

2. 直方體の顛倒に關する一考察

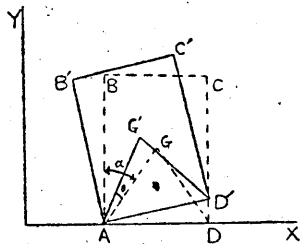
地震研究所 { 池 上 良 平
岸 上 冬 彦

(昭和21年6月18日發表——昭和21年6月30日受理)

地震に伴ふ墓石、石碑等の顛倒又は廻轉の現象に關する研究は早くから多くの人々の注目する處となり、古くは大森博士¹⁾の研究を初め其の他幾多の人々により取扱はれてゐる。最近に於ては實驗的研究より出發して、理論的に迄可成り突込んで研究したものに木村飯田兩氏²⁾による「角柱の踊りについて」の報告がある。

今回の著者等の行つた事項は木村、飯田兩氏の研究を基礎として更に實際的に近いものにするため最も普通と思はれる大きさの墓石の場合に就て激震地に於ける地震動の性質

(殊に上下動を含めた場合)に就て考察して見ることにした。



第 1 圖

I. 簡單のために二次元内に於ける問題として直方體は水平面上に直立してゐて且つ面と物體との間には摩擦が完全に働いてゐて横滑りが全くない場合を考へる。地動の上下變位を U 、水平變位を D とすれば運動方程式は次の如くなる

$$(\alpha^2 + k^2) \frac{d^2\theta}{dt^2} = -ag \sin(\alpha - \theta) - a \sin(\alpha - \theta) \frac{d^2U}{dt^2} + a \cos(\alpha - \theta) \frac{d^2D}{dt^2} \quad (1).$$

上下、水平變位を次の如き正弦運動として假定することにする。

$$\left. \begin{aligned} D &= \epsilon_1 \sin p_1(t + \delta t) \\ U &= \epsilon_2 \sin p_2(t + \delta t) \end{aligned} \right\}$$

然るときは運動方程式は次の如く書き換へることが出来る。

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dt^2} &= \frac{1}{\alpha^2 + k^2} \left\{ \epsilon_2 p_2^2 \sin p_2(t + \delta t) - g \right\} \sin(\alpha - \theta) \\ &\quad + \frac{a \epsilon_1 p_1^2}{\alpha^2 + k^2} \cos(\alpha - \theta) \sin p_1(t + \delta t) \end{aligned}$$

(1) 大森房吉 震災予防調査會報告 32 (1900), 19~33.

(2) 木村華 飯田汲事 地震 6 (1934), 125~149, 165~212.

ここに k は重心の周りの廻轉半径, a は AG , α は $\angle GAB$, θ は時刻 t なる時の傾きの角を示す。(第1圖)

この運動方程式は一般解を求めることは困難であるから以下數値積分 (mechanical integration) に依つて勘定することにする。即ちこれに便利な形に書き改めると次の如くなる。

$t=0$ に於て $\theta=0$, $\frac{d\theta}{dt}=0$ なる初期条件を與へ且つ簡單にする爲に $p_1=p_2$ とする。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{-ag}{a^2+k^2} \sin(\alpha-\theta) \Delta t + \frac{a\epsilon_1 p}{a^2+k^2} \cos(\alpha-\theta) [\cos p(t_0+\delta t) \\ &\quad - \cos p(t_0+\delta t+\Delta t)] + \frac{a\epsilon_2 p}{a^2+k^2} \sin(\alpha-\theta) [\cos p(t_0+\delta t) \\ &\quad - \cos p(t_0+\delta t+\Delta t)] + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 \\ \theta &= -\frac{ag}{2(a^2+k^2)} \sin(\alpha-\theta) \cdot (\Delta t)^2 + \frac{a\epsilon_1}{a^2+k^2} \cos(\alpha-\theta) [p \cos p(t_0+\delta t) \cdot \Delta t \\ &\quad + \sin p(t_0+\delta) - \sin p(t_0+\delta_0+\Delta t)] + \frac{a\epsilon_2}{a^2+k^2} \sin(\alpha-\theta) \\ &\quad \times [p \cos(t_0+\delta t) \cdot \Delta t + \sin p(t_0+\delta t) - \sin p(t_0+\delta_0+\Delta t)] + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 \Delta t + \theta_0 \end{aligned} \right\} (2).$$

