

23. 不連続面が弾性波の傳播に 及ぼす影響 (其の 3)

地震研究所 { 西村源六郎
金井清

(昭和 9 年 6 月 20 日受理)

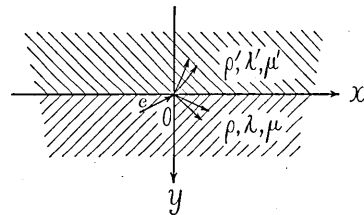
1. 前論文¹⁾では弾性體がその不連続面で相互に迂り得るとし迂りに對する抵抗を無視した場合これに無限に連続した調和波が入射した時それに釣合ふ爲め弾性力學的に生ずる波動、及び不連続面附近での分子運動を研究した。殊に不連続面で境された弾性體の夫々の密度、弾性係数が全く兩者共相等しい時に、境界面で生ずる弾性波に就て詳しく研究した。この論文では前と同様に不連続面で弾性體が相互に迂り得るとした場合、弾性力學的に釣合ふには如何なる波動が生ずるものであるかを研究してゐるが、前論文の場合と異り、調和波動型の縦弾性波が入射した場合と、衝撃波動型の縦弾性波が入射した場合に就て兩弾性體の密度は全然相等しいが剪斷弾性係数が兩弾性體に就て相等しい場合と、入射される方の弾性體の係數と縦弾性波の傳播する弾性體のそれとの比が 1:2 なる場合に就て非常に詳しくその境の面に於ける分子の運動狀態、分子運動の軌跡等を研究した。即ち前述した様な弾性力學的の條件に於て入射する衝撃波動型の縦弾性波の入射角に應じてこの不連続面を境とした兩弾性體の 2 點に於ける分子の振動狀態、運動軌跡を圖をもつて研究し、入射角と、分子振動の最大變位量との關係、或は初動方向の入射角との關係を明かにした。勿論不連続面が 1 つしかない場合であるから弾性波の反射及び屈折はこの面だけで起る故、不連続面で入射波に對して釣合ふ爲めに生ずる縦弾性波、横弾性波はその反射屈折に當つて位相差の生ずる事はない。従つて生ずる波動即ち各弾性體中に於ける分子運動軌跡は直線的であり、不連続面が 2 つ以上ある時に見られる様な複雑な振動軌跡は見られないが、本研究で得た結果を不連続面を境とした兩弾性體がこの面で全く密着してゐる場合に縦弾性波が入射する時に生ずる分子振動狀態、或は振動軌跡と比較する時は色々面白い性質のある事がわかる。(密着せる場合の研究は第 4 報で論じてある。) 尙この場合即ち不連続面がたゞ 1 つある場合には入射する縦弾性波が衝撃波動型であつても、振動

1) 西村源六郎, 金井清 地震研究所彙報 11 (1933), 123.

軌跡が直線的である事は全く振幅の一定な調和波動型の縦弾性波が入射する場合と同じである。又不連続面附近での分子の最大変位量と、入射波の縦弾性波による分子の最大変位量との比が入射角の變化に應じて變化する状態、及びその比の價は全く振幅の一定な無限に長い調和波が入射した時にその不連続面での分子運動の振幅と入射波の振幅の比が入射角に應じて變化する状態と同一であり又その比の價も全く等しくなつてゐる。そして入射角に對する不連続面附近での兩彈性體の分子運動の方向即ち初動の方向及びその變化状態は衝擊型波及び振幅の一定な調和波の入射する場合の兩者に就て全く相等しくなつてゐる。

第 1 章

2. 先づ順序として、振幅の一定な調和波動型の縦弾性波が $y > 0$ なる彈性體(その密度 ρ , 彈性係數 λ, μ) 中を傳播し、密度 ρ' , 彈性係數 λ', μ' なる彈性體の面 $y = 0$ に入射するとする。



第 1 圖

今この入射波を

$$\phi = \Re \{ e^{i(fx - ry - pt)} \} \dots \dots \dots (1)$$

とする時、 x - y - 方向の變位を夫々 u, v とすれば、

$$\left. \begin{aligned} u &= if \Re \{ e^{i(fx - ry - pt)} \}, \\ v &= -ir \Re \{ e^{i(fx - ry - pt)} \}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

但し

$$r^2 = \frac{\rho p^2}{(\lambda + 2\mu)} - f^2 \dots \dots \dots (3)$$

さて、(1) の如き波が $y = 0$ に入射する時 $y = 0$ に於ける彈性條件を満足する爲めに必要な波としては $y = 0$ で反射する縦弾性波 ϕ_1 横弾性波 ψ_2 が必要である。即ち

$$\phi_1 = A e^{i(fx + ry - pt)}, \dots \dots \dots (4)$$

$$\psi_2 = B e^{i(fx + sy - pt)}, \dots \dots \dots (5)$$

この波による變位 u_1, v_1 及び u_2, v_2 は

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= if A e^{i(fx + ry - pt)}, \\ v_1 &= if A e^{i(fx + ry - pt)}, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

及び

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= i s B e^{i(jx+ry-pt)}, \\ v_2 &= -i f B e^{i(jx+ry-pt)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

但し A, B は常數であつて, $y=0$ での弾性條件を満足さすに必要なものであり,

$$s^2 = \frac{\rho p^2}{\mu} - f^2. \dots\dots\dots (8)$$

又 (1) による波が $y=0$ に入射した時第 2 の弾性體 ($y < 0$) にも波動現象が起る. $y=0$ での弾性條件を満足さす爲めには次の 2 種の弾性波が必要である. 即ち

$$\phi_1' = C e^{i(jx-r'y-pt)}, \dots\dots\dots (9)$$

$$\psi_2' = D e^{i(jx-s'y-pt)}. \dots\dots\dots (10)$$

(9) による變位 u_1', v_1' は

$$\left. \begin{aligned} u_1' &= i f C e^{i(jx-r'y-pt)}, \\ v_1' &= -i r' C e^{i(jx-r'y-pt)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

(10) による變位 u_2', v_2' は

$$\left. \begin{aligned} u_2' &= -i s' D e^{i(jx-s'y-pt)}, \\ v_2' &= -i f D e^{i(jx-s'y-pt)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

但し (9) (10) (11) (12) に於て C, D は常數で, $y=0$ の弾性條件を満足さす爲めに必要なものであり,

$$r'^2 = \frac{\rho' p^2}{(\lambda' + 2\mu')} - f^2, \dots\dots\dots (13)$$

$$s'^2 = \frac{\rho' p^2}{\mu'} - f^2. \dots\dots\dots (14)$$

さて. 本研究に必要な $y=0$ に於ける條件, 即ち兩弾性體がこの面で相互に滑動し得るとし, その動きに應じてある摩擦が作用するとする時, $y=0$ に於ける弾性力學的條件は次の様になる.

$$v + v_1 + v_2 = v_1' + v_2', \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial}{\partial x} (u + u_1 + u_2) + \lambda \frac{\partial}{\partial y} (v + v_1 + v_2) \\ + 2\mu \frac{\partial}{\partial y} (v + v_1 + v_2) = \lambda' \frac{\partial}{\partial x} (u_1' + u_2') + \lambda' \frac{\partial}{\partial y} (v_1' + v_2') \\ + 2\mu' \frac{\partial}{\partial y} (v_1' + v_2'), \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\mu \frac{\partial}{\partial x}(v_1 + v_2) + \mu \frac{\partial}{\partial y}(u_1 + u_2) = k(u_1 + u_2), \dots\dots\dots (17)$$

$$\mu' \frac{\partial}{\partial x}(v_1' + v_2') + \mu' \frac{\partial}{\partial y}(u_1' + u_2') = k'(u_1' + u_2'). \dots\dots\dots (18)$$

但し (17) (18) に於ける k, k' は夫々兩彈性體が這る時に作用する摩擦抵抗に相對する或る常數である。この條件 (15), (16), (17), (18) を満足する様に、即ち兩彈性體の y -方向の動きは方向も量も同じであり、 $y=0$ なる面に垂直な應力も又量も符號も同じであり、且つ兩彈性體が $y=0$ なる面で相互に這るのに摩擦抵抗が働くと云ふ條件を満足する様に (2), (6), (7), (11), (12) に於ける常數 A, B, C, D を決定する事が出来れば、それで問題は解決する筈である。(この計算は次の機會に譲る)

今問題を理想化して、 $k=k'=0$ とする。 $y=0$ の面では何等抵抗なく自由に這る。即ち兩彈性體の境の面では x の方向への運動には抵抗がないとする。然る時 A, B, C, D の間には次の關係が前述の關係より出て來る。

$$rA - fB + r'C + fD = r\mathfrak{A}, \dots\dots\dots (19)$$

$$-\{\lambda(r^2 + f^2) + 2\mu r^2\}A + 2\mu f s B + \{\lambda'(r'^2 + f^2) + 2\mu' r'^2\}C + 2\mu' f s' D = \{\lambda(r^2 + f^2) + 2\mu r^2\}\mathfrak{A}, \dots\dots\dots (20)$$

$$2rfA + (s^2 - f^2)B = 2fr\mathfrak{A}, \dots\dots\dots (21)$$

$$2fr'C - (s'^2 - f^2)D = 0. \dots\dots\dots (22)$$

この聯立 1 次方程式を解き、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi}{\mathfrak{A}} A &= \frac{\mu'}{\mu} \frac{r}{f} \left(1 + \frac{s^2}{f^2}\right) \left\{ \left(1 - \frac{s'^2}{f^2}\right)^2 + 4 \frac{r's'}{f^2} \right\} \\ &\quad - \frac{r'}{f} \left(1 + \frac{s'^2}{f^2}\right) \left\{ \left(1 - \frac{s^2}{f^2}\right)^2 - 4 \frac{rs}{f^2} \right\}, \\ \frac{\Phi}{\mathfrak{A}} B &= -\frac{4rr'}{f^2} \left(1 - \frac{s^2}{f^2}\right) \left(1 + \frac{s'^2}{f^2}\right), \\ \frac{\Phi}{\mathfrak{A}} C &= 2 \frac{r}{f} \left(1 + \frac{s^2}{f^2}\right) \left(1 - \frac{s^2}{f^2}\right) \left(1 + \frac{s'^2}{f^2}\right), \\ \frac{\Phi}{\mathfrak{A}} D &= -\frac{4rr'}{f^2} \left(1 + \frac{s^2}{f^2}\right) \left(1 + \frac{s'^2}{f^2}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

となる。但し

$$\Phi = \frac{\mu'}{\mu} \frac{r}{f} \left(1 + \frac{s^2}{f^2}\right) \left\{ \left(1 - \frac{s'^2}{f^2}\right)^2 + 4 \frac{r's'}{f^2} \right\}$$

$$+ \frac{r'}{f} \left(1 + \frac{s'^2}{f^2}\right) \left\{ \left(1 - \frac{s}{f^2}\right)^2 + 4 \frac{r^2 s}{f^2} \right\}. \dots\dots\dots (24)$$

これ等求め得た (23) なる A, B, C, D を (6), (7), (11), (12) へ代入すれば, (2) なる波による $y=0$ に於ける反射, 屈折の問題を解き得る理である.

