

有限被覆法を用いた船舶の砕氷解析

96710 後関 龍彦

指導教員 鈴木 克幸 教授

The Finite Cover Method (FCM) is applied for the plate bending problem for the analysis of progressive failure of sea level ice. The method to introduce discrete plane in Finite Cover Method to model the failure of ice is shown with assumed stress elements to avoid the shear locking in Mindlin plate, and good accuracy is obtained for the case of large aspect ratio.

We simulated the process of ice crack by an ice breaking vessel with calculator, using double nodes definition, contact problem, and above method. And we calculated the icebreaking resistance.

Key words: Finite Cover Method (FCM), Assumed Stress Element, Penalty Spring, Double Nodes Definition

1 緒言

本研究では、出雲の修士論文である有限被覆法を用いた平坦氷の亀裂進展解析用プログラム¹⁾の開発を引継いだ。以下に出雲の修士論文からの主な発展項目を示す。

第一に、出雲の修士論文では曲げに対する精度向上の方法として、Wilson・Taylorの要素を用いたが、これでは有限被覆法における部分的な積分を行ううえで問題が発生することがわかった。そのため、3節で述べる応力仮定要素を用いることで、この問題を回避した。

第二に、出雲の修士論文は、単純に氷板への集中荷重に対する変位を求めるものであったが、これを船舶の航行に合わせて強制変位をかけるモデルへと発展させた。さらに、強制変位を加えた場合に応力が強制変位の周辺に集中するなどの問題が生じたため、これを接触問題として定式化した。

第三に、出雲の修士論文では要素の定式化の限界により応力が要素間で不連続となっていたが、本研究ではそれをスムージングすることで、要素間の亀裂をより滑らかにすることに成功した。

2 有限被覆法

有限被覆法(Finite Cover Method: FCM)²⁾は有限要素法(Finite Element Method: FEM)をより一般化させた解析法と言うことができるが、FCMは解析領域を近似関数空間と物理空間とに分離して扱うという点においてFEMと異なる。

FEMでは離散化の基本単位となる部分領域はあくまで「要素」であり、同時にその要素はそのまま支配方程式が満たされるべき物理的な部分領域でもある。

一方、FCMの離散化の基本的なコンセプトは、上に述べたようなFEMのものと同様であるが、FCMでは離散化の単位は「被覆」であり、離散化の単位となる部分領域の捉え方に違いが見られる。具体的には被覆は物理的な空間とは切り離して定義することができ、支配方程式は物体領域において満たされればよい点などである。

3 応力仮定要素

有限被覆法を用いる際、単純な六面体要素では曲げに対する十分な精度が得られないため、本研究では応力仮定要素³⁾による定式化を行う。

応力仮定法においては、各要素(有限被覆法でも4つの被覆の重なり合う領域を要素と考え、各被覆の中央の点を

節点と解釈することができる)に対して、(1)式のように直応力に対してせん断応力の項の次数を下げて定義した応力を仮定する。

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c_{11} + c_{12}y + c_{13}z + cyz \\ c_{21} + c_{22}z + c_{23}x + c_{24}zx \\ c_{31} + c_{32}x + c_{33}y + c_{34}xy \\ c_{41} + c_{42}z \\ c_{51} + c_{52}x \\ c_{61} + c_{62}y \end{Bmatrix} = N_s c \quad (1)$$

応力仮定要素の剛性マトリクスは以下のように求めることができる。

$$K = \int_{\Omega} \bar{B}^T D \bar{B} d\Omega = M_B^T M_S^{-T} \left(\int_{\Omega} N_s^T D^{-1} N_s d\Omega \right) M_S^{-1} M_B \quad (2)$$

ここで、

$$M_S = \int_{\Omega} N_s^T D^{-1} N_s d\Omega \quad M_B = \int_{\Omega} N_s^T B d\Omega \quad (3)$$

