

失敗というのは、三つの機能を持っていると思います。一つは、実質的な機能 (substantial function) です。失敗することによって何か罰が与えられる、あるいは叱責を受ける。そして、他者からの悪い評価という結果がもたらされてしまうという機能が、失敗にはあります。

二つ目に、失敗には情動的な機能もあります。つまり、失敗することによってまた失敗してしまったという不愉快、不快感を喚起します。

三つ目として、失敗には情報的な機能もあります。失敗することによって、一つには自分の能力は低いのだというような、自分の能力に対する情報が与えられます。それと同時に、もう一つの情報的機能として、あなたの知識はここがどうも違うのではないか。あるいは自分がとっている問題解決の方略や学習の方略について、どうもこれではまずいのではないかというような認知情報を与える機能もあります。

最後に申し上げたいのは、失敗を認知情報と捉え、しかもその情報に基づいて修正可能性があると感じることが大事だということです。いくら情報を得ても、修正できないと思えば意欲につながりません。こうすれば修正できるのだという修正可能性が感じられれば、情動的にもポジティブになってきます。そのような学習場面における失敗の活用が、これから考えられていくといいのではないかと思います。

参考図書紹介

- 学習と教育の心理学
(岩波書店 1995, 増補版 2011)
- 学ぶ意欲の心理学
(PHP新書、2001)
- 学ぶ意欲とスキルを育てる—いま求められる学力向上策—
(小学館、2004)
- 勉強法が変わる本—心理学からのアドバイス—
(岩波ジュニア新書、2000)
- 勉強法の科学
(岩波書店、近刊)

イントロダクションとして、私からは以上とさせていただきます。どうもありがとうございました。

話題提供 2 「Designing for Productive Failure」

Manu Kapur

(Head, Learning Sciences Lab
Associate Professor of Curriculum, Teaching &
Learning National Institute of Education,
Singapore)

お招きありがとうございます。大変光栄です。

生まれて初めて東京に来ましたが、暑いシンガポールから来ると、寒く感じます。ご参加いただきましてありがとうございます。

私からは、Productive failure(以下「生産的失敗」)について、二つに分けてお話ししたいと思います。最初の部分で、教室で行われた研究の所見と結果を発表し、生産的失敗とは何か、その例を紹介しします。その上で、生産的失敗を通して教えたい場合には、どのような授業をすればいいのか、どのような課題や活動を提供すればいいのか、生産的失敗の授業設計についてお話しします。

皆さんご存じのとおり、私たちは失敗から学ぶことができます。間違いから学ぶことで、他よりも多く学ぶこともあるでしょう。そこで課題となるのは、間違いが起こるのを待つのかどうかです。失敗が学習のために重要なのであれば、起こるのを待つのではなく、あえて引き起こすことはできないか、設計することはできないか、意図的につくり出すことができるか。失敗が重要なのであれば、教育・学習で意図的に起こそうということです。その一つが、私が「生産的失敗」と呼んでいるデザインです。

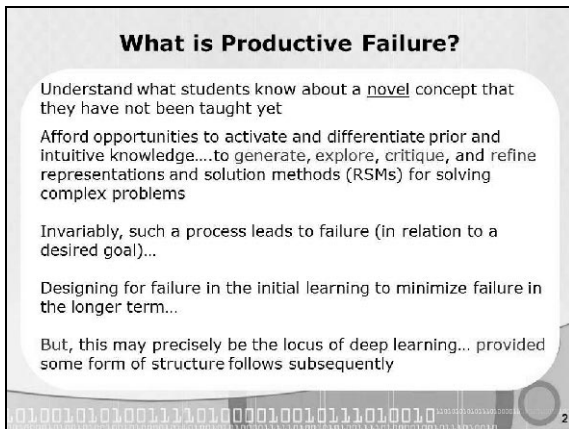


図 1

それでは、生産的失敗とは何かということについてご説明しましょう(図 1)。ここでお話ししているのは、全く新しいことを学ぶ、つまり新規の概念を学ぶ場合の学習の段階(フェーズ)についてです。生産的失敗とは、生徒(学習者)がまだ学んでいないことを理解しようとするときに起こります。試験での失敗ではありません。初めてその知識を得るとき、何かを学習する前、ある学習の過程において学びつつあるときの段階です。

活動を設計する際には、学習者がさまざまな表象や解決方法を生み出し、探索し、批判し、洗練させるような、複雑な課題を与えなければなりません。「複雑な」というのは、専門家にとってはさほど複雑ではないかもしれませんが、その学習者が知っている知識からすると複雑だという意味です。これによって、学習者は間違いなく失敗するでしょう。

もし目標が正しい解を生み出すことで、学習者が問題解決のための知識をまだ持っていないのであれば、どんな表象や解決法を考え出したとしても、恐らく正しい解にはならないでしょう。まだその概念を学習していないのですから、当たり前です。ですから、正しい解を求めるという目標に対しては失敗するのです。しかし、この学習初期の失敗をあえて活用し、将来、長期的な失敗の確率を減らしたいというのが、生産的失敗の考え方です。

