

ジャイロ型発電機の定常解析とインピーダンス制御

086686 岩崎 淳
指導教員 保坂 寛 教授

The gyroscopic power generator produces high-speed rotation of magnets from low-frequency vibrations and supplies electric power to information and communication devices that are vibrated on a daily basis through human behavior. In this paper, to increase stability and output power of the generator, a simple equation is derived that indicates the relationship among input vibration, rotor movement, impedance of the rotor, as well as the critical conditions for stable rotation. The theory is verified by an experiment that maintains the stability of rotation for variable input vibration by changing the electromechanical impedance according to the rotor precession angle.

Key words: Gyroscopic power generator, Impedance control, Phase difference

1 序論

情報通信デバイスの小型化によりユビキタス情報システムが実現しつつある。そのセンサーネットワーク構築のために、環境中の光、熱、振動などを電力とする小型エネルギー源の研究が各種行われている。

回転体の自転と歳差運動を組み合わせ、入力振動の数十倍の周波数の回転運動を発生し、保持する運動エネルギーを大幅に増大させる機構が Archie L. Mishler²⁾ により考案されている。筆者らはこれに電磁誘導機構を組み込み、高効率な発電機を開発している³⁾ エネルギーの取り込みに歳差運動による書く運動量変化、すなわちジャイロ効果を利用することから、これをジャイロ型発電機と呼んでいる。

ジャイロ型発電機は 1[W]程度の大出力が可能であるが、安定性が低いという欠点がある。本研究では、回転安定化の第一歩として、定常状態の安定性指標である歳差運動の位相角を評価する。まず先行研究による定常状態における位相角の近似計算式を導出する。さらに過渡状態における近似解を導出し、安定領域を求める。次に、位相角をストロボ画像により計測し、コイルの巻数や外付け抵抗などにより電気機械インピーダンスを変化させ、理論の妥当性を確認する。また、シミュレーションによって初期状態による安定領域を調べる。最後に、発電機に内蔵するコイル出力から位相角を計測する方法を示し、簡便な制御が可能であることを示す。

2 ジャイロ型発電機の理論解析

先行研究による安定解析理論を述べる。ジャイロ型発電機の構造を Fig.1 に示す。ロータが自転しているときに外部から振動が加わると歳差運動が起こる。発電コイルには、磁石を取り付けたロータの回転数と同じ周波数の交流電圧が発生する。センシングコイルにも同じ周波数の電圧が発生するが、その振幅は、ロータの歳差角により変化する。ロータとコイルが直交するときに振幅最大となり、平行なときに最小（ほぼゼロ）となる。出力の安定する発電コイルを外部機器のエネルギー源とし、センシングコイルは位相計測にのみ使用する。

定常状態における歳差運動を説明する。ロータ軸に固定した座標系を用い、 L をロータの角運動量、 Ω を座標系の角速度、 M をモーメントとすると、ロータの運動はオイラーの方程式(1)で表される。

$$\frac{\partial \vec{L}}{\partial t} + \vec{\Omega} \times \vec{L} = \vec{M} \quad (1)$$

また $\theta = \theta_0 \sin \alpha$ を加振角度、 α をロータの歳差回転角、 γ

を自転角、 σ を電磁誘導によるダンピング係数（電気機械インピーダンス）とすると次式を得る。

$$\xi(\eta \dot{\omega}_1) - [\dot{\omega}_3 + \xi \dot{\alpha} \omega_2 + (1 - \eta) \omega_1 \omega_2] + \frac{\sigma \xi}{I_2} \omega_1 = 0 \quad (2)$$

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ は Fig.1 の x, y, z 軸回りの角速度である。 ξ は半径比、 η は x 軸と y 軸周りの慣性能率の比、 σ は損失である。

次に(2)式の近似解を求める。ロータの自転速度が一定で、かつ入力振動と歳差運動が同期しているものとする。両者は一定の位相差 ϕ をもつ。

$$\phi = \alpha - \pi \quad (3)$$

さらにロータ軸がトラックに対してすべりが無いとすると自転速度 $\dot{\gamma}$ は次式を満たす。

$$\phi = \xi \alpha \quad (4)$$

(3), (4)式を式(2)に代入し、歳差運動 1 周期について積分平均すると、入力振動と位相差の関係式が導かれる。

$$\cos \phi = \frac{2\xi\sigma}{I_1\tau\theta_0} \quad (5)$$

定常回転が発生するためには式(4)が成り立つことが必要である。 $\cos \phi < 1$ であることから、 σ が小さいほど安定範囲が広がる。これに対応して、 ϕ が大きいほど ($\pi/2$ に近いほど) 安定余裕が大きい。すなわち、 ϕ により安定余裕を評価できる。