但し $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0$, θ_0 は積分常數を示す³⁾

尙同じ初期条件の下に (1) 式より δt を求むれば次の如くなる。($p_1=p_2=p$)

$$\delta t = \frac{1}{p} \sin^{-1} \frac{g \tan \alpha}{p^2 (\epsilon_2 \tan \alpha + \epsilon_1)} \quad (3)$$

ここに δt は地面と物體との動き出しの時間の遅れを示してゐる。

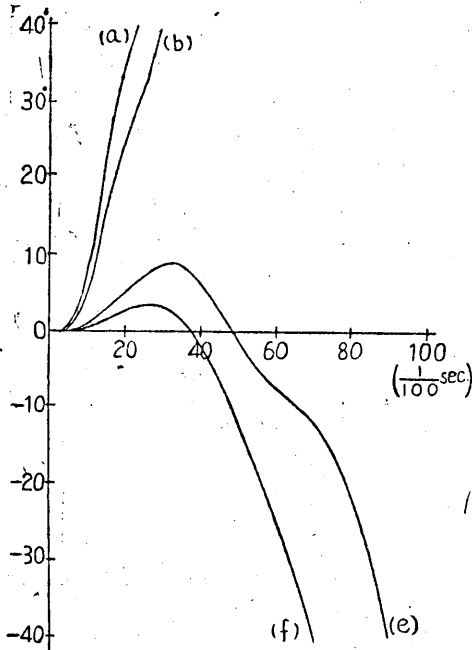
II. 今回の研究に於ては墓石 (直方體) の大きさとしては最も普通に見掛けるものとして幅 30 釐, 高さ 90 釐とし, 周期としては今迄の経験によつて地震動に最も多く現はれるものとして 0.5 秒, 0.2 秒, 1.0 秒等を選んだ。

一方振幅は最大加速度が餘り大とならぬ事を考へに入れて適宜選び第 I 表に示す如き 9 組の場合並びに特別な場合として上下動の方が水平動より大なる如き場合として第 II 表に示す 4 組の場合につき勘定した。

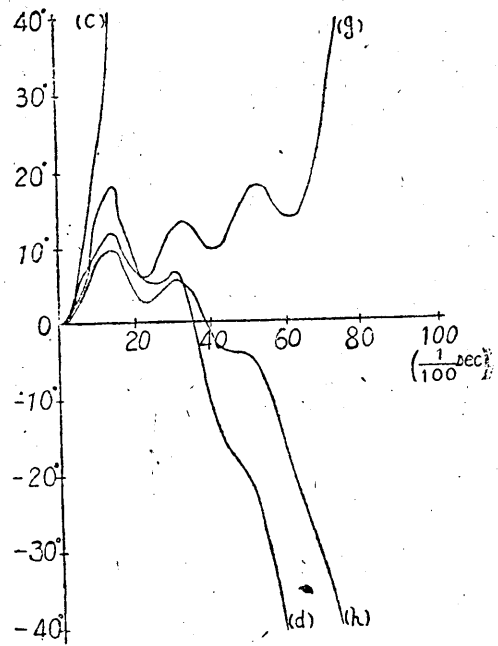
これ等の夫々の場合に對する顛倒又は踊りの状態は第 2 圖乃至第 4 圖に示す如くである。

以下圖に依つて其の顛倒状態を考察して見ることにする。

3) 前述木村, 飯田兩氏の論文中上式に相當する式は誤植と思はれる間違ひが三四ヶ所ある事を附記する。



第 2 圖



第 3 圖

第 I 表

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
周 期	0.5	0.5	0.2	0.2	0.5	0.5	0.2	0.2	1.0
ϵ_1	8.0	8.0	8.0	8.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
ϵ_2	3.2	-3.2	-3.2	-3.2	-1.6	1.6	-1.6	1.6	1.6

