

2010 年度 修士論文

音響振動連成解析を用いた
遮音性能測定法の現象解明

Study on Mechanism of Measurement of Sound Insulation
Performance by Vibro-Acoustical Analysis

安達 光平
Adachi, Kouhei

2011 年 1 月 24 日

東京大学大学院新領域創成科学研究科
社会文化環境学専攻

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	研究の目的	4
1.3	論文の構成	5
第 2 章	数値解析理論	7
2.1	はじめに	7
2.2	音場の基礎方程式	7
2.3	境界要素法による音場の定式化	8
2.3.1	境界積分方程式の導出	8
2.3.2	縮退境界の導入	10
2.3.3	鏡像法の適用	11
2.3.4	基本型積分方程式に基づくマトリクス方程式の導出	12
2.3.5	法線方向微分型積分方程式に基づくマトリクス方程式の導出	17
2.4	マトリクス要素の計算	22
2.4.1	局所座標系への変換	22
2.4.2	特異積分・近特異積分の取り扱いについて	23
2.5	入射波ベクトルについて	23
2.6	板振動場の基礎方程式	25
2.6.1	板振動場の基礎方程式の導出	25
2.6.2	板振動場の境界条件	28
2.7	有限要素法による板振動場の定式化	30
2.7.1	要素内変位と内挿関数	30
2.7.2	要素内外力と内挿関数	32
2.7.3	仮想仕事の原理の適用	34
2.8	音場と板振動場の連成	37

2.9	音響透過損失の算出	38
2.10	領域内の音圧、粒子速度、音響インテンシティの算出	40
第 3 章	ニッシュェ効果に関する検討	41
3.1	はじめに	41
3.2	解析手法	41
3.3	結果と考察	45
3.3.1	ニッシュェ設置が入射側音場へ及ぼす影響	45
3.3.2	ニッシュェ効果の傾向	51
3.3.3	ニッシュェ寸法と効果量の関係	71
3.4	まとめ	77
第 4 章	測定法上の誤差要因に関する検討	79
4.1	はじめに	79
4.2	誤差要因: ニッシュェ深さ	80
4.2.1	検討方法	80
4.2.2	結果と考察	81
4.3	誤差要因: 試料 - プローブ間の測定距離	83
4.3.1	2 種のプローブを用いた音響透過損失測定	83
4.3.2	測定概要	91
4.3.3	測定結果	92
4.3.4	実測条件を模擬した数値解析による検討	97
4.4	まとめ	103
第 5 章	総括	105
	関連する発表論文一覧	109
	謝辞	111
付録 A	ニッシュェ効果に関する検討	113
A.1	ニッシュェ設置が入射側音場へ及ぼす影響	113
付録 B	測定法上の誤差要因に関する検討	135
B.1	実測条件を模擬した数値解析による検討	135
付録 C	修士論文要旨	145

付録 D 学会発表論文	151
参考文献	157

第1章

序論

まず本研究の背景として、建築の音響設計における遮音性の位置付け、建築部材の遮音性能測定手法、遮音性能の測定値に影響を及ぼす要因と既往関連研究について整理し、本研究の目的を明確化する。

1.1 研究の背景

近年、主に都市部において居住空間と外部騒音の高い環境が隣接することが多くなってきている。居住者の快適性にとって音環境は重要なファクターであり、静謐さが損なわれた騒がしい空間ではそれ自体が心的負荷になったり、会話の伝達性にも悪影響が生じる。また静謐さが確保されているとしても、それに加えて建築空間では各室の使用目的に適した音環境の実現が求められる。

したがって建築の音響設計は、騒音防止計画と室内音響設計とに大別される。騒音防止計画は、

- 騒音源の定量化
- 騒音源を考慮した配置・平面計画
- 騒音伝搬経路の抽出・対策（遮音、防振、吸音計画）

などが挙げられ、一方の室内音響設計はその目標として、

- 室の使用目的に適した響きと音質が得られること
- エコーなどの音響障害が生じないこと
- 室内における音圧分布が一様であること
- 適当な音量で、明瞭に言葉や音が聞き取れること

などが挙げられる。建築物の遮音性能の把握はこれら両者において重要かつ基本的な要素

となるものである。建築物の遮音性能において、特に空気伝搬音による建築物の遮音性能は開口部（窓）の性能に依るところが大きい。開口部の遮音性能の評価手法としては、大きく実験的手法と数値解析手法に分けられる。

まずはじめに実験的手法について、関連する規格と各手法の概要について述べる。実験室における建築部材の遮音性能測定法に関する現行規格として、JIS A 1416: 2000 で規定される「実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法」、JIS A 1441-1: 2007 で規定される「音響インテンシティ法による建築物及び建築部材の空気音遮断性能の測定方法 第1部：実験室における測定」がある [1, 2]。

JIS A 1416: 2000 は壁、床、ドア、窓、外周壁部材、外周壁等の建築部材の空気音遮断性能を実験室で測定することを目的としたものである。この方法は音源側残響室の内部に広帯域音源を設置し、受音側残響室内に透過してくる音を測定するものであり、従来より一般的に用いられている。音源室側の試料への入射パワーは室内の平均2乗音圧の空間平均値から推定し、透過パワーは受音室内の平均2乗音圧の空間平均値と室の等価吸音面積（吸音力）から求める。しかしこの方法では、全透過パワーは分かるが、部分ごとの透過特性についての情報は全く得られず、隙間など、特に音響透過が大きい部分があるかどうか分からない。

一方、JIS A 1441-1: 2007 はインテンシティ法と呼ばれる比較的新しい手法による遮音性能測定に関する規格である。これは透過音のパワーをインテンシティ法によって直接測定する方法であり、従来の方法に比べて多くの利点をもつ [3]。すなわち、1) 受音室内の等価吸音面積を測定する必要がなく、原理的には受音室そのものもなくとも良い、2) 透過インテンシティの試料表面上の分布が分かるので、遮音欠損箇所や音漏れが生じている箇所が分かる、3) 試料の分割された各部分や付属的な部分を通しての透過パワーが個別に求められるので、側路伝搬の検知やその定量化が可能であること、などが挙げられる [4]。

以上述べた各手法に即して測定される開口部の遮音性能の測定値は、例えば同質の試料であっても様々な要因によって影響を受け、多様な性能値として提示される [5]。そのような偏差の主な要因としては、

- 1) 開口部調整壁の厚さとニッシュ効果
- 2) 試料の周辺支持条件
- 3) 試料サイズ

等が挙げられ、これらの影響要因に関する実験的検討はこれまでに数多くなされている。

1) のニッシュ効果 (Niche effect) とは、開口に試料を設置した際に試料両側に音源室・受音室の壁厚分だけ生じるへこみが測定値に及ぼす影響を指す。これに関しては Kihlman *et al.* [6] は試料設置条件の異なる実験室実験による検討、Guy *et al.* [7] は試料寸法と設置位置の差異による影響の検討、Guy *et al.* [8]、吉村ら [9] はニッシュを模擬した庇を試料両側に設置し、それらの寸法の差異による影響の検討を行っており、効果の基本的傾向に関

する知見を得ている。

2), 3) については、吉村ら [10, 11] がパテ・シリコン・ガスケット支持を用いた支持部でのエネルギーロスの評価、及び支持材が透過損失へと及ぼす影響について、試料サイズとの関係性を含めた検討を行っている。

