40. 不連續面が彈性波の傳播に及ぼす影響(其の7)

(表面層を有する彈性體内に於ける體自由波の生成及び傳播機構. 兩彈性體が密着せる場合)

地震研究所 西村源六郎

(昭和10年6月20日受理)

内容目次

緒　言

此の論文は表面層を有する彈性體内に於ける體自由波の生成，傳播機構を研究したものである. 表面層を有する彈性體内に於ける體彈性波の問題に就ては，その境界面に於て兩彈性體が密着した場合の數學的研究が最近妹澤教授，金井清氏[1]によつて行はれた. ノツトの計算結果を利用して，長谷川助教授[2]は5年以前にこの様な場合の計算，即ち地表面と，境界面に於ける重複反射或は屈折理論を取入れた研究を發表し，驗震學的研究に應用した. 著者は金井清氏[3]と共に表面層とその下の半無限彈性體とがその境界に於て辷り得る様な場合に就て，無限長の調和波型或は任意の波形の縦彈性波が入射する時，その彈性體内に生ずる自由波の傳播機構を明かにした. 本報告は表面層とその下の媒體との境に於て兩彈性體が密着してゐて，變位の連續性，剪斷及び垂直分應力の連續性をこの境界面で兩彈性體が充す場合の研究を行ひ，第1章

1) 妹澤克惟，金井清　地震研究所彙報 **10** (1932), 806; **12** (1934), 269.

2) 長谷川萬吉　*Zs. f. Geophys.*, **6** (1930), 78.

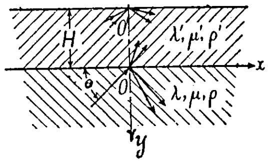
3) 西村源六郎，金井清　地震研究所彙報 **11** (1934), 595; **13** (1935), 519.

では，無限長の調和波型の縦彈性波が入射した時，第2章では，衝撃波型の縦彈性波が入射した時，その彈性體内に於ける波動問題を一般的に研究した．尙第1章では表面層の厚さに較べて入射波の波長が非常に大きい場合も論じた．勿論本計算の特殊な場合に就ては妹澤教授，金井淸氏[4]の研究が發表されてゐる事は既に述べて置いたが，著者の研究はこの論文に負ふ所非常に大なるものがある．

第1章　無限長の調和波型縱彈性波の入射による表面層を有する半無限彈性體内の體自由波の生成及び傳播機構

第1節　一般解

厚さ H なる表面層の密度，ラーメ彈性係數を夫々 ρ', λ', μ'，その下の媒體の夫れ等を ρ, λ, μ とし，この2つの境界面を $y=0$ とする．尙直角坐標の軸の原點は境界面上に置き，x 軸は水平に，y 軸は垂直に下向きを正とする（第1圖參照）．



第　1　圖

今 $y\geqq 0$ なる媒體に於ける初入射波を

$$\phi_0=ae^{i(fx-ry-pt)} \qquad (1)$$

と置く時，此の ϕ_0 なる自由波に釣合ふ爲めに生ずる表面層及びその下の媒體内の自由波の問題を解決する事とする．(1) に於て，a は初入射波の强さに關係した常數であつて，p はこの調和波の週期に關係したものであり，$r^2=\rho p^2/(\lambda+2\mu)-f^2$ である．さて (1) に釣合ふ爲めには $y\geqq 0$ なる媒體中には

$$\phi=Ae^{i(fx+ry-pt)}, \qquad (2)$$

$$\psi=Be^{i(fx+sy-pt)} \qquad (3)$$

なる反射波の縱横兩波があり，又表面層内にはこの爲め表面及び底面で反射する波が構成され，これ等を

$$\phi'=Ce^{i(fx-r'y-pt)}+De^{i(fx+r'y-pt)}, \qquad (4)$$

$$\psi'=Ee^{i(fx-s'y-pt)}+Fe^{i(fx+s'y-pt)} \qquad (5)$$

なる4個の縱横兩波によつて表はして置く．A, B, C, D, E 及び F は問題の條件より決定されるものであり，又 $s^2=\rho p^2/\mu-f^2$, $r'^2=\rho' p^2/(\lambda'+2\mu')-f^2$ 及び $s'^2=\rho' p^2/\mu'-f^2$ である．(1)〜(5) なる波は勿論波動方程式 $\dfrac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=\varkappa\nabla^2\phi$，$\dfrac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\varkappa'\nabla^2\psi$ を滿足するものである．今表面層の水平及び垂直方向の變位を夫々 U', V' とし，下の媒體の夫

4）妹澤克惟，金井淸　前出

れ等を U, V とする時，此れ等變位式は容易に (1)〜(5) より誘導する事が出來る.

次に $y=0$ 及び $y=-H$ なる2個の面に於ける彈性力學的の條件を次の樣に置く.

