

11. 物の倒れた方向から震央を求めること

地震研究所 佐藤泰夫

(昭和26年6月19日発表—昭和26年12月20日受理)

1. 序言

震央を求める方法は、現在迄数多く考案されてゐるけれども、これを大きくわけるときは二つに区分することができると思ふ。その第一は観測点からの距離を用ゐるもので、走時曲線をはじめとして、 $P\sim S$ 時間、更に又震度分布によつて震央を求めるもの迄、いづれもこの中に入れることができよう¹⁾。これに対して、他の一つは、震央の在る方向をもととして定めるものである。すでに古くからこの方法もしばしば用ゐられ、かべに出来たわれ目から震源を推定したり²⁾、物の倒れた方向から震央を求めること³⁾などがこころみられて来た。これらは古い教科書にはいづれものせられてゐるが⁴⁾、今日では、前者に比して、もはや実用的価値は乏しいと言はねばならない。しかし、地震動の起された、といふ意味の震源ではなく、地震に伴ふ地なるの中心を求めたり、或は光りものの源をしらべようとする場合などには、依然としてこの方法も多小の意味をもつてゐると思はれる。現に長野地震に際して岸上、永田、宮村三氏によつて行はれた調査にも⁵⁾、鳥取地震の場合の発光源の調査にも⁶⁾、更に最近の数多くの大地震に伴つた地鳴りの音源を求める通信調査にも⁷⁾、この原理は適用されて一応の効果をあげてゐるようである。

1) 大森房吉 地震学講話 第8章

松沢武雄 地震 第4章

A. IMAMURA *Theoretical and Applied Seismology*, (1937), Chap. XI, 等

2) この考へは Mallet によるものである

W. H. HOBBS, *Earthquakes* (1907), p. 16.

C. DAVISON, *A Manual of Seismology*, Cambridge (1921), § 133.

このやうな古典的方法の解説は Davison の本にくわしい

3) 大森房吉「棟瓦柱破壊及び柱状物体転倒に関する調査」震災予防調査会報告 28 (1899), 4. 「明治27年6月20日 東京地震の調査」, 同上 71. 「明治24年10月28日濃尾大地震に関する調査」, 同上 79. 猶、前掲 Davison の書物 § 127 参照

4) 前掲 1), 2). 猶、J. MILNE, *Seismology* (1898), p. 40 を参照

5) 岸上冬彦・永田武・宮村三 「昭和16年7月15日長野地震の統計的調査」地震研究所彙報 19 (1941), 628.

6) 表俊一郎「昭和18年3月4日鳥取地震調査報告」地震研究所彙報 21 (1943), 435.
西毛品夫・高木聖・山之上昭和「昭和18年3月4日及5日の鳥取地震に伴ふ発光現象」験震時報 14 (1948), 4.

7) 佐藤泰夫「地なるの方向性について」音響 2 (1948), 16. 地震, [ii], 1 (1948), 4.

2. 従来の方法

そこで、従来とられて来たこの方法をふりかへつてみると、あまり古いものは別として、これ又二種類が在るように思はれる。一つは岸上ら三氏の考へられたもので、震央（音源、発光源等の場合もあるが、簡単に震央とかくことにする）をむくと考へられる矢を延長した時、交点が密に分布する場所を以て求める地点となすものである。これは巧みな方法であつて、実際上の手つづきからみても興味ふかいものであるが、確率論的な基礎を与へたり、誤差の計算を行はうとすると、極度の困難にうちあたるのである。もう一つの方法は増山氏の創案にかかるものであつて⁸⁾、ほぼ次のやうな原理にもとづく。

今3本の直線

$$a_k x + b_k y + 1 = 0 \quad (k=1, 2, 3) \dots\dots\dots(2.1)$$

があつた時、これらが1点に会する条件

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(2.2)$$

は、(2.1) 式の中の x, y の係数 (a_k, b_k) を坐標としてもつ3点 $P_k(k=1, 2, 3)$ が1直線上にある条件と全く同等である。従つて多数の直線

$$a_k x + b_k y + 1 = 0 \quad (k=1, 2, \dots\dots n)$$

が1点——この点こそまさに震央とみなされる——に会する条件は、多数の点 (a_k, b_k) ($k=1, 2, \dots\dots n$) が1直線上にある条件でおきかへて考へることができる。この方法は、射影幾何学の“対応の原理”を思ひ起す時、ごく自然に考へられる方法であり、極めて巧妙なやり方であるけれども、このようにしてきめられた震央の位置は、坐標変換に対して、不変量ではないといふ欠陥をもつてゐる⁹⁾。猶その他にも我々がこれを実際に適用しようとする時、不便を感じる点がないわけではない¹⁰⁾。