第 II 表

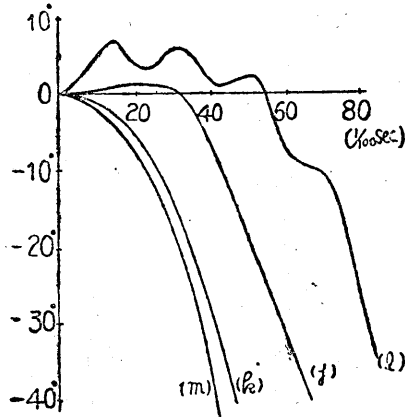
	(j)	(k)	(l)	(m)
周 期	0.5	0.5	0.2	0.2
ϵ_1	1.6	-1.6	1.6	-1.6
ϵ_2	4.0	4.0	4.0	4.0

(A) (第2圖) (a), (b), (e), (f) は共に $T=0.5$ なるも振幅が大なる (a), (b) と小なる (e), (f) とでは顛倒方向が逆になる。(i) は $T=1.0$ なるもこの部類に入る) この際の最大水平加速度は (a), (b) は約 1263 gal. (e), (f) は約 631 gal. である。

(B) (第3圖) (c), (d), (g), (h) は共に $T=0.2$ なるも ϵ_2 が正, 負により顛倒方向が逆になるが振幅の大小によつてはその方向が變らない。

即ち以上の場合を綜合すると週期の長い地動に對しては振幅の大小が顛倒方向を決定するが周期の短い地動に對しては地動の初動方向が顛倒方向を左右するものであつて其の振幅には關係しないことが判る。

(C) (第4圖) (j), (k), (l), (m) の如く $|\epsilon_1| < |\epsilon_2|$ なるときは常に顛倒方向は一定してゐて周期又は振幅には無關係である。



第 4 圖

次に (3) 式に於て

$$\frac{g \tan \alpha}{p^2 (\epsilon_2 \tan \alpha + \epsilon_1)} > 1$$

の如き場合は物体は地面と共に運動し踊りも顛倒も行はない状態である。即ち完全摩擦を假定した事より生ずる矛盾である。

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_1}{2} \text{ 及び } -\epsilon_2 = \frac{-\epsilon_1}{2} \text{ なる如き場合に}$$

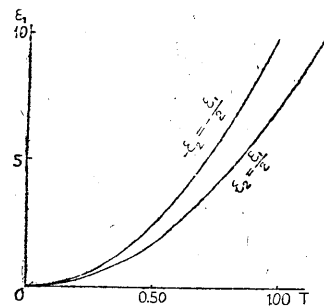
つき ϵ_1 と T との關係を圖示すれば第5圖の如くなる。即ち振幅が大となるに従ひ周期が長くなつても踊りも顛倒も行はない

状態が存在する。

III. 昭和 14 年 (1939) 5 月 1 日男鹿半島に生じた地震に關して當時其の被害状況を調査した著者の一人及び其の他の人々に依る報告⁴⁾ 中次の如き事實が指摘してある。

即ち墓石の高さを h , 底邊の長さを b , とすると男鹿半島掛戸村長根 (第6圖) に於ては例外なしに $\frac{b}{h}$ が小なるものと大なるものとは顛倒方向が正反對になつてゐたと云ふ事實である。($\frac{b}{h} = 0.19$ のものは $N40^\circ W$, 0.43 のものは $S40^\circ E$)

尙この地震に於ける震央位置として萩原博士⁵⁾ の決定したるものを用ひ圖示すると第6圖の如くなる。圖に依つて明らかなる如く墓石の顛倒方向が可成りよく震央の方向と一致してゐる。この事實は當時の報告⁴⁾ 中にも觸れておいたのであるがレーリー波又は P 波の如き地動に依



第 5 圖

(4) 岸上冬彦 其の他 地震 11 (1939), 265~277.

(5) T. HAGIWARA, Bull. Earthq. Res. Inst., 18 (1940), 252.



第 6 圖

るのではないかと考へることは至當のやうに思はれる。

今回はこの事實を説明する一手段として周期、振幅を變化せしめて顛倒狀況を調べて見たのである。この場合に於て最大水平加速度を 300 gal. 附近におさへることとし、周期としては記象上に最も多く起りうるものとして $0.5, \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$ を用ひた。第 III 表にこれを示す。

第 III 表

	(1)	(2)	(3)
周 期	0.5	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{4\pi}{5}$
$\epsilon_1 = \epsilon_2$	2	12	48