$y=0$ に於て，

$$\left.\begin{aligned} &U=U',\ V=V', \\ &\lambda\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\right)+2\mu\frac{\partial V}{\partial y}=\lambda'\left(\frac{\partial U'}{\partial x}+\frac{\partial V'}{\partial y}\right)+2\mu'\frac{\partial V'}{\partial y}, \\ &\mu\left(\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\right)=\mu'\left(\frac{\partial V'}{\partial x}+\frac{\partial U'}{\partial y}\right). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

を滿足する樣に，又 $y=-H$ なる表面は自由面であつて $y<-H$ には勢力の傳播がないとすれば，

$$\left.\begin{aligned} &\lambda'\left(\frac{\partial U'}{\partial x}+\frac{\partial V'}{\partial y}\right)+2\mu'\frac{\partial V'}{\partial y}=0, \\ &\mu'\left(\frac{\partial V'}{\partial x}+\frac{\partial U'}{\partial y}\right)=0 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

に適合する樣に問題を取扱へば充分である. 但し u_0, v_0 は ϕ_0, u_1, v_1 は ϕ, u_2, v_2 は ψ に應ずる水平，垂直の變位，又 u_1', v_1' は ϕ', u_2', v_2' は ψ' による分變位を表はす時，

$$U=u_0+u_1+u_2,\quad V=v_0+v_1+v_2,$$
$$U'=u_1'+u_2',\quad V'=v_1'+v_2'$$

であつて，

$$U=if\mathfrak{a}e^{i(fx-ry-pt)}+ifAe^{i(fx+ry-pt)}+isBe^{i(fx+sy-pt)}, \tag{8}$$

$$V=-ir\mathfrak{a}e^{i(fx-ry-pt)}+irAe^{i(fx+ry-pt)}-ifBe^{i(fx+sy-pt)}, \tag{9}$$

$$U'=ifCe^{i(fx-r'y-pt)}+ifDe^{i(fx+r'y-pt)}+is'Ee^{i(fx-s'y-pt)}+is'Fe^{i(fx+s'y-pt)}, \tag{10}$$

$$V'=-ir'Ce^{i(fx-r'y-pt)}+ir'De^{i(fx+r'y-pt)}-ifEe^{i(fx-s'y-pt)}+ifFe^{i(fx+s'y-pt)}. \tag{11}$$

兩彈性體がその境界面に於て變位及び垂直分應力，剪斷分應力の連續性と，地表層の表面は自由面で，$y<-H$ には勢力の傳播がないと云ふ條件 (6) 及び (7) を滿足する樣に A, B, C, D, E, F を調節する時は次の結果を得.

$$\left.\begin{aligned} &A=\frac{\varDelta_A}{\varDelta}\mathfrak{a},\quad B=\frac{\varDelta_B}{\varDelta}\mathfrak{a},\quad C=\frac{\varDelta_C}{\varDelta}\mathfrak{a}, \\ &D=\frac{\varDelta_D}{\varDelta}\mathfrak{a},\quad E=\frac{\varDelta_E}{\varDelta}\mathfrak{a},\quad F=\frac{\varDelta_F}{\varDelta}\mathfrak{a}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

