Girard Desargues, maître de Pascal

Eishi KUKITA

La vie et l'œuvre de Girard Desargues (1591-1661), savant et ingénieur du XVII^e siècle, sont aujourd'hui presque inconnues[1]. Pourtant les plus lucides de ses contemporains, dont Descartes et Pascal, tous deux grands géomètres qui ont marqué chacun à sa manière l'aube des sciences naturelles modernes, lui trouvaient une intelligence hors du commun. Une lecture attentive des correspondances de Descartes nous permettra de constater que le philosophe du *cogito* n'exagérait point en écrivant à Mersenne, au sujet de ses *Méditations* (1641) :

> Je serai bien aise que M. Desargues soit aussi un de mes juges, s'il lui plaît d'en prendre la peine, et je me fie plus en lui qu'en trois théologiens[2].

Quant à Pascal, publiant à l'âge de seize ans son premier article *Essai pour les Coniques* en 1640, il rendit un hommage vibrant à celui qu'il considérait comme son maître :

> Nous démontrerons aussi cette propriété, dont le premier inventeur est M. Desargues Lyonnais, un des grands esprits de ce temps et des

[1] La littérature sur Desargues est franchement pauvre. Autant que nous le sachions, seuls quatre livres en français ont été publiés depuis XIX^e siècle. N.-G. Poudra, *Œuvres de Desargues*, 2 vol., Léiber, 1864, rééd. fac-similé, Cambridge Univ. Press, 2011 (sigle : *Pou*). R. Taton, *Œuvres mathématiques de G. Desargues*, PUF, 1951, 2^e éd., Vrin, 1988 (sigle : *Tat*). J. Dhombres et J. Sakarovitch (dir.), *Desargues en son Temps*, Blanchard, 1994 (sigle : *DS*). M. Chaboud, *Girard Desargues, Bourgeois de Lyon, Mathématicien, Architecte*, Lyon, Aléas, 1996 (sigle : *Cha*). À cela s'ajoutent deux traductions. J.-V. Field and J.-J. Gray, *The Geometrical Work of Girard Desargues*, New York, Springer-Verlag, 1987. F. Zanin, *Girard Desargues, Abbozzo di un Progetto d'Indagine sulle Conseguenze delle Intersezioni del Cono con un Piano (1639)*, Padova, Il Poligrafo, 2006.

[2] Lettre à Mersenne, le 24 décembre 1640. *Œuvres de Descartes*, 11 vol., éd. par Ch. Adam et P. Tanneri, Vrin, 1996 (sigle : *AT*), t. 3, p. 268.

> plus versés aux mathématiques, et entre autres aux coniques, dont les écrits sur cette matière, quoique en petit nombre, en ont donné un ample témoignage à ceux qui en auront voulu recevoir l'intelligence ; et je veux bien avouer que je dois le peu que j'ai trouvé sur cette matière à ses écrits, et que j'ai tâché d'imiter, autant qu'il m'a été possible, sa méthode sur ce sujet [...][3].

Nous verrons que l'influence du maître est loin de se limiter au domaine scientifique chez le disciple.

Chose remarquable, cet homme tellement apprécié par les plus illustres de son temps, fut presque complètement oublié dès sa mort, et ce n'est que vers le début du XIX[e] siècle que les géomètres commencèrent à s'apercevoir de ce qu'ils lui devaient. D'où viennent cette éclipse et cette résurrection si singulières ? Cet article a pour but d'éclairer la signification historique de l'œuvre si peu lue de ce génie obscur, en tenant compte de son affinité avec un autre génie contemporain, Pascal[4].

I. La géométrie et la perspective

Commençons par la question : quelle idée de Desargues inspira le Pascal adolescent ? *Essai pour les Coniques* contient ce qui s'appelle aujourd'hui le *théorème de Pascal*, fort semblable à celui portant le nom de son maître[5] :

> *Théorème de Pascal* (voir *fig. 2*) : Soit A, B, C, D, E et F six points quelconques sur une conique quelconque Ω. Alors les trois points P, Q et R, où se rencontrent respectivement trois couple de droites $\{AB, DE\}$, $\{BC, EF\}$ et $\{CD, FA\}$, se trouvent sur une même droite o.

[3] Pascal, *Œuvres complètes*, 4 vol., éd. par J. Mesnard, Desclée de Brouwer, 1964-1992 (sigle : *Mes*), t. 2, p. 234.

[4] Pour voir les vicissitudes de la fortune de la doctrine de Desargues dans l'histoire des mathématiques, cet article sera complété par un autre, où sera étudiée sourtout son amitié, à la fois sincère et fausse, avec une autre étoile géante de la constellation du XVII[e] siècle, Descartes.

[5] En fait, ce n'est qu'en 1648 que le théorème en question fut mis au jour dans un écrit d'A. Bosse, disciple de Desargues, que nous mentionnerons ci-dessous. Ainsi n'est-ce pas ce théorème-ci que le jeune Pascal « [a] tâché d'imiter, autant qu'il [lui] a été possible ».

> *Théorème de Desargues* (voir *fig. 3*) : Soit ABC et DEF deux triangles quelconques, tels que les trois droites qui joignent respectivement trois couples de points $\{A, D\}$, $\{B, E\}$ et $\{C, F\}$, se rencontrent en un même point O. Alors les trois points P, Q et R, où se rencontrent respectivement trois couple de droites $\{AB, DE\}$, $\{BC, EF\}$ et $\{CA, FD\}$, se trouvent sur une même droite o.

L'essentiel dans ces deux énoncés, c'est qu'ils n'indiquent que deux relations symétriques entre les points et les droites :

- *alignement* (plusieurs points se trouvent sur une même droite) ;
- *concurrence* (plusieurs droites se rencontrent en un même point),

abstraction faite des notions de grandeur (longueur d'un segment, mesure d'un angle, aire d'une surface, etc.), indispensables aux propositions classiques comme le *théorème de Pythagore*. Nous avons là les deux propriétés les plus fondamentales pour la méthode de projection qu'est la perspective, technique picturale inaugurée par les artistes florentins du Quattrocento. Voyons en quoi tout cela regarde ce que les géomètres nomment coniques. Leon Battista Alberti (1404-1472), *uomo universale* qui fut le premier à théoriser la perspective comme une application de la géométrie, définit la peinture de la façon suivante dans son *De Pictura* (1435) :

> Erit ergo pictura intercisio pyramidae visivae secundum datum intervallum posito centro statutisque luminibus in datam superficiem lineis et coloribus arte repraesentata[6].

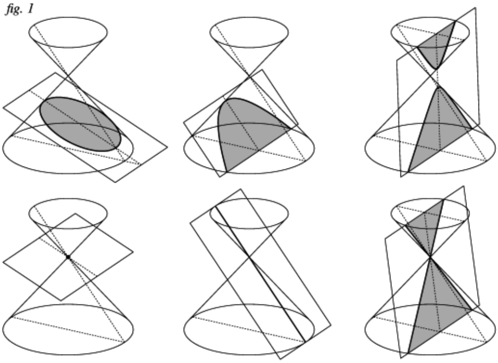
Tous les rayons qui relient l'œil du peintre à chacun des points sur les objets à peindre constituent une *pyramide visuelle*. C'est en coupant ce solide par un plan quelconque que l'on obtient un tableau, sur lequel les objets sont représentés selon des règles géométriques bien strictes. Suivant la position mutuelle du centre des rayons et du

[6] « La peinture sera donc une section de la pyramide visuelle selon une distance donnée, le centre étant placé et les lumières établies ─ section qui est représentée avec art par des lignes et des couleurs sur une surface donnée. » L. B. Alberti, *De Pictura*, 1435, *La Peinture*, éd. trilingue (lat., fr. et it.) par Th. Golsenne et B. Prévost, Seuil, 2004, p. 70, p. 71 et p. 223.

plan du tableau, les résultats obtenus varieront indéfiniment, mais on reconnaîtra toujours les objets peints, parfois extrêmement déformés.

