

統計地震學に於ける Schwankung の 理論の應用

所員 岸 上 冬 彦
河 角 廣

*An Application of the Theory of Fluctuation to Problems
in Statistical Seismology.*

by

Fuyuhiko KISHINOUE and Hiroshi KAWASUMI.

The object of this investigation is to introduce the application of the theory of fluctuation to some problems of statistical seismology. We have investigated the fluctuation of the number of earthquakes instrumentally registered in some units of time, taking the statistical after-effect into consideration.

The theory here applied is that given in R. Fürth: Schwankungerscheinungen in der Physik (1920, Sammlung Vieweg, Heft 48), especially in the chapter dealing with "die Schwankungen mit Wahrscheinlichkeitsnachwirkung bei intermittierende Beobachtung." A brief sketch of the theory concerned in our investigation is as follows.

Suppose that a trial consists of a great number, N , of events, and the probability of a favourable event is a very small number p , while the number of favourable events in a trial, $n = Np$, is finite. Then the probability of obtaining n favourable events in a trial, $W(n)$, is given by Poisson's formula,

$$W(n) = \frac{e^{-\nu} \nu^n}{n!}, \text{ where } \nu \text{ is the mean value of } n.$$

If we take a great number of trials in succession and the interval of each trial be constant (τ), the velocity of fluctuation $\mathcal{A} = n_1 - n_2$, the mean duration T , and the time of recurrence Θ of n favourable events, can be calculated theoretically, if we know the law which governs the appearance of n_2 favourable events after n_1 favourable events. This after-effect of n_1 on n_2 is here assumed to be effective on the next trial only, and the probability that a favourable event in a trial turns out unfavourable in the next is also assumed to be a constant P .

Then the probability that $n \pm k$ favourable events occur after n favourable events, $W(n, n \pm k)$, as well as $\overline{\mathcal{A}(n)}$, $\overline{\mathcal{A}^2}$, $T(n)$, $\Theta(n)$, and the probability of lasting

n favourable events during k intervals of time, $\varphi_n(k\tau)$, are calculated theoretically.

These quantities were calculated for the number of the volcanic earthquakes of Asamayama.

The data were taken from Prof. F. Omori's paper "The Eruptions and Earthquakes of the Asamayama, V. (List of the Volcanic Disturbances instrumentally registered at the Asamayama Seismological Stations. 1913-1916.)," Bull. of Imp. Earthq. Inv. Comm. Vol. VII, No. 2.

We have selected 3 cases when the disturbances were most active and lasted for long time. The dates were as follows:

- (1) From 15 h 20 m on July 5th. to 7 h 59 m on July 6th., 1913.
- (2) From 20 h 00 m on Aug. 3rd. to 10 h 00 m on Aug. 4th., 1913.
- (3) From 21 h 00 m on Sept. 1st. to 4 h 10 m on Sept. 2nd., 1913.

The time interval taken τ is 30 sec. for (2^b) and 1 min. for (1), (2^a) and (3). The number of earthquakes in the intervals, n , were counted. The quantities: $W(n)$; $W(n, n \pm k)$; $\varphi_n(k\tau)$; $T(n)$; $\Theta(n)$; $\bar{d}(n)$; were calculated from the observed values of ν and $P = \frac{\bar{d}^2}{2\nu}$ and compared with the observations in Tables I-XI. The pair of numbers in the tables are the observed (above) and the calculated (below) values respectively.

The case (1) is an example of a very good coincidence between the theoretical and observed values. The case (2) is the other with a considerable deviation of the two values. The difference is due to the deviation of $W(n)$ from the Poisson's formula. This discrepancy is also observed in the case (3) which was investigated for verification. In this case the theory for the case without the after-effect also failed.

The discussion of the above results may lead us to some suggestions on the mechanism of these earthquakes. The present note is, however, merely intended to illustrate a prospective field of application of the theory of fluctuation in the domain of seismology.

In conclusion, the writers wish to express their most sincere thanks to Professor T. Terada for his kind suggestions and guidance in preparing this paper.