但し

$$
\begin{aligned}
\Delta=16\frac{r's'}{f^2}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)&\left[-\mu^2\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2+4\frac{rs}{f^2}\right\}+\mu\mu'\left(1-\frac{s^2}{f^2}+2\frac{rs}{f^2}\right)\left(3-\frac{s'^2}{f^2}\right)\right.\\
&\left.\qquad -2\mu'^2\left(1+\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right.\right]\\
&+e^{i(r'+s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\left[\mu^2\left(1+\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2+4\frac{rs}{f^2}\right\}\right.\\
&\quad-\mu\mu'\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{sr'}{f^2}+\frac{rs'}{f^2}\right)+2\left(1-\frac{s^2}{f^2}+2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}+2\frac{r's'}{f^2}\right)\right\}\\
&\quad\left.+\mu'^2\left(1+\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\right]\\
&+e^{i(r'-s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\left[-\mu^2\left(1-\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2+4\frac{rs}{f^2}\right\}\right.\\
&\quad+\mu\mu'\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{sr'}{f^2}-\frac{rs'}{f^2}\right)+2\left(1-\frac{s^2}{f^2}+2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'}{f^2}-2\frac{r's'}{f^2}\right)\right\}\\
&\quad\left.-\mu'^2\left(1+\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\right]\\
&+e^{-i(r'-s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\left[-\mu^2\left(1-\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)^2+4\frac{rs}{f^2}\right\}\right.\\
&\quad+\mu\mu'\left\{2\left(1-\frac{s^2}{f^2}+2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-2\frac{r's'}{f^2}\right)+\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{rs'}{f^2}-\frac{r's}{f^2}\right)\right\}\\
&\quad\left.-\mu'^2\left(1+\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\right]\\
&+e^{-i(r'+s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\left[\mu^2\left(1+\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2+4\frac{rs}{f^2}\right\}\right.\\
&\quad+\mu\mu'\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{rs'}{f^2}+\frac{sr'}{f^2}\right)-2\left(1-\frac{s^2}{f^2}+2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}+2\frac{r's'}{f^2}\right)\right\}\\
&\quad\left.+\mu'^2\left(1+\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\right],
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta_A=16\frac{r's'}{f^2}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)&\left[\mu^2\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2-4\frac{rs}{f^2}\right\}-\mu\mu'\left(1-\frac{s^2}{f^2}-2\frac{rs}{f^2}\right)\left(3-\frac{s'^2}{f^2}\right)\right.\\
&\left.\qquad+2\mu'^2\left(1-\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+e^{i(r'+s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg[-\mu^2\left(1+\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2-4\frac{rs}{f^2}\right\}\\
&\quad+\mu\mu'\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{r's}{f^2}-\frac{rs'}{f^2}\right)+2\left(1-\frac{s^2}{f^2}-2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-2\frac{r's'}{f^2}\right)\right\}\\
&\quad-\mu'^2\left(1-\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg]\\
&+e^{i(r'-s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg[\mu^2\left(1-\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2-4\frac{rs}{f^2}\right\}\\
&\quad-\mu\mu'\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{sr'}{f^2}+\frac{rs'}{f^2}\right)+2\left(1-\frac{s^2}{f^2}-2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-2\frac{r's'}{f^2}\right)\right\}\\
&\quad+\mu'^2\left(1-\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg]\\
&+e^{-i(r'+s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg[-\mu^2\left(1+\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2-4\frac{rs}{f^2}\right\}\\
&\quad+\mu\mu'\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{rs'}{f^2}-\frac{r's}{f^2}\right)+2\left(1-\frac{s^2}{f^2}-2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-2\frac{r's'}{f^2}\right)\right.\\
&\quad-\mu'^2\left(1-\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg]\\
&+e^{-i(r'-s')\Pi}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg[\mu^2\left(1-\frac{r's'}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2-4\frac{rs}{f^2}\right\}\\
&\quad+\mu\mu'\left\{\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\left(\frac{r's}{f^2}+\frac{rs'}{f^2}\right)-2\left(1-\frac{s^2}{f^2}-2\frac{rs}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-2\frac{r's'}{f^2}\right)\right\}\\
&\quad+\mu'^2\left(1-\frac{rs}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg], \qquad (14)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\varDelta_B=&16\frac{rr's'}{f^2}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)\left[4\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)-\mu\mu'\left(3-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(3-\frac{s'^2}{f^2}\right)+4\mu'^2\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)\right]\\
&+e^{i(r'+s')\Pi}2\frac{r}{f}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg[-2\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{r's'}{f^2}\right)\\
&\quad+\mu\mu'\left(3-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}+2\frac{r's'}{f^2}\right)-\mu'^2\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\Bigg]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+e^{i(r'-s')\Pi}2\frac{r}{f^2}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\left[2\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{r's'}{f^2}\right)\right.\\
&\qquad\left.-\mu\mu'\left(3-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-2\frac{r's'}{f^2}\right)+\mu'^2\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\right]\\
&+e^{-i(r'+s')\Pi}2\frac{r}{f^2}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\left[-2\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1+\frac{r's'}{f^2}\right)\right.\\
&\qquad\left.+\mu\mu'\left(3-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}+2\frac{r's'}{f^2}\right)-\mu'^2\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right)\right]\\
&+e^{-i(r'-s')\Pi}2\frac{r}{f^2}\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\left[2\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{r's'}{f^2}\right)\right.\\
&\qquad\left.-\mu\mu'\left(3-\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-\frac{r's'}{f^2}\right)+\mu'^2\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\right],
\end{aligned}
\tag{15}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta_C=&\,8\frac{r's'}{f^2}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)\left[-\mu^2\left(2\frac{r's}{f^2}-1+\frac{s^2}{f^2}\right)+\mu\mu'\left(2\frac{r's}{f^2}-1+\frac{s'^2}{f^2}\right)\right]\\
&+2e^{-i(r'-s')\Pi}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}\\
&\quad\cdot\left[\mu\mu'\left\{\frac{s}{f^2}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)+2\frac{s'}{f^2}\right\}-\mu^2\left\{\frac{s'}{f}\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)+2\frac{s}{f^2}\right\}\right]\\
&+2e^{-i(r'+s')\Pi}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\\
&\quad\cdot\left[\mu\mu'\left\{-\frac{s}{f}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)+2\frac{s'}{f}\right\}+\mu^2\left\{-\frac{s'}{f^2}\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)+2\frac{s}{f}\right\}\right],
\end{aligned}
\tag{16}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta_D=&\,8\frac{rs'}{f^2}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)\left[-\mu^2\left\{2\frac{r's}{f^2}+1-\frac{s^2}{f^2}\right\}+\mu\mu'\left\{2\frac{r's}{f^2}+1-\frac{s'^2}{f^2}\right\}\right]\\
&+2e^{i(r'+s')\Pi}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}\\
&\quad\cdot\left[-\mu\mu'\left\{\frac{s}{f}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)+2\frac{s'}{f}\right\}+\mu^2\left\{\frac{s'}{f}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)+2\frac{s}{f}\right\}\right]
\end{aligned}
$$

