

# 15. 土壤層中に於ける人工地震波の傳播 並に土壤の彈性に關する研究 (其 3)

地震研究所 那 須 信 治

(昭和 14 年 11 月 16 日 發表—昭和 15 年 3 月 20 日 受理)

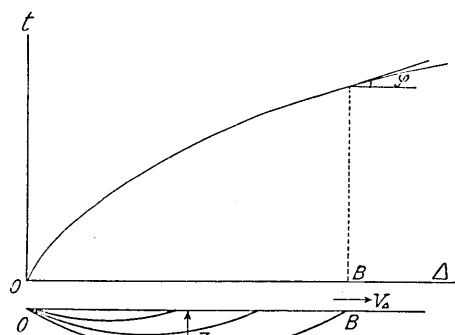
## 走時曲線の一般的性質

彈性波式地下探査法に依つて表面の土壤層の厚さ及び岩盤の形狀等を求める場合に於ける彈性波の走時曲線の多くは横軸(距離軸)に對して凸形を呈してゐる。これは彈性波の傳播速度が地表より順次に深さと共に増加してゐるためである。斯る場合彈性波の傳播経路は勿論直線的ではなく彎曲したものである。而して走時曲線の著しく彎曲したものを得るのは地盤が軟弱な場合程多いやうである。即ち斯る地層内に於ては彈性波の傳播速度が深さの方向には著しい變化をなすためである。この速度變化の狀態は走時曲線から決定することが出来る。以下土壤層内に於ける彈性波傳播速度の深さの方向に於ける分布狀態を求める方法について記述する。

先づ走時曲線の一般的性質に就いて略述することとす。走時曲線上任意の點、例へば第 1 圖の  $B$  點( $\Delta=OB$ )に於ける切線が横軸となす角を  $\varphi$  とすれば

$$1/\tan \varphi = \frac{d\Delta}{dt} = V_{\Delta} = V_m \quad (1)$$

なる關係がある。こゝに  $\Delta$  は震央距離、 $V_{\Delta}$  は Wave-front が地表に沿つて傳はる見懸けの速度、又  $V_m$  は  $B$  點に到達した波動の彎曲経路の頂點、即ち最深部に於ける速度である。この  $V_{\Delta}$  或は  $V_m$  の値は直接圖上に於て求める事も出来るが、若し走時曲線に適する方程式が求められたならば計算によつて求めたものの方が勿論正確である。



第 1 圖

## 頂點深度の計算

次に波動経路の最深部の深さ、即ち頂點深度を求めるに、今  $B$  點に到達した波動の頂點深度を  $Z_B$  とすれば

$$Z_B = \frac{1}{\pi} \int_{\Delta=0}^{\Delta=OB} \cosh^{-1} \left[ \frac{V_B}{V_{\Delta}} \right] d\Delta, \quad (2)$$

なる關係式がある。こゝに  $V_B$  は前述の  $V_{\Delta}$  の  $B$  點に於ける値、即ち  $(d\Delta/dt)_{\Delta=OB}$  の値であり、これは  $B$  點が決れば或る一定の常數である。 $V_{\Delta}$  は  $\Delta=0$  より  $\Delta=OB$  に

至る間の見懸の速度の値であるから上式の積分は結局  $V_{\Delta}$  を  $\Delta$  の函数として計算すべきである。一般には走時曲線に適する方程式を求めず、従つてこの積分を計算によらずして圖式解法による場合が多い。これは走時曲線が比較的複雑な方程式で示される場合には止むを得ない事であるが後述の如く土壤層に於ける走時曲線が比較的簡単な式で表はし得られる場合には計算によつた方が遙かに便利である。

### 土壤層に適する走時曲線及び頂點深度の算出法

土壤層に於ける走時曲線、即ち最上部の土壤層のみを傳はつた波動の部分を見ると多くのものは次の二次方程式で表はし得るやうである。即ち

$$\Delta = at + bt^2, \quad (3)$$

の形で表はし得るもので、而も  $a, b$  の二つの係数が曲線の兩端に於ける  $t$  の二つの値より聯立方程式によつて求めて實用上差支ない程度によく適合したものを得る場合が多い。(勿論一層正確を期するためには最小自乗法によつて  $a, b$  を決定すべきである。) 土壤層に於ける走時曲線の方程式が以上の如き形を取ることは既に L. D. Leet<sup>1)</sup> も指摘してゐるが筆者も亦實際の觀測結果の解析に當つてこの事實を認め得たのである。そこでこの形式の方程式を用ひて土壤層内に於ける彈性波の速度と深さとの關係を求める簡便なる方法を試みた、以下此方法について説明する。

前述の頂點深度を與ふる式 (2) に於て簡單にするために

$$V_B = \left( \frac{d\Delta}{dt} \right)_{\Delta=0} = c \text{ (常數)}$$

$$V_{\Delta} = v = a + 2bt$$

とす。

$$\begin{aligned} Z_B &= \frac{1}{\pi} \int_{\Delta=0}^{\Delta=OB} \cosh^{-1} \left[ \frac{V_B}{V_{\Delta}} \right] d\Delta, \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{v=a}^{v=a+2bt} \cosh^{-1} \left( \frac{c}{v} \right) \cdot \left( \frac{d\Delta}{dt} \frac{dt}{dv} dv \right), \\ &= \frac{1}{2\pi b} \int_{v=a}^{v=a+2bt} \cosh^{-1} \left( \frac{c}{v} \right) v \cdot dv, \\ &= \frac{1}{4\pi b} \left\{ \left[ v^2 \cosh^{-1} \left( \frac{c}{v} \right) \right]_a^{a+2bt} - [c\sqrt{c^2 - v^2}]_a^{a+2bt} \right\}, \\ &= \frac{1}{4\pi b} \left( -\frac{a^2}{2} q + \frac{a^2}{2} \sinh q \right). \end{aligned}$$