今 $y>0$ なる弾性体内の縦弾性波横弾性波の傳播速度を V_1, V_2 , $y<0$ なる弾性體中のこれ等の波の傳播速度を夫々 V_1', V_2' とし, 尙縦弾性波の入射角を e とする時は

$$\begin{aligned} \Phi' \frac{A}{\mathcal{A}} &= \frac{\mu'}{\mu} \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin e \left\{ \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 4 \cos^2 e \left(\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \left(\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \right\} \\ &\quad - \left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 \left(\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \left\{ \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 4 \sin e \cos^2 e \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \right\}, \\ \Phi' \frac{B}{\mathcal{A}} &= 4 \left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 \sin e \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right), \\ \Phi' \frac{C}{\mathcal{A}} &= 2 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin e \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right) \left(\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right), \\ \Phi' \frac{D}{\mathcal{A}} &= 4 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin e \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right). \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Phi' \frac{A}{\mathcal{A}} \\ \Phi' \frac{B}{\mathcal{A}} \\ \Phi' \frac{C}{\mathcal{A}} \\ \Phi' \frac{D}{\mathcal{A}} \end{aligned}} \right\} (25)$$

但し

$$\begin{aligned} \Phi' &= \frac{\mu'}{\mu} \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \sin e \left\{ \left(\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 4 \cos^2 e \left(\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \left(\left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \right\} \\ &\quad + \left(\frac{V_1}{V_2'}\right)^2 \left(\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \left\{ \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - 2 \cos^2 e\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 4 \sin e \cos^2 e \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - \cos^2 e\right)^{1/2} \right\}. \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

さてこれ等 (25), (26) の関係を利用して振幅の一定な調和波動型の縦弾性波が入射した場合の $y=0$ 即ち境界面を境として兩弾性體のこの附近での分子運動 U, V, U', V' 或は振動軌跡は如何になるかは

$$\left. \begin{aligned} U &= u + u_1 + u_2, \\ V &= v + v_1 + v_2, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} U' &= u_1' + u_2', \\ V' &= v_1' + v_2' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

なる式で $y=0$ とおけばこれ等の事柄關係を明かに示めず解を得る事が出来る。今この入射彈性波の週期を T_1 , 波長を L とする時は,

$$\begin{aligned} \frac{UL}{\mathfrak{A}} &= 2\pi \left[i(\cos e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \sin e_y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right. \\ &\quad + i \frac{A}{\mathfrak{A}} (\cos e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} + \frac{2\pi \sin e_y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \\ &\quad \left. + i \frac{B}{\mathfrak{A}} \cos e \left\{ \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right\}^{1/2} e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} + \frac{2\pi \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right], \dots (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{VL}{\mathfrak{A}} &= 2\pi \left[-i(\sin e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \sin e_y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right. \\ &\quad + i \frac{A}{\mathfrak{A}} (\sin e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} + \frac{2\pi \sin e_y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \\ &\quad \left. - i \frac{B}{\mathfrak{A}} (\cos e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} + \frac{2\pi \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right], \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{U'L}{\mathfrak{A}} &= 2\pi \left[i \frac{C}{\mathfrak{A}} (\cos e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_1'} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right. \\ &\quad \left. - i \frac{D}{\mathfrak{A}} \operatorname{cosec} e \left(\left(\frac{V_1}{V_2'} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_2'} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right], \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{V'L}{\mathfrak{A}} &= 2\pi \left[-i \frac{C}{\mathfrak{A}} \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_1'} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_1'} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right. \\ &\quad \left. - i \frac{D}{\mathfrak{A}} (\cos e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \cos e \left(\left(\frac{V_1}{V_2'} \right)^2 \sec^2 e - 1 \right)^{1/2} y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}} \right]. \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

入射波の變位 U_0, V_0 は,

$$\left. \begin{aligned} U_0 \frac{L}{\mathfrak{A}} &= i(2\pi \cos e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \sin e_y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}}, \\ V_0 \frac{L}{\mathfrak{A}} &= -i(2\pi \sin e) e^{i \left\{ \frac{2\pi \cos e_x}{L} - \frac{2\pi \sin e_y}{L} - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

即ち (33) なる入射波によつて、兩彈性體には、(29), (30) 及び (31), (32) で表される波動が起される理である。勿論これ等の式に於て、 A, B, C, D は (25) で表されたものである。

今兩彈性體の密度は全く等しく且それ等のポアツソン比が $\frac{1}{4}$ なる場合に就て考へてみるに、この場合には (29), (30), (31), (32) 及び (25) に於て

$$\frac{V_1}{V_1'} = 1, \quad \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{3}, \quad \frac{V_1}{V_2'} = \sqrt{3} \quad \dots\dots\dots (34)$$

とおけば容易に求める事が出来る。

次に兩彈性體の彈性係数が全く相等しく、又密度も兩者とも相等しく、且つ兩彈性體のポアツソン比が $\frac{1}{4}$ である場合即ち $\rho = \rho', \lambda = \mu, \lambda' = \mu'$, 且つ $\mu = \mu'$ なる場合には調和波型の入射波によつて如何なる波動が彈性體中に生ずるかと云ふに、

$$\begin{aligned} \frac{UL}{\mathfrak{A}} = & 2\pi \left[-\cos e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right. \\ & - \frac{A}{\mathfrak{A}} \cos e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x + \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \\ & \left. - \frac{B}{\mathfrak{A}} \cos e (3 \sec^2 e - 1)^{\frac{1}{2}} \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x + \frac{2\pi \cos e}{L} (3 \sec^2 e - 1)^{\frac{1}{2}} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right], \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{VL}{\mathfrak{A}} = & 2\pi \left[\sin e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right. \\ & - \frac{A}{\mathfrak{A}} \sin e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x + \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \\ & \left. + \frac{B}{\mathfrak{A}} \cos e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x + \frac{2\pi \cos e}{L} (3 \sec^2 e - 1)^{\frac{1}{2}} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right], \dots (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{U'L}{\mathfrak{A}} = & 2\pi \left[-\frac{C}{\mathfrak{A}} \cos e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right. \\ & \left. + \frac{D}{\mathfrak{A}} \cos e (3 \sec^2 e - 1)^{\frac{1}{2}} \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \cos e}{L} (3 \sec^2 e - 1)^{\frac{1}{2}} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right], \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{V'L}{\mathfrak{A}} = & 2\pi \left[\frac{C}{\mathfrak{A}} \sin e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right. \\ & \left. + \frac{D}{\mathfrak{A}} \cos e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \cos e}{L} (3 \sec^2 e - 1)^{\frac{1}{2}} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \right]. \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

これ等 (35), (36) 及び (37), (38) なる波動は

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_0 L}{\mathcal{U}} &= -2\pi \cos e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\}, \\ \frac{V_0 L}{\mathcal{U}} &= 2\pi \sin e \sin \left\{ \frac{2\pi \cos e}{L} x - \frac{2\pi \sin e}{L} y - \frac{2\pi}{T_1} t \right\} \end{aligned} \right\} \dots (39)$$

なる入射波動によつて起された弾性體中の波動であるが, (35), (36), (37), (38) に於ける A, B, C, D に就ては次の關係がある. 即ち

$$\left. \begin{aligned} \frac{A}{\mathcal{U}} &= \frac{4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}}, \\ \frac{B}{\mathcal{U}} &= \frac{2 \sin e \cos e (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}}, \\ \frac{C}{\mathcal{U}} &= \frac{(3 - 2 \cos^2 e)^2}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}}, \\ \frac{D}{\mathcal{U}} &= \frac{2 \sin e \cos e (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}}. \end{aligned} \right\} \dots (40)$$

さて此等の式によつて, 分子運動を見るのであるが, 今 $x=0, y=0$ に於けるものを出すと,

$$\begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathcal{U}} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 2\pi \left[\cos e \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \right. \\ &+ \frac{4 \sin e \cos^3 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \\ &+ \left. \frac{2 \sin e \cos e (3 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \right], \dots (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{VL}{\mathcal{U}} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 2\pi \left[-\sin e \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \right. \\ &+ \frac{4 \sin^2 e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \\ &- \left. \frac{2 \sin e \cos^2 e (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \right], \dots (42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathcal{U}} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 2\pi \left[\frac{\cos e (3 - 2 \cos^2 e)^2}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \right. \\ &- \left. \frac{2 \sin e \cos e (3 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \sin \left(\frac{2\pi}{T_1} t \right) \right], \dots (43) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{V'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = 2\pi \left[-\frac{\sin e (3-2\cos^2 e)^2}{\{(3-2\cos^2 e)^2 + 4\sin e \cos^2 e (3-\cos^2 e)^{1/2}\}} \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right) - \frac{2\sin e \cos^2 e (3-2\cos^2 e)}{\{(3-2\cos^2 e)^2 + 4\sin e \cos^2 e (3-\cos^2 e)^{1/2}\}} \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right) \right] \dots (44)$$

勿論

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_0 L}{\mathfrak{U}} &= 2\pi \cos e \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \frac{V_0 L}{\mathfrak{U}} &= -2\pi \sin e \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right). \end{aligned} \right\} \dots (45)$$

これ等の式を見てわかる事は (45) なる弾性波の入射によつて $x=0, y=0$ なる點の分子の運動状態は、第 1 弾性體の $y=0$ 面中の運動 ($U_{x=0, y=0}, V_{x=0, y=0}$) と第 2 弾性體の $y=0$ 面中の運動 ($U'_{x=0, y=0}, V'_{x=0, y=0}$) とが明かにその運動状態の異ふ事である。勿論分子の振動軌跡は直線的になる事は兩者とも同じであるが、その運動軌跡の x -軸となす角即見掛けの入射角、屈折角 e' は特別な場合入射角が 90° の場合をのぞいてはそれぞれの入射角に對して異つてゐる。又振動軌跡の振幅もその量が兩者で異つてゐる。若し兩弾性體が完全に密着してゐる時には上述の現象は見られない。

今これ等の關係即ち振動状態を明かにする爲め入射角が $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$ 及 90° の場合に就て $U_{x=0, y=0}, V_{x=0, y=0}$ 及び $U'_{x=0, y=0}, V'_{x=0, y=0}$ を求めてみる。即ち

