

5. 東京に於ける地盤沈下の研究 IV.

——潮汐氣壓等の影響——

地震研究所 宮 部 直 巳

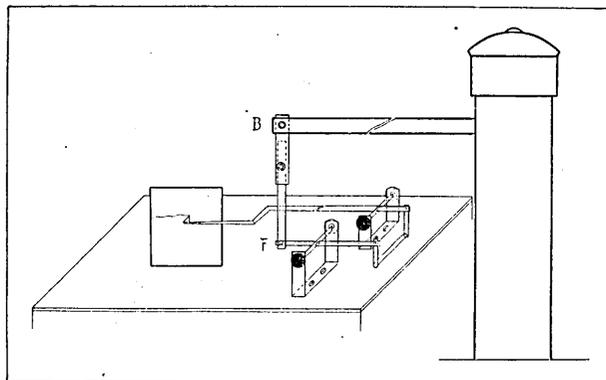
(昭和14年12月21日發表 —昭和14年12月20日受理)

1. 前報告に於いて、地盤沈下率が大略年週期を以て變化する事と、そのフラクチュエーションが雨量と關係あることを指摘した。

深川における地表面沈下の自記装置に記録される所では、更に短かい週期を以て地表面が上下する。その1は潮汐の影響であり、その2は氣壓の影響である。而して更に外見上あまり判然としないけれども、氣温の影響と思はれるものもあるやうである。

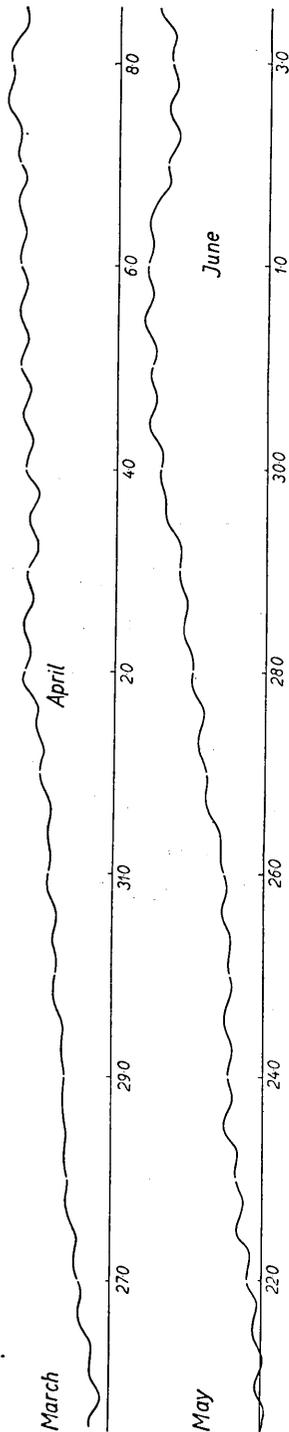
是等の影響を明らかにする爲には、従來の記録装置ではその倍率が不充分であつたので、先づ記録装置を換へ、その倍率を従來の約5倍に對して38倍とした。倍率の増加に就いては特別新しい装置を用ひたのではなく、單に槓桿を2段にしてその腕の比を加減することによつて目的を果した。

倍率を上げた結果として、従來の様に槓桿の一部に琴糸を使用してゐたのでは、その物の温度や湿度による變化が擴大され記録に表はれる惧れがあるので、之を金屬の棒に換へた。又記録装置は従來地表面と同一の床に置いてあつたが、昭和13年秋の出水の際水浸しとなつたので、高さ約30cmの臺に載せることにした。以上の如き記



第1圖 地表面の變動の自記装置

Fig. 1. Apparatus for recording movements of ground surface.



第 2 圖 地 表 面 の 動 き の 記 録
Fig. 2. Records of movements of the ground surface.

録装置の改善を行つて、昭和 14 年 1 月以來自記させてゐる。上述の自記装置及びそれと 30 m の深さにある硬い地盤に固定した鉄管の頭部との連結の有様は第 1 圖に示すやうなものである。

2. 前節に述べた様な装置を用ひて記録された地表面の變動の例は第 2 圖に示してある。

便宜上、本報文では、3 月 25 日から 4 月 7 日までの期間と、5 月 20 日から 6 月 2 日までの期間との 2 期間につき別々に分析し、時期の相違による現象上の相違を調べることにした。併し、その結果は、後に述べる様に記録装置に於ける重大なる缺點の爲に、大體の容子を知り得たのみであつて、細部に就いては今後の観察によらねばならないことになつた。その缺點とは、記録装置に於ける表示時刻の不整である。記録装置にはリシャル型自記時計を使用したのであるが、それが 1 週 1 回轉である爲、毎時の時刻の精度が極めて低いものになつてしまつたのである。殊に比較に使用した潮汐の記録に於ける時刻の標識の精度はよくない。この點は、今後、1 日 1 回轉の自記時計を使用することにより免れ得ることゝ思はれる。

さて第 2 圖に示した曲線には色々な事が含まれてゐるから之を選り分けなければならない。まづ大體

- (i) 地表面の沈下
- (ii) 氣壓による地表面の上り下り
- (iii) 潮汐の影響

と、この三者に分けられるやうである。

斯様な分析を行ふ爲には色々な方法がある

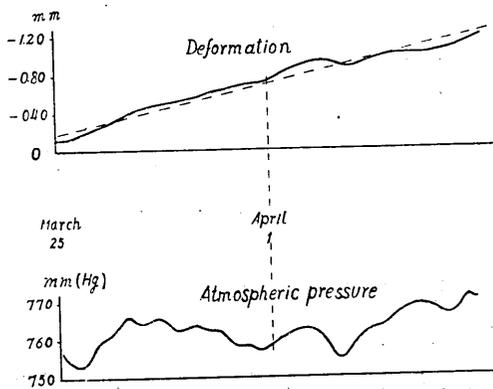
が、こゝでは毎時の読みを 24 時間宛移動平均してまづ潮汐の影響を除くことにした。併し、この方法では、潮汐の各分潮の週期が等しくないから、その影響を完全に除くことは不可能である。即ち、分潮を $a_n \sin(p_n t + q_n)$ とし、 $\sum a_n \sin(p_n t + q_n)$ を τ といふ期間について平均すれば、

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{1}{\tau} \sum \int_{t-\frac{\tau}{2}}^{t+\frac{\tau}{2}} a_n \sin(p_n t + q_n) dt \\ &= \sum \frac{\sin \frac{p_n \tau}{2}}{\frac{p_n \tau}{2}} a_n \sin(p_n t + q_n) \end{aligned}$$