つぎに定常状態の安定性を判別する。(1)式に、(3), (4)式を代入し、自転に関する粘性トルクが働くとすると位相差 ϕ に関する方程式を得る。

$$\ddot{\phi}(\xi^2 I_1 + I_2) + \xi I_1 \ddot{\theta} \sin(\phi + \pi) + \xi^2 \sigma(\dot{\phi} + \tau) + (I_2 - I_1)\dot{\theta}^2 \sin(\phi + \pi) \cos(\phi + \pi) = 0 \quad (6)$$

定常状態での歳差運動を一定速度の回転 $\alpha_0 = \pi + \phi_0$ で近似し、その周辺で微小な振動 ε が生じているとする。

$$\alpha = \alpha_0 + \varepsilon = \pi + \phi_0 + \varepsilon \quad (7)$$

(7)式を(6)式に代入し、 ε について線形化すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & (\xi^2 I_1 + I_2) \ddot{\varepsilon} + \xi^2 \sigma \dot{\varepsilon} \\ & + [\xi I_1 \ddot{\theta} \cos \alpha_0 + (I_2 - I_1) \dot{\theta}^2 (\cos^2 \alpha_0 - \sin^2 \alpha_0)] \varepsilon \\ & + \xi I_1 \ddot{\theta} \sin \alpha_0 + \xi^2 \sigma \tau + (I_2 - I_1) \dot{\theta}^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

減衰振動の周期は入力振動の周期より十分長いことから(2.76)式を入力振動の1周期($2\pi/\tau$)について積分平均し j はその間一定とみなす。すると次式を得る。

$$(\xi^2 I_1 + I_2)\ddot{\varepsilon} + \xi^2 \sigma \dot{\varepsilon} + \left[\frac{1}{2} \xi I_1 \theta_0 \tau^2 \sin \phi_0 + \frac{1}{4} (I_2 - I_1) \theta_0^2 \tau^2 \cos 2\phi_0 \right] \varepsilon = 0 \quad (9)$$

上式はバネ系と同じ形をしており、この系が復元力を持つためには ε の係数が正であればよい。これを k と置き変形すると、次式を得る。

$$k = \frac{1}{2} (I_1 - I_2) \theta_0^2 \tau^2 \sin^2 \phi_0 + \frac{1}{2} \xi I_1 \theta_0 \tau^2 \sin \phi_0 - \frac{1}{4} (I_1 - I_2) \theta_0^2 \tau^2 \quad (10)$$

これが正であるための位相差の収束値 ϕ_0 の条件として次式を得る。

$$\sin \phi_0 > \frac{1}{2} \left[-\frac{I_1 - I_2}{I_1 - I_2 \theta_0} \xi + \sqrt{\left(\frac{I_1 - I_2}{I_1 - I_2 \theta_0} \xi \right)^2 + 2} \right] \quad (11)$$

すなわち、定常状態が安定であるためには、 ϕ_0 に制約がある。これは(2.71)で求めた定常条件よりも狭い。(2.79)式の間編が等しいとした場合の収束値を $\phi_0 = \phi_{cr}$ と置く。これを用いてダンピングに関する条件として次式を得る。

$$\sigma < \frac{I_1 \tau \theta_0}{2\xi} \cos \phi_{cr} \quad (12)$$

また、(9)式の第一項は自転運動と歳差運動の慣性、第二項は自転の粘性トルク、第三項は自転運動と歳差運動のジャイロ効果によるトルクである。過渡応答時の減衰はこの三つの力の釣り合いによって発生していることが分かる。

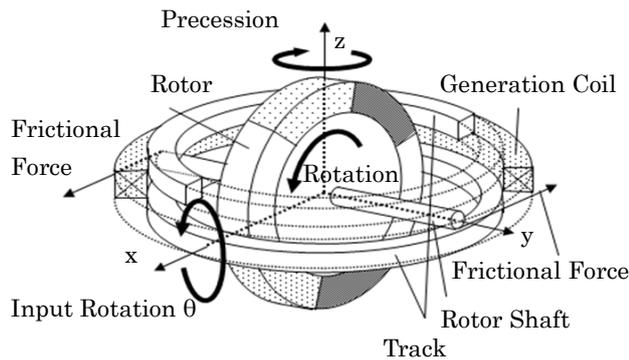


Fig. 1 Structure of the gyroscopic generator

3 ジャイロ型発電機の位相差測定法の構築

3.1 ストロボによる測定

導出した理論式(4)の妥当性を確認するため、発電コイルの巻数と外付け抵抗を変え、ロータの電気機械インピーダンスを変化させて位相差 ϕ を測定した。

ジャイロ型発電機を安定回転させ、Fig.2の振動入力装置を用いて入力振幅 θ を与えた。発電機のトラックが水平 ($\theta = 0$) の瞬間に加振機から電圧パルスを出し、パルスによりストロボを発光させ、それをビデオカメラで撮影し、 $\theta = 0$ (入力位相 0) における歳差運動の位相角 ϕ を測定した。結果を Fig.3 に示す。コイルの巻数を増加させると $\cos \phi$ が増大している。これは式(4)と定性的に一致する。

