3. Über Schattenwellen und Kernwellen.

Von Takeo MATUZAWA,

Institut für Erdbebenforschung.

(Vorgelegt 18. Dez. 1934.—Eingegangen 20. Dez. 1934.)

1. Es ist schon fast bestätigte Tatsache, dass wir so wie P-Welle im sogenannten Schattengebiet des Erdkerns als auch P-Wellen ausserhalb der durch den Erdkern erzeugten Brennzone deutlich beobachten können, was von der Anschauung der geometrischen Optik unmöglich zu erklären sein soll, wenn die Kerngrenze ganz unstetig ist.

Unstetigkeit der Grenze für Wellenfortpflanzung hängt von der Wellenlänge und der örtlichen Veränderung der elastischen Konstanten ab. Die Elastizitätstheorie im heterogenen Mittel zeigt uns, dass eine Unstetigkeit einerseits für sehr lange Welle andererseits dagegen für sehr kurze Welle manchmal als stetig angesehen werden könne.

Deutliche Entstehung mancher gebrochenen Wellen und reflektierten Wellen an der Kerngrenze zeigt uns, dass man für Erdbebenwellen von gewöhnlicher Periode, nämlich etwa über einige Sekunden, die Kerngrenze als unstetig ansehen kann.

Die Perioden der beobachteten Schattenwellen sind auch von derselben Grössenordnung. Darum soll es sich um die Beugungserscheinung der Wellen handeln, wie schon manche Autoren gedacht haben.

2. In diesem Kapitel wird die Wellenbeugung durch eine eingebetteten Kugel im unendlichen elastischen Mittel behandelt.

O sei der Mittelpunkt der Kugel mit Radius a. Herd H sei ausserhalb der Kugel, und $OH=b$. Die Linie OH sei die Polarachse für Polarkoordinaten, und O der Anfangspunkt.

Einfache P-Welle aus H ergibt sich

$$\Delta = A' \frac{H^{(1)}_{\frac{1}{2}}(hR)}{\sqrt{hR}} e^{-ipt},$$

wo

$$h^2 = \frac{\rho p^2}{\lambda+2\mu}, \quad R^2 = r^2 + b^2 - 2br\cos\theta,$$

und

$$\Delta = \frac{1}{R^2}\frac{\partial(R^2 U)}{\partial R}.$$

U ist die radiale Verschiebung in der Richtung von H. In Bezug auf O ergibt sich, für $r \leqq b$,

$$\frac{H^{(1)}_{\frac{1}{2}}(hR)}{\sqrt{hR}}=\sqrt{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(hb)}{\sqrt{hb}}\,\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(hr)}{\sqrt{hr}}\,P_n(\cos\theta),$$

$$u_0=-\frac{A'\sqrt{2\pi}}{h^{\frac{5}{2}}}\sum_{n=0}^{\infty}\left(n+\frac{1}{2}\right)\left\{\frac{d}{dr}\,\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(hr)}{\sqrt{r}}\right\}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(hb)}{\sqrt{hb}}\,P_n(\cos\theta)e^{-ipt},$$

$$v_0=-\frac{A'\sqrt{2\pi}}{h^{\frac{5}{2}}}\sum_{n=0}^{\infty}\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(hr)}{r^{\frac{3}{2}}}\,\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(hb)}{\sqrt{hb}}\,\frac{dP_n(\cos\theta)}{d\theta}\,e^{-ipt}.$$

Für $r\geqq b$ sollte man Konvergenz halber H und J in der rechten Seite miteinander austauschen, wovon in der folgenden Berechnung unnötig die Rede ist.

