

## 2. 海底の變動に因つて生ずる

### 津浪について (第2報)

地震研究所 高橋 龍太郎

(昭和18年7月18日發表——昭和19年7月18日受理)

筆者は第1報<sup>1)</sup>に於いて、海底の圓形地域が一樣な隆起、或は陥没をした場合に、海面に如何なる波を生ずるかを計算した。本報に於いては、海底の圓形地域が一樣でない複雑な變動を行つた場合に生ずる波に就いて論ずる。

一般的計算 第1報に於けると同じく圓筒坐標の原點を攪亂されない海面に、 $z$ -軸を下向に取る。海の深さを  $H$ 、海底の陥没速度  $\eta$  を

$$\eta(r, \theta, t) = f(r) \cos n\theta \cdot \chi(t) \quad \dots\dots(1)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} \chi(t) &= 0 & t < 0 \\ &= 1/T & 0 < t < T \\ &= 0 & T < t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(2)$$

と取るならば、海面の降下  $\zeta$  は

$$\left. \begin{aligned} \zeta(t) &= \frac{\cos n\theta}{T} [\xi(t) - \xi(t-T)] & t > T \\ &= \frac{\cos n\theta}{T} [\xi(t)] & 0 < t < T \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(3)$$

と與へられる事は既に第1報に於て論じた。此處に  $\xi$  は

$$\xi(t) = \int_0^\infty \frac{\sin \gamma t}{\gamma \cosh kH} J_n(kr) k dk \int_0^\infty f(\lambda) J_n(k\lambda) \lambda d\lambda \quad \dots\dots(4)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \gamma t}{\gamma \cosh mh} m dm \int_0^\pi \int_0^\pi f(s) J_0(m\Omega) \cos n\omega d\omega ds \quad \dots\dots(5)$$

但し變動地域の半徑を  $a$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} m &= ka, \quad h = H/a, \quad s = \lambda/a, \quad \rho = r/a \\ \Omega &= \sqrt{\rho^2 - 2\rho s \cos \omega + s^2} \\ \gamma &= \sqrt{\frac{g}{ah}} \sqrt{mh \tanh mh} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(6)$$

1) 地震研究所彙報 20 (1942), 375

である。

浅い海の場合 變動地域の廣さに較べて海が非常に浅い場合には

$$H/a \ll 1, \quad c = \sqrt{gH}$$

として、第1報の通り

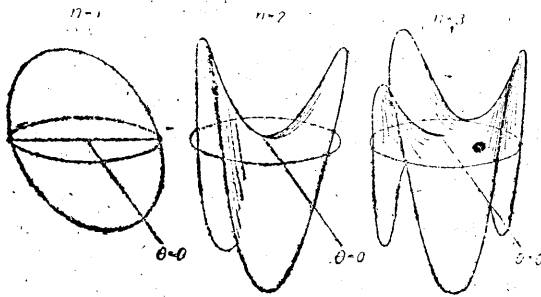
$$\begin{aligned} \xi(t) &= \frac{a}{\pi c} \int_0^\infty \sin m \frac{ct}{a} dm \int_0^\infty f(s) s ds \int_0^\pi J_0(m\Omega) |\cos n\omega| d\omega \\ &= \frac{a}{\pi c} \iint \frac{f(s) s ds \cdot \cos n\omega d\omega}{\sqrt{\left(\frac{ct}{a}\right)^2 - \Omega^2}} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

を得る。但し積分は  $\frac{ct}{a} > \Omega$  の範囲内に就いて行ふべきである。

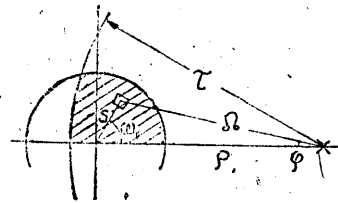
今

$$\begin{aligned} f(s) &= I s^n & 1 > s > 0 \\ &= 0 & s > 1 \end{aligned} \dots\dots\dots(8)$$

であると假定すれば、 $n=0$  は第1報に於いて計算した圓形地域の均等な陥没を表し、 $n=1$  は圓形地域の傾動を、又  $n=2, n=3$  等は夫々第1圖に示した様な鞍形、及び鼎