ですから、学習の最初の段階で、学習者には表象と解決方法を自ら考える機会を提供し、その後

にフォローアップとして指導を行います。そこに教員の重要な役割があるのです。

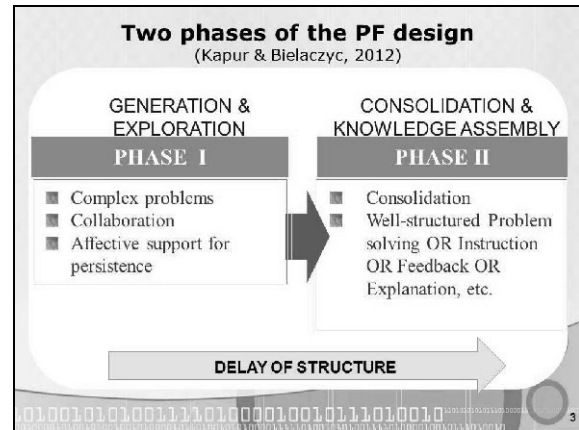


図 2

設計は、2段階で行います(図 2)。第1段階は、生成と探索です。学生に対して複雑な課題を提示します。少人数のグループを作って共同で考えさせます。教師は、認知的なサポートは提供しませんが、感情的なサポートは提供します。粘り強く頑張りなさい、大丈夫だよと応援します。失敗してもいいのだよ、正しい答えが出なくてもいいのだよと、感情的には促します。ただ、できるだけ多くの表象解決を考えてみなさいと、感情的に、情動的にサポートするのです。内容的にこれを出しなさいと指導するのではなく、感情的なサポートだけを提供するのが第1段階です。

第2段階が、知識の定着・構築の段階です。ここで教員の役割が特に重要になります。学生にただ「考えなさい」と言って、放っておくわけにはいきません。学生はそれだけでは十分に学びません。従って、問題解決のための構造、説明、フィードバックなどを提供するという教員の役割が極めて重要です。教員はこれを全て合わせて、最初の失敗が、正しい解を生み出すための生産的な経験となるようにしなければなりません。これが生産的失敗です。

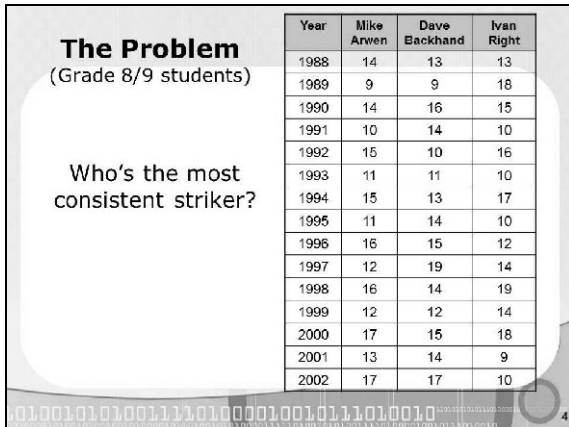


図 3

皆さんによりよく理解していただくために、具体例をお示しします(図 3)。

数学を例に使い、このような課題を開発しました。標準偏差を教える場合です。第 8 学年、第 9 学年でどのように分布が起こっているかを教えようとしています。シンガポールでは、本来第 10 学年で教えるので、8 年生、9 年生は知らない概念です。教える前に問題を与えます。

3 人のサッカー選手がいて、何年間にわたり、幾つゴールを決めたか選手ごとに書いてあります。概念を教える前に、「最も一貫してゴールを決めているストライカーは誰か、できるだけたくさんの方で考えてください」という問題を与えます。概念は知らないわけです。そもそも、標準偏差というものの存在さえ知らない学年です。しかし、あえてその質問を投げています。標準偏差とは呼ばず、一貫性(consistency)という言葉を使って、自分たちなりに標準偏差について形式的、直感的な知識を考えさせようとしています。

標準偏差の概念を理解していない学生がこの問いを与えられた場合、何を生み出すと思いますか。自分の教え子であれば、何をしたいと思いますか。例えば、そんなこと知らない、できない、分からないと言うかもしれません。そこで、教師からの感情的な支援が必要です。「正しい答えが出るとは思っていないよ、でも考えてみなさい。どう考えますか」と、形式知、あるいは直感知に基づいて考えてみてくださいと促すことはできるのです。少なくとも、何かをやろうと始めるでしょう。ほとんどの場

