

東京大学 大学院新領域創成科学研究科
基盤科学研究系物質系専攻

平成 23 年度
修士論文

マイケルソン干渉計を用いた
低損失光学材料の光学吸収計測法
の研究

平成 24 年 1 月 24 日提出
指導教員: 三尾 典克 特任教授

106046: 渡部 恭平

目次

第 1 章	序論	5
1.1	重力波	6
1.2	LCGT 計画	7
1.2.1	干渉計に入射する光の強度	8
1.2.2	鏡の冷却	9
1.3	LCGT 用鏡基材の吸収係数に対する要求	11
第 2 章	Michelson 干渉計による吸収係数測定	13
2.1	吸収係数の定義	13
2.2	Michelson 干渉計	14
2.2.1	Michelson 干渉計の原理	14
2.2.2	Michelson 干渉計の制御	16
2.3	吸収による光路長変化	18
2.4	吸収による光路長変化の信号の取得	21
2.5	吸収係数の決定	22
第 3 章	数値計算による解析	23
3.1	試料の温度分布	23
3.1.1	交流的な熱源が与えられた場合の熱伝導方程式	23
3.1.2	境界条件	24
3.2	熱膨張	24
3.3	光路長変化	25
3.4	数値計算の結果	27
3.5	数値計算の妥当性	27
3.6	ビーム径の最適化	29
第 4 章	実験の詳細	31
4.1	光源	31
4.2	干渉計に入射するまでの光学系	33
4.2.1	試料に入射するビーム半径	33
4.2.2	チョッパー	33
4.2.3	パワーの調節機構	34
4.2.4	干渉計に入射する偏光	34
4.3	Michelson 干渉計	35
4.3.1	腕の長さ	35
4.3.2	ノイズスペクトルとチョッパーの周波数	36

4.4	フィードバック制御系	36
4.4.1	位相変調と復調	37
4.4.2	制御の安定性	39
4.4.3	制御に用いたフィルター回路	42
4.5	光路長変化の取得	43
4.5.1	電圧から変位への換算	43
4.5.2	信号の位相	44
4.5.3	入射光のパワーの測定と、電圧から変位への換算係数の補正	46
4.5.4	測定手順のまとめ	48
4.6	測定する試料	49
4.6.1	BK7	49
4.6.2	サファイア	49
第5章	測定結果	51
5.1	試料以外の吸収	51
5.2	各試料の測定結果	53
5.2.1	BK7	53
5.2.2	サファイア	55
第6章	測定結果の検証	59
6.1	温度計による吸収測定	59
6.1.1	傾き合成法	60
6.1.2	温度一様の検証	62
6.2	実験の詳細	63
6.2.1	サーミスタ	63
6.2.2	サーミスタを用いた温度計の線形化	64
6.2.3	測定に用いた回路	65
6.2.4	温度計の動作確認	67
6.2.5	試料	68
6.3	傾き合成法による測定結果	68
6.4	考察	70
第7章	まとめ	73
7.1	研究の概略	73
7.2	今後の展望	73

第1章 序論

A. Einstein は 1915 年、一般相対性理論を発表した。一般相対性理論によって、重力波という現象が予言された [1]。それからやや時代が下って 1960 年代、J. Weber によって重力波検出が始まったが [2]、重力波の効果は極めて小さく、重力波を直接検出したという例はない。しかし重力波が存在することは、R. A. Hulse と J. H. Taylor による、中性子星連星 PSR B1913+16 の公転周期の変化の観測によって証明されている [3]。重力波の直接検出によって、重力波天文学という新たな天文学の分野が開けることが期待されている [4, 5]。そのため、現在、重力波の直接検出を目指して世界各地でレーザー干渉計を用いた重力波検出プロジェクトが進められており、日本でも大型低温重力波望遠鏡 (Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope: LCGT) 計画が進行中である。

重力波の効果は極めて小さく、検出のためには様々なノイズを低減する必要があり、重力波検出器ではそのための様々な工夫がなされている。その中で、重力波検出器用の光源には、散射雑音によって制限される感度の向上のために、高出力であることが要求されている。光源が高出力であることに伴って、熱レンズ効果などの光学素子の吸収する熱による問題が生じる [6] ことは避けられない。また、日本で計画されている LCGT 計画の他国の検出器にはない特長の 1 つである鏡の冷却 [5, 7] という観点から見ても、吸収によって生じる熱は問題である。そのため、重力波検出器で用いられる光学素子の基材には、数 ppm/cm から、数十 ppm/cm という極めて小さい吸収損失が要求されている。

このような小さい吸収損失を測定することは困難であるが、LCGT 計画を実現するためには避けて通ることはできない。三尾研究室ではこれまで、様々な方法で吸収損失の測定を試みてきたが、いずれも LCGT で要求されている値以下の感度を実現することはできなかった [8, 9, 10, 11]。本研究では、測定方法としては参考文献 [10] の Michelson 干渉計を用いた方法を用い、光源を改善することで感度の向上を図った。前年度までの研究 [12, 13] で、装置の評価を行い、信号の取得に成功している。同じく吸収損失を測定する方法で実績があるものとしては、光-熱偏向法がある [14, 15, 16] が、これとは独立した別の方法で吸収損失を測定することで、両者の信頼性が高まると考えられる。また、本研究で用いた方法は、光-熱偏向法と比較すると、参照物質の必要ない絶対測定であるということ、測定に用いるビームが 1 本ですむことによるセットアップの簡便さなどが、特徴として挙げられる。

本論文では、まず第 1 章で本研究の背景となる重力波とその検出器について説明し、LCGT において鏡基材に要求される吸収係数について述べる。第 2 章では Michelson 干渉計を用いて吸収係数を測定する原理を説明する。第 3 章で測定結果から吸収係数を求めるための数値解析について述べ、第 4 章で実験の詳細を紹介する。第 5 章で BK7 及びサファ

イアの測定結果を報告した後、第6章で測定結果が正しいかどうかを検証し、第7章で実験結果をまとめる。

1.1 重力波

ここで、本研究の背景である重力波について簡単に説明する¹。重力波は A. Einstein の一般相対性理論によって予言された現象で、質量が加速度運動することで発生し、空間の歪みが光速で伝播する波動現象である。重力波の偏波成分には + モードと × モードがある。+ モードの場合の空間の歪みの様子を図 1.1 に示す。重力波を直接検出しようという試みは J. Weber によって始められたが、現在に至るまで直接検出に成功したという例はない。これは重力波による空間の歪みが非常に小さいためである。現実的な重力波源としては超新星爆発や中性子連星の合体などの天体現象が期待されているが、これらによる重力波の振幅は、 10^{-21} 程度であろうと考えられている。これは、長さ 1 m につき 10^{-21} m だけ空間が歪むことを意味している。水素原子の大きさ (約 10^{-10} m) と、地球と太陽の距離 (約 10^{11} m) の比が約 10^{-21} となることから、重力波が極めて小さいことがわかる。重力波を直接検出することで、一般相対性理論の検証や、重力波天文学という新たな天文学の分野が開けることが期待されている [4, 5]。そのため、現在、重力波の直接検出を目指して世界各地でレーザー干渉計を用いた重力波検出プロジェクトが進められており、日本でも大型低温重力波望遠鏡 (Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope: LCGT) 計画が進行中である。表 1.1 に代表的なレーザー干渉計型重力波検出器の一覧を示す。重力波の振幅は長さに対する比で与えられるため、基線長は非常に長く、巨大な干渉計となっている。

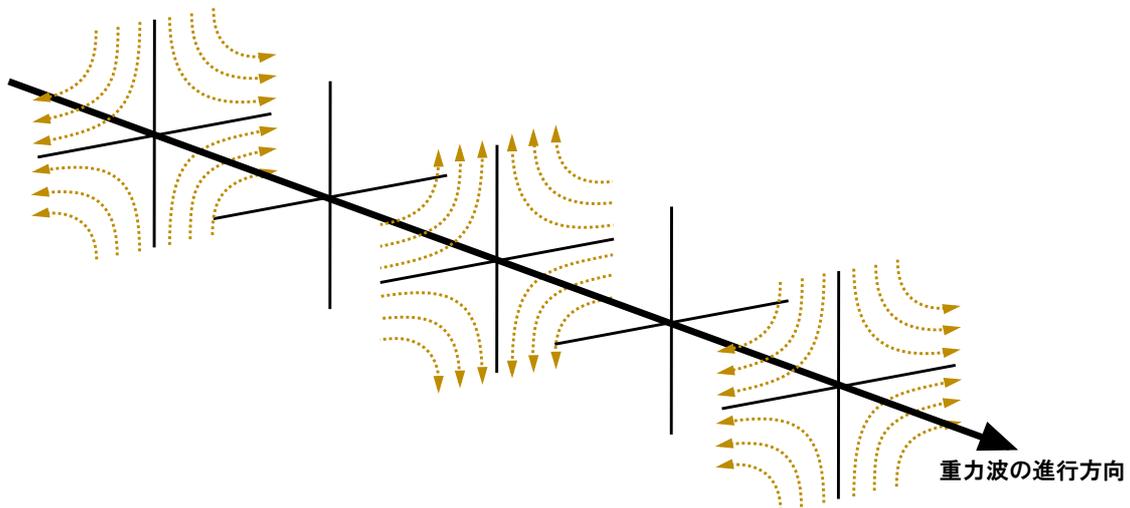


図 1.1: 重力波による空間の歪みの様子。直交する方向で互いに逆位相となるように伸縮する。× モードはこれを 45° 傾けた形となる。

¹詳しい説明は参考文献 [1, 4, 5] にある。

名称	場所	基線長
LIGO [17]	アメリカ	4 km(2 基)、2 km(1 基)
VIRGO [18]	イタリア	3 km
GEO600 [19]	ドイツ	600 m
TAMA300 [20]	日本 (東京都)	300 m
CLIO [21]	日本 (岐阜県)	100 m
LCGT(建設中) [21]	日本 (岐阜県)	3 km

表 1.1: 世界のレーザー干渉計型重力波検出器。基線長は、干渉計のビームスプリッターとエンドミラーの間の距離のこと。

1.2 LCGT 計画

ここでは大型低温重力波望遠鏡 (Large-Scale Cryogenic Gravitational Wave Telescope: LCGT) 計画について説明する。LCGT はレーザー干渉計型の重力波検出器である。レーザー干渉計型重力波検出器では、重力波による空間の歪みが直交方向で逆位相になることを利用し、図 1.2 のような Michelson 干渉計によって重力波を検出する。

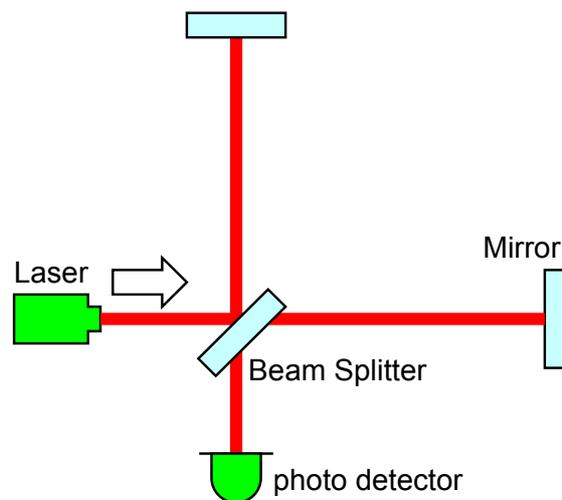


図 1.2: レーザー干渉計型重力波検出器の模式図。紙面に垂直に重力波が入射すると、それぞれの腕の長さが逆位相で変化し、干渉信号が変化する。

実際のレーザー干渉計型重力波検出器は感度の向上のため、図 1.2 よりも複雑な構成となる。LCGT の概略図を図 1.3 に示す。LCGT の特徴としては、

1. 基線長 3 km の巨大な干渉計である。
2. 地面振動を低減するため、岐阜県神岡の地下に建設される。
3. 散射雑音の低減のため、光源には高出力なレーザーが用いられることに加え、干渉

計からレーザー側に戻る光を再び打ち返す²(パワーリサイクリング)ことで干渉計内部の光の強度をさらに高めている。

4. 熱雑音の低減のため、図 1.3 中の破線で囲まれた鏡、およびその懸架系を 20 K に冷却する。

などが挙げられる。このうち、本研究に関して重要となるのは 3. と 4. である。以下で、これらについて説明する。

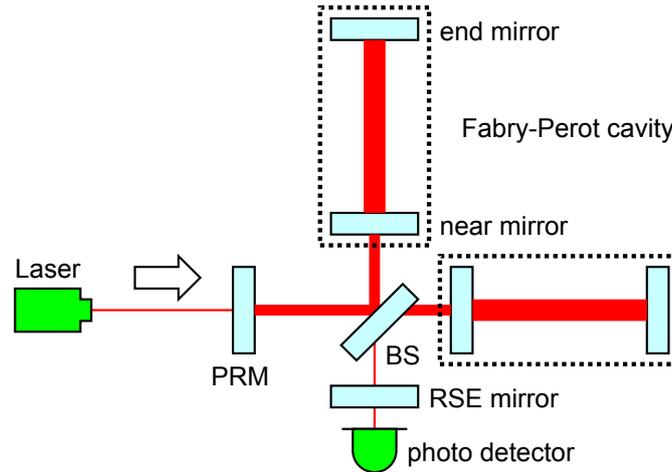


図 1.3: LCGT の概略図。PRM はパワーリサイクリングミラー、BS はビームスプリッターの略。end mirror 及び near mirror の基材はサファイアで、PRM 及び BS の基材は石英である。また、レーザーの波長は 1064 nm である。

1.2.1 干渉計に入射する光の強度

光源

レーザー干渉計型重力波検出器の光源には、高出力かつ高品質であることが求められる [22]。高出力が要求される理由は散射雑音を低減するためである。散射雑音は光子数の揺らぎに起因する雑音で、その影響はレーザーのパワーの $1/2$ 乗に比例して小さくなる [23]。LCGT では、光源の出力は 180 W 以上であることが要求されている。現在計画されている光源は図 1.4 のような構成で、出力は 200 W となっている。

各部分での光の強度

図 1.5 に LCGT の各部分での光の強度を示す。光源から出射された時点で 200 W だった強度は、input optics を通った後、光は 80 W まで減衰するが、パワーリサイクリングに

²重力波検出器は常に干渉縞が最も暗くなるように制御されているので、ほとんどの光がレーザー側に戻る。

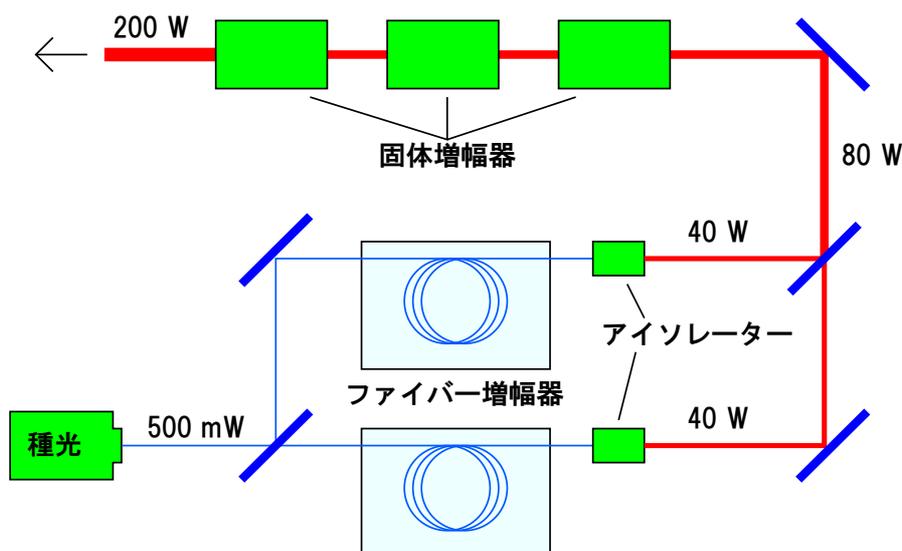


図 1.4: LCGT 用光源。種となるレーザーを一旦 2 つに分け、別々の増幅器でそれぞれ 40 W まで増幅した後、互いに干渉して強め合うように制御して足し合わせる。その後、固体増幅器によって 200 W まで増幅される。

