

3. 重力異常と地下構造との關係 (VII)

山の高度と地殻均衡

地震研究所 坪井 忠 二

(昭和16年2月20日, 5月15日發表—昭和16年12月20日受理)

地殻均衡論の濫觴を尋ねれば、古くは Airy, Pratt の昔に遡るけれども、J. Hayford がアメリカ合衆國に於ける鉛直線偏倚を均衡論によつて論じたのが、何と云つても、それが近代的の形を具へるに到つた始めとしなければならぬ。地殻均衡論が少くともアメリカ合衆國に甚だよく適合する事が、Hayford によつて示されて以來幾多の研究が行はれたが、觀測事實と均衡論の豫期する處とを更によりよく一致せしめる様に、幾多の改良が均衡論の根本假定に加へられたのである。其の中最も重要であつたと考へられるのは、1917年 W. Bowie¹⁾が出した地方的均衡の考へであらう。Hayford が始め假定した處に従へば、地表に於ける如何なる小さな地形も其の直下で一様に補償されて居ると云ふのであつて、これは局所的均衡と云ふべきものであつた。之に反して Bowie の説いた地方的均衡といふのは、地殻均衡は小さい地形一つ一つに對して成立するのではなくて、一定の區域の平均高度の地形に對して成立するのであるとしたのである。そして Bowie はアメリカ合衆國の重力の材料を用ゐて、此の區域の大きさとしては半徑 100 km 位と採るのが一番適當であると云ふ結果を得たのであつた。

其の後この點に關しては多くの研究が行はれ²⁾他の地域にあつても略同様な大きさを考へるのが適當であると云ふ事になつたが、筆者の下に於いて Fourier 級數を利用して重力異常の分布を考究する方法が發展されて以來、かかる研究に要する計算が著るしく簡便化されるに到つた。其の結果として、此の地方的均衡の限界も自然、容易に求められる事となり、これによつて世界各地の重力分布を調べた處によれば、此の限界は夫々の地方の均衡地殻の厚さの約3倍であると云ふ事が判明した。³⁾

此の地方的均衡の考へは、局所的均衡に比して遙かに物理的であるには相違ないのであるけれども、これのみで問題が解けたと考へるわけにはゆかない。地方的均衡の

1) W. BOWIE, *Sp. Pub. Coast Geol. Survey, U. S. A.*, 40 (1917).

2) M. LEHNER, *Verh. Schw. Nat. Ges.*, (1917); R. A. DALY, "*Architecture of the Earth*" (1938), 184; V. MEINESZ, *Kong. Nederl. Ak. v. Wet.*, 43 (1940), 3.

3) 坪井忠二 地震研究所彙報 18 (1939), 385; 19 (1941), 26; 坪井忠二 帝國學士院記事 16 (1940), 449.

考へに従つて、或る限度 R より小さな水平の擴がりを持つて居る地形は均衡的に補償されて居らず、此の限度より大きい擴がりを持つた地形は補償されて居るとするのはよいとしても、補償されて居るか居ないかと云ふ事が山の高さに無關係に、單に地形の水平方向の擴がりのみによつて決定されるとするのは餘り單純に過ぎはしまいかと思はれる。 R よりも大きい水平の擴がりを持つた地形ならば、高さが 10 m のものでも均衡論的に補償されて居るのに、 R より小さければ高さが 1000 m 以上でも、均衡論的に補償されて居ないと考へるのは、物理的に見ても不合理な事と云はなければならぬ。此の點を考慮する爲に、從來用ゐて來た二重 Fourier 級數の方法を利用して次の如き考察を行つて見た。

前にも度々述べた様に、或る地域の地形が

$$H_{(xy)} = \sum \sum H_{mn} \frac{\cos mx}{\sin} \frac{\cos ny}{\sin}$$

で與へられ、且つこれが Airy 式の均衡によつて支持せられて居るとするならば、厚さ d の地殻の底面には

$$-\rho H_{(xy)} = -\rho \sum \sum H_{mn} \frac{\cos mx}{\sin} \frac{\cos ny}{\sin}$$

