 5.21(5))

流入直後の圧力が急変する領域が、他のケースに比べて狭くなっている。これは、divergence-free の流入変動風を与えたため、流入直後の領域において、連続式を満たす過程での圧力変化が小さくなっているためと考えられる。従って、divergence-free 操作を施すことで、

流入変動風がよりスムーズに LES に馴染むと思われる。床面付近の細かい圧力変動は、 $x_1 \geq 3.5$ の領域で見られるようになる。この点では、ケース3、4 (図 5.21(3),(4)) より若干遅れている。

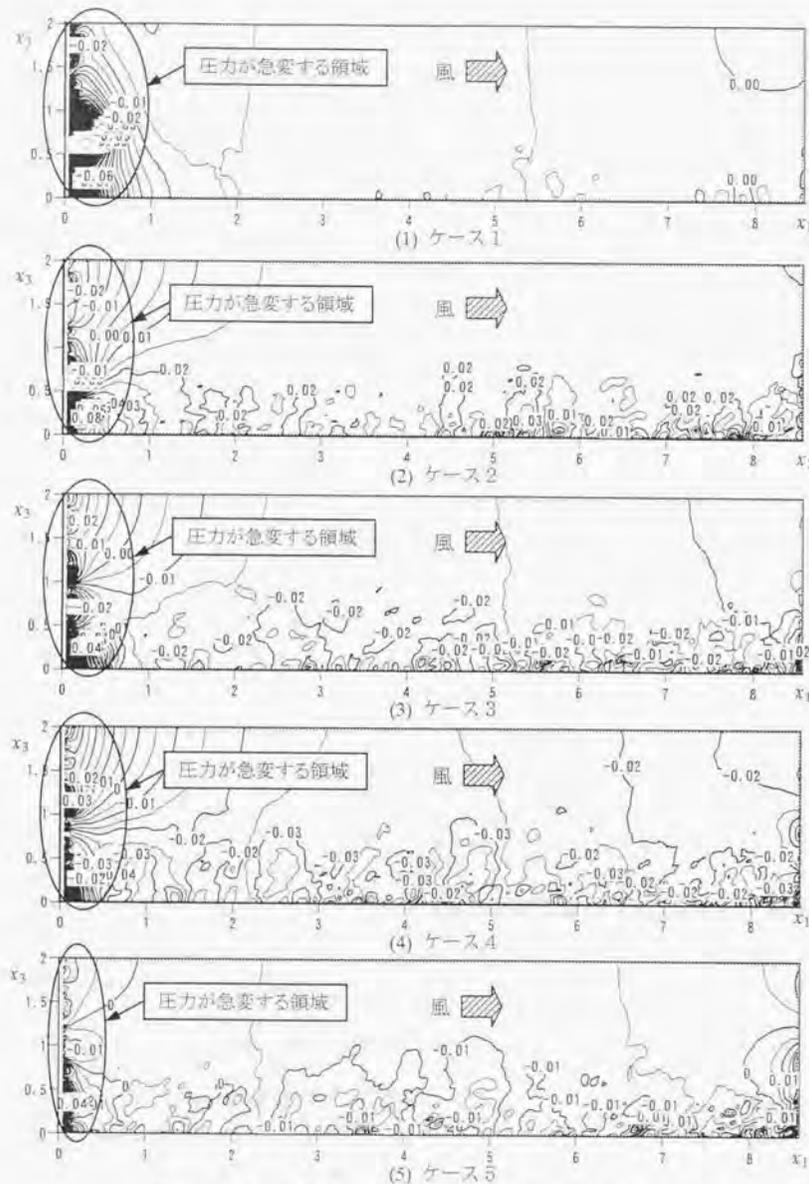


図 5.21 圧力の瞬時値の x_1 - x_3 面内の分布 (中央断面)

5. 4. 5 風速変動の頻度分布

4章で述べたとおり、風洞実験で測定した平板乱流境界層の風速変動の頻度分布は、境界層高さ付近を除けば、概ね正規分布と見なせることから、本章の流入変動風の生成では、風速変動の頻度分布として正規分布を与えた。本節では、この流入境界に与えた風速変動の頻度分布が、LESの中でどのように変化し、風洞実験結果をどの程度再現できるかについて検討した。

図 5.22 に風速変動の確率密度関数の 3 次モーメントである skewness と 4 次モーメントである flatness factor (以下、flatness) の鉛直分布を示す。図 5.22 の(1)が流入境界位置における風洞実験値、図 5.22 の(2)~(6)が LES の計算結果である。正規分布の場合、skewness はゼロ、flatness は 3 となる。

(1) 風洞実験 (図 5.22(1))

風洞実験結果 (図 5.22(1)) の skewness を見ると、いずれの成分も $x_3 \leq 0.2$ では、正規分布に近い値となっているが、 u_1 成分 (図中の○) と u_3 成分 (図中の□) は、 $x_3 \geq 0.2$ で正規分布から徐々に離れる傾向が見られ、境界層高さ付近の $x_3 \geq 0.7$ では、その変化が大きくなっている。 u_2 成分 (図中の△) は、 $x_3 \leq 0.7$ では、ゼロ点を中心に变化しており、ほぼ正規分布となっているが、境界層高さ付近の $x_3 \geq 0.7$ では、やはり正規分布から外れている。flatness は、 u_1 成分 (図中の●)、 u_2 成分 (図中の▲)、 u_3 成分 (図中の■) とともに $x_3 \leq 0.7$ では、正規分布に近い値となっているが、境界層高さ付近の $x_3 \geq 0.7$ では、正規分布から大きく外れている。

(2) パワースペクトル密度、空間相関とも考慮していない場合 (ケース 1: 図 5.22(2))

流入境界にホワイトノイズを与えたケース 1 の場合、流入直後の $x_1=0.11$ (図 5.22(2) の(a)) では、正規分布からの変化は、ほとんど見られない。 $x_1=2.29$ (同図の(b)) では、床面の影響で $x_3 \leq 0.1$ の u_1 成分の skewness (図中の○) が、正側に大きく変化しているが、 u_2 成分、 u_3 成分の skewness (図中の△、□) および flatness (図中の▲、■) の変化は小さい。 $x_1=4.57$ より下流側 (同図の(c),(d)) では、 $x_1=2.29$ (同図の(b)) に比べて u_1 成分の skewness (図中の○) の変化は、再び小さくなっている。このようにケース 1 では、後述するケース 2~4 に比べて床面近傍の skewness、flatness の変

化が小さいのは、ホワイトノイズの場合、パワースペクトル密度が全周波数域に渡ってフラットな特性を有しており、床面の影響が大きい低周波数成分の割合が相対的に低かったためと考えられる。

(3) パワースペクトル密度のみ考慮し、空間相関を考慮していない場合(ケース2: 図 5.22(3))

流入変動風の生成時にパワースペクトル密度のみ考慮したケース2の場合、流入直後の $x_1=0.11$ (図 5.22(3)の(a)) では、床面近傍の u_1 成分の skewness (図中の○) が、わずかに正側に変化しているが、正規分布からの変化はほとんど見られない。 $x_1=2.29$ (同図の(b)) では、床面の影響が大きく現れる。 u_1 成分の skewness (図中の○) は、全体的に正側に変化し、特に $x_3 \leq 0.1$ では大きく変化している。一方、 u_3 成分の skewness (図中の□) は、 $x_3 \leq 0.2$ で負側に変化している。また、 u_1 成分、 u_3 成分の flatness (図中の●、■) は、床面近傍でわずかに正側に変化するが、その変化は小さい。これに対して、 u_2 成分の skewness、flatness (図中の△、▲) は、ほとんど変化しておらず、床面の影響は、 u_2 成分の頻度分布には、影響を及ぼさないことが分かる。 $x_1=4.57$ より下流側(同図の(c),(d)) では、skewness、flatnessとも $x_1=2.29$ (同図の(b)) からの変化は少ない。

(4) パワースペクトル密度と同一成分間の空間相関を考慮した場合(ケース3: 図 5.22(4))