$$+2e^{i(r'-s')H}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}$$

$$\cdot\left[\mu\mu'\left\{\frac{s}{f}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)-2\frac{s'}{f^2}\right\}+\mu^2\left\{\frac{s'}{f^2}\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)-2\frac{s}{f}\right\}\right], \tag{17}$$

$$\varDelta_E=8\frac{rr'}{f^2}\left(1+\frac{s'}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)\left[\mu^2\left\{\frac{s'}{f^2}\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)+2\frac{s}{f}\right\}-\mu\mu'\left\{\frac{s}{f}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)+2\frac{s'}{f}\right\}\right]$$

$$+2e^{-i(r'+s')H}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1+\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}$$

$$\cdot\left[\mu\mu'\left(1-\frac{s'^2}{f^2}+2\frac{rs'}{f^2}\right)-\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}+2\frac{r's}{f^2}\right)\right]$$

$$+2e^{i(r'-s')H}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}$$

$$\cdot\left[-\mu\mu'\left(1-\frac{s'^2}{f^2}+2\frac{r's}{f^2}\right)+\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}-2\frac{r's}{f^2}\right\}\right], \tag{18}$$

$$\varDelta_F=8\frac{rr'}{f^2}\left(1+\frac{s'}{f^2}\right)\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)\left[\mu^2\left\{\frac{s'}{f^2}\left(1-\frac{s^2}{f^2}\right)-2\frac{s}{f}\right\}+\mu\mu'\left\{\frac{s}{f}\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)-2\frac{s'}{f^2}\right\}\right]$$

$$+2e^{i(r'+s')H}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2+4\frac{r's'}{f^2}\right\}$$

$$\cdot\left[\mu\mu'\left(1-\frac{s'^2}{f^2}-2\frac{r's}{f^2}\right)-\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}-2\frac{r's}{f^2}\right)\right]$$

$$+2e^{-i(r'-s')H}\frac{r}{f}\left(1+\frac{s^2}{f^2}\right)\left\{\left(1-\frac{s'^2}{f^2}\right)^2-4\frac{r's'}{f^2}\right\}$$

$$\cdot\left[-\mu\mu'\left(1-\frac{s'^2}{f^2}+2\frac{r's}{f^2}\right)+\mu^2\left(1-\frac{s^2}{f^2}+2\frac{r's}{f^2}\right)\right]. \tag{19}$$

かくして決定した常數 A, B, C, D, E 及び F は (13)～(19) で見る如く，兩彈性體の密度，彈性係數及び入射角 θ の函數となつてゐる．これ等を (8), (9), (10), (11) に代入すれば，本問題を全く解析的に解決し得るのである．妹澤教授[5] は金井清氏と共に入射角が 45° で彈性體がポアソンの條件を滿足し，そして $\frac{\mu'}{\mu}=\frac{1}{2}$ の場合

5) 妹澤克惟，金井清 前出

を具體的に數計算によつて研究し，地表層の厚さ H と入射波の波長 L との比 H/L を種々與へて地表面の分子運動軌跡を圖的に解決してゐる．

著者は高山威雄氏と共に本計算より得た一般的な結果より具體的の研究を進めてゐるが，これに就ては次の機會に報告する事とする．

第2節　地表層の厚さ H，入射波の波長 L に就て $H/L=0$ なる場合の地表層の振動問題

輓近の地震研究に於ては，地殼の極上層に於ける彈性的不連續面に就て地表層の振動問題を取扱ひ，震災の因つて起る原因はこの地表層に發生する層已有な波動によるものとの說が行はれてゐる．東京市の山ノ手方面の地震動問題に關係して，齊田理學士[6]は鈴木正治氏と共に洪積層を基盤とする深さ 60 ft の冲積層の振動問題を解決したのであるが，かゝる場合の地表層内の波動問題を解決するには實際上として地表層の厚さ H と入射波の波長 L との比 H/L が非常に小さいと考へるのが至當である．從つてこゝではその極端な場合として $H/L=0$ の場合，地表層内に生ずる自由波の問題を解析的に解いて置く．この場合は第1節で求めた結果を用ひて容易に解決が出來る．今

$$V_1=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}},\quad V_2=\sqrt{\frac{\mu}{\rho}},\quad V_1'=\sqrt{\frac{\lambda'+2\mu'}{\rho'}},\quad V_2'=\sqrt{\frac{\mu'}{\rho'}}$$

と置き，尙初入射波（1）の入射角を θ とする時，ϑ, ϑ_C, ϑ_D, ϑ_E 及び ϑ_F で夫々次式を代表さす．

$$\vartheta=\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^4\sec^4\theta$$
$$\cdot\left[\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\right\}^2+4\tan\theta\left\{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\right],\tag{20}$$

$$\vartheta_C=\tan\theta\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta$$
$$\cdot\left[4\left\{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}\right.$$
$$\left.+\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\right\}\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta\right\}\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec_2\theta\right],\tag{21}$$

$$\vartheta_D=\tan\theta\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}$$

6）齊田時太郎，鈴木正治　地震研究所彙報 **12**（1934），517.