ここに

$$q = 2 \cosh^{-1} \frac{a+2bt}{a},$$

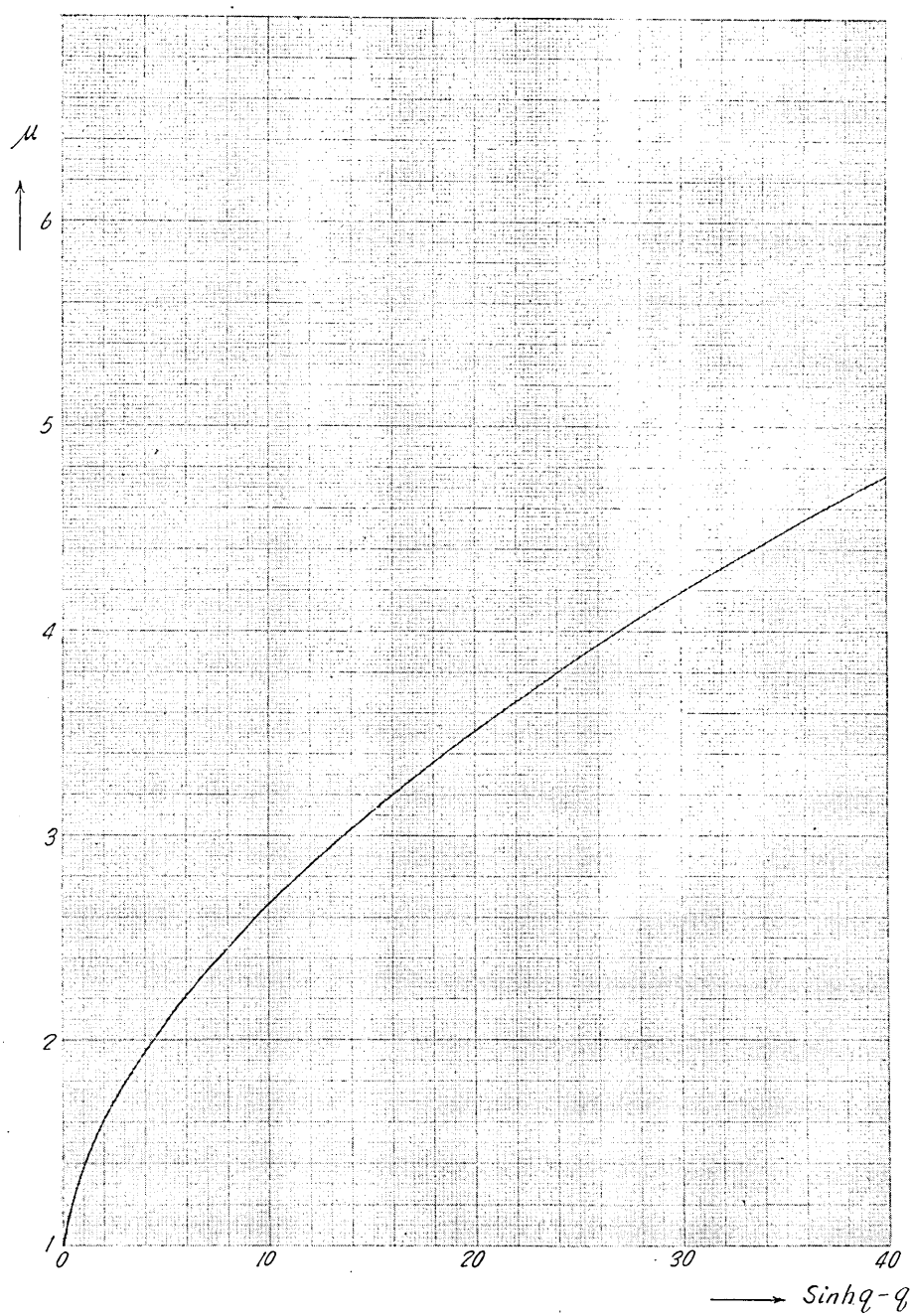
である。故に

$$Z_B = \frac{a^2}{8\pi b} (\sinh q - q), \quad (4)$$

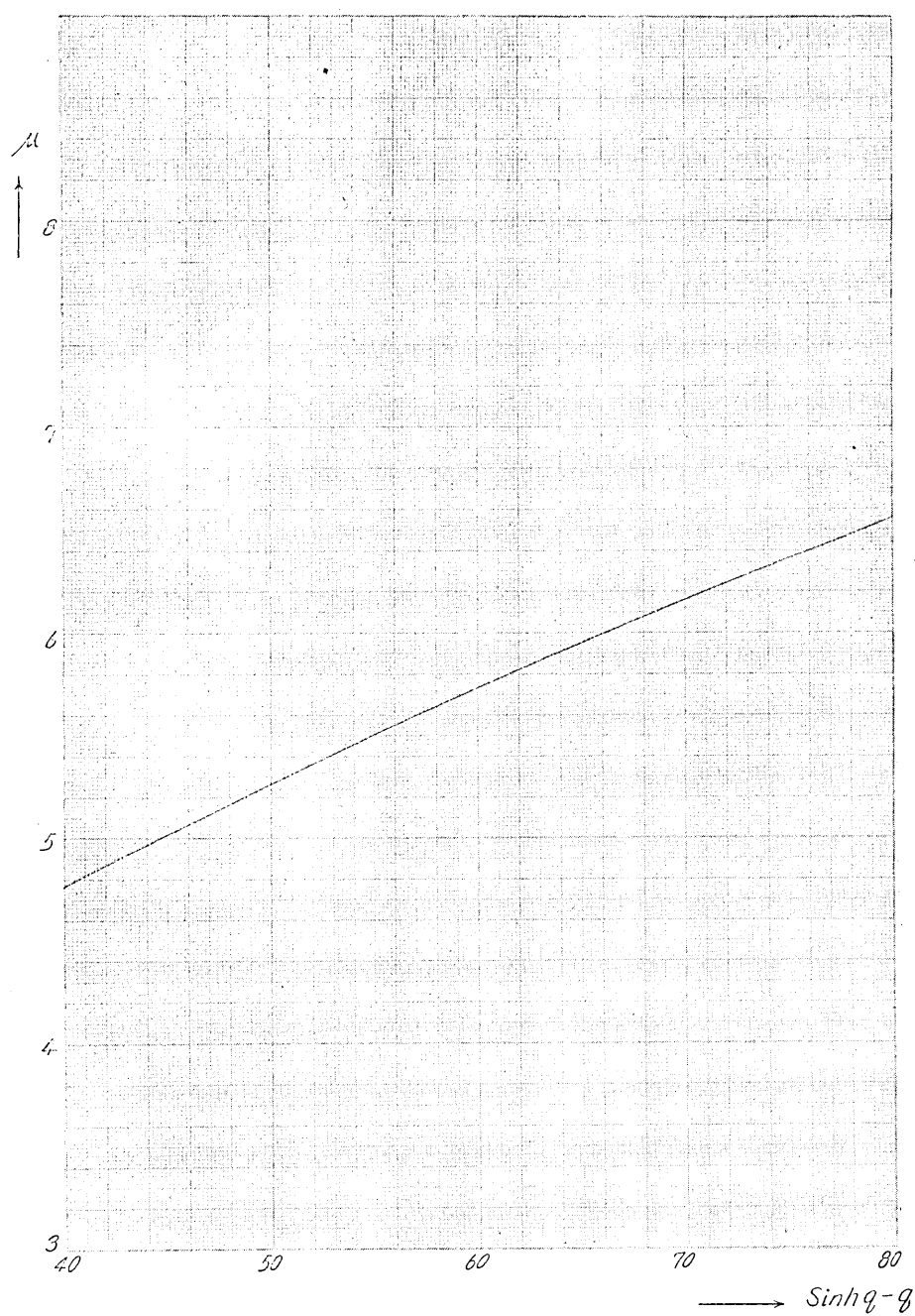