$e=0^\circ$:-

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 6.283 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 0. \end{aligned} \right\} \dots (46)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 6.283 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 0. \end{aligned} \right\} \dots (47)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_0 L}{\mathfrak{U}} &= 6.283 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \frac{V_0 L}{\mathfrak{U}} &= 0. \end{aligned} \right\} \dots (48)$$

$e=10^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 10.59 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -1.66 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 1.78 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -1.66 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 6.19 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V_0L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -1.09 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (51)$$

$e=20^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 11.26 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -2.42 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 0.527 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -2.42 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 5.90 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V_0L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -2.15 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

$e=30^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 10.86 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -3.1416 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (55)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 0, \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{A}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -3.1416 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0 L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= 5.42 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{V_0 L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -3.1416 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

$e=45^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= 9.20 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -4.26 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -0.336 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -4.26 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (59)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0 L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= 4.43 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{V_0 L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -4.43 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

$e=60^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= 6.67 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -5.23 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (61)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -0.382 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -5.23 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (62)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0 L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= 3.1416 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{V_0 L}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= 5.42 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (63)$$

$e=70^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= 4.61 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{A}}\right)_{x=0, y=0} &= -5.815 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (64)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -0.2975 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -5.815 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 2.15 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V_0L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 5.90 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (66)$$

$e = 80^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 2.345 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -6.16 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (67)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -0.166 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -6.16 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (68)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 1.09 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \\ \left(\frac{V_0L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -6.19 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (69)$$

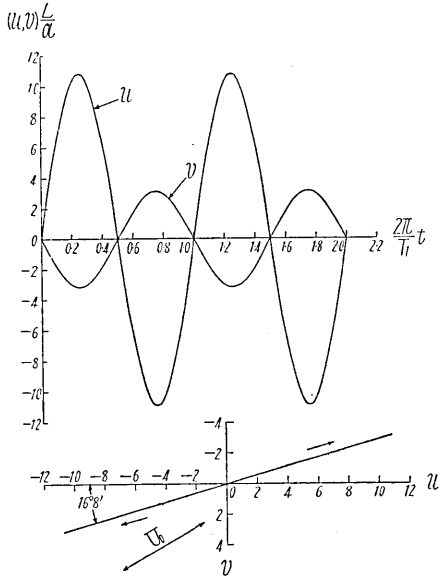
$e = 90^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{UL}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 0, \\ \left(\frac{VL}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 6.283 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (70)$$

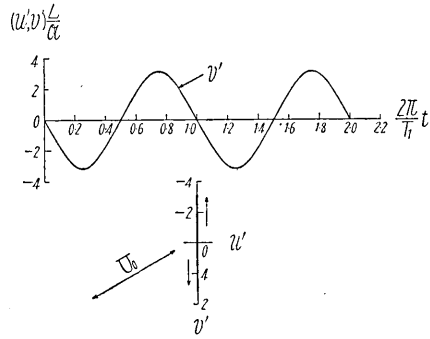
$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 0, \\ \left(\frac{V'L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -6.283 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (71)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_0L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= 0, \\ \left(\frac{V_0L}{\mathfrak{U}}\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} &= -6.283 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (72)$$

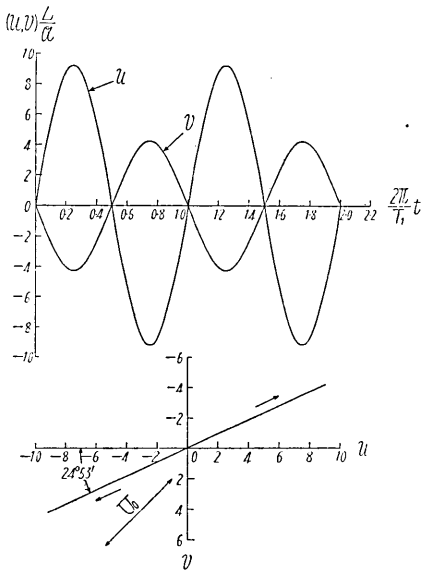
これ等の結果中、 $e=30^\circ$ 、 $e=45^\circ$ 及び $e=60^\circ$ の場合を圖示すると、第 2 圖 (イ)、第 2 圖 (ロ)、第 3 圖 (イ)、第 3 圖 (ロ)、第 4 圖 (イ) 及び第 4 圖 (ロ) を得。こ



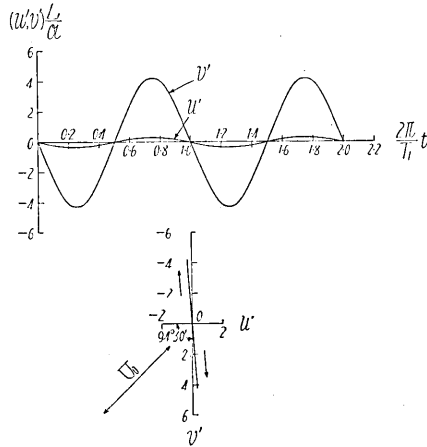
第 2 圖 (イ) $e=30^\circ$, $x=0$, $y=0$



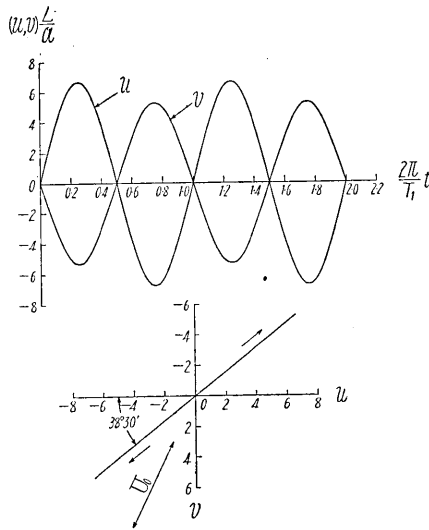
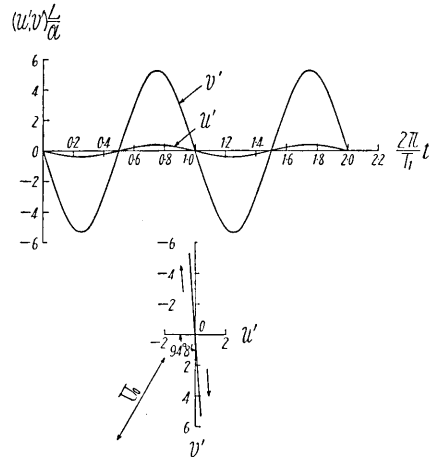
第 2 圖 (ロ) $e=30^\circ$, $x=0$, $y=0$



第 3 圖 (イ) $e=45^\circ$, $x=0$, $y=0$



第 3 圖 (ロ) $e=45^\circ$, $x=0$, $y=0$

第 4 圖 (イ) $e=60^\circ, x=0, y=0$ 第 4 圖 (ロ) $e=60^\circ, x=0, y=0$

れ等の圖で上の圖は、 U, V 或は U', V' の時間に對する變化を示し、下圖は振動軌跡を示す。(46)~(72)によつて各入射角に對する x, y -方向の變位の振幅 V, U, U', V' が變化する様子、及び入射波の振幅に對するこれ等 U, V, U', V' の振幅量の割合或は振動軌跡又 $y=0$ に於ける見掛の入射角或は屈折角等の關係を明かに定量定性的に研究する事が出来る。概して云へば入射角の如何にかゝらず、第 1 彈性體側の境の面に於ける振動の振幅は、第 2 彈性體側の境の面に於けるそれよりも同じ入射波の振幅に對して遙かに大きくなつてゐる。即ち第 1 彈性體の方では入射した波による振動振幅より特殊な入射角即ち ($e=0^\circ, e=90^\circ$) をのぞいては大きくなるが第 2 彈性體の方では、その振幅は小さくなつてゐる。又第 1 彈性體の方と第 2 彈性體の方とでその振幅の關係が逆になつており、第 1 の方で入射角の變化に對して、振幅がます時には、第 2 の方では減じ、第 1 の方で減する時には増してゐる。そして、両者に振幅の最大の所と最小の所とがある。即ち入射角が 15° 附近にてこの現象が見られる。この附近の入射角では第 1 の側では振幅は最大値をとり入射する波の振幅の 2 倍位になるのに第 2 の側では最小値をとり約 0.35 倍位に減小する。そして入射角に對する見掛の第 1 彈性體に於ける入射角及び第 2 彈性體に於ける見掛の屈折角の關係は、兩方共に概して云へば、入射角が増すにつれ増す傾向ではあるが、第 1 彈性體での見掛の入射角は一體にその増し方が少なく特に e が $0^\circ \sim 60^\circ$ の間

では可なり少ない。即ち入射角に對して見掛上のその角は遙かに小さい。これに反し第 2 弾性體側に於て見掛けの屈折角は矢張り入射角が増すと増すが、入射角 0° より 40° 位までの間でその増し方が急激であつて、 40° より入射角が増してもその割に見掛けの屈折角は増す事はなく 50° 附近よりむしろ減する傾向がある。即ち入射角が 30° で見掛の角は 90° となり、それ以上大なる入射角ではこの角は 90° を越して大きくなるが $e=50^\circ$ で最大値 95° 位となり、それより e が大となる時は減するが $e=90^\circ$ の時には勿論見掛けの角も矢張り 90° となる。

第 2 章

3. 以上は入射弾性波が振幅の一定な無限に長い調和波型の縦弾性波である場合であつたが、次に $t=0$ 即ち初めに入射波が適當な分布即ち x, y に關する任意の分布状態で與へられ、それが傳播して、 $y=0$ 面に入射する時の問題を取扱ふ事とする。

その爲めには第 1 の弾性體内で $t=0$ の時に

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= \frac{\partial f(x, y)}{\partial x}, \\ V_0 &= \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

なる變位を與へる様な變形を與へた時に、これが縦弾性波として、 $t>0$ なる時に傳播する問題を取扱へばよい。前述の諸論を適用する時は此の問題を解決するには次の様に取扱つて行けばよい事がわかる。即ち

$$t=0: -$$

$$\phi = f(x, y) \dots\dots\dots (74)$$

が與へられた時には、

$$\phi = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{v_1 t}{\cos e} f} df \int_{-\infty}^{\infty} dr \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta F(\xi, \eta) e^{i\{f(x-\xi) - r(y-\eta)\}}, \dots\dots\dots (75)$$

反射に關するものとしては、

$$\phi_1 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A}{\Omega} e^{-i\frac{v_1 t}{\cos e} f} df \int_{-\infty}^{\infty} dr \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta F(\xi, \eta) e^{i\{f(x-\xi) + r(y-\eta)\}}, \dots\dots\dots (76)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B}{\mathfrak{A}} e^{-i \frac{V_1 t}{\cos e} f} df \int_{-\infty}^{\infty} dr \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) e^{i \left\{ f(x-\xi) + r \left(\frac{(\frac{V_1}{V_2})^2 - \cos^2 e \right)^{1/2} y + \eta \right\}} d\eta, \quad (77)$$

