

東京大学 大学院新領域創成科学研究科  
基盤科学研究系 先端エネルギー工学専攻  
2011年3月修了 修士論文要旨

## 非線形変調するアルフベン波の可積分性と構造の解析

学生証番号 47-096059 氏名 江本 伸悟  
(指導教員 吉田 善章 教授)

Key Words : Alfvén wave, Hall MHD, Casimir, Hamiltonian system, Integrable system

プラズマは流れや圧力勾配を持つ多様な平衡構造を持ち得る。何故このような、エネルギー最小状態から離れた多様な平衡構造が存在し得るかについては、ハミルトン力学系の観点から研究が為されている。ハミルトン力学系の観点からは、平衡構造=定常解は系の持つ保存量によって特徴付けられる。特に、ポアソン括弧の位相欠陥に由来を持つ保存量をカシミール元と呼ぶが、このカシミール元によって特徴付けられる構造は、流れを持つ構造と成り得る[1]。本論文では、このような「流れを持つ構造」に摂動が加わったとき、系がどのような応答を示すのかということに着目している。

本論文が「流れを持つ構造」の具体例として解析の光を当てるのは、プラズマ中の背景磁場に沿って一次元的に揺動磁場(流速)を伝えるアルフベン波である。上述の言葉で述べるならば、アルフベン波は、プラズマの2流体描像を記述するHall Magneto Hydrodynamic方程式のカシミール元によって特徴付けられる構造である。このアルフベン波に、圧縮性という摂動が加わったときの振る舞いは、非線形アルフベン波方程式によって記述される[2]。

本論文では、この非線形アルフベン波方程式を持つ定常進行波を記述する定常進行アルフベン波方程式を導き、その可積分性と構造について解析している。まず初めに、定常進行波アルフベン波方程式はハミルトニアンと、それに独立な第一積分を持つ可積分系であるということが示される。これの意味する所は、アルフベン波に圧縮が加わり波が変調をする際にも、定常進行する変調波は秩序的な波形を保つということである。次に、この第一積分を用いて変数分離が進められ、方程式が積分可能な形へと変形される。もちろん解が初等関数表示される訳ではない。それは楕円積分に良く似た、しかしそれよりは複雑な積分関数の逆関数として与えられる。この積分関数において積分されているポテンシャルの形状を調べることで、定常進行する変調波の波形の具体的なパターンが3つほど明らかにされる。それは、空間の全域に渡って周期的に変調している周期変調波形、或は一箇所だけで変調しているが他の領域では変調していない局所変調波形、変調の無い領域と局所的に変調している領域とが不規則に組み合わせられた特異変調波形の3つである。周期変調波は、線形のポテンシャルからでも発生し得る波形であるが、それに対して局所変調波と特異変調波は、非線形のポテンシャルからしか生じ得ない真に非線形な変調波である。特に、最後の特異波は、ポテンシャルがリップシッツ不連続な特異点を持つことから生じる極めて非線形性の強い波である。これは、アルフベン波に圧縮が加わって変調するときに、波の所々に局所変調が生じるような変調の仕方が在り得るということを述べている。自然界の摂動による変調を考えたとき、不規則な局所変調が生じることは十分に考えられ、このような変調の在り方に数学的な抛り所を与える結果である。

### 参考文献

- [1]吉田善章,プラズマ・核融合学会誌(解説) 86,209(2010)
- [2]Z. Yoshida, 京都大学・数理解析研究所講究録(2011予定)