となる。係数 $(\sin \frac{p_n \tau}{2}) / \frac{p_n \tau}{2}$ の値を、 M_2 、 O_1 、 K_1 の各分潮について計算してみると、 $p_n = \frac{2\pi}{T_n}$ であり、 $\tau = 24 h$ 、 T_n は M_2 では 12.42 h、 O_1 では 25.47 h、 K_1 では 23.93 h、であるから、

$$\begin{aligned} \frac{\sin \frac{p_n \tau}{2}}{\frac{p_n \tau}{2}} &= 0.035 & (M_2) \\ &= 0.072 & (O_1) \\ &= 0.003 & (K_1) \end{aligned}$$

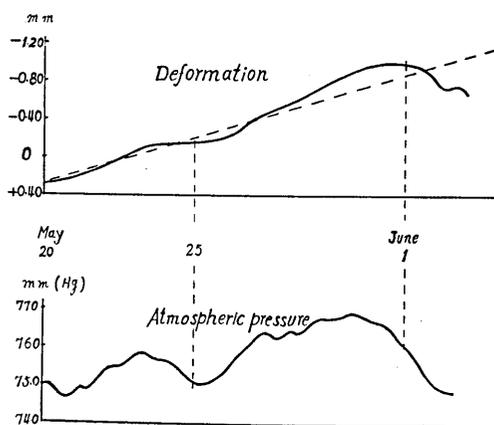
である。 S_2 分潮の週期は 12.00 h であるから、これは完全に 0 となる。



第 3 圖 A. 地表面の動きと氣壓

Fig. 3. A. Atmospheric pressure and deformation of the ground surface.

従つて上述の様な平均法をとれば、潮汐の影響は最大 7% 位残るが、0 に近くなることは確かであり、且つ残余の部分は多少の手加減で殆ど除くことが出来る。斯様にして得た曲線は第 3 圖に示してある。この曲線は、地表面の高さの變化から、潮汐の影響及びこれと類似の週期をもつ變化を除いたものであつて、地表面の次第に收縮する傾向と、その他の不規則な變化とを含むものである。こ

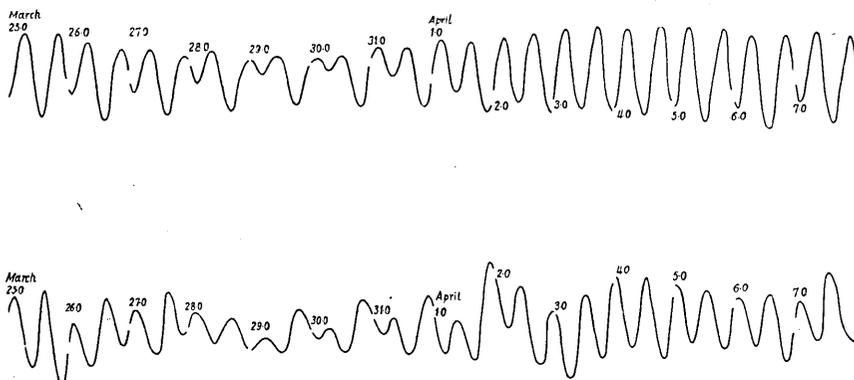


第3圖 B. 地表面の動きと氣壓

Fig. 3. B. Atmospheric and pressure deformation of the ground surface.

の不規則な變化の性質を知る必要があるが、それには Secular な收縮による變化を假定しなくてはならない。そこで、Secular な變化は、時に就いて一次的に變化するものとして、その殘餘について調べることにした。その結果に關しては次の節に述べる。

さて第2圖の曲線から第3圖の曲線を引去るとその殘餘は略潮汐の影響と思はれるもののみとなる。第4圖には之と比較の爲め、



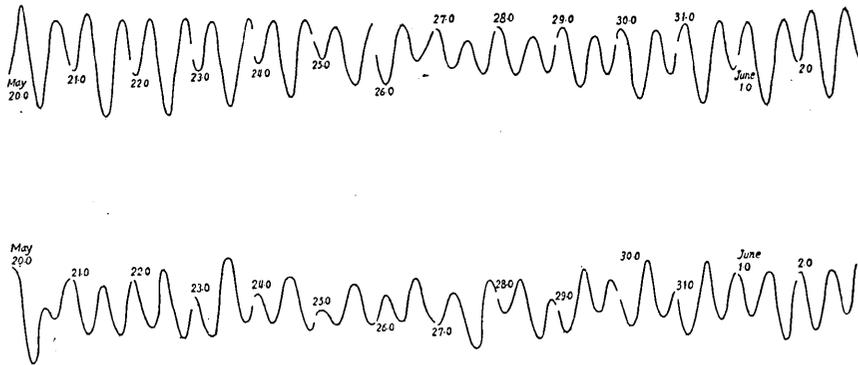
第4圖 A. 水面の潮汐(上)と地表面の潮汐(下)

Fig. 4 A. Tidal movements of the water level (upper curve) and the ground surface (lower curve).

地表面の變化を記録した數矢小學校に近い元木橋に於ける同一期間に於ける潮位變化の記録を示してある。茲で注意すべきことは地表面變化の記録においては、潮位變化の場合に比較して日週變化が少々不鮮明なことである。この點については後に述べる。

是等の各曲線を分析して、 S_2 、 M_2 、 K_1 、 O_1 の各分潮の振幅とその位相を算出して見た。その結果は第I表及び第II表に示してある。

この結果は極めて不満足なことになつた。即ち、潮位の分析結果についても、期間が異ると同一分潮の振幅位相にかなり著しい相違がある。これは分析に使用したデータの期間が短か過ぎたといふこと以外に記録紙上の時刻の標識が正確でないといふこ



第4圖 B. 水面の潮汐(上)と地表面の潮汐(下)

Fig. 4. B. Tidal movements of the water levels (upper curve) and the ground surface. (lower curve)

第 I 表 地表面の週期的變動の調和分析

期 間	3 月 25 日—4 月 7 日			5 月 20 日—6 月 20 日		
	振 幅, 位 相	振 幅	位 相	振 幅	位 相	分 潮
分 潮		<i>H</i>	<i>k</i>	<i>H</i>	<i>k</i>	
		cm		cm		
M_2		0.00585	183°	0.00221	180°	
S_2		0.00164	221	0.00199	190	
K_1		0.00164	223	0.00081	206	
O_1		0.00117	173	0.00025	307	