流入変動風の生成時に同一成分間の空間相関を考慮したケース3の場合、これまでに示したパワースペクトル密度、空間相関、風速の鉛直分布と異なり、ケース2(図 5.22(3))との差は、あまり見られない。しかし、 $x_1=4.57$ における $x_3 \geq 0.3$ の u_1 成分の skewness (図 5.22(4)中の○) は、ほぼ正規分布となっており、ケース2に比べて風洞実験に近くなっている。

(5) パワースペクトル密度と同一成分間および u_1 成分と u_3 成分間の空間相関を考慮した場合
(ケース4: 図 5.22(5))

ケース3(図 5.22(4))とケース4(図 5.22(5))を比較すると、 u_1 成分と u_3 成分間の空間相関の再現精度による差は、流入直後の $x_1=0.11$ (同図の(a)) でもほとんど見られない。

(6) divergence-free 操作を施した場合(ケース5: 図 5.22(6))

ケース5(図 5.22(6))の場合、流入直後の $x_1=0.11$ (同図の(a)) では、ほぼ正規分布のままであり、divergence-free 操作による skewness、flatness の変化は、ほとんどないことが分かる。 $x_1=2.29, 4.57$ (同図の(b),(c)) では、ケース3、4(図 5.22(4),(5))との差は小さいが、下流域の $x_1=6.86$ (図 5.22(6)の(d)) では、 $x_3 \leq 0.2$ における u_3 成分の skewness の変化が、ケース3、4に比べて小さくなっている。

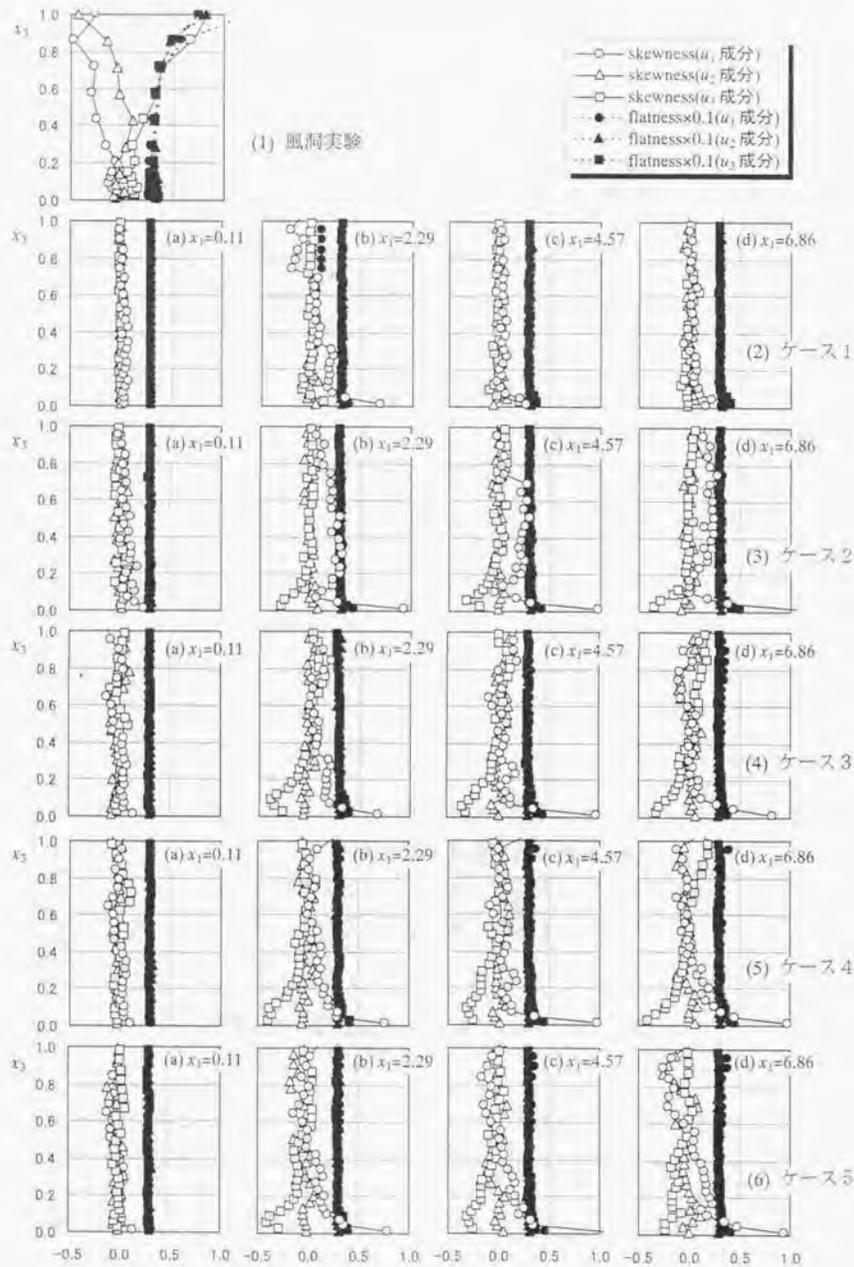


図 5.22 skewness と flatness factor の鉛直分布の主流 x_1 方向の変化

(7) チャンネル流の LES の計算結果 (図 5.25)

以上のように風洞実験結果と異なり、 $x_3 \leq 0.2$ で LES の計算結果の u_1 成分、 u_3 成分の skewness (図 5.22 の \circ , \square) が、大きく正規分布から離れるのは、LES で用いた床面近傍の x_3 方向の格子解像度が十分ではなく、床面の拘束効果が上空まで及んだためと推定される。これを検証するために、パワースペクトル密度の検討と同じチャンネル流において、床面近傍の x_3 方向の格子解像度を 4 種類変化させた LES を実施した^{12),13)}。

計算格子を除く計算条件は、パワースペクトル密度の検討において示したとおりであるが、ここで再度示しておく。座標、時間軸、周波数軸等は、チャンネル高さの半幅 δ 、チャンネル中央の平均風速 U_c で無次元化した。このとき、レイノルズ数は、 $Re = U_c \delta \nu = 13800$ である。計算領域は、 $2\pi(x_1) \times \pi(x_2) \times 2(x_3)$ であり、計算格子は、 x_1 方向、 x_2 方向が $26(x_1) \times 26(x_2)$ の均等格子、 x_3 方向が $x_3 = 0 \sim 0.3$ および $x_3 = 1.7 \sim 2.0$ の格子幅 Δx_3 を床面境界から順に括弧内のように変化させた 4 ケースである。図 5.23 に計算領域を、図 5.24 に各ケースの計算格子を示す。

- (a) 格子 1 : x_3 方向の格子分割数 18 ($\Delta x_3 = 0.13, 0.17$)
- (b) 格子 2 : x_3 方向の格子分割数 20 ($\Delta x_3 = 0.10, 0.10, 0.10$)
- (c) 格子 3 : x_3 方向の格子分割数 22 ($\Delta x_3 = 0.06, 0.07, 0.08, 0.09$)
- (d) 格子 4 : x_3 方向の格子分割数 26 ($\Delta x_3 = 0.03, 0.03, 0.035, 0.035, 0.08, 0.09$)

