

ジャイロ型発電機のロータ運動解析

3月修了(2011年)人間環境学専攻 96707 岸本 幹史
指導教員 保坂 寛 教授

Abstract—A gyroscopic power generator that utilizes vibrations caused by humans and various mobile devices is proposed. In this study, the dynamic characteristics of rotors are discussed both theoretically and experimentally—constant vibration characteristic and inversion motion characteristics. These characteristics can be utilized for gyroscopic power generator design, optimization, and stability control. Results show that input vibration of generator ingenerates constant amplitude vibrations of rotor with a period that is half the period of the input vibration, and that change in initial condition causes inversion motion. These results are obtained by solving the rotation equation of rotors by applying Euler's equation. In addition, Theoretical results are validated by observing the vibration/inversion characteristics in experiments.

Keywords-component; gyroscope, generator, dynabee

1 緒言

情報通信デバイスの小型化によるセンサーネットワークの構築のために、環境中の光、熱、振動などを電力とする小型エネルギー源の研究が各種行われている¹⁾。このうち振動を電力に変換する機械的発電機は、使用場所の制約が少ない、利用可能な潜在エネルギー量が多い等の利点がある。回転体の自転と歳差運動を組み合わせ、入力振動の数十倍の周波数の回転運動を発生し、保持する運動エネルギーを大幅に増大させる機構が Archie L. Mishler²⁾により考案されている。これに電磁誘導機構を組み込めば、高効率な発電機を実現できる。エネルギーの取り込みに歳差運動によるジャイロ効果を利用することから、これをジャイロ型発電機と呼んでいる³⁾。本研究では、発電機の定常振動特性および反転運動特性の2つの運動特性について解析し、メカニズムを明らかにする。

2 発電機の構造と理論解析

ロータは複雑な3次元回転をするため、Fig. 1に示す種々の座標系を組合せて運動を解析する。まず、空間に固定された直角座標系を E 系とし、中心を O 、各座標軸を E_1 , E_2 , E_3 とする。トラックは中心が O に一致し、初期状態で

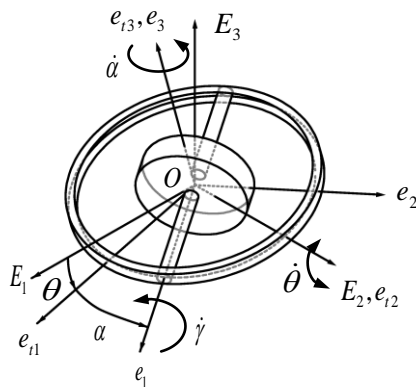


Fig. 1 : Track and rotor coordinate

E_1, E_2 面内にあり、 E_2 軸回りに

$$\theta = \theta_0 \sin(\tau) \quad (1)$$

で揺動回転するとする。 θ_0 は振幅、 τ は角周波数である。

次に、トラックに固定した座標系を e_i 系とし、その座標軸を e_{11} , e_{12} , e_{13} とする。 e_{12} は E_2 に一致させ、 e_{13} はトラック面に垂直にとる。ロータは e_{13} 軸回りに歳差運動を行う。

ロータの歳差運動とともに回転する座標系を e 系とし、その座標軸を e_1, e_2, e_3 とする。 e_3 は e_{13} に一致させ、 e_1 はロータ軸に一致させる。 e_{11} と e_1 のなす角を α とする。

剛体の回転運動はオイラー方程式で表され、 e 系で記述すれば次式となる。

$$\frac{\partial \vec{L}}{\partial t} + \vec{\Omega} \times \vec{L} = \vec{M} \quad (2)$$

すると、十分な摩擦があると仮定するとロータ回転角に関して以下の式が得られる。

$$\ddot{\alpha}(\xi^2 I_1 + I_2) + \xi I_1 \ddot{\theta} \sin \alpha + (I_2 - I_1) \dot{\theta}^2 \sin \alpha \cos \alpha + \xi^2 \alpha \dot{\alpha} = 0 \quad (3)$$

ここで、 I_1 はロータの軸回りの慣性能率、 I_2 は半径回りの慣性能率である。この式は非線形の微分方程式であり、厳密解を求めることは難しいので、数値解析によりその運動特性を見る。

ϕ は歳差運動と入力の位相差を表し、

$$\phi = \alpha - \pi \quad (4)$$

である。(4)を(3)に代入する事により、次式が導かれる。

$$\ddot{\phi}(\xi^2 I_1 + I_2) + \xi I_1 \ddot{\theta} \sin(\phi + \pi) + \xi^2 \sigma \dot{\phi} + (I_2 - I_1) \dot{\theta}^2 \sin(\phi + \pi) \cos(\phi + \pi) = 0 \quad (5)$$