となる。

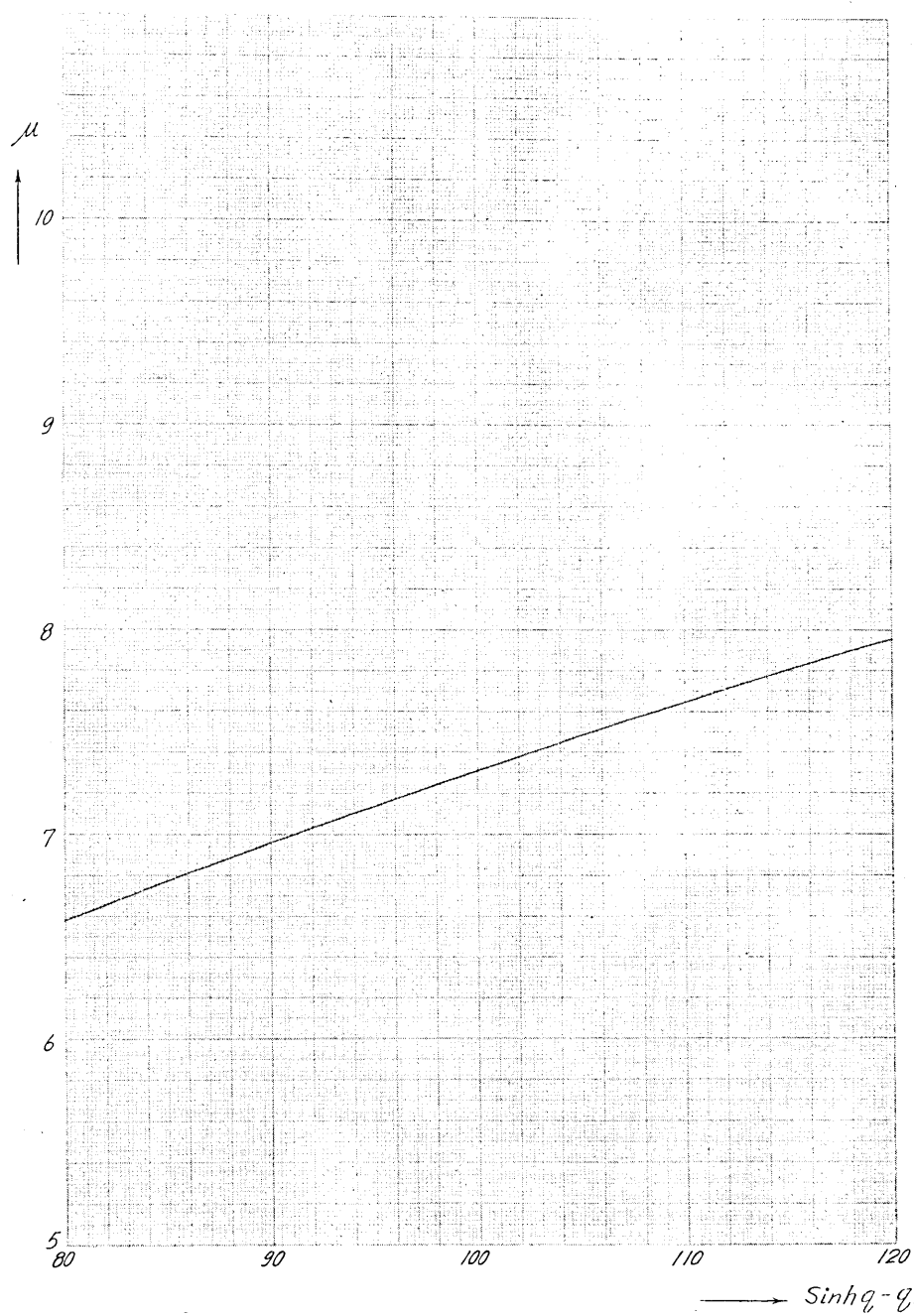
若し或る土壤層に於て、 $a, b$  が求められたならば上式の  $Z_B$  は次の如き形として用

1) L. D. LEET, *Practical Seismology and Seismic Prospecting*, (1938), 152.