合には、学生は何かをしようとします。数学的に何を試みようとするでしょうか。

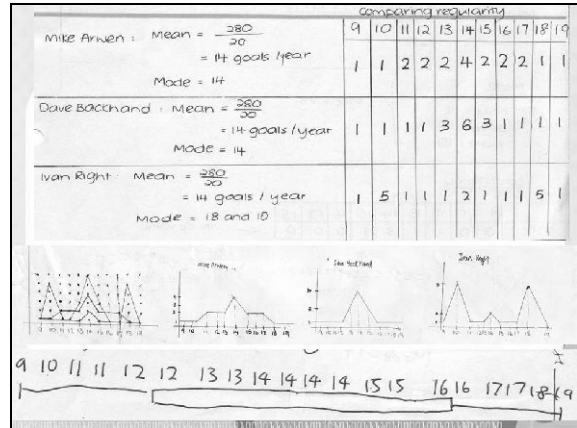


図 4

多いのは、平均の計算をする人です(図 4)。平均値とか、中央値とか、最頻値とか、恐らく生徒がそうするであろうとこちらも予測しています。そこで、それだけでは答えが出ないように問題を作っています。平均はわざと同じにしてあるのです。生徒には、持っている知識を使って、できるかぎりの答えを考えてみてほしいのです。恐らくこういうことをするであろうと分かっている、それでは答えが出ないように、もっと新しい考え方を促すようにするのはです。

例えば、頻度を勘定するかもしれません。右側に表が書いてあって、3 番目の選手、Ivan Right は非常に良いのか悪いのか、どちらかであると。なぜかといえば、分布が広がっているからです。その他の二人の方が真ん中に分布がまとまっているので、一貫性(consistency)が高いと言えるかもしれません。では、それを定量化できるか、もう少し精密に説明ができるかと促すと、別の考えで表象・解決法を考えます。例えばドット数や、分布多角形、箱髭図でも同じ議論をします。数を定性的に見て、分布が広がっている、あるいは頻度が集中しているなど、分布の状況を見ている場合には、定量化ができるか、もっと精密に説明ができるかと促します。

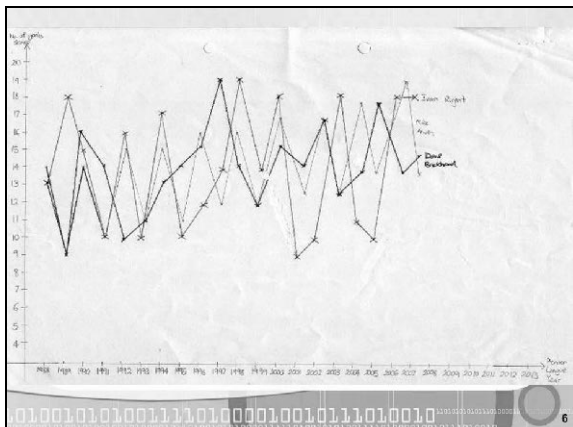


図 5

図 5 のように、横軸に年数、縦軸にゴール数をとったグラフを描く学生もいます。何をしているのかと聞いてみると、変動が激しい人は一貫性がない、あまり変動がないのが常にゴールを決めることができる選手だと説明するかもしれません。その場合、「確かに、それは一貫性を考える上で良い方法かもしれないね。でも、選手 100 人のときに 100 のグラフを書くのかい？ 定量化を考えなさい」と説明します。完全に解決はできないと分かっている問題を提供しながら、感情的なサポートをして、引き続き解決策を考えるよう促すのです。

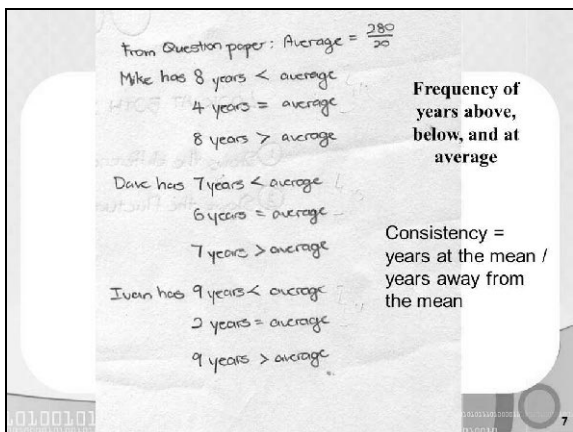


図 6

次に生徒が何をするかと言えば、勘定を始めます(図 6)。ある選手のゴール数が平均を超えたり下回ったりした年がどれだけあるのか、定量的に考えるわけです。「一貫性=ゴール数が平均値であった年数÷ゴール数が平均値でなかった年数

というわけです。

算数や数学、統計学の教科書にこういう説明が書いてあるでしょうか。私は見たことがありませんし、多分ないでしょう。しかし、直感的な考え方なのです。恐らく生徒はこのやり方にトライするはずですが、確かに、標準偏差に関わりのある特性と物性はあって、比較的いい線を行っている考え方です。

例えば、範囲(最大-最小)の計算をします。これはあえて同じになるよう問題を設計し、これでは答えが出ないようにしています。こういう考え方をさせ、これでは答えが得られないから、もっと別の解法を考えさせようとしているのです。