$$\cdot\left[4\left\{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}\right.$$
$$\left.-\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\right\}\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta\right\}\right], \tag{22}$$

$$\vartheta_E=-2\tan\theta\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta$$
$$\cdot\left[\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\right\}\right.$$
$$\left.-\left\{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta\right\}\right], \tag{23}$$

$$\vartheta_F=-2\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\tan\theta\sec^4\theta\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}$$
$$\cdot\left[\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{2-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\right\}\right.$$
$$\left.+\left\{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left\{2-\left(\frac{V_2}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta\right\}\right]. \tag{24}$$

然る時は

$$C=\frac{\vartheta_C}{\vartheta}\mathfrak{a},\qquad D=\frac{\vartheta_D}{\vartheta}\mathfrak{a},\qquad E=\frac{\vartheta_E}{\vartheta}\mathfrak{a},\qquad F=\frac{\vartheta_F}{\vartheta}\mathfrak{a} \tag{25}$$

によつて，これを (10), (11) に代入すれば，地表層内に於ける U', V' を知る事が出來る．定狀態に於ては $y\leq H$ なる事を考へて，

$$\left.\begin{aligned}U'&=\frac{i2\pi}{L}\cos\theta\left[\frac{\vartheta_C+\vartheta_D}{\vartheta}-\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\frac{\vartheta_E-\vartheta_F}{\vartheta}\right]e^{i(fx-pt)},\\ V'&=-\frac{i2\pi}{L}\cos\theta\left[\frac{\vartheta_E+\vartheta_F}{\vartheta}+\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\frac{\vartheta_C-\vartheta_D}{\vartheta}\right]e^{i(fx-pt)}.\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

即ち初入射波の波長 L に比して地表層の厚さ H が非常に小さい時には，定狀態に於ては地表層内には (26) で表される振動を生じ，深さの方向には全然位相の差が見られない運動をなし，地表層内の一點の運動軌跡は 1 つの直線をなす．そして $H/L>0$ なる場合に於ける樣な楕圓運動軌跡をなす事は決して見られない．分子の直線軌跡の方向即ち振動方向が水平軸となす角を ψ とすれば，

$$\phi=\tan^{-1}\frac{\left[\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left(\vartheta_D-\vartheta_C\right)-\left(\vartheta_E+\vartheta_F\right)\right]}{\left[\left(\vartheta_C+\vartheta_D\right)-\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\left(\vartheta_E-\vartheta_F\right)\right]}$$

によつて與へられる．軌跡の大きさは (26) より求める事が出來る．振動軌跡は (26) より

$$\left[\frac{\vartheta_E+\vartheta_F}{\vartheta}+\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec\theta^2-1\right\}^{1/2}\frac{\vartheta_C-\vartheta_D}{\vartheta}\right]U'$$
$$-\left[\frac{\vartheta_C+\vartheta_D}{\vartheta}-\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}\frac{\vartheta_E-\vartheta_F}{\vartheta}\right]V'=0 \qquad (27)$$

となり，分子は直線運動をする事が解る．

以上で $H/L=0$ なる場合の解析研究は止めておく．$H/L>0$ の場合に就ては具體的に數計算が出來た時發表する事にする．

第2章　衝撃波型縱彈性波の入射による表面層を有する半無限彈性體内の體自由波の生成及び傳播機構

第1章で求めた一般解をフーリエの積分公式を利用して，任意の形をした波形が θ なる入射角で $y=0$ 面に入射する時，表面層或は下の媒體内に生ずる自由波の問題を一般的に解決して置く．今初入射波 ϕ_0 の波形の分布を

$$\phi_0=F(x,\ y) \qquad (28)$$

とすれば

$$\phi_0=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\frac{V_1t}{\cos\theta}f}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)-r(y-\eta)\right\}}d\eta \qquad (29)$$

で入射波は示めされる事は (1) より明であり，第1章の結果を利用して，

$$\phi=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\frac{V_1t}{\cos\theta}f}\frac{A}{\mathfrak{a}}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)+r(y+\eta)\right\}}d\eta, \qquad (30)$$

$$\psi=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\frac{V_1t}{\cos\theta}f}\frac{B}{\mathfrak{a}}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)+r\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2-\cos^2\theta}}{\sin\theta}y+\eta\right)\right\}}d\eta, \qquad (31)$$

$$\phi'=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\frac{V_1t}{\cos\theta}f}\frac{C}{\mathfrak{a}}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)-r\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2-\cos^2\theta}}{\sin\theta}y+\eta\right)\right\}}d\eta$$

$$+\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\frac{V_1t}{\cos\theta}f}\frac{D}{\mathfrak{a}}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)+r\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2-\cos^2\theta}}{\sin\theta}y+\eta\right)\right\}}d\eta, \tag{32}$$

$$\psi'=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\frac{V_1t}{\cos\theta}f}\frac{E}{\mathfrak{a}}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)-r\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2-\cos^2\theta}}{\sin\theta}y-\eta\right)\right\}}d\eta$$

$$+\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\frac{V_1t}{\cos\theta}f}\frac{F}{\mathfrak{a}}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)+r\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2-\cos^2\theta}}{\sin\theta}y+\eta\right)\right\}}d\eta. \tag{33}$$