Pour revenir à Pascal, ce qu'il aurait appelé *hexagrammum mysticum* aurait été sans doute découvert dans la plus élémentaire des figures planes, le cercle[7]. Imaginons maintenant un hexagramme inscrit dans un cercle, qui sera mis en persepctive. D'abord, en joignant le centre du regard à chacun des points sur ce cercle, on obtient un cône. Puis, en coupant ce solide par un plan quelconque, on a, selon leur position réciproque, une infinité d'intersections, qui sont justement les *sections coniques* ou les *coniques* ; comme le montre la figure ci-dessus, ces images du cercle comprennent le point, la droite, l'angle de deux droites et des courbes telles que l'ellipse (le cercle y compris), la parabole et deux branches de l'hyperbole. Évidemment, quelle que soit la déformation qu'engendre la perspective, les rapports mutuels entre les points et les droites ne seront jamais atteints ; les points qui sont alignés le seront toujours, de même que les droites concourantes. Or bien des prorpriétés du cercle peuvent s'exprimer en fonction de la position respective de chacun des points constituant l'hexagramme.

fig. 1



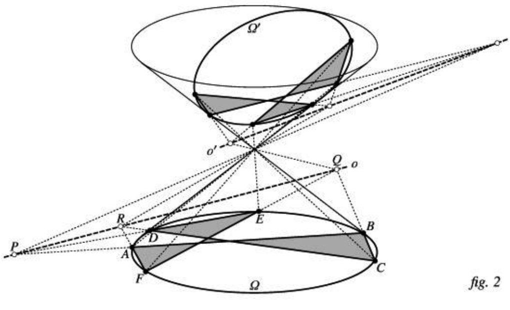


fig. 2

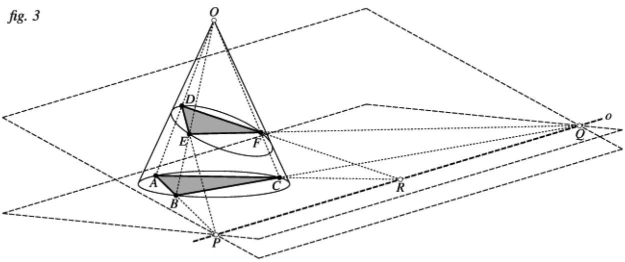
[7] Selon Leibniz, qui examina vers 1676 le dossier de Pascal sur les coniques à la demande de son neveu Étienne Périer. Voir ci-dessous, chap. III.

Donc une proposition de ce genre, une fois démontrée sur le cercle Ω, le sera du même coup, en vertu de la projection, sur n'importe quelle conique Ω'. Voilà la portée révolutionnairement unificatrice du *théorème de Pascal*, fort bien devinée par Mersenne :

> [...] un jeune homme, dont je crois vous avoir envoyé une feuille des *Coniques*, lequel est si excellent géomètre, n'ayant que 18 ans, qu'il a compris toutes les sections coniques et l'*Apollonius* dans une seule proposition, de laquelle il dérive tellement 400 corollaires que pas un ne dépend l'un de l'autre, mais tous, aussi bien le dernier que le premier, de ladite proposition [...][8].

Quant au *théorème de Desargues*, la signification en sera claire aussi si l'on se rend compte qu'il s'agit là d'une propriété de deux triangles mis en perspective, dont chacun se trouve sur un des deux plans coupant un même cône. En effet, la droite *o* où se trouvent les trois intersections *P*, *Q* et *R*, n'est rien d'autre que celle des deux plans sécants.

fig. 3



On a peu de renseignements sur la jeunesse de Desargues[9]. Les premières traces de ses activités professionnelles en tant qu'ingénieur

---

[8] Lettre à Th. Haak, le 18 novembre 1640. *Mes*, t. 2, p. 239. Les termes d'*ellipse*, de *parabole* et d'*hyperbole* datent d'Apollonius de Perge (vers le III^e siècle av. J.-C.), dont les *Coniques*, traduites en latin par F. Commandino en 1566, représentaient à l'époque ce qu'il y a de plus subtil dans la géométrie. Ainsi Descartes, par exemple, se glorifia-t-il dans sa *Géométrie* (1637) d'avoir réglé une question que « ni Euclide, ni Apollonius, ni aucun autre, n'avaient su entièrement résoudre. » *AT*, t. 6, p. 377.

[9] On doit à M. Chaboud la découverte de nombreux documents jusqu'alors inédits sur le géomètre, retrouvés dans les archives lyonnaises : *Cha,* pp. 29-50. Desargues lui-même est réticent sur sa formation : « Et moi que vous savez qui n'ai de connaissance de ces matières que par mes propres et particulières contemplations [...]. » Lettre à Mersenne, le 4 avril 1638. *Tat*, p. 83.

remontent à la seconde moitié des années 1620[10] ; dès lors, son intérêt pour les arts mécaniques comme la coupe de pierres, la gnomonique et la perspective, et sa passion pour leur amélioration au moyen de la géométrie, étaient constants. Au cours des années 30 et 40, il publia successivement des ouvrages consacrés à chacun de ces arts[11]. En préfaçant un traité de perspective, publié en 1648 par un de ses disciples, Abraham Bosse, graveur en taille douce qui se consacrait à la diffusion de la doctrine du maître, Desargues évoque sa carrière :

> [...] je n'eus jamais de goût à l'étude ou recherche, ni de la physique, ni de la géométrie, sinon en tant qu'elles peuvent servir à l'esprit d'un moyen d'arriver à quelque sorte de connaissance des causes prochaines des effets de choses qui se puissent réduire en acte effectif, au bien et commodité de la vie qui [...] soit en leur application pour la pratique de quelque art, et m'étant aperçu qu'une bonne partie d'entre les pratiques des arts est fondée en la géométrie [...] Desquels arts [= la coupe de pierres, la gnomonique et la perspective] [...] j'aperçus que ceux qui s'y adonnent avaient à se charger la mémoire d'un grand nombre de leçons diverses pour chacune d'elles, et qui par leur nature et condition produisaient un embarras incroyable en leur entendement, et loin de leur faire avoir de la diligence à l'exécution de l'ouvrage, leur y faisait perdre du temps, surtout en celle de la portraiture, si belle et estimable entre les inventions de l'esprit humain, où la plupart des peintres et autres ouvriers travaillaient comme à l'aventure et en tâtonnant, sans guide ou conduite assurée, et par conséquent avec une

10 Par exemple, au sujet d'une fresque peinte par Champaigne sur la voûte du Couvent des Carmélites à Paris, commencée en 1628, un auteur de XVIII[e] siècle écrit : « Les curieux et les connaisseurs regardent avec une attention particulière un morceau de perspective dont Desargues, habile mathématicien, avait donné le trait à Champaigne ; c'est un Crucifix entre la Sainte Vierge et Saint Jean. Ce groupe paraît sur un plan perpendiculaire, quoiqu'il soit sur un plan horizontal. » J.-A. Piganiol de la Force, *Descriptions de Paris et de ses Environs*, 1742, cité par H. Damisch, « Desargues et la Métaphysique de la Perspective », *DS*, p. 12.

