22. *Über die empirische Formel von Ishimoto und Iida $na^m = k$ zwischen der Bebenhäufigkeit n und der Amplitude a.*[1]

Von Takeo MATUZAWA,

Institut für Erdbebenforschung.

(Vorgelegt 20. März 1941.—Eingegangen 20. März 1941.)

Aus der Bebenbeobachtung für eine bestimmte Zeitdauer an einer betimmten Station z. B. Hongô oder Mitakamura, haben Ishimoto und Iida[2] eine empirische Formel zwischen der Bebenhäufigkeit und der Amplitude abgeleitet. Sie lautet nämlich

$$n(a)a^m = k, \tag{1}$$

wo a die beobachtete Maximal-Amplitude eines Erdbebens ist, und $n(a)\delta a$ die beobachtete Bebenzahl bedeutet, die zwischen a und $a+\delta a$ liegt.

In der Formel ist δa zu Einheit genommen. Daraus haben sie geschlossen, daß je kleiner das Erdbeben ist, desto häufiger kommt es vor. Hi r wird die Sache etwas näher betrachtet.

Es sei $f(A)$ die Verteilungsfunktion der Erdbeben in dem betrachteten Erdbebengebiet. Dann ist die Bebenzahl in dem Volumen-Element dV, dessen Maximal-Amplitude zwischen A und $A+\delta A$ liegt, wie folgt

$$Nf(A)\delta A dV, \tag{2}$$

wo N die Bebenzahl in der Volumeneinheit ist.

Die Amplitude A unterliegt gewißer Veränderung bei der Fortpflanzung von der Strecke r. Vorläufig wird vorausgesetzt

$$\left.\begin{aligned} a &= k^\lambda \frac{A}{r^\lambda}, \quad r \geq k, \\ a &= A, \quad 0 < r \leq k. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Unter dieser Voraussetzung lautet die an einer Station beobachtete

1) Diese kleine Mitteilung ist dem seligen Herrn Prof. Dr. M. ISHIMOTO gewidmet.

2) M. ISHIMOTO et K. IIDA, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **17** (1939) 443~478; K. IIDA, ditto **18** (1940) 532~574; 575~674.

Bebenzahl, dessen Amplitude zwischen a und $a+\delta a$ liegt,

$$n(a)\,\delta a=\int^{V} Nf(A)\,\delta A\,dV. \tag{4}$$

Aus (3)

$$\delta A=\frac{r^{\lambda}}{k^{\lambda}}\delta a. \tag{5}$$

Also

$$n(a)=\int^{V} Nf(A)\frac{r^{\lambda}}{k^{\lambda}}dV. \tag{6}$$

Im Falle N und k überall konstant sind, ergibt sich in bezug auf die Polar-Koordinaten

$$n(a)=\frac{N}{k^{\lambda}}\int f\left(a\frac{r^{\lambda}}{k^{\lambda}}\right)r^{\lambda+2}dr\sin\theta\,d\theta\,d\varphi.$$

Durch die Transformation $y=a\dfrac{r^{\lambda}}{k^{\lambda}}$ bekommt man

$$n(a)=\frac{N}{\lambda}\frac{k^{3}}{a^{\frac{\lambda+3}{\lambda}}}\int f(y)\,y^{\frac{3}{\lambda}}dy\sin\theta\,d\theta\,d\varphi.$$

Wenn die Verteilungsfunktion überall zwischen r_1 und r_2 von der Station dasselbe ist, dann lautet

$$n(a)=2\pi\frac{N}{\lambda}\frac{k^{3}}{a^{\frac{\lambda+3}{\lambda}}}\int_{a\frac{r_1^{\lambda}}{k^{\lambda}}}^{a\frac{r_2^{\lambda}}{k^{\lambda}}} f(y)\,y^{\frac{3}{\lambda}}\,dy. \tag{7}$$

Im folgenden werden einige Sonderfälle betrachtet.

(i) Alle Beben haben dieselbe Maximal-Amplitude, nämlich

$$f(A)=\infty,\qquad A=A_0,$$

$$f(A)=0,\qquad A\neq A_0,$$

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{A_0-\varepsilon}^{A_0+\varepsilon} f(A)\,dA=1,$$

was formal ähnlich der δ-Funktion von Dirac[3] ist.

3) P. A. M. DIRAC, The Principles of Quantum Mechanics (1930) 63.

Aus (7) folgt

$$n(a) = 2\pi \frac{N}{\lambda} \frac{k^3}{a^{\frac{\lambda+3}{\lambda}}} A_0^{\frac{3}{\lambda}}.$$

Diese Gleichung ist formal gleich der Ishimoto-Iida'schen Formel, aber der Exponent von a hängt nur von λ ab. Diese Formel wird natürlich direkt abgeleitet wie folgt.