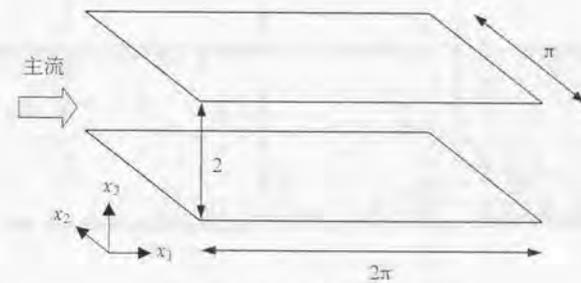


図 5.23 チャンネル流の計算領域

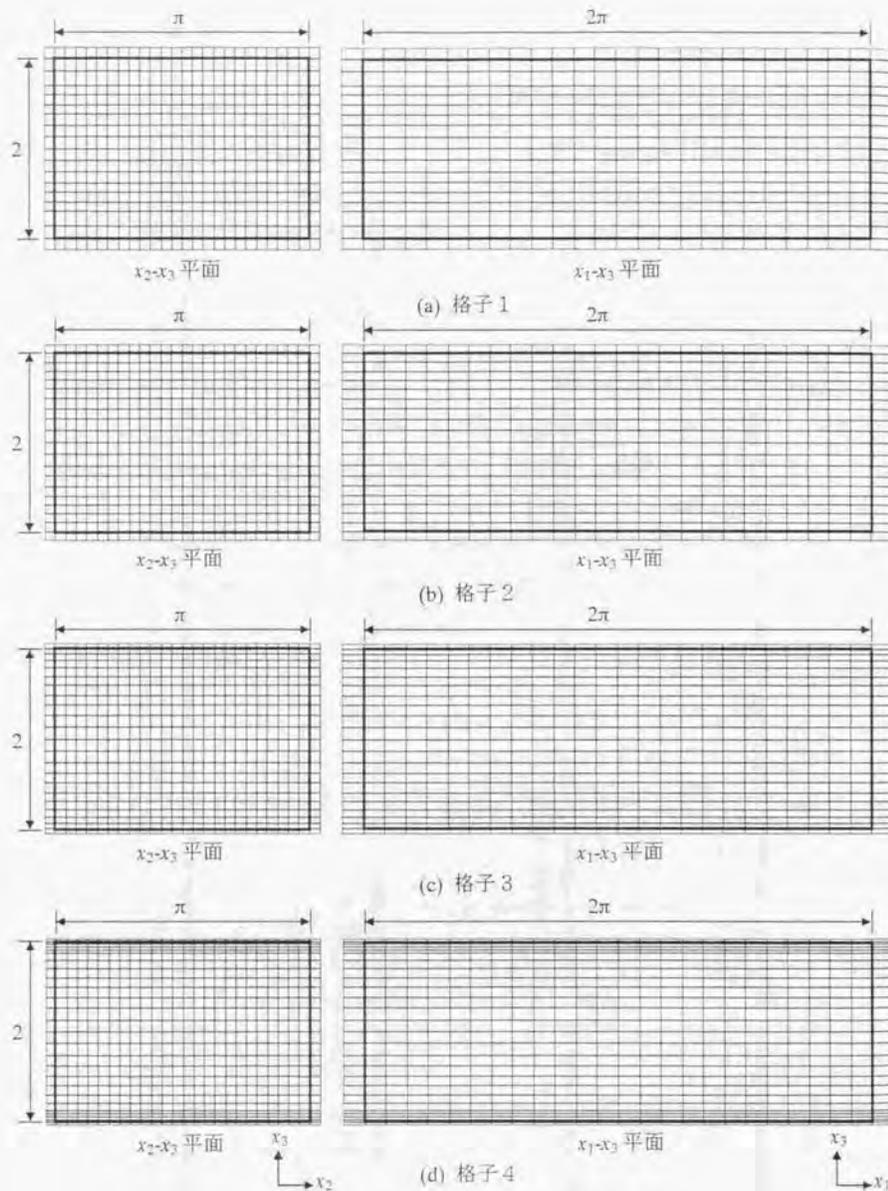


図 5.24 チャンネル流の LES のための計算格子

流入・流出境界は、周期境界条件で接続し、側方境界は周期境界条件、床面境界は、Werner-Wengle³⁾の linear-power law 型の wall function とした。SGS モデルは標準 Smagorinsky モデル($C_s=0.1$)で、時間間隔は $\Delta t=0.001$ 、計算ステップ数は 16384 とした。

チャンネル流の風速変動から求めた頻度分布を図 5.25 に示す。 u_1 成分、 u_3 成分の skewness を見ると、 x_3 方向の格子解像度が高いほど床面近傍で急激に変化する傾向が捉えられている。一方、 u_1 成分の skewness がゼロクロスする高さは、格子解像度が低いほど高く (x_3 が大きく) なる傾向が見られ、床面境界条件の影響がより上空まで及ぶことが分かる。これに対して、 u_2 成分の skewness は、格子解像度の影響をほとんど受けておらず、いずれのケースでも、ゼロ点周りを変動している。床面近傍での flatness の変化は、 u_3 成分、 u_1 成分、 u_2 成分の順に大きく、いずれの成分も格子解像度が高いほど床面近傍での変化が捉えられている。このことから、流入変動風を用いた平板乱流境界層の LES で、床面近傍における風速変動の頻度分布が目標とする正規分布からずれたのは、床面付近の格子解像度が十分でなかったためと考えられる。これを改善するためには、床面付近の x_3 方向の格子解像度を上げる必要があるが、 x_1 方向、 x_2 方向の格子解像度をそのままにした場合、計算メッシュが扁平になり過ぎ、新たに計算精度の問題が生じる恐れがあるため注意が必要である。

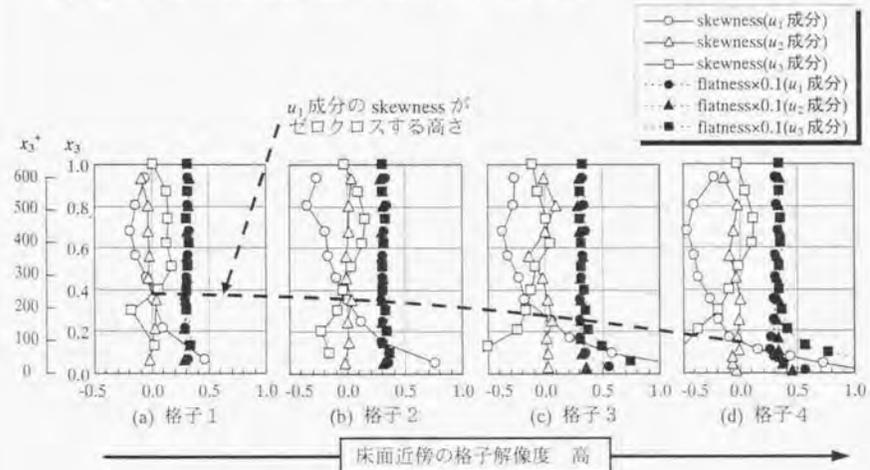


図 5.25 格子解像度によるチャンネル流れの風速変動の頻度分布の変化

以上のように LES では、床面近傍における風速変動の頻度分布は、LES 計算の中で床面境界条件や床面付近の計算格子の影響によって新たに形成されるため、床面近傍の格子解像度を十分確保できれば、流入変動風の生成段階では、頻度分布をそれ程意識する必要はなく、正規分布を仮定して流入変動風を生成しても、大きな問題は生じないものと思われる。

5. 4. 6 風速変動の時刻歴波形

風速変動の頻度分布の傾向を確認するために、床面の影響が最も顕著に現れる、床面第1セル ($x_2=0.029$, $k=2$) における各成分の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化を図 5.26~図 5.40 に示す。下が流入境界側であり、上が流出境界側である。

いずれのケースとも流入直後の領域で LES のフィルタ効果が見られる。ケース1 (図 5.26~図 5.28) の場合、各成分とも風速変動が大幅に減衰してしまい、下流側でもその回復は、全く見られない。

ケース2~5の場合、 u_1 成分の時刻歴波形 (図 5.29, 図 5.32, 図 5.35, 図 5.38) は、流入直後の $x_1=0.057$ (同図の(a)) $x_1=0.11$ (同図の(b)) $x_1=0.17$ (同図の(c)) では、床面の影響はそれ程見られないが、 $x_1=2.29$ (同図の(e)~(j)) より下流側では、床面の影響が顕著に現れている。 u_2 成分の時刻歴波形 (図 5.30, 図 5.33, 図 5.36, 図 5.39) は、頻度分布 (図 5.22) で示したとおり、skewness, flatness とも流入変動風の生成時に与えた正規分布からの変化は少なく、時刻歴波形上でも床面の影響は見られない。 u_3 成分の時刻歴波形 (図 5.31, 図 5.34, 図 5.37, 図 5.40) は、頻度分布の skewness (図 5.22) には、床面の影響が顕著に現れているが、時刻歴波形上では、それ程明瞭ではない。