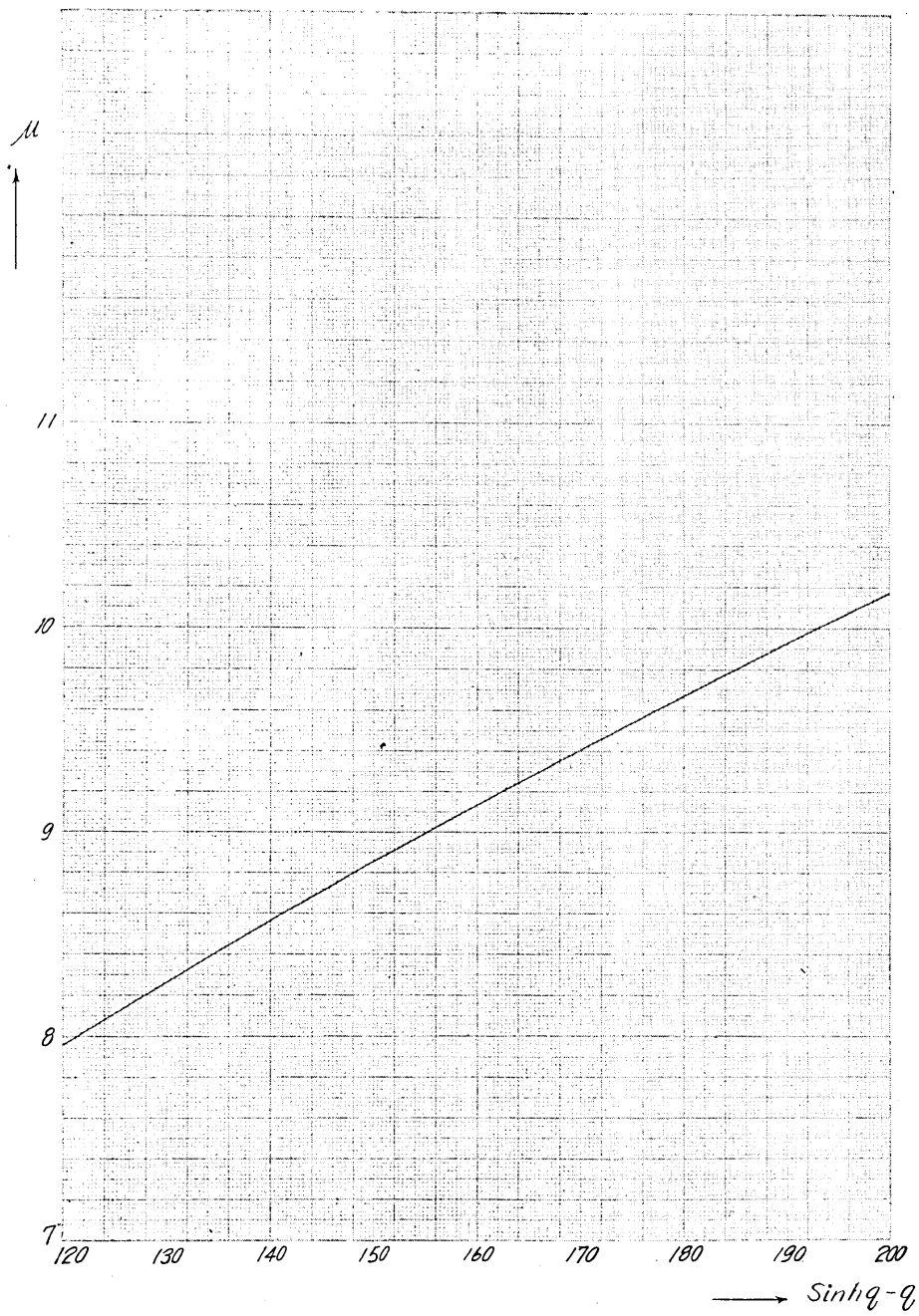


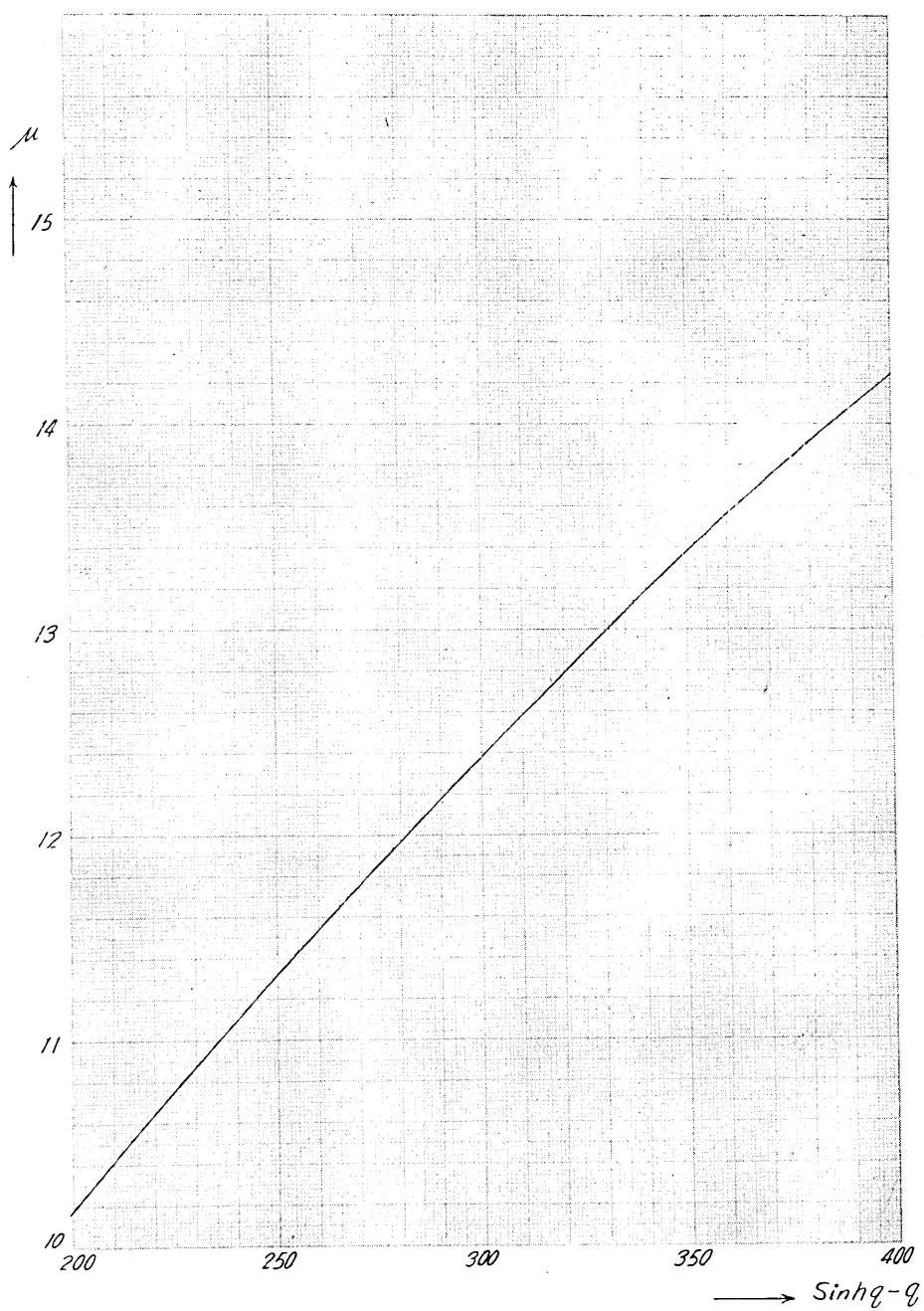
第 2 圖



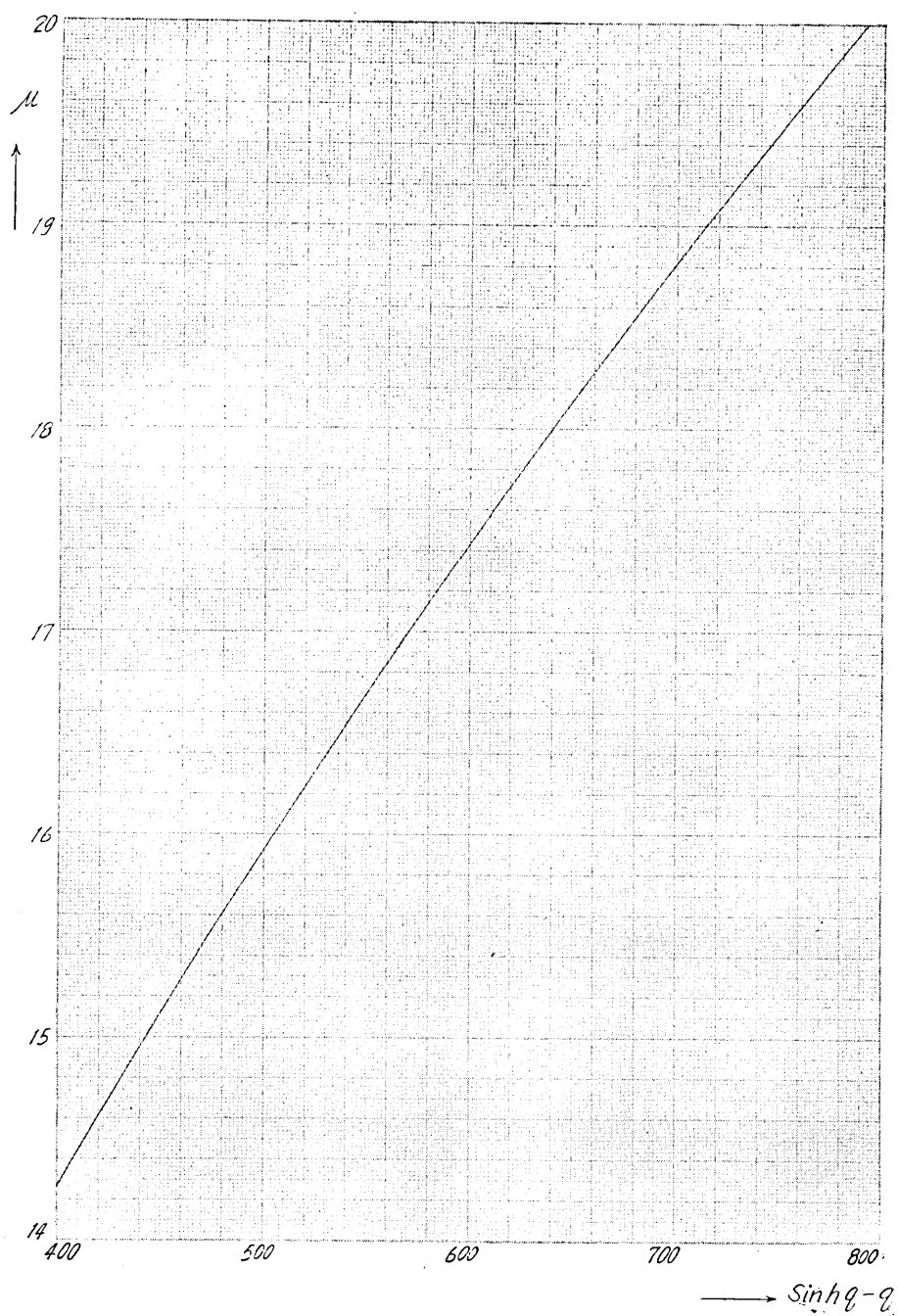


第 4 圖





第 6 圖



第 7 圖



ひることが出来る。

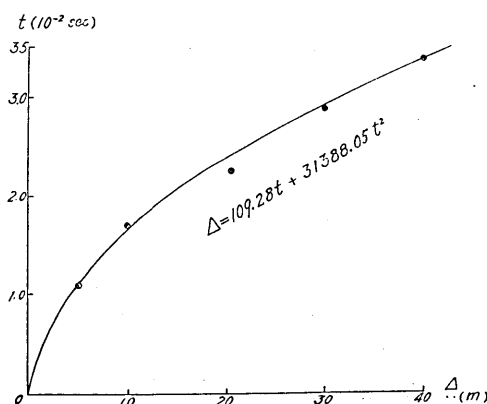
$$Z_B = K (\sinh q - q) \\ = K \cdot Q.$$

而して  $Q$  は結局頂點深度に於ける速度,  $a+2bt$ , と地表面に於ける速度,  $a$ , との比, 即ち  $\mu = (a+2bt)/a$  の函數であるから,  $Z_B$  の計算には  $\mu$  に對する  $Q$  の値を豫め圖上に求めておくのが便利である。

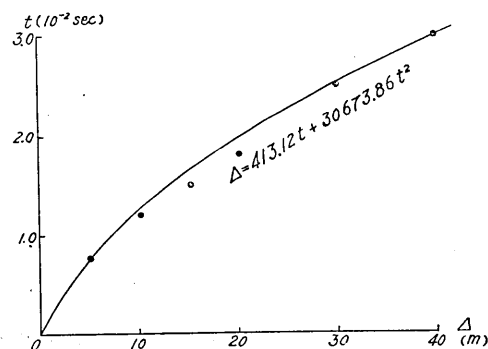
第2圖より第7圖に至る圖は  $\mu=1$  から  $\mu=20$  までに對する  $Q$  の値である。

各種土壤層に於て求められた走時曲線は第8圖より第21圖に示してある。而してこれ等の曲線の方程式中の  $a$  及び  $b$  の値は曲線の兩端に近い二點の  $t$  の値を用ひて決定されたものである。

次に彈性波速度の深さに對する變化を調べるには各走時曲線について  $K$  の値を先づ計算し, 次に數箇の  $t$  の値について  $a+2bt$  の値を求め, 且つ  $\mu$  の値をも求め, この  $\mu$  の値に對する  $Q$  の値を第2~7圖の圖上にて求めれば  $Z_B$  の値は直ちに計算することが出来る。この  $Z_B$  と  $a+2bt$ , 即ち  $Z_B$  に於ける速度との關係を求めれば速度變化の状態を知ることが出来るわけである。