本研究ではこの位相差 ϕ についてみていく。

3 定常振動特性

3.1 定常振動のシミュレーション

式(5)を数値的に解いて、ロータ運動を解析した。 $d\phi/dt$ の値を定常運動している時間帯で取った場合のシミュレーション結果結果を Fig. 2 に示す。

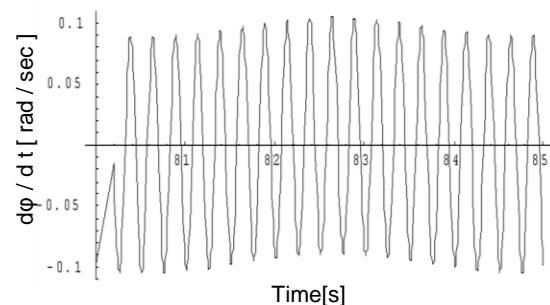


Fig. 2 : Change of $d\phi/dt$ for stable rotation

$d\phi/dt$ が一定の周期で微小振動しているのが分かる。なお、以上のシミュレーションにおいては次節で使用する実験機を想定し、慣性能率・半径比・加振振幅について同機の

設計値を用いた。σは次節の実験値から得られる値(6.2×10^{-6} Nms)を用いた。

3.2 定常振動測定実験

計算結果の妥当性を確認するため、実験機を用いて自転周期の変動を観測し、定常振動幅 A を求めた。使用した発電機を Fig.3 に、実験装置を Fig.4 に示す。ジャイロ型発電機を回転振動させ、データレコーダを用いてコイル電圧を測定した。記録したコイル電圧をオフライン処理し、コイル出力波形のゼロ点（電圧が負から正に変わる直前のデータの時刻）を抽出することで、自転周期の変動を観測した。

Fig.5 に実験結果を示す。入力振動数 τ の 2 倍周期で自転周期が変化する定常振動特性が表れている。その振幅を To とすると、 $To = 1.4 \times 10^{-4}$ s となった。

また、定常振動のシミュレーション結果から To を求めると、 $To = 1.8 \times 10^{-4}$ s となり、実験値とほぼ一致した。



Fig.3 : Gyroscopic power generator

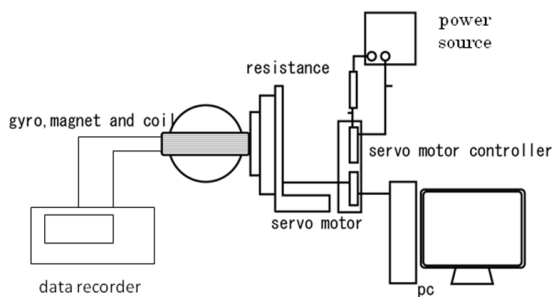


Fig.4 : Experimental Apparatus

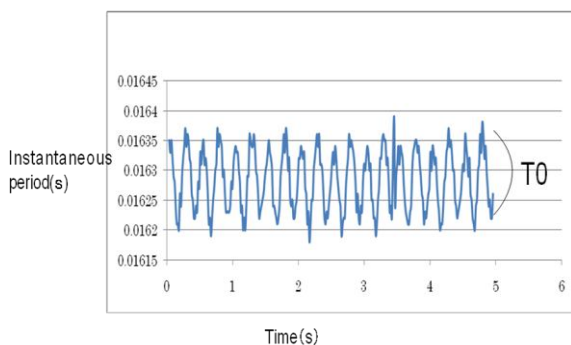


Fig.5 : Change of Cycle for stable rotation[experiment]

3.3 定常振動の近似計算

定常微小振動が入力振動数 τ の 2 倍であることを用いて、定常振動の振動幅 A の近似解を導出する。まず、入力振動 θ と歳差角 α の位相差 φ を以下のようにおく。

$$\phi = \phi_0 + A \sin(2\tau t + \phi) \quad (6)$$

ここで、 ϕ_0 、A、φ は定数である。式(1)、(6)を式(5)に代入し、 1 、 $\sin(2\tau t)$ 、 $\cos(2\tau t)$ を両辺に掛け、入力振動 1 周期について積分平均をとると、 ϕ_0 、A、φ が求まり、A は以下となる。

$$A = \frac{2\xi I_1 \tau^2 \theta_0 + (I_1 - I_2) \tau \theta_0}{16\tau^2 (\xi^2 I_1 - I_2)}$$