第 1 圖



第 2 圖

形の地變を表す事になる。圖式積分に便利の爲、變數を  $s, \omega$  から第2圖に示す  $\Omega, \varphi$  に變換し、 $\varphi$  に就いて積分した後、變數  $\Omega$  を

$$\tau^2 - \Omega^2 = R^2, \quad \tau = \frac{ct}{a} \dots\dots\dots(9)$$

にて與へられる變數に變換すれば、若干の計算の後次式を得る事が出来る。

$\rho > 1$  のとき

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi c}{aL} \xi &= 0 & \tau < \rho - 1 \\ & = \int_0^{\sqrt{\tau^2 - (\rho - 1)^2}} F_n dR & \rho - 1 < \tau < \rho + 1 \\ & = \int_{\sqrt{\tau^2 - (\rho + 1)^2}}^{\sqrt{\tau^2 - (\rho - 1)^2}} F_n dR & \tau > \rho + 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

$\rho < 1$  のとき

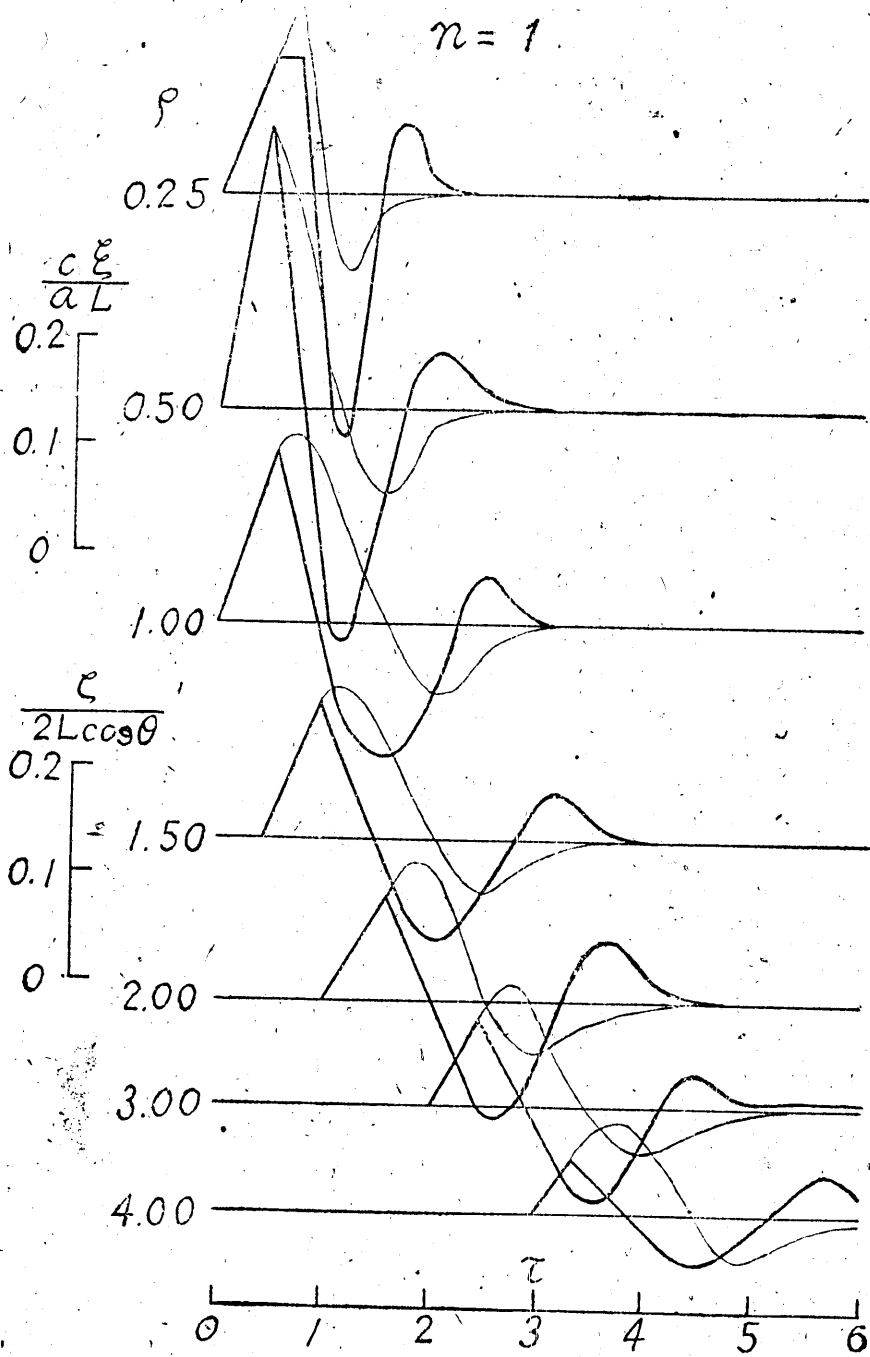
$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi c}{aL} \xi &= \pi \rho^n \tau & \tau < 1 - \rho \\ & = \pi \rho^n [\tau - \sqrt{\tau^2 - (1 - \rho)^2}] \\ & + \int_0^{\sqrt{\tau^2 - (1 - \rho)^2}} F_n dR & 1 - \rho < \tau < 1 + \rho \\ & = \pi \rho^n [\tau - \sqrt{\tau^2 - (1 - \rho)^2}] \\ & + \int_{\sqrt{\tau^2 - (1 + \rho)^2}}^{\sqrt{\tau^2 - (1 - \rho)^2}} F_n dR & \tau > 1 + \rho \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