次に数値解析手法について述べる。数値解析手法ではその基本的特性として、大掛かりな実験設備・コストが不要であること、パラメトリックスタディが容易に行えること、理想的な条件での検討が可能であることなどがメリットとして挙げられ、これらの理由から数値シミュレーションによる検討は非常に有用である。

数値解析手法は波動音響的手法と幾何音響的手法に大別される。波動音響的手法は、境界要素法 (Boundary Element Method : BEM)、有限差分法 (Finite Difference Method : FDM)、有限要素法 (Finite Element Method : FEM) 等に代表されるものである。これらはいずれも波動方程式の近似的 (数值的) 解法であり、理論的に波動性を考慮したものであることから、空間領域・時間 (周波数) 領域における高精度の予測が原理的に保証される。しかし、解析対象となる建築空間は 3 次元空間であり、また、人間の可聴領域も広範なことから計算機の必要記憶容量や計算時間が膨大となるという問題がある。

一方、幾何音響的手法は虚像法や音線法に代表されるもので、音の波動性を考慮せず、エネルギーの伝搬行程を幾何学的に取り扱う手法である。従って、波動音響的手法に比べ厳密性に欠けることは否めないが、あまり多くの計算機資源を必要とせず、計算時間も非常に短いという大きな利点があり、大規模空間を扱う際の現実的手法として広く用いられている。

建築部材の遮音性能予測に関する研究としては、黒木 [12, 13] による SEA 法を用いた単層壁の遮音性能の解析、武藤ら [14] による SEA 法を用いた板の透過音解析、川井 [15] によるモード展開法を用いた研究、高崎ら [16] による有限要素法を用いた板の遮音特性に関する研究、BEM を用いた清水ら [20] による多重窓の音響透過解析、BEM と FEM を適用した音響振動連成解析を用いた佐久間ら [21] による板・膜材の遮音性能に関する研究等、数多くの研究例がある。

先述した遮音性能測定値の偏差要因に関する研究としては、1) のニッシュ効果については、Vinokur [17] による理論的検討、また Kim *et al.* [18] による数值的検討がなされているが、入射条件との関係性や周辺音場への影響等、詳細な現象の解明には至っていない。2) の周辺支持条件については、朝倉ら [22] による FDTD 法を用いた音響振動連成解析による検討、大鶴ら [23] による検討、佐久間ら [37] による周辺支持部に簡易モデルを適用した検討がなされている。3) の試料サイズについては、大嶋ら [25]、真田ら [26] による検討が行われている。

特にニッシュ効果については、試料設置位置の数 cm という微小な差異によって生じる [27] ため、実験室でのスタディに際してある程度の施工精度が要求される点、実験室間の

壁厚の影響という特性上、実験室でのスタディが困難である点、また入射条件との関係性についても実験ベースでは把握が困難である点などから、その影響をパラメトリックに調べるためにも更なる数値的予測手法の確立が必要であると思われる。また効果に関しては、これまでに定性的な知見は得られているものの、定量的な知見は不足しているのが現状である。

1.2 研究の目的

以上の背景、既往関連研究の動向を踏まえ、本研究の目的を以下のように設定する。

- ニッシュェ寸法と透過損失に及ぼす影響との関係について、入射角依存性も含めた数値的検討により傾向を把握する
- ニッシュェ設置が周辺音場へと及ぼす影響に関する知見を得る
- インテンシティ法による測定上の誤差要因とニッシュェ寸法、及び測定距離との関係に関する知見を得る

1.3 論文の構成

本論文の構成を述べる。第1章では、研究の背景、遮音性能測定関連規格、建築部材の遮音測定値への影響要因について述べた後に既往関連研究について概観し、本研究の目的について述べる。

第2章では、ニッシュェによる影響を考慮した音響透過損失の数値解析アルゴリズムを構築する。はじめに音場の基礎方程式について述べ、境界要素法 (BEM) による音場の定式化を行う。定式化は、基本型 (Basic Form : BF) と法線方向微分型 (Normal Derivative Form : NDF) の2つを用いて行う。またマトリクス要素の計算法について概観し、特異積分の取り扱いについて述べる。次に板振動場には有限要素法 (FEM) を適用し、これらを連成させ、音響振動連成場における音響透過損失の数値解析アルゴリズムを具体的に示す。

第3章では、第2章で構築した数値解析手法を用いたパラメトリックスタディにより、音響透過損失の実測値への影響要因であるニッシュェ効果の傾向を把握する。ニッシュェ寸法と透過損失に及ぼす影響との関係について、入射角依存性も含めた数値的検討を行う。また、ニッシュェが周辺音場へと及ぼす影響について考察を行う。

第4章では、遮音性能測定手法の一つであるインテンシティ法を数値解析上で再現し、インテンシティ法を用いた遮音性能測定法上の誤差要因に関して検討を行う。誤差要因としてニッシュェ深さ、試料 - プローブ間の測定距離の2つに着目する。

第5章は総括であり、本論文の成果、および今後の課題について述べる。

第 2 章

数値解析理論

2.1 はじめに

本章では、音響透過損失の数値解析アルゴリズムを具体的に構築する。はじめに、音場の基礎方程式について述べ、解析の基礎となる境界要素法 (BEM) に関して、Kirchhoff-Helmholtz 積分方程式およびその法線方向微分に基づいた 2 通りの音場の定式化を行い、マトリクス要素の計算法について概説する。次に板振動場の基礎方程式について述べ、有限要素法 (FEM) に関して定式化を行う。その後、両者を連成させ、3 次元音場における音響透過損失を算出する方法について述べ、音響透過損失の数値計算アルゴリズムを提示する。

2.2 音場の基礎方程式

空気を均質かつ粘性が無いものと仮定すると、空気中を伝搬する音波に関して、以下のような連続の式と運動方程式が成り立つ。

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\kappa \nabla \cdot \mathbf{V} \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\nabla P \quad (2.2)$$

ただし、 P : 音圧, \mathbf{V} : 粒子速度ベクトル, κ : 体積弾性率, ρ : 空気密度。
これより、音圧 P に関して以下の波動方程式が成り立つ。

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3)$$

ただし、 c : 空気中の音速。

ここで時間因子を $e^{j\omega t}$ として調和振動を仮定し、 $P = p(\mathbf{r})e^{j\omega t}$ とおくと、次の Helmholtz

方程式が得られる。

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.4)$$

ただし、 ω : 各周波数, $k = \omega/c$: 波数.

2.3 境界要素法による音場の定式化

2.3.1 境界積分方程式の導出

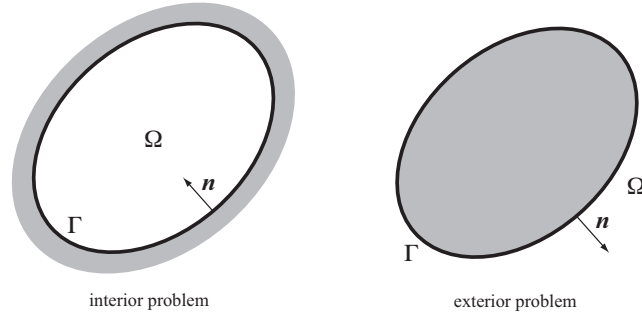


Fig. 2.1 Area and boundary of sound field.