(30)~(33) に於ける $A/\mathfrak{a}$, $B/\mathfrak{a}$, $C/\mathfrak{a}$, $D/\mathfrak{a}$, $E/\mathfrak{a}$, $F/\mathfrak{a}$ に就ては,

$$\left.\begin{aligned}
a&=\tan\theta\,, & b&=\left\{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2},\\
a'&=\left\{\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2}, & b'&=\left\{\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta-1\right\}^{1/2},\\
c&=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\,, & d&=2-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\sec^2\theta\,,\\
c'&=\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta\,, & d'&=2-\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2\sec^2\theta
\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

と置き，尚 Δ で 次式を代表さす.

$$\Delta=\alpha+\beta e^{i(a'+b')fH}+\gamma e^{i2(a'+b')fH}+\delta e^{i2a'fH}+\varepsilon e^{i2b'fH}. \tag{35}$$

但し

$$\alpha=(d'^2+4a'b')\left[\begin{aligned}&\mu'^2(1+ab)(d'^2+4a'b')\\&+\mu\mu'\{cc'(ab'+a'b)-2(d+2ab)(d'+2a'b')\}\\&+\mu^2(1+a'b')(d^2+4ab)\end{aligned}\right],$$

$$\beta=16\,a'b'd'\left[-2\mu'^2(1+ab)d'+\mu\mu'(d+2ab)(3-b')-\mu^2(d^2+4ab)\right],$$

$$\gamma=(d'^2+4a'b')\left[\begin{aligned}&\mu'^2(1+ab)(d'^2+4a'b')\\&-\mu\mu'\{cc'(ab'+a'b)+2(d+2ab)(d'+2a'b')\}\\&+\mu^2(1+a'b')(d^2+4ab)\end{aligned}\right],$$

$$\delta=(d'^2-4a'b')\begin{bmatrix}-\mu'^2(1+ab)(d'^2-4a'b')\\ -\mu\mu'\{cc'(ab'-a'b)-2(d+2ab)(d'-2a'b')\}\\ -\mu^2(1-a'b')(d^2+4ab)\end{bmatrix},$$

$$\epsilon=(d'^2-4a'b')\begin{bmatrix}-\mu'^2(1+ab)(d'^2-4a'b')\\ +\mu\mu'\{cc'(ab'-a'b)+2(d+2ab)(d'-2a'b')\}\\ -\mu^2(1-a'b')(d^2+4ab)\end{bmatrix}. \tag{36}$$

然る時は，

$$\begin{aligned}\frac{A}{\mathfrak{a}}=&\frac{16a'b'd'}{\Delta}e^{i(a'+b')fH}\Big[\mu^2(d^2-4ab)-\mu\mu'(d-2ab)(3-b')+2\mu'^2(1-ab)(d')\Big]\\
&+\frac{(d'^2+4a'b')}{\Delta}e^{i2(a'+b')fH}\begin{bmatrix}-\mu^2(1+a'b')(d^2-4ab)\\ +\mu\mu'\{cc'(a'b-ab')+2(d-2ab)(d'-2a'b')\}\\ -\mu'^2(1-ab)(d'^2+4a'b')\end{bmatrix}\\
&+\frac{(d'^2-4a'b')}{\Delta}e^{i2a'fH}\begin{bmatrix}\mu^2(1-a'b')(d^2-4ab)\\ -\mu\mu'\{cc'(ab'+a'b)+2(d-2ab)(d'-2a'b')\}\\ +\mu'^2(1-ab)\{d'^2-4a'b'\}\end{bmatrix}\\
&+\frac{(d'^2+a'b')}{\Delta}\begin{bmatrix}-\mu^2(1+a'b')(d^2-4ab)\\ +\mu\mu'\{cc'(ab'-a'b)+2(d-2ab)(d'-2a'b')\}\\ -\mu'^2(1-ab)(d'^2+4a'b')\end{bmatrix}\\
&+\frac{(d'^2-4a'b')}{\Delta}e^{i2b'fH}\begin{bmatrix}\mu^2(1-a'b')(d^2-4ab)\\ +\mu\mu'\{cc'(ab'+a'b)-2(d-2ab)(d'-2a'b')\}\\ +\mu'^2(1-ab)(d'^2-4a'b')\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}\frac{B}{\mathfrak{a}}=&\frac{16aa'b'd'}{\Delta}e^{i(a'+b')fH}\Big[4\mu^2d-\mu\mu'(2+d)(2+d')+4\mu'^2d'\Big]\\
&+\frac{2a(d'^2+4a'b')}{\Delta}e^{i2(a'+b')fH}\begin{bmatrix}-2\mu^2d(1+a'b')+\mu\mu'(2+d)(d'+2a'b')\\ -\mu'^2(d'^2+4a'b')\end{bmatrix}\\
&+\frac{2a(d'^2-4a'b')}{\Delta}e^{i2a'fH}\begin{bmatrix}2\mu^2d(1-a'b')-\mu\mu'(2+d)(d'-2a'b')\\ +\mu'^2(d'^2-4a'b')\end{bmatrix}\\
&+\frac{2a(d'^2+4a'b')}{\Delta}\begin{bmatrix}-2\mu^2d(1+a'b')+\mu\mu'(2+d)(d'+2a'b')\\ -\mu'^2(d'^2+4a'b')\end{bmatrix}\\
&+\frac{2a(d'^2-4a'b')}{\Delta}e^{i2b'fH}\begin{bmatrix}2\mu^2d(1-a'b')-\mu\mu'(2+d)(d'-2a'b')\\ +\mu'^2(d'^2-4a'b')\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{38}$$