先ほどお見せした、ゴール数のアップダウンのグラフを覚えていच्छるのでしょうか。あれを定量化するためには、年ごとに偏差・差異を見なければなりません。年ごと、選手ごとに違いを見て、その差異を合算し、総和が小さければそのプレイヤーは整合性が高いと。こういうことは教科書には書いてありません。しかし、これは生徒がよく考える方法なのです。私の経験では、10~11 歳でもこういう計算をします。アップダウンを見て、その違いを足し算してみるというのは非常に直感で、小学生でもすることなのです。

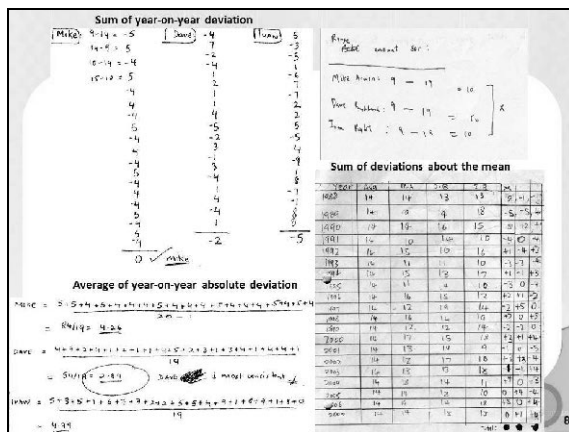


図 7

しかし、もう一步進む人もいます(図 7)。これではプラスとマイナスの違いが相殺されるので、整合性を図るにはよくないと気が付くわけです。ある選手のゴールが少ないときと多いときが相殺されてしまうからです。そこで、プラスマイナスを無視するのは。場合によっては、プラスマイナスを足

し算して平均を出します。これも考え方としてはいいのです。何かの差異を考えて、その差異を合算するとか、平均を計算するとか、標準偏差を知っているのであれば当然の考え方です。差異をどこかの時点で取り、その絶対値を合算し、平均を出すというのが本来のやり方です。つまり、数学的・統計学的には正しい方法ではありませんが、子どもたちは既にこれをやっているのです。直感的な考え方は存在しているのです。標準偏差の知識がないまま、しかも教員が指導する前に、こうした解決方法を思いついているのです。

こうした正しい解法に近い考え方というのは、まれにしか出てきません。それはそれでいいのです。生成・探索の段階で、生徒が正しく解決できることは期待していません。知りたいのは、どのような思考方法であるかです。複数の表象と解法を生み出すことができるか、いわゆる正しい方法ではなかったとしてもいいのです。たくさんの表象と解法を生み出すことができるかどうか重要なのです。

場合によっては、非常にクリエイティブな、想像力豊かな考え方も出てきます。図 8 を描いた生徒は、アップダウンのグラフをひものように引っ張って伸ばしたらどうかと考えました。その上で、そのロープの長さを何とか測り、その長さが長いほどアップダウンが激しい、一貫性のない選手だということが分かる考えたのです。ピタゴラスの定理を使って、どちらのロープの方がどちらより長いかを考えています。

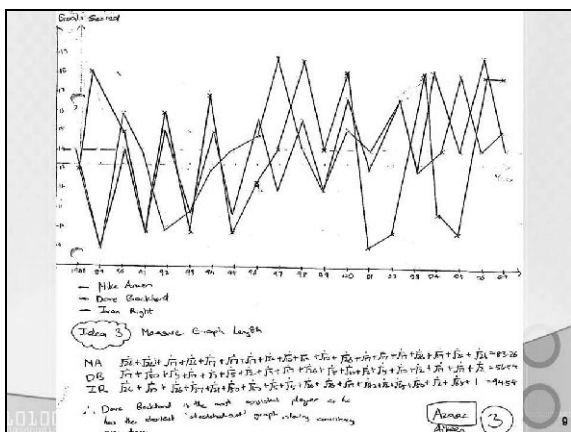


図 8

このようなことが数学の教科書に書いてあるでし

ょうか。絶対がないでしょう。しかし、非常にいい考え方です。ほとんど天才的に、標準偏差に近づいていると言えます。

何かを教えるとき、生成・探索の段階で生徒に考えさせたいときには、既存の形式知と直感的な知識の両方を使わせるような課題を作り、いったん生成をさせ、考えさせてから、その後で教員が知識を教え、さまざまな表象、解法を比較することで、概念を定着させることができるのです。

では、この方法は有効なのでしょう。生成と探索をしてから教える方が、最初に概念を教えるから問題を解かせるというよくある方法よりも良いのかどうか、シンガポールの学級でも試してみました(図 9)。