Fig. 2.1 に示すように、音場領域 Ω , 境界 Γ , 内向き法線方向ベクトル n を想定する。ここで Eq. (2.4) に対して任意の試験関数 Φ を導入すると、以下の弱形式が与えられる。

$$\int_{\Omega} \Phi(\mathbf{r}) [\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r})] d\Omega = 0 \quad (2.5)$$

上式は Green の定理により以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \Phi(\mathbf{r}) [\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r})] d\Omega \\ &= - \int_{\Gamma} \Phi(\mathbf{r}) \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n(\mathbf{r})} d\Gamma - \int_{\Omega} \Phi(\mathbf{r}) [\nabla \Phi(\mathbf{r}) \cdot \nabla p(\mathbf{r}) - k^2 \Phi(\mathbf{r}) p(\mathbf{r})] d\Omega \\ &= \int_{\Gamma} \left[p(\mathbf{r}) \frac{\partial \Phi(\mathbf{r})}{\partial n(\mathbf{r})} - \Phi(\mathbf{r}) \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n(\mathbf{r})} \right] d\Gamma + \int_{\Omega} p(\mathbf{r}) [\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) + k^2 \Phi(\mathbf{r})] d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

ただし、 $\partial/\partial n$ は境界上の内向き法線方向微分を表す。ここで、試験関数 Φ として、任意の観測点 p , ソース点 q に関して、次式を満足する基本解 G を与える。

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) + k^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = -\delta(\mathbf{r}_{pq}) \quad (2.7)$$

$$\delta(\mathbf{r}_{pq}) = \begin{cases} \infty & (\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_q) \\ 0 & (\mathbf{r}_p \neq \mathbf{r}_q) \end{cases} \quad (2.8)$$

ただし、 $\mathbf{r}_{pq} = \mathbf{r}_q - \mathbf{r}_p$, δ : Dirac のデルタ関数。

Eq. (2.6) に上記の基本解を代入すると、以下の積分方程式が導かれる。

$$\varepsilon(\mathbf{r}_p)p(\mathbf{r}_p) = \int_{\Gamma} \left[p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right] dS \quad (2.9)$$

ただし、 $\varepsilon(\mathbf{r}_p)$ は観測点 p から領域 Ω を見込んだ角度の割合 (3次元空間では 4π , 2次元空間では 2π に対する比) であり、点 p が領域内の場合は $\varepsilon = 1$, 滑らかな境界上の場合 $\varepsilon = 1/2$, 領域外の場合は $\varepsilon = 0$ となる。なお、点 p が境界上にある場合の上式は Kirchhoff-Helmholtz 境界積分方程式と呼ばれる。上式によると、任意の点の音圧は境界上の音圧とその法線方向微分 (音圧傾度) によって定まるものと解釈できる。

次に、観測点 p は滑らかな境界上にあるものとし、Eq. (2.9) に対して点 p における内向き法線方向微分を施すと、以下の積分方程式が導かれる。

$$\varepsilon(\mathbf{r}_p) \frac{p(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} = \int_{\Gamma} \left[p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right] dS \quad (2.10)$$

Eq. (2.9) は基本型 (Basic Form: BF) と呼ばれるのに対して、Eq. (2.10) は法線微分型 (Normal Derivative Form: NDF) または超特異型 (hypersingular formulation) と呼ばれ、各々の定式化に対して境界要素法の適用が可能である。

ここで、Eqs. (2.9), (2.10) の被積分関数のうち、基本解 $G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)$ 、その法線方向1階微分 $\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)/\partial n_q$, $\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)/\partial n_p$ 、および法線方向2階微分 $\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)/\partial n_p \partial n_q$ は3次元空間では各々以下の Eqs. (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) で表わされる。

ただし、 $r = |\mathbf{r}_{pq}|$, $\mathbf{r}_{pq} = \mathbf{r}_q - \mathbf{r}_p$, $\cos(\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq}) = \mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq}/|\mathbf{n}_q||\mathbf{r}_{pq}|$, $\cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}_{pq}) = \mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}_{pq}/|\mathbf{n}_p||\mathbf{r}_{pq}|$, $\cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}_q) = \mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}_q/|\mathbf{n}_p||\mathbf{n}_q|$.

$$G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} = \frac{\partial}{\partial n_q} \left(\frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right) = -\frac{(1+jkr)e^{-jkr}}{4\pi r^2} \cos(\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq}) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} = \frac{\partial}{\partial n_p} \left(\frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right) = -\frac{(1+jkr)e^{-jkr}}{4\pi r^2} \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}_{pq}) \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} &= \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left(\frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right) \\ &= \frac{e^{-jkr}}{4\pi r^3} \left[(1+jkr) \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}_q) \right. \\ &\quad \left. + \{-3(1+jkr) + k^2 r^2\} \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}_{pq}) \cos(\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq}) \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.3.2 縮退境界の導入

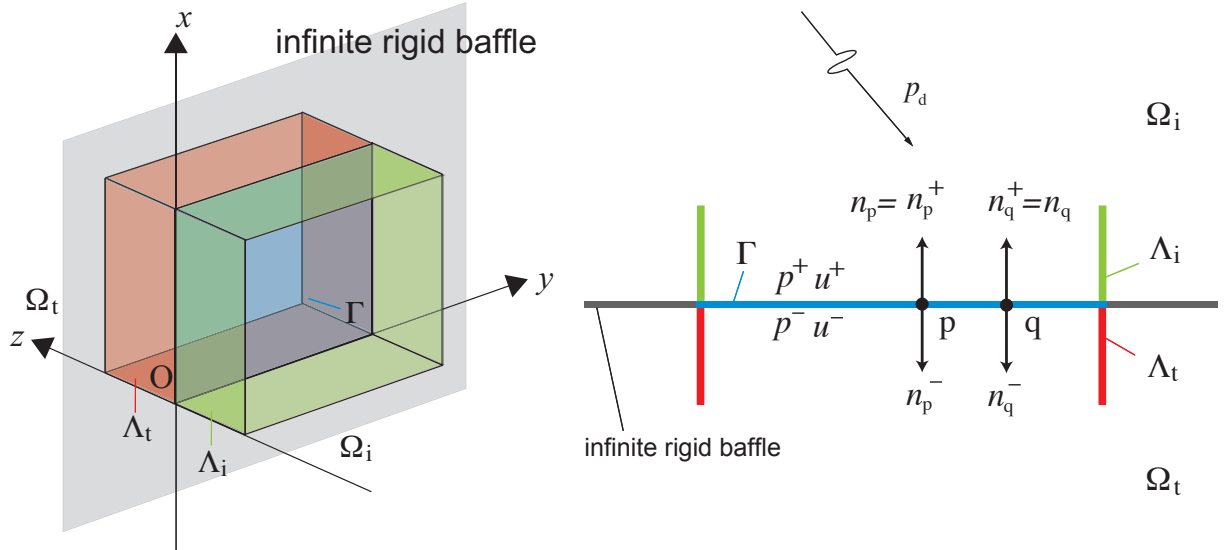


Fig. 2.2 Degenerate boundary -3D-.

Fig. 2.3 Degenerate boundary -Horizontal section-.