よって、PRM と near mirror の間で 825 W となる。干渉計を構成する光学素子の内、最も強い光が内部を透過するのはビームスプリッターと near mirror で、吸収による熱が最も問題となるのはこれらの光学素子においてである。

1.2.2 鏡の冷却

干渉計を構成する鏡は有限の温度を持つため、常に内部の分子のブラウン運動によって振動している。この雑音を低減するためには、鏡の温度を下げたり、鏡の機械的な Q を大きくするなどの方法がある [7]。LCGT では、鏡を 20 K まで冷却し、冷却される鏡の基材には、低温で Q が大きくなるサファイアを用いる。また、LCGT において冷却される鏡は、図 1.3 中の破線で囲まれた鏡である。この部分は、実効的な腕の長さを長くするために、Fabry-Perot キャビティを構成している。これらの鏡の他に、ビームスプリッターの熱雑音も測定に影響を与え得るが、こちらは冷却の必要は無いと考えられている。これは、Fabry-Perot キャビティを構成している鏡の変位の影響は、光がキャビティを往復する回数分だけ大きいためである [5]。near mirror 及び end mirror は図 1.6 のようにサファイアのファイバーによって懸架される。懸架用のファイバーの先には冷凍機がつながっていて、懸架用のファイバーの伝熱によって鏡を冷却する。この時、ファイバーの径が大きく長さが短いほど懸架用ファイバーを伝わることのできる熱量は大きくなる。しかし、防振の観点からは径が小さく長さが長いほど有利となるので [5]、あまり径を大きく、あるいは長さを短くすることはできない。このため、20 K という温度を達成するためには、光の吸収によって生じる熱の許容量は限られる。表 1.2 に near mirror 及び懸架用ファイバーの寸法を示す。

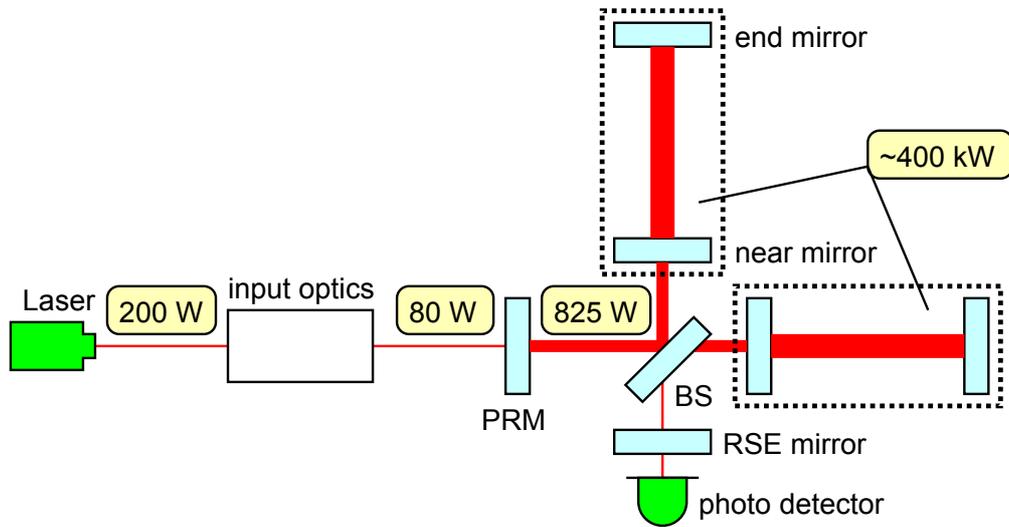


図 1.5: LCGT の各部分での光の強度 [5]。input optics には、変調をかけるための素子や、ビームのモードを整形するための共振器などが含まれる。

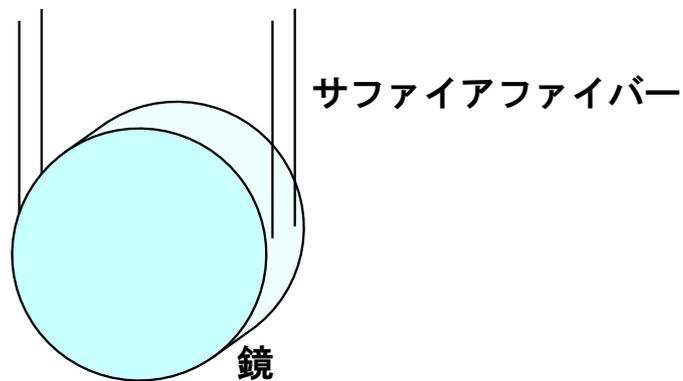


図 1.6: 鏡の懸架。

鏡の直径	22 cm
鏡の厚さ	15 cm
懸架用ファイバーの直径	1.8 mm
懸架用ファイバーの長さ	400 mm

表 1.2: near mirror 及び懸架用ファイバーの寸法 [5]。

1.3 LCGT 用鏡基材の吸収係数に対する要求

1.2.1 節で述べたように、near mirror は内部を強い光が透過する。また、1.2.2 節で述べたように、near mirror は懸架用ファイバーの伝熱によって 20 K に冷却されるが、防振の観点から懸架用ファイバーの径と長さは制限され、ファイバーを伝わることのできる熱量は限られる。このため、鏡が光を吸収することによって生じる熱の許容量には限度があり、このことから鏡基材に対する吸収係数の要求が決まる。near mirror の基材の吸収係数に対する要求は 20 ppm/cm 以下となっている [24]。

第2章 Michelson 干渉計による吸収係数測定の原理

この章では、Michelson 干渉計を用いて吸収係数を測定する原理について説明する。詳細は本章の各節で述べるが、最初にここで測定方法の概略を述べておく。図 2.1 は実験の概略図である。Michelson 干渉計の片腕の中に試料を置き、試料内部に光を透過させる。試料を透過する光の一部は試料に吸収され、熱に変わり、試料の温度が上昇する。その結果、試料の屈折率変化と熱膨張により光路長差が生じるので、Michelson 干渉計を用いて光路長差を検出することで、吸収係数を求める。干渉のフリンジは常にダークになるように制御される。また、入射光をチョップし、ロックイン検出することで感度を高めている。以下の節で、それぞれの詳細について説明する。

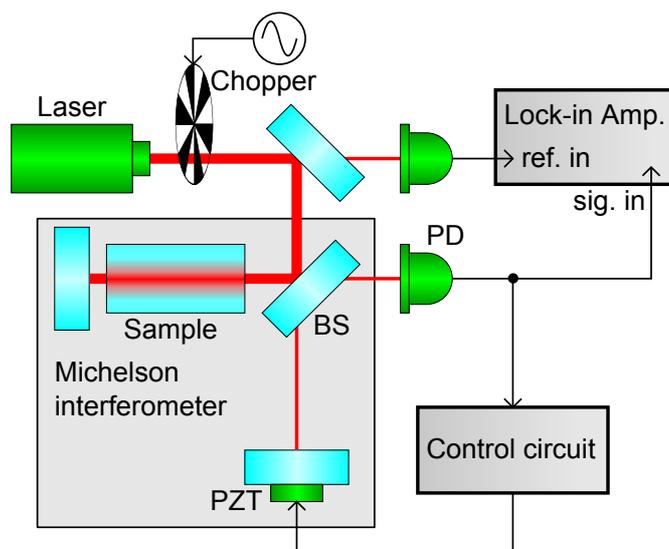


図 2.1: Michelson 干渉計による吸収測定の概略図。BS:ビームスプリッター。PD:フォトディテクター。PZT:ピエゾ素子。

2.1 吸収係数の定義

一般に、光が物質に入射すると、光の一部は物質に吸収され、強度が小さくなる。図 2.2 のように、物質中での最初の光の強度を I 、物質中を微小距離 dx 進んだ後の強度を I' とすると、強度の変化 $dI = I' - I$ は、 I に比例し、比例定数 μ を用いて、

$$dI = -\mu I dx \quad (2.1)$$

と書ける。比例定数 μ のことを吸収係数といい、次元は長さの逆数となる。単位としては、 cm^{-1} が用いられることが多い。また、吸収によって光の強度は減少するはずなので、 μ は正の値をとる。式 (2.1) を積分すると、光の強度は、物質中を進んだ距離 x の関数として、

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x) \quad (2.2)$$

となる。ここで、 I_0 は $x = 0$ での光の強度で、物質の端面が $x = 0$ にあるとすると、入射光の強度であるといえる。本実験で扱うのは吸収係数の非常に低い物質であるので、式 (2.2) は、

$$I(x) \approx I_0 - I_0 \mu x \quad (2.3)$$

と近似できる。

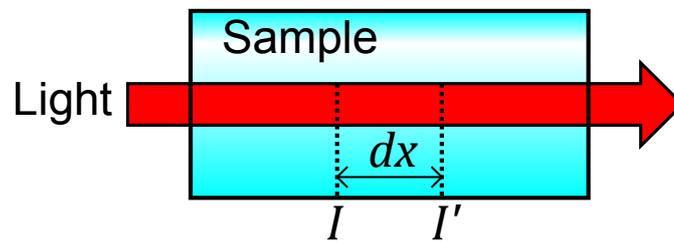


図 2.2: 光の吸収。

ここで注意が必要なことは、吸収係数 μ は散乱によるエネルギー損失を含める場合があるということである。そのような場合には、 μ を全吸収係数と呼び、エネルギー吸収による真吸収係数を β 、散乱による散乱係数を γ とすれば、

$$\mu = \beta + \gamma \quad (2.4)$$

と表すことができる。ここで散乱係数 γ を消光率と呼ぶこともある。散乱による損失については、参考文献 [25, 26, 27] に詳しい議論がされている。本実験では、散乱係数 γ を考慮に入れず、真吸収係数 β のみを測定することを目指す。なぜなら、我々が問題としているのは、透過光の減衰自体ではなく、吸収された熱量による影響だからである。

2.2 Michelson 干渉計

2.2.1 Michelson 干渉計の原理

図 2.3 は Michelson 干渉計の概略図である。光源から出た光はビームスプリッターによって 2 つに分けられ、ミラーで反射してビームスプリッターで再び 1 つになり、フォトディテクターで検出される。

ビームスプリッター直前のレーザー光の電場を $E_0 e^{i\omega t}$ 、ビームスプリッターの振幅反射率を r 、振幅透過率を t とすると、それぞれの光路を通った光の電場は、

$$E_1 = rtE_0 e^{i(\omega t - 2kx_1)} \quad (2.5)$$

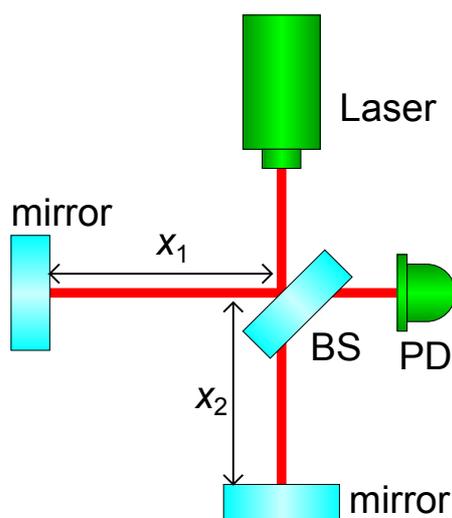


図 2.3: Michelson 干渉計の概略図。BS:ビームスプリッター。PD:フォトディテクター。

$$E_2 = rtE_0 e^{i(\omega t - 2kx_2)} \quad (2.6)$$

となるので、ビームスプリッターで再び1つになった直後の電場は、これら2つの電場を足し合わせて、

$$E = rtE_0 \left(e^{i(\omega t - 2kx_1)} + e^{i(\omega t - 2kx_2)} \right) \quad (2.7)$$

となる。実際に測定されるのは光の強度であり、

$$\begin{aligned} I &= (rt)^2 E_0^2 \left| e^{-2ikx_1} + e^{-2ikx_2} \right|^2 \\ &= (rt)^2 E_0^2 \left| 2 + e^{2ik(x_1 - x_2)} + e^{-2ik(x_1 - x_2)} \right| \\ &= 2RTI_0 \{1 + \cos 2k(x_1 - x_2)\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

となる。ここで、 R はビームスプリッターの強度反射率、 T はビームスプリッターの強度透過率、 I_0 は入射光の強度である。式 (2.8) から、検出される光の強度は干渉計の両腕の長さの差に応じて 0 から $4RTI_0$ まで変化するとわかる。実際には、検出される光の強度は、図 2.4 のようにオフセットをもち、

$$I = \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} + \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \cos 2k(x_1 - x_2) \quad (2.9)$$

と書ける。ただし、干渉縞の極大の強度を I_{\max} 、極小の強度を I_{\min} とした。また、

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (2.10)$$

で定義される V を、ビジビリティ、コントラストなどといい、干渉縞の明瞭さを表す尺度となる。その定義から、 $0 \leq V \leq 1$ であり、 $I_{\min} = 0$ ならば $V = 1$ となって干渉縞は最も明瞭になる。逆に、 $I_{\max} = I_{\min}$ ならば、 $V = 0$ となって、干渉縞は見られない。

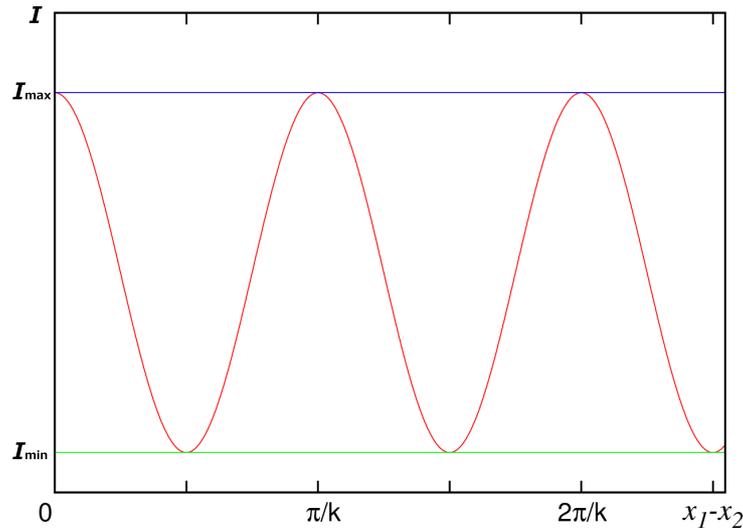


図 2.4: 光路長の差が変化したときの干渉縞の変化の様子。腕を往復するので、周期は波長の半分になっている。

2.2.2 Michelson 干渉計の制御

2.2.1 節で述べた Michelson 干渉計の干渉縞は、干渉計を構成するビームスプリッター、エンドミラーなどの素子の振動や腕の中の空気の揺らぎなどによって、常に変動している。本実験では、光の吸収によって生じる光路長変化を測定するが、その為には干渉縞が常に一定の位置付近で動作していることが望ましい。そこで、干渉計の腕の長さをフィードバック制御し、常に一定の動作点付近で動作させる。このように制御することを「ロックする」という。干渉縞の位置として、代表的なものを図 2.5 に示す。本実験では、ダークフリンジにロックする。図 2.5 から、ダークフリンジでは光路長差が、

$$x_1 - x_2 = \frac{2n + 1}{2} \frac{\pi}{k} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2.11)$$

となる。ダークフリンジにロックする理由は、本実験では入射光をチョップしてロックイン検出を行うが、フォトディテクターの受ける光量がチョップによって大きく変化し、その効果が測定結果に混入することが懸念されるので、フォトディテクターが受ける光量のチョップによる変化を極力小さくして、余分な信号の混入を減らすためである。また、本実験では吸収によって生じる光路長変化を大きくするために大出力のレーザーを用いるので、ダークフリンジにロックすることで、フォトディテクターで受ける光量を小さくし、ND フィルターなどを用いて減光せずともフォトディテクターの出力が飽和しないで済むというメリットもある。

位相変調を用いた制御によるダークフリンジへのロック

干渉計をある動作点で動作するように制御するには、動作させたい点で 0 と交差するようなエラー信号を得ればよい。しかし、図 2.5 を見てもわかるように、ダークフリンジで