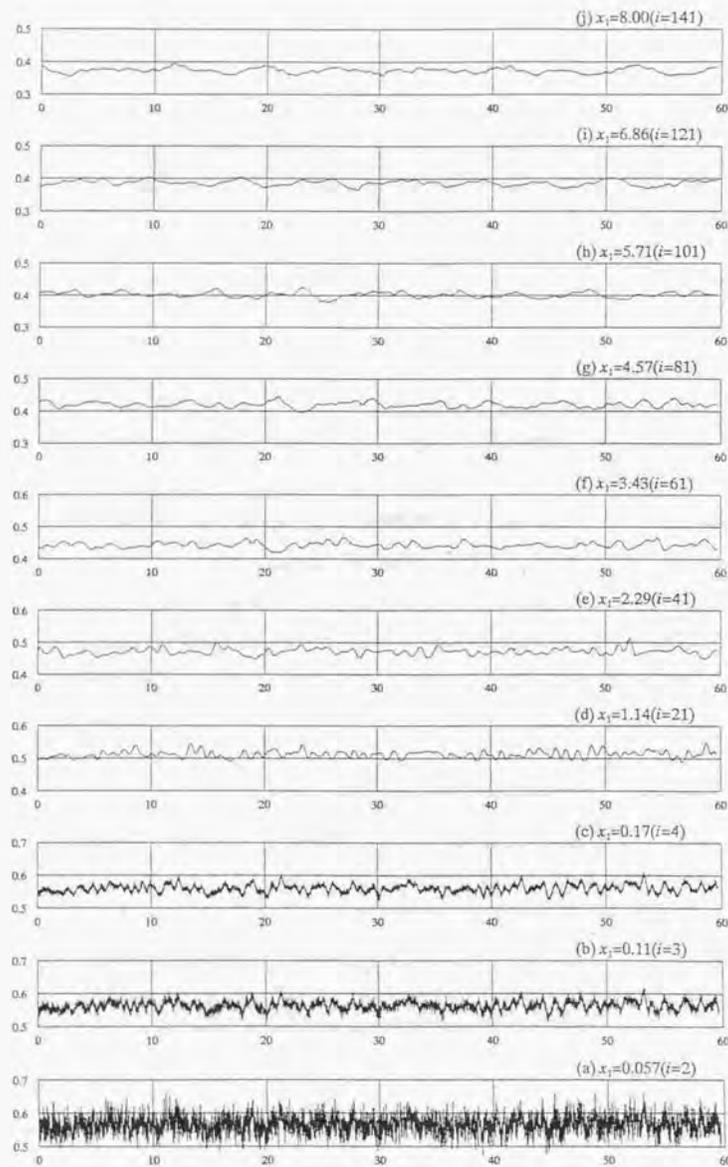


図 5.26 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 1 : u_1 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

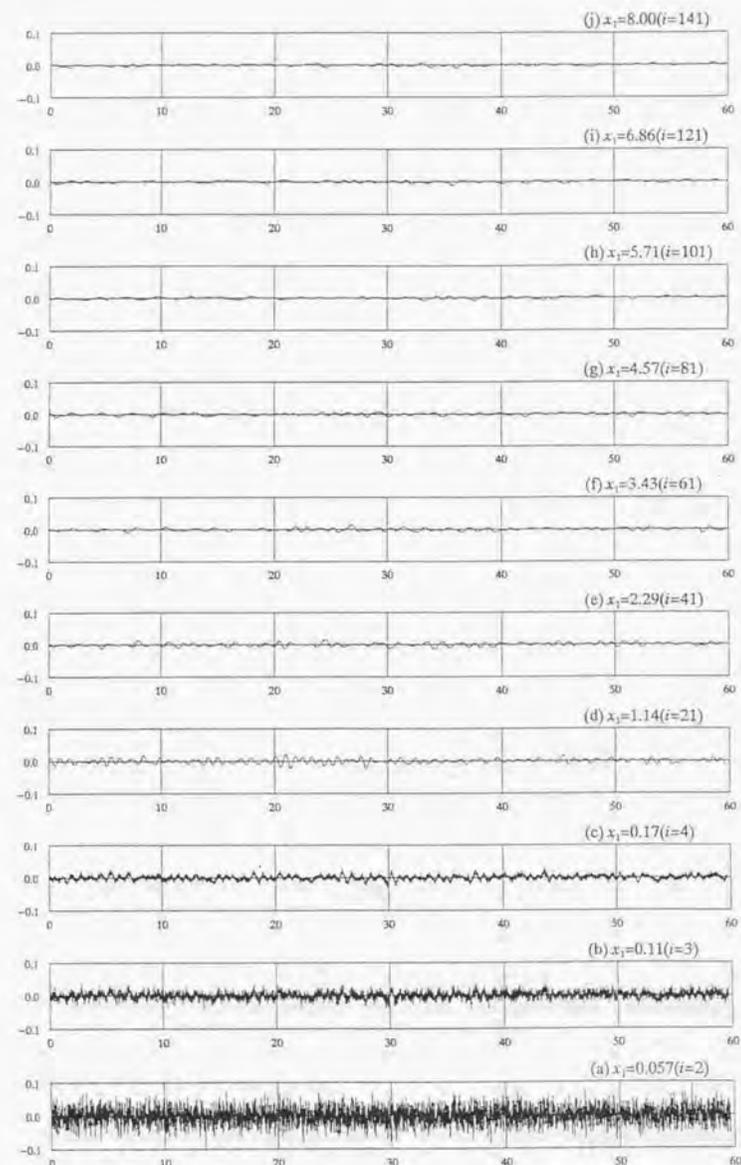


図 5.27 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 1 : u_2 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

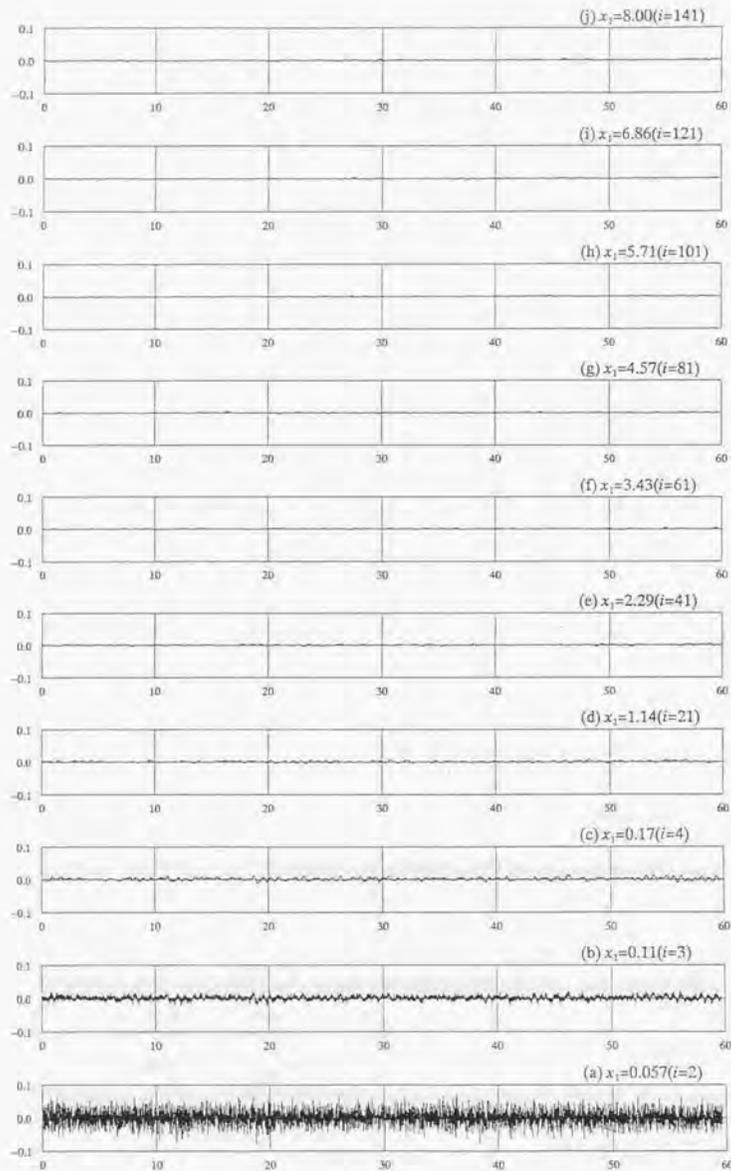


図 5.28 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 1 : u_1 成分, $x_3=0.029(k=2)$)