第 II 表 元木橋に於ける潮汐の調和分析

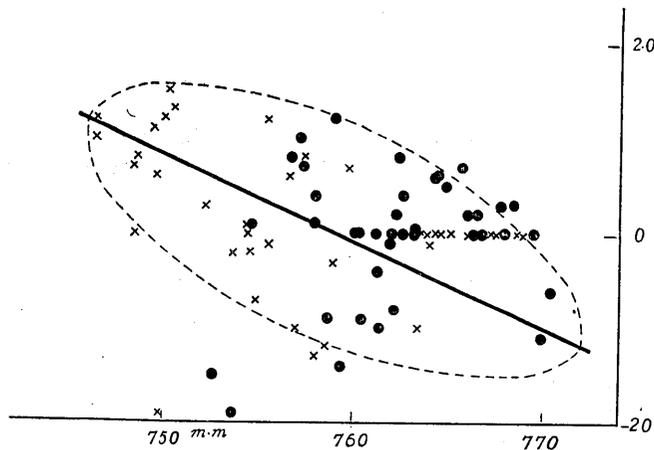
期 間	3 月 25 日—4 月 7 日			5 月 20 日—6 月 2 日		
	振 幅, 位 相	振 幅	位 相	振 幅	位 相	<i>M</i>
分 潮		<i>H</i>	<i>k</i>	<i>H</i>	<i>k</i>	
		cm		cm		
M_2		48.7	164°	56.3	157°	0.40×10^{-4}
S_2		30.5	198	15.8	195	1.26 "
K_1		17.3	178	26.3	167	0.31 "
O_1		16.8	167	17.2	182	0.15 "

とも因るものであらうと思はれる。相異なる期間に於ける地表面變化の分潮の振幅や位相の異なることは寧ろ期待し得る所であるが、その程度の相違が潮位の方にもあることからそれが意味のある相違であるとする事の出来ないのが遺憾である。

この點はリシャル型回轉筒の1日巻のものを使用しもつと正確な時刻標識に準據した資料によつて論じなければならない。

3. 第3圖に示した曲線は、前述の様に泥の層の收縮と不規則な昇降とを含んで居

り、収縮による Secular な地表面の低下が、時について大略直線的に進行すると見られる近々 15 日間位の間の變動では不規則な變化はその原因を別に求めなければならない。然るにこの不規則な變化は、氣壓の變化と大略平行するものゝ様である。第 3 圖下部には地表面の高さの變化と、之に相應する期間に於ける氣壓の變化が示されてある。氣壓のデータは天氣圖及び官報に載せられてあるものを使用した。



第 5 圖 氣壓とそれに伴ふ地表面の動きとの關係

Fig. 5. Relation between atmospheric pressure and movement of the ground surface.

第 5 圖には、氣壓と、地表面の變動の直線——Secular な沈下を示す直線——からの偏差との關係を示した。氣壓は毎日午前 6 時、正午、午後 6 時の 3 回の値が發表されてゐるから、その時刻の偏差をとつて比較した。

さうするとこの偏差 w_1 と氣壓 p との間の關係は

$$w_1 = a + bp \quad (2)$$

で示されるもの様である。常數 b は第 5 圖における點の散在する範圍を示す所の橢圓形の長軸の傾斜によつて與へられる。第 5 圖における點の散布する理由については

(i) Secular な地表面の沈下が時に對して直線的であるとしたが、これが短期間に多少のフラクチュエーションを示すこともあると考へられること、

(ii) 土の層は表面的には粘弾性的性質を有するから、壓力の變化に應ずる地表面の昇降に幾分かの位相差のあることが考へられること

等を擧げることが出来る。

上の (2) の式の成立つ事を認めれば、土の層の彈性常數に相當するものを次の如く

にして定めることが出来る。

それには先づ (i) 気圧による地表面の變形は彈性的であつて、地表面から H の深さの所までである軟かい土の層の中の一様な靜力學的變形であること、(ii) 土の層の厚さが一様で横には無限に擴がり、氣壓の變化も場所によつて差異がないものとするところが假定出来なければならない。この後の條件は、吾々の場合に於ては大體成立つてゐる様であるが (i) の條件は單なる假定である。さうすると、彈性の釣合の式は單に

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 w_1}{dz^2} = 0 \quad (3)$$

となる。これを解くのに

$$\left. \begin{array}{l} z = -H \quad \text{で} \quad w_1 = 0 \\ z = 0 \quad \text{で} \quad (\lambda + 2\mu) \frac{dw_1}{dz} = p \end{array} \right\} \quad (4)$$

なる境界條件を入れれば地表面 ($z=0$) で

$$w_1 = \frac{p}{\lambda + 2\mu} H, \quad (5)$$

即ち

$$\lambda + 2\mu = \frac{p}{\frac{w}{H}} \quad (5')$$

となる。實際の場合には $H=30$ m. とし、 p/w_1 には (2) 式中の b を入れればよい。(實際には (2) 式の p は水銀柱の高さをとつてゐるから b/ρ , ρ = 水銀の密度を用ひる) 實際の數字を入れると、

$$\lambda + 2\mu = 1250 \text{ kg/cm}^2$$

を得る。然るに

$$\lambda + 2\mu = \frac{1 - \sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} E$$

であり、靜力學的試験によつて得られた E の値は、同じ場所における土の試料につき $20 \sim 30 \text{ kg/cm}^2$ のものが多いから、¹⁾ 假りに $E = 25 \text{ kg/cm}^2$ とすると、之等の結果からポアソン比 σ の値として

$$\sigma = 0.495$$

を得る。これは、上の如く考へた場合に軟かい土のポアソン比が非壓縮性物質のそれ、即ち 0.5 に甚だ近いことを示してゐる。尙この結果は、別の動力學的實驗²⁾ によ

1) 宮部直巳 震研彙報 16 (1938), 721-756.

2) 飯田汲事 " 16 (1938), 391-406.