11 *Exemple de l'une des Manières universelles du S. G. D. L., touchant la Pratique de la Perspective sans employer aucun Tiers Point, de Distance ni d'Autre Nature qui soit hors du Champ de l'Ouvrage*, 1636. *Brouillon Projet d'une Manière universelle du S. G. D. L., touchant la Pratique du Trait à Preuve pour la Coupe de Pierres en l'Architecture*, 1640. *Manière universelle de poser le Style aux Rayons du Soleil en quelconque Endroit possible avec la Règle, le Compas, l'Équerre et le Plomb*, 1640 ? « S. G. D. L. » se lit : Sieur Girard Desargues Lyonnais.

> incertitude et fatigue inimaginable. Le désir et l'affection de les soulager, si je pouvais aucunement, de cette peine si laborieuse et souvent ingrate, me fit chercher et publier des règles abrégées de chacun de ces arts [...][12].

Voilà un nouveau type de savant, nettement différent, et d'un scolastique du Moyen Âge, et d'un humaniste de la Renaissance, tous les deux partageant d'ailleurs un attachement aveugle à l'autorité du passé et le mépris ou l'ignorance des métiers du peuple.

Au cours des deux siècles qui séparent Alberti et Desargues, à côté du savoir dominant, rigoureusement rationnel en même temps qu'exclusivement livresque, monopolisé par une élite extrêmement restreinte maîtrisant les langues classiques, nous pouvons constater l'émergence d'un autre savoir, enraciné dans des expériences inconnues des Anciens, cultivé par les gens tenus pour étrangers à la science, circulant sous forme de livres non plus manuscrits en latin mais imprimés en langues vernaculaires, et atteignant ainsi des destinataires beaucoup plus nombreux. Tout de même que les peintres s'efforçaient d'approfondir, pour l'anoblir au rang des arts libéraux, l'art de peindre, par lequel ils exprimaient le monde et jusqu'alors jalousement gardé en secret dans leur guilde[13], de même les autres artisans et les commerçants creusaient et répandaient leurs connaissances par lesquelles ils opéraient sur la nature ou géraient leurs capitaux et marchandises[14]. Nous voyons là un phénomène social propre à l'aube des temps modernes, où se préparait la

---

[12] A. Bosse, *Manière universelle de Monsieur Desargues Lyonnais pour pratiquer la Perspective par Petit Pied comme le Géométral*, Des Hayes, 1648, 1ère page de la *Reconnaissance de Monsieur Desargues* (sans pagination), *Pou*, t. 1, pp. 487-488.

[13] À part Alberti qui, un an après avoir rédigé la version latine de sa *Peinture,* la traduisit en toscan à l'attention de son ami Brunelleschi architecte, on peut penser, entre autres, aux grands artistes comme Léonard de Vinci et Albrecht Dürer, avec leurs ouvrages (ou feuillets volants chez de Vinci) théoriques, écrits dans leur langue maternelle.

[14] Nous nous contentons ici de citer quelques noms: Léonard de Vinci, André Vésale (anatomie) ; Paracelse, Ambroise Paré (chirurgie) ; Fibonacci, Luca Pacioli (comptabilité) ; Niccolò Tartaglia, Simon Stevin (mécanique et génie militaire) ; Albrecht Dürer, Gerardus Mercator (cartographie) ; etc.

révolution des sciences naturelles et des mathématiques qui devait éclater au XVII^e siècle[15].

Certes, Desargues se considérait, comme l'aurait fait n'importe quel savant de l'Antiquité, du Moyen Âge et de la Renaissance, comme un « contemplatif », dont la compétence était supérieure à « toute l'expérience ensemble de tous les meilleurs ouvriers simplement praticiens, et qui n'ont pas de l'esprit de géométrie[16] ». Cette fierté lui coûta des démêlés aigres avec des artisans peu sensibles à son génie, ce qui assombrit la fin de sa vie et hâta son oubli[17]. Mais elle révèle aussi le fait historiquement beaucoup plus significatif, qu'il était parfaitement conscient que chez lui s'opérait une rencontre de deux savoirs complémentaires, l'un rigoureux et aride, l'autre riche et aveugle ; d'où son œuvre unique, à la fois ancrée dans la réalité effervescente de son époque et strictement contrôlée. C'est ainsi que Desargues sut défricher, dans cette très ancienne science qu'est la géométrie, une terre inconnue, qui se nomme aujourd'hui *géométrie projective*.

La pensée la plus féconde de Desargues se trouve formulée dans son traité sur les coniques, publié en 1639, c'est-à-dire un an avant l'article de Pascal, sous le titre peu ordinaire : *Brouillon Projet d'une Atteinte aux Événements des Rencontres du Cône avec un Plan*[18].

---

15 Voir Y. Yamamoto, *Jûroku seiki bunka kakumei¸* [*La Révolution culturelle du XVI^e siècle*], 2 vol., Misuzu Shobô, 2007, *passim*.

16 « [...] on ne doit pas croire [...] que les ouvriers sans géométrie soient meilleurs juges de la bonne ou mauvaise façon de leurs ouvrages que ceux qui savent ordonner comment il faut les faire, [...] ce n'est pas de ces ouvriers-là que ces règles ici de la pratique de la perspective, du trait pour la coupe de pierres et des quadrans plats d'heures égales au soleil demandent le sentiment, c'est des excellents *contemplatifs*, lesquels affranchis de préoccupation, [⋯] par les seules démonstrations géométriques, voient mieux et peuvent mieux assurer à quoi leur exécution aboutira, que ne saurait faire *toute l'expérience ensemble de tous les meilleurs ouvriers simplement practiciens, et qui n'ont pas de l'esprit de géométrie*. » Desargues, *Manière universelle de poser le Style* [...], *Pou*, t. 1, pp. 353-355. Souligné par nous.

17 Sur les « impostures diffamatoires, faussetés calomnieuses, suppositions, falsifications, menteries, larcins et autres allégations ridicules hors de propos » de ses « ennuyeux plagiaires » (in *Reconnaissance* citée ci-dessus, *Pou*, t. 1, pp. 488-489), voir *Tat*, pp. 50-60.

18 « Tous les éléments de ce titre requièrent une sorte de traduction. » J. Mesnard, « Baroque, Science et Religion », *La Culture du XVII^e siècle*, PUF, 1992, p. 328. Outre les deux éditions établies par Poudra (*Pou*, t. I, pp. 103-230) et Taton (*Tat*, pp. 99-180), on peut maintenant

Dans ce texte, le géomètre dit *colonne, cornet* et *coupe de rouleau*, au lieu de cylindre, cône et conique ; plus curieusement encore, pour désigner ce qui se dit d'habitude point, droite, segment, etc., il se sert des termes botaniques tels que *nœud, souche, brin, rameau, branche, tronc,* etc. Cette bizarrerie baroque est-elle simplement une vaine coquetterie comme le dirent certains de ses contemporains malveillants[19], ou plutôt le signe d'un souci pédagogique de la part d'un maître prévenant qui pensait à ses disciples d'humble origine ? Le moins que nous puissions affirmer, c'est qu'elle ne nuit en rien à la rigueur démonstrative du texte, même s'il nous semble que l'on pourrait bien s'en passer sans aucun inconvénient[20].