さらに以下の方法で定量的な比較を行った。発電コイルから得られた電圧波形を積分し、電気的抵抗係数 σ_e を求めた。また発電回路を切った時の定常状態の位相差から機械的抵抗係数 σ_m を得た。この値を用いて $\cos \phi$ を理論的に導いた。

$$\cos \phi = \frac{2\xi}{I_1 \tau \theta_0} (\sigma_e + \sigma_m) \quad (5)$$

外付け抵抗を $10[\Omega]$ とした時の理論値を Fig.3 に \square で示す。実験値とほぼ一致している。

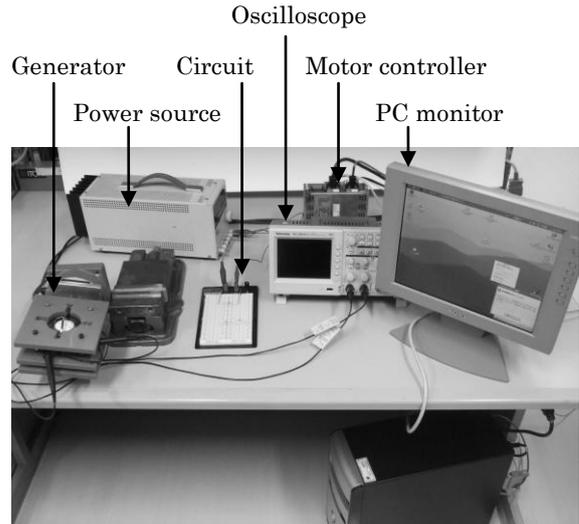


Fig. 2 Experimental device

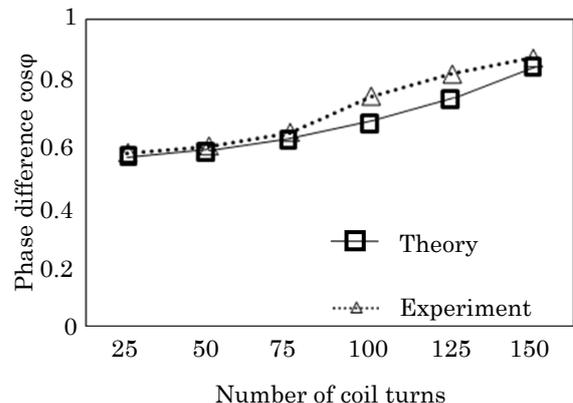
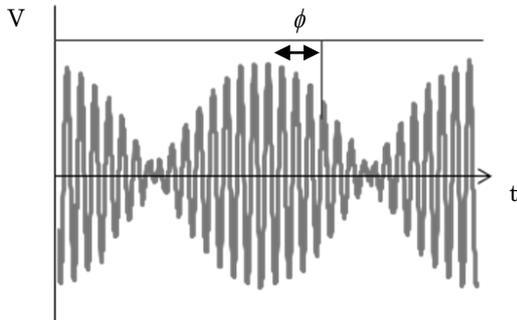


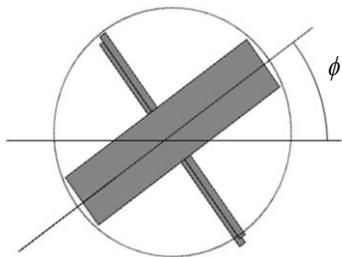
Fig. 3 Impedance and phase difference

3.2 センシングコイルによる測定

次に,発電中に位相差を得るために,ジャイロ型発電機にセンシングコイルを導入した.センシングコイルを発電用コイルに対して直角に巻く.センシングコイルの発電波形の振幅の大きさはセンシングコイルとロータとのなす角に依存している.(Fig.4 a)この波形のピーク値が正弦波をとると仮定して,ピーク値を最小二乗法によりサインカーブに当てはめると,ロータの運動の位相を求めることができる.さらに,最大値からの位相差がそのまま,入力振動とロータの運動の位相差と読み取ることができる.(Fig.4 b)



(a) Relationship among voltage, vibration pulse and ϕ



(b) Rotor angle when pulse is generated

Fig. 4 Parameter ϕ corresponding to rotor position

発電を行わず,最大振幅 $\theta_0=17[\text{deg}]$, 入力振動の周期 $\tau=4\pi$ の条件でジャイロ運動を行った時,位相差は $53[\text{deg}]$ であった.半径比 $\xi=32.9$,慣性能率 $I_1=46*10^{-6}$ であることを用いると,機械的損失は $\sigma_m=1.53*10^{-6}$ と計算することができる.