つて得られた土の含水量の比較的多い場合のポアソン比に近い。

併し、以上の事は、氣壓による變形が土の層の中に一樣に生じたとした場合の結果であつて、實際には、土の層の表面の部分に於いて變形が大きい様なこともあり得ると考へられるから、その様な場合には又自ら結果も異つてくるのは當然である。

4. 潮汐の影響によつて地表面の昇降する現象に就き吾々の得た所の知見を要約すれば次の通りである。

(i) 地表面の昇降と附近の水面の昇降とは殆ど同一位相の如くに見える。さうして、水面の高くなつた時に地表面も亦高まる。

(ii) 地表面の昇降の振幅は水面の昇降の振幅の約1萬分の1の程度である。

(iii) 前々節に一寸述べた様に、地表面の昇降に於いては日週の變化が半日週變化に比して稍々小さ過ぎる様に思はれる。

(i) に於ける位相の問題は勿論 (iii) の如き事實があるから約 12 h の位相差のある場合には同じ、位相であるか否か疑問となることもある。それも前述の様に時刻が充分正確ならば問題はないが、さうでない爲にこの點は斷定することは出来ない。

以上の如き事實を説明する爲には色々な方式が考へられる。今その中の 2~3 を舉げてみると。

(i) 地表面の變形が軟かい土層の潮汐の負荷によつて生ずると考へることが出来る。併し、斯様な考への下では、水位の高まつた時に地表面も亦高まるといふ事實を説明するには稍々困難である。潮汐の荷重を負ふ土の層の變形が彈性的である場合には水位の高くなつた時に地表面は低くならなければならない事は勿論であるが、土の層の變形が粘彈性的若しくは可塑的であるとしても必ずしも、水位の高まる時に地表面は高くなるとは限らない。

(ii) 軟かい土の層が彈性的要素を有せず、全然粘性流體の如く見なし得るとすればかゝる粘性流體の層が起潮力の作用によつて一種の潮汐を生ずることが期待される。斯様な潮汐は所謂地殻潮汐とは異なるから、場合によつては現在の装置によつて觀測し得る程度になるであらうと思はれる。この點に關しては後に考慮する必要を生ずるかもしれない。

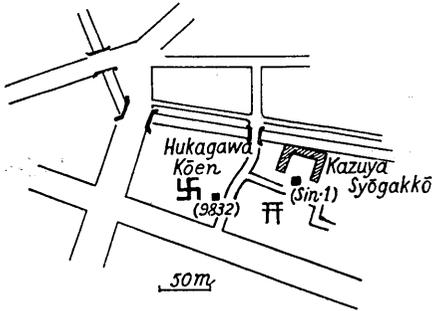
(iii) 第3の説明は、潮汐による地中の浸潤水への水壓の増減に應じて軟かい土の膨潤と凝縮との交互繰返によつて地表面の昇降が生ずるとする考へ方である。これに對しては過剰水壓 (hydrostatische Überdruck) の増減による土の膨潤の理論³⁾を應用

3) K. TERZAGHI and E. FRÖHLICH, "Theorie der Setzung von Tonschichten," Leipzig u. Wien, 1930.

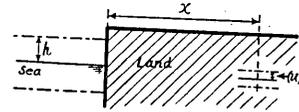
することが出来るであらう。

本報文に於いては第3の考へ方によつて一應資料の整理を試みた。

地表面の昇降を測つてゐる場所の附近の状況は第6圖に示してある様に約30m離れて川があり、この川の水位の變化に潮汐が現はれる。



第6圖
Fig. 6.



第7圖
Fig. 7.

先づ土の層の中に浸潤してゐる水の、水邊から x の距離に於ける水位を推定しておく。第7圖に示した様に水邊から x の距離にある場所の水位 ζ は、水位が

$$h \sin \frac{2\pi}{T} t$$

の如く變化する時は

$$\zeta = h e^{-m x} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (4)$$

で與へられる。茲に

$$m = \frac{\pi}{HT} \sqrt{\frac{2H}{g} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\mu g T}{2\pi k} \right)^2} \right\}},$$

$$\lambda = \frac{2\pi k}{\mu} \sqrt{\frac{2H}{g} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\mu g T}{2\pi k} \right)^2} \right\}},$$

H : 土の層の厚さ,

T : 水位變化の週期,

μ : 土の空隙率,

k : 土の透水性

である。若し、普通考へられる様に $\left(\frac{\mu g T}{2\pi k} \right)^2$ が1に比べて非常に大なる場合は

4) 安藏善之輔 九州帝大工學彙報 9 (1934), 1-11.

$$m = \sqrt{\frac{\pi\mu}{kHT}}, \quad \lambda = 2\sqrt{\frac{\pi kHT}{\mu}} \quad (5)$$

によつて與へられる。

Terzaghi の考へ方は、土は、内部的なバネによつて常に引締められる様な状態にあり水が浸潤する時はこの假想的なバネを引延ばす様に力が作用するとするのである。斯様な力は

$$\frac{k}{\rho v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6)$$

によつて與へられる過剰水壓 (hydrostatische Überdruck) u によるものであると考へられる。但し

ρ は水の密度、

$$v = \frac{\alpha}{1 + \mu},$$

α は土の壓縮率

で、その他の符號は前と同様な意味を有する。

過剰水壓が地表近くで如何なる値をとるべきかは難かしい問題であるが、茲ではその變化が丁度、地中に浸潤した水の水位に相當する様にする。即ち $z=0$ で

$$u = \rho g h e^{-mx} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (7)$$

とする。この外に z の函數なるある量のあることは言ふまでもないが、それは、斯様な潮汐の變化と共に變化しないとする。

さうすると、(6) の解として

$$u = \rho g h e^{-mx} e^{\xi z} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \xi z \right) \quad (8)$$

を得る。

・軟かい土の層の底面 $z = -H$ に於いて過剰水壓は不連続となるから、その影響は當然入らねばならないが H が比較的大きい爲、實際には殆どその影響はないものと考へられる。

次に、深さの場所で過剰水壓が u であれば、そこでの土の層の dz の厚さのものは vu だけ延びることになるから、地表面での昇降量 w_2 は

$$w_2 = \int_{-H}^0 v u dz$$

$$= \rho g \sqrt{\frac{kT}{\pi\rho}} \sqrt{v} e^{-mx} \frac{\phi}{\sqrt{2}} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} - \phi\right) \quad (9)$$

となる。茲に

$$\phi = \left(1 + e^{-2\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H} - 2e^{-\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H} \cos\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H\right)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{1 - e^{-\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H} \sin\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H - e^{-\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H} \cos\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H}{1 - e^{-\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H} \sin\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H + e^{-\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H} \cos\sqrt{\frac{\pi\rho v}{kT}}H} \right]$$

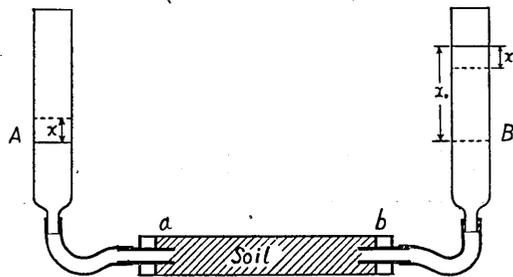
である。(9) 式から

$$\frac{|w_x|}{h} = \rho g \sqrt{\frac{kT}{\pi\rho}} \sqrt{v} e^{-mx} \frac{\phi}{\sqrt{2}} = M(v) \quad (10)$$