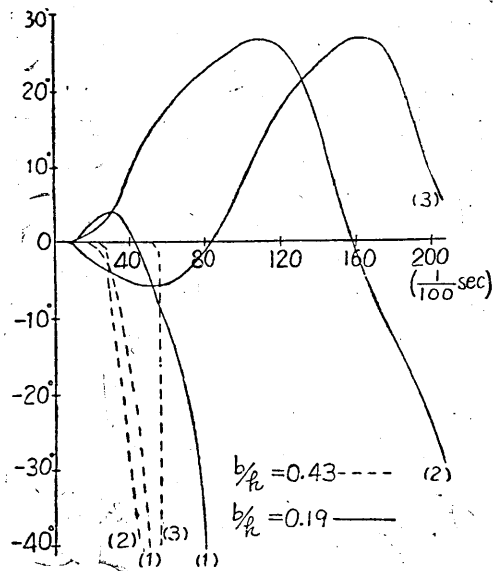
震央に近い處に於ては上下動も水平動と同程度に作用するものと考へ $\epsilon_1 = \epsilon_2$ とした。⁵⁾ 尙 (3) の場合振幅 48 種は實際の地震動としては或ひは大に過ぎるかも知れないが振幅周期共に大なる地動の場合として考へて見たのである。

これらの地動に對する顛倒狀況は第 7 圖に示す如くである。

圖より明らかな如く $\frac{b}{h}$ の大なるものは振幅、周期の如何に係らず常にその第一動で同一方向に倒れるのに反し、小なるものは振幅、周期の變化に伴ひ反對方向に大きく一回踊ることが判る。即ち後者に於ては振幅、周期が大となるに従ひ發震後 1 秒附近で約 27° 、又は 28° 位反對方向に踊る。この場合完全摩擦を考へてゐるためにこの如き一見不合理と思はれる結果が出るのであつて今横滑りを生ずるものとすれば、この點で踊りをせずそのままその方向に倒れると考へることは甚だしくは不當だとは思はれない。

以上の事から推論して長根部落の墓石は當時周期 1 秒以上、振幅 12 種以上の波 (レーリー波の如き) に依つて顛倒したものであらうと考へ

5) 3) を参照



第 7 圖

第 IV 表

第3圖 (g) の附表

$T=0.2$

$\varepsilon_1=4.0$

$\varepsilon_2=1.6$

$\delta t=0.0019$

第2圖 (e) の附表

$T=0.5$

$\varepsilon_1=4.0$

$\varepsilon_2=1.7$

$\delta t=0.0358$

$t+\delta t$ (sec)	θ_0 (degree)	$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0$ (degree/sec)
0.01	0.068	13.813
.03	1.029	30.443
.05	3.332	98.824
.07	5.772	138.903
.09	8.597	135.871
.11	10.923	91.413
.13	12.040	19.055
.14	12.417	-17.995
.16	11.397	-79.370
.18	9.481	-104.998
.20	7.261	-85.462
.22	6.171	-29.739
.24	6.478	36.868
.26	7.826	102.077
.23	10.143	122.125
.30	12.344	96.073
.32	13.456	32.337
.34	13.474	-31.245
.37	11.668	-76.033
.40	9.757	-36.517
.43	9.794	52.979
.46	12.647	119.304
.49	16.182	103.798
.52	18.213	22.317
.55	17.547	-63.592
.58	15.106	-83.927
.61	13.625	83.031
.64	14.264	83.101
.67	17.693	131.525
.70	27.807	172.516
.73	34.516	249.267
.76	42.743	170.256

$t+\delta t$ (sec)	θ_0 (degree)	$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0$ (degree/sec)
0.05	0.216	10.574
.09	0.895	23.588
1.25	10.934	35.515
.16	3.346	44.231
.20	5.165	44.962
.21	5.616	45.564
.22	6.071	45.531
2.35	6.741	43.599
.25	7.377	40.194
2.85	8.488	20.033
3.05	8.761	10.299
3.12	8.840	6.178
.35	8.537	-22.183
3.85	7.236	-48.059
4.35	4.166	-70.034
4.85	0.315	-71.553
5.35	-3.656	-67.031
5.85	-6.748	-50.589
.60	-7.484	-47.442
.62	-8.392	-43.263
.64	-9.236	-39.842
.66	-10.035	-38.040
.71	-12.287	-55.122
.76	-16.368	-94.771
.81	-22.136	-148.249
.86	-31.129	-204.956