Schwankung の理論を地震現象に應用して見るのが此の一篇の目的である。⁽¹⁾

理論は R. Fürth: Schwankungserscheinungen in der Physik, 1920 (Sammlung Vieweg, Heft 48) 中の Schwankungen mit Wahrscheinlichkeitsnachwirkung の場合に依つた。この中から我々の用ゐた式を書く。

一つの Serie 中の Ereignis の數 N は非常に大きいとする。günstige Ereignis のでる Wahrscheinlichkeit を p , N の中 n だけ günstige Er. の起る Wahrs. を $W(n)$ とする。

(1) 此の研究は著者等が東京帝國大學理學部地震學科學生として寺田教授の指導により行つたものである。

$$W(n) = \frac{e^{-\nu} \nu^n}{n!} \quad \text{Poissonsche Formel} \quad (1)$$

$$\text{次に} \quad \Delta = n_1 - n_2 \quad (2)$$

は Schwankungsgeschwindigkeit を示めす。\$T\$ は \$n\$ の或る一つの値が續いて出る間隔數、即ち durchschnittliche Dauer, \$\Theta\$ は或る一つの値が再び出るまでの間隔即ち Wiederkehrzeit である。\$P\$ は或るものが、或る Serie では günstig で、次の Serie では ungünstig になる一定の Wahrscheinlichkeit で、\$Q\$ は \$Q=1-P\$ で定義する。\$W(n_1, n_2)\$ は初めの Serie に \$n_1\$ だけ günstig で次の Serie に \$n_2\$ だけ günstig のでる Wahrs. を示めす。理論から次の關係が求められる。

$$\left. \begin{aligned} W(n, n+k) &= e^{-\nu P} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} P^i Q^{n-i} \frac{(\nu P)^{i+k}}{(i+k)!} \\ W(n, n-k) &= e^{-\nu P} \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} P^i Q^{n-i} \frac{(\nu P)^{i-k}}{(i-k)!} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Schwankungsgeschwindigkeit の Mittel は

$$\bar{\Delta}_n = P(n-\nu) \quad (4)$$

又

$$\bar{\Delta}^2 = 2\nu P \quad (5)$$

\$\tau\$ は或る單位時間を表はし。\$\varphi_n(k\tau)\$ は \$n\$ が續いて \$k\tau\$ の時間出る Wahrs. を表はすとすれば。

$$\varphi_n(k\tau) = W^{k-1}(n, n)[1 - W(n, n)] \quad (7)$$

$$\text{最後に Dauer} \quad T(n) = \frac{\tau}{1 - W(n, n)} \quad (8)$$

$$\text{Wiederkehrzeit} \quad \Theta(n) = T(n) \frac{1 - W(n)}{W(n)} \quad (9)$$

となる。

此の理論を淺間山の火山地震に應用して見た。其の材料は次のものである。

F. Omori: The Eruptions and Earthquakes of the Asama-yama V. List of the Volcanic Disturbances instrumentally registered at the Asama-yama Seismological Stations, 1913 to 1916. (Bull. of the Imp. Earthq. Inv. Comm. Vol. VII, No. 2.)

此の表の中で最も活動が長時間續いた時を探がし、1913 年の July 5-6, Aug. 3-4, と Sept. 1-2 の三つの場合をとつた。

(1) 第一例。\$\tau=1\$ min. として、July 5, 15^h 20^m から July 6, 7^h 59^m まで、

即ち τ 間隔の数 $N=1000$ をとつた。第一表は n_1 の次に n_2 の現はれた場合の数で、上下に並んでゐる数字の上の方は観測値、下の方は計算値である。(他の表も同様) この計算には (3) 式を用ゐた。第一表から

$$\nu=0.966$$

を求め、又 $\bar{\Delta}^2=1.112$ を求めて (5) に挿入して P を求めた。

$$P=0.576$$

P を (4) に入れて $\bar{\Delta}_n$ を求め、之と観測値とを第二表にかいて比較した。第一圖に $\bar{\Delta}_n$ の關係を圖示する。次に第三表に n が $k\tau$ の間續いた回数を示めてゐる。その下の數値は (7) によつて計算した。第二表には又 Dauer, Wiederkehrzeit の観測と計算の値を比較

したのも掲げてある。

(1) 第一例。VII. 5, 15^h 20^m - VII 6, 7^h 59^m $\tau=1$ min.; $N=1000$;

$$\nu=0.966; \bar{\Delta}^2=1.112; P=0.576.$$

第一表 TABLE I.