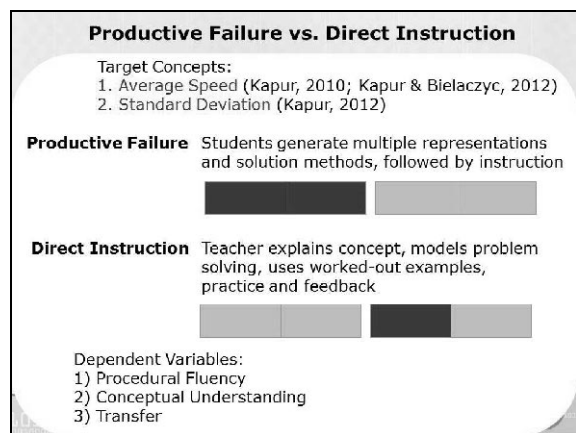


図 9

これは第三者からも検証を受け、他の国でも再現されていますが、シンガポールのデータを紹介します。同じく数学ですが、違うトピックで、平均速度と標準偏差の問題を使った実験を 7~10 年生で行いました。同じ教員が、二つの条件で、違う学校で教えます。能力高い中等度、それほど高くはない学級で教えています。シンガポールでは、6 年生のときに PSLE (Primary School Leaving Examination: 初等教育修了試験) を実施して、優秀な生徒とそうでない生徒で学校を分けてしまうので、あえてそのレベルが大きく異なる学校で行いました。

一つの教え方は、生産的失敗の環境です。図 9 の赤で示した部分が生成と探索の段階です。何も教えてもらう前に問題を与えられて、自ら考え、解

決をしてみて、何回か授業を行って、できるだけ複数の解法を考えさせます。その後、黄色で示したのが次の段階で、先生が概念を教え、知識を定着させます。

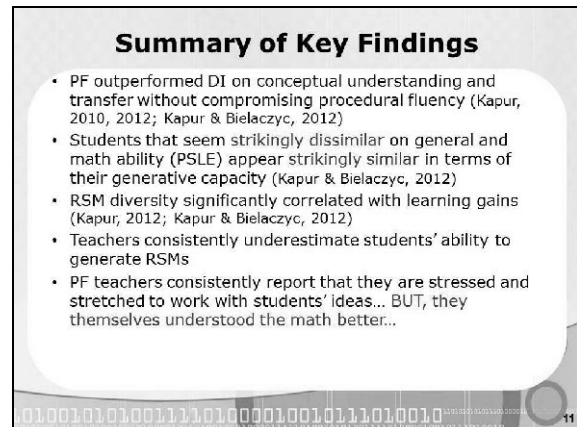
もう一つが「Direct Instruction」という教え方です。ほとんどの学校はこのやり方をしています。先生がまず概念を教えます。練習させて、覚えさせます。その後、設計した問題を与えて、またもう少し練習をさせるというやり方をとります。

つまり、逆方向です。一方では先に生成をさせて、その後教えられます。もう一方では先に教えられて、次に応用して学んだことで問題を解きなさいと。

準実験環境で、プリンポーズのテストで三つの知識を測ります。一つは手続き流暢性(Procedural Fluency)です。標準偏差の計算ができるか、平均速度を計算で出すことができるか、価値の解釈ができるか。つまり、基礎的な知識です。手続きを適用することができるか、応用することができるか、そこから出てきたものを解釈することができるかです。

二つ目が概念的理解(Conceptual Understanding)、していることの原因が分かるかどうかということです。標準偏差の場合には、なぜ2乗をしているのか、なぜ加算するのか、なぜ割るのかを分かっているか。なぜnで割るのか、なぜプラスなのか、なぜルートを見るのか、そもそも偏差の意味とは何なのか、なぜ平均から出すのか、なぜ平均以外のものを使わないのか、概念的に分かっているのかどうかです。この概念的理解は非常に重要なところですが、これはポストテストで、本当に概念が分かっていたかどうかを確認します。その知識を移転ができるかも確認します。

三つ目が、知識の移転(transfer)です。何かを学習しても、それを移転して、学んでいない概念で使うことができなければ意味がありません。例えば正規化(Normalization)は、非常にハイレベルな、大学直前で学ぶような概念です。標準偏差を使いますが、よりハイレベルな数学で、数学の側面を話す時間はありますが、このような従属変数を測定しています。



The slide titled "Summary of Key Findings" contains a list of five bullet points. The background is light gray with a white rounded rectangle containing the text. At the bottom of the slide, there is a decorative border with binary code (0s and 1s) and a small number '11' in a circle on the right.

- PF outperformed DI on conceptual understanding and transfer without compromising procedural fluency (Kapur, 2010, 2012; Kapur & Bielaczyc, 2012)
- Students that seem strikingly dissimilar on general and math ability (PSLE) appear strikingly similar in terms of their generative capacity (Kapur & Bielaczyc, 2012)
- RSM diversity significantly correlated with learning gains (Kapur, 2012; Kapur & Bielaczyc, 2012)
- Teachers consistently underestimate students' ability to generate RSMs
- PF teachers consistently report that they are stressed and stretched to work with students' ideas... BUT, they themselves understood the math better...