なる質量が分布して居る。此の質量分布によつて生ずべき地表の Bouguer 異常は

$$\Delta g_0''_{(xy)} = -2\pi k^2 \rho \sum \sum H_{mn} \exp(-\sqrt{m^2+n^2} d) \frac{\cos mx}{\sin} \frac{\cos ny}{\sin}$$

で與へられる筈である。又一方に於いて、此の地域で實際に觀測される Bouguer 異常が

$$\Delta g_0''_{(xy)} = \sum \sum B_{mn} \frac{\cos mx}{\sin} \frac{\cos ny}{\sin}$$

であつたとする。若し均衡が完全であるとすれば、最後の二つの式から

$$B_{mn} = -2\pi k^2 \rho H_{mn} \exp(-\sqrt{m^2+n^2} d)$$

でなければならぬ事が解る。

此の式の大切な點は、地殻が均衡状態にあるならば、地形の Fourier 係數 H_{mn} と Bouguer 異常の同じ次數の Fourier 係數 B_{mn} とは、符號が反對でなければならぬと云ふ事である。

前論文に於いては、此の符號の關係を、次數 $\sqrt{m^2+n^2}$ の函數として見て、それによつて地方的均衡の限界 R を定め、極めて妥當なる値を得たのであるが、今回はこれを H_{mn} の函數と見て、山の高さや地殻均衡との關係を見ようといふのである。

次にその例としてこれをアメリカ合衆國の材料に就いて吟味した結果に就いて述べよう。アメリカ合衆國の地形と Bouguer 異常とを 18×18 の二重 Fourier 級數に展開して得られた係數は既に前論文⁴⁾に於いて示した通りである。 H_{mn} なる係數及び B_{mn} なる係數は、夫々

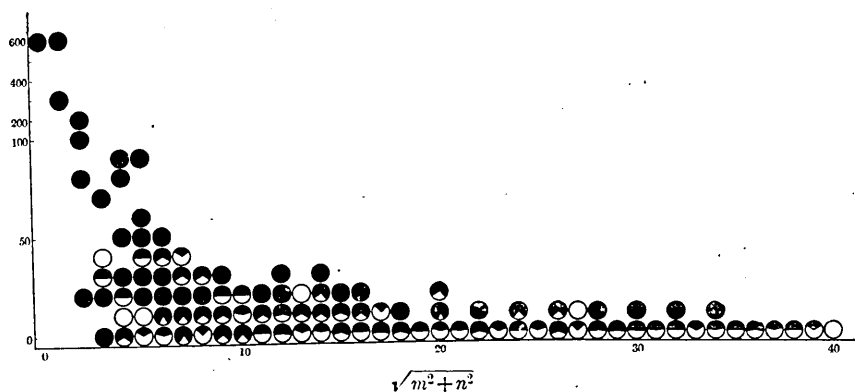
$$18 \times 18 \times 4 = 1296$$

だけ得られて居るが、此の 1296 對に就いて、符號の關係を調べて見る。其の爲に全體の對を H_{mn} の振幅と；次數 $\sqrt{m^2+n^2}$ によつて分類し、各々の群に屬する對の總數及び其の中で H_{mn} と B_{mn} がと反對の符號を有する對の數を分數の形で表したものが第 I 表である。

第 I 表を見れば直ちに明らかなる如く、 H_{mn} が 50 m を超えるものにあつては、これに對應する B_{mn} は全部その符號がこれと反對である。斯くの如く符號が反對なるものが 100% であるといふ事は、振幅 50 m 以上の地形は少くとも傾向としては均衡論的な状態にあるといふ事を示すものである。