| $n_2 \backslash n_1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------------|------------|------------|----------|----------|--------|
| 0 | 218 217 | 117 121 | 37 39 | 6 6 | 2 1 |
| 1 | 122 121 | 140 156 | 69 68 | 21 17 | 2 3 |
| 2 | 33 34 | 77 68 | 65 51 | 16 18 | 7 5 |
| 3 | 7 6 | 16 17 | 23 18 | 8 7 | 1 3 |
| 4 | 1 1 | 3 3 | 4 4 | 4 3 | 0 1 |

第二表 TABLE II.

| n | NW(n) | $\bar{\Delta}(n)$ | T(n) | Θ(n) |
|-----|------------|-------------------|--------------|---------------|
| 0 | 380 381 | -0.559 -0.556 | 2.35 2.36 | 4.78 3.88 |
| 1 | 354 368 | -0.003 +0.020 | 1.65 1.75 | 3.99 3.04 |
| 2 | 198 178 | +0.566 +0.596 | 1.49 1.41 | 7.54 6.61 |
| 3 | 55 57 | +1.309 +1.172 | 1.17 1.14 | 14.06 17.5 |
| 4 | 12 14 | +2.417 +1.748 | 1.00 1.12 | 29.00 78.5 |

第三表 TABLE III.

| $n \backslash k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 17 |
|------------------|-----|----|----|----|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| 0 | 84 | 35 | 16 | 8 | 4 | 6 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 1 |
| | 69 | 39 | 23 | 15 | 8 | 4 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 124 | 58 | 22 | 5 | 3 | 1 | 1 | | | | | | |
| | 122 | 53 | 23 | 10 | 4 | 2 | 1 | | | | | | |
| 2 | 91 | 27 | 10 | 2 | 3 | | | | | | | | |
| | 95 | 27 | 8 | 2 | 1 | | | | | | | | |
| 3 | 42 | 2 | 3 | | | | | | | | | | |
| | 41 | 5 | 1 | | | | | | | | | | |
| 4 | 12 | 0 | | | | | | | | | | | |
| | 11 | 1 | | | | | | | | | | | |

(2) 第二例。Aug. 3, 21^h から Aug. 4, 10^h まで 12 時間を (甲) $\tau=1$ min. と (乙) $\tau=30$ sec. にとつて上の理論をあてはめた。(附表 IV より IX 迄。附圖、第二圖及第三圖)

(2a). 第二例。(甲) τ を一分としたるもの: VIII. 3. 22h—VIII. 4. 10h. $\tau=1$ min. $N=720$.

$$\nu=1.424 \quad \bar{A}^2=1.003 \quad P=0.353$$

第四表 TABLE IV.

| $n_2 \backslash n_1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | Sum |
|----------------------|-----|-----|-----|----|----|-----|
| 0 | 70 | 48 | 20 | 2 | 0 | 139 |
| | 105 | 54 | 13 | 2 | 0 | |
| 1 | 48 | 79 | 84 | 19 | 0 | 231 |
| | 54 | 126 | 55 | 13 | 2 | |
| 2 | 16 | 86 | 118 | 37 | 2 | 259 |
| | 13 | 55 | 62 | 29 | 7 | |
| 3 | 5 | 16 | 36 | 24 | 3 | 84 |
| | 2 | 13 | 29 | 26 | 10 | |
| 4 | 0 | 2 | 1 | 2 | 1 | 6 |
| | 0 | 2 | 7 | 10 | 6 | |

第五表 TABLE V.

| n | $NW(n)$ | $\bar{A}(n)$ | $T(n)$ | $\Theta(n)$ |
|-----|---------|--------------|--------|-------------|
| 0 | 139 | -0.683 | 1.96 | 5.16 |
| | 174 | -0.502 | 2.53 | 7.95 |
| 1 | 231 | -0.329 | 1.53 | 3.11 |
| | 247 | -0.149 | 2.04 | 3.92 |
| 2 | 259 | +0.332 | 1.85 | 2.74 |
| | 174 | +0.204 | 1.55 | 4.60 |
| 3 | 84 | +0.940 | 1.40 | 8.32 |
| | 84 | +0.557 | 1.47 | 1.12 |
| 4 | 6 | +1.165 | 1.20 | 55.3 |
| | 30 | +0.910 | 1.23 | 28.6 |

第六表 TABLE VI.