とすると、 M は、地表面の昇降量と水面の昇降量との比になる。 M は土の性質及び潮汐の週期によつて定まる量であるが、實際の土の *in situ* の v の値を求めることは容易でない。尙、上の M に關係する土の諸性質中、 μ は空隙率でこれは 50—60% であるが、 k は未だ判つてゐないので之を定めなければならない。

5. 土の中の水の透過率 k を測るのには次の様な方法によつた。これは勿論大體の値を得ればよいのであるから細かい點には注意しなかつた。

第 8 圖に示した様に、長さ 30 cm、直徑 3 cm、のガラス管に土を詰め、之に豫め充分水を吸収させておく、兩端には導水の爲め徑 1 cm のガラス管をはめたゴムの栓をしてパツキングは嚴重にする。導水管には更に A, B. の 2 本の管をつなぎ之に水を入れておき、水管の途中には空氣の入りぬ様に注意する。



第 8 圖 土の透水率測定装置

Fig. 8. Apparatus for measurement of Water-permeability of Soil.

先づ A と B との水位に若干の差をつけておく、例へば $H_A < H_B$ とすると水は B から A に流れ B の水位は低く A の水位は高くなる。

その間の關係は、AB の管の太さが等しければ、A の上り高と B の下り高とは等

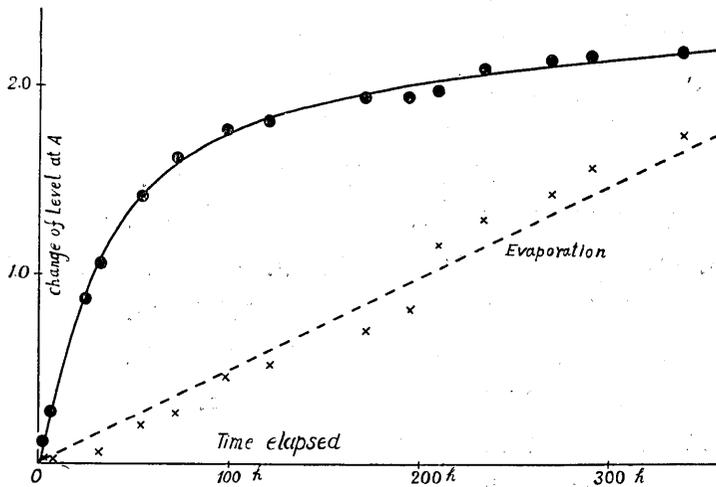
しいからこれを x , 最初の AB の水位の差を x_0 , AB の端における導水管の断面積を A 土の部分の断面積を A' 土の透水率を k , 土の部分の長さを L とすれば

$$A \frac{dx}{dt} = A' k \frac{(x_0 - 2x)}{L} \quad (11)$$

即ち

$$k = \frac{A}{A'} \frac{1}{L} \frac{1}{2} \frac{1}{\tau_x} \log \left(\frac{x_0}{x_0 - 2x} \right)$$

となる。 τ_x は、A の水位が x だけ上昇するに要する時間である。



第9圖 Aにおける水面の高さの變化

Fig. 9. Change in height of the level at A.

τ_x と x との関係は第9圖に示してある。この実験には、長時間を要するので水が蒸発する爲の影響が著しい。そこで第9圖の x には

$$\frac{x_A + x_B}{2}$$

をとつた。即ち

$$A \text{ での上り高は } x_A = x' - x''_A$$

$$B \text{ での下り高は } x_B = x'_B + x''_B$$

である。 x'_A, x'_B は透過による上り下りであるとすれば $x'_A = x'_B$ である又、 x''_A, x''_B を A, B における蒸発による水位の減りとすれば近似的には $x''_A = x''_B$ でありから大

約

$$x_A + x_B = x'_A + x'_B$$

となる。更に $x_A - x_B = -(x''_A + x''_B)$ となるから $x_A - x_B$ をとればこれは蒸發し去る量となり、これは第9圖にで示した様は大體時と共に直線的に増加する。

吾々は第9圖から、 x が適當な大いさになるまでの τ_e をさがせばそれから k を求めることが出来る。例へば $x = \frac{x_0}{4}$ とすると、

$$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{A'} \cdot \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{\tau_{x=\frac{x_0}{4}}} \log 2$$

で、 k は容易に求められる。斯様にして求められた k の値は

$$k = 0.075 \text{ cm/min}$$

である。

6. 第4節に於いて述べた様な機構によつて潮汐に伴ふ地表面の昇降が生ずるものとすれば、前節に於いて得た土の透水率 k の値の 0.075 cm/min. その他の常數を入れ半日週期の潮汐に對する $M(v)$ と、一日週期の潮汐に對する $M(v)$ との比を求めることが出来る。之を R_{cal} とすれば、

$$R_{cal} = \frac{M_{T=1440m}}{M_{T=745m}} = 21$$

である。

一方に於いて、第I表の結果から、地表面の週期的變化の中の M_2 又は S_2 と同一週期を持つ成分の振幅と、 K_1 又は O_1 と同じ週期を持つ成分の振幅との比を求めれば、次表(第III表)の様になり、之を R_{obs} とすれば、地表面の週期的な昇降が單

第III表

期 間 R	3月25日—4月7日	5月20日—6月2日	期 間 R	3月25日—4月7日	5月20日—6月2日
	M_{K_1}/M_{S_2}	1.76		0.25	M_{K_1}/M_{M_2}
M_{O_1}/M_{S_2}	1.30	0.12	M_{O_1}/M_{M_2}	0.56	0.38

に第4節に於いて述べた機構のみによつて生ずるものであるならば、

$$R_{obs} = R_{cal}$$

であるべき筈であるが、実際には R_{obs} は R_{cal} に比して著しく小さい。これは、日週變化の振幅が小であることを意味するものである。

この事實に對する説明の一方法は、之を氣温の影響であるとする事である。

勿論、説明の方法はこれだけに限られたものではない。例へば第4節に於いて述べた地表面昇降の機構を全く換へてもよいわけである。

氣温の影響といふ意味は軟泥層及び鐵管が共に氣溜の影響によつて伸縮するが、その差は鐵管の膨脹係数が土のそれより大であれば、氣壓の高い時に地面は宛かも低下したかの如く見える筈である。

是等の點に關しては、現在のデータによつて詳細に論ずることが出来ないので、別に新しいデータを用意した上で論ずる筈である。

本項を終るにあたり、この研究に多大の補助金を寄せて下さつた服部奉公會に厚く謝意を呈すると共に、觀測の遂行や計算に助力せられた武井柳吉君及び安彦ふみ子嬢にも深謝の意を表したい。

5. *Studies in the Sinking of the Earth's Surface in Tokyo, IV.* —*Periodic Movements of the Ground in Hukagawa, Tokyo*—

By Naomi MIYABE,

Earthquake Research Institute,

1. It has frequently been reported that the ground in Hukagawa, Tokyo, is sinking at an annual rate of about 10 cm.¹⁾ This sinking of the earth's surface was regarded as due mainly to the shrinkage of the surface layer of soft soil in the eastern part of Tokyo, the thickness of which is about 30 m.