図 10

生産的失敗と直接指導を比較すると分かることがあります(図 10)。手続き流暢性(手続き的知識)には、ほとんど違いが出ません。基礎知識の獲得では、あまり違いは出ないのです。しかし、概念的な理解や知識が移転できるかどうかに関しては、大きな違いが出てきます。われわれの研究では、生産的失敗の方が直接指導よりも良い結果になりました。

また、生産的失敗が機能するのは、成績の低い生徒の方なのか、成績が高い方なのかを比較しました。その結果、もともとの成績による違いはありませんでした。これは直感に反するかもしれませんが、予想と違います。成績が良かった学生の方がもっと多くの表象と解法を出せただろうと皆さんは思ったかもしれませんが、考えてみてください。試験・テストで測定するのは、既に知っているもの、学んだもの、既存の知識を応用する能力です。つまり、フォーワードサーチなのです。問題をカテゴリに分けて、それを応用して解決をします。

一方で、生成・探索の段階では知識はまだ獲得していません。知らないことに基づいてデザインをするので、非常にダイバージェントなプロセスです。あまり訓練を受けていない、あるいは学習経験がこのようなダイバージェントな考え方に合っていない場合には、他の生徒たちと同じような結果になります。

それよりも、複数の表象と解法が出ていて、しかも多様な答えが出ていることが重要だということが分かっています。間違っていたとしても、多くの表

象と解法が出ているほど、学習度合いが高いのです。より多く考えているということは、より多く学習を獲得する可能性があるということです。これには大変重要な意味があります。これは、成績の高い生徒と低い生徒とのギャップを埋める可能性があることを意味しているのです。

われわれは教員として、その知識、われわれが教えるべきものについての専門家であるはずですが、ところが、われわれは生徒がそれで何ができるかを見積もることは不得手です。教員の方に、教える前にこの問題を生徒に与えたらどうすると思いますかと聞くと、大抵の先生が過小評価するのです。先生が悪いのではありません。エキスパートはそう考えるのです。しかし、それは思い込みなのです。子どもたちは分かっているから、答えられるわけがないと過小評価するのです。分かっている人には教えなければいけない。しかし、そもそも専門家であるという定義上、まだ学んでいない人の考えは分かりません。しかし、われわれは、まだ勉強していない人が何を生み出せるかということを考えて教えなければいけません。これは、教える側の抱えるパラドックスです。

まず、学生に生成させることによって、教員として、学生が何を知っているか把握した上で、概念を定着させて教えることができます。生産的失敗によって教えることは、簡単ではありません。最初に教えてしまった方が簡単なのです。生徒がバラバラのアイデアを出し、それに対応するというのは、教師にとって大変なことです。しかし、実際に生産的失敗で標準偏差・平均速度を教えた現場の教員とやり取りしてみると、大変だったけれども、自分たち自身ももっとよく分かった、自分たち自身の知識が高まった、教員として標準偏差と平均速度が分かったと言います。大学で勉強したのに、自分たちもよく分かっていなかったのです。しかし、この教え方をしたことで、自分自身の方が勉強したということがあるのです。学生・生徒ももっと学ぶことができるし、教える側も、もっと学ぶことができるのです。

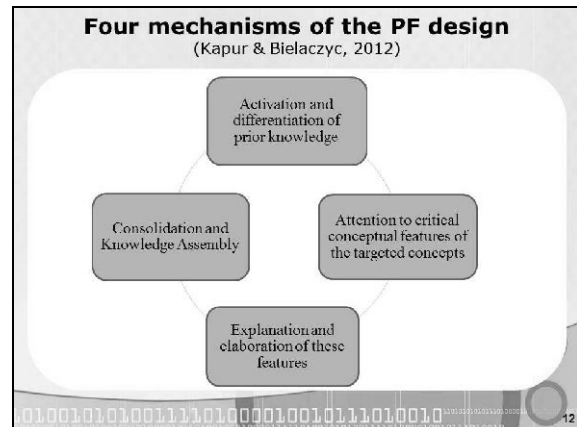


図 11

次に、背景にあるメカニズムを説明します(図 11)。一つは、既有知識の活性化と差別化です。標準偏差を教える際に、関連している全ての知識、既に持っている知識を活性化したいわけです。ありとあらゆる方法を生徒が考え、それを外部化したい。いったん外部化すると、解法を比較することができます。そのときに、重要な特徴に注目します。例えば、標準偏差を足し算したとして、ある生徒は n で割らなかつたけれども、別の生徒は足し算の結果を n で割ったとします。それは何が違うのかと比較をします。違いを比較することによって、先生は生徒を会話に引き込み、 n で割ることの意味、なぜその方が良いのかを説明することができます。

既有の知識を活性化し、差別化をし、知識が外部化されると、対比することができます。比較することによって、気付くことができ、ここに注目をせよと言うことができます。ここに違いがある、この違いが大事だと教えることができる。これが決定的な特徴です。

そして、生徒と語り合う必要があります。ディスカッションに引っ張り込むということです。問題を考え、詳しく説明をさせる機会が必要です。認知科学では、説明効果、あるいはエラボレーション効果といわれますが、生産的失敗では、これを促しているのです。知識の定着と構築も重要です。生徒が解法を考えた後、そのまま放っておくわけにはいきません。知識を組み立て、正しい方法、あるいは正規な方法、正しいスキルセットにまとめ上げる必要があります。