Die am Kern reflextierte Dilatationwelle[1] ergibt sich,

$$\Delta'=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{B_n}{\sqrt{hr}}\,H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(hr)\,P_n(\cos\theta)\,e^{-ipt},$$

$$u_1=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{B_n}{h^{\frac{5}{2}}}\,\frac{d}{dr}\,\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(hr)}{\sqrt{r}}\,P_n(\cos\theta)\,e^{-ipt},$$

$$v_1=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{B_n}{h^{\frac{5}{2}}r^{\frac{3}{2}}}\,H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(hr)\,\frac{d\,P_n(\cos\theta)}{d\theta}\,e^{-ipt},$$

wo
$$\Delta'=\frac{\partial u_1}{\partial r}+2\,\frac{u_1}{r}+\frac{1}{r}\,\frac{\partial v_1}{\partial\theta}+\frac{v_1}{r}\cot\theta.$$

Die am Kern reflextierte S-Welle lautet,

$$2\varpi'=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n}{\sqrt{kr}}\,H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(kr)\,\frac{d\,P_n(\cos\theta)}{d\theta}\,e^{-ipt},$$

$$u_2=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n\,n(n+1)}{k^{\frac{5}{2}}\,r^{\frac{3}{2}}}\,H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(kr)\,P_n(\cos\theta)\,e^{-ipt},$$

$$v_2=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n}{k^{\frac{5}{2}}r}\,\frac{d}{dr}\left\{\sqrt{r}\;H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(kr)\right\}\frac{d\,P_n(\cos\theta)}{d\theta}\,e^{-ipt},$$

wo
$$k^2=\frac{\rho p^2}{\mu},$$

$$2\varpi'=\frac{\partial v_2}{\partial r}+\frac{v_2}{r}-\frac{1}{r}\,\frac{\partial u_2}{\partial\theta}.$$

P- und S-Wellen innerhalb des Kerns lauten, mit Kennziffer „1" für elastische Konstanten,

$$\Delta''=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{D_n}{\sqrt{h_1 r}}\,J_{n+\frac{1}{2}}(h_1 r)\,P_n(\cos\theta)\,e^{-ipt},$$

---

1) K. SEZAWA, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **2** (1927), 13～20.

$$u_3=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{D_n}{h_1^{\frac{5}{2}}}\frac{d}{dr}\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(h_1r)}{\sqrt{r}}P_n(\cos\theta)\,e^{-ipt},$$

$$v_3=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{D_n}{h_1^{\frac{5}{2}}r^{\frac{3}{2}}}J_{n+\frac{1}{2}}(h_1r)\frac{d\,P_n(\cos\theta)}{d\theta}e^{-ipt},$$

$$2\varpi''=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{E_n}{\sqrt{k_1r}}J_{n+\frac{1}{2}}(k_1r)\frac{d\,P_n(\cos\theta)}{d\theta}e^{-ipt},$$

$$u_4=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{E_nn(n+1)}{k_1^{\frac{5}{2}}\,r^{\frac{3}{2}}}J_{n+\frac{1}{2}}(k_1r)\,P_n(\cos\theta)\,e^{-ipt},$$

$$v_4=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{E_n}{k_1^{\frac{5}{2}}r}\frac{d}{dr}\left\{\sqrt{r}\;J_{n+\frac{1}{2}}(k_1r)\right\}\frac{d\,P_n(\cos\theta)}{d\theta}e^{-ipt}.$$

Hier soll die Zylinderfunktion die Bessel'sche J-funktion sein, sonst konvergiert die Reihe nicht, was nach der Bestimmung der Koeffizienten klar wird.

Die Grenzbedingungen lauten, am $r=a$,

$$\left\{\begin{aligned}
&\lambda(\Delta+\Delta')+2\mu\frac{\partial}{\partial r}(u_0+u_1+u_2)=\lambda_1\Delta''+2\mu_1\frac{\partial}{\partial r}(u_3+u_4),\\
&\mu\left\{\frac{\partial}{\partial r}(v_0+v_1+v_2)-\frac{1}{r}(v_0+v_1+v_2)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(u_0+u_1+u_2)\right\}\\
&\qquad\qquad=\mu_1\left\{\frac{\partial}{\partial r}(v_3+v_4)-\frac{v_3+v_4}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(u_3+u_4)\right\},\\
&u_0+u_1+u_2=u_3+u_4,\\
&\text{und}\\
&v_0+v_1+v_2=v_3+v_4.
\end{aligned}\right.$$

Nach Erledigung der Rechnung bekommen wir die folgenden vier Gleichungen mit vier Unbekannten.