そこで我々は、実際に使ひやすい公式を以下に導いてみようと思ふ。

8) 気象学会において発表された。

9) n 個の直線の方程式を

$$a_k x + b_k y + 1 = 0 \quad (k=1, 2, 3, \dots\dots n) \dots\dots\dots(2.1)'$$

で表はす。この係数を坐標にもつ点を $P_k(a_k, b_k)$ とする時、これらにもつともよく適合する直線

$$Ax + y + B = 0 \dots\dots\dots(2.3)$$

は、最小二乗法によれば次のやうに定められる。第1図において

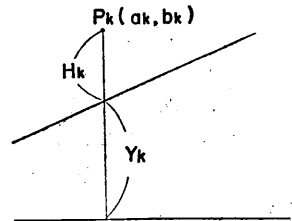
$$H_k = b_k - Y_k, \quad Y_k = -Aa_k - B$$

従つて

$$\sum H_k^2; \min.$$

とする直線は

$$\frac{\partial}{\partial A} \sum H_k^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial B} \sum H_k^2 = 0 \dots\dots\dots(2.4)$$



第1図

3. 新しい方法

我々に最初与へられる材料は、初動分布のやうに、観測点の位置と、直角に交る二方向のベクトルの成分（もしくは物の倒れた場合のやうに倒れた方向を示す矢印）である。今観測点の座標を $P_k(x_k, y_k)$ 、その点で観測されたベクトルを $r_k(u_k, v_k)$ とする。 r_k を含む直線 L_k の方程式は（第3図参照）

即ち

$$\begin{cases} A\sum a_k^2 + B\sum a_k + \sum a_k b_k = 0 \\ A\sum a_k + B \cdot n + \sum b_k = 0 \end{cases}$$

これから定まる A, B は

$$A = \frac{\begin{vmatrix} [a1] & [ab] \\ n & [b1] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [aa] & [a1] \\ [a1] & n \end{vmatrix}} \dots\dots\dots(2.5)$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} [ab] & [aa] \\ [b1] & [a1] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [aa] & [a1] \\ [a1] & n \end{vmatrix}}$$

但し $[ab] \equiv \sum a_k b_k$ 等。

これによつて直線と点とを交換した場合の直線が定められたわけである。

一般に、点 (a_k, b_k) は直線 $a_k x + b_k y + 1 = 0$ に対応するのであるから、逆に直線 $Ax + y + B = 0$ は点 $x = A/B, y = 1/B$ に対応するはづである。従つて (2.5) の A, B を代入すれば、震央の座標 (X_0, Y_0) は

$$\begin{cases} X_0 = \frac{\begin{vmatrix} [a1] & [ab] \\ n & [b1] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [ab] & [aa] \\ [b1] & [a1] \end{vmatrix}} \\ Y_0 = \frac{\begin{vmatrix} [aa] & [a1] \\ [a1] & n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [ab] & [aa] \\ [b1] & [a1] \end{vmatrix}} \end{cases} \dots\dots\dots(2.6)$$