であり、Dは応力・ひずみ剛性行列、Bはひずみ・変位行列である。

また、二重節点定義を行う場合の積分区間の制限は(2)式において、かっこ内のみをおこなうことで、一要素を二

つの領域 Ω_A 、 Ω_B に分けた時のそれぞれの剛性行列 K_A 、

K_B について、

$$K = K_A + K_B \quad (4)$$

を満たせるようにする。

4 不連続面の導入

有限被覆法においては定型被覆を用いるため、各要素は直方体形状になるが、その直方体に対して亀裂の発生により、図1に示すような不連続面が生成したとする。

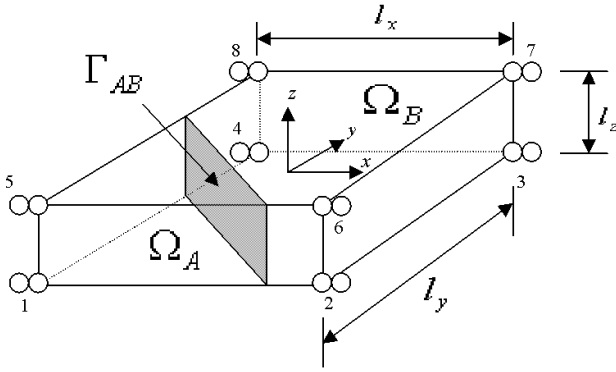


Fig. 1 Finite cover with discrete plane

有限被覆法においては、それぞれの領域の変位を別々の独立な変位関数で定義する。そして、それぞれの変位関数は同じ直方体要素の各節点での変位で表現される。すなわち、各節点において図 1 に示すように変位が 2 重に定義される(二重節点定義)。

要素剛性行列を求める際、これらの領域に対してニュートン・コーツ積分を用いる。この時、領域 Ω_A と Ω_B のそれぞれに対して内外判定による重み付けを行うことにより、それぞれの領域を定式化する。

ニュートン・コーツ積分点を比較的少なくし、亀裂面に対する幾何学的な計算により要素の内外判定の重みをつけることにより、精度を保ったままで高速な計算を実現した⁴⁾。その模式図を図 2 に示す。

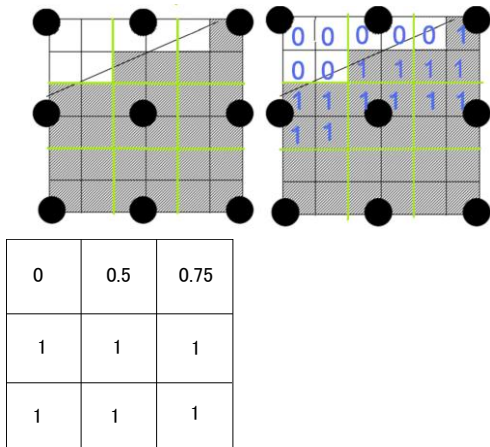


Fig2. Integration of an element

5 ペナルティバネの導入

本研究では板厚方向の亀裂進展を表現するために、ペナルティバネを定義した。

ペナルティバネとは、要素剛性行列に大きな剛性を付加することで、亀裂面に剛性の大きなバネがついている状態を表現するものである。これにより板厚方向への亀裂進展が表現可能になる。亀裂面全域においてバネを x , y , z すべての軸方向に作用させ、板厚方向に 5 層配置した。

定式化は以下に行った。

$$N_{\Gamma} = N(x_{\Gamma}, y_{\Gamma}, z_{\Gamma}) \quad (5)$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x & 0 & 0 \\ 0 & p_y & 0 \\ 0 & 0 & p_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{k}_p = \int_{\Gamma_{AB}} \mathbf{N}_{\Gamma}^T \mathbf{p} \mathbf{N}_{\Gamma} d\Gamma \quad (7)$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_A + \mathbf{k}_p & -\mathbf{k}_p \\ -\mathbf{k}_p & \mathbf{k}_B + \mathbf{k}_p \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし、行列 \mathbf{p} は各成分に対するペナルティの大きさを表現している。また、 Γ は境界面、 \mathbf{N} は形状関数であり、積分は図 1 の境界面 Γ_{AB} において行った。(7) 式の積分区間を制限することで板厚方向の亀裂進展を表現した。