但し此處に

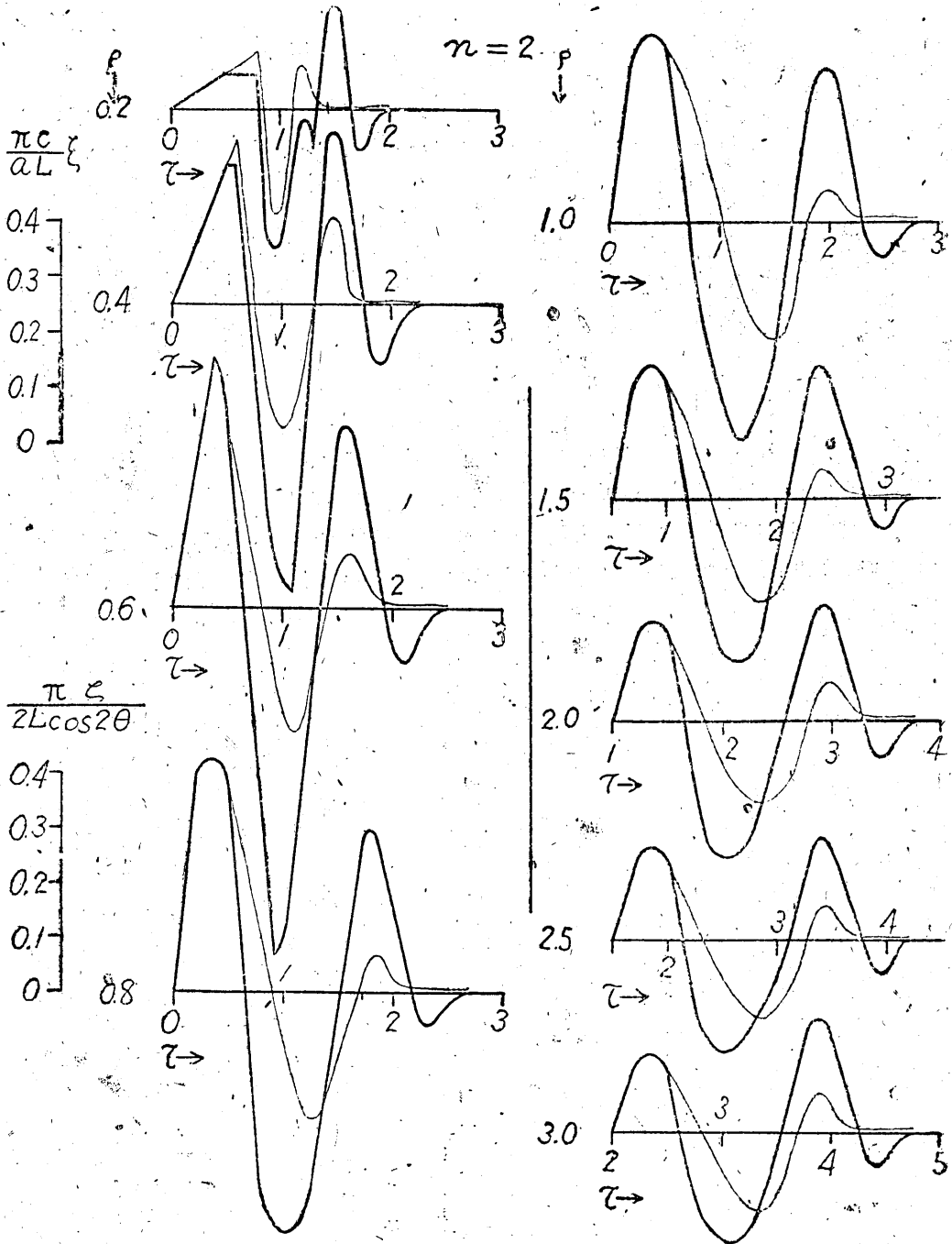
$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \varphi_m \equiv \cos^{-1}(\Omega^2 + \rho^2 - 1)/2\rho\Omega \\ F_1 &= \rho\varphi_m - \Omega \sin \varphi_m \\ F_2 &= \rho^2\varphi_m - 2\rho\Omega \sin \varphi_m + \Omega^2 \sin \varphi_m \cos \varphi_m \\ F_3 &= \rho^3\varphi_m - 3\rho^2\Omega(1 - \cos \varphi_m + \sin \varphi_m) \\ & + 3\rho\Omega^2 \left( \frac{\varphi_m}{2} + \frac{1}{2} \sin \varphi_m \cos \varphi_m + \sin^2 \varphi_m \right) \\ & + \Omega^3 \left( \frac{1}{3} \sin \varphi_m \cos^2 \varphi_m + \frac{2}{3} \sin \varphi_m - \cos^3 \varphi_m + 1 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