となる。ここで $\xi^2 \gg 1$ を用いると次式を得る。

$$A \doteq \frac{\theta_0}{8\xi} \quad (7)$$

これに実験装置の値 $\xi = 34$ 、 $\theta_0 = \text{Pi}/3$ を代入すると、

$$A = 3.3 \times 10^{-3} \text{ rad となる。}$$

この値を、シミュレーションから求まる A の値と比較してみる。式(6)より、Fig.2のグラフの $d\Phi/dt$ の幅は $2\tau A$ であるから、

$$2\tau A = 0.09$$

$$A \doteq 3.6 \times 10^{-3} \text{ rad となり、ほぼ一致する。}$$

また、この A の値から自転振動幅 To を求めることができ、その値は $To = 1.7 \times 10^{-4}$ s となり、実験値の自転振動幅 $To = 1.4 \times 10^{-4}$ s とほぼ一致した。

次に微小振動の影響を考察する。振動により生じるトルク変動は $I_1 \tau^2 A$ で与えられ、以下となる。

$$I_1 \tau^2 A = 1.7 \times 10^{-3} \text{ Nm}$$

一方、平均トルクは $\sigma \xi \tau$ で与えられ、以下となる。

$$\sigma \xi \tau = 2.6 \times 10^{-3} \text{ Nm}$$

両者がほぼ等しいことから、定常微小振動はロータ軸・トラック間の摩擦に影響し、すべりによる機械損失の原因になりえると言える。また式(7)から、A を低減するには入力振動 (θ_0) の低減または軸比 (ξ) の増大が必要だが、どちらも安定性を低減するため³⁾、A を大きく減少させることはできないことが分かる。

なお、微小振動の周期が入力振動の半分である理由は、トラックの角速度が 1 周期に 2 回ピークをとり、ロータのジャイロトルクが 1 周期に 2 回増加、減少を行うためと考えられる。

4 反転運動

反転運動はロータがトラックの反対側に接触するため起こる現象である。運動を解析するために、反転運動時の運動方程式である反転式を導入し、シミュレーションによってその動きを可視化することを考える。

4.1 反転運動のシミュレーション

反転時にはロータがトラックの反対側に接するために、定常運動時とは座標がずれる。そのため新しい座標系を用意する。また、反転運動には自転方向は変わらずにロータの再差運動の回転方向が逆になるため、歳差角は符号を変えず、歳差角速度のみ符号が逆転する。このことから反転式である次式が導かれる。

$$\ddot{\phi}(\xi^2 I_1 + I_2) - \xi I_1 \ddot{\theta} \sin(\phi - \pi) + \xi^2 \sigma \dot{\phi} + (I_2 - I_1) \dot{\theta}^2 \sin(\phi - \pi) \cos(\phi - \pi) = 0 \tag{8}$$

次に反転する条件について考える。定常回転時のロータの押しつけトルクに関する式は次式で表される。

$$k_2 = \frac{1}{I_2} \{ \ddot{\theta} \cos \alpha - \dot{\theta} \dot{\alpha} \sin \alpha + \xi \dot{\alpha}^2 + (\eta - 1)(\xi \dot{\alpha} + \dot{\theta} \sin \alpha) \dot{\alpha} \} \tag{9}$$

この値が0をまたいで符号が逆転する時に、ロータは反転する。そこで符号が逆転する時間帯を読み取り、その時のロータの位置と角速度を初期条件として反転式を解くことによって、反転後のロータ運動をシミュレーションによって捉える事ができる。k2の符号が変わる条件として、入力振動を反転させることを考える。入力振動を反転させる時、式(9)の $\theta^2 \cos \alpha$ が $-\infty$ になるため、k2は負の値になる。定常運動において k2は正であるため、入力振動の反転によって発電機の反転運動を発生させることができる。

反転前と反転後のシミュレーショングラフを Fig.6, Fig.7に示す。横軸は時間 t、縦軸は最差角 ϕ を表し、ロータの運動を表す。反転後は反転後に比べ、別の最差角に向かっていくことが読み取れ、その角度は反転前は $\phi = 1.39\text{rad}$ 反転後は $\phi = 1.75\text{rad}$ となった。この値は $\phi = \pi/2$ に対して対象な値になっていて、妥当性のある値であると言える。以上のように反転式をシミュレーションに反映させることに成功した。