$$\begin{aligned}
\beta_{n1}B_n+\gamma_{n1}C_n+\delta_{n1}D_n+\varepsilon_{n1}E_n&=\alpha_{n1}A,\\
\beta_{n2}B_n+\gamma_{n2}C_n+\delta_{n2}D_n+\varepsilon_{n2}E_n&=\alpha_{n2}A,\\
\beta_{n3}B_n+\gamma_{n3}C_n+\delta_{n3}D_n+\varepsilon_{n3}E_n&=\alpha_{n3}A,\\
\beta_{n4}B_n+\gamma_{n4}C_n+\delta_{n4}D_n+\varepsilon_{n4}E_n&=\alpha_{n4}A,
\end{aligned}$$

wo,

$$\left\{\begin{aligned}
\alpha_{n1}&=-\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}}\frac{1}{\sqrt{\xi}}\left[\left\{(\lambda+2\mu)-2\mu\frac{(n+1)(n+2)}{\xi^2}\right\}J_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)\right.\\
&\qquad\qquad\left.+\frac{4\mu}{\xi}J_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right],\\
\beta_{n1}&=\frac{1}{\sqrt{\xi}}\left[\left\{(\lambda+2\mu)-2\mu\frac{(n+1)(n+2)}{\xi^2}\right\}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\xi)+\frac{4\mu}{\xi}H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right],
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
\gamma_{n1}&=-2\mu n(n+1)\frac{1}{\sqrt{\eta^3}}\left\{-\frac{n+2}{\eta}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\eta)+H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\eta)\right\},\\
\delta_{n1}&=-\frac{1}{\sqrt{\xi_1}}\left[\left\{(\lambda_1+2\mu_1)-2\mu_1\frac{(n+1)(n+2)}{\xi_1}\right\}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi_1)+\frac{4\mu_1}{\xi_1}J_{n-\frac{1}{2}}(\xi_1)\right],\\
\varepsilon_{n1}&=2\mu_1 n(n+1)\frac{1}{\sqrt{\eta^3}}\left\{-\frac{n+2}{\eta_1}J_{n+\frac{1}{2}}(\eta_1)+J_{n-\frac{1}{2}}(\eta_1)\right\},
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
\alpha_{n2}&=-2\mu\frac{n+\frac{1}{2}}{\sqrt{\xi^3}}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}}\left\{\frac{n+2}{\xi}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi)-J_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right\},\\
\beta_{n2}&=2\mu\frac{1}{\sqrt{\xi^3}}\left\{\frac{n+2}{\xi}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\xi)-H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right\},\\
\gamma_{n2}&=\frac{\mu}{\sqrt{\eta}}\left[\left(1-\frac{2n(n+2)}{\eta^2}\right)H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\eta)+2\frac{H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\eta)}{\eta}\right],\\
\delta_{n2}&=-2\frac{\mu_1}{\sqrt{\xi_1^3}}\left\{\frac{n+2}{\xi_1}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi_1)-J_{n-\frac{1}{2}}(\xi_1)\right\},\\
\varepsilon_{n2}&=-\frac{\mu_1}{\sqrt{\eta_1}}\left[\left(1-\frac{2n(n+2)}{\eta_1^2}\right)J_{n+\frac{1}{2}}(\eta_1)+\frac{2}{\eta_1}J_{n-\frac{1}{2}}(\eta_1)\right],
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
\alpha_{n3}&=-\frac{n+\frac{1}{2}}{h}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}}\frac{1}{\sqrt{\xi}}\left\{-\frac{n+1}{\xi}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi)+J_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right\},\\
\beta_{n3}&=\frac{1}{h}\frac{1}{\sqrt{\xi}}\left\{-\frac{n+1}{\xi}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\xi)+H^{(1)}_{-\frac{1}{2}}(\xi)\right\},\\
\gamma_{n3}&=\frac{n(n+1)}{k}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\eta)}{\sqrt{\xi^3}},\\
\delta_{n3}&=-\frac{1}{h_1}\frac{1}{\sqrt{\xi_1}}\left\{-\frac{n+1}{\xi_1}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi_1)+J_{n-\frac{1}{2}}(\xi_1)\right\},\\
\varepsilon_{n3}&=-\frac{n(n+1)}{k_1}\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(\eta_1)}{\sqrt{\eta_1^3}},
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
\alpha_{n4}&=-\frac{n+\frac{1}{2}}{h}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}}\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(\xi)}{\sqrt{\xi^3}},\\
\beta_{n4}&=\frac{1}{h}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\xi)}{\sqrt{\xi^3}},\\
\gamma_{n4}&=\frac{1}{k}\frac{1}{\sqrt{\eta}}\left\{-\frac{n}{\eta}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\eta)+H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\eta)\right\},
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \delta_{n4} &= -\frac{1}{h_1}\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(\xi_1)}{\sqrt{\xi_1^3}}, \\ \varepsilon_{n4} &= -\frac{1}{k_1}\frac{1}{\sqrt{\eta_1}}\left\{-\frac{n}{\eta_1}J_{n+\frac{1}{2}}(\eta_1)+J_{n-\frac{1}{2}}(\eta_1)\right\}, \end{aligned}\right.$$