更に同様の手段によつて  $n=4, 5, 6 \dots$  等の複雑な形の地變に對應する  $F_4, F_5, F_6 \dots$  等も求め得る筈であるが煩を恐れて省略した。上記の (10) (11) 式は第1報と同様にパラメーターにより簡単に數値計算を爲し得る。其の結果は第I, 第II表に示した。  $\zeta(t)$  の値は此の結果を (3) 式に入れれば得られる。

第3, 第4圖には夫々  $n=1, n=2$  の場合の  $\xi$  及び  $T = \frac{1}{2} \frac{a}{c}$  の時の  $\zeta$  を圖示した。  $n=0$  の場合の  $\xi$  及び  $\zeta$  は第1報に於いて第1表及び第4圖に示した。第5圖並に第6圖には  $n=1$  及び  $n=2$  の場合,  $T = \frac{1}{2} \frac{c}{a}$  の時の  $\zeta$  の變化の有



第 3 圖  $\xi$  (細線) 及び  $\zeta$  (大線);  $n=1$ .





第 II 表  $\frac{\pi c}{aL} \xi$  の値

n=2

$\tau$	$\rho$											
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.00	1.50	2.100	2.50	3.00	3.50	4.00
0.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000						
0.1	0.0	0.013	0.050	0.113	0.201	0.140						
0.2	0.0	0.025	0.101	0.226	0.402	0.240						
0.3	0.0	0.038	0.151	0.339	0.426	0.312						
0.4	0.0	0.050	0.201	0.452	0.418	0.338						
0.5	0.0	0.063	0.252	0.359	0.352	0.328	0.000					
0.6	0.0	0.076	0.302	0.233	0.287	0.312	0.070					
0.7	0.0	0.088	0.136	0.114	0.186	0.270	0.179					
0.8	0.0	0.101	-0.054	-0.007	0.100	0.184	0.223					
0.9	0.0	-0.137	-0.180	-0.105	-0.006	0.104	0.230					
1.0	0.0	-0.184	-0.225	-0.188	-0.084	0.022	0.216	0.000				
1.2		0.089	-0.105	-0.210	-0.226	-0.122	0.135	0.140				
1.4		0.008	0.104	-0.060	-0.189	-0.202	0.010	0.185				
1.6		0.005	0.017	0.080	-0.044	-0.174	-0.103	0.139	0.075			
1.8		0.004	0.009	0.030	0.068	-0.010	-0.186	0.046	0.161			
2.0		0.003	0.006	0.017	0.021	0.060	-0.167	-0.068	0.144	0.000		
2.2		0.000	0.004	0.009	0.012	0.010	-0.075	-0.133	0.060	0.117		
2.4			0.002	0.007	0.008	0.004	0.056	-0.148	-0.025	0.135		
2.6			0.000	0.004	0.007	0.002	0.015	-0.097	-0.080	0.088	0.052	
2.8				0.000	0.004	0.000	0.005	0.010	-0.135	0.015	0.124	
3.0					0.002	0.000	0.000	0.072	-0.124	-0.074	0.108	0.000
3.25					0.000	0.000	0.000	0.014	-0.050	-0.138	0.032	0.105
3.50								0.010	0.057	-0.113	-0.073	-0.098
3.75								0.008	0.008	0.017	-0.130	0.016
4.00								0.007	0.005	0.057	-0.124	-0.071
4.25								0.004	0.000	0.008	-0.013	-0.122
4.50								0.000	0.000	0.007	0.057	-0.100
4.75										0.003	0.008	-0.014
5.00										0.002	0.004	0.058
5.50										0.000	0.000	0.008
6.00												0.004