第 2 の弾性體に就ては,

$$\phi_2' = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C}{\mathfrak{A}} e^{-i \frac{V_1 t}{\cos e} f} df \int_{-\infty}^{\infty} dr \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta F(\xi, \eta) e^{i \left\{ f(x-\xi) - r \left(\frac{(\frac{V_1}{V_2})^2 - \cos^2 e \right)^{1/2} y - \eta \right\}}, \quad (78)$$

$$\psi_2' = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{\mathfrak{A}} e^{-i \frac{V_1 t}{\cos e} f} df \int_{-\infty}^{\infty} dr \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta F(\xi, \eta) e^{i \left\{ f(x-\xi) - r \left(\frac{(\frac{V_1}{V_2})^2 - \cos^2 e \right)^{1/2} y - \eta \right\}}. \quad (79)$$

但し, (76), (77), (78) 及び (79) に於ける A, B, C, D は夫々 (23) 或は (25) に於けるものと全く同じものである。

これに應じて, 變位 $(u, v), (u_1, v_1), (u, u_2)$ 及び $(u', v'), (u_2', v_2')$ を求める事は容易である

今 $t=0$ に於ける $f(x, y)$ を次のもので與へる。

即
$$f(x, y) = e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e)^2}{c^2}}. \quad (80)$$

但し角 e は入射角に相當するもので, c は見掛の波の長さの様なものである。

然る時 (75) は

$$\phi = e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}}. \quad (81)^2$$

2) これ等の積分は妹澤教授の求められた方法と全く同じであるが, 本積分結果を得る運算を一般の場合に就て求めると,

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i \frac{V_1 t}{\cos e} f} df \int_{-\infty}^{\infty} dr \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-\frac{(\xi \cos e - \eta \sin e)^2}{c^2}} e^{i \{ f(x-\xi) - r(\eta y - \eta) \}} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \operatorname{cosec} e \int_{-\infty}^{\infty} e^{i f(x - V_1 t \sec e)} df \int_{-\infty}^{\infty} e^{i r (\xi \cot e - \alpha y)} dr \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i f \xi} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{Y^2}{c^2} + i Y r \operatorname{cosec} e} dY \\ &= \left\{ \frac{c}{4\pi^{3/2}} \operatorname{cosec} e \right\} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i f(x - V_1 t \sec e)} df \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i f \xi} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{c^2 r^2 \operatorname{cosec}^2 e}{4} + i r (\xi \cot e - \alpha y)} dr \\ &= \frac{1}{2\pi^{-3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i f(x - V_1 t \sec e)} df \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{i \xi \cot e - \alpha y)^2}{c^2 \operatorname{cosec}^2 e} - i f \xi} d\xi \\ &= \frac{1}{2\pi} \tan e \int_{-\infty}^{\infty} e^{i f(x - \alpha y \tan e - V_1 t \sec e)} df \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{Y^2}{c^2 \operatorname{cosec}^2 e} - i Y r \tan e} dY \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \tan e \operatorname{cosec} e \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{f^2 \tan^2 e}{4} - 2 \operatorname{cosec}^2 e + i f(x - \alpha y \tan e - V_1 t \sec e)} df \\ &= e^{-\frac{\cos^2 e (x - \alpha y \tan e - V_1 t \sec e)^2}{c^2}} \end{aligned}$$

妹澤克惟, 金井清 地震研究所彙報 10 (1933), 805.

(76) は

$$\phi_1 = \frac{A}{\mathfrak{A}} e^{-\frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \dots \dots \dots (82)$$

(77) は

$$\psi_2 = \frac{B}{\mathfrak{A}} e^{-\frac{\{x \cos e + y((\frac{V_1}{V_2})^2 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}} \dots \dots \dots (83)$$

(78) は

$$\phi_1' = \frac{C}{\mathfrak{A}} e^{-\frac{\{x \cos e - y((\frac{V_1}{V_2})^2 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}} \dots \dots \dots (84)$$

(79) は

$$\psi_2' = \frac{D}{\mathfrak{A}} e^{-\frac{\{x \cos e - y((\frac{V_1}{V_2})^2 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}} \dots \dots \dots (85)$$

従つて變位 $(u, v), (u_1, v_1), (u_2, v_2), (u_1', v_1'), (u_2', v_2')$ は容易に求める事が出来るが, 今前章と同じく, $U, V,$ 及び U', V', U_0, V_0 なる形で, 即ちこの 2 つの弾性體内に釣合ひ上生じた夫々の弾性波の傳播に伴ふて起る全結果の式として表はしてみる.

但し以下に示めすは特殊な場合であつて, 兩弾性體の密度は全く等しく, 又そのポアソン比も共に $\frac{1}{4}$, 加ふるに兩弾性體の剪斷弾性係數も全くその値が等しい場合に就て如何なる形式で波動を生ずるかを研究する事とする. (勿論かくの如き條件でない一般的な關係は A, B, C, D なる (42), (83), (84), (85) の値に (25) の値を代入すれば求める事が出来る). 即ち

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{2 \cos e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 & - \frac{8 \sin e \cos^3 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \times \frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 & - \frac{4 \sin e \cos e (3 - 2 \cos^2 e) (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \times \frac{\{x \cos e + (3 - \cos^2 e)^{1/2} y - V_1 t\}}{c^2} e^{-\frac{\{x \cos e + y(3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}}, \quad (86) \\
 V = & \frac{2 \sin e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{8 \sin^2 e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \quad \times \frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 & + \frac{4 \sin e \cos^2 e (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \quad \times \frac{\{x \cos e + y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}}{c^2} e^{-\frac{\{x \cos e + y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}}, \quad (87)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U' = & - \frac{2 \cos e (3 - 2 \cos^2 e)^2}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \quad \times \frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 & + \frac{4 \sin e \cos e (3 - 2 \cos^2 e) (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \quad \times \frac{\{x \cos e - y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}}{c^2} e^{-\frac{\{x \cos e - y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}}, \dots (88)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V' = & \frac{2 \sin e (3 - 2 \cos e)^3}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \quad \times \frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 & + \frac{4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \\
 & \quad \times \frac{\{x \cos e - y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}}{c^2} e^{-\frac{\{x \cos e - y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}}, \quad (89)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 U_0 = & - \frac{2 \cos e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 V_0 = & \frac{2 \sin e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (90)$$

即ち (90) なる式で示めされる様な縦弾性波が $y=0$ なる面に入射した時には、その面で反射される縦横兩弾性波があり、又第 2 の弾性體へ進む即ち第 2 の弾性體に振動を傳へ、この體中を傳播する縦横兩弾性波を生ずる理であるが、この時、これ等波動の結合せる見掛け上の波動の傳播問題は完全に (86), (87), 及び (88), (89) によつて研究する事が出来る。勿論これ等の波動は全く特殊な入射角の場合をのぞいて、 $y=0$ を境とした兩弾性體に就て、全くそれ等波動の傳播に伴ふ兩弾性體中分子の振動方向又は最大變位或は振動軌跡等は一般に異つた狀況を示す事はこれ等の式を見て

も明かである。勿論兩彈性體は物理力學的性質の全く相等しい彈性體ではあるが $y=0$ の面を境としてその波動様子の異なる事は、全く兩彈性體が密着してゐる時には見られない現象である。今特に (90) なる衝撃弾性波型の縦弾性波の入射に伴ふ、 $y=0$ なる面特に $y=0, x=0$ なる點に於ける兩彈性體の分子運動を詳しく研究する事とする。

(86), (87), (88), (89) 及び (90) に於て、 $x=0, y=0$ とせば、

$$\begin{aligned}
 cU &= 2 \cos e \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2} \\
 &+ \frac{8 \sin e \cos^3 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2} \\
 &+ \frac{4 \sin e \cos e (3 - 2 \cos^2 e) (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \dots (91)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 cV &= -2 \sin e \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2} \\
 &+ \frac{8 \sin^2 e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2} \\
 &- \frac{4 \sin e \cos^2 e (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \dots (92)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 cU' &= \frac{2 \cos e (3 - 2 \cos^2 e)^2}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2} \\
 &- \frac{4 \sin e \cos e (3 - 2 \cos^2 e) (3 - \cos^2 e)^{1/2}}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin^2 e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \dots (93)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 cV' &= -\frac{2 \sin e (3 - 2 \cos^2 e)^2}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2} \\
 &- \frac{4 \sin e \cos^2 e (3 - 2 \cos^2 e)}{\{(3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2}\}} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}. \dots (94)
 \end{aligned}$$

そして

$$\left. \begin{aligned}
 cU_0 &= 2 \cos e \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\
 cV_0 &= -2 \sin e \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}.
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (95)$$

次に入射角 e が $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ の時 $x=0, y=0$ に於ける振動状態を研究する事とする。

$e=0^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 2\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= 0, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (96)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= 2\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= 0, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (97)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= 2\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (98)$$

 $e=10^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 3.371\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= -0.529\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (99)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= 0.567\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= -0.529\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (100)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= 1.97\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_0 &= -0.347\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (101)$$

 $e=20^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 3.59\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= -0.772\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (102)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= 0.168\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= -0.772\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (103)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= 1.879\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_0 &= -0.684\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (104)$$

$e=30^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 3.464 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV &= - \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (105)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= 0, \\ cV' &= - \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (106)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= \sqrt{3} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV_0 &= - \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (107)$$

 $e=45^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 2.932 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV &= -1.36 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (108)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.107 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV' &= -1.36 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (109)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= \sqrt{2} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV_0 &= -\sqrt{2} \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (110)$$

 $e=60^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 2.121 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV &= -1.69 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (111)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.122 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV' &= -1.69 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (112)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_0 &= -\sqrt{3} \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (113)$$

$e=70^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 1.467 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= -1.857 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (114)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.095 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= -1.857 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (115)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= 0.684 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_0 &= -1.8794 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (116)$$

$e=80^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 0.747 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= -1.964 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (117)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.053 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= -1.964 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (118)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= 0.347 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_0 &= -1.970 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (119)$$

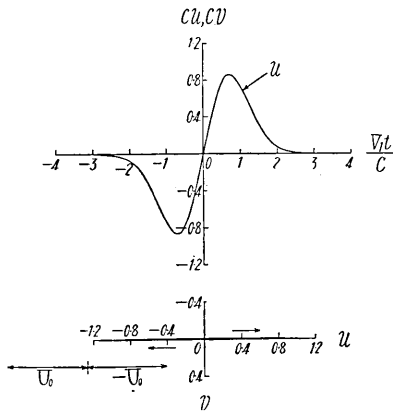
$e=90^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 0, \\ cV &= -2 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (120)$$