第 1 圖は第 I 表と同じ内容のものであるが、符號反對の對の百分率を黑色の扇形の面積にして表したものである。

以上の結果は、振幅 50 m 以上の振幅を有する地形は、地殻の彈性によつて支へ切れないで、少くとも傾向としては均衡論的な釣合にあると云ふ事を示すのである。然



第 1 圖

し乍らここに注意すべき事は、以上の分析に於いて 50 m 以上の振幅を有する地形と云ふのは同時に次數も低く従つて波長も長いものであるから、これが均衡論的傾向にあるといふのは、其の振幅が大きい爲であるのか、又は波長が長い爲であるのか、實は明らかではないのである。前論文に於いては、地殻は其の厚さの約 3 倍以上の徑を

4) 坪井忠二 前出

第 I 表

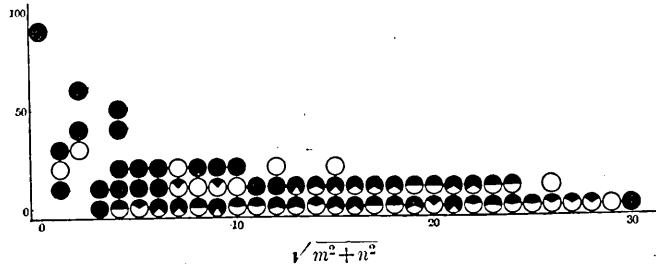
H_{mn}	$\sqrt{m^2+n^2}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
> 600 m		1/1	1/1																	
300			1/1																	
200				3/3																
100				5/5																
90					1/1	1/1														
80				1/1	4/4															
70					1/1															
60						1/1														
50						2/2	2/2	2/2												
40					0/1	1/2	2/3	1/3												
30					1/2	3/3	1/1	2/3	2/3	1/1					2/2		2/2			
20				3/3	1/1	1/2	2/2	3/3	2/2	6/6	2/4	3/6	2/2	5/5	0/2	4/6	1/1	4/4		
10					0/1	2/2	5/6	4/5	8/11	4/6	6/13	7/10	7/12	4/6	13/22	5/8	10/14	1/4	5/5	
0					1/1	2/3	1/3	3/7	4/5	4/16	5/7	18/25	7/14	15/29	10/26	10/22	17/29	20/42	24/46	34/59
合計		1/1	2/2	12/12	4/6	13/16	11/14	18/24	13/18	20/36	12/18	27/44	16/26	29/48	14/34	29/42	23/39	34/60	25/50	39/63

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	合計
																						2/2
																						1/1
																						3/3
																						5/5
																						2/2
																						5/5
																						1/1
																						1/1
																						6/6
																						4/9
																						17/20
																						41/52
		2/3																				110/159
	7/8																					15/32
		16/34																				19/45
			5/5																			25/47
				3/4																		10/28
					3/4	0/1	4/4															12/30
																						32/52
																						8/27
																						23/44
																						13/24
																						25/50
																						14/30
																						24/48
																						8/22
																						27/53
																						10/20
																						19/35
																						7/16
																						5/10
																						2/6
																						0/1
																						514/1031
																						712/1296

有する地形は、弾性によつて支へる事は出来ないといふ事を見出したのであるが、第 I 表の結果を見ると、波長が充分長い地形でも、振幅が小さいものでは H_{mn} と B_{mn} とは必ずしも反対の符號を有しては居ないのである。従つて或る地形が均衡論的になつて居るか居ないかと云ふ事は、其の波長及び振幅の函數であり、厚さ 50 km の地殻

に於いては直径 150 km 以上振幅 50 m 以上の地形は均衡論的になつて居ると見るのが至當であると思はれる。

アメリカ合衆國に對して行つたのと同様な調べを 東インド諸島，日本中部地方に



第 2 圖

於ける重力分布に對しても行つて，均衡論的な釣合になる限界の H_{mn} を求めて見る

第 II 表 (東インド諸島)