6 亀裂の発生

本研究では潜在的亀裂を仮定せずに、動的な亀裂発生を行う。以下にその手法を示す。

ある要素において、図 3 に示すように要素内のいくつかの点(図中では×印)で応力を評価する。 x , y 方向の直応力、せん断応力を評価し、最大主応力が臨界点を越えた場合に亀裂を発生させる。この際、亀裂は主応力方向に垂直に発生させるものとする。したがって、亀裂面はそれぞれの要素において、 xy 平面上では直線状になる。

また、複数の応力評価点で同時に臨界点を越えた場合は最大の応力がかかる応力評価点で亀裂が発生するとする。

隣接要素間の亀裂の連続性については、シミュレーションを行うにあたり要素分割数を増やすことで連続な亀裂に漸近させることができるため、本研究においては考慮しない。

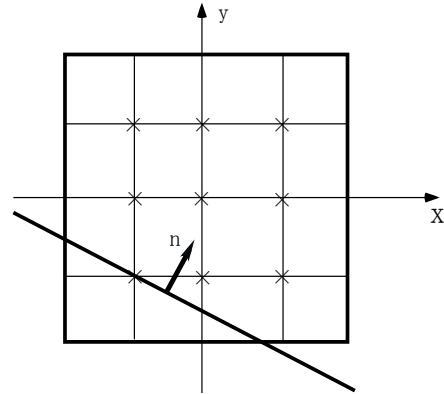


Fig. 3 Dynamic generation of a crack in an element

7 接触問題

接触問題とは、二つの物体が接触または離れている状態を許すとき、これについて解析をするものである。

二つの物体の位置をそれぞれ x_1 , x_2 とする。gap 関数を、(9)式のように二つの物体の位置の差 $x_1 - x_2$ として定義する。

$$g(x) = (x_1 - x_2) \quad (9)$$

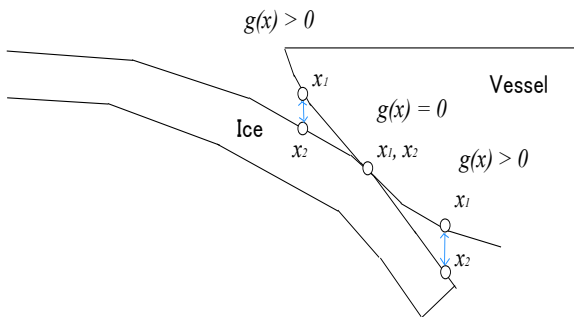


Fig. 4 Concept of gap function

(9) 式に基づき、 $f(x)$ を図5のように二物体が接触、または離れているときは値が0, 二物体が陥入している時は値が負を持つような関数として定義する。これをペナルティバネとして剛性行列に付加することで、二物体の陥入を十分に小さくする。

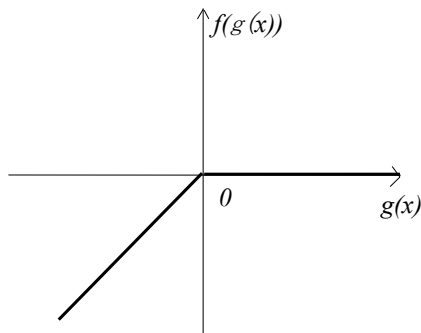


Fig. 5 Gap function and force function

解析上は、線形の $Ku = f$ において、 u と K を繰り返して解く事によって、 u の収束値を得ることができる。

8 砕氷抵抗の導出

プログラムから図6で示すz方向の力 F_z を求めることができる。これを基に(10)式から氷、船体間の動摩擦係数 μ を用いて F_y を求め、その各ノードの和を取ることで砕氷抵抗 R_i を求める。