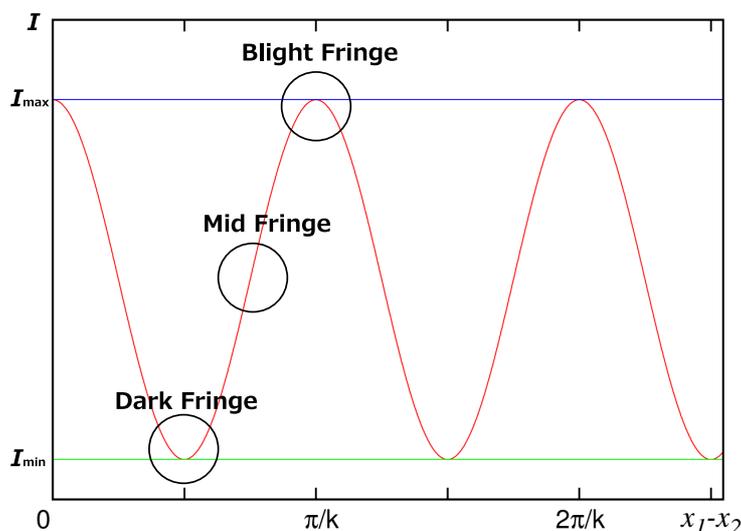


図 2.5: 干渉計の動作点。最も暗い点をダークフリッジ、最も明るい点をブライトフリッジ、ちょうど中間をミッドフリッジという。

は干渉縞がどちらに動いても光量が増えてしまうため、単にフォトディテクターの出力を見るだけでは干渉縞がどちらに動いたかわからず、適切なエラー信号を得ることができない。しかし、一方の鏡をある周波数で振って変調をかけ、フォトディテクターの後で復調することで、ダークフリッジで 0 と交差するようなエラー信号を得ることができる。干渉計の一方のミラーを、振幅 x_p 、周波数 $\omega_p/2\pi$ で振動させると、式 (2.9) は、

$$\begin{aligned} I_P &= \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} + \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \cos [2k(x_1 - x_2 + x_p \sin \omega_p t)] \\ &= \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} + \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \left(\cos [2k(x_1 - x_2)] \cos (2kx_p \sin \omega_p t) \right. \\ &\quad \left. - \sin [2k(x_1 - x_2)] \sin (2kx_p \sin \omega_p t) \right) \quad (2.12) \end{aligned}$$

となる。干渉信号の位相の中に変調成分である $x_p \sin \omega_p t$ が現れるので、このような変調を位相変調という。式 (2.12) は、Bessel 級数 $J_\nu(z)$ を用いて展開できて、

$$\begin{aligned} I_P &= \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} \\ &\quad + \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \left[\cos [2k(x_1 - x_2)] \cdot \left(J_0(2kx_p) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(2kx_p) \cos (2n\omega_p t) \right) \right. \\ &\quad \left. - \sin [2k(x_1 - x_2)] \cdot 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(2kx_p) \sin [(2n+1)\omega_p t] \right] \quad (2.13) \end{aligned}$$

と書ける。ここで、

$$J_\nu(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^\nu \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(\nu + m + 1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m} \quad (2.14)$$

$$\Gamma(n+1) = n! \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.15)$$

より、

$$J_0(z) = 1 - \left(\frac{z}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{z}{2}\right)^4 + \dots \quad (2.16)$$

$$J_1(z) = \frac{z}{2} - \frac{1}{1!2!} \left(\frac{z}{2}\right)^3 + \frac{1}{2!3!} \left(\frac{z}{2}\right)^5 \dots \quad (2.17)$$

$$J_2(z) = \frac{1}{2!} \left(\frac{z}{2}\right)^2 - \frac{1}{1!3!} \left(\frac{z}{2}\right)^4 + \frac{1}{2!4!} \left(\frac{z}{2}\right)^6 + \dots \quad (2.18)$$

なので、式 (2.13) を $z = 2kx_p$ の 1 次までで近似すると、

$$I_P \simeq \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} + \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \left(J_0(2kx_p) \cos[2k(x_1 - x_2)] - 2J_1(2kx_p) \sin[2k(x_1 - x_2)] \sin \omega_p t \right) \quad (2.19)$$

となるので、 ω_p で同期検波することにより、

$$I_{\omega_a} = -\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) \sin[2k(x_1 - x_2)] \quad (2.20)$$

という信号を得る。これは式 (2.11) を満たすときに 0 となるので、これをエラー信号として用いることによって、干渉計をダークフリンジにロックすることができる。

2.3 吸収による光路長変化

本実験では、吸収によって生じる光路長変化を干渉計で検出することによって吸収係数を求める。光路長変化は試料の温度変化によって引き起こされるので、吸収があった時に試料内部の温度がどう変化するかを求める必要がある。実際に吸収係数を求める際には、第3章で説明する数値計算の結果を用いるが、この節では、近似を用いた解析的な手法によって熱伝導方程式を解き、光路長変化がどのようなパラメータによっているのかを調べる。内部発熱 $Q(\mathbf{r}, t)$ があるとき、物体の温度 $T(\mathbf{r}, t)$ は以下の熱伝導方程式に従う。

$$c\rho \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = Q(\mathbf{r}, t) + \nabla \cdot (\kappa \nabla T(\mathbf{r}, t)) \quad (2.21)$$

ここで、 c は物体の比熱、 ρ は密度、 κ は熱伝導率である。 κ は一般には 2 階のテンソル量であるが、物体が等方的な場合はスカラー量として書ける。ここでは簡単のため等方的な場合を考えることにする。この場合、式 (2.21) は、

$$c\rho \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = Q(\mathbf{r}, t) + \kappa \nabla^2 T(\mathbf{r}, t) \quad (2.22)$$

と書ける。また、内部発熱は入射光の吸収によって生じる熱のみを考え、吸収係数を β 、入射光のエネルギー分布を $P(\mathbf{r}, t)$ とすると、 $Q = \beta P(\mathbf{r}, t)$ と書ける。入射光はビーム半径 a のガウスビームで、試料の長さ程度の範囲では平行光で、角周波数 ω_a で強度変調されており、強度変調の振幅を I とし、座標軸を図 2.6 のようにとると、入射光のエネルギー分布のうち、角周波数 ω_a で変動する成分は、

$$P(\mathbf{r}, t) = \frac{2I}{\pi a^2} e^{i\omega_a t} \exp \left[-\frac{2}{a^2} (x^2 + y^2) \right] \quad (2.23)$$

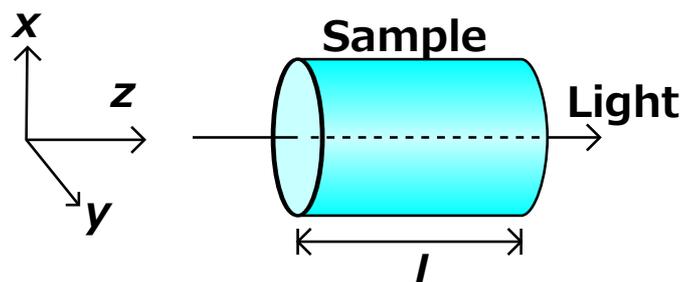


図 2.6: 座標軸。入射ビームの光軸を z 軸とする。

となる。ここで、係数 $2/\pi a^2$ はパワーの規格化の為の係数である。

本実験では、入射光をチョップすることによって強度変調を行う。このとき、入射光は方形波となり、その基本波成分の振幅は、方形波の peak to peak 振幅の $2/\pi$ 倍となることが、フーリエ展開することによってわかる。また、Michelson 干渉計では、光は往復して試料の同じ場所を 2 度通過するので、強度変調の振幅は 2 倍になる。従って、入射光のパワーを I_0 とすると、

$$I = I_0 \times \frac{2}{\pi} \times 2 = \frac{4}{\pi} I_0 \quad (2.24)$$

となり、結局 $Q(\mathbf{r}, t)$ は、

$$Q(\mathbf{r}, t) = \beta \frac{8I_0}{\pi^2 a^2} e^{i\omega_a t} \exp\left[-\frac{2}{a^2} (x^2 + y^2)\right] \quad (2.25)$$

と書ける。さて、式 (2.25) の熱源のもと、式 (2.22) を解くため、式 (2.22) のフーリエ変換を考える。 $T(\mathbf{r}, t)$ 、 $Q(\mathbf{r}, t)$ の、 x 、 y 、 t についてのフーリエ変換を、

$$\tilde{T}(p, q, \omega) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} dt \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy T(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} e^{-ipx} e^{-iqy} \quad (2.26)$$

$$\tilde{Q}(p, q, \omega) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} dt \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy Q(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} e^{-ipx} e^{-iqy} \quad (2.27)$$

で定義する。式 (2.25) より、

$$\begin{aligned} \tilde{Q} &= \beta \frac{8I_0}{\pi^2 a^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{2}{a^2} \left(x^2 + i\frac{a^2 p x}{2}\right)\right] dx \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{2}{a^2} \left(y^2 + i\frac{a^2 q y}{2}\right)\right] dy \delta(\omega - \omega_a) \\ &= \beta \frac{4I_0}{\pi} \exp\left[-\frac{a^2(p^2 + q^2)}{8}\right] \delta(\omega - \omega_a) \end{aligned} \quad (2.28)$$

となる。 $\delta(\omega - \omega_a)$ はディラックのデルタ関数である。式 (2.22) の両辺をフーリエ変換すると、

$$i\omega c p \tilde{T} = \tilde{Q} - \kappa(p^2 + q^2) \tilde{T} \quad (2.29)$$

となるので、

$$\tilde{T} = \frac{4\beta I_0/\pi}{i\omega c\rho + \kappa(p^2 + q^2)} \exp\left[-\frac{a^2(p^2 + q^2)}{8}\right] \delta(\omega - \omega_a) \quad (2.30)$$

となる。ここで、 $\omega_a c\rho \gg \kappa(p^2 + q^2)$ なら、分母の第2項を無視して、

$$\tilde{T} = \frac{4\beta I_0/\pi}{i\omega c\rho} \exp\left[-\frac{a^2(p^2 + q^2)}{8}\right] \delta(\omega - \omega_a) \quad (2.31)$$

と近似でき、これを逆変換することで $T(\mathbf{r}, t)$ を求めることができるが、その前にこの近似が成り立つための条件について説明しておく。式 (2.30) で、 $\exp[-a^2(p^2 + q^2)/8]$ に注目すると、後に逆フーリエ変換する時には、 $a^2(p^2 + q^2) \lesssim 1$ となるような p, q の領域の寄与がほとんどであるから、 $p^2 + q^2 \lesssim 1/a^2$ であるような領域で考える。この時、

$$\omega_a c\rho \gg \kappa/a^2 \quad (2.32)$$

ならば、 $\omega_a c\rho \gg \kappa(p^2 + q^2)$ が成り立つ。つまり、式 (2.32) は、式 (2.31) のように近似が成り立つための十分条件であるといえる。また、式 (2.32) の条件は、

$$a \gg \sqrt{\frac{\kappa}{\omega_a c\rho}} \quad (2.33)$$

と変形できる。この式の右辺は、

$$l_d = \sqrt{\frac{\kappa}{\omega_a c\rho}} \quad (2.34)$$

で定義される熱拡散長である。熱拡散長は、交流的に与えられた熱が物体中を拡散する時、温度変化の振幅が $1/e$ に減衰するまでの距離を表す。熱拡散長が式 (2.33) のように、ビーム半径に比べて十分小さいということは、熱伝導方程式 (2.22) において右辺の第2項、熱拡散の効果は無視し、入射光が通過した部分のみが熱せられるという近似を行ったということである。さて、式 (2.31) を逆変換すると、温度の角周波数 ω_a の成分は、

$$\Delta T(\mathbf{r}, t) = \frac{8\beta I_0}{i\pi^2 \omega_a c\rho a^2} e^{i\omega_a t} \exp\left[-\frac{2}{a^2}(x^2 + y^2)\right] \quad (2.35)$$

と求まる。屈折率の変化は、屈折率の温度係数 dn/dT を用いて、

$$\Delta n = \frac{dn}{dT} \Delta T \quad (2.36)$$

と書けるから、ビームの中心 ($x = y = 0$) では、試料の長さを l とすると、屈折率変化による光路長変化 Δl_n は、

$$\Delta l_n = l\Delta n = l \frac{dn}{dT} \frac{8\beta I_0}{i\pi^2 \omega_a c\rho a^2} e^{i\omega_a t} \quad (2.37)$$

となる。この式から、以下のことがわかる。

- 分母に i があることから、光路長変化の位相は、入射光の強度変調に対して 90° 遅れる。その為、2.4 節で述べる、ロックイン検出の際には強度変調の基本波成分に対して 90° 遅れの成分を検出する。

- 光路長変化の大きさは、強度変調周波数に反比例し、入射光のビーム半径の2乗に反比例する。

式 (2.33) を満たすには、入射光のビーム半径を大きくし、強度変調の周波数を高くすればよい。しかし式 (2.37) から、光路長変化は入射光のビーム半径が小さく、強度変調の周波数も低いほど大きくなる。そのため、式 (2.33) を十分満たそうとすると得られる信号が小さくなり、測定の上で不利である。そこで、本実験ではより大きい信号を得られる条件で測定を行うために、式 (2.33) を満たさない条件下でも十分正確な解析を行えるよう、測定結果の解析に数値計算を用いた。数値計算については、第3章で説明する。

2.4 吸収による光路長変化の信号の取得

角周波数 ω_a で強度変調された入射光の吸収により、Michelson 干渉計の片腕の光路長が $x_1 + \Delta x_1 \sin \omega_a t$ と変化したとする。この時、強度変調の周波数を、制御のための周波数変調の周波数より十分低くし、位相変調の復調回路後段のローパスフィルタの時定数を適切に設定することにより、復調後の信号は、式 (2.20) より、

$$-\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) f_{\omega_a}(t) \sin [2k(x_1 - x_2 + \Delta x_1 \sin \omega_a t)] \quad (2.38)$$

となる。ここで、 $f_{\omega_a}(t)$ は、入射光がチョッパーによって角周波数 ω_a でオン、オフされる事を表す、0 または 1 の方形波である。従って、フーリエ級数展開により、

$$f_{\omega_a}(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos [(2n+1)\omega_a t]}{2n+1} \quad (2.39)$$

と書ける。ここで、 $f_{\omega_a}(t)$ にはコサイン、光路長変化にはサインを用いたのは2.3節で述べた、光路長変化の位相が強度変調に対して 90° 遅れる事を表すためである。さて、測定中は Michelson 干渉計はダークフリンジにロックされているため、 $2k(x_1 - x_2) \sim (2n+1)\pi$ であり、吸収によって生じる光路長変化は波長に比べて十分小さいと考えられるため、 $2k\Delta x_1 \ll 1$ であるから、式 (2.38) は、

$$\begin{aligned} & -\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) f_{\omega_a}(t) \sin (2k\Delta x_1 \sin \omega_a t) \\ \simeq & -\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) f_{\omega_a}(t) 2k\Delta x_1 \sin \omega_a t \\ = & -\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) k\Delta x_1 \sin \omega_a t \\ & -\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) \frac{2}{\pi} 2k\Delta x_1 \cos \omega_a t \sin \omega_a t \\ & +\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) \frac{2}{3\pi} 2k\Delta x_1 \cos 3\omega_a t \sin \omega_a t \\ & \dots \end{aligned} \quad (2.40)$$

となるので、これを ω_a でロックイン検出することにより、

$$-\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} 2J_1(2kx_p) k\Delta x_1 \quad (2.41)$$

の項だけを検出でき、吸収による光路長変化 Δx_1 を知ることができる。

2.5 吸収係数の決定

2.4 節までで、吸収による光路長変化を測定する方法を述べた。光路長変化の測定値から吸収係数を決定するために、本実験では以下のプロセスをたどる。

- 入射光のパワーを変えて測定を行い、光路長変化の入射パワー依存性をとる。式 (2.37) から、光路長変化は入射光のパワーに比例するが、このデータから入射光のパワー 1 W あたりの光路長変化が求まる。
- 第 3 章で説明する数値計算で、入射光のパワー 1 W とし、吸収係数を適当に仮定した場合の光路長変化を計算する。
- 式 (2.37) より、光路長変化は吸収係数 β に比例するので、上の 2 つの値の比例計算から、吸収係数を決定できる。