Voici l'outil de travail que le géomètre élabore pour lui-même. Soit Ω un cercle, o une droite, tels que o coupe trois couples de côtés opposés $\{PQ, RS\}$, $\{PR, QS\}$ et $\{PS, QR\}$ d'un quadrangle $PQRS$ inscrit dans Ω, respectivement en trois couples de points sur o, $\{A, A'\}$, $\{B, B'\}$ et $\{C, C'\}$. De cette configuration, il montre d'abord l'existence d'un point O sur o, tel qu'il satisfasse à la condition (1) :

$$OA \cdot OA' = OB \cdot OB' = OC \cdot OC'$$[21].

De cette égalité qu'il nomme *arbre* (dont o et O sont respectivement le *tronc* et la *souche*), il en déduit la suivante (2) :

$$(AB \cdot AB') : (A'B \cdot A'B') = (AC \cdot AC') : (A'C \cdot A'C')$$[22].

consulter, sur le site *Gallica* de la Bibliothèque nationale de France, la version originale de 1639 (http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k105071b/). Sans renier en rien la valeur des travaux de nos prédécesseurs, nous nous permettons de renvoyer, par le sigle *BP*, au texte que nous sommes en train d'établir sur l'originale, avec la pagination de celle-ci.

19 « [···] L. S. D. [= Le Sieur Desargues] affectait cette façon de mal parler en mathématiques, non seulement pour ne savoir pas la bonne, mais aussi afin que lorsqu'il dirait ce qui est ailleurs, il y eût plus de peine à le reconnaître. » Lettre de J. de Beaugrand, Secrétaire du Roi, le 20 juillet 1640 ; *Pou*, t. 2, pp. 357-358. « [...] lesquelles choses, il a ainsi nommées extraordinairement de noms champêtres, pour tâcher de faire croire qu'il n'avait jamais vu Apollonius, Pappus, etc., et n'avait jamais tiré aucune lumière d'eux, [...]. » G. Huret, *L'Optique de la Portraiture et Peinture*, 1670 ; *Pou*, t. 2, pp. 212-213.

20 En effet, Pascal n'emploie aucun de ces termes inventés par Desargues.

21 *BP*, p. 3. Il faut remarquer que la notation algébrique, perfectionnée par Fermat et Descartes, et utilisée ici pour faciliter notre description, est étrangère, et à Desargues, et à Pascal.

Cette égalité des raisons, dite *involution*[23] sans doute parce qu'elle peut évoquer l'enchevêtrement de rameaux d'un arbre, a ceci de particulier qu'à la différence de toutes les autres notions de grandeur, la projection la laisse intacte. Autrement dit : soit $\{A_\#, A_\#'\}$, $\{B_\#, B_\#'\}$ et $\{C_\#, C_\#'\}$, image perspective quelconque de $\{A, A'\}$, $\{B, B'\}$ et $\{C, C'\}$ satisfaisant à (2) ; alors on a aussi ($2_\#$) :

$$(A_\#B_\# \cdot A_\#B_\#') : (A_\#'B_\# \cdot A_\#'B_\#') = (A_\#C_\# \cdot A_\#C_\#') : (A_\#'C_\# \cdot A_\#'C_\#')^{24}.$$

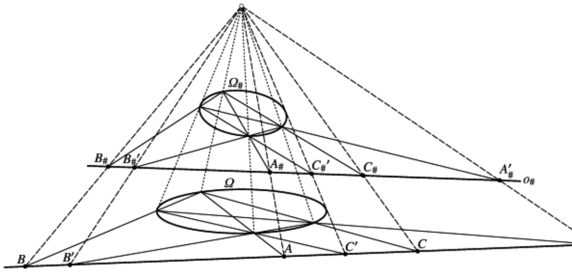


fig. 4

C'est cette invariance de l'*involution*, conçue selon la perspective et démontrée avec la minutie de la géométrie grecque[25], qui permet à Desargues d'unifier la théorie des coniques ; une propriété du cercle Ω qui s'exprime par l'*involution*, une fois prouvée, le sera du même coup, en vertu de la projection, sur n'importe quelle conique $\Omega_\#$[26]. Voilà une nouvelle méthode, inconnue des Anciens et merveilleusement efficace qui, fascinant le jeune disciple de l'inventeur, devait aboutir en moins d'un an à la découverte du *théorème de Pascal*.

II. L'infini dans la géométrie

Parmi tous les cas d'*involution*, il y en a un qui est d'un intérêt exceptionnel. Supposons que dans l'*arbre,* B' et C' coïncident respectivement avec B et C, c'est-à-dire que l'on a la condition (3) :

---

22 *BP*, p. 4.

23 Dans le néologisme de Desargues, c'est le seul terme qui soit en usage aujourd'hui.

24 *BP*, pp. 11-12.

25 C'est surtout le *théorème de Ménélaüs,* attribué à Ptolémée par l'auteur du *Brouillon*, que celui-ci affectionne dans son raisonnement. *BP,* p. 3 et pp. 10-11.

26 *BP*, pp. 16-18.

$$OA \cdot OA' = OB^2 = OC^2.$$

Alors $OB = OC$, donc O est le centre du cercle dont BC est un diamètre. Quant au couple $\{A, A'\}$, plus A s'approche de O, plus A' s'en éloigne. Or que se passe-t-il, si A s'approche de O jusqu'à ce que les deux points coïncident l'un avec l'autre, et qu'ainsi leur distance soit égale à 0 ? Selon les règles ordinaires de l'arithmétique, posant que la longueur du rayon du cercle est égale à 1, la formule (3) s'écrit :

$$0 = 1 = 1,$$

ce qui est évidemment contradictoire. C'est là une aporie, où la raison est obligée de conclure, alors que l'entendement n'y voit rien, comme le déclare le défi aux lecteurs, lancé dans le deuxième paragraphe du *Brouillon* :

> Chacun pensera ce qui lui semblera convenable, ou de ce qui est ici déduit, ou de la manière de le déduire ; et verra que la raison essaie à connaître des quantités infinies d'une part, ensemble des si petites que leurs deux extrémités opposées sont unies entre elles ; et que l'entendement s'y perd, non seulement à cause de leurs inimaginables grandeur et petitesse, mais encore à cause que le raisonnement ordinaire le conduit à conclure des propriétés, dont il est incapable de comprendre comment c'est qu'elles sont[27].

Le premier paragraphe n'étant qu'une remarque sur la typographie[28], ces mots provocateurs constituent effectivement l'*incipit* du texte, et ce statut nous signale quelle était la préoccupation majeure de Desargues dans ce *Brouillon*. Dans sa classification des coniques (*coupes de rouleau* selon lui), il répète le mot « inimaginable », en insistant sur l'impuissance de l'« entendement » :

---

[27] *BP*, p. 1.

[28] « Il ne sera pas malaisé de faire ici la distinction nécessaire d'entre les impositions de nom, autrement définitions, les propositions, les démonstrations quand elles sont en suite, et les autres espèces de discours ; non plus que de choisir entre les figures celle qui a rapport au période qu'on lit, ou de faire ces figures sur le discours. » *BP*, p. 1.

> Si le sommet du rouleau se trouve à distance infinie, l'événement en est *inimaginable*, et *l'entendement est incapable de comprendre*, comment les événements que le raisonnement en fait conclure peuvent être. // [...].
>
> Si cette rencontre est à distance infinie, l'événement en est *inimaginable*, et *l'entendement trop faible pour comprendre* comment peut être ce que le raisonnement lui en fait conclure. // [...].
>
> Quand un semblable plan de coupe rencontre un rouleau ailleurs qu'à son sommet, en façon que la droite qui décrit ce rouleau se trouve quelquefois parallèle à ce plan de coupe, l'événement de cette espèce est du tout *inimaginable* pour le regard de l'espèce de rouleau nommée cylindre, et encore pour l'espèce nommée cône quand la rencontre est à distance infinie[29].