The sinking of the ground in Hukagawa has been recorded continuously by means of the apparatus already described,²⁾ as the result of which it was found that the rate of sinking fluctuates, which fact seems to be related to the tidal movements of the sea-level. As to the observed periodic movements of the earth's surface, the following points are notable:

- (1) The period of fluctuation is about 12 hours.
 - (2) The amplitude of the fluctuation varies with a period of about 15 days.
 - (3) Movements with approximate diurnal periods are of smaller amplitude than those that are not.
- These periodic fluctuations in the height of the earth's surface were studied analytically, with results as follows.

2. Recording Apparatus.

The recording apparatus formerly set up in Hukagawa³⁾ was improved in a number of places.

1) N. MIYABE, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **16** (1938), 721~756.

2) N. MIYABE, *ibid.*

3) N. MIYABE, *ibid.*

The apparatus for recording the change in the height of the surface of the earth relative to the top of an iron tube, bored to a depth of 35 m from the surface and fixed to the hard rock underlying the layer of soft soil, is shown schematically in Fig. 1.

A part of the arm, BF in Fig. 1, for which a silk cord was used, was replaced by a brass bar. The magnifying lever system was reconstructed, as shown in Fig. 1, by means of which the extent of movement is magnified 38 times. As the magnification for the former records was about 4.2, the periodic fluctuations in the past were not noticeable.

The platform, on which the recording apparatus, was mounted, was raised by about 30 cm, because the recording apparatus, which was placed directly on the ground surface, was inundated at the time of high water last autumn.

With this new apparatus, the vertical movements of the surface of the soil layer relative to the deeply buried iron tube have been recorded since the beginning of this year.

On studying these records, we notice a difference from those obtained by the former apparatus, i.e., the fluctuation associated with variations in atmospheric temperature noticed in previous records, seem to have disappeared from the recent records. It was also noticed that the marked fluctuations in the former records, which seemed to be associated with the precipitations, were not found in the records for the last 6 months. These facts probably show that the effect of atmospheric temperature and humidity on the silk cord were too large.

3. Analysis of records.

Examples of the records taken at Hukagawa are shown in Fig. 2, from which it will be noticed that the variation in the height of the surface of the soft soil layer is composed of secular variation approximately linear with time and irregular fluctuations and fluctuations with approximate semi-diurnal period, so that in order to study the periodic fluctuations, the secular variation in the height of the surface of the soil layer must be eliminated. The elimination was made in the following manner.

The mean values of the hourly heights of the soil surface for 24 hours were calculated and plotted on a diagram of an actual record. The points thus plotted being connected by a smooth curve, the periodic fluctuations that were regarded as due to the effect of the tide were eliminated.

The tidal fluctuations cannot be completely eliminated by taking the mean values for 24 hours. The mean values for τ hours is given by

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{1}{\tau} \sum \int_{t-\frac{\tau}{2}}^{t+\frac{\tau}{2}} \sin(p_n t + q_n) dt \\ &= \sum \left[\sin \frac{p_n \tau}{2} / \frac{p_n \tau}{2} \right] \sin(p_n t + q_n). \end{aligned}$$

The reducing factors, $\left[\sin \frac{p_n \tau}{2} / \frac{p_n \tau}{2} \right]$, for the various components of the tide are

$$0.035 \quad \text{for } M_2,$$

$$0.072 \quad \text{for } O_1,$$

$$0.003 \quad \text{for } K_1.$$

Practically, however, these small residuals may be eliminated by hand when we connect the plotted points. The curve thus smoothed is shown in Fig. 3. The difference between the actual curve and that thus calculated are plotted in Fig. 4. Since the curves in Fig. 4 are very similar to those of

4) N. MIYABE, *Bull. Earthq. Res. Inst., loc. cit.*, 1).

This was also noticed in similar records taken in Osaka: c. f. T. HIRONO and K. WADATI, Saigaiwakaku-Kenkyūsyō Hōkoku, No. 2.

of mareograms, they are compared with the actual mareogram taken at Motokibasi, the nearest mareograph station.

The positions of the mareograph stations and the station for the measurements of the changes in the heights of the soil surface are shown in Fig. 5. Since the mareograms taken at Iieikyū-tyō are quite similar to those taken at Motokibasi, only those taken at Motokibasi were used for comparison with the curves showing the movements of the soil surface. These two curves are shown in Fig. 4, in which the upper show the movements of the water surface, and the lower those of the soil layer. In the lower curve, the downward movement of the soil surface was taken in positive direction, and vice versa.

It was found from the above comparison that:

(1) The epochs of maxima and minima in the curve of the movements of the soil surface are very close to those of the maxima and minima in the curve of the movements of the mareogram curves respectively.

(2) As already mentioned, no variation with diurnal period has been observed in the curve of the movements of the soil surface, although it is evident in the mareogram curves.

In order to study these periodic movements in more detail, the curves showing the relative movements of the soil surface were analysed into components, of which the periods are the same with those of tides M_2 , S_2 , O_1 , K_1 .

The amplitudes and phases of these components were determined for epochs March 25~April 7, and May 20~June 2, the results being given in Table I.

Table I. Analysis of movement of the ground surface.

Comp.	Period	March 25~April 7		May 20~June 2	
		Ampl. cm	Phase	Ampl. cm	Phase
M_2		0.00585	183°	0.00224	180°
S_2		0.00164	221°	0.00199	190°
K_1		0.00164	228°	0.00081	206°
O_1		0.00117	173°	0.00025	307°

By comparing with these constants given in Table I, the amplitudes and phases of tides M_2 , S_2 , O_1 , K_1 were also determined with respect to the mareogram data taken at the Motokibasi mareograph station, the results of which are given in Table II, from which the phases of the corresponding components of the two curves will be seen to deviate considerably, which, however, may be due largely to inaccuracy of the time marks on the records. For ascertaining the difference in the phases, recording drums which rotate with greater speeds and having more accurate time marks were used.