第8圖 走時曲線 (No. 1) (表土より逐次粘土に變化す。)



第9圖 走時曲線 (No. 2) (表土より逐次粘土に變化し岩盤約 17 m の深さにあり。)

**觀測結果** 觀測を行つた場所は主として表面が粘土或は腐蝕土で覆はれてゐる所を選んだ, 尚ほ又参考のために砂利層上に於ける觀測結果をも併せてここに記載することにした, 此等の走時曲線は第8圖より第21圖に示してある。地質分布の状態は各圖の下に簡単に附記してある。

各走時曲線の方程式は次の通りである。

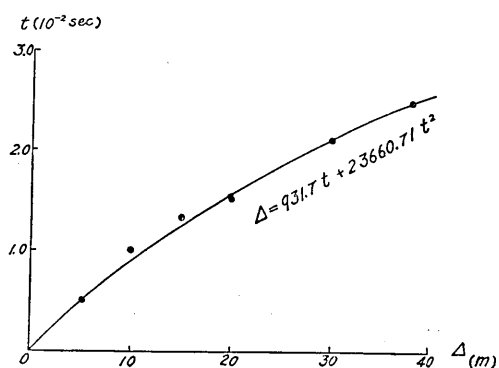
$$\Delta = 109.28t + 31388.05t^2, \quad (\text{Fig. 8}),$$

$$\Delta = 413.12t + 30673.86t^2, \quad (\text{Fig. 9}),$$

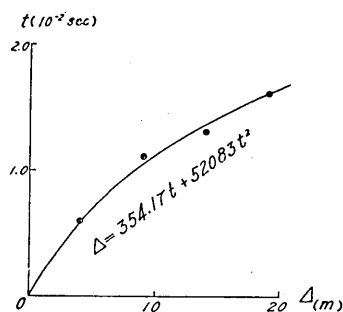
$$\Delta = 931.7t + 23660.71t^2, \quad (\text{Fig. 10}),$$

$$\Delta = 354.17t + 52083t^2, \quad (\text{Fig. 11}),$$

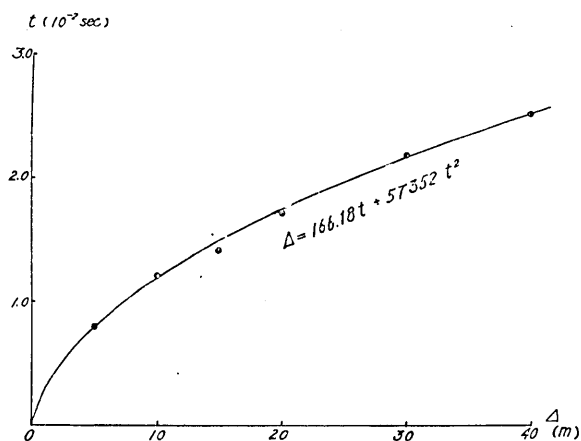
$$\Delta = 166.18t + 57352t^2, \quad (\text{Fig. 12}),$$



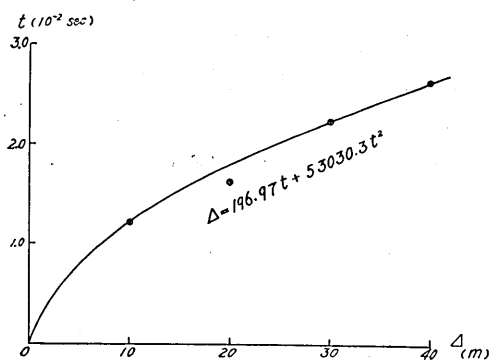
第 10 圖 走時曲線 (No. 3) (硬質粘土層, 岩盤約 15 m の深さにあり.)