ある所の波群が傳はつてゆく。そして此等の波群の形は丁度上下正反對である。波高は  $\cos n\theta$  に比例してゐる。従つて海底變動の節線の方角には津浪は無い事になる。又浪源から少しく離れた所に於ける波群の山の數と谷の數との和は  $n+2$  となる。然し波群の全長は延びるわけではなく却つて次第に短くなる傾向にある。従つて海底

の變動が複雑な程、複雑な形で且つ波長の小さな波が傳播してゆく。

浪源上に於ける海面の變動は更に複雑である。極く大體の事を言へば海面は海底の變動の形に似たモードの減衰振動を爲し、其の周圍から上述の進行波を發生するのである。節線上並に地變の中心上に於いては海面の昇降は起らない。

遠方に於ける波の形 第5, 第6圖からも容易に見得る如く、 $\rho$  が少しく大きくなつて來ると波の形は次第に一定になつて來て  $c$  の速度で進行してゆく。 $\rho \gg 1$  の時

$$\tau - \rho \equiv \vartheta \quad \dots\dots(13)$$

とすれば、第2圖より

$$\sqrt{\tau^2 - \Omega^2} = \sqrt{\tau + \Omega} \sqrt{\tau - \Omega} \approx \sqrt{2\rho} \sqrt{\vartheta + s \cos \omega} \quad \dots\dots(14)$$

従つて(7), (8)式より

$$\frac{\pi c}{aL} \sqrt{\rho} \xi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \iint \frac{s^n \cos n\omega \cdot s^2 ds d\omega}{\sqrt{\vartheta + s \cos \omega}} \quad \dots\dots(15)$$

となる。積分は矢張第2圖の斜線を引いた範囲内を行ふのである。今  $\omega=0$  の方向を  $x$ ,  $\omega=\pi/2$  の方向を  $y$  軸とし上式を直角坐標に轉換すれば、上式は

$$\frac{\pi c}{aL} \sqrt{\rho} \xi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \iint \frac{G_n dx dy}{\sqrt{\vartheta + x}} \quad \dots\dots(16)$$

となる。但し

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= 1, \quad G_1 = x, \quad G_2 = x^2 - y^2 \\ G_3 &= x^3 - 3xy^2, \quad \dots\dots \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(17)$$

である。 $y$  に就いて積分すれば上式(16)は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} \iint \frac{G_n dx dy}{\sqrt{\vartheta + x}} &= 0, & \vartheta < -1 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\vartheta}^1 \frac{H_n dx}{\sqrt{\vartheta + x}}, & -1 < \vartheta < 1 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-1}^1 \frac{H_n dx}{\sqrt{\vartheta + x}}, & \vartheta > 1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(18)$$

$$\equiv \pi K_n(\vartheta)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= y_m, \quad H_1 = xy_m, \quad H_2 = x^2 y_m - \frac{1}{3} y_m^3 \\ H_3 &= x^3 y_m - xy_m^3, \quad \dots\dots \\ y_m &= \sqrt{1-x^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(19)$$



(18) 式は明らかに  $\vartheta$  のみの函数であるから  $\xi$  は距離の平方根に逆比例して減少してゆくが、波の形は變らない。(18)式は次の様に變換して容易に圖上積分にて積分出来る。即ち

$$K_n(\vartheta) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{0 \leq x \leq \sqrt{\vartheta-1}}^{\sqrt{\vartheta+1}} H_n \, du, \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$u = \sqrt{\vartheta+x}$$

$K_n(\vartheta)$  の値は第1報第2表、及び本報第3表に示した。

$\zeta$  の値は任意の  $T$  に對し、(3)式により

$$\zeta(t) = \frac{aL}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{\cos n\theta}{T} \left\{ K_n(\vartheta) - K_n\left(\vartheta - \frac{cT}{a}\right) \right\} \quad \left. \begin{array}{l} t > T \\ 0 < t < T \end{array} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

$$= \frac{aL}{c} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{\cos n\theta}{T} K_n(\vartheta)$$