Table II. Analysis of Water Tide at Motokibasi.

Comp.	Period	March 25~April 7			May 20~June 2		
		Ampl. cm	Phase	M	Ampl. cm	Phase	M
M_2		48.7	164°	1.24×10^{-4}	56.3	157°	0.40×10^{-4}
S_2		30.5	198°	0.54 "	15.8	195°	1.26 "
K_1		17.3	178°	0.95 "	26.3	167°	0.31 "
O_1		16.8	167°	0.75 "	17.2	182°	0.15 "

4. Effect of atmospheric pressure.

The smoothed curve of the relative movements of the soil surface given in Fig. 3 is composed of secular subsidence with approximate constant speed and irregular fluctuations. The irregular fluctuations seem to be related to variations in atmospheric pressure.

In order to study the effect of atmospheric pressure, the following procedure was adopted. The velocity of secular contraction of the soil layer was assumed to be constant during a period of 15 days, and the deviations of the smoothed curve from the straight line that represent the general tendency of the smoothed curve were taken as the deformation of the earth's surface due to atmospheric pressure.

The deviations indicate quasi-periodic fluctuations, as shown in Fig. 3, in which the variations in atmospheric pressure for the corresponding periods are also shown for comparison.

In Fig. 5, the deviations are plotted against the atmospheric pressures. The relation between atmospheric pressure p and the deviation or corresponding deformation w is then given by

$$w = a \times (p - p_0).$$

The value of the constant "a" is given by the inclination of the major axis of an ellipse, including the points distributed on a $w \sim p$ diagram (Fig. 5). The fluctuation in w that causes the dispersion of the points on a $w \sim p$ diagram may be attributed to the facts that,

(1) the secular deformation, being assumed linear with time, contains a term that is not linear with time,

(2) the soil is apparently visco-elastic, so that the deformation due to the atmospheric pressure may be a function of the period of variation in atmospheric pressure or of the duration of application of the pressure.

From this constant the effective value of the elastic constant of the soil layer can be obtained, assuming the deformation to be elastic.

If we consider the case in which the semi-infinite plane surface is subjected to vertical compression of uniform pressure p , the equation of equilibrium is given by

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 w}{dz^2} = 0,$$

where w is the vertical component for the displacement and z the coordinate in the vertical direction. Then w is given by

$$w = Cz + C'.$$

Applying the boundary conditions

$$w = 0, \text{ for } z = -H$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{dw}{dz} = p \text{ for } z = 0,$$

we have for w

$$w = \frac{p}{\lambda + 2\mu} (z + H).$$

We then have at $z = 0$

$$w = \frac{p}{\lambda + 2\mu} H.$$

The elastic constants are then given by

$$\lambda + 2\mu = \frac{p}{w} H = \frac{H}{a'}.$$

In an actual case, for the value of H , the thickness of the layer of soil is substituted, i. e. $H=30$ m. The other constants are $a'=a/\rho$, ρ =density of mercury= 13.6 . Thus the value of $(\lambda+2\mu)$ becomes

$$1210 \text{ kg/cm.}^2$$

Since

$$\lambda+2\mu = \frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} E,$$

where σ and E are the Poisson's ratio and Young's modulus respectively, if the value of σ is 0.25 , or the soil is perfectly elastic,

$$E=1250 \text{ kg/cm.}$$

which is much greater than the value of E obtained by statical test.⁵⁾

This large value of E can be explained in various ways. One of them is that, if we assume that the value of E is 25 kg/cm^2 , roundly, as given by the statical tests, the value of Poisson's ratio σ is 0.495 . This means that the soil layer is almost an incompressible substance. The value of Poisson's ratio thus obtained is very close to that value when the soil contains much water, as obtained by Iida⁶⁾ by dynamical tests of soil specimens.

5. Deformations that follow the tides,

The important points in connexion with the observed facts of the periodic movements of the surface of the soil layer so far described are:

(1) The surface of the soil layer moves vertically with reference to the top of the iron tube that is imbedded to a depth of 35 m, and fixed to the deeper layer of hard rock,

(2) This movement follows the tidal movements of the water surface as observed at the nearest mareograph station. The surface of the soil layer rises at the time of flood-tide and falls at the time of ebb-tide,

(3) The ratio of amplitudes of the semi-diurnal components to those of the diurnal components to those of the diurnal components of the movements of the soil surface is decidedly larger than that of the amplitudes of the corresponding components of the water tides.

In explanation of these facts, various mechanisms can be invoked, namely.

(1) The deformation of the surface of the soil layer is caused by tidal loading.

(2) The observed deformation is due to movements of the plastic or highly viscous soil layer caused by tide-generating forces.

(3) The observed deformation is due to the alternations of swelling and shrinking that follow changes in the water contents of the soil mass.

Of these mechanisms in explanation of the periodic movements of the earth's surface, (1) is not applicable to the present case without special modification to the property of the soil. Generally speaking, the surface of the soil layer is depressed when a part of the surface is loaded. In the present case, however, the surface of the soil layer is elevated at the time of flood-tide, i. e. a part of the surface is loaded.

In order to deal with the mode of deformation by applying mechanism (2), the data of measurements of the deformations at various places were used.

The theory of soil swelling is also applicable in explaining the phenomenon mentioned above. Applying the theory of swelling proposed by K. Terzaghi,⁷⁾ the observed periodic deformation of the soil surface was treated as follows.

5) N. MIYABE, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, loc. cit., 1).

6) K. IIDA, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 16 (1938), 391~406.

7) K. TERZAGHI u. E. FRÖLICH, "Theorie der Setzung von Tonschichten." Leipzig u. Wien, 1936.

For this purpose, the height of the level of water that penetrated the soil layer was first estimated.

Referring to Fig. 7, the level of the penetrated water at distance x from the sea-shore when the sea-level changes periodically, is given by

$$\zeta = he^{-mx} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)^{8)}, \quad (1)$$

where

$$m = \frac{\pi}{HT} \sqrt{\frac{2H}{g} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\mu g T}{2\pi k} \right)^2} \right\}},$$

$$\lambda = \frac{2\pi k}{\mu} \sqrt{\frac{2H}{g} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\mu g T}{2\pi k} \right)^2} \right\}},$$

H = Thickness of soil layer,

μ = Porosity of soil layer,

k = Water-permeability of soil layer,

T = Period of tidal movements of sea-level.