図 5.29 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 2 : u_1 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

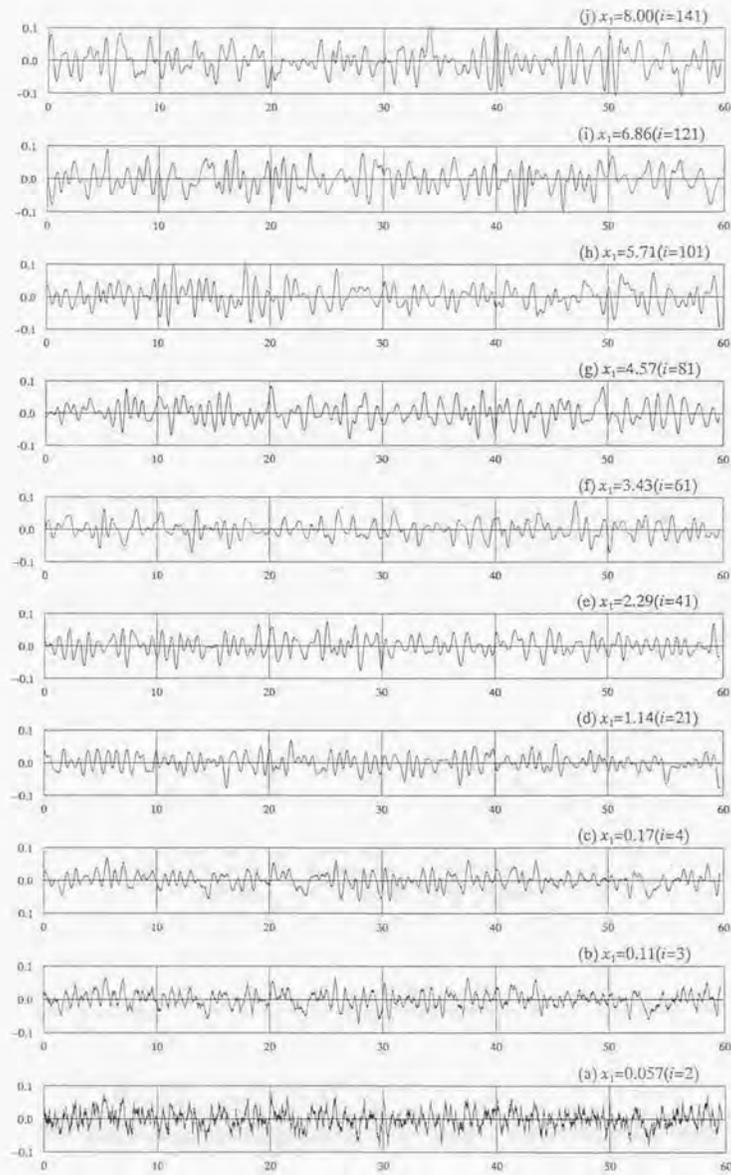


図 5.30 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 2 : u_2 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

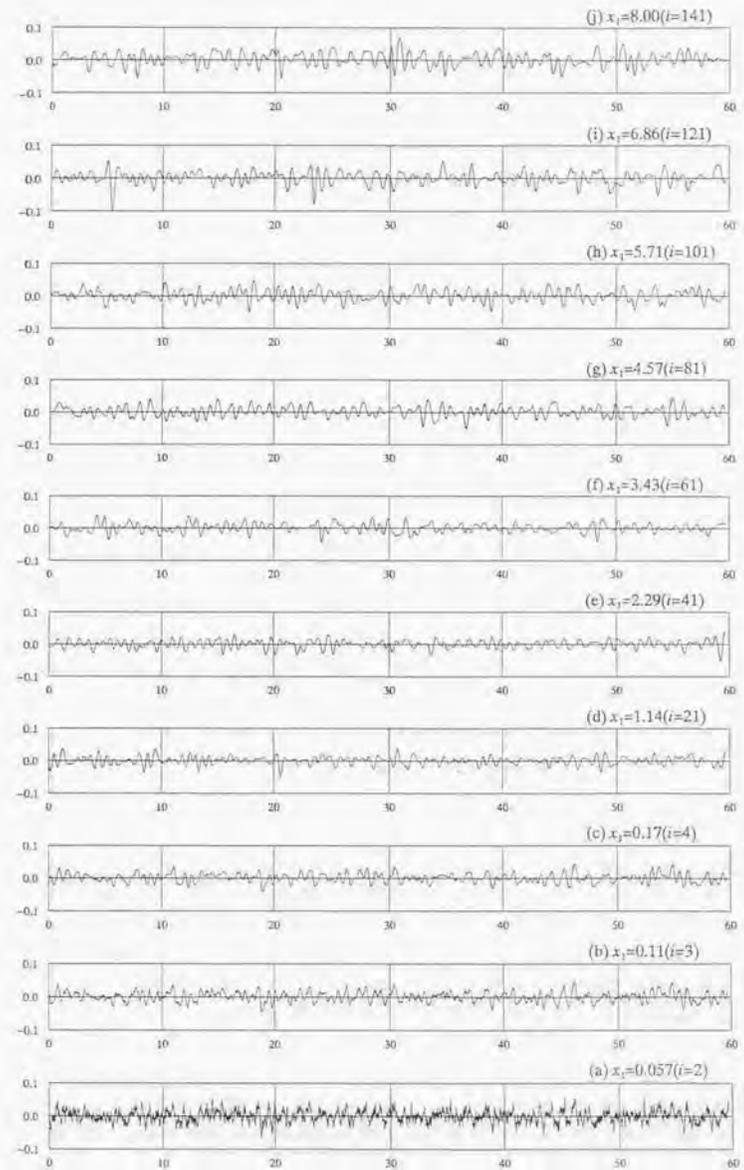


図 5.31 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 2 : u_3 成分, $x_3=0.029(k=2)$)



図 5.32 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 3 : u_1 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