4 ジャイロ型発電機のインピーダンス制御

4.1 定常状態における制御

前節のような測定方法を用いて定常状態の位相差 ϕ を測定し,制御を行った.指針としては安定状態を維持できる目標の位相差 ϕ_0 を定め,発電状態において $\phi < \phi_0$ ならば安定余裕度が少ないと判断し,コイルの巻数を減らし,電気的負荷を下げ,安定状態を維持する.反対に $\phi > \phi_0$ ならば安定余裕度が十分であると判断し,コイルの巻数を増やし,発電量の増大を行った.その概念図を Fig.5 に示す.

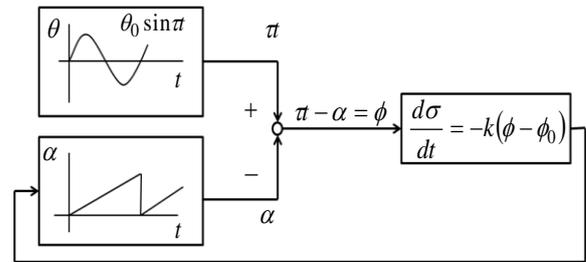


Fig. 5 Impedance control

以上の方法で振幅が増大する場合の制御実験を行った.固定のパラメータと可変パラメータの推移を Table 1 と Table 2 に示す.また,この時 $\phi_0=30[\text{deg}]$ とした.結果を Fig.6 で示す.

Table 1 Fixed parameter

半径比	慣性能率	振動周期	判定基準
ξ	$I_1 [\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	$\tau [\text{rad}]$	$\phi_0 [\text{rad}]$
32.9	$46*10^{-6}$	2π	$\pi/6$

Table 2 Process of variational parameter

$\theta [\text{deg}]$	15	15	16	16
N	10	30	30	50
$\phi [\text{deg}]$	45	30	40	32
W[W]	0.028	0.096	0.096	0.181

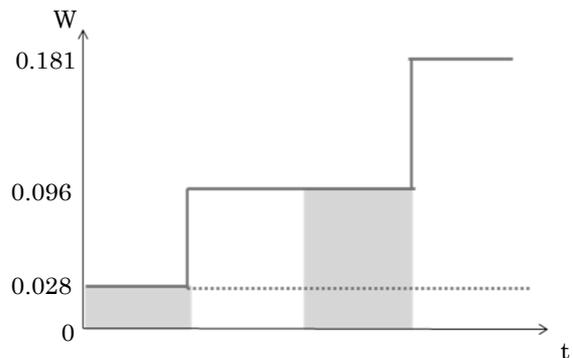


Fig. 6 Power under impedance control

コイルを切り替え,発電量を上げることで目標の位相差に近づけられることが分かった.今回の実験では発電量に注目すると,ダンピングを一定とした場合に比べてインピーダンスコントロールを行った場合には約 6 倍の出力の増大を実現した.

4.2 微小外乱に対する安定性を考慮した制御定

収束解が存在するという前提でその近傍においての位相差の近似解が式(9)で与えられる.ここで復元力が存在するという条件で制御を行う.このとき, σ の条件は(5)式が必要条件の一つとなり,これと式(9)を満たす範囲で σ を操作すればよいこととなる.つまり理論式(2.56)を満

たす σ と(2.77)の共通範囲の次式で与えられる.

$$\text{Arcsin} \left[\frac{1}{2} \left\{ -\frac{I_1 \xi}{I_1 - I_2 \theta_0} + \sqrt{\left(\frac{I_1 \xi}{I_1 - I_2 \theta_0} \right)^2 + 2} \right\} \right] \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (12)$$

式(12)は定常状態の安定性を示す式であるが、同時に、微小な振動があっても、すなわち、完全な定常状態になくても安定であることを示す式である。ただし、無限小の変動を仮定して導いたので、許容される変動範囲までは決定できない。そこで数値シミュレーションにより許容範囲を求める。

発電機のパラメータを用いて入力振幅が 15[deg]の定常状態から 13.4[deg]へと入力弱まったときのシミュレーションを行った。(4.5)式を満たすように、パラメータを選定し、その時のパラメータを Table 3 で与える。また、結果を Fig.7, Fig.8 で与える。