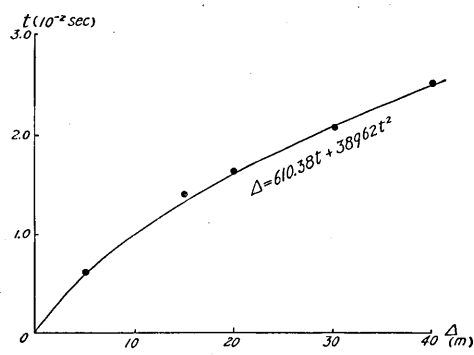
第 11 圖 走時曲線 (No. 4) (腐植土逐次安山岩質凝灰岩層に變化す.)



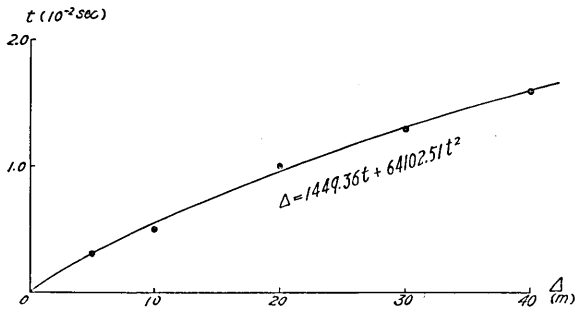
第 12 圖 走時曲線 (No. 5) (畑土より粘土に變化す.)



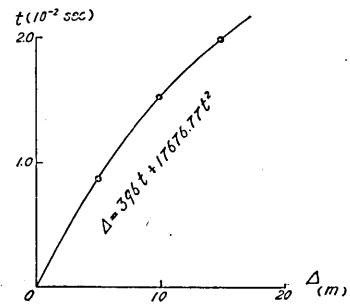
第 13 圖 走時曲線 (No. 6) (盛土に捨石を混ず, 海岸附近.)



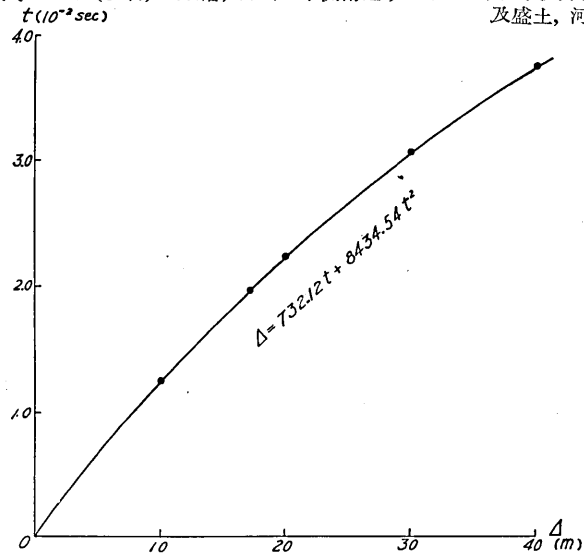
第 14 圖 走時曲線 (No. 7) (粘土に捨石を混ず, 海岸附近.)



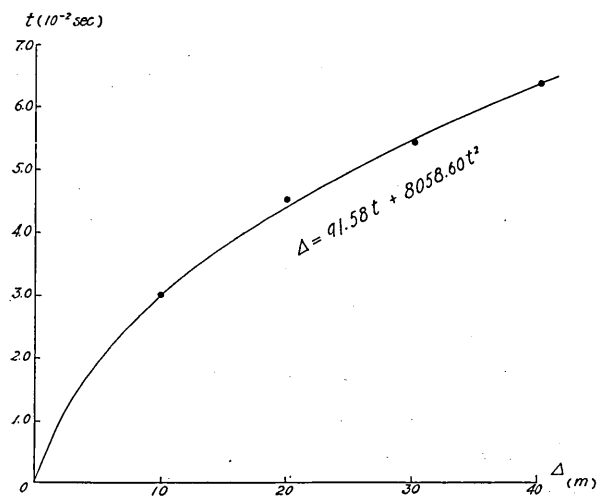
第 15 圖 走時曲線 (No. 8) (砂利, 玉石層, 河川の中洲附近.)



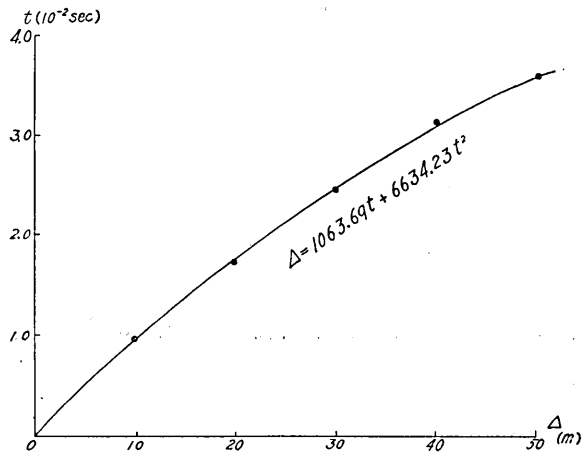
第 16 圖 走時曲線 (No. 9) (沈積土及盛土, 河岸堤防附近.)



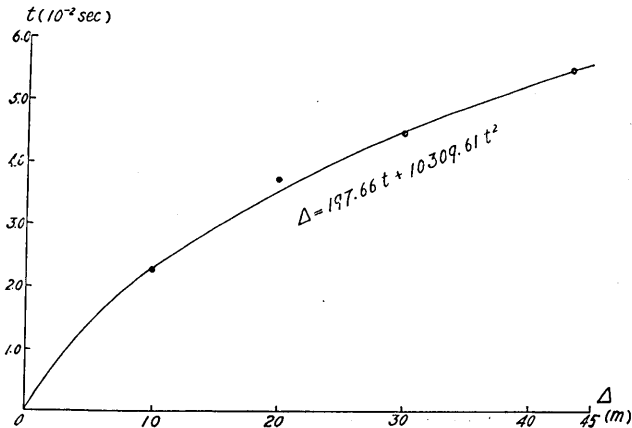
第 17 圖 走時曲線 (No. 10) (砂利混り粘土)



第 18 圖 走時曲線 (No. 11) (表面は畑土逐次粘土に變化す.)



第 19 圖 走時曲線 (No. 12) (粘土に捨石を混ず, 海岸附近.)