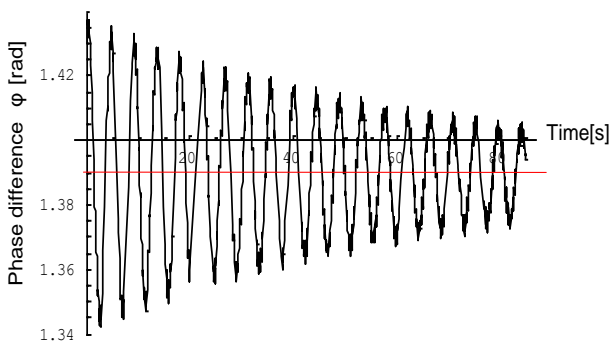


Fig.6: Change of ϕ for stable rotation(pre-inversion)

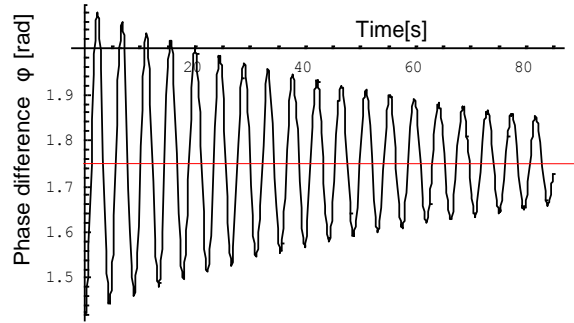


Fig.7: Change of ϕ for stable rotation(after-inversion)

また反転式を解くことによる数値解析においては、種々の条件で計算したが、反転による失速は得られなかった。これは、反転前後で自転速度を連続としているため、反転によりエネルギーが減少しないためである。しかし実際には反転時にはロータに滑りが生じやすく、過去の実験においても反転後に失速するパターンが数多く見られる。そこで反転の際 $\dot{\alpha}$ の値が滑り摩擦によって減少すると仮定して代入することで、反転後に失速する場合についての挙動をシミュレーションすることを考える。

反転後も回転を続けるグラフから、 $\dot{\alpha}$ の値を 10%ずつ減少させた時の反転グラフを Fig.8, Fig.9に示す。

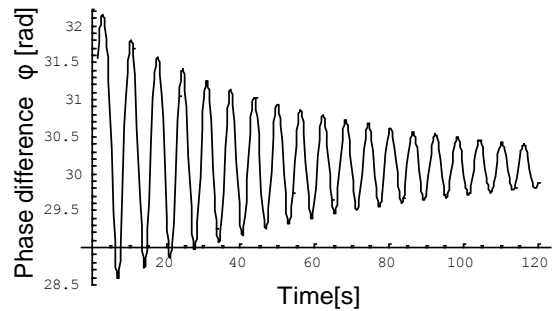


Fig.8: Change of ϕ for stable rotation(10%off)

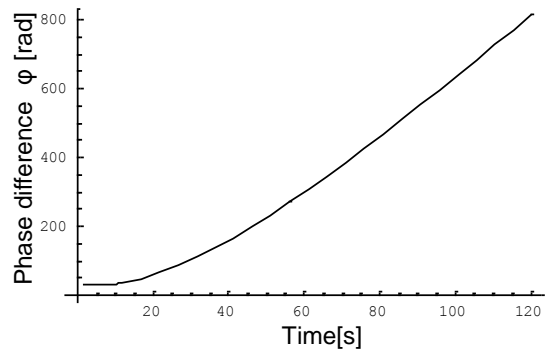


Fig.9: Change of ϕ for stable rotation(20%off)

$\dot{\alpha}$ の値を 20% 減少させたときのグラフは、 ϕ の値が一次関数的に増加している。これは、式(4-20)の τt 分だけ増加し続けていることを表し、 $\alpha = 0$ 、すなわち発電機が失速し止まっていることを指す。このように失速する場合の反転グラフの導出にも成功した。

4.2 反転運動特性の測定実験

次に反転運動の測定実験を行なった。まず実験方法を以下に示す。Fig.10に実験装置のブロック図、Fig.11に実験装置の写真を示す。基本構成は、定常微小振動特性の測定に用いられたものと同じである。前章と同じサーボモータにより発電機を加振する。サーボモータの駆動信号から、入力角度がゼロの瞬間（位相ゼロと 180 度）を取り出し、パルスを発生し、ストロボを発光させる。発電機の上方にビデオカメラを固定し、連続して撮影する。部屋は暗くしておき、ストロボ発光時以外は画面が暗くなるようにしておく。実験後に画像を再生し、明るい画面に映ったロータの角度を画像上で計測する。