$$\frac{C}{\mathfrak{a}}=\frac{8ab'cd'}{\varDelta}e^{i(a'+b')fH}\Big[-\mu^2(2a'b-d)+\mu\mu'(2a'b-d')\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2-4a'b')}{\varDelta}e^{i2b'fH}\Big[\mu\mu'(bd'+2b')-\mu^2(b'd+2b)\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2+4a'b')}{\varDelta}\Big[\mu\mu'(-bd'+2b')+\mu^2(-b'd+2b)\Big], \tag{39}$$

$$\frac{D}{\mathfrak{a}}=\frac{8ab'cd'}{\varDelta}e^{i(a'+b')fH}\Big[-\mu^2(2a'b+d)+\mu\mu'(2a'b+d')\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2+4a'b')}{\varDelta}e^{i2(a'+b')fH}\Big[-\mu\mu'(bd'+2b')+\mu^2)b'd+2b)\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2-4a'b')}{\varDelta}e^{i2a'fH}\Big[\mu\mu'(bd'-2b')+\mu^2(b'd-2b)\Big], \tag{40}$$

$$\frac{E}{\mathfrak{a}}=\frac{8aa'cd'}{\varDelta}e^{i(a'+b')fH}\Big[\mu^2(b'd+2b)-\mu\mu'(bd'+2b')\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2+4a'b')}{\varDelta}\Big[\mu\mu'(d'+2a'b)-\mu^2(d+2a'b)\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2-4a'b')}{\varDelta}e^{i2a'fH}\Big[-\mu\mu'(d-2a'b)+\mu^2(d-2a'b)\Big], \tag{41}$$

$$\frac{F}{\mathfrak{a}}=\frac{8aa'cd'}{\varDelta}e^{i(a'+b')fH}\Big[\mu^2(b'd-2b)+\mu\mu'(bd'-2b')\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2+4a'b')}{\varDelta}e^{i2(a'+b')fH}\Big[\mu\mu'(d'-2a'b)-\mu^2(d-2a'b)\Big]$$
$$+\frac{2ac(d'^2-4a'b')}{\varDelta}e^{i2b'fH}\Big[-\mu\mu'(d'+2a'b)+\mu^2(d+2a'b)\Big]. \tag{42}$$

(30)～(33) に於て，$A/\mathfrak{a}$, $B/\mathfrak{a}$, $C/\mathfrak{a}$, $D/\mathfrak{a}$, $E/\mathfrak{a}$, $F/\mathfrak{a}$ は (35), (37), (38), (39), (41), (42) で見る如く，分母，分子に f に關する圓函數を含んだ超越函數である. f に關する積分の爲めこれ等を $e^{ia'fH}$, $e^{ib'fH}$ の羃級數に展開するのであるが，その爲めには，$1/\varDelta$ のみを展開すれば充分であつて，次の如くなる.

$$\frac{1}{\varDelta}=\Big[\frac{1}{\alpha}-\Big\{\frac{\delta}{\alpha^2}e^{i2a'fH}+\frac{\beta}{\alpha^2}e^{i(a'+b)fH}+\frac{\varepsilon}{\alpha^2}e^{i2b'fH}\Big\}+\Big\{\frac{\delta}{\alpha^3}e^{i4a'fH}+2\frac{\beta\delta}{\alpha^3}e^{i(3a'+b')fH}$$
$$+\Big(\frac{\beta}{\alpha^3}+2\frac{\delta\varepsilon}{\alpha^3}-\frac{\gamma}{\alpha^2}\Big)e^{i2(a'+b')fH}+2\frac{\beta\varepsilon}{\alpha^3}e^{i(a'+3b')fH}+\frac{\varepsilon}{\alpha^3}e^{i4b'fH}\Big\}$$