で与へられる。

かうして定められた X_0, Y_0 が不変量かどうかは一目ではわからないから、一つの例をとつて考へてみる。第2図に示す3直線

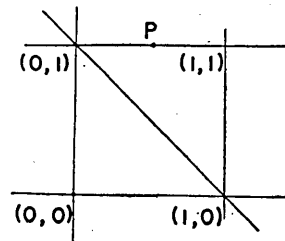
$$x=1, y=1, x+y=1$$

があつた時、これから定められる点を求めてみよう。標準の形に方程式をかけば

$$\begin{cases} -x+1=0 \\ -y+1=0 \\ -x-y+1=0 \end{cases} \dots\dots\dots(2.7)$$

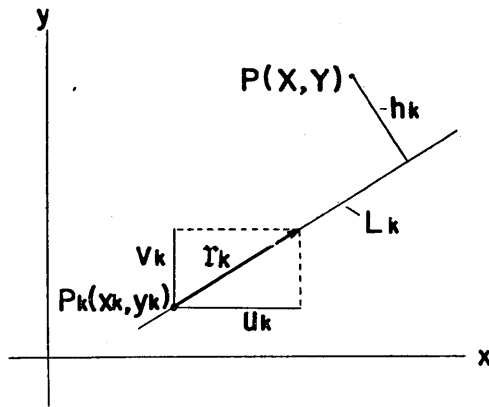
であるから、公式 (2.4) によつて、 $[aa], [a1], [ab], [b1], n$ 等の値を求めて (2.6) に代入すれば

$$\begin{cases} X_0 = 1/2 \\ Y_0 = 1 \end{cases} \dots\dots\dots(2.8)$$



第2図

従つて求める点は図の P となる。これが不変量でないことはあきらかであらう。



第 3 図

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_k + u_k & y_k + v_k & 1 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(3.1)$$

この直線に点 $P(X, Y)$ からひいた垂線の長さ h_k は

$$h_k^2 = \left\{ \left(Y - X \frac{v_k}{u_k} \right) - \left(y_k - x_k \frac{v_k}{u_k} \right) \right\}^2 / \left\{ 1 + \left(\frac{v_k}{u_k} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(3.2)$$

従つて L_k に到る距離の二乗の和を極小にするやうな一点 $P(X, Y)$ の坐標は

$$\frac{\partial}{\partial X} \sum h_k^2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial Y} \sum h_k^2 = 0 \dots\dots\dots(3.3)$$

によつて与へられる。これは又かきかへれば

$$\begin{cases} -X \left[\frac{vv}{r^2} \right] + Y \left[\frac{uv}{r^2} \right] = - \left[x \frac{vv}{r^2} \right] + \left[y \frac{uv}{r^2} \right] \\ -X \left[\frac{uv}{r^2} \right] + Y \left[\frac{uu}{r^2} \right] = - \left[x \frac{uv}{r^2} \right] + \left[y \frac{uu}{r^2} \right] \end{cases} \dots\dots\dots(3.4)$$

となる。ここに

$$r_k = |r_k|$$

このやうにして定められた点 P が坐標変換に対して不変であることはいふ迄もない。

又上の式は、すべての観測が等しいウエイトをもつとしたが、各観測にベクトルの長さ r_k に比例するウエイトをつければ、

$$\begin{cases} -X \left[\frac{vv}{r} \right] + Y \left[\frac{uv}{r} \right] = - \left[x \frac{vv}{r} \right] + \left[y \frac{uv}{r} \right] \\ -X \left[\frac{uv}{r} \right] + Y \left[\frac{uu}{r} \right] = - \left[x \frac{uv}{r} \right] + \left[y \frac{uu}{r} \right] \end{cases} \dots\dots\dots(3.4)$$

又 r_k^2 に比例するウエイトをつければ

$$\begin{cases} -X[vv]+Y[uv]=-[xvv]+[yuv] & \dots\dots\dots(3.5) \\ -X[uv]+Y[uu]=-[xuv]+[yvv] \end{cases}$$

となる。

どのやうなウエイトをつけて計算すべきかは、個々の問題について考へるべきことであるかもしれないが、一般に、震央からへだたつた場所の観測は、震央決定に関して非常に大きな影響をもつが¹¹⁾、これに反して震央附近の観測はその影響が極めて小さい。所が、方向決定の精度はどちらかといふと後者の方がよい場合が多い。従つて近くの観測を有効につかふためには、近くのものに大きなウエイトを与えるのがよいことになり、それには r_k 又は r_k^2 に比例したウエイトを与えるのなどは一つの方法と思はれる¹²⁾。しかも式(3.5)は形もつとも簡単で便利であらう¹³⁾。