Figs. 2.2, 2.3 に本解析手法で用いる解析モデルを示す。板などの薄い物体を解析対象とする場合、通常境界要素を用いると物体表裏の要素が近接し、計算精度が著しく劣化することがある。そこで、薄い物体に対する特殊な取り扱いとして、Figs. 2.2, 2.3 に示すような物体の厚さを極限的に 0 と仮定した縮退境界 (degenerate boundary) Γ , Λ_i , Λ_t を導入する。縮退境界の表裏を任意に定めると、境界上の任意の点 p に関する境界積分方程式は、基本型の Eq. (2.9) と法線微分型の Eq. (2.10) の各々について、以下のように変形される [28]。ここでは法線方向は領域内向きとする。

$$\frac{1}{2} \hat{p}(\mathbf{r}_p) = p_d(\mathbf{r}_p) + \int \left[\tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right] dS \quad (2.15)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \hat{p}(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} = \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \int \left[\tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right] dS \quad (2.16)$$

ここで、縮退境界表面と裏面の音圧を p^+ , p^- として、 $\hat{p} = p^+ + p^-$ は両面音圧和、 $\tilde{p} = p^+ - p^-$ は両面音圧差を表わし、 $\hat{p}(\mathbf{r}_p)$ は点 p での音圧和、 $\tilde{p}(\mathbf{r}_q)$ は点 q での音圧差である。また、 $p_d(\mathbf{r}_p)$ は直接音成分である。

2.3.3 鏡像法の適用

Fig. 2.2, 2.3 に示した解析モデルを音源側、透過側に分けて考えると、それぞれ以下の Figs. 2.4, 2.5 に示す鏡像を考慮したモデルと音響的に等価なものを見なせる。次節以降では、これらのモデルを用いて、受音点 p が Fig. 2.3 中 Γ 上にある場合の音場の関係式を基本型 (BF) の積分方程式によって、また受音点 p が Λ_i, Λ_t 上にある場合の音場の関係式を法線微分型 (NDF) の積分方程式によって表現することを考える。

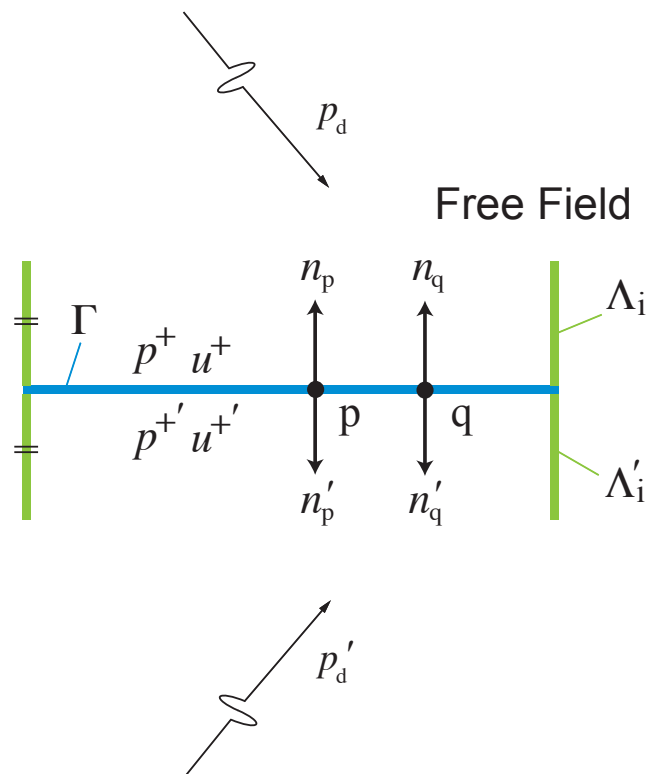


Fig. 2.4 Acoustical equivalent model to Ω_i .

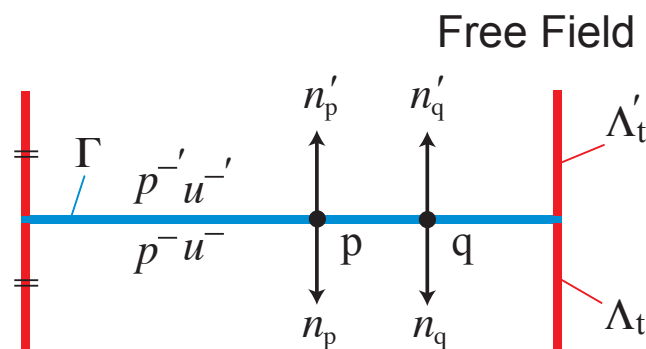


Fig. 2.5 Acoustical equivalent model to Ω_t .

2.3.4 基本型積分方程式に基づくマトリクス方程式の導出

入射側領域 Ω_i (観測点 p が Γ にある場合)

まず Eq. (2.15) を Fig.2.4 に示す境界についての積分方程式に書き直すと、次式のように表せる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\hat{p}(\mathbf{r}_p) = & p_d(\mathbf{r}_p) + p_d'(\mathbf{r}_p) + \int_{\Gamma} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \\ & + \int_{\Lambda_i + \Lambda_i'} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \end{aligned} \quad (2.17)$$

次に Eq. (2.17) の被積分関数のうちの境界表面上の音圧差 $\tilde{p}(\mathbf{r}_q)$ の内向き法線方向微分 $\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)/\partial n_q$ を求めるために、振動境界 Γ および剛壁境界 Λ_i, Λ_i' における境界条件を考える。時間項 $e^{j\omega t}$ を採用すると、 $\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)/\partial n_q$ には以下の関係がある。

$$\frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} = \begin{cases} \frac{\partial p^+}{\partial n_q} - \frac{\partial p^{+'}}{\partial n_q} = 2 \frac{\partial p^+}{\partial n_q} = -2\rho \frac{\partial u^+(\mathbf{r}_q)}{\partial t} = -2j\omega\rho u^+(\mathbf{r}_q) & (\mathbf{r}_q \in \Gamma) \\ 0 & (\mathbf{r}_q \in \Lambda_i, \Lambda_i') \end{cases} \quad (2.18)$$

またここで境界 Γ において $\hat{p}(\mathbf{r}_p) = p^+ + p^{+'} = 2p^+$ 、 $\tilde{p}(\mathbf{r}_q) = p^+ - p^{+'} = 0$ 、 $p_d(\mathbf{r}_p) = p_d'(\mathbf{r}_p)$ となることから、Eq. (2.17) は次のように書き換えることができる。

$$p^+(\mathbf{r}_p) = 2p_d(\mathbf{r}_p) + 2j\omega\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) u^+(\mathbf{r}_q) dS + \int_{\Lambda_i + \Lambda_i'} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.19)$$

また、いま境界 Λ_i' は境界 Λ_i の鏡像を考えているので、

$$\int_{\Lambda_i + \Lambda_i'} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS = 2 \int_{\Lambda_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.20)$$

が成立し、Eq. (2.19) は次のように表わせる。

$$p^+(\mathbf{r}_p) = 2p_d(\mathbf{r}_p) + 2j\omega\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) u^+(\mathbf{r}_q) dS + 2 \int_{\Lambda_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.21)$$

透過側領域 Ω_t (観測点 p が Γ にある場合)

入射側と同様に定式化を考える。まず Eq. (2.15) を Fig.2.5 に示す境界についての積分方程式に書き直すと、次式のように表せる。ただし透過側には音源は存在しないので、直接音項 $p_d(\mathbf{r}_p), p_d'(\mathbf{r}_p)$ を省いた形となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\hat{p}(\mathbf{r}_p) &= \int_{\Gamma} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \\ &+ \int_{\Lambda_t + \Lambda_t'} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \end{aligned} \quad (2.22)$$