例として、ある試料では仮に、入射パワー 1 W あたりの光路長変化の測定値が 100 pm で、入射光のパワー 1 W、吸収係数が 100 ppm/cm とした場合の光路長変化の計算値が 10 pm だったとする。この時、試料の吸収係数 β は、

$$100 \text{ ppm/cm} \times \frac{100 \text{ pm}}{10 \text{ pm}} = 1000 \text{ ppm/cm} \quad (2.42)$$

となる。

第3章 数値計算による解析

本実験では、光路長変化の測定値から吸収係数を決定するために、試料の熱伝導方程式を解く必要がある。第2章の2.3節では、熱拡散長が入射光のビーム径よりもより十分小さい(式(2.33))という条件の下、熱伝導方程式を解いた。しかし、式(2.33)を満たそうとすると、吸収による光路長変化は小さくなってしまふ。そのため、より大きい信号を得られる条件で測定を行い、かつ正確な解析を行うためには、式(2.33)による近似を用いずに熱伝導方程式や弾性変形の方程式を解く必要がある。定常的な熱源の下でこれらの方程式を解析的に解いた例としては、参考文献[28, 29]があるが、本実験では入射光が強度変調されていることなどから、解析的に解くのは困難なため、測定結果の解析に有限要素法による数値計算を用いた。数値計算には、COMSOL社のCOMSOL Multiphysics 4.2aというソフトウェアを用いた[30]。以下の節で、詳細を説明する。

3.1 試料の温度分布

3.1.1 交流的な熱源が与えられた場合の熱伝導方程式

試料内部の熱伝導方程式は、

$$c\rho \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = Q(\mathbf{r}, t) + \nabla \cdot (\kappa \nabla T(\mathbf{r}, t)) \quad (3.1)$$

であり、 c 、 ρ 、 T 、 κ はそれぞれ試料の比熱、密度、温度、熱伝導率である。また、 Q は内部発熱であり、ここでは吸収によって生じる熱量のみであるとする。入射光は、角周波数 ω_a で強度変調されているとし、熱源、温度とも、角周波数 ω_a の成分のみを考え、

$$Q(\mathbf{r}, t) = Q_1(\mathbf{r}) \cos \omega_a t \quad (3.2)$$

$$T(\mathbf{r}, t) = T_1(\mathbf{r}) \cos \omega_a t + T_2(\mathbf{r}) \sin \omega_a t \quad (3.3)$$

とおく。熱源 $Q(\mathbf{r}, t)$ は、入射光の強度分布に比例するので、光軸方向を z 軸にとり、光軸からの距離を r とすると、吸収係数 β を用いて、

$$Q_1(\mathbf{r}) = \beta \frac{8I}{\pi^2 W(z)^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{W(z)^2}\right) \quad (3.4)$$

と書ける。 I は入射光のパワー、 $W(z)$ は入射光のビーム半径であり、ガウスビームを仮定している。屈折率分布による波面の乱れによる熱源の変化は考慮しない。また、光は往復して試料の同じ位置を2回通るとしてあり、試料を通過するパワーは入射パワーの2倍

となる。さらに、入射光はチョッパーによるオン、オフによって変調されているので、 Q_1 の係数には矩形波のフーリエ級数展開から、 $2/\pi$ がかかっている。ビーム径 $W(z)$ は、

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left[\frac{\lambda}{n\pi W_0^2} (z - z_0) \right]^2} \quad (3.5)$$

で与えられ、 λ 、 W_0 、 z_0 はそれぞれ、入射光の波長、ビームウェスト半径、ビームウェストの位置であり、 n は試料の屈折率である。式 (3.2)、(3.3) を式 (3.1) に代入すると、

$$c\rho\omega_a (-T_1 \sin \omega_a t + T_2 \cos \omega_a t) = \nabla \cdot \kappa \nabla (T_1 \cos \omega_a t + T_2 \sin \omega_a t) + Q_1 \cos \omega_a t \quad (3.6)$$

となる。従って sin 成分、cos 成分について、それぞれ以下の式が成り立つ。

$$-c\rho\omega_a T_1 = \nabla \cdot \kappa \nabla T_2 \quad (3.7)$$

$$c\rho\omega_a T_2 = \nabla \cdot \kappa \nabla T_1 + Q_1 \quad (3.8)$$

この連立方程式を解くことによって、試料内部の温度分布を求める。

3.1.2 境界条件

交流的に与えられた熱は、試料の内部で熱拡散長と呼ばれる長さ程度広がる。熱拡散長は、

$$l_d = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega_a c\rho}} \quad (3.9)$$

で、熱源からこの距離だけ離れると、温度変化の振幅が e^{-1} 倍に減衰することを意味する。本実験で測定した試料は、直径が 10mm のものと 20mm のものがあり、これに対して熱拡散長は、熱伝導率の大きなサファイアでも、0.2 mm 程度である。つまり、この測定では熱拡散長は試料の径よりも十分小さく、温度変化は試料の側面までは伝わらないと考えられるので、側面の熱伝達は無視でき、境界条件としては試料の側面は断熱的であるとした。

表 3.1: 熱拡散長。チョッパーの周波数は 120 Hz。

	サファイア [31]	BK7 [31, 32]
密度 ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	3980	2520
比熱 c [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	750	858
熱伝導率 κ [$\text{J} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	42	1.13
熱拡散長 l_d [mm]	0.2	0.04

3.2 熱膨張

3.1 節で求めた式を解くことによって試料内部の温度分布が求まる。この節では、熱膨張について考える。熱膨張があるとき、等方的な弾性体の歪みテンソル s_{ij} と応力テンソル t_{ij} の関係は、熱膨張率 α 、外部の温度 T_e を用いて、

$$t_{ij} = \lambda \delta_{ij} s_{kk} + 2\mu s_{ij} - \frac{E}{1-2\nu} \alpha (T - T_e) \delta_{ij} \quad (3.10)$$

となる。ここで、 λ 、 μ はラメ定数、 E はヤング率、 ν はポアソン比で、

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.11)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.12)$$

の関係がある。

このとき、弾性体の運動方程式は、体積力を無視すると、変位ベクトルを u_i として

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.13)$$

であり、式 (3.10) と、変位と歪みの関係式 $s_{ij} = (u_i + u_j)/2$ から、

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div} \mathbf{u} - \beta \text{grad} T \quad (3.14)$$

となる。 T のうち、角周波数 ω_a で変動する成分は、前節で求めた T_1 、 T_2 を用いて、

$$T(\mathbf{r}, t) = T_1(\mathbf{r}) \cos \omega_a t + T_2(\mathbf{r}) \sin \omega_a t \quad (3.15)$$

であり、変位ベクトル \mathbf{u} についても、角周波数 ω_a で変動する成分は

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}_1(\mathbf{r}) \cos \omega_a t + \mathbf{u}_2(\mathbf{r}) \sin \omega_a t \quad (3.16)$$

と書けるので、結局、解くべき方程式は、

$$\begin{aligned} -\omega^2 \rho \mathbf{u}_1 &= \mu \nabla^2 \mathbf{u}_1 + (\lambda + \mu) \text{grad div} \mathbf{u}_1 - \beta \text{grad} T_1 \\ -\omega^2 \rho \mathbf{u}_2 &= \mu \nabla^2 \mathbf{u}_2 + (\lambda + \mu) \text{grad div} \mathbf{u}_2 - \beta \text{grad} T_2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。

3.3 光路長変化

上記の計算によって得られる屈折率変化及び熱による変形から、光路長変化を求める。入射光の強度はガウス分布をしているので、温度変化はビームの中心からの距離に依存すると考えられる。そのため、光路長変化もビームの中心からの距離に依存する。さて、本実験で、フォトディテクター上で測定される光路長変化は、ビームの進行方向に垂直な面内の光路長変化の分布を、ガウス分布で重みをつけて平均をとったものであると考えられる。そこで、測定結果との比較に用いるべき数値計算の結果 ΔL は、フォトディテクター上でのビーム半径を仮に W_{PD} であるとし、ビームの中心から距離 r の位置での光路長変化を $\Delta l(r)$ とすると、

$$\Delta L = \frac{4}{W_{PD}^2} \int_0^\infty r e^{-2r^2/W_{PD}^2} \Delta l(r) dr \quad (3.18)$$

となる。ここで、本実験で測定したサンプルは円筒形なので、軸対称を仮定してある¹。また、係数 $4/W_{PD}^2$ は、規格化のための係数であり、以下のようにして求まる。

$$A \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty dr \exp\left(-\frac{2r^2}{W_{PD}^2}\right) \cdot 1 = 1 \quad (3.19)$$

より、

$$A \frac{\pi W_{PD}^2}{2} = 1 \quad (3.20)$$

$$A = \frac{2}{\pi W_{PD}^2} \quad (3.21)$$

従って、

$$\begin{aligned} A \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty dr \exp\left(-\frac{2r^2}{W_{PD}^2}\right) \Delta l(r) &= \frac{2}{\pi W_{PD}^2} 2\pi \int_0^\infty r e^{-2r^2/W_{PD}^2} \Delta l(r) dr \\ &= \frac{4}{W_{PD}^2} \int_0^\infty r e^{-2r^2/W_{PD}^2} \Delta l(r) dr \quad (3.22) \end{aligned}$$

となる。さて、 $r/W_{PD} = a$ とおくと、式 (3.18) は、

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{4}{W_{PD}^2} \int_0^\infty W_{PD} a e^{-2a^2} \Delta l(a) W_{PD} da \\ &= 4 \int_0^\infty a e^{-2a^2} \Delta l(a) da \quad (3.23) \end{aligned}$$

となる。 a の定義から、 $\Delta l(a)$ は、図 3.1 の点線に沿って局所的な光路長変化を積分した値であり、屈折率変化による光路長変化と、熱膨張による光路長変化の和となる。

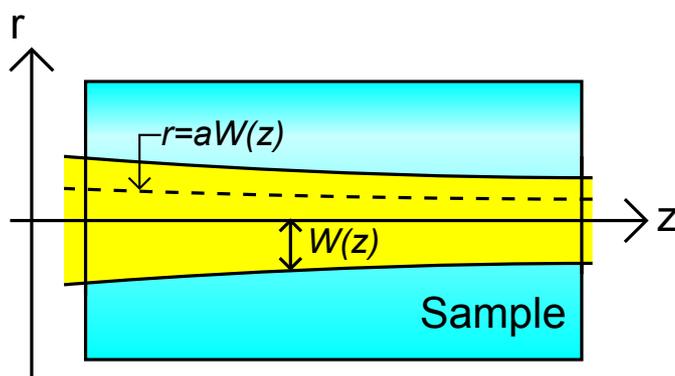


図 3.1: $W(z)$ は位置 z での入射光のビーム半径。点線は r 座標の値のビーム径に対する比が一定となる曲線。

屈折率変化による光路長変化は、屈折率の温度係数を dn/dT 、入射光のビーム半径を $W(z)$ 、試料の長さを l とすると、位置 (r, z) での温度変化の、入射光の強度変調に対して

¹サファイアは異方性があるが、結晶の c 軸がサンプルの長軸になるようにカットされており、軸対称であると考える。

90° 遅れの成分 $T_2(r, z)$ から、

$$\int_0^l \frac{dn}{dT} T_2(aW(z), z) dz \quad (3.24)$$

となる。また、熱膨張による光路長変化は、試料の屈折率を n とすると、試料の端面 $z = l$ 及び $z = 0$ での変位の差から、

$$(n - 1) [u_2(aW(l), l) - u_2(aW(0), 0)] \quad (3.25)$$

となる。従って、

$$\Delta l(a) = \int_0^l \frac{dn}{dT} T_2(aW(z), z) dz + (n - 1) [u_2(aW(l), l) - u_2(aW(0), 0)] \quad (3.26)$$

となり、式 (3.26) を式 (3.23) に代入し、数値的に積分することで、光路長変化を計算することができる。

3.4 数値計算の結果

入射光のパワー 1 W、吸収係数 100 ppm/cm とした時の光路長変化の計算結果を、表 3.2 に示す。今回測定した試料である、BK7 (長さ 10 mm のものと長さ 40 mm のもの) と、サファイア (長さ 40 mm) について計算した。この計算結果から、熱膨張による光路長変

表 3.2: 光路長変化の計算結果。

試料	屈折率変化による光路長変化 [pm/W]	熱膨張 [pm/W]	合計 [pm/W]
BK7(10mm)	3.37	0.30	3.67
BK7(40mm)	11.7	0.27	12.0
サファイア	15.18	0.18	15.4

化は屈折率変化による光路長変化に比べて 1 桁以上小さく、光路長変化のほとんどは屈折率変化によるものであることがわかる。

3.5 数値計算の妥当性

本節では、数値計算の結果の妥当性について議論する。熱拡散長が入射光のビーム径よりもよりも十分小さい(式 (2.33)) という条件の下では、熱伝導方程式の解は 2.3 節での計算で正確に求まる。そこで、数値計算で熱伝導方程式を、強度変調の周波数またはビーム径をスイープして解き、式 (2.33) を十分満たす場合に、数値計算の結果と解析的に解いた結果が一致するかどうかを調べた。図 3.2 は、横軸に強度変調の周波数、縦軸に入射ビームの中心の位置での光路長変化をプロットしたもので、点線が式 (2.37) から求まる理論値、点が COMSOL での計算値である。入射光はビーム半径を 0.1 mm の平行光線、吸収係数は 100 ppm/cm とし、長さ 40 mm のサファイアについて計算した。横軸の強度変

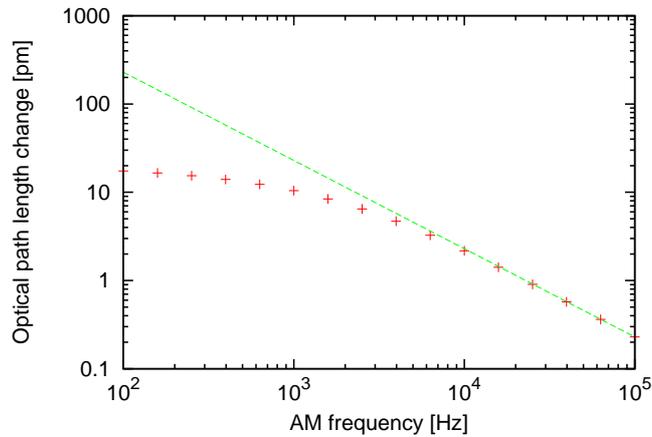


図 3.2: 入射光の中心での光路長変化の強度周波数依存性。緑の点線は、式 (2.37) から求まる理論値。赤い点でプロットされたものは、数値計算による値。

調の周波数が高いほど、熱拡散長は小さくなり、式 (2.33) がよく成り立つ。図 3.2 から、強度変調の周波数が高い領域では、両者の値はよく一致していることがわかる。

図 3.3 は、横軸に入射光のビーム半径、縦軸に入射ビームの中心の位置での光路長変化をプロットしたもので、点線が式 (2.37) から求まる理論値、点が COMSOL での計算値である。強度変調の周波数は 120 Hz、吸収係数は 100 ppm/cm として、長さ 40 mm のサファイアについて計算した。横軸の入射光のビーム半径が大きいほど、式 (2.33) がよく成り立つ。図 3.3 から、ビーム半径が大きい領域では、両者の値はよく一致していることがわかる。