Comment sauver de cette aporie la fondation de sa théorie ? La réponse de Desargues est une supposition sur la notion d'infini :

> Ici une ligne droite est entendue allongée au besoin à l'infini d'une part et d'autre[30].

> Ou bien, d'autant plus que le nœud intérieur A d'une couple de nœuds extrêmes $\{A, A'\}$ est proche de la souche O, d'autant plus le nœud extérieur A' de la même couple de nœuds extrêmes $\{A, A'\}$ est éloigné de la même souche O. Et au rebours.
>
> Ainsi, pendant que le nœud intérieur A d'une couple de nœuds extrêmes $\{A, A'\}$ est disjoint ou désuni à la souche de l'arbre [= O], le nœud extérieur de la même couple [= A'] est au tronc [= la droite sur laquelle se trouvent O, A et A'] *à distance finie*. Et au rebours.
>
> Et quand le nœud intérieur d'une couple d'extrêmes [= A] est joint ou bien uni à la souche de l'arbre [= O], le nœud extérieur de la même couple [= A'] est au tronc *à distance infinie*. Et au rebours[31].

Autrement dit : sur la droite numérique dont chaque point correspond uniquement à un seul numéro, on suppose qu'il existe un point idéal à distance infinie d'une part et d'autre, tel que le point 0 s'accouple à

---

[29] *BP*, pp. 14-15. Souligné par nous.

[30] *BP*, p. 1.

[31] *BP*, p. 6. Souligné par nous.

ce point idéal, de la même manière qu'un point quelconque $a \neq 0$ s'accouple au point $1/a$.

Cette nouvelle conception mène à ce qui peut paraître contradictoire :

> Pour donner à entendre de plusieurs lignes droites, qu'elles sont toutes entre elles *ou bien parallèles, ou bien inclinées à un même point*, il est ici dit que toutes ces droites sont d'une même *ordonnance* entre elles ; par où l'on concevra de ces plusieurs droites, qu'en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux espèces de position, *elles tendent comme toutes à un même endroit*.
>
> L'endroit auquel on conçoit que tendent ainsi plusieurs droites en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux espèces de position, est ici nommé le *but* de l'ordonnance de ces droites.
>
> Pour donner à entendre l'espèce de position d'entre plusieurs droites en laquelle elles sont *parallèles* entre elles, il est ici dit que toutes ces droites sont entre elles d'une même ordonnance, dont le but est *à distance infinie* en chacune d'elles d'une part et d'autre.
>
> Pour donner à entendre l'espèce de position d'entre plusieurs droites en laquelle elles sont *inclinées à un même point*, il est ici dit que toutes ces droites sont entre elles d'une même ordonnance, dont le but est *à distance finie* en chacune d'elles.
>
> *Ainsi deux quelconques droites en un même plan sont entre elles d'une même ordonnance, dont le but est à distance ou finie, ou infinie*[32].

Autrement dit : toutes deux droites distinctes en un même plan se rencontrent uniquement en un seul point : soit en un point idéal qui se trouve à distance infinie d'une part et d'autre sur chacune d'elles, si elles sont parallèles ; soit en un point ordinaire, si elles ne le sont pas.

Les droites parallèles se rencontrent, tout autant que celles qui ne le sont pas. En fait, ce n'est pas du tout un paradoxe. Nous autres modernes, ne trouvons-nous pas plutôt banal le fait que dans un tableau obéissant aux lois de la perspective, les parallèles sont représentées en telle sorte qu'elles convergent vers un point sur une

[32] *BP*, p. 1. Souligné par nous.

droite, qui représente l'horizon, lequel est censé être situé à une distance infinie ? C'est ce mode de représentation qui se trouve maintenent mis au fondement d'une nouvelle géométrie. Pour nous servir des termes actuels, l'intersection des parallèles est un *point à l'infini*, et la droite qui joint deux points à l'infini est la *droite à l'infini*. Ces entités idéales n'ont théoriquement rien de différent d'un point ou d'une droite ordinaires, et nous permettent de poser deux axiomes (dont l'un est tiré du premier postulat des *Éléments* d'Euclide) :

> *Axiome I* : Tous deux points distincts se joignent uniquement par une seule droite.

> *Axiome II* : Toutes deux droites distinctes en un même plan se rencontrent uniquement en un seul point.

L'exemple des deux propositions suivantes, nettement distinctes dans le cadre de la géométrie euclidienne, nous fait entrevoir la puissance et l'élégance de cette invention :

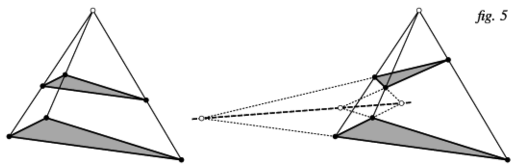


fig. 5

> *Proposition 1* : Soit deux triangles *ABC* et *DEF*, tels que trois droites qui joignent trois couples de sommets correspondants {*A, D*}, {*B, E*} et {*C, F*}, se rencontrent en un même point *O*, et que les côtés correspondants de deux couples {*AB, DE*} et {*BC, EF*} sont respectivement parallèles. Alors les côtés correspondants du troisième couple {*CA, FD*} sont aussi parallèles.

> *Proposition 2 (Théorème de Desargues)* : Soit deux triangles *ABC* et *DEF*, tels que trois droites qui joignent trois couples de sommets correspondants {*A, D*}, {*B, E*} et {*C, F*}, se rencontrent en un même point *O*. Alors les trois points *P*, *Q* et *R*, où se rencontrent respectivement trois couples de côtés correspondants, {*AB, DE*}, {*BC, EF*} et {*CA, FD*}, se trouvent sur une même droite *o*.

Voyons que la *proposition 1* n'est qu'un cas particulier de la *proposition 2*. En effet, dans la *proposition 1,* le parallélisme de {*AB, DE*} et {*BC, EF*} signifie que leurs intersections respectives (*P* et *Q* projetés à l'infini) se trouvent sur la droite à l'infini (*o* à l'infini). Donc l'intersection du couple {*CA, FD*} (*R* à l'infini) se trouve elle aussi sur cette droite à l'infini ; autrement dit, *CA* et *FD* sont parallèles elles aussi. Ainsi, dans la géométrie projective, peut-on bien se passer de la distinction parallélisme / non-parallélisme, qui brouille trop souvent les arguments dans la géométrie euclidienne.

Remarquons de plus la symétrie parfaite des deux axiomes posés ci-dessus. De cette propriété suit qu'une proposition sur les points, aussi longtemps qu'elle s'appuie sur ces axiomes, se transforme automatiquement en proposition sur les droites, et *vice versa*, par le remplacement systématique des termes correspondants comme : {point ↔ droite} ; {sommet ↔ côté} ; {(deux droites) se rencontrer en (un point) ↔ (une droite) joindre (deux points)} ; {(plusieurs points) se trouver sur (une droite) ↔ (plusieurs droites) passer par (un point)} ; etc. Voici ce qui se passe, quand on traduit le *théorème de Pascal* de cette manière :

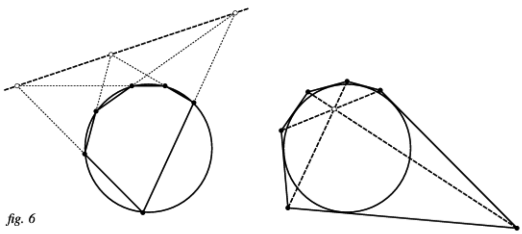


fig. 6

Théorème de Pascal : Soit *A, B, C, D, E* et *F*, six « sommets » d'un hexagramme « inscrit » dans une conique. Alors trois « points » *P*, *Q* et *R*, « où se rencontrent » respectivement trois couple de « côtés » opposés {*AB*, *DE*}, {*BC*, *EF*} et {*CD*, *FA*}, « se trouvent sur » une même « droite » *o*.