次に Eq. (2.22) の被積分関数のうちの境界表面上の音圧差 $\tilde{p}(\mathbf{r}_q)$ の内向き法線方向微分 $\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)/\partial n_q$ を求めるために、振動境界 Γ および剛壁境界 Λ_t, Λ_t' における境界条件を考える。時間項 $e^{j\omega t}$ を採用すると、 $\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)/\partial n_q$ には以下の関係がある。

$$\frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} = \begin{cases} \frac{\partial p^-}{\partial n_q} - \frac{\partial p^{-'}}{\partial n_q} = 2 \frac{\partial p^-}{\partial n_q} = -2\rho \frac{\partial u^-(\mathbf{r}_q)}{\partial t} = -2j\omega\rho u^-(\mathbf{r}_q) & (\mathbf{r}_q \in \Gamma) \\ 0 & (\mathbf{r}_q \in \Lambda_t, \Lambda_t') \end{cases} \quad (2.23)$$

またここで境界 Γ において、 $\hat{p}(\mathbf{r}_p) = p^- + p^{-'} = 2p^-$ 、 $\tilde{p}(\mathbf{r}_q) = p^- - p^{-'} = 0$ となることから、Eq. (2.22) は次のように書き換えることができる。

$$p^-(\mathbf{r}_p) = 2j\omega\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) u^-(\mathbf{r}_q) dS + \int_{\Lambda_t + \Lambda_t'} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.24)$$

また、いま境界 Λ_t' は境界 Λ_t の鏡像を考えているので、

$$\int_{\Lambda_t + \Lambda_t'} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS = 2 \int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.25)$$

が成立し、Eq. (2.24) は次のように表わせる。

$$p^-(\mathbf{r}_p) = 2j\omega\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) u^-(\mathbf{r}_q) dS + 2 \int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.26)$$

ここで $u^+ = -u^-$ なので、

$$p^-(\mathbf{r}_p) = -2j\omega\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) u^+(\mathbf{r}_q) dS + 2 \int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.27)$$

板両面音圧差に関する積分方程式の導出（観測点 \mathbf{p} が Γ にある場合）

Eqs. (2.21), (2.27) を連立させることにより、板両面の音場境界の音圧差に関する積分方程式を求めると、以下の様に表される [29]。

$$\begin{aligned}\tilde{p}(\mathbf{r}_p) &= p^+(\mathbf{r}_p) - p^-(\mathbf{r}_p) \\ &= 2p_d(\mathbf{r}_p) + 4j\omega\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) u^+(\mathbf{r}_q) dS \\ &\quad + 2 \int_{\Lambda_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS - 2 \int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.28)\end{aligned}$$

ここで、Eq. (2.28) の離散化を考える。振動境界 Γ を N_{plate} 個の四角形の境界要素 $S_i (i = 1, 2, \dots, N_{\text{plate}})$ に、音源側領域 Ω_i における剛壁境界 Λ_i を N_i 個の四角形の境界要素 $S_j (j = 1, 2, \dots, N_i)$ に、受音側領域 Ω_t における剛壁境界 Λ_t を N_t 個の四角形の境界要素 $S_k (k = 1, 2, \dots, N_t)$ に分割する。ただし、被積分関数内の $u^+(\mathbf{r}_q)$, $\tilde{p}(\mathbf{r}_q)$ は境界要素内では代表点の値で一定であると近似する。したがって Eq. (2.28) は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}\tilde{p}(\mathbf{r}_p) &= 2p_d(\mathbf{r}_p) + 4j\omega\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} u^+(\mathbf{r}_i) \int_{S_i} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS \\ &\quad + 2 \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) \int_{S_j} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS - 2 \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) \int_{S_k} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.29)\end{aligned}$$

ここで、Eq. (2.29) の積分項を

$$g_{S_i}(\mathbf{r}_p) = \int_{S_i} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS \quad (2.30)$$

$$h_{S_j}(\mathbf{r}_p) = \int_{S_j} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (2.31)$$

$$h_{S_k}(\mathbf{r}_p) = \int_{S_k} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (2.32)$$

とおくと、Eq. (2.29) は

$$\begin{aligned}\tilde{p}(\mathbf{r}_p) &= 2p_d(\mathbf{r}_p) + 4j\omega\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} u^+(\mathbf{r}_i) g_{S_i}(\mathbf{r}_p) \\ &\quad + 2 \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) h_{S_j}(\mathbf{r}_p) - 2 \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) h_{S_k}(\mathbf{r}_p) \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \quad (2.33)\end{aligned}$$

となる。Eq. (2.33) は、振動境界 Γ 上の任意の観測点 \mathbf{r}_p における両面音圧差が、粒子速度境界 Γ の境界要素の代表点における粒子速度と、剛壁境界 Λ_i の境界要素の代表点における両面音圧差と、剛壁境界 Λ_t の境界要素の代表点における両面音圧差を未知係数として、

その線形和で表されることを示している。ここで、上式に $\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_m (m = 1, 2, \dots, N_{\text{plate}})$ を代入して N_{plate} 個の線形方程式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{p}(\mathbf{r}_m) = & 2p_d(\mathbf{r}_m) + 4j\omega\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} u^+(\mathbf{r}_i) g_{S_i}(\mathbf{r}_m) \\ & + 2 \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) h_{S_j}(\mathbf{r}_m) - 2 \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) h_{S_k}(\mathbf{r}_m) \quad \text{for } m = 1, 2, \dots, N_{\text{plate}} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Eq. (2.34) の右辺第 2 項の粒子速度 u^+ と、板の振動変位 w の間には以下の関係式が成立する。ただし振動変位 w の向きは粒子速度 u^+ と逆向きの透過側法線方向である。

$$u^- = -u^+ = j\omega w \quad (2.35)$$

ここで、板材の通気性を考慮しないので振動変位 w と板材表面の粒子変位 w_f は等しいと考えると、Eq. (2.34) は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{p}(\mathbf{r}_m) = & 2p_d(\mathbf{r}_m) + 4\omega^2\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} w_f(\mathbf{r}_i) g_{S_i}(\mathbf{r}_m) \\ & + 2 \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) h_{S_j}(\mathbf{r}_m) - 2 \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) h_{S_k}(\mathbf{r}_m) \quad \text{for } m = 1, 2, \dots, N_{\text{plate}} \end{aligned} \quad (2.36)$$

上式を $m = 1$ から $m = N_{\text{plate}}$ まで考え、連立方程式をマトリクス表示すると、

$$\tilde{\mathbf{p}} = 2\mathbf{p}_d + 4\omega^2\rho\mathbf{G} \cdot \mathbf{w}_f + 2\mathbf{H}_i \cdot \tilde{\mathbf{p}}_i - 2\mathbf{H}_t \cdot \tilde{\mathbf{p}}_t \quad (2.37)$$