H_{mn}	$\sqrt{m^2+n^2}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
90 m		$1/1$															
80																	
70																	
60				$1/1$													
50						$1/1$											
40				$2/2$		$2/2$											
30		$1/1$	$0/1$														
20		$0/1$				$1/1$	$2/2$	$1/1$	$0/1$	$2/2$	$3/3$	$1/1$		$0/1$			$1/1$
10		$1/1$			$2/2$	$1/1$	$3/3$	$1/1$	$1/4$	$0/2$	$1/4$	$0/1$	$3/3$	$2/2$	$4/5$	$5/5$	$3/4$
0					$1/1$	$1/2$	$1/3$	$3/4$	$3/4$	$4/5$	$4/5$	$4/9$	$5/11$	$7/12$	$6/10$	$4/10$	$8/13$
合 計		$1/1$	$2/3$	$3/4$	$3/3$	$6/7$	$6/8$	$5/6$	$4/9$	$6/12$	$8/12$	$5/11$	$8/14$	$9/15$	$10/15$	$9/13$	$12/13$
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	合 計	
																$1/1$	
																$1/1$	
																$1/1$	
																$4/4$	
																$1/2$	
																$11/14$	
																$46/72$	
$2/3$	$2/3$	$3/4$	$2/4$	$2/4$	$2/3$	$2/3$	$1/2$	$2/4$		$1/1$						$138/266$	
$11/16$	$9/18$	$9/19$	$8/13$	$3/10$	$11/15$	$7/16$	$6/11$	$5/11$	$8/17$	$3/5$	$3/5$	$2/6$	$0/4$	$2/2$			
$13/19$	$11/21$	$12/23$	$10/17$	$5/14$	$13/13$	$9/19$	$7/13$	$7/15$	$8/17$	$4/9$	$3/5$	$2/6$	$0/4$	$2/2$	$203/361$		

と、夫々 40 m, 200 m と云ふ値が得られる。第 II 表, 第 III 表, 第 2 圖, 第 3 圖は第 II 表, 第 1 圖と同じ方法で此の結果を示したものである。

アメリカ合衆國の 50 m も考慮して H_{mn} の限界として 100 m といふ値を採用しても、大體の數値に於いて大した誤はなからうと思ふ。

扱て此の様に、地殻の均衡に對しては山の高さに限界 H があり、夫以上のものは地殻の彈性によつては支へきれないと云ふ結論は大體に於いて承認しなければならないと考へられるが、此の限度が地殻の性質から見てどの位になるべきものであるか、又それが實際茲で見られた様に 100 m の桁になるかといふ事が次の問題である。

第 III 表 (日本)

$H_{mn} \backslash \sqrt{m^2+n^2}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	合計
400 m		1/1												1/1
300		1/1												1/1
200			2/2											2/2
100			2/4	2/2	5/7	3/4	1/1		0/2					13/21
90					1/1		0/2	1/1	1/1					3/5
80		1/1		0/1				1/2	1/2					3/6
70				1/2		2/2	2/2	2/4	0/1		0/2			7/13
60				2/2		0/1		1/1	3/3	1/1				7/8
50			2/3				1/3		1/2		1/1			5/9
40			0/1		1/1	3/7		0/1	1/1	0/1	3/3			8/14
30				1/1	1/1	0/2	0/8	1/5	1/1	0/1		1/1		4/15
20		1/1		0/1	0/1	2/2	1/2	1/3	1/2	0/1	1/2	2/2		10/17
10						1/2	2/2	1/2	0/2	3/6	1/2	1/1	1/1	10/18
0				0/2	0/2		2/2	1/1	0/1	0/1	1/3			5/13
合計		1/4	6/10	6/12	9/14	11/20	9/17	9/20	9/18	4/10	7/13	4/4	1/1	79/143

それで最も簡単な模型的の考へとして、高さ H で直徑 D の圓形の臺地が、厚さ d の地殻に載つて居り、その荷重が臺地の下の圓環形の側壁の摩擦によつて支へられて居る場合を考へて見よう。此の場合に於ける釣合の條件は