Aus (3)

$$a = k^\lambda \frac{A_0}{r^\lambda}, \quad \delta a = k^\lambda \lambda \frac{A_0}{r^{\lambda+1}} |\delta r|.$$

Also

$$n(a)\,\delta a = \int N r^2 dr \sin\theta \, d\theta \, d\varphi.$$

Nämlich

$$n(a) = 2\pi \frac{N}{\lambda} \frac{k^3 A_0^{\frac{3}{\lambda}}}{a^{\frac{\lambda+3}{\lambda}}}.$$

(ii) Keine Änderung der Amplitude bei der Fortpflanzung.

Durch die folgende Grenzübergang aus (7),

$$\lim_{\lambda \to 0} \frac{1}{\lambda a^{\frac{\lambda+3}{\lambda}}} \int_{a\left(\frac{r_1}{k}\right)^\lambda}^{a\left(\frac{r_2}{k}\right)^\lambda} f(y)\, y^{\frac{3}{\lambda}} dy,$$

bekommt man gleich

$$n(a) = \frac{2\pi}{3} N f(a) (r_2^3 - r_1^3).$$

Man kann diese Formel auch direkt ableiten wie folgt. Aus (3)

$$a = A, \quad \delta a = \delta A.$$

Darum bekommt man ohne weiteres

$$n(a) = \frac{2\pi}{3} N f(a) (r_2^3 - r_1^3).$$

In diesem Falle hat die Verteilungsfunktion $f(A)$ die gleiche Form wie $n(a)$ in Bezug auf A, was natürlich selbstklar ist.

Nun wollen wir wieder etwas allgemeiner betrachten. Aus (7) bekommt man

$$n(a)a^{\frac{\lambda+3}{\lambda}} = C\int_{ap_1}^{ap_2} f(y) y^{\frac{3}{\lambda}} dy, \tag{8}$$

wo

$$C = 2\pi\frac{N}{\lambda}k^3, \quad p_1 = \left(\frac{r_1}{k}\right)^\lambda, \quad p_2 = \left(\frac{r_1}{k}\right)^\lambda \quad \text{ist.}$$

Durch Differentiation von (8) nach a, ergibt sich

$$\frac{\lambda+3}{\lambda}n(a) + a\frac{dn(a)}{da} = 2\pi\frac{N}{\lambda k^\lambda}\left\{r_2^{3+\lambda}f(ap_2) - r_1^{3+\lambda}f(ap_1)\right\}.$$

Wenn $n(a) = \frac{k}{a^m}$ ist dann

$$\left(1 + \frac{3}{\lambda} - m\right)\frac{K}{a^m} = 2\pi\frac{N}{\lambda k^\lambda}\left\{r_2^{3+\lambda}f(ap_2) - r_1^{3+\lambda}f(ap_1)\right\}.$$

Als eine Lösung von $f(A)$, die dieser Gleichung genügt, kann man setzen

$$f(A) = \frac{Q}{A^m},$$

wo

$$Q = \frac{\lambda\left(1 + \frac{3}{\lambda} - m\right)K}{2\pi N k^{-\lambda+\lambda m}\left(r_2^{3-\lambda m+\lambda} - r_1^{3-\lambda m+\lambda}\right)}.$$

Q muss natürlich positiv sein, darum $\lambda \geq 0$.

Diese Lösung gilt natürlich, wenn die Erdbeben nur in einem beschränkten Raum außer Beobachtungsstation vorkommen und zwar die Verteilungsfunktion in dem betrachteten Bereich keine Unstetigkeit besitzt.

Streng genommen, kann man die Verteilungsfunktion $f(A)$ genau bestimmen, nur wenn man die Erdbeben aus ganz beschränktem Erdteil betrachtet.

22. *Zisin no Hindo to Sinpuku ni kwansuru Ishimoto-Iida no Zikken-siki* $na^m=k$ *ni tuite.*

Zisin Kenkyūsyo.

Matuzawa-TAKEO.

Aru hitotuno Kwansokuten (Hongô matawa Mitaka-mura) de aru Kikan tiisai Zisin wo kwansokusita toki ni, Zisin no Saidai-Sinpuku ga a to $a+\delta a$ tono Aida ni atta Zisin no Kazu wo $n(a)\delta a$ to suru toki

$$n(a)a^m=k,$$

to naru to iu noga Ishimoto-Iida no Kekka de ari, kore ni yotte tiisai Zisin hodo okoru Kazu ga ôi to iu Keturon wo dasite iru.

Koko dewa aru hitotu no Basyo de Sinpuku A to $A+\delta A$ tono Aida ni aru Zisin no okoru Bunpu-Kansû wo $f\ A)$ to si, mata tutawaru Totyû de Sinpuku ga kawaru to site ue no Zikken-Siki wo sirabeta.

Atarimaeno koto dewa aruga kagirareta Han'i no Zisin ni Me wo tukereba $f(A)$ wa $n(a)$ to onazi Katati ni naruga, sô de nai Baai ya $f(A)$ no tokubetu na Baai niwa itumo sô naru towa iwarenai.