$$R_i = \sum F_y = \sum \mu F_z \quad (10)$$

9 応力の平準化

本研究においては、亀裂の要素間での連続性を高めるために応力の平準化を行う。

ある節点 e での応力 σ_e を、その周りの4要素での応力

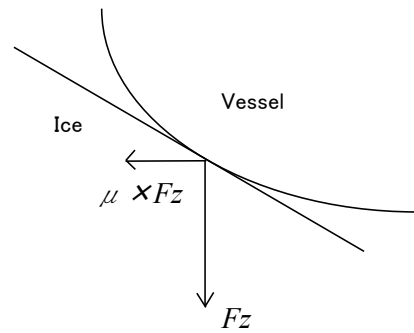


Fig. 6 Calculation of ice resistance by simulation

$\sigma_1 \sim \sigma_4$ を用いて、(11)式から求める。

$$\sigma_e = \frac{1}{4}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4) \quad (11)$$

σ_e に形状関数 N に応力評価点でのアイソパラメトリック座標を代入したものを掛け合わせて、

$$\sigma = N\sigma_e \quad (12)$$

として応力を再定義する。図7にスムージングの前後における応力分布を示す。

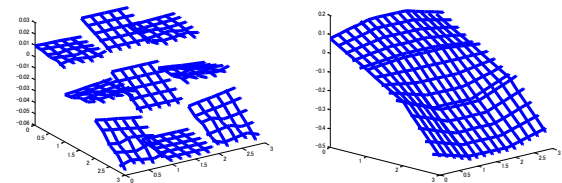


Fig. 7 Smoothing of stress

10 亀裂進展解析

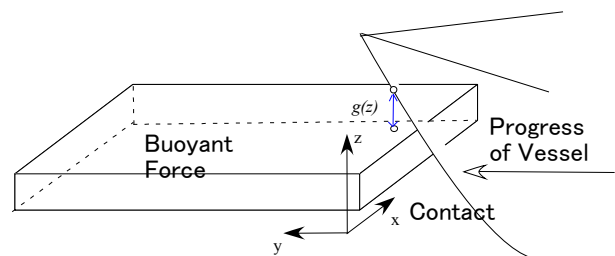


Fig. 8 Ice plate and vessel

図8のような氷板と船舶を定義する。浮力に相当するバネを加える。

これに対し、船舶が端から中央へ進んでいく様子を再現し、接触問題を解くことによって亀裂進展の様子を観察する。

図9のようなライン図⁵⁾に基づき、図10のような入力

行列を作成した。これをもとに、z 方向の船舶の座標を接触させる剛体の形として定義し、弾性体である氷との間に gap 関数を定義した。これに基づき、図 5 にしめすような反力を表す関数を作成し、剛性に付加することで接触問題としての解析を行った。

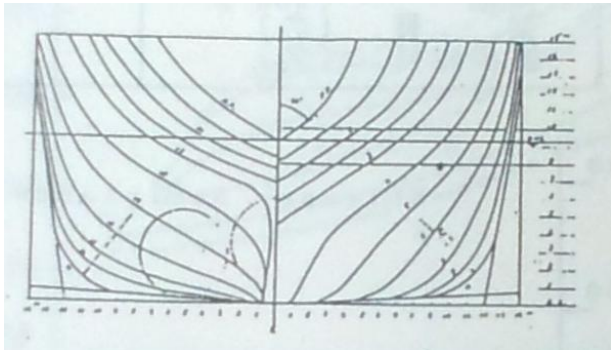


Fig. 9 vessel lines of 'Shirase'