ただし、

$$\tilde{\mathbf{p}}^T = \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_1), \tilde{p}(\mathbf{r}_2), \dots, \tilde{p}(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \right\} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{p}_d^T = \left\{ p_d(\mathbf{r}_1), p_d(\mathbf{r}_2), \dots, p_d(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \right\} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{w}_f^T = \left\{ w_f(\mathbf{r}_1), w_f(\mathbf{r}_2), \dots, w_f(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \right\} \quad (2.40)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_i^T = \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_1), \tilde{p}(\mathbf{r}_2), \dots, \tilde{p}(\mathbf{r}_{N_i}) \right\} \quad (2.41)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_t^T = \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_1), \tilde{p}(\mathbf{r}_2), \dots, \tilde{p}(\mathbf{r}_{N_t}) \right\} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{S_1}(\mathbf{r}_1) & \cdots & g_{S_{N_{\text{plate}}}}(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{S_1}(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) & \cdots & g_{S_{N_{\text{plate}}}}(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} h_{S_1}(\mathbf{r}_1) & \cdots & h_{S_{N_i}}(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{S_1}(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) & \cdots & h_{S_{N_i}}(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} h_{S_1}(\mathbf{r}_1) & \cdots & h_{S_{N_t}}(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{S_1}(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) & \cdots & h_{S_{N_t}}(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

2.3.5 法線方向微分型積分方程式に基づくマトリクス方程式の導出

入射側領域 Ω_i (観測点 p が Λ_i にある場合)

まず Eq. (2.16) を Fig. 2.5 に示す境界についての積分方程式に書き直すと、次式のように表せる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\hat{p}(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} &= \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \frac{\partial p_d'(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \int_{\Gamma} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \\ &+ \int_{\Lambda_i + \Lambda_i'} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \end{aligned} \quad (2.46)$$

ここで、Eq. (2.18) で示した境界条件を用いると、上式は次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\hat{p}(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} &= \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \frac{\partial p_d'(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \int_{\Gamma} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} + 2j\omega\rho \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} u^+(\mathbf{r}_q) \right\} dS \\ &+ \int_{\Lambda_i + \Lambda_i'} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \end{aligned} \quad (2.47)$$

ここで境界 Γ において、 $\tilde{p}(\mathbf{r}_q) = p^+ - p^{+'} = 0$ であり、また境界 Λ_i において

$$\frac{\hat{p}(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} = 0 \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_i) \quad (2.48)$$

が成立することから、Eq. (2.47) は

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \frac{\partial p_d'(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + 2j\omega\rho \int_{\Gamma^+} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} u^+(\mathbf{r}_q) dS \\ &+ \int_{\Lambda_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_i) \end{aligned} \quad (2.49)$$

となる。ここで、基本解 G の法線方向 1 階微分 $\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)/\partial n_p$ には Eq. (2.13) を使い、基本解 $\hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)$ には鏡像を考慮した次式を用いる。ただし、 $r' = |\mathbf{r}_{pq'}|$, $\mathbf{r}_{pq'} = \mathbf{r}_{q'} - \mathbf{r}_p$, $\mathbf{r}_{q'}$: q の鏡像 q' の位置ベクトル。

$$\hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} + \frac{e^{-jkr'}}{4\pi r'} \quad (2.50)$$

したがって、その法線方向2階微分 $\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) / \partial n_p \partial n_q$ は次の (2.51) 式で表わされる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} &= \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left(\frac{e^{-jkr}}{4\pi r} + \frac{e^{-jkr'}}{4\pi r'} \right) \\
&= \frac{e^{-jkr}}{4\pi r^3} \left[(1 + jkr) \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}_q) \right. \\
&\quad \left. + \{-3(1 + jkr) + k^2 r^2\} \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}_{pq}) \cos(\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq}) \right] \\
&= \frac{e^{-jkr'}}{4\pi r'^3} \left[(1 + jkr') \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}_q) \right. \\
&\quad \left. + \{-3(1 + jkr') + k^2 r'^2\} \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}_{pq'}) \cos(\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq'}) \right] \quad (2.51)
\end{aligned}$$

ここで、Eq. (2.49) の離散化を考える。振動境界 Γ を N_{plate} 個の四角形の境界要素 $S_i (i = 1, 2, \dots, N_{\text{plate}})$ に、入射側領域 Ω_i における剛壁境界 Λ_i を N_i 個の四角形の境界要素 $S_j (j = 1, 2, \dots, N_i)$ に分割する。ただし、被積分関数内の $u^+(\mathbf{r}_q)$, $\tilde{p}(\mathbf{r}_q)$ は境界要素内では代表点の値で一定であると近似する。したがって Eq. (2.49) は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \frac{\partial p_d'(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + 2j\omega\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} u^+(\mathbf{r}_i) \int_{S_i} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} dS \\
&\quad + \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) \int_{S_j} \frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_i) \quad (2.52)
\end{aligned}$$

ここで、Eq. (2.52) の積分項を

$$i_{S_i}(\mathbf{r}_p) = \int_{S_i} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} dS \quad (2.53)$$

$$j_{S_j}(\mathbf{r}_p) = \int_{S_j} \frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \quad (2.54)$$

とおくと、Eq. (2.52) は

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \frac{\partial p_d'(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + 2j\omega\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} u^+(\mathbf{r}_i) i_{S_i}(\mathbf{r}_p) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) j_{S_j}(\mathbf{r}_p) \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_i) \quad (2.55)
\end{aligned}$$

となる。ここで Eq. (2.35) の関係を用いると、上式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \frac{\partial p_d'(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + 2\omega^2\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} w_f(\mathbf{r}_i) i_{S_i}(\mathbf{r}_p) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) j_{S_j}(\mathbf{r}_p) \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_i) \quad (2.56)
\end{aligned}$$

ここで、上式に $\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_m (m = 1, 2, \dots, N_i)$ を代入して N_i 個の線形方程式を得る。

$$0 = \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + \frac{\partial p_d'(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} + 2\omega^2 \rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} w_f(\mathbf{r}_i) i_{S_i}(\mathbf{r}_m) + \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_j) j_{S_j}(\mathbf{r}_m) \quad \text{for } m = 1, 2, \dots, N_i \quad (2.57)$$

上式を $m = 1$ から $m = N_i$ まで考え、連立方程式をマトリクス表示すると、

$$\mathbf{p}_{\text{dn}} + \mathbf{p}'_{\text{dn}} + 2\omega^2 \rho \mathbf{I}_i \cdot \mathbf{w}_f + \mathbf{J}_i \cdot \tilde{\mathbf{p}}_i = \mathbf{O} \quad (2.58)$$

ただし、

$$\mathbf{p}_{\text{dn}}^T = \left\{ \frac{p_d(\mathbf{r}_1)}{\partial n_p}, \frac{p_d(\mathbf{r}_2)}{\partial n_p}, \dots, \frac{p_d(\mathbf{r}_{N_i})}{\partial n_p} \right\} \quad (2.59)$$

$$\mathbf{p}'_{\text{dn}}{}^T = \left\{ \frac{p'_d(\mathbf{r}_1)}{\partial n_p}, \frac{p'_d(\mathbf{r}_2)}{\partial n_p}, \dots, \frac{p'_d(\mathbf{r}_{N_i})}{\partial n_p} \right\} \quad (2.60)$$

$$\mathbf{w}_f^T = \left\{ w_f(\mathbf{r}_1), w_f(\mathbf{r}_2), \dots, w_f(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \right\} \quad (2.61)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_i^T = \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_1), \tilde{p}(\mathbf{r}_2), \dots, \tilde{p}(\mathbf{r}_{N_i}) \right\} \quad (2.62)$$

$$\mathbf{I}_i = \begin{bmatrix} i_{S_1}(\mathbf{r}_1) & \cdots & i_{S_{N_{\text{plate}}}}(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{S_1}(\mathbf{r}_{N_i}) & \cdots & i_{S_{N_{\text{plate}}}}(\mathbf{r}_{N_i}) \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} j_{S_1}(\mathbf{r}_1) & \cdots & j_{S_{N_i}}(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ j_{S_1}(\mathbf{r}_{N_i}) & \cdots & j_{S_{N_i}}(\mathbf{r}_{N_i}) \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