4. 應用例

以上の所論を實際に應用した例を次に一つ示す。

岸上、永田、宮村三氏によつて行はれた長野地震の統計的調査については、前にもふれたが¹⁴⁾、これは、此の種の調査として極めて完全なものであつて、今日まで殆んど匹敵するものを見ない程であるから、その中にあげられてゐる、墓石の倒れた方向に関する資料を例にとつて、計算を行つてみる。

くわしい数値も(上記論文第Ⅲ表第一調和項の欄にある a_1, b_1 をわれわれの u_k, v_k としてそのまま採用した)、説明図も(下記第4図は同論文の第3図である、従つて図中の矢印は墓石の倒れた方向を示すとみてよい)原論文にあるから、ここでは単に得られた結果の点を記入することにとどめる。

第4図において

- A 点： すべての測定点のウエイトを等しくとつて得られた結果
- B 点： ベクトルの大きさに比例するウエイトをつけて得られた結果
- C 点： ベクトルの大きさの二乗に比例するウエイトをつけて得られた結果

を示す。なほ参考までに、中央气象台発表の震央¹⁵⁾(D点)、および、さきに筆者が地なり¹⁶⁾のきこえて来た方向を用ゐてきめたもの(E点)——不完全ではあるが——を示す。

10) もう一つの具合のわるい点をあげるなら、一般に原点を通る直線は $ax+by+1=0$ の形にかくことが出来ないで、もしこのような直線が一つでもあると解を求めることは不可能となる。

11) このことは最初にあげた震央距離を用ゐる方法と事情が逆になつてゐる。

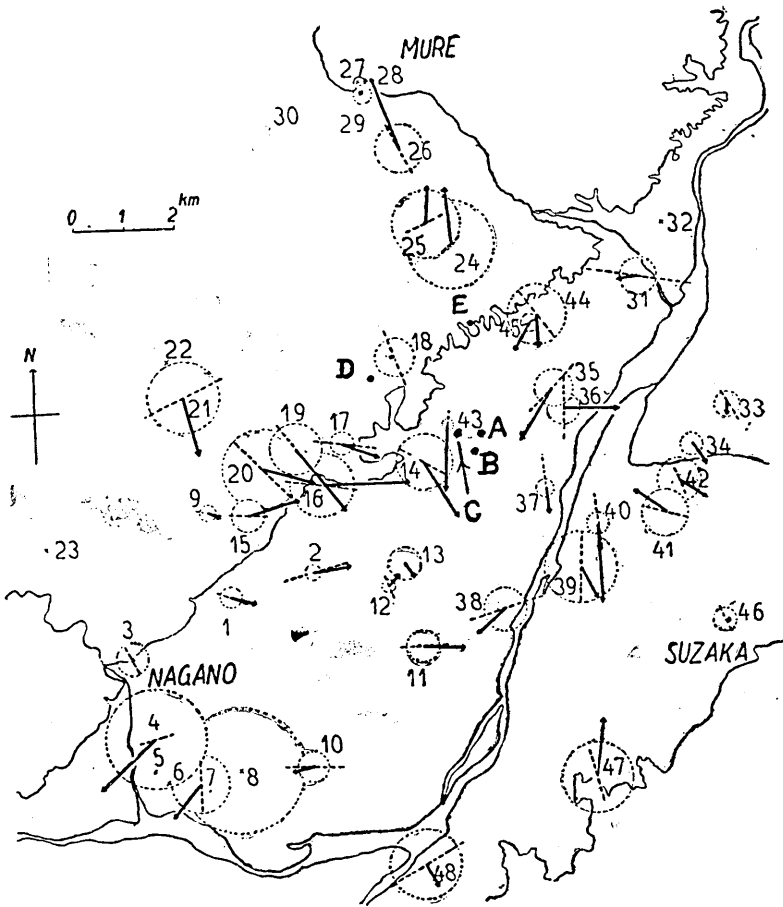
12) 初動方向を資料としてつかふ時などは、震央附近のベクトルは大きいのが普通であるから、以上のことがなりたつが、物の倒れた場合のやうにウエイトをつけることが困難な現象も少くない。

13) 我々と類似の問題として、平面上に点 $Q_k(k=1, 2, \dots, n)$ が存在する時、一直線 L をひいて、 Q_k より L に至る距離 η_k の二乗の和を最小ならしめる、という問題がある。