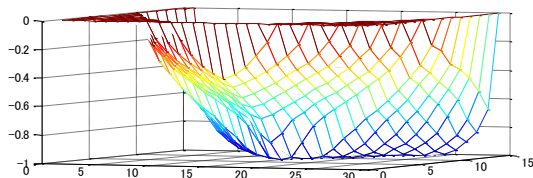


Fig. 10 Bow shape of an ice breaking vessel

解析の結果、図 11 に示すような変位の分布が出た。この図においては、z 軸と x,y 軸の縮尺を変えてある。

また、図 12 に示すような応力の分布が出た。接触問題の都合により、曲げの応力のほかに本来分布しないはずの応力が出てしまっていることが分かる。

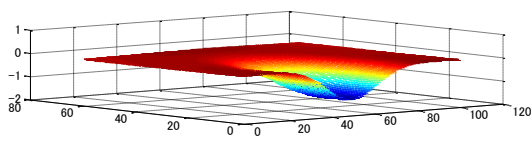


Fig. 11 Displacement of ice plate

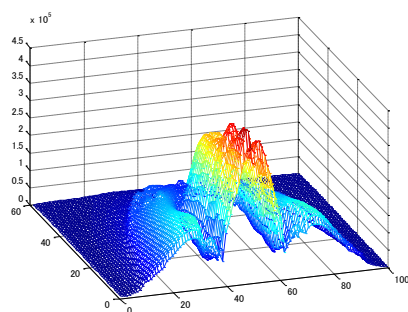


Fig. 12 Stress distribution of ice plate

これらを基に亀裂進展の解析を行った。

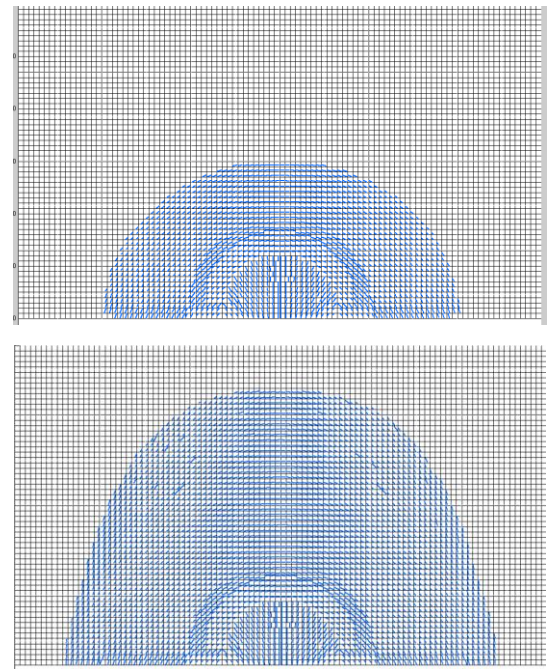


Fig. 13 Process of cracks of ice plate

図 13 に亀裂進展の結果を示す。図 13 のように、カスプ状の亀裂が発生せず、船舶の周り全体に亀裂ができてしまった。この原因はプログラム上の問題であると思われる。

11 結言

本研究により、実際の船舶の航行において平坦氷に接触問題を定式化することで亀裂が入る過程を再現した。しかし、それによりカスプ状の亀裂を再現することはできなかった。

今後、まずカスプ状の亀裂を再現できるようにする。その後、このプログラムを実際の氷解や実験用水槽を用いた氷解と照会し、より現実的な崩壊挙動を示すプログラムへと磨き上げることが今後の展望である。また、よりプログラムを精練し、定量的に誤りのない結果を出せるようにすることが今後の課題である。

最後に、数々の助言を頂いた指導教官の鈴木 克幸教授、昨年修士課程を卒業された先行研究者の出雲 太郎氏に感謝の意を示し、結びの言葉とする。

文献

- 1) 鈴木克幸, 出雲太郎: 船舶にかかる氷荷重の評価法の基礎的研究, 東京大学大学院修士論文 (2010).
- 2) 鈴木克幸, 大坪英臣, 藤井大地, 吉田博俊: 有限被覆法による板曲げ不連続体解析法の開発, 日本造船学会論文集 第 190 号, pp.649-654 (2001).
- 3) 関口, 菊池: 応力仮定法による四辺形要素の改良について, 計算工学講演会論文 Vol.5, pp.437-440, (2000).
- 4) 野澤和男: 氷海工学, 成山堂書店 (2006).
- 5) 山田知典, 長嶋利夫: 構造格子を用いたメッシュフリー有限要素解析における境界要素積分法, 日本原子力研究開発機構 (2009).