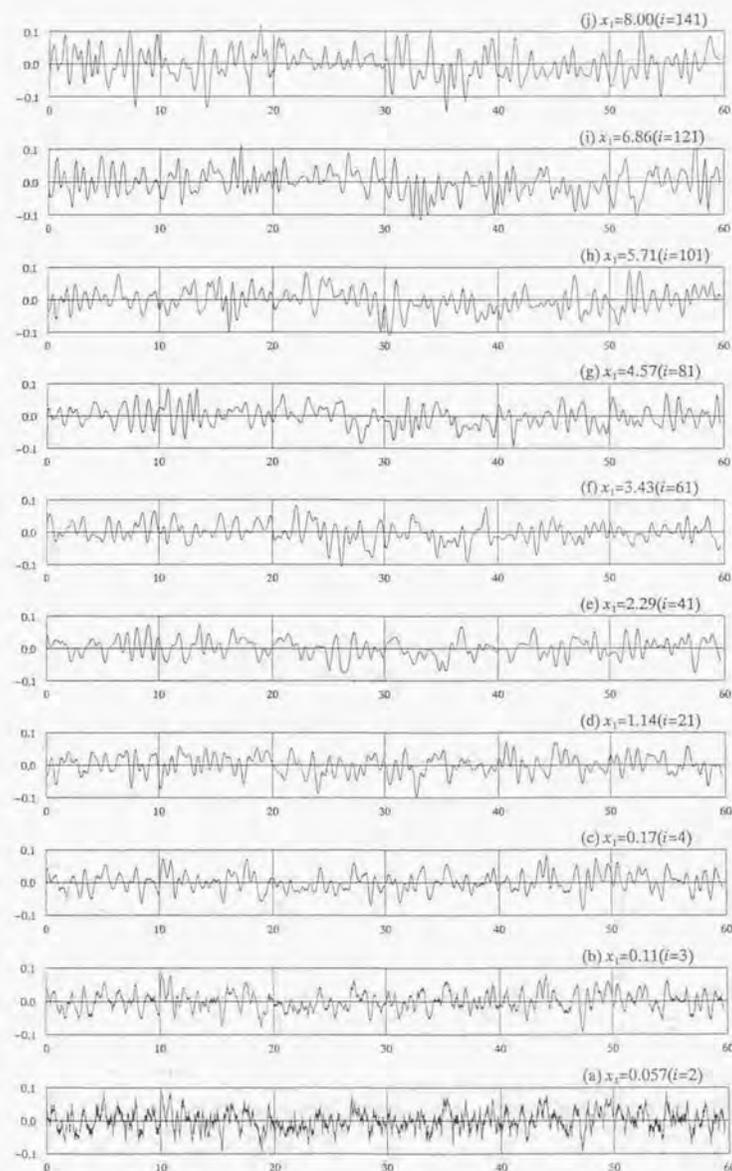


図 5.33 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 3 : u_2 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

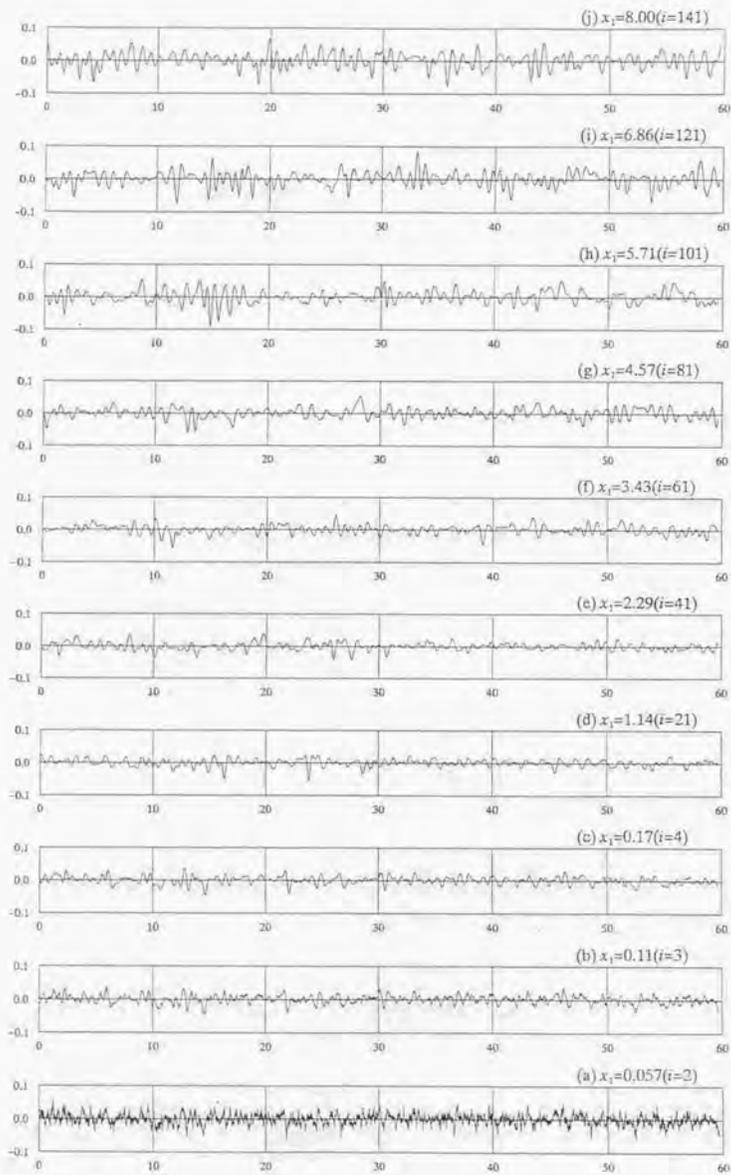


図 5.34 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 3 : u_3 成分, $x_3=0.029(k=2)$)



図 5.35 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 4 : u_1 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

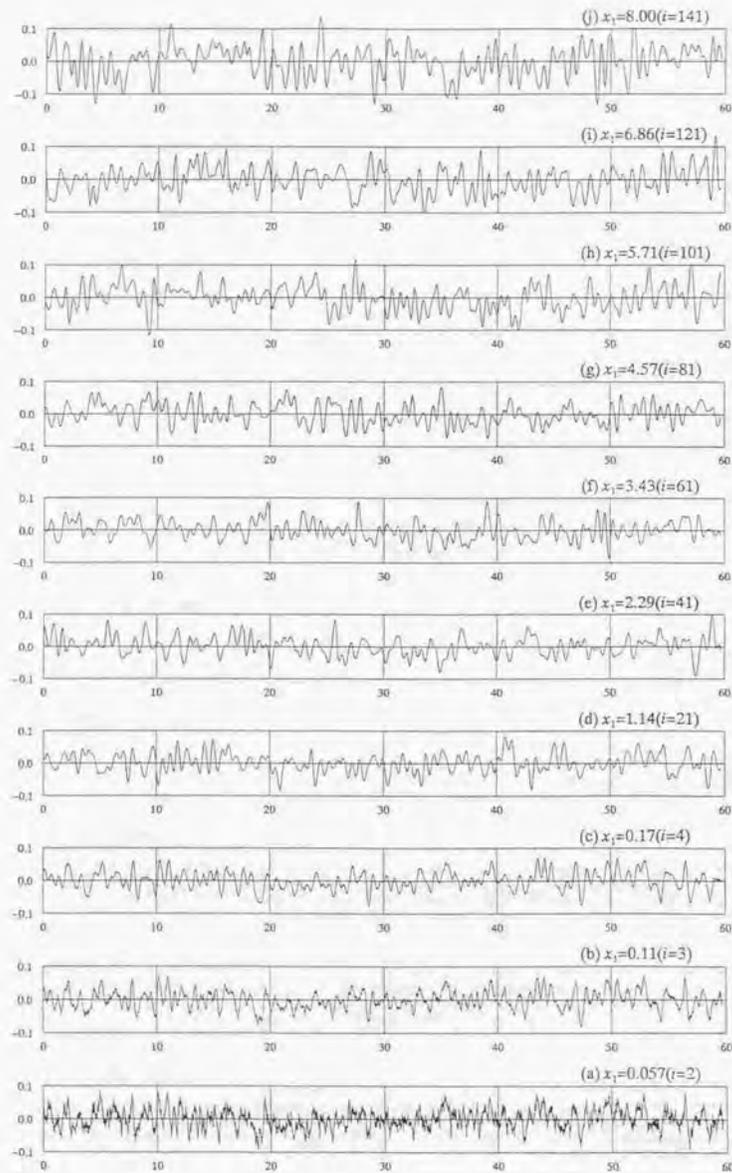


図 5.36 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 4 : u_2 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