The values of m and λ are given approximately by

$$m = \sqrt{\frac{\pi \mu}{kHT}}, \quad \lambda = 2\sqrt{\frac{nkHT}{\mu}},$$

when $\left(\frac{\mu g T}{2\pi k} \right)$ is much greater than unity.

Terzaghi and Frölich introduced a term "hydrostatische Überdruck," which is given as a function of z and t , by solving the equation⁹⁾

$$\frac{k}{\rho v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (2)$$

where

ρ = density of water,

$$v = \frac{a}{1 + \mu},$$

a = compressibility of soil.

The "hydrostatische Überdruck" at the mean height of the water that has penetrated the soil layer is considered the same as the hydrostatic pressure at this level, whence the boundary condition that should be satisfied is

$$u = \rho g h e^{-mx} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad \text{at } z = 0.$$

Replacing $\frac{2\pi}{T}$ by ω , and $\sqrt{\frac{\rho \omega v}{2k}}$ by ξ , the solution of equation (2) is given by

8) Z. ANZO, *Kyūsyū-Teikohudai-gaku Kōgaku-Ihō*, 2 (1934), 1~11.

9) K. TERZAGHI u. E. FRÖLICH, *loc. cit.*

$$u = \rho g h e^{-mx} e^{iz} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \xi z\right).$$

The amount of swelling due to the change in "hydrostatische Überdruck" believed to be proportional to the "hydrostatische Überdruck" and to the total swelling, that is, the surface displacement, is given by

$$w_s = \int_{-H}^0 v u dz = \rho g h \sqrt{\frac{kT}{\pi\rho}} \sqrt{v} e^{-mx} \frac{\phi}{\sqrt{2}} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} - \psi\right),$$

where

$$\phi = (1 + e^{-2\xi H} - H e^{-\xi H} \cos \xi H)^{\frac{1}{2}}, \quad \tan \psi = \frac{1 - e^{-\xi H} \sin \xi H - e^{-\xi H} \cos \xi H}{1 + e^{-\xi H} \cos \xi H - e^{-\xi H} \sin \xi H}$$

At the bottom of the soil layer, namely, $z = -H$, the "hydrostatische Überdruck" is obviously discontinuous. This condition may affect solution (3), in which it was not taken into consideration. Since, however, the depth of the soil layer, H , is very large, the effect of discontinuity at the bottom of the soil layer may actually be very small.

From (3), the ratio of the amplitude of the soil tide w to that of the water tide h is given by

$$\frac{|w_s|}{h} = \rho g \sqrt{\frac{kT}{\pi\rho}} \sqrt{v} e^{-mx} \frac{\phi}{\sqrt{2}} = M(v),$$

which is evaluated by taking appropriate values for k , v , T , H etc.

Of these, the values of k and v must be obtained experimentally.

6. Measurement of permeability k .

As shown in the preceding paragraph, the water permeability k of the soil is of great importance in calculating the theoretical values of the amount of deformation of the soil surface due to the penetration of water, to accomplish which the water permeability of the soil specimen taken from Hukagawa was measured by means of the apparatus shown in Fig. 8.

In this experiment, water flows from B to A. The water head or the pressure difference between B and A was initially given, and the changes in levels at B and A with time were measured on occasions.

The change in the height x of the water level at A is given by

$$A \frac{dx}{dt} = A' k \frac{(x_0 - 2x)}{L},$$

where k is the water permeability in the soil, L the distance between a and b , A and A' are the sectional areas at A and at a , b , respectively.

Solving this equation, the water permeability k is given by

$$k = \frac{2L \cdot A'}{A} \cdot \frac{1}{\tau_x} \log\left(\frac{x_0}{x_0 - 2x}\right),$$

where τ_x is the time elapsed till the water level at A was raised by x , and lowered by the same amount at B.

$$\text{If } x = \frac{x_0}{4},$$

$$k = \frac{A}{2LA'} \frac{1}{\tau_{x=\frac{x_0}{4}}} \log 2.$$

By using this relation, the value of k can be evaluated from the measurement of the time interval $\tau_x = \frac{x_0}{4}$. The amount of change in the height of the level at A , x , and the corresponding time intervals τ_x are measured, and plotted against x , as shown in Fig. 9.

From this experiment, the value of τ_x was found to be

$$22.6 \sim 24.0 \text{ h.}$$

Substituting this value in the formula given above, we have

$$k = 0.075.$$

Substituting the value of k thus obtained and $H=30$ m, $\mu=55\%$, the value of $M(v)$ is calculated for $T=745$ min, and for $T=1440$ min, whence the ratio of the theoretical values of $M_{T=1440}$ and $M_{T=745}$ are

$$\frac{M_{T=1440}}{M_{T=745}} = \sqrt{2} e^{m \times 0.28} = 21.$$

On the other hand, the ratios of W_{K1}/H_{K1} or W_{O1}/H_{O1} to W_{M2}/H_{M2} or W_{S2}/H_{S2} , obtained from analyses of the mareograms and the records of sinking of the soil surface, are nearly equal to or less than 1 (refer to Table III), the ratio being regarded as the observed values of $M(v)$.

Table III.

Period R	March 25~ April 7	May 20~ June 2	Period R	March 25~ April 7	May 20~ June 2
M_{K1}/M_{S2}	1.76	0.25	M_{O1}/M_{S2}	1.30	0.12
M_{K1}/M_{M2}	0.77	0.78	M_{O1}/M_{M2}	0.56	0.38

This fact shows that the amplitude of the diurnal components of the movements of the soil surface are much smaller than those expected from theory.

That the diurnal components of the actual earth movement are of smaller amplitude than those expected may be attributed to the effect of atmospheric temperature.

The iron tube, taken as the standard for measuring the deformation of the soil surface, as well as the soil layer itself, expand and shrink with variations in the atmospheric temperature. If the expansion coefficient of the iron tube exceeds that of the soil, which is highly probable, the effect of atmospheric temperature may act to reduce the diurnal components of the movements of the soil surface.

A detailed discussion of this point, based on newly obtained data, will be published in due course.

In concluding this report, the writer wishes to express his sincere thanks to the council of the Hattori Iloko-Kwai, for grant of research fund to enable prosecution of the present study. The writer's thanks are also due to Mr. R. Takei and to Miss F. Abiko for their assistance in the experiments and in the computations.