で與へられる。 $a\vartheta$  は波頭から内側へ測つた距離に當る。

第 3 表  $K_n$  の値

$\vartheta$	$K_1(\vartheta)$	$K_2(\vartheta)$	$\vartheta$	$K_1(\vartheta)$	$K_2(\vartheta)$
-1.0	0.000	0.0000	0.6	-0.057	-0.0351
-0.8	0.085	0.0608	0.8	-0.093	0.0155
-0.6	0.125	0.0621	1.0	-0.088	0.0357
-0.4	0.143	0.0287	1.25	-0.041	0.0093
-0.2	0.135	-0.0198	1.50	-0.026	0.0045
0	0.112	-0.0591	1.75	-0.021	0.0038
0.2	0.062	-0.0795	2.00	-0.014	0.0015
0.4	0.003	-0.0695	3.00	-0.007	0.0002

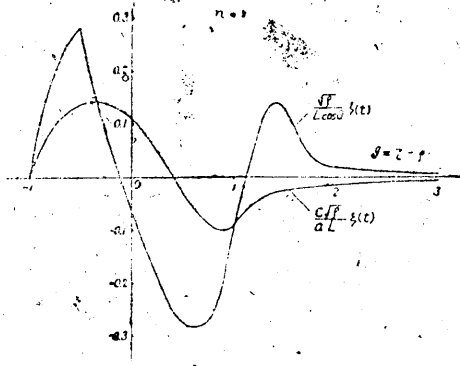
第7, 第8圖には  $\xi(t)$  並に  $T = \frac{1}{2} \frac{a}{c}$  の時の波の形  $\zeta(t)$  が與へてある。

淺くない海の場合 今原點から遠い所のみを取扱ふ事として、 $J_0(m\Omega)$  の漸近式を用ひれば、(5)式は

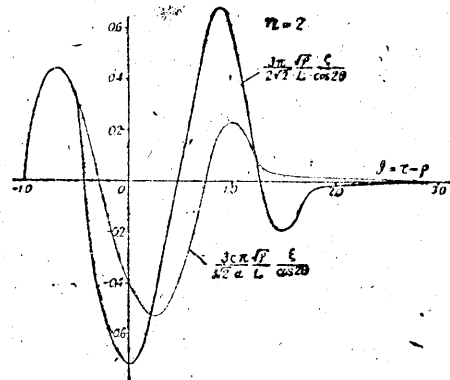
$$\xi(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \gamma t}{\gamma \cosh mh} \, m dm \int_0^\infty f(s) ds \int_0^\pi J_0(m\Omega) \cos n\omega \, d\omega$$

$$= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{a}{\pi g}} \int_0^\infty \frac{\sin \gamma t}{\sqrt{\sinh 2mh}} \cos\left(m\Omega - \frac{4}{\pi}\right) dm \int_0^\pi f(s) ds \int_0^\pi \frac{\cos n\omega \, d\omega}{\sqrt{\Omega}} \dots\dots (22)$$

となる。然る所



第 7 圖



第 8 圖

$$\frac{1}{\sqrt{\Omega}} = \frac{1}{\rho} \left[ 1 + \cos \omega \cdot \left( \frac{s}{2\rho} \right) + \left( \frac{5}{4} \cos^2 \omega + \frac{1}{4} \right) \left( \frac{s}{2\rho} \right)^2 + \left( \frac{15}{8} \cos 3\omega + \frac{5}{8} \cos \omega \right) \left( \frac{s}{2\rho} \right)^3 + \dots \right] \dots \dots (23)$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\pi \frac{\cos n\omega d\omega}{\sqrt{\Omega}} &= \frac{\pi}{\rho} \left[ 1 + \frac{1}{16} \frac{s^2}{\rho^2} + \dots \right] & n=0 \\ &= \frac{\pi}{\rho} \left[ \frac{1}{4} \frac{s}{\rho} + \frac{5}{128} \frac{s^3}{\rho^3} + \dots \right] & n=1 \\ &= \frac{\pi}{\rho} \left[ \frac{5}{32} \frac{s^2}{\rho^2} + \dots \right] & n=2 \end{aligned} \right\} \dots \dots (24)$$