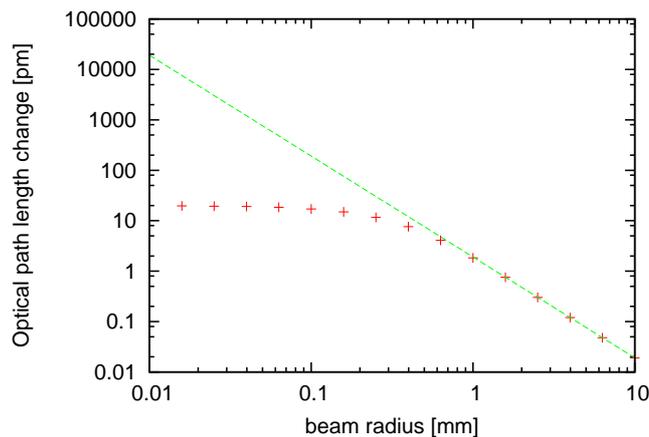


図 3.3: 入射光の中心での光路長変化の入射ビーム半径依存性。緑の点線は、式 (2.37) から求まる理論値。赤い点でプロットされたものは、数値計算による値。

以上の結果から、ソフトウェア上での設定ミスが無いことが確認できる。また、この結果は数値計算の妥当性を示す傍証にもなっている。

3.6 ビーム径の最適化

図 3.3 から、ビーム半径を小さくしても、光路長変化は頭打ちになることがわかる。これに加え、実際のビームは図 3.4 のように、ウェストが小さくなるほど急激に広がっていくため、入射光のウェストサイズには、試料の長さに応じた最適値が存在すると考えられる。図 3.5 に、長さ 40 mm のサファイアの試料のビームウェストサイズの最適値を求める為に行った計算の結果を示す。この計算では、入射光のビームウェストの位置は、干渉計のエンドミラーの位置にあるとして計算した。これは、光はエンドミラーで反射して行きと帰りで 2 回試料を通ることを考えると、ビームウェストがエンドミラーの位置にあって行きと帰りで同じビームプロファイルのとき、平均的に最もビームが絞れていて光路長変化が大きくなると考えられるからである。図 3.5 から、ウェストでのビーム半径が 0.1 mm 程度のとき、光路長変化が最大になることがわかる。

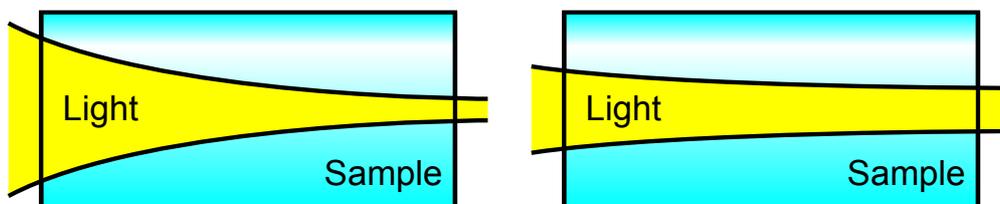


図 3.4: ビームの発散とウェストサイズの関係の模式図。ウェストを小さくする程、よりはやくビーム径が広がってしまう。左の図では、試料右端ではビーム径が小さいが、左端ではかなり広がっているのに対し、右の図では、より平均的にビームが絞れている。

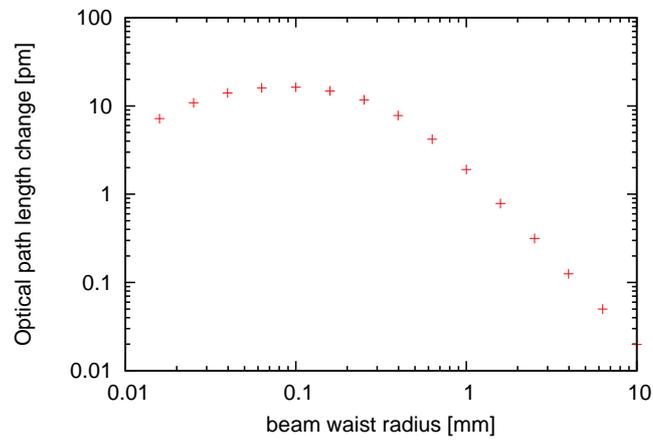


図 3.5: ガウスビームの広がりを考慮した場合のビームウェストのサイズと光路長変化の関係。横軸がウェストでのビーム半径を、縦軸がビームの中心に沿った光路長変化を表す。チョッパーの周波数は 120 Hz で計算した。

第4章 実験の詳細

本章では、Michelson 干渉計による吸収測定実験の詳細について説明する。図 4.1 に実験の全体像を示す。以下の節で、各部分ごとに説明を行う。

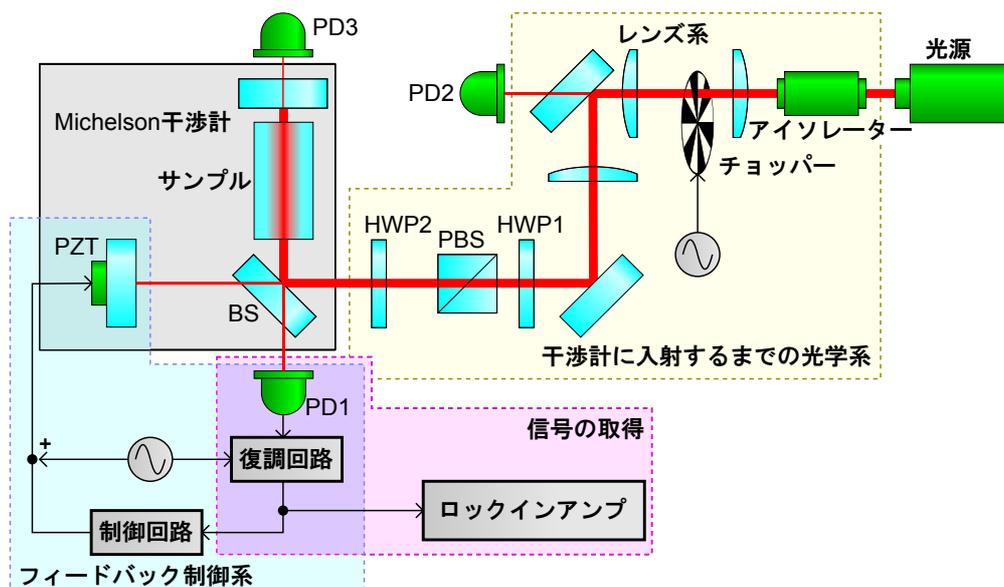


図 4.1: 実験のセットアップ。PD : フォトディテクター、BS : ビームスプリッター、PZT : ピエゾ素子、HWP : 1/2 波長板、PBS : 偏光ビームスプリッター。

4.1 光源

この節では、本実験で用いた光源について説明する。吸収係数を測定するのに十分な光路長変化を得るためには、試料に入射する光の強度が強いことが必要であり、また、十分なビジビリティの干渉縞を得るためには、単一周波数の光源である必要がある。さらに、測定される信号に混入するノイズを小さくするために、強度雑音も小さいことが望ましい。このような、大出力かつ高品質な光源を実現するために、本実験では、図 4.2 に示すようなファイバーアンプによって高品質なシード光を増幅するという方式をとった。シード光には、Nd:YAG レーザー (LIGHTWAVE Model:126-1064-100) を用いた。波長 1064 nm の単一周波数レーザーで、出力は 100 mW である。ファイバーアンプには、Nufern 社の単一周波数レーザー光用 PM ファイバーレーザー増幅器 PSFA-10UU-VV-10W-Y を用いた。出力は最大 10W で、イッテルビウムがドーピングされたファイバーが入っている。

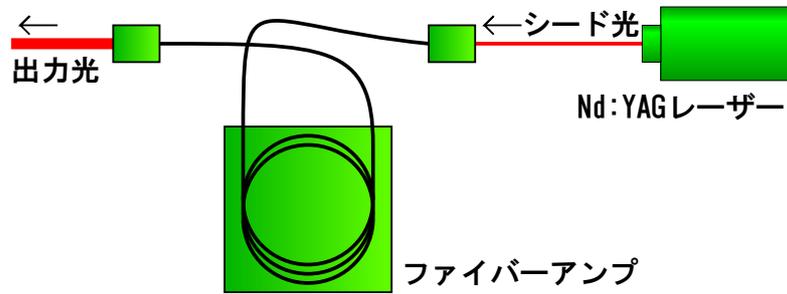


図 4.2: ファイバーアンプによるシード光の増幅。

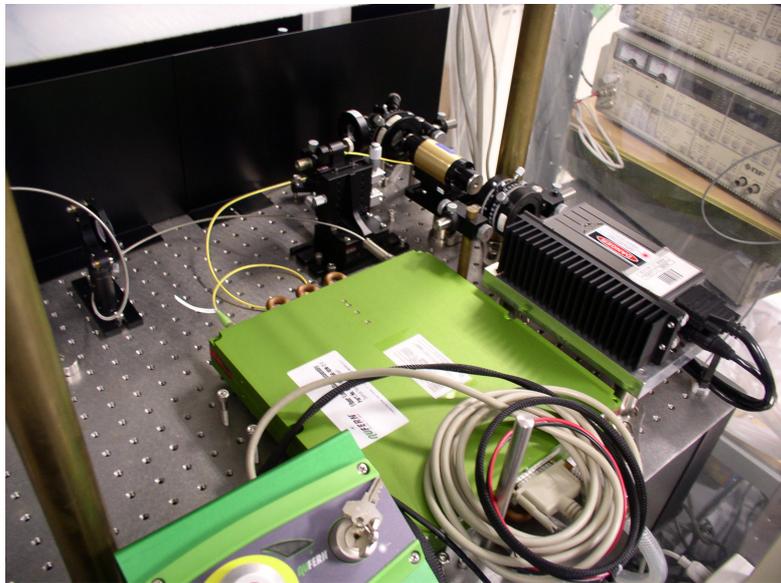


図 4.3: 光源の写真。中央の緑の平らな箱がファイバーアンプである。

4.2 干渉計に入射するまでの光学系

4.2.1 試料に入射するビーム半径

3.6 節での計算から、本実験で用いた長さ 40 mm の試料に対しては、入射する光のウェストでのビーム半径が 0.1 mm 程度の時、光路長変化が最大となる。またこの時、ビームウェストの位置は、干渉計の試料のある腕のエンドミラー上にある必要がある。このようなビームプロファイルを得るため、図 4.4 のようにレンズを置き、干渉計上でのビーム径を測定した。レンズ 1 とレンズ 2 で入射光を平行光線にし、レンズ 3 の位置を動かしてウェストの位置を調節する。レンズの焦点距離はファイバーアンプの出力光のビームプロファイルの測定値から、エンドミラー上でのビーム半径が 0.1 mm 程度になるように選んだ。測定結果を図 4.5 に示す。理想的なガウスビームは、ビーム半径が、

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_0}{z_r} \right)^2} \quad (4.1)$$

となるように伝播する。ここで、 z は図 4.4 中に示したビームスプリッター表面からビーム径の測定に用いたビームプロファイラの CCD の受光面までの距離、 W_0 はビームウェスト半径、 z_0 はビームウェストの位置、 z_r はレイリーレンジであり、

$$z_r = \frac{2\pi W_0^2}{\lambda} \quad (4.2)$$

である。この式を用いてビーム径の測定結果をフィッティングすると、ビームウェストの位置は、 $z_0 = 84$ [mm] となり、この位置にエンドミラーの位置を調整した。また、ビームウェスト半径は、 $W_0 = 0.095$ [mm] となり、この値を測定結果の解析で用いることにした。

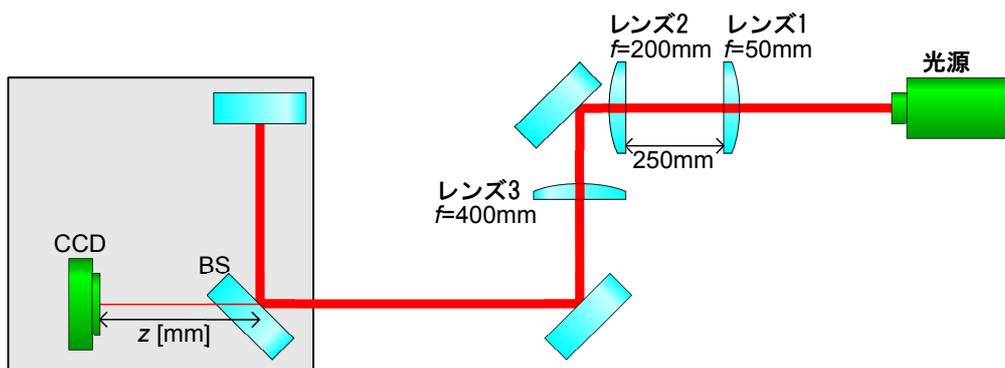


図 4.4: 最適なビーム半径を得るためのレンズ系と、ビーム半径の測定方法。

4.2.2 チョッパー

試料に入射する光を強度変調するため、チョッパーを用いた。チョッパーには THOR-LABS, Inc. 社の MC2000 を用いた。このチョッパーはコントローラーに発振器が内蔵され

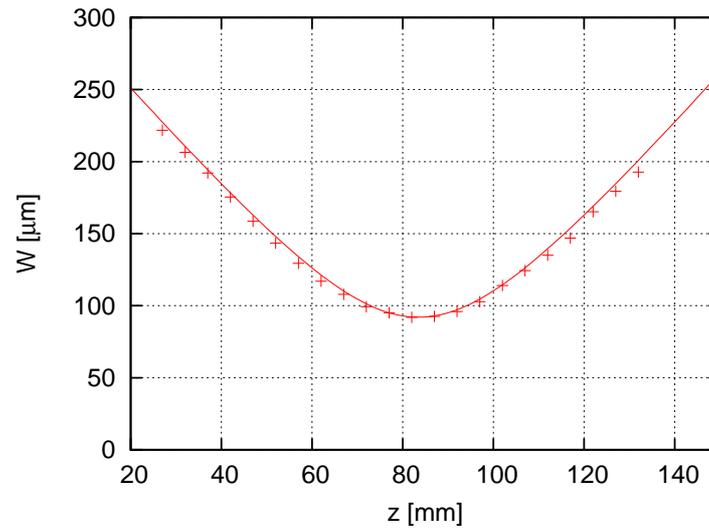


図 4.5: ビーム半径の実測値。点は各位置での測定値、実線はフィッティングである。

ており、20 Hz ~ 1 kHz の周波数でチョップすることができる。本実験では、チョッパーの周波数は、ノイズの実測値と制御帯域の観点から、120 Hz とした。この点については 4.3.2 で述べる。また、前章までの計算では、入射光の強度の波形は理想的な方形波であるとしたが、実際にはチョッパーの歯がビームを横切るのには有限の時間がかかり、実際の強度の波形は台形のような形になる。本実験では、入射光の強度の波形を理想的な方形波になるべく近づけるため、チョッパーの歯にビームが当たる位置をできるだけ外側にし、その時のビーム径もなるべく小さくなるように、図 4.4 のレンズ 1 の焦点付近でチョッパーの歯がビームを横切るように、チョッパーを配置した。

4.2.3 パワーの調節機構

本実験では、試料に入射する光の強度を変えて、光路長変化の入射パワー依存性を見る。そこで、干渉計に入射する強度を調節するために、1/2 波長板と偏光ビームスプリッターを用いた。1/2 波長板の後ろに偏光ビームスプリッターを置き、1/2 波長板を回転させることで、偏光ビームスプリッターを透過する光量が変化し、干渉計に入射する光の強度を変化させることができる。

4.2.4 干渉計に入射する偏光

本実験では、Michelson 干渉計のビームスプリッターに、s 偏光に対する強度反射率が 99 パーセントのものを用いた。一般に、反射率は偏光によって異なり、s 偏光の光に対する反射率の方が、p 偏光の光に対する反射率よりも大きい。そこで、干渉計に入射する直前に 1/2 波長板を置き、直前のパワー調節機構によって p 偏光になっている入射光を s 偏光にしている。

4.3 Michelson 干渉計

本実験で用いた Michelson 干渉計の写真を図 4.6 に示す。干渉計はバネとおもり 2 段からなる防振系が組まれた台の上に置かれており、地面振動によるノイズを減らしている。干渉計のビームスプリッターには強度反射率 99 % のものを用いた。これは、試料になるべく多くの光を入射させ、光路長変化を大きくするためである。ここで、試料をビームスプリッターの反射側の腕に置いたのは、ビームスプリッター内部を強い光が透過すると、ビームスプリッターの吸収が測定されてしまうためである。また、測定する試料は角度の調整のできる台の上に置かれていて、試料に対して光がまっすぐ入射するようにできる。これは、サファイアなどの複屈折のある試料を測定する時に、複屈折によって偏光状態が変化して干渉のビジビリティが低下することを防ぐためである。