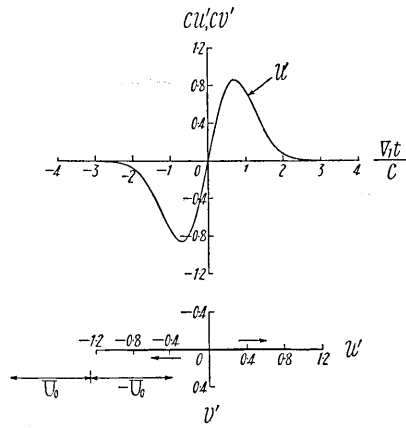
$$\left. \begin{aligned} cU' &= 0, \\ cV' &= -2\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (121)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= 0, \\ cV_0 &= -2\left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (122)$$

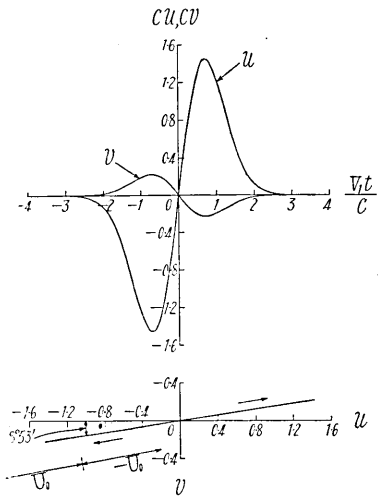
これ等得たる結果、即ち (90) で表される 衝撃波型の縦弾性波が $y=0$ なる不連続面



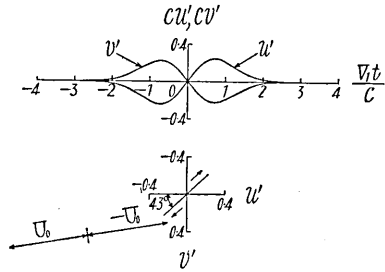
第 5 圖 (イ) $e=0^\circ, x=0, y=0$



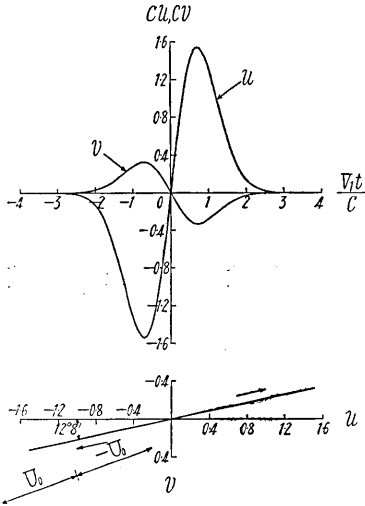
第 5 圖 (ロ) $e=0^\circ, x=0, y=0$



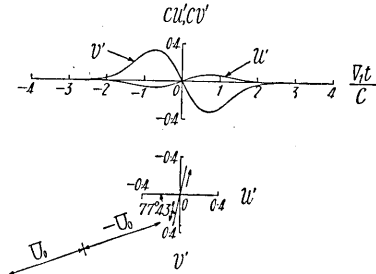
第 6 圖 (イ) $e=10^\circ, x=0, y=0$



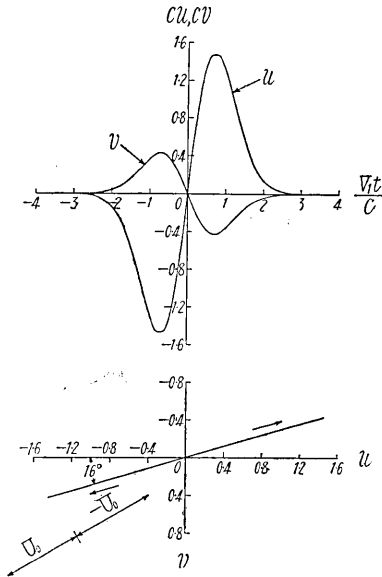
第 6 圖 (ロ) $e=10^\circ, x=0, y=0$



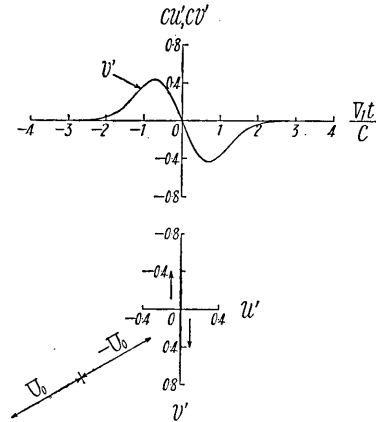
第 7 圖 (イ) $e=20^\circ, x=0, y=0$



第 7 圖 (ロ) $e=20^\circ, x=0, y=0$

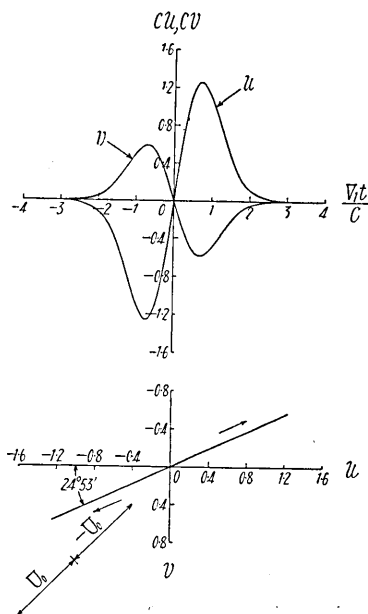


第 8 圖 (イ) $e=30^\circ, x=0, y=0$

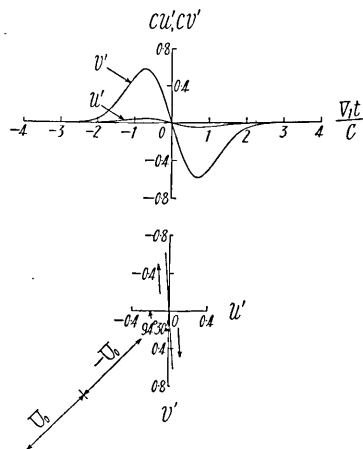


第 8 圖 (ロ) $e=30^\circ, x=0, y=0$

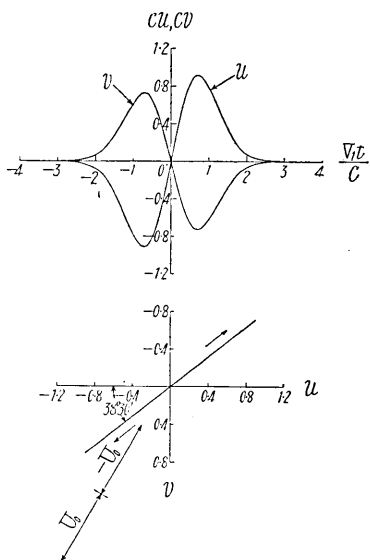
に入射した場合の兩彈性體中の $x=0, y=0$ 點に於ける振動状態を圖示してみると第 5 圖 (イ)~第 13 圖 (ロ) を得る. 勿論各圖中の上圖は U, V 分變位の時間に對する變形状態を示めしており, 下圖は $x=0, y=0$ 點に於ける振動軌跡を示してゐる. 以上の式及びそれより求めたる圖によつて色々の性質が定量的に明かにされる. この



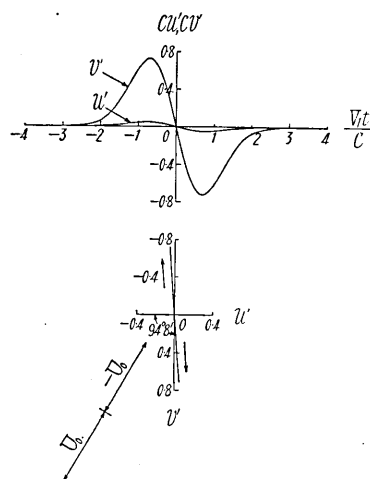
第 9 圖 (イ) $e=45^{\circ}$, $x=0$, $y=0$



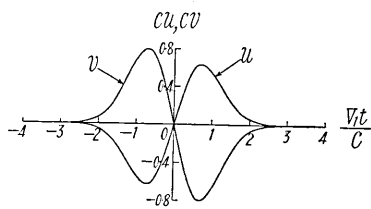
第 9 圖 (ロ) $e=45^{\circ}$, $x=0$, $y=20$



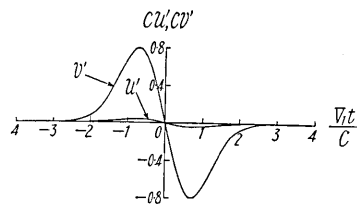
第 10 圖 (イ) $e=60^{\circ}$, $x=0$, $y=0$



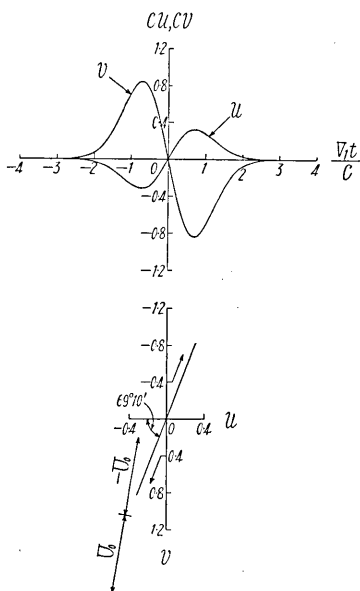
第 10 圖 (ロ) $e=60^{\circ}$, $x=0$, $y=20$