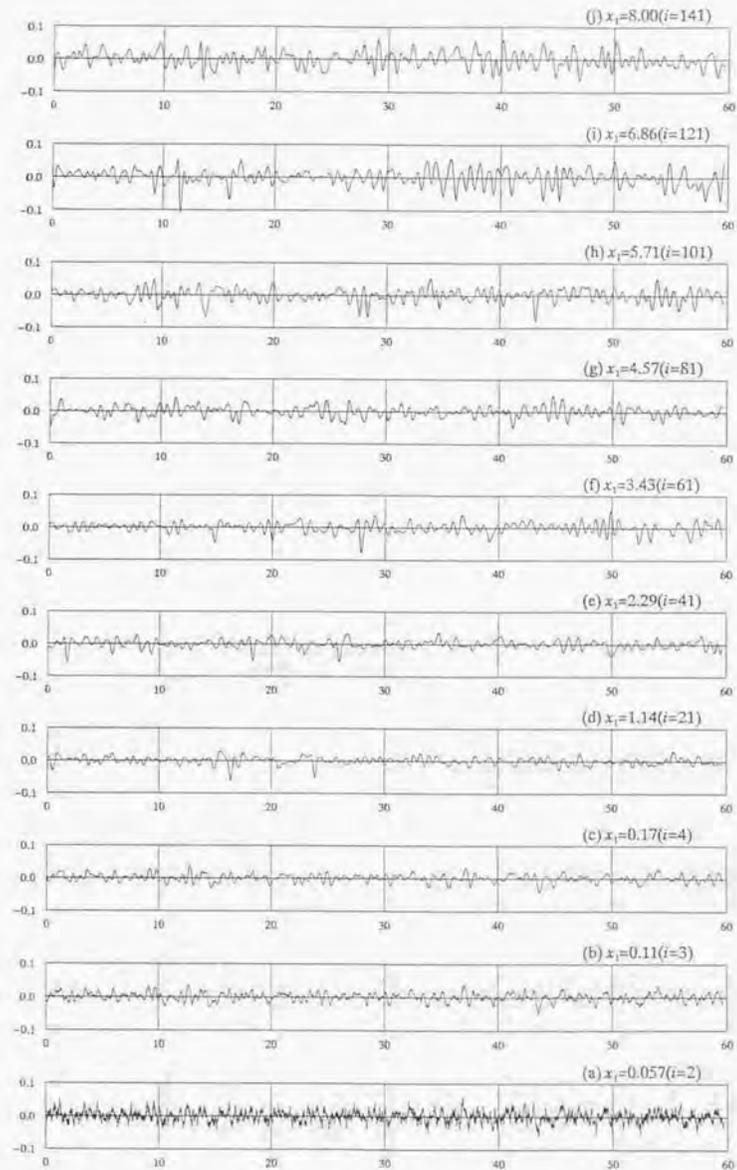


図 5.37 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 4 : u_3 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

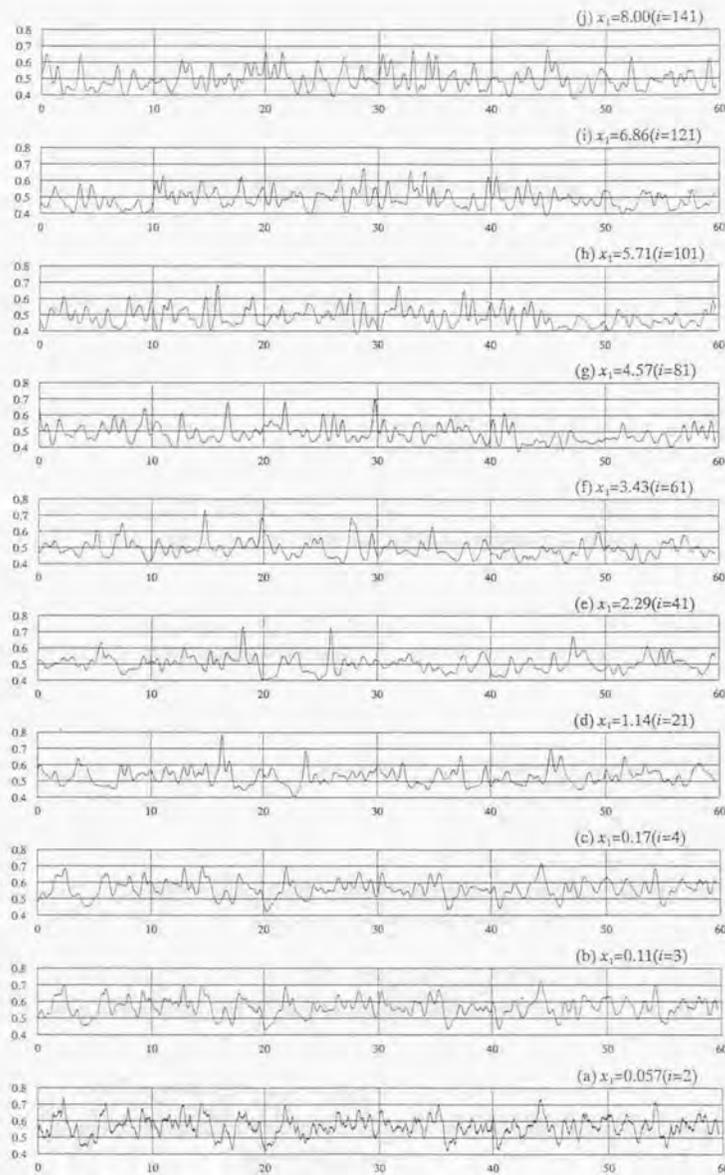


図 5.38 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 5 : u_1 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

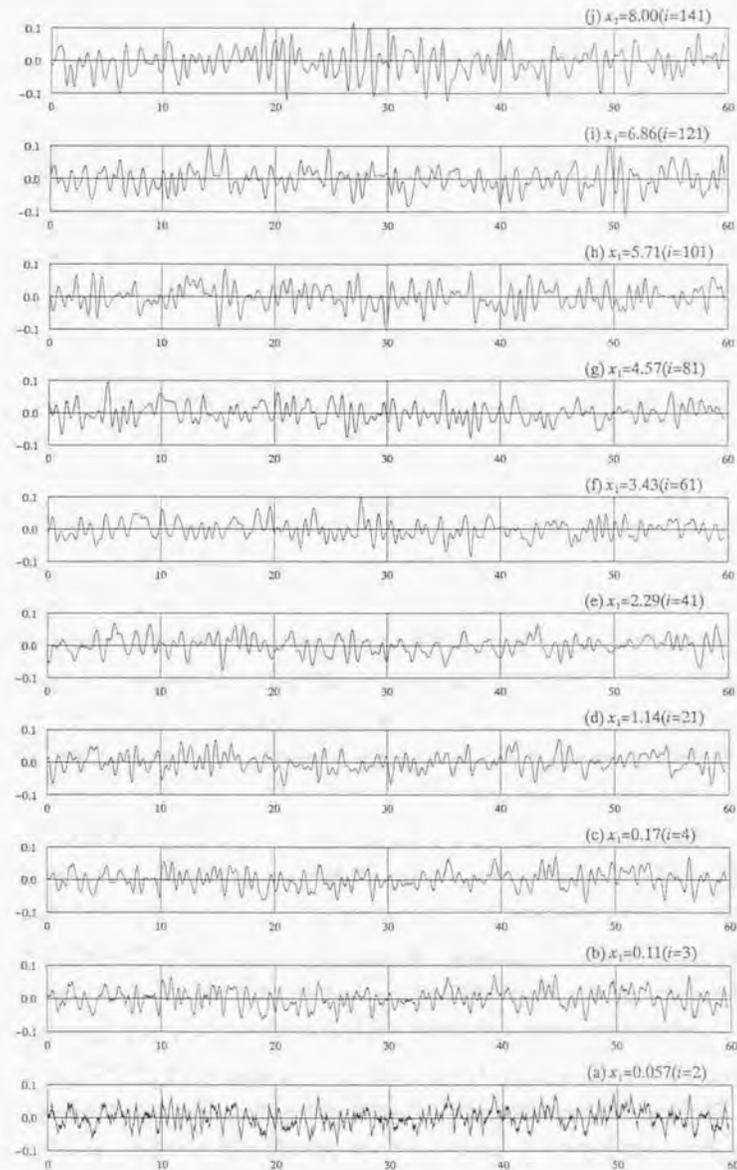


図 5.39 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 5 : u_2 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