Table 3 Parameter

I_1 [kg·m ²]	I_2 [kg·m ²]	ξ
46*10 ⁻⁶	35*10 ⁻⁶	32.9
τ [rad]	σ [kgm ² /s]	θ_0 [rad]
4 π	2.0*10 ⁻⁶	13.2

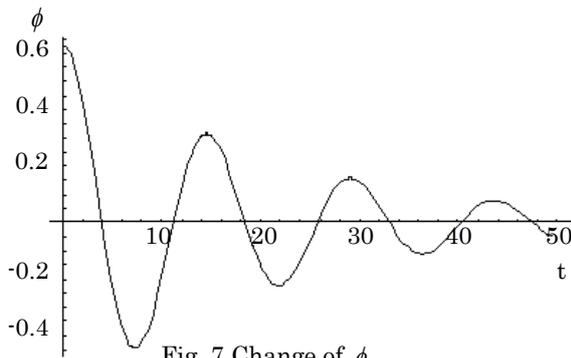


Fig. 7 Change of ϕ

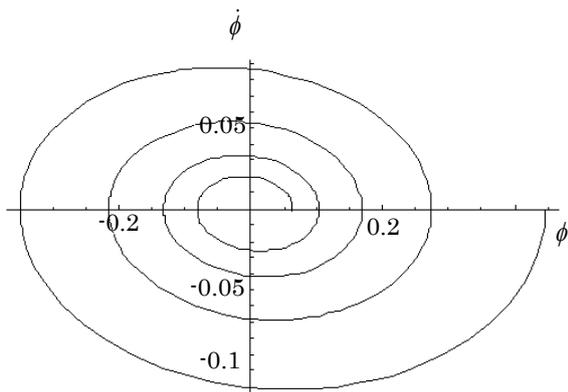


Fig. 8 Phase curve of ϕ and $\dot{\phi}$

図はシミュレーション開始から 50 秒までの間のロータの運動の様子である。横軸が時間[s]縦軸が収束値からの変位[rad]である。図は運動開始から 60 秒までのロータの位相平面である。横軸が位相、縦軸が位相の速さである。安定余裕の大きい初期位置からシミュレーションを開始し、収束半径の大きいときにも復元力を持ち、収束することが分かった。このときの収束値は 0.15[rad]であり、 ϕ が

過渡的に 0 を下回っても位相差を回復することが分かった。

シミュレーションの結果に基づき、振動が弱まる場合の制御実験を行った。実験中におけるパラメータは Table 4 のとおりである。このとき σ の上限を σ_{cr} と置き上限から 10%の余裕を持たせて目標の ϕ_0 とした。計算結果を Fig.4.2.10 に示す。 ϕ_0 を 26[deg]とした。また、制御実験のパラメータの推移を Table 5 に示す。

Table 4 Stability index

θ_0 [rad]	14	15	16
ϕ_0 [rad]	25.84198	25.84199	25.8199

Table 5 Process of variational parameter

θ [deg]	16	15	15	14	14
N	50	50	30	30	10
ϕ [deg]	32	$\phi < \phi_0$	30	$\phi < \phi_0$	43

振幅が 16[deg]から 15[deg]に弱まったとき、 $\phi < \phi_0$ となり、コイルの巻き数を減らし位相差を回復させた。また振幅が 16[deg]から 15[deg]へと弱まったときも同様にコイルの巻き数を減らし、位相差を回復させることができた。これによって振幅が弱まる時も、安定回転と発電量を維持することができた。

5 結論

ジャイロ型発電機の制御のために、以下のことを行った。まず、制御指針を得るために先行研究による理論式を考察した。その理論式を線形化し、微小震動における運動方程式の近似解を導出した。その関係式をもとに制御方法を考察した。この関係式の妥当性を得るためにストロボを用いた位相角の検証実験を行い、理論と実験の一致を得た。さらに、センシングコイルを用いて位相角を計測する手法を構築した。近似解をシミュレーションによって安定領域を求めた。以上を用いて入力振動が変化しても最大発電量と安定回転を維持する方法を開発し、実験により有効性を確認した。

文献

- 1) Shad Roundy · Paul Kenneth · Jan M. Rabaey
Energy Scavenging for Wireless Sensor Networks with Special Focus on Vibrations
- 2) Archie L. Mishler, Gyroscopic Device, United States Patent 3726146, Apr. 10, 1973
- 3) 石井智裕, 後藤裕治, 小川達也, 保坂寛: ジャイロ型振動発電機の研究, 精密工学会誌, **74**, 7 (2008), pp.764-768,