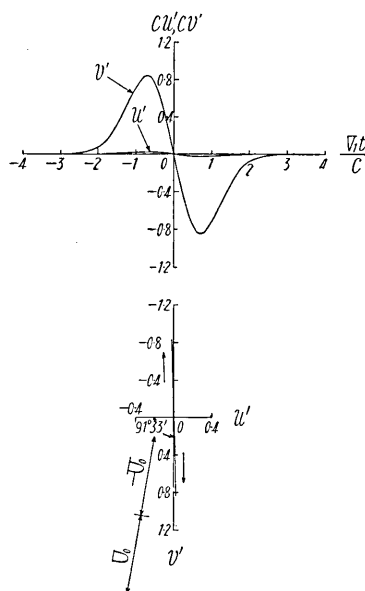
第 11 圖(イ) $e=70^\circ, x=0, y=0$



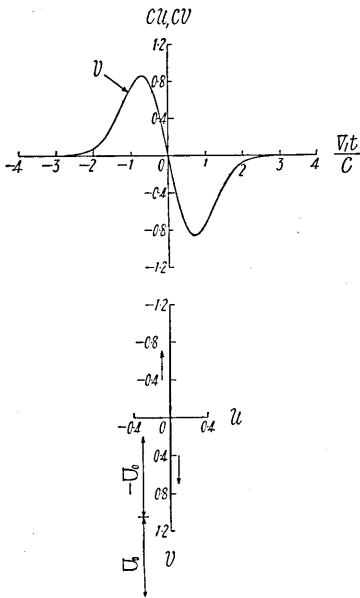
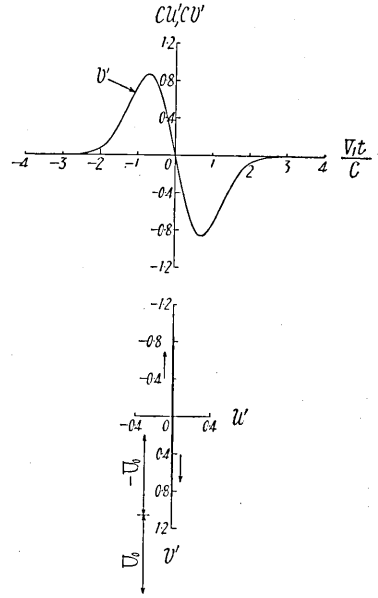
第 11 圖(ロ) $e=70^\circ, x=0, y=0$



第 12 圖(イ) $e=80^\circ, x=0, y=0$



第 12 圖(ロ) $e=80^\circ, x=0, y=0$

第 13 圖 (1) $e=90^\circ$, $x=0$, $y=0$ 第 13 圖 (2) $e=90^\circ$ ($x, y=0$)

結果、即ち衝撃波型の縦弾性波が入射した場合 $x=0$, $y=0$ 點に於ける兩彈性體の分子運動状態を明かにしよう。先づ第 1 彈性體中の $x=0$, $y=0$ に於ける變位状態を述べる事とする。一般的に見れば入射角の小さい間は x -方向の分變位 U が卓越してをり、入射角が大となるに従ひ、 y -方向の分變位 V が現はれて来る。しかも U 變位と V 變位は入射角の大小にかゝらず、その方向を異にする。即ち分子の x -方向の U が $+$ の方向に動けば、 y -方向の V は $-$ の方向に動き、前者が $-$ の方向に動けば後者は $+$ の方向に動く。³⁾ x -方向の變位 U の最大移動量は $e=0^\circ$ 即入射角が 0° の時は勿論入射波のそれに等しいが、入射角が増すに従つて、 U の最大移動量は増加する。即ち入射角 0° より 20° 附近までは増加し 20° 附近で極大値をとる。而も入射波の最大移動量の 1.8 倍位になる。 20° を過ぎる所より、 U の最大移動量は入射角が増加するに従つて減少する傾向をとり入射角の大きくなるに従つて徐々にその量は減少し、入射角が 90° になつた時には U はなくなつて済ふ。即ち x -方向には振動が見られなくなる。次に y -方向の變位 V は入射角 0° の時には勿論全然現はれないが、それより入射角が大きくなるに従つて現はれ始めるが、 U

3) 即ち見掛けの入射角が 90° を越す事はない。

變位の様子にその最大移動量が入射角が 0° と 90° の間で或る極大値をとる様な現象は V には見られない。即ち入射角の大となるに従つて, V はその最大移動量を増し, 終に入射角が 90° になつた時その最大移動量は極大となつて, 入射波による最大移動量と等しくなる。即ち U は入射波の最大移動量より増加する事はあるが, V の最大移動量の極大値は入射波のそれに等しい。即ち第 1 弾性體中の $x=0, y=0$ 點では, x - 方向の變位が y - 方向のそれよりその量が大きくなる場合がある。従つて, この弾性體では境の面に沿ふての分子振動量が割合に大である事がわかる。次に分子振動の軌跡の問題であるが, これは前述せる變位の性質よりも明かにされる事であるが, 勿論入射角の如何にかゝらず, 入射波との押し引きの關係は成立し, 入射波が押しの際は, $x=0, y=0$ に於ける分子も押しとなり, 引きの際は引きとなる。尙前述せし様に水平方向即ち x - 方向の分變位は入射角が割合に小さい間は y - 方向の分變位に較べて大きいので, 結局の分子運動も入射角が小さい間は見掛けの入射角が小さくなり, 殊に入射角が 20° より 50° 位までの間では入射角と見掛けの入射角との間には 10° より 20° 位の差がある。即ちこの程度に小さく出て来る。入射角が 80° でも見掛けの入射角は 70° となつて 10° の差がある。入射角が 90° の時には勿論見掛けの角も完全に 90° となる。今試みに, 入射角 e と見掛けの入射角 e' の關係を次表に示してみる。

e	10°	20°	30°	45°	60°	70°	80°	90°
e'	$8^\circ 53'$	$12^\circ 8'$	16°	$24^\circ 53'$	$38^\circ 30'$	$51^\circ 37'$	$69^\circ 10'$	90°

次に $y=0$ で反射する弾性波と入射波との間には $y=0$ では位相の差がないから勿論分子運動の振動軌跡は直線的になる事は圖よりも見る事が出来るが, この振動軌跡の最大移動量は, 入射角の大小で x -, y - 方向の最大移動量に變化がある事を考へれば, 入射角によつて, 變化のある事は想像する事も出来るが, 入射角が 0° の時にはその分子振動軌跡の最大移動量は入射波による最大移動量に等しいが入射角が 0° より 20° までの間では入射角と共にこの量は増加し 20° の時に最大移動量は極大値に達し, 20° を過ぎ入射角が大となるに従つて, 最大移動量は次第に減少して行くのが圖で見られる。そして入射角が 90° の時に入射波による最大移動量と等しくなる。

以上で第 1 弾性體の $y=0, x=0$ 點に於ける振動状態に對する記述は止めてお

く。

次に第 2 弾性體の $x=0, y=0$ 點に於ける振動状態を述べる事とする。入射角が小さい間は x - 方向の變位 U' が y - 方向の V' より卓越してゐる。特に入射角が 0° の時には U' のみ存在し V' は全然現はれない。入射角が 0° より増すに従つて y - 方向の變位 V' が現はれて来る。そしてこの V' は入射角が 90° になるまでその量が増し 90° に入射角がなつた時には勿論 U' が消えるので V' のみとなり、この y - 方向の變位が入射波のそれと等しくなる。即ち 90° の時 y - 方向の變位 V' は最大値をとる事がわかる。 x - 方向の變位 U' は入射角が 0° より増して 30° になるまでの間では次第に減少して終に $e=30^\circ$ の時には $U'=0$ となり V' のみとなる、入射角が $0^\circ \sim 30^\circ$ の間では U' の符號と V' の符號とは逆の関係にある。即ち U' が + の時は V' は -、 U' が - の時には V' は + となり、従つて見掛けの屈折角が 90° を越す事がない。入射角が 30° を越す時は又 x - 方向の變位 U' が現はれて来る。そしてこの U' はその最大移動量が入射角が $45^\circ \sim 50^\circ$ 附近で極大値をとりそれより入射角が増すと共に U' の最大移動量は減少の傾向を示し、終に入射角 90° の時には U' は現はれない事は前述した。そしてこゝに注意すべきは入射角が 30° より大になつて 90° になる間では U' は V' と同じ符號をもつ事である。即ち U' が + の時は V' も +、 U' が - の時は V' も - の符號をもつ。(従つて、入射角が $30^\circ \sim 90^\circ$ の間では見掛けの屈折角は 90° より大になり、特に入射角が 45° 附近で極大値をとる。)

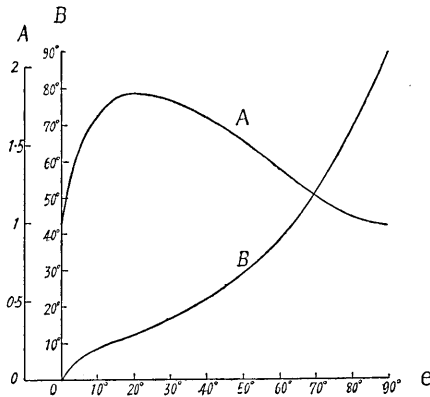
次に $x=0, y=0$ に於ける第 2 弾性體中の分子の振動軌跡と入射角との間の関係であるが、前述せし様に、見掛けの屈折角、 e'' は入射角 e が $0^\circ \sim 30^\circ$ の間では 0° より急激に増加して e が 30° の時には見掛けの屈折角 e は 90° となる。そして e が 30° より大となる時は前述せし様に、見掛けの屈折角は 90° より大となり入射角が 50° 附近で最大値をとる。それより e が増すに従つて、 e'' は次第に減じ $e=90^\circ$ の時には e'' も 90° となる。今試みに e と e'' の関係を次表に示してみる。

e	0°	10°	20°	30°	45°	60°	70°	80°	90°
e''	0°	43°	$77^\circ 43'$	90°	$94^\circ 30'$	$94^\circ 8'$	$92^\circ 56'$	$91^\circ 33'$	90°

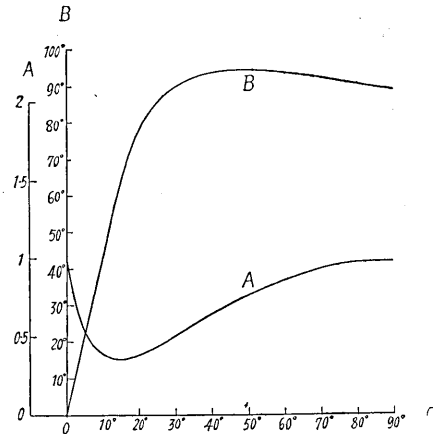
次に $x=0, y=0$ 點に於ける分子振動の軌跡問題であるが、勿論 $y=0$ 面で屈折する 2 種の波は位相差を生じないから入射角の如何にかゝらずこの點に於ける結局の

分子振動軌跡は直線的となる事は圖を見ても明かである。そして前述の U' , V' なる x -, y -方向の變位の入射角の變化による關係を考へる時は、この振動軌跡の最大移動量が 0° 及び 90° の場合をのぞけば入射波による分子の最大移動量に比して小さく出る事がわかる。事實もその關係を明かにしてゐるが、特に入射角が 15° 附近に於てこの最大移動量は極小値をもつており、入射波による分子の最大移動量の約 0.45 倍となつてゐる。

以上述べて來た兩彈性體の境に於ける分子振動の最大移動量と入射波による分子の振動最大移動量との比 A , 及び見掛けの入射角或は見掛けの屈折角の入射角 e に對する關係を圖示する時は第 14 圖第 15 圖を得。これ等の圖を見る時、第 1 彈性體即ち入射波の傳播する彈性體の $y=0$ 面の振動移動量が屈折波の傳播する第 2 彈性體の $y=0$ 面の分子の振動最大移動量より遙かに大きい事がわかる。即ち境の面に於ては第 1 彈性體の方が第 2 彈性體の方より、より大なる移動量で振動する事がわかる。



第 14 圖 $y > 0$ なる彈性體。A は $x=0, y=0$ 點に於ける振動の大きさと入射波のそれとの比、B は $x=0, y=0$ に於ける見掛けの入射角



第 15 圖 $y < 0$ な彈性體に就て。A 及び B. は第 14 圖と同じ意味

4. 次に面で境された 2 彈性體の密度は全く等しく、且つ兩方ともそのポアッソン比が $1/4$ の時、 $y > 0$ の彈性體が $y < 0$ のものよりその剪斷彈性係數が大であつて、2 倍の大きさの場合に、 $y > 0$ の彈性體中を傳播する衝撃波動型の從彈性波が $y=0$ に入射した場合の反射屈折問題を解決しよう。勿論 $y=0$ の面では兩彈性體が相互に

自由に迂り得るとする.