Théorème de Brianchon : Soit *a, b, c, d, e* et *f*, six « côtés » d'un hexagramme « circonscrit » à une conique. Alors trois « droites » *p*, *q* et *r*, « qui joignent » respectivement trois couple de « sommets » opposés {*a*b*, *d*e*}, {*b*c*, *e*f*} et {*c*d*, *f*a*}, « se rencontrent en » un même « point » *O* (*x*y* : intersection de *x* et *y*).

Sans ce *principe de dualité*, qui peut imaginer le rapport de ces deux théorèmes ? Or ce n'est qu'au début du XIXe siècle, que ce principe[33], aussi bien que le deuxième théorème[34] qui l'illustre si admirablement, furent mis au jour. Nous nous demanderons ailleurs d'où vient cet intervalle si long qui sépare ces deux théorèmes duaux.

L'invention de Desargues, dont nous venons d'indiquer l'origine perspectiviste et quelques développements théoriques de base, s'enracine, non seulement dans l'histoire des mathématiques, mais aussi dans celle de la cosmologie et de la phyisique. Juste après avoir introduit la notion d'infini, il en effleure une des conséquenses immédiates ; l'identification du cercle et de la droite :

> En concevant qu'une droite infinie, ayant un point immobile, se meut en toute sa longueur, [...].
>
> Quand *le point immobile* de cette droite est *à distance finie*, et qu'elle se meut en un plan, [...] on voit [...] que tout autre point que l'immobile de cette droite va traçant une ligne [...] courbée en pleine rondeur, autrement la *circulaire*.
>
> Quand *le point immobile* de cette droite est *à distance infinie*, et qu'elle se meut en un plan, [...] on voit [...] que tout autre point que l'immobile de cette droite va traçant [...] une ligne *droite* et perpendiculaire à celle qui se meut.
>
> Et suivant la pointe de cette conception, finalement on y voit [...] le rapport entre *la ligne droite* et *la circulaire*, en façon qu'elles paraissent être *deux espèces d'un même genre*, dont on peut énoncer le tracement en même parole[35].

La droite, c'est le cercle dont le centre est à l'infini. Cette abolition de la distinction des deux figures, jointe à cet aveu de l'impuissance de l'entendement humain qui occupe tellement le géomètre, nous fait inévitablement penser à ce que Nicolas de Cues (1401-1464) avait donné deux siècles avant, dans son *De Docta Ignorantia* (1440),

---

[33] J.-V. Poncelet, *Traité des Propriétés projectives des Figures,* Gauthier-Villars, 1822.

[34] Ch.-J. Brianchon, « Sur les Surfaces courbes du Second Degré », *Journal de l'École Polytechnique*, XIIIe Cahier, t. 6, 1806, pp. 297-311.

[35] *BP*, pp. 1-2. Souligné par nous.

pour le premier exemple de la « coïncidence des opposés », signe lointain de Dieu infini et inconnaissable :

> Primum autem, quod linea infinita sit recta, patet : diameter circuli est linea recta, et circumferentia est linea curva maior diametro ; si igitur curva linea in sua curvitate recipit minus, quanto circumferentia fuerit maioris circuli, igitur circumferentia maximi circuli, quae maior esse non potest, est minime curva ; quare maxime recta. Coincidit igitur cum maximo minimum, ita ut ad oculum videatur necessarium esse, quod maxima linea sit recta maxime et minime curva[36].

Un fait nous frappe ; c'est que *De Docta Ignorantia* fut achevé en 1440, tandis que *De Pictura* d'Alberti, par la citation duquel nous avons entamé la discussion, le fut en 1435, seulement cinq ans avant l'ouvrage du cardinal cusain. Est-ce un hasard insignifiant ? Peut-être que non, s'il est vrai que, d'une part, la perspective est une de ces « formes symboliques » (Cassierer, Panofsky) grâce auxquelles « un contenu signifiant d'ordre intelligible s'attache à un signe concret d'ordre sensible pour s'identifier profondément à lui[37] », et que, d'autre part, « toute réflexion visant à concevoir la philosophie de la Renaissance comme une unité systématique doit prendre pour point de départ la doctrine de Nicolas de Cues[38] ».

Dans son traité, cet initiateur d'une nouvelle ère s'affranchit de la conception médiévale du « cosmos » aristotélicien, hiérarchiquement structuré autour du plus bas qu'est la terre, et clôturé par les sphères

---

[36] N. Cusanus, *De Docta Ignorantia*, 1440, lib. I, cap. XIII, dans Ausg. von E. Hoffmann und R. Klibansky, Leipzig, 1932, S. 25. « Premièrement, il est évident que la ligne infinie est droite : le diamètre du cercle est une droite, et la circonférence, une courbe plus grande que le diamètre ; or, si la courbure de la courbe s'atténue à mesure que croît la circonférence, la circonférence du cercle maximal, qui ne peut être plus grand, est courbe au minimum, et par conséquent, est droite au maximum. Le minimum coïncide donc avec le maximum, de telle sorte qu'il semble nécessairement à l'œil que la ligne maximale soit droite au maximum et courbe au minimum. » N. de Cues, *La Docte Ignorance*, trad. par P. Caye, D. Larre, P. Magnard et Fr. Vengeon, GF Flammarion, 2013, p. 65.

[37] E. Panofsky, *Perspektive als symbolische Form*, Vorträge der Bib. Warburg, 1924-1925 ; *La Perspective comme Forme symbolique*, trad. sous la dir. de G. Ballangé, Minuit, 1975, p. 78.

[38] E. Cassierer, *Individuum und Kosmos in der Philosophie der Renaissance*, 1927 ; *Individu et Cosmos dans la Philosophie de la Renaissance*, trad. par P. Quillet, Minuit, 1983, p. 13.

célestes. Selon sa conception métaphysique novatrice, l'univers est indéterminé (*interminatum*) ; déploiement (*explicatio*) maximal de l'unité divine où coïncident tous les opposés (*complicatio*), son maximum (la limite) coïncide avec son minimum (le centre) en Dieu ; d'où, physiquement, il n'a ni de limite, ni de centre.

Au XVI^{e} siècle, Giordano Bruno (1548-1600) osa faire un pas de plus qui devait lui coûter sa vie ; il fut accusé par l'Église d'avoir fervemment prêché l'infinité positive de l'univers, et périt sur le bûcher. On n'est plus loin du moment où, d'une part, Pascal fera dire au libertin : « Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraie[39] », et d'autre part, Descartes, philosophe du *cogito*, se vantera de rendre l'homme « comme maître et possesseur de la nature[40] », laquelle n'est, pour le *sujet* humain pensant, plus qu'un simple *objet*, entendue comme étendue indéfinie de l'espace.

C'est parallèlement à ce processus allant « du monde clos à l'univers infini[41] » (Koyré), que les peintres, puis les praticiens mathématiques aussi[42], approfondissaient la perspective, application de la géométrie qui est la science de l'espace rationnel, c'est-à-dire infini, continu et homogène.