透過側領域 Ω_t (観測点 \mathbf{p} が Λ_t にある場合)

透過側に音源は存在しないことから直接音項 $p_d(\mathbf{r}_p)$ を省いた形となることに注意して、Eq. (2.16) を Fig. 2.5 に示す境界についての積分方程式に書き直すと、次式のように表せる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\hat{p}(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} &= \int_{\Gamma} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \\ &+ \int_{\Lambda_t + \Lambda_t'} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} \frac{\partial \tilde{p}(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right\} dS \end{aligned} \quad (2.65)$$

ここで Eq. (2.23) で示した境界条件を用いると、上式は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\hat{p}(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} &= \int_{\Gamma} \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} + 2j\omega\rho \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} u^-(\mathbf{r}_q) \right\} dS \\ &+ \int_{\Lambda_t + \Lambda_t'} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \end{aligned} \quad (2.66)$$

ここで境界 Γ において、 $\tilde{p}(\mathbf{r}_q) = p^- - p'^- = 0$ であり、また境界 Λ_t において

$$\frac{\hat{p}(\mathbf{r}_p)}{\partial n_p} = 0 \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_t) \quad (2.67)$$

が成立することから、Eq. (2.66) は

$$0 = 2j\omega\rho \int_{\Gamma} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} u^-(\mathbf{r}_q) dS + \int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_t) \quad (2.68)$$

となる。ここで $u^+ = -u^-$ なので、

$$0 = -2j\omega\rho \int_{\Gamma} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} u^+(\mathbf{r}_q) dS + \int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_t) \quad (2.69)$$

ここで、Eq. (2.69) の離散化を考える。振動境界 Γ を N_{plate} 個の四角形の境界要素 $S_i (i = 1, 2, \dots, N_{\text{plate}})$ に、透過側領域 Ω_t における剛壁境界 Λ_t を N_t 個の四角形の境界要素 $S_k (k = 1, 2, \dots, N_t)$ に分割する。ただし、被積分関数内の $u^+(\mathbf{r}_q)$, $\tilde{p}(\mathbf{r}_q)$ は境界要素内では代表点の値で一定であると近似する。したがって Eq. (2.69) は次のように書き換えられる。

$$0 = -2j\omega\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} u^+(\mathbf{r}_i) \int_{S_i} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} dS + \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) \int_{S_k} \frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_t) \quad (2.70)$$

ここで入射側同様、基本解 G の法線方向 1 階微分 $\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)/\partial n_p$ には Eq. (2.13) を用い、 $\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)/\partial n_p \partial n_q$ には Eq. (2.51) を用いる。ここで、Eq. (2.70) の積分項を

$$i_{S_i}(\mathbf{r}_p) = \int_{S_i} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p} dS \quad (2.71)$$

$$j_{S_k}(\mathbf{r}_p) = \int_{S_k} \frac{\partial^2 \hat{G}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_p \partial n_q} dS \quad (2.72)$$

とおくと、Eq. (2.70) は

$$0 = -2j\omega\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} u^+(\mathbf{r}_i) i_{S_i}(\mathbf{r}_p) + \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) j_{S_k}(\mathbf{r}_p) \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_t) \quad (2.73)$$

となる。ここで Eq. (2.35) の関係を用いると、上式は次のように書き換えられる。

$$0 = -2\omega^2\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} w_f(\mathbf{r}_i) i_{S_i}(\mathbf{r}_p) + \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) j_{S_k}(\mathbf{r}_p) \quad (\mathbf{r}_p \in \Lambda_t) \quad (2.74)$$

ここで、上式に $\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_m (m = 1, 2, \dots, N_t)$ を代入して N_t 個の線形方程式を得る。

$$0 = -2\omega^2\rho \sum_{i=1}^{N_{\text{plate}}} w_f(\mathbf{r}_i) i_{S_i}(\mathbf{r}_m) + \sum_{k=1}^{N_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_k) j_{S_k}(\mathbf{r}_m) \quad \text{for } m = 1, 2, \dots, N_t \quad (2.75)$$

上式を $m = 1$ から $m = N_t$ まで考え、連立方程式をマトリクス表示すると、

$$-2\omega^2\rho \mathbf{I}_t \cdot \mathbf{w}_f + \mathbf{J}_t \cdot \tilde{\mathbf{p}}_t = \mathbf{0} \quad (2.76)$$

ただし、

$$\mathbf{w}_f^T = \left\{ w_f(\mathbf{r}_1), w_f(\mathbf{r}_2), \dots, w_f(\mathbf{r}_{N_{\text{plate}}}) \right\} \quad (2.77)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_t^T = \left\{ \tilde{p}(\mathbf{r}_1), \tilde{p}(\mathbf{r}_2), \dots, \tilde{p}(\mathbf{r}_{N_t}) \right\} \quad (2.78)$$

$$\mathbf{I}_t = \begin{bmatrix} i_{S_1}(\mathbf{r}_1) & \cdots & i_{S_{N_{\text{plate}}}}(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{S_1}(\mathbf{r}_{N_t}) & \cdots & i_{S_{N_{\text{plate}}}}(\mathbf{r}_{N_t}) \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\mathbf{J}_t = \begin{bmatrix} j_{S_1}(\mathbf{r}_1) & \cdots & j_{S_{N_t}}(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ j_{S_1}(\mathbf{r}_{N_t}) & \cdots & j_{S_{N_t}}(\mathbf{r}_{N_t}) \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

2.4 マトリクス要素の計算

2.4.1 局所座標系への変換

前述のマトリクスの各要素の計算は、各要素内の任意の点 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ の座標を局所座標系 ξ, η へと変換することにより行われる。

$$\int f(\mathbf{r})dS = \int_{\xi} \int_{\eta} f(\xi, \eta) |\mathbf{J}(\xi, \eta)| d\xi d\eta \quad (2.81)$$

$$\mathbf{J}(\xi, \eta) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} \quad (2.82)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}, \frac{\partial y}{\partial \xi}, \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \quad (2.83)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}, \frac{\partial y}{\partial \eta}, \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \quad (2.84)$$

ここで、要素内の任意の点の座標 \mathbf{r} は、要素内に設けた節点の座標と形状関数 M の線形結合として以下のように近似される。

$$\mathbf{r}(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^m M_j(\xi, \eta) \mathbf{r}_j \quad (2.85)$$

但し、 m : 要素内の総節点数, M_j : 節点 j の形状関数, \mathbf{r}_j : 節点 j の座標。

従って、 $\partial \mathbf{r} / \partial \xi, \partial \mathbf{r} / \partial \eta$ は以下のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial M_j}{\partial \xi} \mathbf{r}_j \quad (2.86)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial M_j}{\partial \eta} \mathbf{r}_j \quad (2.87)$$