(25), (26) より, A, B, C, D を求める時は,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi A}{\mathfrak{A}} &= \sin e \left\{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \right\} \\ &\quad - 4(2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 - 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \}, \\ \frac{\Phi B}{\mathfrak{A}} &= 12 \sin e \cos e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e), \\ \frac{\Phi C}{\mathfrak{A}} &= 3 \sin e (3 - 2 \cos^2 e) (6 - 2 \cos^2 e), \\ \frac{\Phi D}{\mathfrak{A}} &= 8 \sin e \cos e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e). \end{aligned} \right\} (123)$$

但し

$$\Phi = \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} + 4(2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \}. \quad (124)$$

そして, $\Phi, \Phi_1, \psi_2, \Phi_1', \psi_2'$ は全く (81), (82), (83) (84) 及び (85) と同じ式を用ひればよい. たゞ此れ等の式の中に於ける A, B, C, D は (123) を意味してゐる. 此れ等 $\Phi, \Phi_1, \psi_2, \Phi_1'$ 及び ψ_2' より U, V 及び U', V' 又 U_0, V_0 を求めると次の如くなる.

$$\begin{aligned} U = & - \frac{2 \cos e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\ & - \frac{\left[\begin{aligned} & 2 \sin e \cos e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & - 8 \cos e (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 - 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4(2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]} \\ & \times \frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\ & - \frac{[24 \sin e \cos e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e) (3 - \cos^2 e)^{1/2}]}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4(2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]} \\ & \times \frac{\{ x \cos e + (3 - \cos^2 e)^{1/2} y - V_1 t \}}{c^2} e^{-\frac{\{ x \cos e + (3 - \cos^2 e)^{1/2} y - V_1 t \}^2}{c^2}}, \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (125)$$

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{2 \sin e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 & \frac{\left[\begin{aligned} & 2 \sin^2 e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & - 8 \sin e (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 - 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4 (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]} \\
 & \times \frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e + y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}} \\
 & + \frac{[24 \sin e \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e)]}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4 (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]} \\
 & \times \frac{\{ x \cos e + y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}}{c^2} e^{-\frac{\{ x \cos e + y (3 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}^2}{c^2}}, \\
 & \dots \dots \dots (126)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U' = & - \frac{6 \sin e \cos e (3 - 2 \cos^2 e) (6 - 2 \cos^2 e)}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4 (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]} \\
 & \times \frac{\{ x \cos e - y (2 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}}{c^2} e^{-\frac{\{ x \cos e - y (2 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}^2}{c^2}} \\
 & + \frac{16 \sin e \cos e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e) (6 - \cos^2 e)^{1/2}}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4 (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]} \\
 & \times \frac{\{ x \cos e - y (6 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}}{c^2} e^{-\frac{\{ x \cos e - y (6 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}^2}{c^2}}, \\
 & \dots \dots \dots (127)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V' = & \frac{6 \sin e (3 - 2 \cos^2 e) (6 - 2 \cos^2 e) (2 - \cos^2 e)^{1/2}}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4 (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]} \\
 & \times \frac{\{ x \cos e - y (2 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}}{c^2} e^{-\frac{\{ x \cos e - y (2 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t \}^2}{c^2}} \\
 & + \frac{16 \sin e \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (3 - 2 \cos^2 e)}{\left[\begin{aligned} & \sin e \{ (6 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \cos^2 e (2 - \cos^2 e)^{1/2} (6 - \cos^2 e)^{1/2} \} \\ & + 4 (2 - \cos^2 e)^{1/2} \{ (3 - 2 \cos^2 e)^2 + 4 \sin e \cos^2 e (3 - \cos^2 e)^{1/2} \} \end{aligned} \right]}
 \end{aligned}$$

$$\times \frac{\{x \cos e - y(6 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}}{c^2} e^{-\frac{\{x \cos e - y(6 - \cos^2 e)^{1/2} - V_1 t\}^2}{c^2}}, \dots\dots\dots (128)$$

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= -\frac{2 \cos e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}}, \\ U_0 &= \frac{2 \sin e (x \cos e - y \sin e - V_1 t)}{c^2} e^{-\frac{(x \cos e - y \sin e - V_1 t)^2}{c^2}}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (129)$$

これ等の式によつて、(129) なる入射波によつて起される兩彈性體内の振動状況を明かにする事が出来る。

今 $x=0, y=0$ なる兩彈性體中の 2 點に於ける振動状態を、 U_0, V_0 の入射角が $0^\circ, 2^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 及び 90° の場合に就て、研究してみる。

$e=0^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 0, \\ cV &= 0, \\ cU' &= 0, \\ cV' &= 0, \\ cU_0 &= +2 \left(\frac{V_1 t}{c} \right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (130)$$

$e=2^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 1.453 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV &= -0.296 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (131)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.023 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cV' &= -0.296 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (132)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}, \\ cU_0' &= \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c} \right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (133)$$

$e=30^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 3.464 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= -1.180 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (134)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.1066 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= -1.180 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (135)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= \sqrt{3} \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_c &= -\frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (136)$$

$e=45^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 2.9537 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= -1.591 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (137)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.1141 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= -1.589 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (138)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= \sqrt{2} \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_c &= -\sqrt{2} \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (139)$$

$e=60^\circ$:—

$$\left. \begin{aligned} cU &= 2.142 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV &= -1.974 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (140)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= -0.105 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV' &= -1.974 \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (141)$$

$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= \frac{V_1 t}{c} e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \\ cV_0 &= -\sqrt{3} \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (142)$$

$e=90^\circ$:—

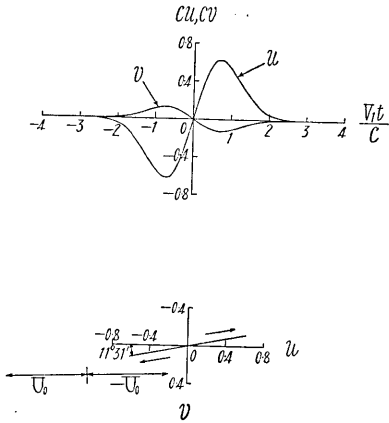
$$\left. \begin{aligned} cU &= 0, \\ cV &= -2 \cdot 343 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (143)$$

$$\left. \begin{aligned} cU' &= 0, \\ cV' &= -2 \cdot 343 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (144)$$

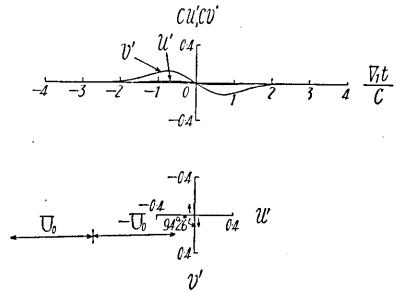
$$\left. \begin{aligned} cU_0 &= 0, \\ cV_c &= -2 \left(\frac{V_1 t}{c}\right) e^{-\left(\frac{V_1 t}{c}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (145)$$

入射角が 0° の時には第 2 の弾性體には全然弾性波の傳播を見ない事は (127), (128) が明かに示しており、尙この場合、(125), (126) より云へる事は全く $y > 0$ なる第 1 の弾性體中には反射の縦弾性波のみを生ずる事である。そして尙 $e=0^\circ$ の時には、 $y=0$ なる面には全然振動が起らない。此の事は兩弾性體の剪斷彈性係数が全く相等しい場合には見られない事である。(即ち (86), (87), (88), (89) を見れば、 $e=0^\circ$ の時にはこの弾性體では第 1 第 2 兩弾性體中を全く相等しい波動が傳播する事がわかる。) そして $e=90^\circ$ の時には勿論一方向のみの振動が弾性體中に起される事がわかるが、この場合も前章の場合と異なり、 $y=0$ なる面での振動最大變位は入射波による最大變位の 1.176 倍となる事がわかる。而して $y < 0$ なる第 2 の弾性體中での傳播波による振動最大變位は入射波のそれより矢張 1.176 倍となつて傳播する事も (128) よりわかる。そして $y=0$ で反射される縦弾性波がある。この量的の關係は第 1 章の場合即ち兩弾性體の剪斷彈性係数の相等しい場合には見られない事は (86), (87), (88), (89) が示してゐる。($e=90^\circ$ の時には $y=0$ を通りぬけた波についてもその最大變位量が入射波と相等しい波が傳播する事がわかる。そして全然 $y=0$ で反射する波は存在しない。)

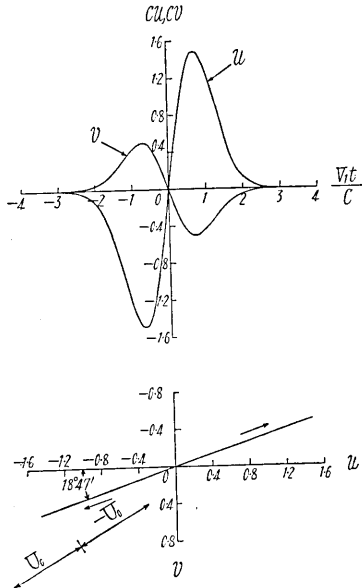
(130) より (145) までの振動狀況を圖示すれば、第 16 圖 (イ) より第 20 圖までの結果を得。



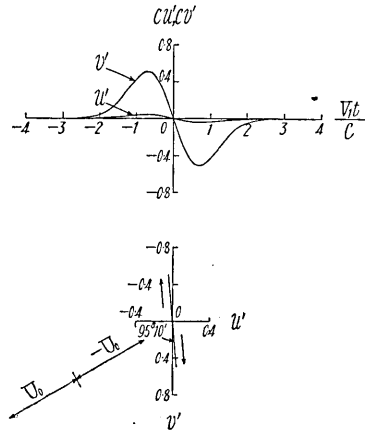
第 16 圖 (1) $e=2^\circ, x=0, y=0$.