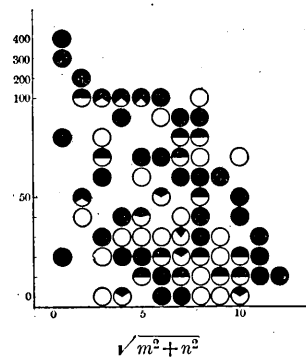
$$\frac{\pi D^2}{4} \rho g H = \pi D F d \quad (1)$$

である。但し

ρ 地殻の密度 g 重力加速度

F 單位面積の支持力

である。 F に就いては如何なる値を探ればよいか不明であるが、岩石試片の破壊強度



第 3 圖

よりは小さい事は確かである。岩石の破壊強度は、その破壊變形と弾性率との積で、これは前から屢々述べた様に、 5 夫々 10^{-4} と 10^{12} と採るのが妥當であるから、 F は大體に於いて

$$F = 10^{-4} \times 10^{12} = 10^8$$

を超える事はあるまい。

そこで

$$D = 150 \text{ km} = 1.5 \times 10^7 \text{ cm}$$

$$d = 50 \text{ km} = 5 \times 10^6 \text{ cm}$$

$$\rho = 3 \text{ gr/cm}^3$$

$$F = 10^8 \text{ gr/sec}^2 \text{ cm}$$

とおけば、(1) 式は

$$H = \frac{4Fd}{D\rho g} = \frac{4 \times 10^7 \times 5 \times 10^6}{1.5 \times 10^7 \times 3 \times 10^8} = 4.4 \times 10^1$$

となり、 H は約 400 m となる。實際から求めた値は 100 m と云ふ値であつたが、上の計算に使つた數値は確かなものではなく、殊に F に到つてはその値を大きく採り過ぎてゐる事は明らかであるから、100 m と 400 m と云ふ 2 つの數値は寧ろ近いものと見做さなければなるまい。

上記の計算は甚だ雜なものであるから、もう少し丁寧な計算を行つて見る。その爲には厚さが d で弾性常數 $\lambda\mu$ を有する弾性板の一方の面に $P \cos mx$ なる荷重が加へられた場合に、板の内部に如何なる張合が生ずるかを計算して見る。板の面の方向に x 軸、板の面に垂直な方向に z 軸を採れば、釣合の方程式は

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u &= 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2).$$

である。但し

$u, w \dots x, z$ 方向に於ける變位

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

である事は云ふ迄もない。又境界条件は

$$z=0: \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$z_2 = P \cos mx$$

$$z=-d: \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$z_2 = 0$$

であつて、この兩條件を満足する様に、方程式(2)を解けばよいのである。此の解に就いては、別の機会に述べる積りであるが、結果だけ書けば

$$\left. \begin{aligned} u &= \left\{ \frac{\lambda + \mu}{2\mu} z (C_1 e^{mz} - C_2 e^{-mz}) + \alpha_1 e^{mz} + \alpha_2 e^{-mz} \right\} \sin mx \\ w &= \left\{ -\frac{\lambda + \mu}{2\mu} z (C_1 e^{mz} + C_2 e^{-mz}) + \gamma_1 e^{mz} + \gamma_2 e^{-mz} \right\} \cos mx \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で、6個の係数の間に

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 + \gamma_1 &= \frac{1}{m} \frac{\lambda + 3\mu}{2\mu} C_1 \\ \alpha_2 - \gamma_2 &= \frac{1}{m} \frac{\lambda + 3\mu}{2\mu} C_2 \\ (\alpha_1 - \gamma_1) - (\alpha_2 + \gamma_2) &= -\frac{1}{m} \frac{\lambda + \mu}{2\mu} (C_1 - C_2) \\ (\alpha_1 - \gamma_1) e^{-md} - (\alpha_2 + \gamma_2) e^{md} &= -\frac{1}{m} \frac{\lambda + \mu}{2\mu} (C_1 e^{-md} - C_2 e^{md}) \\ &\quad + \frac{\lambda + \mu}{\mu} (C_1 e^{-md} + C_2 e^{md}) \\ 2(\gamma_1 - \gamma_2) &= \frac{1}{m} (C_1 + C_2) - \frac{1}{\mu m} P \\ \gamma_1 e^{-md} - \gamma_2 e^{md} &= \frac{1}{2m} (C_1 e^{-md} + C_2 e^{md}) - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} d (C_1 e^{-md} - C_2 e^{md}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