Johannes Kepler (1571-1630) fut un des témoins du drame de Bruno. Sans partager sa thèse, il fut pourtant, avec Desargues, le premier à découvrir l'infini géométrique. Dans le cadre de ses recherches optiques, il s'interroge sur la nature des coniques[43]. Le plus souvent, ces courbes se définissent de la façon suivante :

---

39 Pascal, *Pensées*, éd. par Ph. Sellier, Classique Garnier, 1999 (sigle : *Sel*), fr. 233.

40 Descartes, *Discours de la Méthode*, *AT*, t. 6, p. 62.

41 A. Koyré, *From the closed World to the Infinite Universe*, Baltimore, John Hopkins Univ. Press, 1957, *Du Monde clos à l'Univers infini*, trad. par R. Tarr, Gallimard, 1973.

42 Par exemple : D. Barbaro, *La Practica della Perspettiva*, 1569 ; G. B. Vignola, *Le Due Regole della Prospettiva*, 1583 ; G. del Monte, *Perspectivae Libri six*, 1600 ; S. Stevin, *Wisconstighe Ghedachnissen van der Deursichtighe*, 1605 ; etc.

43 J. Kepler, *Ad Vitellionem Paralipomena, quibus Astronomiae Pars optica traditur*, Frankfurt, 1604, cap. 4, pp. 92-96 ; *Optics, Palaliponema to Witelo & Optical Part of Astronomy*, trad. by W. Donahue, Santa Fe, Green Lion Press, , 2000, pp. 106-110.

- L’ellipse et l’hyperbole sont respectivement le lieu des points dont la somme ou la différence des distances de deux points donnés est constante ;
- La parabole est le lieu des points dont la distance d’un point donné et celle d’une droite donnée sont égales l’une à l’autre.

Ces points donnés se nomment *foyers* ou *points brûlants*, selon leur propriété optique qui fait que ces courbes font y converger les rayons lumineux. Pourquoi l’ellipse et l’hyperbole en ont-elles deux, alors que la parabole n’en a-t-elle qu’un ? La réponse de Kepler est digne d’admiration.

En adaptant aux coniques en général l’identification des figures à la manière de Nicolas de Cues, il part de ces constatations :

- La droite est la courbe dont la courbure est minimale, le cercle, maximale, et la parabole, moyenne ; ce qui fait que toute droite est semblable à toute autre droite, comme tout cercle à tout autre cercle, et toute parabole à toute autre parabole ;
- Quand la parabole tend, d’un côté, vers la droite, elle devient l’hyperbole ; celle-ci participe de la droite, en ceci que ses deux branches sont soutenues par deux droites, ses asymptotes ;
- Quand la parabole tend, d’autre côté, vers le cercle, elle devient l’ellipse ; celle-ci participe du cercle, en ceci qu’elle est délimitée dans un espace fini ;
- Selon les degrés de participation, la forme de l’hyperbole et celle de l’ellipse varient indéfiniment.

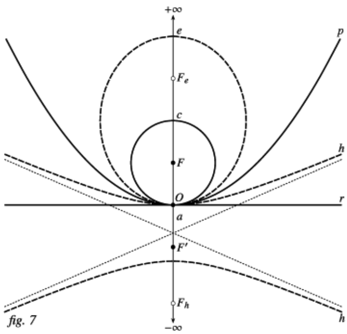


fig. 7

Que se passe-t-il, quand on applique aux foyers de l’hyperbole et à ceux de l’ellipse l’opération que Desargues décrit avec les points A et A' dans l’*arbre* ?

Soit F et F_h les foyers de l’hyperbole h ; F et F_e ceux de l’ellipse e. Soit p la parabole dont le foyer est F. Soit O le sommet de h, p et e, par où passent le cercle c et la droite *r*, laquelle y est tangente à toutes ces courbes. Soit *a* l'axe de celles-ci.

- Plus F_h s'approche de F', symétrique de F par rapport à O, plus les deux branches de *h*, ainsi que ses deux asymptotes, s'approchent de *r*.
- Plus F_e s'approche de F, plus *e* s'approche de *c*.

La continuité *h-r* et *e-c* se voit donc dans le cadre du fini, alors que les deux cas suivants, chacun à sa manière, s'ouvrent à l'infini.

- Plus F_h s'éloigne de la position initiale vers le bas sur *a*, plus une des branches de *h* s'approche de *p*.
- Plus F_e s'éloigne de la position initiale vers le haut sur *a*, plus *e* s'approche de *p*.

Et *h,* et *e,* s'approchent tous les deux de *p*, à mesure que les deux foyers s'éloignent l'un de l'autre. De là, Kepler conclut que la parabole aussi a deux foyers, dont le deuxième se trouve sur son axe à l'infini d'une part et d'autre. Cette continuité sans saut des coniques :

ellipse ↔ parabole ↔ hyperbole,

assurée chez Kepler aussi par l'intermédiaire de l'infini, Desargues la reprend dans son *Brouillon*, au moyen de sa méthode originale, à savoir projective.

Mais que signifie cette entité « inimaginable », qui fonde une nouvelle géométrie si puissamment unificatrice, sans que l'on sache exactement ce qu'elle est ? Nous lisons de l'hésitation chez le géomètre dans une *déclaration de sentiment,* énoncée presque à la fin de l'*Avertissement*, mélange d'*addenda* et d'*errata* du *Brouillon* :

> En géométrie on ne raisonne point des quantités avec cette distinction qu'elles existent ou bien effectivement en acte, ou bien seulement en puissance, ni du général de la nature avec cette décision qu'il n'y ait en elle que l'entendement ne comprenne[44].

[44] 3e page de l'*Avertissement* (sans pagination).

Dans les années 1630 où le procès du Galilée vieilli et affaibli effrayait les savants de toute l'Europe, admettre l'existence de l'infini en acte dans la nature, autrement dit l'infinité de l'univers, signifiait se ranger du côté de l'héliocentrisme contre l'Église. Nous pouvons imaginer facilement la prudence que Desargues dût s'imposer, à la mesure de sa hardiesse géométrique. Il n'en reste pas moins qu'il ose laisser l'« entendement » poursuivre ses « raisonnements » hasardeux :

> L'entendement se sent vaguer en l'espace, duquel il ne sait pas d'abord s'il continue toujours, ou s'il cesse de continuer en quelque endroit. Afin de s'en éclaircir il raisonne par exemple en cette façon. Ou bien l'espace continue, ou bien il cesse de continuer en quelque endroit. S'il cesse de continuer en quelque endroit, où que ce puisse être, l'imagination y peut aller en temps. Or jamais l'imagination ne peut aller en aucun endroit de l'espace, auquel cet espace cesse de continuer. Donc l'espace et conséquemment la droite continuent toujours. Le même entendement raisonne encore et conclut les quantités si petites que leurs deux extrémités opposées sont unies entre elles, et *se sent incapable de comprendre l'une et l'autre de ces deux espèces de quantités*, sans avoir sujet de conclure que l'une ou l'autre n'est point en la nature, non plus que les prorpriétes qu'il a sujet de conclure de chacune d'elles, encore qu'elles semblent impliquer, à cause qu'*il ne saurait comprendre comment elles sont telles qu'il les conclut par ses raisonnements*[45].

Ainsi une même incertitude, non seulement logique, mais aussi physique et métaphysique, traverse-t-elle d'un bout à l'autre l'audace mathématique du *Brouillon*.