| n | k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 19 |
|-----|-----|-----|----|----|---|---|---|---|---|----|
| 0 | | 44 | 15 | 4 | 1 | 5 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | | 27 | 16 | 10 | 6 | 4 | 2 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | | 104 | 28 | 11 | 5 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| | | 59 | 30 | 15 | 8 | 4 | 2 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | | 78 | 29 | 19 | 9 | 3 | 0 | 1 | 1 | |
| | | 72 | 26 | 9 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 3 | | 47 | 6 | 5 | 1 | 0 | 1 | | | |
| | | 39 | 12 | 4 | 1 | 0 | 0 | | | |
| 4 | | 4 | 1 | 0 | 0 | | | | | |
| | | 20 | 4 | 1 | 0 | | | | | |

(2b) 第二例(乙)。(甲)と同じ材料につき τ を三十秒に取りたるもの: VIII 3, 22h—VIII 4, 10h.

$$\tau=30 \text{ sec.} \quad N=1440.$$

$$\nu=0.712 \quad \bar{A}^2=0.635 \quad P=0.446.$$

第七表 TABLE VII.

| n_2 | n_1 | 0 | 1 | 2 | 3 | Sum |
|-------|-------|-----|-----|----|----|-----|
| 0 | | 283 | 232 | 32 | 2 | 549 |
| | | 513 | 163 | 26 | 3 | |
| 1 | | 231 | 447 | 79 | 0 | 757 |
| | | 163 | 255 | 73 | 11 | |
| 2 | | 34 | 77 | 20 | 0 | 131 |
| | | 26 | 73 | 60 | 16 | |
| 3 | | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| | | 3 | 11 | 16 | 10 | |

第八表 TABLE VIII.

| n | $NW(n)$ | $\bar{A}(n)$ | $T(n)$ | $\Theta(n)$ |
|-----|---------|--------------|--------|-------------|
| 0 | 549 | -0.550 | 2.00 | 2.63 |
| | 706 | -0.318 | 3.67 | 3.80 |
| 1 | 757 | +0.202 | 2.37 | 1.90 |
| | 503 | +0.128 | 2.03 | 3.78 |
| 2 | 131 | +1.091 | 1.20 | 10.85 |
| | 179 | +0.574 | 1.51 | 10.63 |
| 3 | 2 | +3 | 1.00 | 887.00 |
| | 42 | 1.02 | 1.33 | 43.33 |

第九表 TABLE IX.

| $n \backslash k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 39 |
|------------------|-----|----|----|----|----|----|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 179 | 40 | 20 | 7 | 8 | 4 | 0 | 2 | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | 52 | 38 | 28 | 20 | 15 | 11 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 120 | 57 | 37 | 22 | 17 | 10 | 8 | 5 | 1 | 2 | 2 | 1 | | | | | |
| | 122 | 62 | 31 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | | |
| 2 | 92 | 14 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | | | | | | | | | | |
| | 78 | 27 | 9 | 3 | 1 | 1 | 0 | | | | | | | | | | |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | |
| | 25 | 6 | 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | |

(3) 第三例: IX. 1, 21 h—IX. 2. 4 h 10 m.

$\tau=1$ min. $N=430$.

$\nu=1.4744$. $\bar{A}^2=0.870$. $P=0.2943$.

第十表 TABLE X.

| $n_2 \backslash n_1$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|----------------------|----|----|----|----|
| 0 | 11 | 16 | 10 | 0 |
| | 23 | 52 | 27 | 7 |
| 1 | 20 | 74 | 73 | 11 |
| | 33 | 37 | 13 | 3 |
| 2 | 4 | 76 | 92 | 15 |
| | 25 | 18 | 7 | 1 |
| 3 | 1 | 13 | 12 | 1 |
| | 12 | 7 | 1 | 0 |

第十一表 TABLE XI.

| $n \backslash$ | NW(n) | $\bar{A}(n)$ |
|----------------|-------|--------------|
| 0 | 37 | -0.861 |
| | 99 | -1.474 |
| 1 | 178 | -0.480 |
| | 145 | -0.474 |
| 2 | 187 | +0.433 |
| | 108 | +0.526 |
| 3 | 27 | +1.370 |
| | 58 | +1.526 |

第二圖

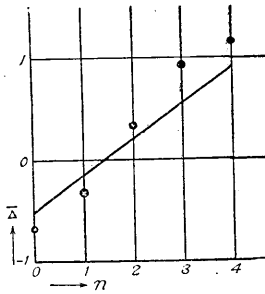


Fig. 2. (2a)