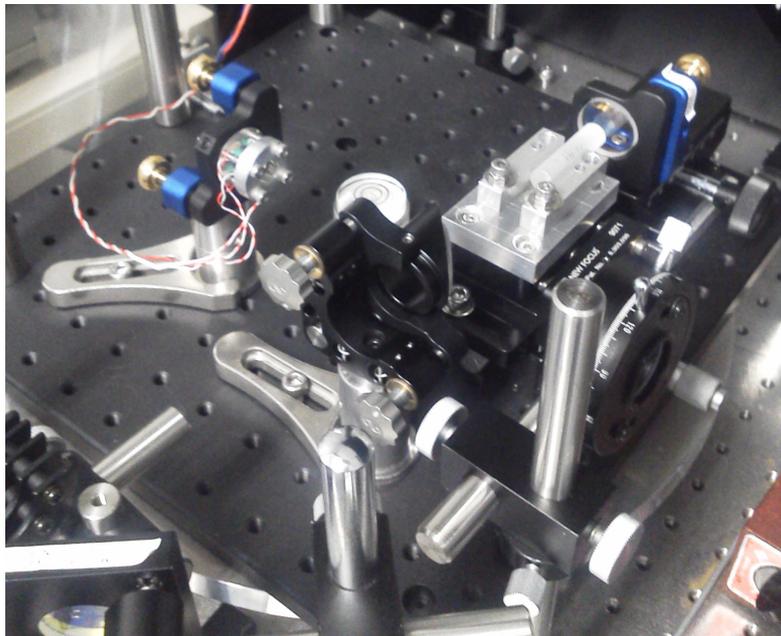


図 4.6: Michelson 干渉計。

4.3.1 腕の長さ

本実験では干渉計の片腕に試料を入れるため、試料を入れた腕でのビームの伝播は図 4.7 のようになり、試料を入れない場合よりもビームウェストの位置が遠くになる。干渉のビジビリティを高くするためには、それぞれの光路を通った光のビームスプリッター上でのビーム径が一致している必要がある。そのため、本実験では試料を入れる側のエンドミラーをビームスプリッターから遠ざけ、試料を入れる側の腕の長さを長くした。試料を入れる側の光路長は試料の屈折率の分だけ長いので、光路長を一致させるには試料を入れる側の腕の長さを短くする必要があるが、本実験では単一周波数の光源を用いたので、光路長を一致させずとも高いビジビリティの干渉縞を得ることができた。

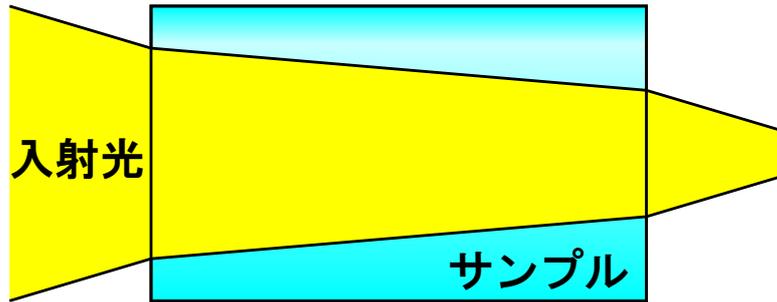


図 4.7: 試料を通るときのビームの伝播。屈折によってビームの発散角は小さくなる。

4.3.2 ノイズスペクトルとチョッパーの周波数

Michelson 干渉計の雑音のスペクトルを図 4.8 に示す。また、式 (2.37) から、吸収による光路長変化はチョッパーの周波数 $\omega_a/2\pi$ に反比例するので、 ω_a^{-1} を図 4.8 で割った時に、値が大きいほど SN 比が大きくなる。その結果を図 4.9 に示す。この結果から、70 Hz 付近で最も SN 比が良くなることがわかる。しかし、4.4.2 節で後述するが、チョッパーの周波数の半分以下の周波数の帯域でしか制御をかけることができないので、制御帯域との兼ね合いから、チョッパーの周波数は 120 Hz とした。

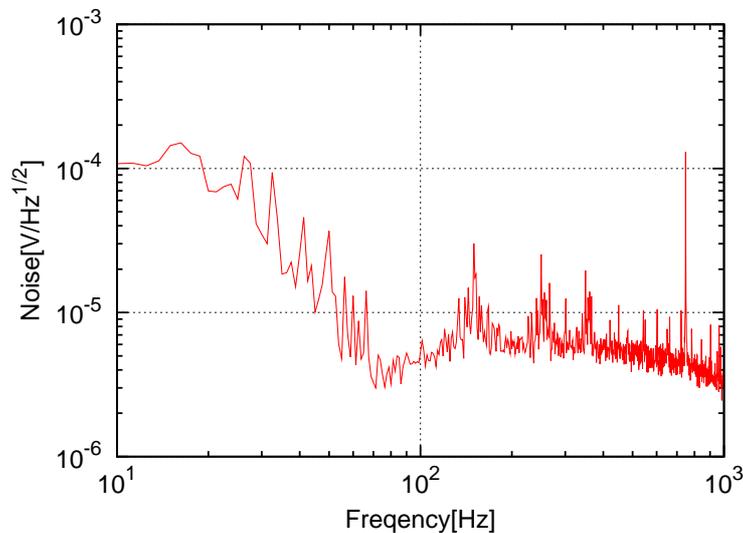


図 4.8: ノイズスペクトル。

4.4 フィードバック制御系

本実験では、測定中は Michelson 干渉計のフリンジは常にダークになるように制御される。本節では、そのための制御方法について述べる。図 4.10 にフィードバック制御系の概

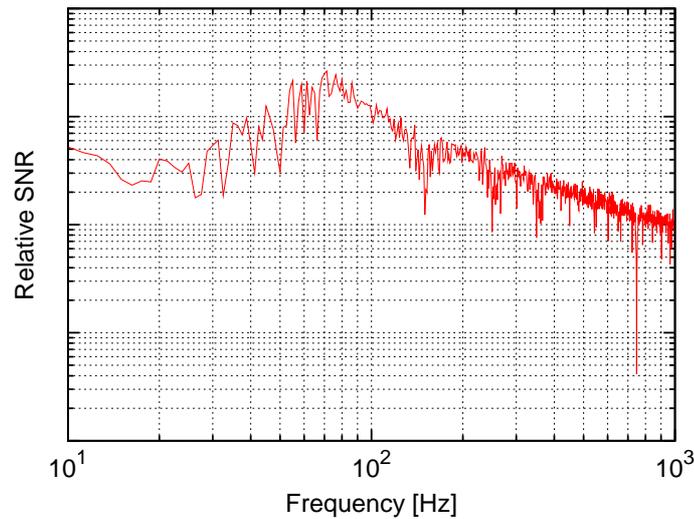


図 4.9: 相対的な SN 比。上にあるほど SN 比が良い。

略図を示す。この図は図 4.1 のフィードバック制御系の部分を少し詳しく描いたものである。以下で、それぞれの部分の詳細を説明する。

4.4.1 位相変調と復調

位相変調

2.2.2 節で述べたように、ダークフリンジへのロックは、干渉計の一方のミラーを角周波数 ω_p で振動させて位相変調をかけ、それを復調することによって制御信号を得ることによって行う。ミラーの変調及び出力光の復調のための参照信号には、SONY Tektronix 社製のファンクションジェネレータ AFG310 を用いた。この発振器の出力をピエゾ素子に加えることで、ミラーを振動させ位相変調を行う。位相変調の周波数は、強度変調の周波数より十分大きいこと、ピエゾ素子が線形応答する範囲であること、などの条件から、15 kHz 程度とした。ここで、「程度」と表現したのは、後述する理由からフォトディテクターと復調回路の間にはバンドパスフィルターを挿入する必要があるため、バンドパスフィルターの中心周波数と位相変調の周波数を一致させるため、まず位相変調の周波数を 15 kHz 程度としてバンドパスフィルターを設計し、その伝達関数を測定することで得た実際のバンドパスフィルターの中心周波数に、位相変調の周波数を合わせる、という方法をとるためである。さて、バンドパスフィルターが必要な理由であるが、本実験で用いた同期検波回路では、かけ算を簡単にするため、参照信号には正弦波ではなく方形波を用いている。このため、参照信号には ω_p の成分の他に ω_p の奇数倍波が含まれ、入力信号の $3\omega_p, 5\omega_p, \dots$ 成分に対しても感度を持つ。そこで、これらの奇数倍波の成分を入力信号からあらかじめ取り除いておくため、バンドパスフィルターが必要になる。

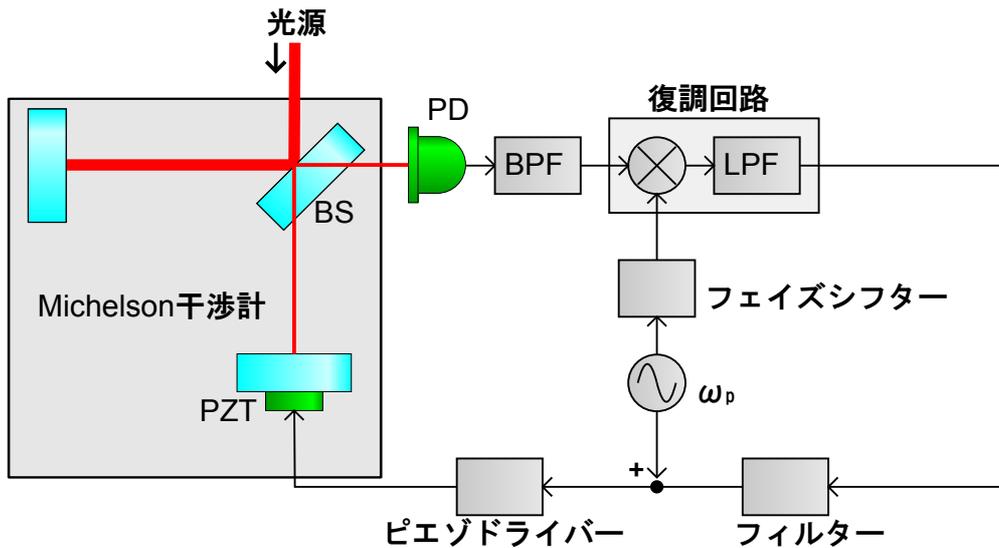


図 4.10: フィードバック制御系の概略図。BS:ビームスプリッター、PD:フォトディテクター、PZT:ピエゾ素子、BPF:バンドパスフィルター、LPF:ローパスフィルター。

バンドパスフィルターの伝達関数と位相変調の周波数

図 4.11 に、バンドパスフィルターの回路図を示す。このバンドパスフィルターの伝達関数 $H_{BPF}(f)$ は、ゲイン A 、 Q 値 Q 、中心周波数 f_0 を用いて、

$$H_{BPF}(f) = \frac{i \frac{A}{Q} \frac{f}{f_0}}{\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 - i \frac{1}{Q} \frac{f}{f_0} - 1} \quad (4.3)$$

と書ける。図 4.12 はこのバンドパスフィルターの伝達関数の測定結果である。この測定結果を式 (4.3) に基づいてフィッティングした結果、

$$A = 0.89 \quad (4.4)$$

$$Q = 8.7 \quad (4.5)$$

$$f_0 = 15.26 \text{ kHz} \quad (4.6)$$

となったので、位相変調の周波数を 15.26 kHz とした。

バンドパスフィルターを作製するにあたって、中心周波数が 15 kHz 程度であることに加え、ある程度 Q 値が小さく ($Q = 10$ 程度) なるようにした。これは、式 (2.19)、式 (2.38) から、このバンドパスフィルターの時点で吸収による光路長変化の信号は周波数 $f_p \pm f_a$ (f_p 、 f_a はそれぞれ、位相変調、強度変調の周波数) の信号となっており、本実験では $f_a = 120 \text{ Hz}$ としたので、バンドパスフィルターの通過帯域の幅が $\sim 100 \text{ Hz}$ 程度ないと、吸収による光路長変化の信号がこのバンドパスフィルターによって遮断されてしまうからである。

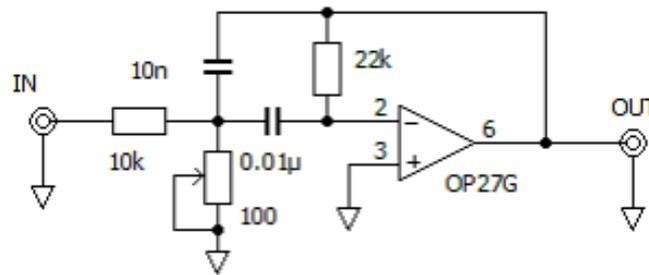


図 4.11: バンドパスフィルター。

復調回路

図 4.13 に、復調のための同期検波回路の回路図を示す。同期検波用 IC には、アナログ・デバイセズ社 AD630 を用いた。この復調回路の出力を制御および光路長変化の測定に用いる。

4.4.2 制御の安定性

ここでは、オープンループ伝達関数を用いて制御の安定性を議論する。そのため、まずオープンループ伝達関数を導入し、その測定方法を説明する。なお、ここでは入射光をチョップしていない状態での制御について述べる。これは、入射光をチョップしてしまうと干渉計の入力（光路長変化）と出力の関係が時不変でなくなり、周波数応答を用いた議論が意味を成さなくなってしまうためである。実際の測定は入射光をチョップして行うが、後述するユニティゲイン周波数をチョップの周波数より十分低く設定することで、安定に動作させることができた。

オープンループ伝達関数

Michelson 干渉計の光路長変化を δx 、復調回路の出力を V_{out} 、干渉計、バンドパスフィルター、復調回路の伝達関数をまとめて G 、各フィルター、ピエゾドライバー、ピエゾ素子の伝達関数をまとめて H とすると、測定装置のブロック図は図 4.14 のようになり、 δx と V_{out} の関係は、

$$V_{\text{out}} = G(\delta x - HV_{\text{out}}) \quad (4.7)$$

となり、これを变形して、

$$V_{\text{out}} = \frac{G}{1 + GH} \delta x \quad (4.8)$$

と表される。伝達関数 GH をオープンループ伝達関数と呼ぶ。これを測定するには、図 4.15 のようにして、復調回路の直後に既知の周波数の信号を加え、その前後の比をとればよい。オープンループ伝達関数の測定結果のボード線図を図 4.16 に示す。

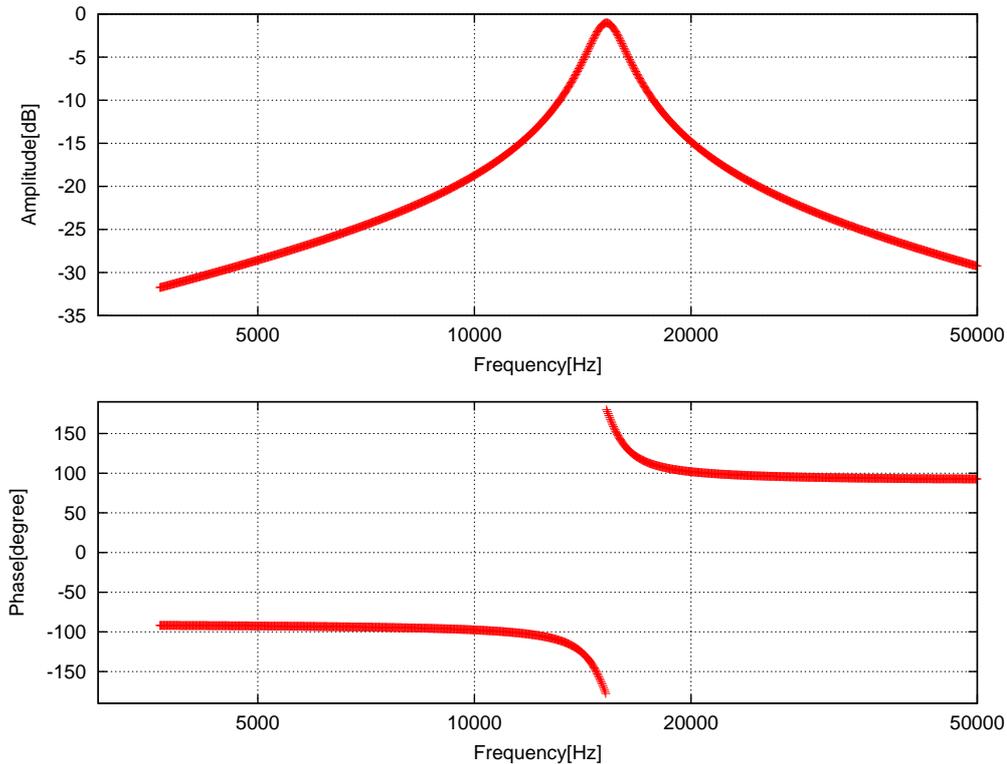


図 4.12: バンドパスフィルターの伝達関数の測定値。

フィードバック制御系の安定性

フィードバック制御系の安定性を評価する1つの方法として、オープンループ伝達関数のボーデ線図を用いる方法がある [33]。オープンループ伝達関数のゲインが 0 dB となる周波数 f_1 をユニティゲイン周波数といい、ユニティゲイン周波数での位相特性 $\arg(G(f_1)H(f_1))$ が -180° よりも大きければ安定と見なす方法である。このとき、 $\arg(G(f_1)H(f_1)) + 180^\circ$ を位相余裕という。図 4.15 の方法で測定されるのは $-GH$ であり、位相は 180° ずれることを考えて、この条件を $\arg(-G(f_1)H(f_1)) > 0$ 、位相余裕を $\arg(-G(f_1)H(f_1))$ と変形して図 4.16 を見ると、ユニティゲイン周波数は約 40 Hz で、このとき位相特性は 0° よりも大きいので、安定であると判断できる。また、約 80 Hz 以下の周波数の領域では $\arg(-G(f_1)H(f_1)) > 0$ を満たしているので、定数倍のアンプによって全体のゲインを上下させ、ユニティゲイン周波数を 80 Hz 以下の範囲内で調節することが可能である。