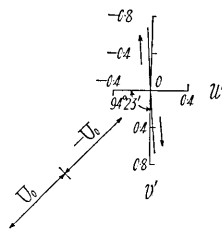
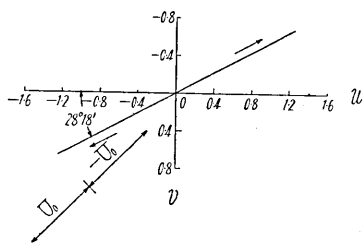
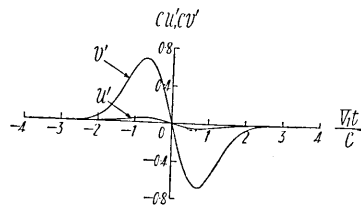
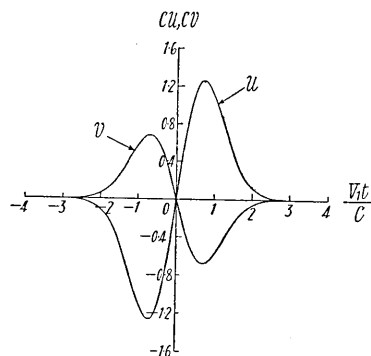
第 16 圖 (2) $e=20^\circ, x=0, y=0$



第 17 圖 (1) $e=30^\circ, x=0, y=0$

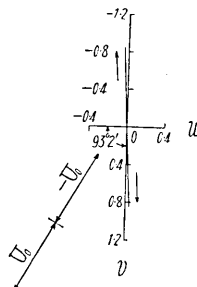
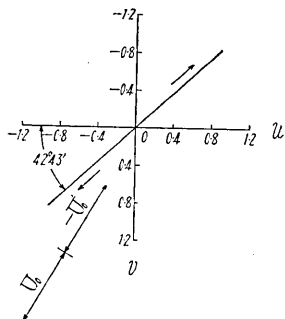
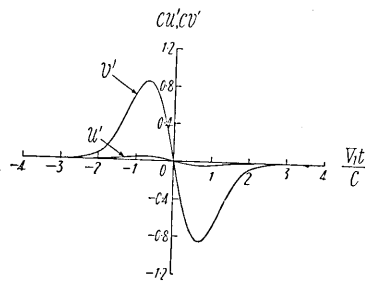
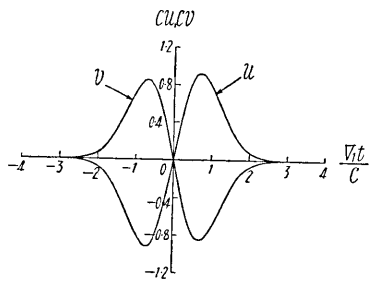


第 17 圖 (2) $e=30^\circ, x=0, y=20$



第 18 圖 (1) $e=45^\circ, x=0, y=0$

第 18 圖 (2) $e=45^\circ, x=0, y=0$

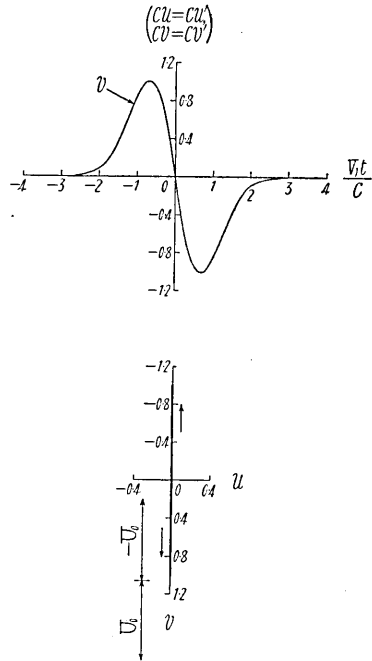


第 19 圖 (1) $e=60^\circ, x=0, y=0$

第 19 圖 (2) $e=60^\circ, x=0, y=0$

此れ等の圖及び前述の式より得る結果を並べてみよう。

先づ $y > 0$ 即ち入射波の傳播する第 1 の彈性體中 $x=0, y=0$ の點では, $e=0^\circ$ の時には前述の様に $y=0$ の面では全然振動現象が見られないのであるから, 矢張り振動はない. 入射角が増大すると共に, x -方向の變位 U 及び y -方向の變位 V が現はれるが, U による最大變位量の増加は V のそれよりもはるかに大であつて, 入射角が $20^\circ \sim 30^\circ$ 附近でその極大値に達し, それより入射角のますと共に次第にその値を減少し終に入射角が 90° の時には現れなくなる. これに反し, V による最大變位量は入射角の増加と共に次第に増大し $e=90^\circ$ でその極大値に達す. そしてその量は前述せし様に入射波による變位量の 1.276 倍である.



第 20 圖 $e=90^\circ x=0, y=0$

矢張り, U と V とはその符號を異にし, U が + の時は V は -, U が - の時には V は + となる. 従つて, 入射角の如何にかゝらず見掛け上の入射角は 90° より増大する事は決してない. 次に $y=0, x=0$ なる點に於ける分子の振動軌跡に就て考へてみるに, その初動に就ては入射波に對する押し引きの關係は成立し, 見掛け上の入射角 e' は前述の様に入射角が 0° より 75° 附近に致るまでの間では矢張り増大はするが入射角よりは先づ小である. 但し入射角が $0^\circ \sim 10^\circ$ 附近の間では見掛の入射角は割合に變化なく見掛けの入射角 e' は $11^\circ 31'$ 位の一定な値であるのは注意に値する. 入射角が $10^\circ \sim 75^\circ$ の間では e' は $10^\circ \sim 25^\circ$ 位 e より小さく出てゐる. e が 75° を越して増す時は e' も急激に増大し, e が 90° の時は e' も 90° となる. 例へば e と e' の關係を擧げると,

e	2°	30°	45°	60°	90°
e'	$11^\circ 31'$	$18^\circ 47'$	$25^\circ 18'$	$42^\circ 43'$	90°

次に振動軌跡は勿論直線的になつてゐるが, その最大移動量は $e=0^\circ$ より 20° ま

での間では急激に増大して終に $e=25^\circ$ 附近で極大値に達し、入射波による最大移動量の約 1.57 倍に達す。 e が 25° より増すに従つて、最大移動量は次第に減少するが、 $e=90^\circ$ の時入射波によるその 1.276 倍となつて、入射波のそれより小になる事は起らない。

次に $y < 0$ なる第 2 の弾性體中 $x=0, y=0$ なる點に於ける振動に就て少しく論じてみよう。勿論 $e=0^\circ$ の時は前述の様にこの弾性體には全然波動現象は見られない故、 $x=0, y=0$ なる點でも振動現象は皆無である。入射角が 0° より次第に大となるに従つて、 x -方向の分變位 U' 及び y -方向の分變位 V' は次第にその量を増大して來る事が見られる。しかし U' の増加よりも V' の増加する量が大であつて、 V' は入射角 0° より 90° に至る間で單調に増加し終に $e=90^\circ$ の時その極大値に達す、そして勿論その量は入射波の最大移動量の 1.276 倍である。 U' の方は入射角の増加と共に増すが、 $e=45^\circ$ 附近で極大に達しそれより e の増加と共に次第に減少して $e=90^\circ$ の時には全く U' は存在しなくなる。尙 U' と V' とはその符號が全く入射角の大小にかゝらず同一である事は注意を要す。即ち見掛けの屈折角が 90° より常に大である。

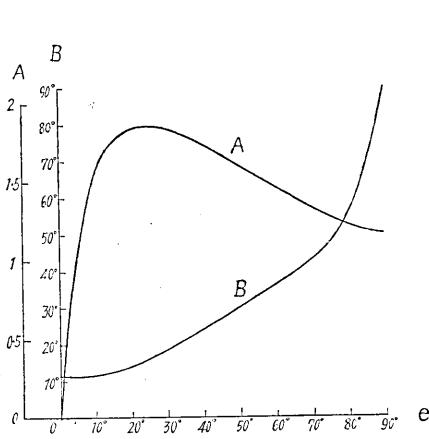
次に $x=0, y=0$ に於ける分子の振動軌跡を研究するに、勿論生ずる屈折波間に位相の違ひは生じないから軌跡は直線的である。そして矢張り押し引きの關係は成立する事を圖面が示してゐる。尙入射角 e に對する見掛けの屈折角 e'' は常に 90° より大であるがその關係は次表でも明である。

e	2°	30°	45°	60°	90°
e''	$94^\circ 26'$	$95^\circ 10'$	$94^\circ 23'$	$93^\circ 2'$	90°

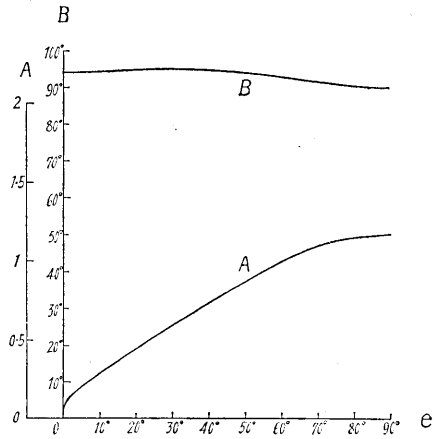
尙 $x=0, y=0$ に於ける分子の振動軌跡の最大移動量は勿論前述の様に U', V' が e の函數であるから e の變化と共に變るが、 $e=0^\circ$ の時は零である事は既に述べてある。入射角が増大すると共にその量も増すが $e=90^\circ$ の時その最大値 1.276 に達す。

尙以上の結果を圖示すると、第 21 圖及び第 22 圖を得。

振動軌跡の最大移動量は、勿論 $y > 0$ の弾性體の $y=0$ なる境に於けるものが $y < 0$ の弾性體の $y=0$ の境に於けるものより大きい事も明かである。



第 21 圖 $\mu/\mu'=2, y>0$



第 22 圖 $\mu/\mu'=2, y<0$

23. *On the Effect of Discontinuity Surface upon the Propagation of Elastic Waves. (III)*

By Genrokuro NISHIMURA and Kiyoshi KANAI,

Earthquake Research Institute.

The case is studied in which a dilatational wave of shock type is incident upon the boundary of two solids at which they are capable of sliding over each other with a slide friction. The figures contained in this paper correspond to the case when the two solids are capable of sliding over each other without friction at the boundary.