第三圖

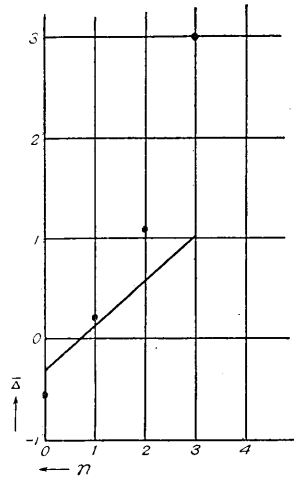


Fig. 3. (2b)

第四圖

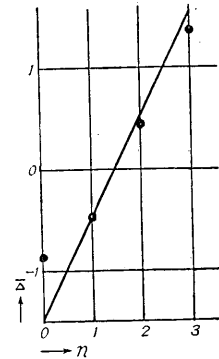


Fig. 4. (3)

第一に氣がついた事は n -Zustand の Häufigkeit $K = NW(n)$ (表 V 及 VIII) が計算した値とかなり著しく違ふことである。従つて其の後の計算全部も餘りよく合はないことは明かである。此のことは $\tau = 1$ min. の場合も全く同様である。

(3) 第三例。念の爲にも一つ Sept. 1, 21^h から 2, 4^h 10^m まで観測 (List of the Asamayama Volcanic Outbursts &c. Table 1. c. by F. Omori) に當てはめて見た結果附表 X 及 XI に示す通りである。之も ν の價が前の場合より少し大きいだけで、其の K の價が合はないことは變らない。

皆或る特別な n -Zustand 即ち 30^{sec} の Interval のものでは $n=1$; 1^{min.} Interval のものでは $n=2$ の場合の K が上の假定による計算値よりも非常に大きい。即ち Aug. 3-4 の場合には 30^{sec} の時も 1^{min.} のときも 1.47 倍、Sept. 1-2 のは 1.63 倍である。従つて其の Compensation として其れよりも、 n が大きい時も小さい時も、其の Häufigkeit K は計算値より小さい。

次に $\bar{\Delta}(n)$ であるが、此れも附表 V, VIII, XI 及び第二圖第三圖第四圖に示す如く観測したものは如何に見ても n に對して linear でない。

Sept 1-2 の $\bar{\Delta}(n)$ の Curve (第四圖) が Ohne Nachwirkung とした場合の理論上の直線 $\bar{\Delta}(n) = n - \nu$ とかなり一致することから、Ohne Nachwirkung として計算して見たが K が合はないのには變りがない。のみならず $n_1 n_2$ と續く Häufigkeit の計算と實際との差違は Nachwirkung があるとした場合よりも更に著しい。

概 括

火山地震に就いて考へて見るに、一つの地震がその前にあつた地震の影響を全然受けないといふことは考へられない。何か關係がその間にあるだらうと考へるが至當であらう。それ故前記の計算は Nachwirkung があるとして統計をしたのである。

(1) の場合の結果 (附表 II) を見ると、 T は觀測と計算の値がよく合つてゐるが、 Θ は相當違つてゐる。之は理論で考へた以上に、一度地震が起ると、それに續いて多くの地震が起り易く、起らないとなると中々起らないことを示してゐるのであらう。即ち Nachwirkung が理論で考へた以上に繼續するのではないかと思はせる。單位時間を大きくとつて 1 時間毎の地震の數を見てもその關係は見られる。

(2) の場合では理論と餘りよく合はない。

$\overline{\Delta}_n$ は n が大きくなると觀測値の方が計算値よりも大きくなることは總べての場合に通じてゐる。之は n が大きくなると理論が豫期する以上に、地震の數の變化が大きくなることを示すのであるか、或は事によると n の大きい場合は色々の地震が混ざる爲に n の誤差が起る爲かも知れない。

以上の結果から見ると、ある場合には簡単な統計理論で考へた様に火山地震が起るが、あるときには簡単な統計理論の示すよりも複雑なものとなる。(1) の方が Lists of Volc. Disturb. で見ると振幅の大きいものがあり、又繼續時間は (2) よりも一般に長い。(1) の時の方が火山の勢力が大きかつたのが、(2) の時は小さくなつて、その爲に (2) の時には副原因の影響が大きくなつたのではなからうか。

以上の計算は總べて大森博士の論文の材料によつたものである。以上の結果を參照してもう一度もとの地震計記録を調べ直へして見たら或は多少違つた分布を見出すかも知れないが之は別問題として此處ではそれには觸れないことにする。