$A=\sqrt{2\pi}A'$, $\xi=ha$, $\xi_1=h_1a$, $\eta=ka$, $\eta_1=k_1a$ and $\zeta=hb$.

Aus diesen Gleichungen können wir die Koeffizienten B_n, C_n, D_n, und E_n bestimmen. Wir können ohne Schwierigkeiten beweisen, dass die allen so erhaltenen Reihen konvergieren. Je grösser die Argmenten der Zylinderfunktionen, nämlich ξ, η, ζ, ξ_1 und η_1 sind, desto schlechter wird die Konvergenz der Reihen, das heisst, für kürzere Wellen sind immer mehr Gliedern nötig, um zugeschriebene Genauigkeit zu bekommen.

3. Wenn der Erdkern flüssig sein sollte, dann kommt S-Welle im Kern nicht vor. In solchem Fall muss die Grenzbedingung lauten,

$$\left\{\begin{aligned} &\lambda(\Delta+\Delta')+2\mu\frac{\partial}{\partial r}(u_0+u_1+u_2)=\lambda_1\Delta'', \\ &\frac{\partial}{\partial r}(v_0+v_1+v_2)-\frac{1}{r}(v_0+v_1+v_2)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(u_0+u_1+u_2)=0, \\ &u_0+u_1+u_2=u_3+u_4. \end{aligned}\right.$$

Nach Einsetzung der Lösung für Verschiebungen bekommt man,

$$\left\{\begin{aligned} \beta_{n1}B_n+\gamma_{n1}C_n+\delta_{n1}D_n&=\alpha_{n1}A, \\ \beta_{n2}B_n+\gamma_{n2}C_n+\delta_{n2}D_n&=\alpha_{n2}A, \\ \beta_{n3}B_n+\gamma_{n3}C_n+\delta_{n3}D_n&=\alpha_{n3}A, \end{aligned}\right.$$

wo,

$$\left\{\begin{aligned} \alpha_{n1} &= -\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}}\frac{1}{\sqrt{\xi}}\left[\left\{(\lambda+2\mu)-2\mu\frac{(n+1)(n+2)}{\xi^2}\right\}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi)\right. \\ &\qquad\left.+\frac{4\mu}{\xi}J_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right], \\ \beta_{n1} &= \frac{1}{\sqrt{\xi}}\left[\left\{(\lambda+2\mu)-2\mu\frac{(n+1)(n+2)}{\xi^2}\right\}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\xi)+\frac{4\mu}{\xi}H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right], \\ \gamma_{n1} &= -n(n+1)\frac{2\mu}{\sqrt{\eta^3}}\left\{-\frac{n+2}{\eta}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\eta)+H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\eta)\right\}, \\ \delta_{n1} &= -\frac{\lambda_1}{\sqrt{\xi_1}}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi_1), \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
\alpha_{n2}&=-2\frac{n+\frac{1}{2}}{\sqrt{\xi}^3}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}}\left\{\frac{n+2}{\xi}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi)-J_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right\},\\
\beta_{n2}&=\frac{2}{\sqrt{\xi}^3}\left\{\frac{n+2}{\xi}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\xi)-H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right\},\\
\gamma_{n2}&=\frac{1}{\sqrt{\eta}}\left[\left(1-\frac{2n(n+2)}{\eta^2}\right)H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\eta)+2\frac{H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\eta)}{\eta}\right],\\
\delta_{n2}&=0,
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
\alpha_{n3}&=-\frac{n+\frac{1}{2}}{h}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}}\frac{1}{\sqrt{\xi}}\left(-\frac{n+1}{\xi}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi)+J_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right),\\
\beta_{n3}&=\frac{1}{h\sqrt{\xi}}\left\{-\frac{n+1}{\xi}H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\xi)+H^{(1)}_{n-\frac{1}{2}}(\xi)\right\},\\
\gamma_{n2}&=\frac{n(n+1)}{k}\frac{H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(\eta)}{\sqrt{\eta}^3},\\
\delta_{n3}&=-\frac{1}{h_1}\frac{1}{\sqrt{\xi_1}}\left\{-\frac{n+1}{\xi_1}J_{n+\frac{1}{2}}(\xi_1)+J_{n-\frac{1}{2}}(\xi_1)\right\}.
\end{aligned}\right.$$