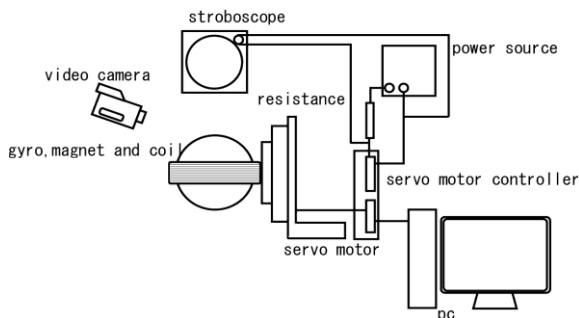


Fig. 10 : Experimental Apparatus

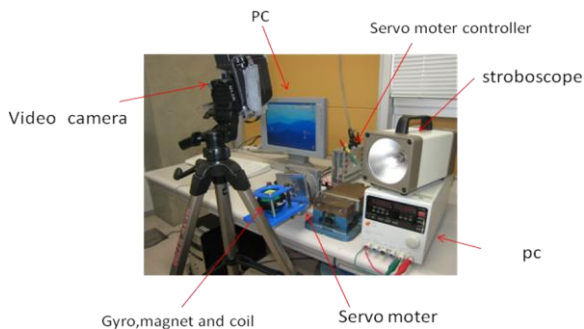


Fig. 11 : Experimental Apparatus

この位相差変化をグラフにし、理論値との比較を行う。本研究では以下のような実験を行った。発電機を用いて実験を用い、 $\theta = 30^\circ$ 、 $\tau = 6\pi \rightarrow 4\pi \text{ rad/s}$ 、 $I_1 = 9.52/10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $I_2 = 6.4/10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ の条件のもと、1 周期 1 回の低分解能での画像測定を行った。 $\tau = 6\pi \rightarrow 4\pi \text{ rad/s}$ とは、初めに $\tau = 6\pi \text{ rad/s}$ として安定した後に $\tau = 4\pi \text{ rad/s}$ に変化させたことを表す。Fig.12 に、画像から計測した反転運動の角度を示す。低分解能で測定したものだが、反転運動が計測されている。

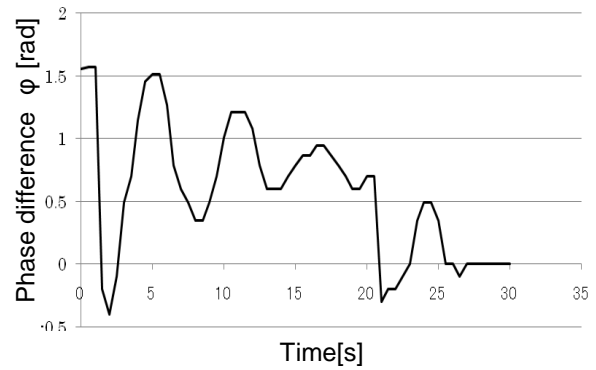


Fig.12: Change of ϕ for inversion motion

反転時に位相差 ϕ が不連続に変化し、また ϕ が反転前後で異なる値に収束している。これらは計算値と一致しており、理論の妥当性が確認できた。

5 結論

歳差運動により高速なロータ回転を得るジャイロ型発電機の実現に向けて 2 つのロータの運動特性について解析、実験を行った。主な成果を以下に示す。

- ・定常回転中においてロータの自転速度は入力振動の 2 倍の周期の細かい定常振動を起こすことを確認した。
- ・定常振動について実験結果とシミュレーション結果はほぼ一致した。
- ・座標系を新しく導入することで、反転運動方程式を導き出し、シミュレーションに反映させた。
- ・反転後に回転を維持する場合、発電機は過渡状態になり、位相差 ϕ は $\pi/2$ に対して対称な値の別の安定解に向かっていくことが分かった。
- ・反転時の自転速度低下を考慮すると、反転による失速を表せることが分かった。
- ・実験データにより理論の妥当性を確認した

反転運動を考慮した数値解析を利用すれば、ジャイロ型発電機の運動において頻繁に見られる不意な反転にも対応可能な最適設計に活用することができる。今後の安定回転に向けたよりいっそうの研究が期待できる。

参考文献

- 1) Shad Roundy, Paul Kenneth, Jan M. Rabaey : Energy Scavenging for Wireless Sensor Networks with Special Focus on Vibrations
- 2) Archie L. Mishler, Gyroscopic Device, United States Patent 3726146, Apr. 10, 1973
- 3) 石井智裕, 後藤裕治, 小川達也, 保坂寛 : ジャイロ型振動発電機の研究, 精密工学会誌, 74, 7 (2008), pp.764-768,