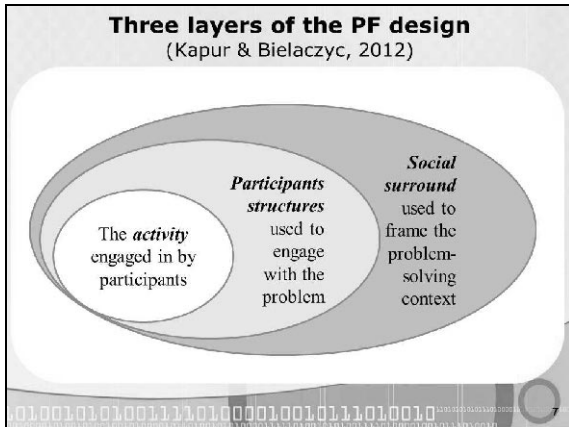


図 12

生産的失敗のデザインでは、三つの段階を考えます(図 12)。まず、活動そのものを考えます。つまり、課題の選定です。どういう問題を与えるか、その問題をどのようにデザインするか。

しかし、これだけでは足りません。問題を考えた上で、どのように参画をさせるか。個別に作業するのか、少人数グループで考えるのか、グループで作業する方法が分かっているか、解決する際の作業の仕方を考えてデザインしなければいけません。問題だけではなく、どのように参加させるかまで考えなければいけません。

最後に、社会的な環境を整えることです。生産的失敗を生み出すには、「5 分以内で正しい答えを出しなさい。そうでなければだめだ」という環境ではうまくいきません。教室内の適切な社会的規範を考えなくてははいけません。それはつまり、探索してもいい、試してもいい、違う答えを出してもいい、でも、諦めることだけはだめだということです。5 分で正しい答えを出さなくていい、10 分や 15 分以内に正しい答えを出さなくていい、1 時間かけてもいい。全部試して、隣の生徒やみんなと相談してもいい。そのような社会数学的な規範を教室内でつくり出さなければ、この活動を実践に移すことはできません。

DESIGN PHASES	DESIGN LAYERS AND THE EMBODIED PRINCIPLES		
	TASK	PARTICIPATION STRUCTURES	SOCIAL SURROUND
1. Generate and explore multiple representations and solutions methods (RSMs)	Design tasks that are adequately complex, engaging, and draw on students' mathematical resources	Enable collaboration to allow students to elaborate, critique, explain, and evaluate shared work, thereby further enriching the shared representation and solution spaces	Create a safe space for students to explore and generate by setting appropriate socio-mathematical norms, and providing affective support for persistence
2. Organization and Knowledge Assembly	Compare and contrast student-generated and canonical ideas	Enable student engagement through group presentations and students' participation; teachers act as facilitators, paraphrasing student explanations, and drawing attention to critical features	Create a safe space to explore the affordances and constraints of student-generated RSMs with a view of improving upon them, and not assessing them as correct or incorrect

図 13

それを表にしました(図 13)。縦に二つのフェーズが書いてあります。第 1 段階が生成・探索で、複数の表象・解法を生徒が考えます。第 2 段階がフォローアップです。下の方が知識を整理して構築する、知識を定着させるフェーズです。

それぞれのフェーズで考えなくてはいけないことが、横軸に三つあります。課題、参加のさせ方、社会的環境です。生成・探索段階で、どういう問題を生徒に与えるかという、十分に複雑で、かつ学生の知識に関連したものでなくてははいけません。簡単な問題で、答えが一つしかないものでは意味がありません。引き込むものがあり、生徒の持っている数学の既有知識、リソースに基づいた問題でなければなりません。また、その問題によってどのような知識が活性化されるか分かっている必要があります。その上で問題を考えます。問題を作るときに、その知識では答えが出せないという問題をわざと作る必要があります。ここが重要です。既に分かっているものでは解決ができない問題を出すのです。

次に、定着段階で何をさせるか、その場合の教員の役割は、比較・対比です。異なる表象・解法を生徒が考えたら、先生はそれを比較・対比し、何が大事な違いであるかを説明できなくてはなりません。

では、参加をどのような構造にするか。生成の段階では、生徒がお互いに協力したり、批判したり、説明しあったりします。例えば、私が先生方と一緒に問題を考えるには、共通の理解が必要です。そ

れによって、教室の中で学び合いが発生します。

定着・構築の段階での参加は、先生の説明を受けるという形です。その際、先生は司会のような役割で、例えば生徒の説明を言い換えたり、何が違うのかを気付かせて、知識を整理・構築する必要があります。