14) 前掲 5)。

15) 138°14'E, 36°42'N,

16) 前掲 7)。



第 4 図

最後に、A. B. C 3 点の決定にあたってえられた標準偏差をしめせば次のとおりである。

$$\begin{aligned}
 \text{A 点: } & \begin{cases} \sigma_x = 0.56 \text{ km} \\ \sigma_y = 0.56 \text{ km} \end{cases} \\
 \text{B 点: } & \begin{cases} \sigma_x = 0.53 \text{ km} \\ \sigma_y = 0.59 \text{ km} \end{cases} \dots\dots\dots (4.1) \\
 \text{C 点: } & \begin{cases} \sigma_x = 0.39 \text{ km} \\ \sigma_y = 0.50 \text{ km} \end{cases}
 \end{aligned}$$

x は東西方向, y は南北方向をあらはす。

資料をつかはせていただき、御指導をたまはつた岸上・永田・宮村三先生に厚く御礼申上げる。

11. Determination of Epicentre by means of the Directions of Overturning.

By Yasuo SATÔ,

Earthquake Research Institute.

In order to determine the position of an epicentre, we can employ a number of methods, which may be briefly classified in two groups. One uses the distance between the epicentre and observation points, and the other utilizes the bearings which are expected to show the direction of the epicentre^{2), 3), 4)}.

First, assume a vector r_k at a point $P_k(x_k, y_k)$ ($k=1, 2, \dots, n$), then the equation of a straight line L_k which is determined by r_k is

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_k + u_k & y_k + v_k & 1 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(3.1)$$

If we assume a point $P(X, Y)$, then the distance h_k between P and L_k is

$$h_k^2 = \left\{ \left(Y - X \frac{v_k}{u_k} \right) - \left(y_k - x_k \frac{v_k}{u_k} \right) \right\}^2 / \left\{ 1 + \left(\frac{v_k}{u_k} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(3.2)$$

Now, we will determine a point P which satisfies the condition

$$\sum_k h_k^2 : \text{minimum,}$$

then the point may be regarded as the centre of the said vectors r_k .

The equations to determine X, Y are

$$\begin{cases} -X \left[\frac{vv}{r^2} \right] + Y \left[\frac{uv}{r^2} \right] = - \left[x \frac{vv}{r^2} \right] + \left[y \frac{uv}{r^2} \right] \\ -X \left[\frac{uv}{r^2} \right] + Y \left[\frac{uu}{r^2} \right] = - \left[x \frac{uv}{r^2} \right] + \left[y \frac{uu}{r^2} \right] \end{cases} \dots\dots\dots(3.3)$$

in which $r_k \equiv |r_k|$.

If the reliability of every observation is weighted according to the absolute value of observed vector r_k , then the equation becomes

$$\begin{cases} -X \left[\frac{vv}{r} \right] + Y \left[\frac{uv}{r} \right] = - \left[x \frac{vv}{r} \right] + \left[y \frac{uv}{r} \right] \\ -X \left[\frac{uv}{r} \right] + Y \left[\frac{uu}{r} \right] = - \left[x \frac{uv}{r} \right] + \left[y \frac{uu}{r} \right] \end{cases} \dots\dots\dots(3.4)$$

and if the above weight r_k is replaced by the square of r_k ,

$$\begin{cases} -X [vv] + Y [uv] = - [xvv] + [yuv] \\ -X [uv] + Y [uu] = - [xuv] + [yuu] \end{cases} \dots\dots\dots(3.5)$$

The above theory was successfully applied to the determination of the epicentre of Nagano earthquake of July 15, 1941, using the data published by F. Kishinouye, T. Nagata and S. Miyamura¹⁷⁾. The result is illustrated in Fig. 4. *A*, *B* and *C* are the obtained position of the epicentre using the equations (3.3), (3.4) and (3.5) respectively. The central deviation of *x* (eastward) and *y* (northward) coordinates of the points *A*, *B*, and *C* are the order of half a kilometer (cf. (4.1)). The point *D* indicates the seismometrical determination of Central Meteorological Observatory of Japan (138°14' E, 36°42' N).

17) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **19**, (1941) 628.