ても事實と甚しく相異なるものではないと考へる。

最後にこの場合に於て (3) 式につき若干の吟味を行つて見ることにする。

今 $\frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + 1} = \varphi$ とすると δt が物理的意味を持つためには $\frac{\varphi}{\epsilon p^2} \leq 1$ なることを要す。

$$\left. \begin{aligned} \text{即ち } \frac{b}{h} = 0.43 \text{ の場合 } & \quad \epsilon p^2 > 294 \text{ (gal)} \\ & \quad 0.19 \text{ の場合 } \quad \epsilon p^2 > 154 \text{ (gal)} \end{aligned} \right\}$$

なる如き加速度が作用しなければ踊りも、顛倒も行なはれない。

尙附言すれば ϵ_2 が負に作用する場合は

$$\varphi = \frac{g \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} \text{ となる故}$$

$$\left. \begin{aligned} 0.34 \text{ の場合 } & \quad \epsilon p^2 > 735 \text{ (gal)} \\ 0.19 \text{ の場合 } & \quad \epsilon p^2 > 226 \text{ (gal)} \end{aligned} \right\} \text{ となる。}$$

今回の考察に於て ϵ_2 が負の場合は $\frac{b}{h} = 0.43$ に於て 735 gal の如き大なる加速度を考へねばならず事實と餘に懸隔があるため考へに入れなかつた。

終に臨み、此の結果が地震調査に當り震度推定の資料となることを希望する。

2. A Study on the Overturning of a Rectangular Column.

By Ryōhei IKEGAMI and Fuyuhiko KISHINOUE,

Earthquake Research Institute.

The authors studied rocking motions of a rectangular column, due to S. H. M. of the ground which may be regarded as violent shocks of earthquake, after the method that had been carried out by Messrs. Kimura and Iida.

I. It is difficult to find a general solution of the equation of rocking motion (1), so we transformed it in the expression (2) and solved by mechanical integration.

II. We assumed that the body is 90 cm high and 30 cm wide, and took 0.5, 0.2, 1.0 sec as the periods of the ground motions, and as the amplitudes. $\epsilon_1 = 8.0, 4.0$ cm, horizontally $\epsilon_2 = 3.2, -3.2, 1.6, -1.6$ cm vertically. These periods appear most frequently on seismograms, and the maximum acceleration calculated from the above periods and amplitudes may not be far different from that of the earthquake.

The results are described as follows:

1. When the period of the motion is large, the magnitude of amplitude determines the direction of the overturning, (Fig. 2), but when the period is short, the direction of overturning is determined by the direction of the first ground motion, independent of the amplitude, (Fig. 3).
2. In the case of $|\varepsilon_1| < |\varepsilon_2|$, the direction of the overturning will be always the same, independent of amplitude and period, (Fig. 4).
3. From the expression of time-lag, (3), we deduce that the body is neither overturned nor rocked, when $g \tan \alpha / p^2 (\varepsilon_2 \tan \alpha + \varepsilon_1) > 1$.

Fig. 5 shows the relation between amplitude and period in this case.

III. In the case of Ogasima Earthquake, May 1, 1939, at Nagane, Hutto Village, the direction of the overturning of grave-stones were completely depend upon the value of b/h , where h is the height of a grave-stone and b is the width of it.

Moreover, the direction of overturning pointed nearly to the epicentre, (Fig. 6). From this fact, it can be assumed that these overturning were occurred by vibrations, due to Rayleigh-waves, with long period and large amplitude. Therefore taking 2, 12, 48 cm as the amplitudes and 0.5, $2\pi/5$, $4\pi/5$ sec as the period, we studied the aspects of the overturning and we got results shown in Fig. 7. In these cases, it is shown that the grave-stones were not overturned by the first declination. But if we took into consideration, side-slip of the grave-stone when it declines, the overturning in the direction of the large angular deflection will be explained.

In accordance with the physical meaning of the expression (3), it is necessary that $\varepsilon p^2 > 249$ gal at $b/h=0.43$, $\varepsilon p^2 > 154$ gal at 0.19, and if $\varepsilon_2 < 0$, $\varepsilon p^2 > 735$ gal at 0.43, $\varepsilon p^2 > 226$ gal at 0.19.