従つて今 (8) 式の通り  $f(s) = Ls^n$ ,  $0 < s < 1$  とすれば, (22) 式は

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \frac{2LC_n}{\rho^n} \sqrt{\frac{a}{\pi\rho g}} \int_0^\infty \frac{\sin \gamma t}{\sqrt{\sinh 2m h}} \cos \left( m\Omega - \frac{\pi}{4} \right) dm \int_0^1 s^{2n+1} ds \\ &= \frac{C_n}{n+1} \frac{L}{\rho^n} \sqrt{\frac{a}{\pi\rho g}} \int_0^\infty \frac{\sin \gamma t}{\sqrt{\sinh 2m h}} \cos \left( m\Omega - \frac{\pi}{4} \right) dm \dots \dots (25) \end{aligned}$$

但し

$$C_0 = 1, C_1 = \frac{1}{4}, C_2 = \frac{5}{32}, \dots \dots (26)$$

と書く事が出来る。即ち  $n=1, 2, 3, \dots$  の場合の  $\xi(t)$  は  $n=0$  の場合の  $\xi(t)$  に或る係数を掛けたものに過ぎない事になる。然るに  $n=0$  の場合は第 1 報に於て種々の場合を盡してあるから、其の結果を其の儘應用して次の結果を得る事が出来る。即

ち

$$\begin{aligned} \frac{(n+1)\rho^n}{LC_n} \xi(t) &= \left( \frac{a}{2\rho gh^2 |r_0''| t} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sin\left(r_0 t - \frac{\rho}{h} z_0\right)}{\sqrt{\sinh 2z_0}} && \text{波群の中間, 即ち} \\ & && \text{中庸な群速度を持つ} \\ & && \text{波} \\ &= 0.46386 \sqrt{\frac{a}{\pi\rho gh^2}} \left( \frac{3}{4} \frac{\rho}{h} \right)^{\frac{1}{6}}, && r = \sqrt{gH} \cdot t \text{ の點} \\ &= \sqrt{\frac{a}{\pi\rho gh^2}} \left( \frac{3}{32} \sqrt{\frac{H}{g}} \frac{1}{t} \right)^{\frac{1}{6}} [C(m) - S(m)] && \text{波の先頭附近} \\ & && \text{の波群} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a^2 t}{r^2} e^{-\frac{gHt^2}{4r^2}} \sin \frac{gt^2}{4r} && \text{波の尾部, 或は} \\ & && \text{稍深い海の場合} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a^2 t}{\sqrt{r(H^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}} e^{-\frac{gHt}{4(H^2+r^2)}} \sin\left(\frac{rgt^2}{4(H^2+r^2)} + \frac{3}{4}\pi - 3\beta\right) \\ \beta &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{r}{H} && \text{非常に深い海} \end{aligned}$$

各種記號は第1報と同様である。

此の研究は文部省科學研究費を以て爲された事を記し、當局各位に深謝の意を表する次第である。又數値計算及び圖表製作の勞を取られた相田勇君及び服部芳子嬢に感謝の意を表する次第である。

## 2. On Seismic Sea Waves caused by Deformations of the Sea Bottom. Second Report. (Abstract)

By Ryutro TAKAHASI,

Earthquake Research Institute.

In a previous paper, the writer has treated the seismic sea waves which would be generated when a circular portion,  $2a$  in diameter, of the bottom of a sea having a uniform depth  $H$ , has depressed by a uniform velocity  $\eta$  in a time-interval  $T$ . In the present paper, the depression was assumed to have azimuthal and radial variations proportional to  $r^n \cos n\theta$ , other factors being the same with those in the previous calculation. The shapes of the deformation of the sea bottom are shown in Fig. 1 in the text, i.e.,  $n=1$  gives an inclinational,  $n=2$  a saddle-shaped, and  $n=3$  a tripod-shaped deformation.

The depression  $\zeta$  of the sea surface at a distance  $r$  from the centre of the deformed area is given by the expression

$$\zeta(t) = -\frac{1}{T} \cos n\theta [\xi(t) - \xi(t-T)], \quad \text{when } t > T,$$

$$= \frac{1}{T} \cos n\theta \xi(t) \quad \text{when } 0 < t < T.$$

similarly with the former results. The function  $\xi(t)$  for different cases is as follows: When  $H \ll a$ , that is, when the sea is very shallow compared with the radius of the deformed area,

$$\frac{\pi c}{aL} \xi(t) = \int \cos n\omega \, d\omega \int \frac{s^{n+1} ds}{\sqrt{\left(\frac{ct}{a}\right)^2 - \Omega^2}},$$

where  $c = \sqrt{gH}$ ,  $\Omega = \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 + s^2 - 2s\left(\frac{r}{a}\right)\cos\omega}$ , and the integration ought

to be executed over the area  $s < 1$ ,  $\Omega < \frac{ct}{a}$ . The double integral can be deformed, after some calculations, to expressions as shown in (10) and (11) in the text, then the evaluation is easily done by mechanical quadrature.