第 20 圖 走時曲線 (No. 13) (表面は砂及び粘土, 遂次砂利を混ず.)

$$\Delta = 196.97t + 53030.3t^2, \quad (\text{Fig. 13}),$$

$$\Delta = 610.38t + 38962t^2, \quad (\text{Fig. 14}),$$

$$\Delta = 1449.36t + 64102.51t^2, \quad (\text{Fig. 15}),$$

$$\Delta = 396t + 17676.77t^2, \quad (\text{Fig. 16}),$$

$$\Delta = 732.12 + 8434.54t^2, \quad (\text{Fig. 17}),$$

$$\Delta = 91.58t + 8058.60t^2, \quad (\text{Fig. 18}),$$

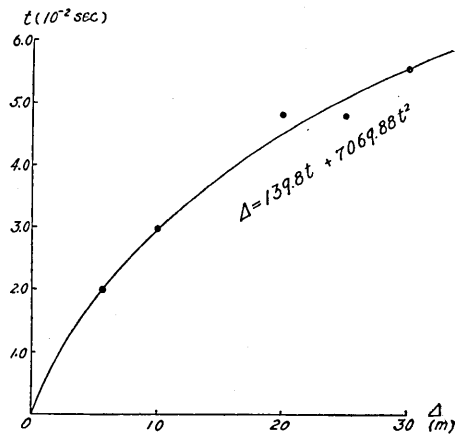
$$\Delta = 1063.69t + 6634.23t^2, \quad (\text{Fig. 19}),$$

$$\Delta = 197.66t + 10309.61t^2, \quad (\text{Fig. 20}),$$

$$\Delta = 139.8t + 7069.88t^2, \quad (\text{Fig. 21}).$$

以上の結果から見ると  $a$  の値は地表面  
土壌の種類によつて相當異なる値を取る。

例へば 第 8, 12, 13, 18, 20, 21 圖の場  
合の如く腐植土, 畑土, 或は盛土及新しく

第 21 圖 走時曲線 (No. 14) (沈積土及盛土,  
堤防斜面下部.)

沈積した土壤の如き比較的間隙比の大きいものが存在する場合は  $a$  が 200 以下の値をとるが硬質粘土 (Fig. 10) 及び砂利層 (Fig. 15), 或は捨土に多少の粘土を混じったもの (Fig. 19) の場合には 1000 内外の値をとる。

一般に  $a$  の値は地表面に於ける速度であるが上述の如き方法によつて求められた値には相當の誤差がある事は免れない。この點については更めて後に述べる。

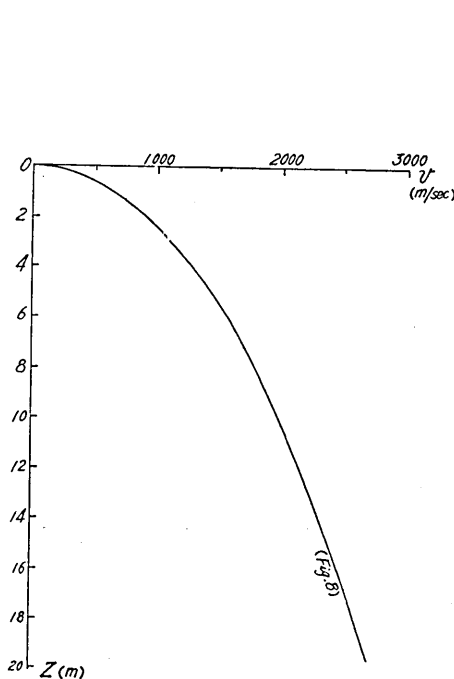
次に  $b$  の値は  $6 \times 10^4$  乃至  $6 \times 10^3$  程度の値を取り、一般に軟弱なる地盤に於ては大きな値を取る。即ちこれ等の地層では深さに對する速度變化が比較的急激に存在することを意味するのである。

### 土壤層内の速度變化

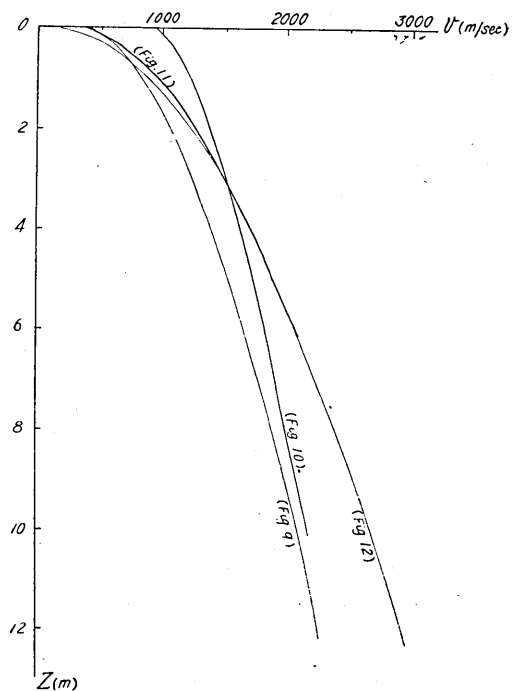
以上の走時曲線より深さと傳播速度との關係を求めて見ると第 22, 23, 24, 25 圖に示す如き結果を得た。これ等の圖中の各曲線に附した圖の番號は曲線を算出するに用ひた走時曲線を示してゐる。(例へば第 22 圖に於て曲線の側方に Fig. 8 と記してゐるのは、Fig. 8 の走時曲線より求めたといふ意味である。)

第 22~25 圖に示された各曲線によつて表はされた速度變化の状態には緩急の差異はあるけれども同一函數で表はされ得るものであるから何れも共通の性質を有することは當然の事である。例へば何れの曲線を見ても  $Z=0$ , 即ち地表に於ては急激なる變化を表はしてゐるのである。

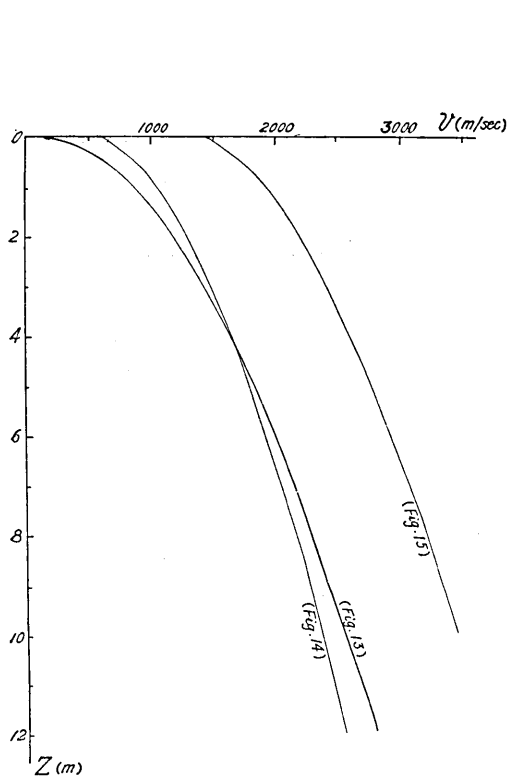
今  $z$  を (4) 式で與へられる深さ,  $z_B$  の値とし,  $v=a+2bt$  として  $\frac{dz}{dv}$  の値を求めて見る。