といふ6個の関係が成立する。

此の式に従つて板の中の張合の数値を色々な場合について求める事はかなり面倒であるが簡単な場合として

$$d=1, \quad m=1, \quad \frac{P}{\mu}=1, \quad \lambda=\mu=10^{12}$$

に就いて計算して見る。

$d=1, m=1$ と採つたと云ふ事は、荷重の波長を、板の原さの 2π 倍に採つた事に相當するから、山又は谷の幅は厚さの π 倍に相當する。これは局所的均衡の限界が、地殻の厚さの約3倍であるといふ事に對しても丁度よいのである。

扱て上記の如き數値を入れて地殻内部の變形を計算して見ると、最大の箇所について、其の値は1に達する。従つて地殻を構成する岩石が弾性的に耐え得る最大の變形 10^{-4} を生ずべき荷重は

$$10^{12} \times 10^{-4} = 10^8$$

である。故に $g=10^3$ として其の質量は

$$10^8 \div 10^3 = 10^5$$

岩石の密度を3とすれば、其の高さは

$$10^5 \div 3 \div 3 \cdot 3 \times 10^4 = 330 \text{ m}$$

となる。

以上の題問をもつと單純に考へて $m=0$ の場合、即ち一樣な荷重が弾性板の両面から加へられる場合か考へれば

$$\text{弾性率} \times \frac{d^2}{d} = \text{荷重}$$

となる譯であるから、前と同じ理由で 10^{-4} なる變形を生ずべき荷重 P を求めれば

$$P = 10^{12} \times 10^{-4} = 10^8$$

である。従つて板の面にかゝる荷重は 10^8 で、質量に直せば 10^5 gr 更に岩石の密度を3として此の質量を有すべき臺地を求めれば

$$H = \frac{10^5}{3} = 330 \text{ m}$$

となるのである。

以上の様に色々な模型について考へてみても、何れも弾性的に支へ得る山の高さには何百 m といふ限りがある様に見える。尤も此の事については既に G. H. Darwin⁶⁾ や A. E. H. Love⁷⁾ や H. Jeffreys⁸⁾ も計算を行つて居るのであるが、我々と少し觀點を異にして居る。

6) G. H. DARWIN, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 173 (1882); *Sci. Papers*, II (1908), 457.

7) A. E. H. LOVE, "Some Problems of Geodynamics" (1911), 38.

8) H. JEFFREYS, "The Earth" (1924), 95.

何れにしても弾性的に支へ得る山の高さに限りがあり、それが地殻の均衡と密接な關係があるといふ事は、注目すべき事で、地殻の均衡を論ずる上にとつては、地方的均衡と共に考慮に入れなければならない。

此の事は或る地域の地殻が、まだ弾性エネルギーを蓄積し得るや否やの容量の如きものと考へる上に重要な因子になるのであつて、地震の發生とも密接な關係を有するものと考へられるが、其の議論は次の機會に譲り、茲では唯以上の事實があるを指摘するに止める。

3. *Relations between Gravity Anomalies and the Corresponding
Subterranean Mass Distribution. (VII)*

By Chuji Tsuboi,

Earthquake Research Institute.

Using the gravimetric data obtained in Japan, the East Indies and in U. S. A., it was found that whether a mountain is in an isostatic equilibrium or not depends not only on the horizontal span of that mountain, but also on its height above the sea level. Most mountains that are higher than a few hundred meters are, at least in the three regions studied, in isostatic equilibrium irrespective of the magnitudes of their horizontal spans.

Various estimates of the lowest height of a mountain that cannot be supported by the elasticity of the earth's crust agree in giving a value of a few hundred meters.