生成の段階では、生徒には認知的支援は何も与えられていません。内容的なヒントは出されないので、感情的なサポートしかありません。規範として、環境づくりが重要です。これは自然にできるものでも、1日でできるものでもありません。一夜にしてはできないので、学級の風土・雰囲気として、時間をかけて、生成・探索し、発散的な考え方を促す環境をつくらなければいけません。先生の方では、その期待を醸成しなければいけません。失敗していい、良いアイデアも悪いアイデアもどんどん出していいのだ、しかもそれを発言していいのだという雰囲気をつくる必要があります。他の生徒の方がいい考えだからと、しゃべりたがらない生徒もいるかもしれませんが、全部話していいのだという雰囲気をつくる必要があります。生成の段階でも、知識の定着の段階でも、その雰囲気づくりが重要です。

Productive Failure Tasks	
Targeted Concepts	Targeted Levels
Average Speed	Secondary (7 th grade)
Standard Deviation	Secondary (7 th , 8 th , 9 th grade)
Central Tendencies	Secondary (7 th grade)
Normalization	Pre-University 2 (11 th grade)
Hypothesis Testing	Pre-University 3 (12 th grade)
Fractions	Primary (3 rd grade)

図 14

生産的失敗を用いた学習では、多くのトピックを扱ってきました。中等・初等教育だけでなく、大学前の段階でも試してみました。その例を紹介しします(図 14)。何もロケット科学のような難しいものではありません。

Central Tendencies (Grade 7 students)	Amount of weekly pocket money students from 1A received (\$)	Amount of weekly pocket money students from 1B received (\$)	Amount of weekly pocket money from 1C received (\$)	Amount of weekly pocket money students from 1D received (\$)
	10	10	10	16
	11	11	11	16
	12	12	12	16
	13	12	13	16
	14	12	14	16
	14	13	14	16
	15	14	14	17
	16	15	14	18
	16	16	14	19
	16	17	15	20
	16	18	15	18
	17	18	15	19
	18	18	15	19
	19	19	15	20
	20	20	15	30

図 15

7年生で、尖度を教えました(図 15)。シナリオを紹介して、お小遣いの分布を考えるのです。学級ごとに皆さんがどれだけもらっているかを見た上で、分布の表象を考えます。データの設計は何も難しい課題ではなく、先ほど紹介したものに基づいた課題になっています。生徒は、一つの数字で分布を表象する複数の方法を考えなければなりません。

Standard Deviation (Grade 7/8/9 students)	Premier League Year	Mike Arwen	Dave Backhand	Ivan Right
	2001	14	13	17
	2002	11	11	14
	2003	15	14	16
	2004	12	16	11
	2005	16	14	12
	2006	12	12	16
	2007	16	14	12
	2008	13	15	16
	2009	17	14	12
	2010	14	17	13
	2011	14	14	15

図 16

標準偏差は先ほど紹介しました(図 16)。サッカーで一番ゴールが多いのは誰かという問題です。

Normalization (Grade 11 students)	Scores of Math Students between 1998 and 2012	Scores of Science students between 1998 and 2012	Scores of English Students between 1998 and 2012
	72	71	72
73	72	72	
74	80	75	
75	80	75	
75	81	78	
75	81	78	
81	81	81	
81	81	81	
81	81	84	
87	81	84	
87	81	87	
87	82	87	
88	82	90	
89	90 (Lisa, top science student, 2012)	90 (David, top English student, 2012)	
90 (Firdaus, top math student, 2012)	91		

図 17

大学入学前の 11 年生、12 年生向けの授業では、標準化を学習しました(図 17)。数学でトップの成績を取った学生が、科学・英語でもトップの成績を何年か取っています。そこで、誰に賞を与えるべきなのかという問題です。例えば、マイケル・フェルプスよりもウサイン・ボルトの方が優れた選手だとどう決めるのかというような感じです。これは、分布を見て標準化をすることが必要です。

続きを考え、概念を考え、表象を考え、解法を考えることを求められています。教えられる前に、学習する前に、考えることを促されているのです。生産的失敗についてご理解いただけたでしょうか。何か疑問があれば、お受けしたいと思います。ご清聴ありがとうございました。

Hypothesis Testing (Grade 12 students)	Weights of chocolate bars bought by Ahmad (g)	Weights of chocolate bars bought by Belle (g)	Weights of chocolate bars bought by Charles (g)	Weights of chocolate bars bought by Devi (g)
	58	64	84	75
58	61	83	74	
54	60	60	74	
49	55	54	73	
49	55	54	73	
49	55	54	73	
48	54	48	55	
48	54	45	55	
48	54	44	55	
48	54		55	
47	53		37	
47	53		37	
47	53		37	
42	48		35	
41	47		35	
38	44		35	

図 18

次に、12 年生では仮説検証の学習をしました(図 18)。ある会社が、このチョコレートの重さは 50 グラムであると言っています。しかし、その工場で作られたチョコレートを量ってみたところ、50 グラムではなくて、表のような重さになっていました。どの学生のサンプルが、この工場で作られたものなのかという問題です。

ここでは全て、まだ教えられていない段階で、手