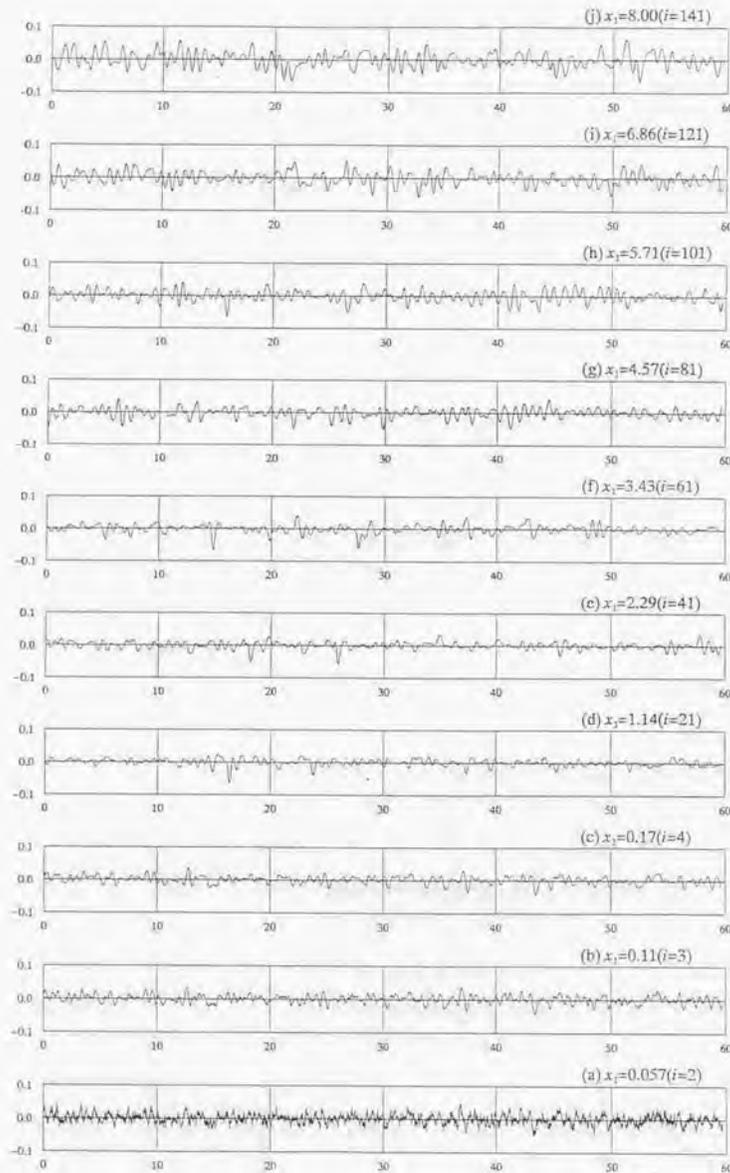


図 5.40 風速の時刻歴波形の主流 x_1 方向の変化 (ケース 5 : u_3 成分, $x_3=0.029(k=2)$)

5.5 まとめ

平板乱流境界層を対象として、空間相関の再現精度を種々変化させて生成した流入変動風を用いたLESを行い、流入変動風生成時のクロススペクトル密度マトリクスの再現精度がLESの結果に及ぼす影響を明らかにした。得られた知見を以下にまとめる。

- (1) パワースペクトル密度を目標値として流入変動風を生成しても、少なくとも同一成分間の空間相関を再現しなければ、LESで目標とする乱流統計量を満足することはできない。
- (2) 同一成分間の空間相関のみ再現した場合と u_1 - u_3 成分 (shear成分) 間の空間相関まで再現した場合との差は、流入直後の領域を除けばそれ程大きくなく、両者とも $x_1=4.57$ 付近ではほぼ目標値の乱流統計量 (GS成分) を満足することができた。従って、本検討で対象とした平板乱流境界層の場合、流入変動風の生成時に同一成分間の空間相関まで考慮すれば、LESではほぼ目標値の乱流統計量を再現できると考えられる。
- (3) divergence-free 操作により主に u_2 成分、 u_3 成分にフィルタ効果が生じる。しかし、divergence-free 操作を施さない場合は、LESの流入境界付近で同様のフィルタ効果が生じる。divergence-free 操作を施した流入変動風は、風速、圧力とも流入境界での変化が比較的少なく、LESに馴染み易いと考えられる。また、divergence-free 操作を施すことで計算時間を短縮できることから、divergence-free 操作は有効と考えられる。
- (4) 流入変動風生成時のクロススペクトル密度マトリクスの再現精度が風速変動の頻度分布に与える影響は小さく、床面からある程度離れた領域では、流入変動風の頻度分布 (正規分布) はあまり変化しない。一方、床面付近では、床面の影響で正規分布から大きくはずれ、床面付近の格子解像度が低いと床面付近の頻度分布の急変が捉えられず、床面の影響がより上空まで及ぶ。この床面近傍における頻度分布は、LES計算の中で床面境界条件や床面付近の計算格子の影響によって新たに形成されるため、床面近傍の計算格子の解像度を十分確保できれば、流入変動風の生成段階で正規分布を仮定しても、大きな問題は生じないと考えられる。
- (5) 本手法は、任意に与えたクロススペクトル密度マトリクスを目標として流入変動風を生成することができるため、現実には有り得ないような仮想の流れ場の計算を行うことも可能である。

第5章の参考文献

- 1) 丸山敬: 流入境界面における乱流統計量の違いがLESによる乱流境界層の計算に及ぼす影響について, 日本風工学会誌 第74号, pp.35-45, 1998.1
- 2) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学: LESのための流入変動風の生成法に関する研究 生成された流入変動風を用いた平板乱流境界層のLES計算, 日本建築学会大会梗概集(構造I), pp.311-312, 1998.9
- 3) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三: 生成された流入変動風を用いたLES - 流入変動風生成時のクロススペクトルマトリクスの再現精度が計算結果に及ぼす影響について -, 日本建築学会構造系論文集 第523号, pp.47-54, 1999.9
- 4) 戴毅, 小林敏雄: 一様流に流される渦の流出境界条件の検討, 日本機械学会論文集(B編) 58巻546号, pp.17-24, 1992.2
- 5) H.Werner, H.Wengle: Large Eddy Simulation of Turbulent Flow over and around a Cube in Plane Channel, Proc. of 8th Sym. on Turbulent Shear Flows, p.551, 1991
- 6) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学: 乱流境界層を対象とするLESのための流入変動風の生成 - 風洞実験に基づくクロススペクトルマトリクスのモデル化 -, 日本建築学会構造系論文集 第509号, pp.33-40, 1998.7
- 7) E.Shirani, J.H.Ferziger, W.C.Reynolds: Mixing of a Passive Scalar in Isotropic and Sheared Homogeneous Turbulence, Report TF-15, Mech. Engng. Dept, Stanford Univ., 1981.5
- 8) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三: LESのための流入変動風の生成に関する研究 - 流入変動風を用いた等方性乱流のLES解析 -, 日本建築学会構造系論文集 第501号, pp.33-40, 1997.11
- 9) 丸山敬, 丸山勇祐, W.ロディ, 平岡久司: LESによる乱流境界層の数値計算のための流入変動気流の生成, 京都大学防災研究所年報 第40号B-1, pp.139-151, 1997.4
- 10) 森西洋平: 第36回生研講習会テキスト LES入門, pp.54-56, 1993.11
- 11) J.C.Rotta: 乱流, 岩波書店, 1975
- 12) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学: LESのための流入変動風の生成法に関する研究 平板乱流境界層の風速変動の頻度分布の再現性, 日本建築学会大会梗概集(構造I), pp.263-264, 1999.9

- 13) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土谷学: 乱流境界層を対象としたLESのための流入変動風の生成法に関する研究 - 風速変動の頻度分布の再現性について -, 第13回数値流体力学シンポジウム, B05-1, 1999.12