The values of  $\xi$ , thus obtained for the cases  $n=1$  and  $n=2$ , are given in Tables I and II, against  $\rho \equiv \frac{r}{a}$  up to 4.0 and  $\tau \equiv \frac{ct}{a}$  up to 6.0. In Figs. 3 and 4 are shown  $\xi$  (thin line) against  $\rho$  and  $\tau$ , and  $\zeta$  (thick line), or the wave-form in the direction  $\theta=0$ , for the case  $T = \frac{1}{2} \frac{a}{c}$ . The same  $\zeta$  is again given in Fig 5 and 6 to show its variation against the time and distance at a glance.

It can be seen from these figures that the sea waves which begin with flood start from an upheaved area, and those which begin with ebb originate from the depressed origin. Both wave trains are similar in shape but are just opposite in sign. In the direction of nodal line of the sea bottom deformation, there is propagated no sea wave. The total number of crests and valleys of the wave train at some distance from the origin is  $n+2$ . The more complicated is the deformation of the sea bottom, the more complicated are the emitted waves.

When  $r \ll a$ , we have

$$\frac{c}{aL} \sqrt{\rho} \xi(t) = Kn(\vartheta), \quad \vartheta \equiv \tau - \rho.$$

The function  $Kn$ , which is the function of  $\vartheta$  alone, is given by the expressions (19) and (21) in the text. It can easily be seen that the waves at distances are propagated with the constant velocity  $c$  and invariable wave-form, but with wave height decreasing like  $1/\sqrt{r}$ .

When  $H \gg a$ , that is, when the sea is very deep compared with the radius of the deformed area, we have for  $\xi$  the expression

$$\xi(t) = \frac{C_n}{n+1} \frac{L}{\rho^n} \sqrt{\frac{a}{\pi \rho g}} \int_0^\infty \frac{\sin \gamma t}{\sqrt{\sinh 2m h}} \cos\left(m \Omega - \frac{\pi}{4}\right) dm,$$

$$C_0 = 1, \quad C_1 = 1/4, \quad C_2 = 5/32, \quad \dots\dots\dots$$

which show directly that  $\xi$  for the cases  $n=1, 2, \dots$  is nothing but  $\xi$  obtained previously for the case  $n=0$ , multiplied by respective coefficients.

In the previous paper, we have studied completely the case  $n=0$  for different depths of the sea and for all distances; we need not here calculate newly the cases  $n=1, 2, \dots$  but can obtain immediately the following results:

$$\frac{(n+1)\rho^n}{LC_n} \xi(t) = \left( \frac{a}{2\rho gh^2 |r_0| t} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sin\left(\gamma_0 t - \frac{\rho}{h} z_0\right)}{\sqrt{\sinh 2z_0}},$$

for the middle part of a wave train, that is, for waves having medium group velocities;

$$= 0,46386 \sqrt{\frac{a}{\pi \rho gh^2}} \left( \frac{3}{4} \frac{h}{\rho} \right)^{\frac{1}{6}}$$

for the point  $r = \sqrt{gH} t$ ;

$$= \sqrt{\frac{a}{\pi \rho gh^2}} \left( \frac{3}{32} \sqrt{\frac{H}{g}} \frac{1}{t} \right)^{\frac{1}{6}} [C(m) - S(m)]$$

for the part near the front of the wave train;

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a^2 t}{r^2} e^{-\frac{gHt^2}{4r^2}} \sin \frac{gt^2}{4r}$$

for the rear part of the wave train, or for the deep sea.

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a^2 t}{\sqrt{r(H^2 + r^2)^{3/2}}} e^{-\frac{gHt^2}{4(H^2 + r^2)}} \sin \left( \frac{rgt^2}{4(H^2 + r^2)} + \frac{3}{4}\pi - 3\beta \right), \quad \beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{r}{H},$$

for the very deep sea.

Notations are the same with those used in the previous paper.