入射光をチョップした時の安定性

実際には入射光はチョップされ、干渉計の応答は時不変でなくなるので、上の議論は厳密には成り立たない。しかし、実際にチョップした光を入射させた状態で、定数倍のアンプによってユニティゲイン周波数を調節し、ユニティゲイン周波数をチョップの周波数の半分以下にすることで、安定にロックすることができた。本実験では、後述するノッチフィ

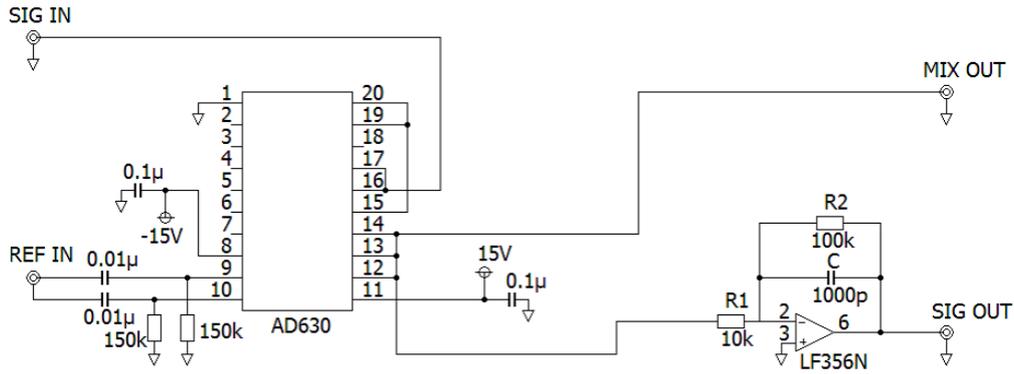


図 4.13: 制御信号を得るための復調回路。森脇氏制作。SIG OUT 端子の出力を制御及び測定に用いる。

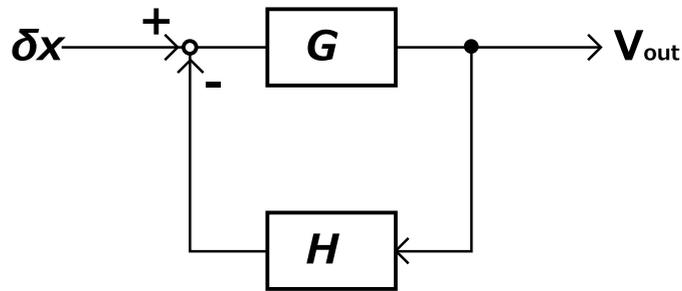


図 4.14: 測定装置のブロック図。

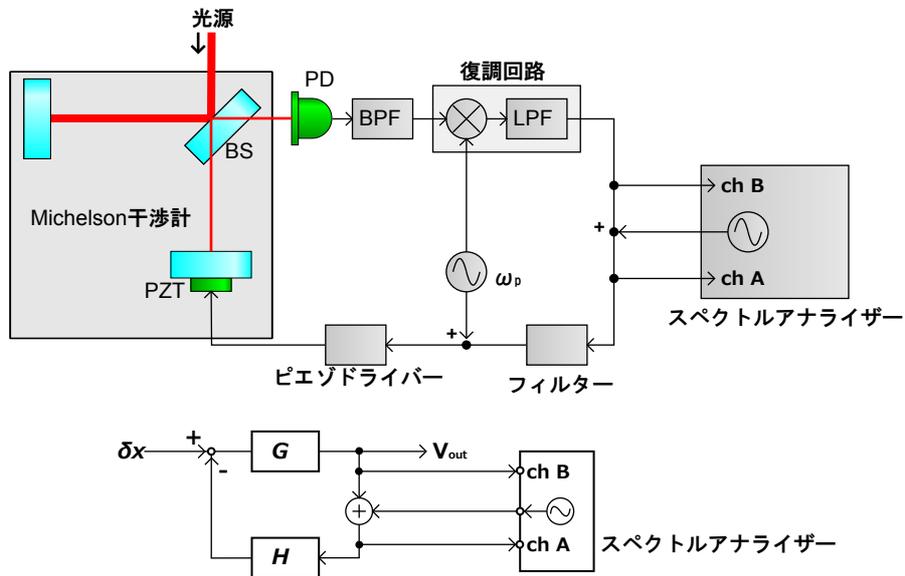


図 4.15: オープンループ伝達関数の測定。上の図は、実際にどのように機器を接続したかを示し、下の図はその時のブロック図を示している。チャンネルAとBの比をとると、装置を一周した時の伝達関数が求まる。ただし、こうして測定されるのは $-GH$ である。

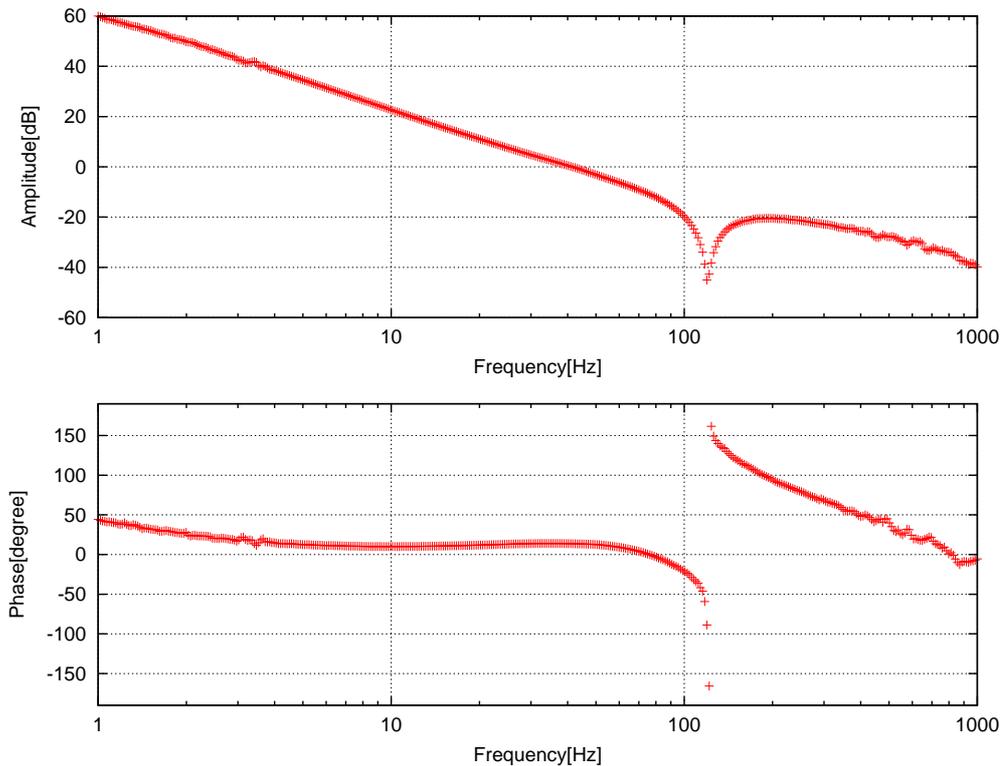


図 4.16: オープンループ伝達関数の測定結果のボート線図。

ルターによって、吸収による光路長変化の信号への制御の影響を取り除いているため、この部分の不正確さが測定結果に及ぼす影響は少ないと考えられ、安定にロックすることができれば問題はないとした。

4.4.3 制御に用いたフィルター回路

ここでは、制御に用いた各フィルター回路の詳細を説明する。図 4.10 にフィルターとしてひとつの箱として書かれているのは、ここで述べる回路を直列につないだものである。

サーボフィルター

低周波での制御ゲインを得るための回路を図 4.17 に示す。

ノッチフィルター

式 (4.8) から、吸収による光路長変化の信号も制御の影響を受け、 $1/(1+GH)$ 倍されてしまうことがわかる。制御の影響を小さくするために、図 4.18 に示す、ノッチフィルターによって、強度変調の周波数 120 Hz 付近での制御ゲインを落としている。図 4.16 のオープンループ伝達関数で、120 Hz 付近でゲインが -50 dB 程度まで落ちているのはこのノッチ

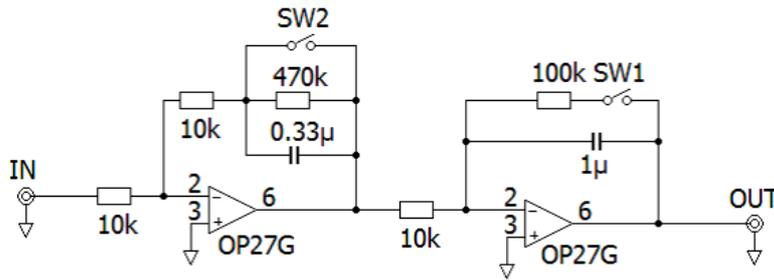


図 4.17: サーボフィルターの回路図。SW1 と SW2 をオフにすると、低周波のゲインがブーストされる。

フィルターのためであり、 $|GH| \sim -50$ dB であるから、吸収による光路長変化の信号に制御が与える影響は無視できるとした。

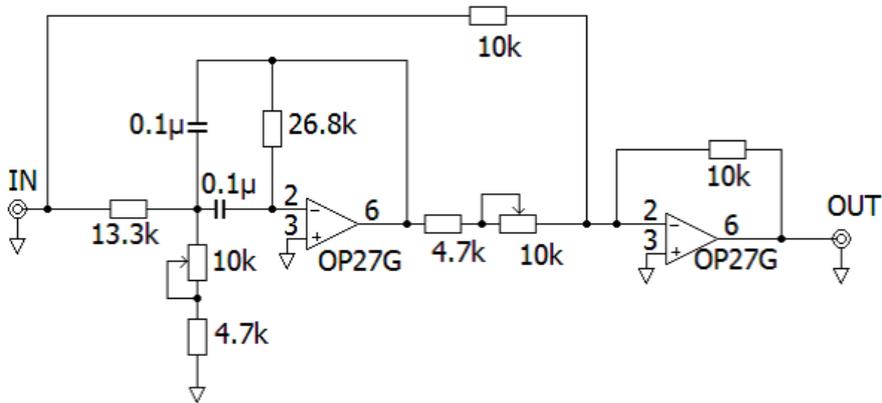


図 4.18: ノッチフィルターの回路図。入力を 2 つに分け、片方はバンドパスフィルターを通し、もう片方はそのままにし、両者を引き算することで、バンドパスフィルターの中心周波数付近の周波数の信号を取り除く。可変抵抗でバンドパスフィルターのゲインと中心周波数を調節して、取り除く周波数を調節する。

4.5 光路長変化の取得

吸収による光路長変化は、図 4.19 のようにして、復調回路の出力をロックイン検出することで得られる。このとき、ロックインアンプの参照信号には、チョップした光の一部を図 4.19 の PD2 で受け、その出力を用いる。

4.5.1 電圧から変位への換算

前述のロックイン検出で得られるのは電圧信号であるから、これを光路長変化に換算しなければならない。式 (2.20) から、復調回路の出力 V_1 は、光路長変化 δx に対して、定数

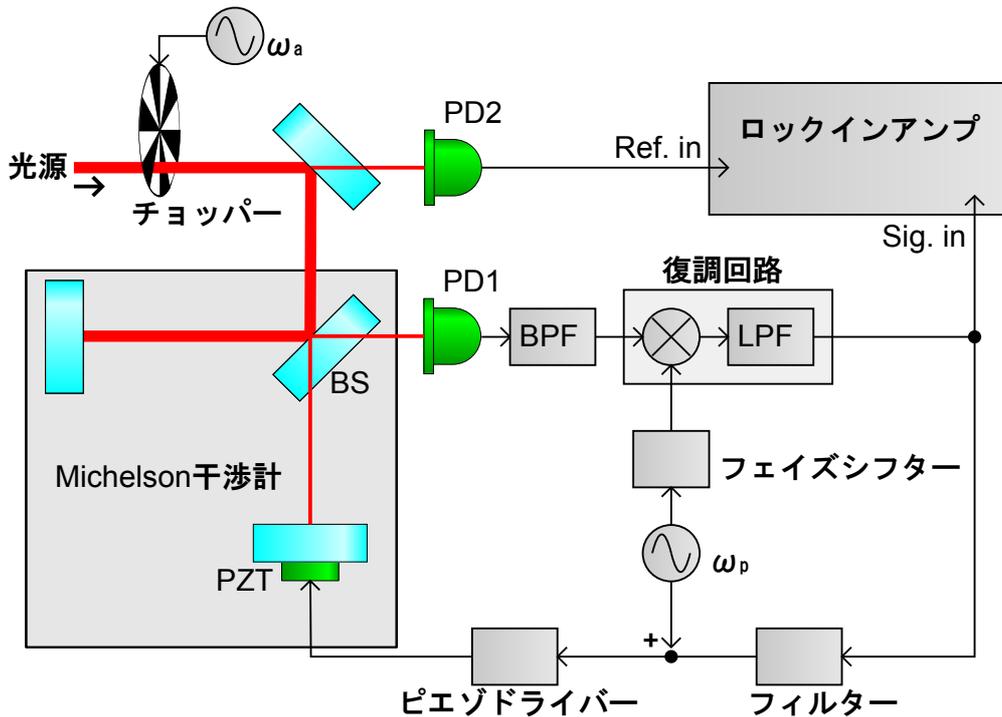


図 4.19: 吸収による光路長変化の信号の取得方法。

α を用いて、

$$V_1 = \alpha \sin 2k\delta x = \alpha \sin \frac{4\pi}{\lambda} \delta x \quad (4.9)$$

と書けるので、これを δx で微分し、測定中は干渉計はダークフリンジにロックされることに注意すると、

$$\frac{\partial V_1}{\partial(\delta x)} = \alpha \frac{4\pi}{\lambda} \cos \frac{4\pi}{\lambda} \delta x \simeq \alpha \frac{4\pi}{\lambda} \quad (4.10)$$

となるから、 α がわかれば、式 (4.10) を用いて電圧から変位への換算ができる。 α を測定するため、図 4.20 のようにして、 Piezo に制御信号ではなく三角波を加える。三角波の周波数はチョッパーの周波数と同じ 120 Hz、振幅は、フォトディテクタ - 1 の出力をオシロスコープで見ながら、1 フリンジ以上 Piezo が動くように調整する。この時、復調回路の出力の波形の peak to peak 振幅が 2α となる。

4.5.2 信号の位相

熱拡散が無視できる場合には、式 (2.37) から、光路長変化の位相は、入射光の強度変調の位相に対して 90° 遅れる。実際には熱拡散は無視できず、光路長変化は強度変調の位相と同相の成分と 90° 遅れの成分を持つ。しかし、本実験では以下の理由により 90° 遅れの成分のみを用いる。本実験では 2.2.2 節で述べた理由から、ダークフリンジにロックするが、ダークフリンジと言えども完全に光量を 0 にすることは不可能であり、依然としてフォトディテクター 1 上での光量は、図 4.21 のように、チョップによって大きく変化する。