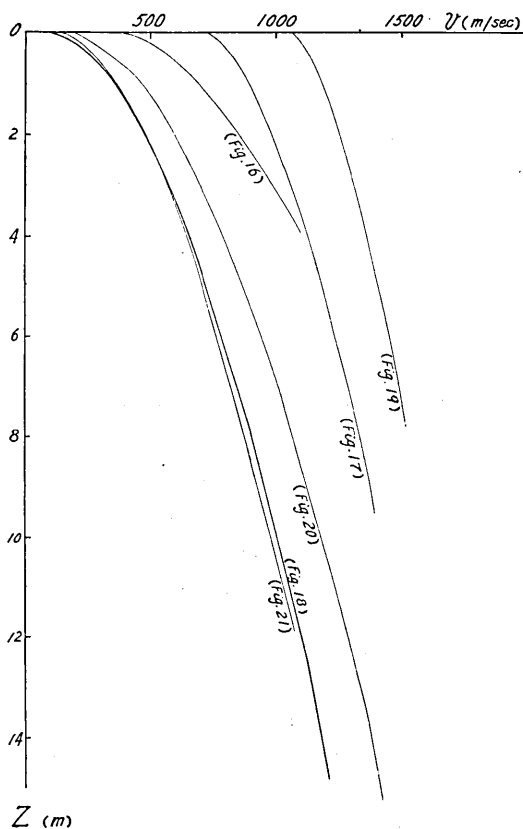
第 22 圖 深さと彈性及傳播速度との關係 (No. 1)



第 23 圖 深さと彈性波傳播速度との關係 (No. 2)



第 24 圖 深さと弾性波傳播速度との關係  
(No. 3)



第 25 圖 深さと弾性波傳播速度との關係  
(No. 4)

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dv} &= \frac{dz}{dq} \cdot \frac{dq}{dv} \\ &= \frac{4K}{a^2} \sqrt{v^2 - a^2} \\ &= \frac{1}{2\pi b} \sqrt{v^2 - a^2},\end{aligned}$$

となり  $z=0$  に於ては  $v=a$  であるから  $\frac{dz}{dv}=0$ , 或は  $\frac{dv}{dz}=\infty$  である. 實際この様な急激な速度変化があると認め得る場合もある. 例へば表面が畑土様の比較的間隙比の大きな土壌で覆はれ逐次粘土層に變化してゐる場合の如きはこの例であらう.

一般に土壌層内の速度増加は或る範囲内では壓縮程度の増加, 即ち間隙比の減少と並行して表はれるとして差支ない. 而して地表から或深さに達する迄には荷重,  $p$ , が直線的に變化するとして間隙比,  $e$ , と  $p$  との關係式,

$$e = -\frac{1}{A} \log(p+B) + C,$$

を用ひて  $\frac{de}{dp}$  を求めると

$$\frac{de}{dp} = -\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{p+B},$$

となる。こゝに  $A, B, C$  は試料に關する常數である。

この式によつて與へられる間隙比の壓力に對する變化率も  $p$  が小なる場合は大であり、實際土壤層内に於て  $e$  が深さの方向に逐次減少する状態を上式で表はし得る場合が多い。前述の  $\frac{dz}{dv}$  の式によつて與へられる速度變化率及び  $e$  の變化率は共に地表面近くに於て大なる値を取り相互に密接な關係があるものと思はれる。

最後に地表面に於ける速度、 $a$ 、の測定誤差について附記しておく。前述の如く  $a$  の値は實用上走時曲線の兩端に近い二點、 $\Delta_1$  及び  $\Delta_2$ 、に於ける  $t$  の値を取り、これを  $t_1$  及び  $t_2$  とすれば次の聯立方程式により簡単に求められるのである。

$$\text{即ち} \quad \Delta_1 = at_1 + bt_1^2,$$

$$\Delta_2 = at_2 + bt_2^2,$$

$$\text{から} \quad a = \frac{\Delta_2 t_1^2 - \Delta_1 t_2^2}{t_2 t_1^2 - t_1^2 t_2}.$$

である。而して現在使用の器械に於ては振動週期 1/100 秒の音叉を用ひ、記象上ではこの 1/100 秒が 1 mm 乃至 1.5 mm となつて現はれるのである。それ故に  $t$  の測定誤差は先づ  $\frac{1}{1000}$  秒はあるものとしなければならない。そこで  $t_1, t_2$  のこの誤差による  $a$  の誤差を求めて見る。

近似的に誤差を求めるには次式による、

$$\frac{\partial a}{\partial t_1} \delta t = \left\{ -2\Delta_1 t_2 \frac{1}{t_2 t_1^2 - t_1^2 t_2} - \frac{(t_1^2 - 2t_1 t_2)(\Delta_2 t_1^2 - \Delta_1 t_2^2)}{(t_2 t_1^2 - t_1^2 t_2)^2} \right\} \delta t,$$

$$\frac{\partial a}{\partial t_2} \delta t = \left\{ 2\Delta_2 t_1 \frac{1}{t_2 t_1^2 - t_1^2 t_2} - \frac{(2t_2 t_1 - t_2^2)(\Delta_2 t_1^2 - \Delta_1 t_2^2)}{(t_2 t_1^2 - t_1^2 t_2)^2} \right\} \delta t.$$

而して  $\Delta_1$  及び  $\Delta_2$ 、 $t_1$  及び  $t_2$  には大體次の様な値を取つて見る。

$$\Delta_1 = 5 \text{ m}, \quad t_1 = 0.01 \text{ sec},$$

$$\Delta_2 = 50 \text{ m}, \quad t_2 = 0.03 \text{ sec},$$

$$\delta t = \pm 0.001 \text{ sec}.$$

以上の値に對する誤差は次の通りである。

$$\frac{\partial a}{\partial t_1} \delta t = \pm 162.5 \text{ m/sec},$$

$$\frac{\partial a}{\partial t_2} \delta t = \pm 56.9 \text{ m/sec},$$

となり、 $\Delta$  の小なる方に於ける  $t$  の誤差による  $a$  の誤差の方が遙に大なることは明瞭である。それ故に實際測定に當つては  $\Delta = 10 \text{ m}$  以下の近距離に於ける  $t$  の値を正確に求めることが必要である。これには數回の觀測によつて  $t$  の平均値を取つてより正確を期するのも一方法であらう。

15. *Studies on the Propagation of an Artificial Earthquake Wave through Superficial Soil or Sand Layers, and the Elasticity of Soil and Sand. (III).*

By Nobuji NASU,

Earthquake Research Institute.

In this paper are discussed the travel-time curves of a seismic wave that is propagated through various sediments. The curves, Figs. 8~21, are expressed by equations of the form

$$\Delta = at + bt^2.$$

In these cases, the depths of penetration  $Z_B$  of the ray to  $B$  in Fig. 1 may be computed by the expression

$$Z_B = \frac{a^2}{8\pi b} (\sinh q - q).$$

For convenience, graphs for the value of  $(\sinh q - q)$ , Figs. 2~7, are used in these calculations.

The velocity-depth relations derived from the foregoing calculations are shown in Figs. 22~25.