Bemerkung zu der Konvergenz der Reihen ist dasselbe wie im elastischen Kern..

Zum Beispiel, für $\xi=6{\cdot}81$, $\eta=12{\cdot}19$, $\zeta=12{\cdot}44$ und $\xi_1=10{\cdot}53$, was der Wellenlänge von P, $\lambda_p=3232$ Km. und der von S, $\lambda_s=1800$ Km. in demselben Mittel wie die Erde in der Nähe vom Kern entsprechen, muss man etwa über 16 Gliedern berechnen, um die Genauigkeit zu ein Prozent zu erzielen, was aber sehr zeitraubende und umständliche Arbeit sein soll.

Physikalisch kann man leicht vermuten, dass die Störung immer weniger werden soll, wenn die eingebettete Kugel immer kleiner ist im Vergleich mit der Wellenlänge. Mathematischer Beweis davon ist auch nicht schwer. Im Grenzübergang zu $\xi=\eta=\xi_1=\eta_1=\zeta=0$ verschwinden und zwar gliedweise alle Verschiebungen ausser u_0 und v_0. Wenn man die Beugung durch sehr kleine eingebettete Kugel behandeln will, darf man gewöhnlich den allgemeinen Fall der Kugelwelle durch den der Ebenewelle ersetzen, wie schon K. Sezawa[2] einmal getan hat.

Im Gegensatz mathematisch ist nicht leicht einzusehen, wie die Erscheinung vorkommt, wenn die Wellenlänge im Vergleich mit der Kugel sehr klein ist. Aber physikalisch könne man ruhig vermuten, dass die Schattenerscheinung immer ausgeprägter eintreten soll und sich

2) K. SEZAWA, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **3** (1927), 32~34.

zum Falle des Huygens'schen Prinzips annähern wird.

Die ausgeprägte Periode der Schattenwellen, welche beim Japanbeben[3] vom 2. März 1933 in La Paz, Huancayo oder San Juan beobachtet wurde, war im Durchschnitt etwa 8 Sekunden.

Die Wellenlänge sollte also in der Nähe vom Kern ungefähr 104 Km. sein, vorausgesetzt dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle 13 Km./Sek. sei. Diese Länge ist sehr klein im Vergleich mit der Kerngrösse. Darum sollte näherungsweise das Huygens'sche Prinzip gelten. Tatsächlich ist die Laufzeitkurve im Schattengebiet praktisch geradlinig.

Unter ähnlicher Betrachtung ist Eintritt der Kernwelle ausserhalb der Brennzone auch verständlich.

Bei dieser Betrachtung ist die Wellenbeugung wegen des Erdkerns fast von derselben Deutung wie die Wellenstreuung wegen des Kerns.

---

3. 地球の核の蔭に於ける波

地震研究所　松　澤　武　雄

P 波の走時曲線は地球の核の蔭の部分迄續けてひく事が出來るし，又核の中を通過した波に就いては反對に焦點の內側迄引き延ばす事が出來る．

此の現象を彈性論から說明を試みた．

---

3) T. MATUZAWA, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **13** (1935), Pl. VI, Fig. 5a, 5b; Pl. VII, Fig. 6: Fig. 7.