$$
\begin{aligned}
&-\left\{\frac{\delta^3}{\alpha^4}e^{i6a'fH}+3\frac{\beta\delta}{\alpha^4}e^{i(5a'+b')fH}+\left(3\frac{\beta^2\delta}{\alpha^4}+3\frac{\varepsilon\delta^2}{\alpha^4}-2\frac{\gamma\delta}{\alpha^3}\right)e^{i2(2a'+b')fH}\right.\\
&+\left(6\frac{\beta\delta g}{\alpha^4}+\frac{\beta^3}{\alpha^4}-2\frac{\beta\gamma}{\alpha^3}\right)e^{i3(a'+b')fH}+\left(3\frac{\beta^2\varepsilon}{\alpha^4}+3\frac{\varepsilon^2\delta}{\alpha^4}-2\frac{\gamma\varepsilon}{\alpha^3}\right)e^{i2(a'+2b')fH}\\
&\left.+3\frac{\beta\varepsilon^2}{\alpha^4}\varepsilon^{i(a'+5b')fH}+\frac{\varepsilon^3}{\alpha^4}e^{i6b'fH}\right\}+\left\{\frac{\delta^4}{\alpha^5}e^{i8a'fH}+4\frac{\beta\delta^3}{\alpha^5}e^{i(7a+b')fH}\right.\\
&+\left(4\frac{\delta^3\varepsilon}{\alpha^5}+6\frac{\delta^2\beta^2}{\alpha^5}-3\frac{\delta^2\gamma}{\alpha^4}\right)e^{i2(3a'+b')fH}+\left(4\frac{\delta\beta^3}{\alpha^5}+12\frac{\delta^2\beta\varepsilon}{\alpha^5}-6\frac{\gamma\delta\beta}{\alpha^4}\right)e^{i(5a'+3b')fH}\\
&+\left(12\frac{\varepsilon\beta^2\delta}{\alpha^5}+6\frac{\varepsilon^2\delta^2}{\alpha^5}+\frac{\beta^4}{\alpha^5}+\frac{\gamma^2}{\alpha^3}-\frac{3\beta^2\gamma}{\alpha^4}-\frac{6\gamma\delta\varepsilon}{\alpha^4}\right)e^{i4(a'+b')fH}\\
&+\left(\frac{\varepsilon\beta^3}{\alpha^5}+12\frac{\delta\beta\varepsilon^2}{\alpha^5}-6\frac{\varepsilon\beta\gamma}{\alpha^3}\right)e^{i(3a'+5b')fH}+\left(4\frac{\delta\varepsilon^3}{\alpha^5}+6\frac{\varepsilon^2\beta^2}{\alpha^5}-3\frac{\varepsilon^2\gamma}{\alpha^4}\right)e^{i2(a'+3b')fH}\\
&\left.+\frac{\varepsilon^3\beta}{\alpha^5}e^{i(a'+7b')fH}+\frac{\varepsilon^4}{\alpha^5}e^{i8b'fH}\right\}+\cdots\cdots\Bigg]. \qquad (43)
\end{aligned}
$$

（43）の展開に於ては第８項まで示して置いたが，目的によつては，卽ち H/C の大きの關係に從つて，實際上項數を增す必要がある．この（43）を（35)～(42）に代入する時は，A/a, B/a, C/a, D/a, E/a 及び F/a は夫々 $e^{ia'fH}$ 及び $e^{ib'fH}$ の 多項式となるのである． 從つて，(29）なる初入射波によつて起される彈性體內に生ずる (30), (31), (32), (33）なる自由波は全部

$$
F=Q\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\left(qH+\frac{V_1t}{\cos\theta}\right)f}df\int_{-\infty}^{\infty}dr\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}F(\xi,\eta)e^{i\left\{f(x-\xi)-r(wy+\eta)\right\}}d\eta \qquad (44)
$$

の型で表はされる事となる．從つて

$$
F(x,y)=e^{-\frac{(x\cos\theta-y\sin\theta)^2}{c^2}} \qquad (45)
$$

の如く衝擊波型の初入射による彈性體內に生ずる自由波の問題は完全に解決する事が出來るのであつて，q, Q を（35)～(43）の各項に應ずる樣に撰べばよい事となる．この積分法は旣に別の論文[7] で論じておいた．(43）に於ける各項は皆（37), (38), (39), (40), (41), (42）と共に夫々力學的の意味を有し $y=0$ なる兩彈性體の境界面或は $y=H$ なる自由表面に於ける數次の反射或は屈折によつて自由波の强さが減少して行く事を示すものである．具體的な例に就て數計算を行へばこの樣な性質は明かにされるのであるが，次の報告で詳しく論ずる事とする．尙（43）に於て展開

7）西村源六郎，金井淸　地震研究所彙報 12 (1934), 292.

式の次數が增すに從つてその項の係數が小さくなる事は，各項の係數の分母 α が分子の $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ より非常に大きくなる事が具體的の計算に就て明かにされる事を考へれば，解かる事であつて，(48) の展開は數學的の收斂も非常によいものである．
（續く）

---

40. *On the Effect of Discontinuity Surfaces on the Propagation of Elastic Waves. (VII)*

By Genrokuro NISHIMURA,

Earthquake Research Institute.

In the present paper are studied the vibratory motions of a surface layer and a subjacent semi-infinite elastic body when a dilatational wave is obliquely incident on the common boundary where the two solids adhere closely.

In the first chapter, we studied the general properties of free waves propagated in the two solids, namely, in the surface layer and the subjacent solid, when a dilatational wave of harmonic wave-type of infinite extent is obliquely incident on the bottom surface of the surface layer. In the second chapter are explained analytically the general phenomena of wave motion in the two solids when a dilatational wave of shock wave-type is obliquely incident on the common boundary.