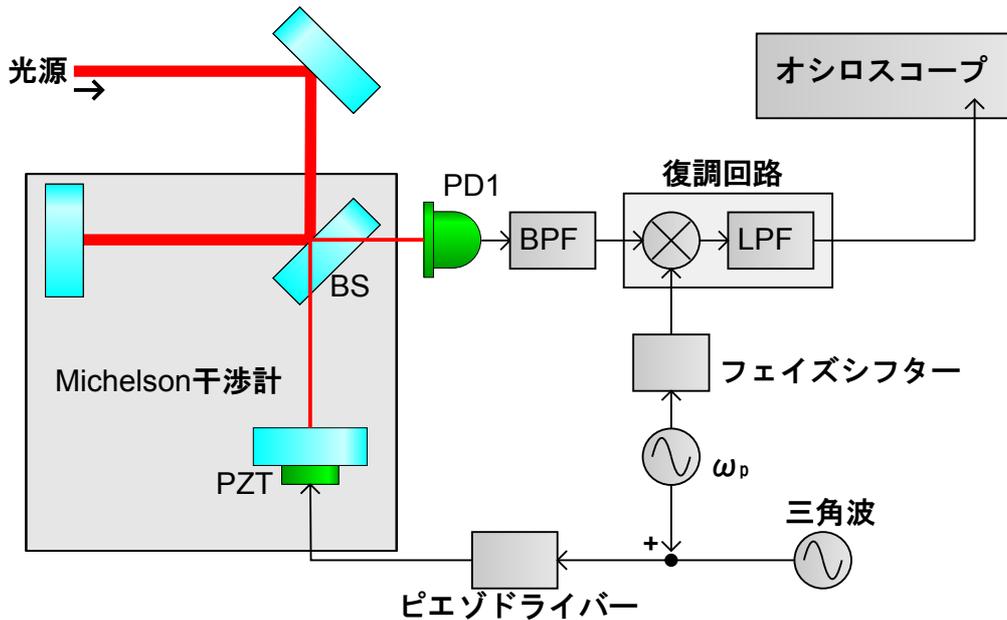


図 4.20: 電圧から変位への換算係数 α の測定方法。

光路長変化のうち入射光の強度変調と同相の成分は、チョップによる光量の大変化の影響を受けると考えられるため、これを避けるために 90° 遅れの成分のみを用いる。

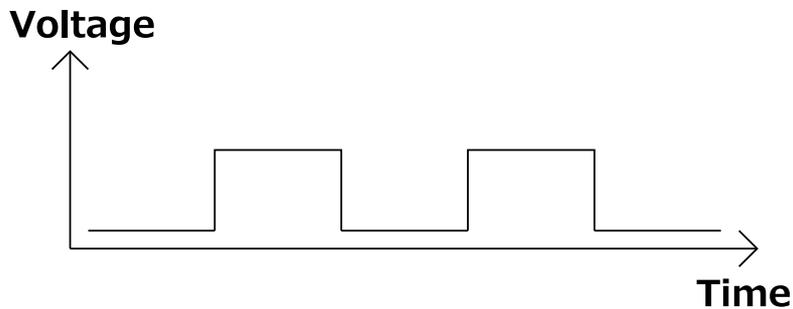


図 4.21: 入射光をチョップした時のフォトディテクター 1 の出力の波形。ダークフリンジにロックしていても、完全にダークになるわけではない。

本実験で用いたロックインアンプ、株式会社エヌエフ回路設計ブロック製 LI5640 は、二相式のロックインアンプであり、参照信号に対して同相の成分と 90° 遅れの成分を同時に測定できる。また、光路長変化の信号は、位相変調を復調する過程で位相が変化するが、この位相変化は復調回路前のバンドパスフィルター、復調回路後のローパスフィルターの伝達関数から計算でき [12]、位相は 12.6° 遅れることがわかる。LI5640 には、参照信号の位相をシフトさせる機能が備わっており、これを用いて位相を揃え、LI5640 の出力のうち 90° 遅れの方の成分を用いることで、吸収による光路長変化を測定した。

4.5.3 入射光のパワーの測定と、電圧から変位への換算係数の補正

本実験では、光路長変化の、入射光のパワーに対する依存性から吸収係数を求める。そのため、測定中の入射光のパワーを常に知っている必要がある。また、4.5.1節で求めた電圧信号から光路長変化への換算係数 α は、式(2.20)から、 $I_{\max} - I_{\min}$ に比例する。この値は、以下の2つの要因によって変動する。

- 入射光のパワーの変化。これには、光路長変化の入射パワー依存性を見るために意図的にパワーを変化させることによるものと、レーザーの強度ゆらぎによるものの2つがある。
- ミラーホルダーのネジが動いてアライメントが崩れることによる、ビジビリティの悪化。

入射光のパワーの測定、及び上記の要因による換算係数の変動の補正のため、吸収係数の測定中はロックインアンプの出力に加え、図4.22のようにして、フォトディテクター1とフォトディテクター3の出力とをモニターする。具体的な補正の方法を以下で説明する。

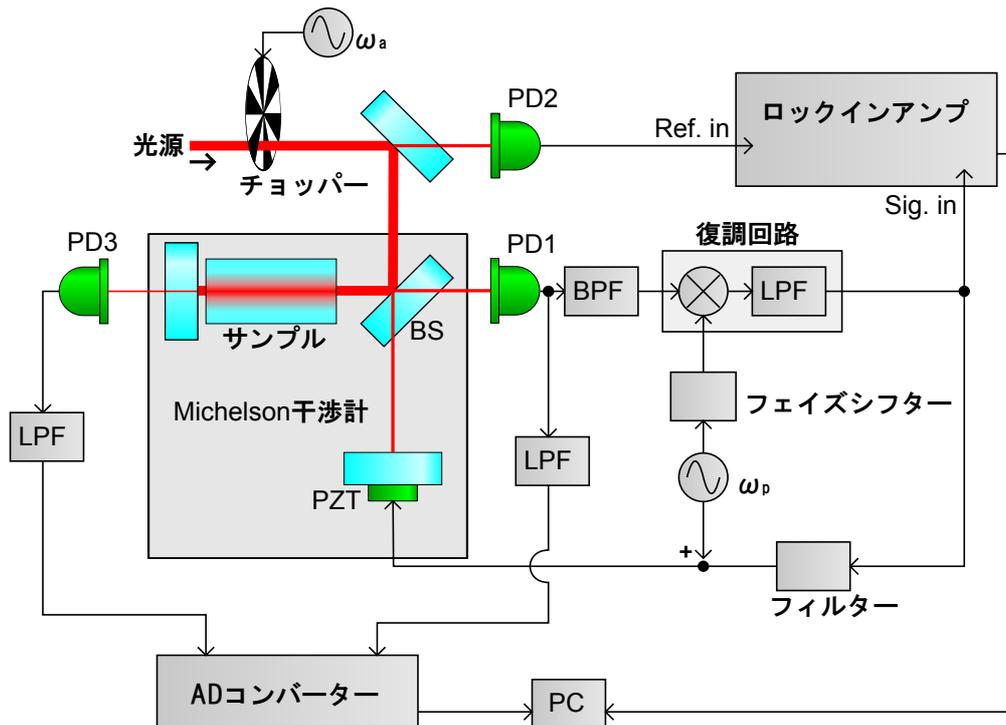


図 4.22: 入射光のパワーの測定、及び電圧から変位への換算係数の補正のための配置図。PD1の出力から I_{\min} の変動を、PD3の出力から入射光のパワーの変動を、それぞれモニターすることができる。また、入射光はチョップされているので、その影響を取り除くために、PD1、PD3の後段にはローパスフィルターが挿入されている。

測定開始前に、この時点でのビジビリティ C^{init} 、電圧から変位への換算係数 α^{init} 、入射光のパワー P^{init} 、PD3の出力電圧 $V_{\text{PD3}}^{\text{init}}$ を測定しておく必要がある。これらの測定は入射

光をチョップせずに行い、 P^{init} の測定はパワーメーターを用いる。これらの値を測定した後、吸収係数の測定のためのサンプリングを開始する。以下で、 n 番目にサンプリングされた値は上付き文字 n を付けて表す。まず、 n 番目のデータをサンプリングした時の入射光のパワー P^n は、

$$P^n = P^{\text{init}} \times \frac{2V_{\text{PD3}}^n}{V_{\text{PD3}}^{\text{init}}} \quad (4.11)$$

である。ここで、 V_{PD3}^n の係数 2 は、入射光がチョップされていることで、PD3 の後のローパスフィルターの出力が半分になることによる。次に、 n 番目のデータをサンプリングした時の電圧から変位への換算係数 α^n であるが、これは $I_{\text{max}} - I_{\text{min}}$ に比例するので、その初期値 $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^{\text{init}}$ と、 n 番目にサンプリングした時の値 $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^n$ がわかれば、

$$\alpha^n = \alpha^{\text{init}} \times \frac{(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^n}{(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^{\text{init}}} \quad (4.12)$$

と書ける。そこで、まず、 $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^{\text{init}}$ を求める。これを求めるにはまず、ビジビリティの定義、

$$C = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} \quad (4.13)$$

を変形して、

$$I_{\text{max}} - I_{\text{min}} = \frac{2C}{1 - C} I_{\text{min}} \quad (4.14)$$

とする。一回目のサンプリングではサンプリング開始前とビジビリティは変わらないと仮定し、測定中は干渉計はダークフリンジにロックされていることから、PD 1 の出力 V_{PD1} を I_{min} の値として用いて、

$$(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^{\text{init}} = \frac{2C^{\text{init}}}{1 - C^{\text{init}}} V_{\text{PD1}}^1 \quad (4.15)$$

となり、 $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^{\text{init}}$ が求まる。ここで、 $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^{\text{init}}$ を事前に直接測らないのは、干渉縞が最も明るくなる時、光量が大きいために I_{max} を吸収係数測定中の I_{min} と同じ条件で測定することが難しいためであり、本実験では上記のようにしてビジビリティという量を介して I_{max} を間接的に求めている。さて、次に $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^n$ であるが、これを求めるには、エネルギーの保存から、 $I_{\text{max}} + I_{\text{min}}$ が入射光のパワーに比例することを利用する。 $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^{\text{init}}$ を求めた時と同様にして、

$$(I_{\text{max}} + I_{\text{min}})^{\text{init}} = \frac{2}{1 - C^{\text{init}}} V_{\text{PD1}}^1 \quad (4.16)$$

であり、

$$(I_{\text{max}} + I_{\text{min}})^n = (I_{\text{max}} + I_{\text{min}})^{\text{init}} \times \frac{P^n}{P^{\text{init}}} \quad (4.17)$$

から、

$$(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})^n = (I_{\text{max}} + I_{\text{min}})^n - 2 \times V_{\text{PD1}}^n \quad (4.18)$$

となる。以上のようにして、 α^n が求まり、式 (4.10) から、 n 番目にサンプリングされたデータにおける光路長変化 δx^n は、この時のロックインアンプの、参照信号に対して 90° 遅れの成分の出力 Y^n を用いて、

$$\delta x^n = \frac{\lambda}{4\pi\alpha^n} Y^n \quad (4.19)$$

となる。

4.5.4 測定手順のまとめ

ここで、測定の手順をまとめておく。図 4.23 に実験のセットアップを再掲した。

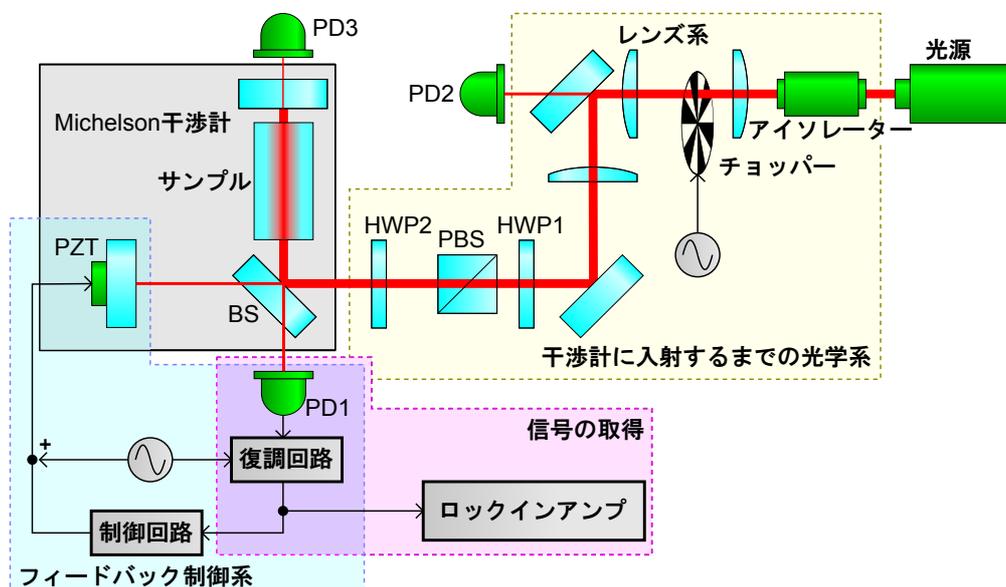


図 4.23: 実験のセットアップ (再掲)。PD: フォトディテクター、BS: ビームスプリッター、PZT: ピエゾ素子、HWP: 1/2 波長板、PBS: 偏光ビームスプリッター。

1. HWP1 を調整し、入射光のパワーを最大にする。この時の干渉計の試料を置く方の腕のパワーをパワーメーターで測定し、PD3 の出力をオシロスコープで読み取る。この時の HWP1 の目盛を覚えておく。
2. 入射光の強度を下げ、干渉計に試料を置き、アライメントをとり、ビジビリティを測定する。
3. HWP1 を手順 1 の時の状態に戻してパワーを上げ、電圧から変位への換算係数の初期値を測定する。
4. 制御回路のスイッチを入れ、ダークフリンジにロックする。
5. チョッパーのスイッチを入れる。制御がうまくかからないときは、制御回路の定数倍アンプを調節する。
6. サンプリングを開始する。HWP1 を動かしながら、入射光のパワーを変えていく。

以上の手順で、光路長変化が測定でき、これを第 3 章での数値計算と比較することで吸収係数を求めた。その結果は第 5 章で紹介する。

4.6 測定する試料

本節では、今回測定した試料について説明する。本実験で必要となる物性値を表 4.1 に示す。いずれの試料にも、表面には減反射コーティングが施されている。

表 4.1: 各試料の物性値。

	BK7	サファイア
密度 [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	2520 [32]	3980 [31]
比熱 [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	858 [31]	750 [34]
熱伝導率 [$\text{J} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	1.13 [32]	42 [34]
屈折率	1.51 [32]	1.76 (e) [31] 1.77 (o) [31]
屈折率温度係数 [10^{-6}K^{-1}]	2.2 [32]	13 [31]
ヤング率 [GPa]	80 [32]	400 [31]
ポアソン比	0.205 [32]	0.23 [31]
熱膨張率 [10^{-6}K^{-1}]	7.2 [32]	7.0 (a) [34] 7.7 (c) [34]

4.6.1 BK7

BK7は、ホウケイ酸クラウンガラスの一種で、透過用の材料として安価で優れた特性を持つ。本実験で用いたのは、株式会社オハラのS-BSL7である。サファイアや石英と比べると吸収係数は大きく、装置の評価に用いた。試料は直径 20 mm の円筒形で、長さ 10 mm のものと 40 mm のものを用意し、試料の長さに応じた光路長変化が得られるかどうかの確認に用いた。

4.6.2 サファイア

サファイアは、日本製のものと、米 GT Advanced Technologies 社 [35] 製のものを測定した。いずれも直径 10 mm、長さ 40 mm の円筒形であり、試料の長軸方向が結晶の c 軸と平行になるようにカットされている。このうち、GT Advanced Technologies 社製の試料は、結晶作製時の条件が異なるいくつかのプールから切り出されたもので、結晶作製時の条件の違いによって基材の吸収はどうなるのかという情報をメーカー側にフィードバックすることを意図している。