III. Ce que Pascal apprit de Desargues

Revenons de nouveau à Pascal. Après son *Essai* de 1640, il aurait bien poursuivi ses études sur la géométrie projective. Dans la liste de ses travaux scientifiques dressée en 1654 à l'attention de l'Académie

---

[45] 3e et 4e pages de l'*Avertissement*. Souligné par nous.

parisienne, se trouvent des titres tels que : *Promotus Apollonius Gallus*, *Tactiones sphericae*, *Tactiones conicae*, *Loci solidi*, *Loci plani*, *Conicorum Opus completum*, *Perspectivae Methodus*[46]. Selon Leibniz, à qui Etienne Périer, neveu de Pascal, communiqua son dossier sur les coniques en 1676, cet *Opus completum* comportait les six pièces suivantes : *Generatio Conisectionum, Tangentium et Secantium, seu Projectio Peripheriae, Tangentium et Secantium Circuli in quibuscumque Oculi, Plani ac Tabellae Positionibus* ; *De Hexagrammo mystico et Conico* ; *De quattuor Tangentibus et Rectis Puncta Tangentium jungentibus, unde Rectarum harmonice sectarum Proprietates oriuntur* ; *De Proportionibus Segmentorum secantium et tangentium* ; *De Tactionibus conicis* ; *De Loco solido*. Leibniz les jugea « assez entières et finies pour paraître à la vue de public[47] », et recommanda aux héritiers de Pascal de « ne pas tarder davantage afin que ces pensées ne perdent pas la grâce de la nouveauté[48] ». Ceux-ci négligèrent ce conseil, et aujourd'hui il ne reste de cette liste qu'une copie manuscrite de *Generatio Conisectionum*[49], que fit prendre le premier et dernier lecteur compétent de ces travaux regrettés, Leibniz.

Cela ne signifie pourtant pas du tout que les leçons que Pascal aurait tirées de Desargues soient perdues pour toujours ; au contraire, il s'en trouve des traces çà et là dans les derniers écrits de Pascal, intitulés *Pensées*[50]. Le nom de Desargues y apparaît une fois :

> On distingue des fruits des raisins, et entre ceux-là les muscats, et puis Condrieu, et puis Desargues, et puis cette ente. Est-ce tout ? En a-t-elle jamais produit deux grappes pareilles ? Et une grappe a-t-elle deux grains pareils[51] ?

---

[46] *Mes*, t. 2, pp. 1033-1035.
[47] *Mes*, t. 2, pp.1103-1104.
[48] R. Taton, « Desargues et le Monde scientifique de son Époque », *DS*, p. 48.
[49] *Mes*, t. 2, pp. 1108-1119.
[50] Voir J. Mesnard, « Desargues et Pascal », *DS*, pp. 87-100.
[51] *Sel*, fr. 465. Condrieu, dont les ancêtres paternels de Desargues sont issus, est une commune de la banlieue lyonnaise, où il possédait en effet un vignoble. Voir. *Cha,* p. 114.

Le mouvement du regard qui va du général au singulier évoque bien un cône, d'où serait coupé un paysage mis en perspective. Et ce n'est pas seulement dans la peinture que le point de vue entre en jeu :

> Ainsi les tableaux vus de trop loin et de trop près. Et il n'y a qu'un point indivisible qui soit le véritable lieu. Les autres sont trop près, trop loin, trop haut ou trop bas. La perspective l'assigne dans l'art de peinture. Mais dans la vérité et dans la morale, qui l'assignera[52] ?

Ou plus métaphoriquement :

> Ceux qui sont dans le dérèglement disent à ceux qui sont dans l'ordre que ce sont eux qui s'éloignent de la nature, et ils la croient suivre : comme ceux qui sont dans un vaisseau croient que ceux qui sont au bord fuient. Le langage est pareil de tous côtés. Il faut avoir un point fixe, pour en juger. Le port juge ceux qui sont dans un vaisseau. Mais où prendrons-nous un port dans la morale[53] ?

La réponse à cette question métaphysique et éthique nous rappelle que l'on est en plein milieu d'une entreprise apologétique :

> Jésus-Christ est l'objet de tout et le centre où tout tend[54].

Ce point crucial n'est pourtant ni unique, ni immobile ; pour un paysage donné, dont l'horizon soit la base circulaire du cône visuel, on peut situer le point de vue de façon tout à fait arbitraire. De plus, selon la position du plan coupant le cône, l'image perspective de la base sur ce plan varie indéfiniment, allant de l'ellipse fermée sur elle-même jusqu'à la parabole et à l'hyperbole ouvertes à l'infini. Cette diversité corrélative du point de vue et de l'image ne concerne pas seulement la géométrie et la peinture, mais aussi la morale :

> Gradation. Le peuple honore les personnes de grande naissance. Les demi-habiles les méprisent, disant que la naissance n'est pas un

[52] *Sel*, fr. 55.
[53] *Sel*, fr. 576.
[54] *Sel*, fr. 690.

avantage de la personne, mais du hasard. Les habiles les honorent, non par la pensée du peuple, mais par la pensée de derrière. Les dévots, qui ont plus de zèle que de science, les méprisent, malgré cette considération qui les fait honorer par les habiles, parce qu'ils en jugent par une nouvelle lumière que la piété leur donne. Mais les chrétiens parfaits les honorent par une autre lumière supérieure. Ainsi se vont les opinions succédant du pour au contre, selon qu'on a de lumière[55].

Ce va-et-vient ascendant, où se rend-il ?

> Quand on veut reprendre avec utilité et montrer à un autre qu'il se trompe, il faut observer par quel côté il envisage la chose, car elle est vraie ordinairement de ce côté-là, et lui avouer cette vérité, mais lui découvrir le côté par où elle est fausse. Il se contente de cela, car il voit qu'il ne se trompait pas et qu'il manquait seulement à voir tous les côtés. Or on ne se fâche pas de ne pas tout voir, mais on ne veut pas être trompé. Et peut-être que cela vient de ce que naturellement l'homme ne peut tout voir, et de ce que naturellement il ne se peut tromper dans le côté qu'il envisage, comme les appréhensions des sens sont toujours vraies[56].

Pour un être fini, la marche vers la vérité des choses ne peut être donc qu'un itinéraire sans fin, comme une asymptote de l'hyperbole qui, s'en approchant infiniment, ne l'atteint jamais.

Mais c'est là qu'étincelle le précepte du Desargues géomètre ; plus on est minuscule, plus on s'élance loin vers l'infini, à un tel point inimaginable que les parallèles s'y rencontrent :

> Par l'espace l'univers me comprend et m'engloutit comme un point, par la pensée je le comprends[57].

> C'est donc être misérable que de se connaître misérable, mais c'est être grand que de connaître qu'on est misérable[58].

[55] *Sel*, fr. 124.
[56] *Sel*, fr. 579.
[57] *Sel*, fr. 145.
[58] *Sel*, fr. 146.

De ce renversement dramatique s'ensuit une exhortation morale, où nous lisons une des phrases les plus célèbres des *Pensées* :

> L'homme n'est qu'un roseau, le plus faible de la nature, mais c'est un roseau pensant. Il ne faut pas que l'univers entier s'arme pour l'écraser, une vapeur, une goutte d'eau suffit pour le tuer. Mais quand l'univers l'écraserait, l'homme serait encore plus noble que ce qui le tue, puisqu'il sait qu'il meurt et l'avantage que l'univers a sur lui. L'univers n'en sait rien[59].

> Toute notre dignité consiste donc en la pensée. C'est de là qu'il faut nous relever, et non de l'espace et de la durée, que nous ne saurions remplir.
>
> Travaillons donc à bien penser. Voilà le principe de la morale[60].

Ainsi est-ce en géomètre perspectiviste que l'on pénètre la misère et la grandeur humaines à travers l'immensité de l'univers.

---

[59] *Sel*, fr. 231.
[60] *Sel*, fr. 232.