これらを Eq. (2.82) に代入することにより $\mathbf{J}(\xi, \eta)$ を求めることができる。本研究の解析においては四角形一定要素を用いることとする。また、Eq. (2.81) の計算に関しては、通常 Gauss の積分公式や Hammer の公式 [30] などを用いて数値的に積分を行う。

2.4.2 特異積分・近特異積分の取り扱いについて

受音点 \mathbf{p} と積分点 \mathbf{q} が一致する場合には被積分関数が無限大となることから特別な取り扱いが必要となるが(特異積分)、要素中心を原点とする極座標系に変換することにより特異性を取り除くことが可能である。一定要素を用いる場合、基本解 Eq. (2.11) の特異積分は以下のように表される。

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{-jkr}}{r} dS = \frac{1}{4\pi jk} \left(2\pi - \oint e^{-jkr(\theta)} d\theta \right) \quad (2.88)$$

同様に、基本解の法線方向 2 階微分 Eq. (2.14) の特異積分は以下の式で表される [31]。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{-jkr}}{r^3} \left[(1 + jkr) \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}_q) + \{-3(1 + jkr) + k^2 r^2\} \cos(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}_{pq}) \cos(\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq}) \right] dS \\ &= -\frac{1}{4\pi} \left(\oint \frac{e^{-jkr(\theta)}}{r(\theta)} d\theta + 2\pi jk \right) \end{aligned} \quad (2.89)$$

2.5 入射波ベクトルについて

本解析では一般的な 3 次元音響透過モデルとして、Fig. 2.6 に示すような無限大剛バフル中の板材に単位振幅平面波が入射する問題を想定する。平面波の入射角に関しては、Fig. 2.7 に示すように立体角 $\pi/2$ 内の相当範囲(ランダム入射条件 ($0 \leq \theta \leq 90, 0 \leq \phi \leq 90$ [deg])) を概ね均等に全方位を離散化する。 θ 方向分割数 N_θ をパラメータとして、Eqs. (2.90), (2.91) により離散方位幅 $\Delta\theta_{ij}, \Delta\phi_{ij}$ および離散方位 θ_{ij}, ϕ_{ij} を設定する。

$$\Delta\theta_{ij} = \frac{78^\circ}{N_\theta}, \theta_{ij} = \left(i - \frac{1}{2} \right) \Delta\theta_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, N_\theta) \quad (2.90)$$

$$\Delta\phi_{ij} = \frac{90^\circ}{N_\phi^i}, \phi_{ij} = \left(j - \frac{1}{2} \right) \Delta\phi_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, N_\phi^i) \quad (2.91)$$

ただし、 $N_\phi^i = [N_\theta \sin \theta_{ij}]$

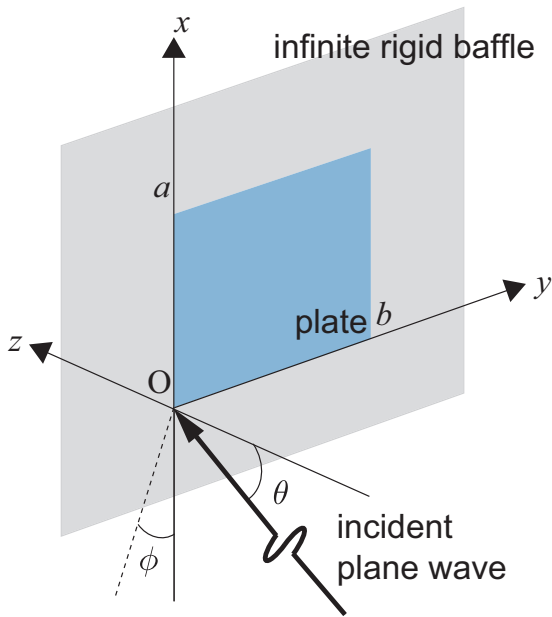


Fig. 2.6 Geometry of a three-dimensional sound transmission model.

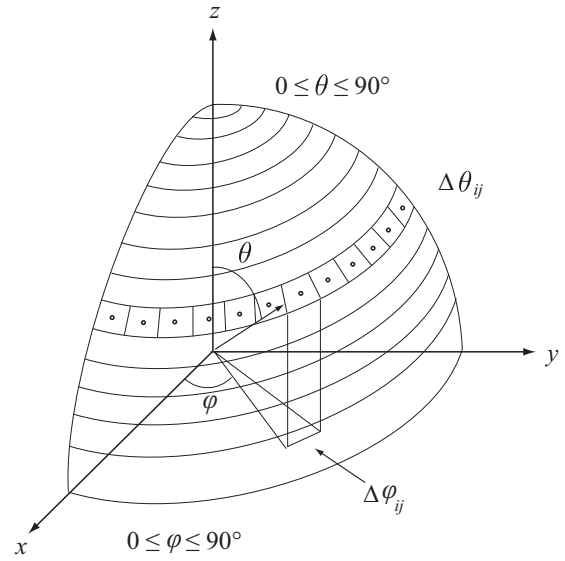


Fig. 2.7 Discretization of incident angles.

ここで入射条件 l における直接音成分を p_{Dl} とすると、Fig. 2.6 のように入射角を設定した場合、入射波である単位振幅平面波は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} p_{Dl}(\mathbf{r}_i) &= \exp(-j\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}_i) \\ &= \exp\{-jk(\sin\theta_l \cos\varphi x_i + \sin\theta_l \sin\varphi y_i + \cos\theta_l z_i)\} \end{aligned} \quad (2.92)$$

但し、 \mathbf{k}_l : 入射条件 l における波数ベクトル。
また、 p_{Dl} の法線方向微分は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_i} p_{Dl} &= -j(\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_l) p_{Dl} \\ &= -j(\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_l) \exp(-j\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}_i) \end{aligned} \quad (2.93)$$

2.6 板振動場の基礎方程式

2.6.1 板振動場の基礎方程式の導出

応力度について

文献 [32] をもとに板振動場の力学について整理する。板 (厚さ: h_p , 密度: ρ_p , ヤング率: E_p , 損失係数: η_p , ポアソン比: ν) の微小部分のつり合いを考える。Fig. 2.8 に示すように、板には外力として、板表面に垂直な単位面積当たりの力 F が作用している。これに抵抗する内力として、単位面積あたりの質量は $\rho_p h_p$ となるので慣性力 $\rho_p h_p (\partial W / \partial t^2) dx dy$ 、また微小板の周辺には、曲げモーメント M_x, M_y 、ねじりモーメント M_{xy}, M_{yx} 、板に直角に働いて板にせん断変形を生じさせるせん断力 Q_x, Q_y が作用している。 x 軸方向に働く垂直応力度を σ_x 、 y 軸方向に働く垂直応力度を σ_y とする。またせん断力が単位断面積当りに働く応力度をせん断応力度とする。垂直応力度とせん断応力度の符号は Fig. 2.8 の各軸の正側前方の面に作用する応力度が座標軸の正の方向を向いているときに正とする。 x 軸に垂直な面に働く y 方向のせん断応力度を τ_{yx} 、 y 軸に垂直な面に働く x 方向のせん断応力度を τ_{xy} とする。 $F, M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx}, Q_x, Q_y$ は Fig. 2.8 に示す方向を正とする。ただし $M_{xy} = -M_{yx}$ である。

ここで平板の変形について考える。Fig. 2.9 に平板の変形のモデルを示す。平板の変形については、中央面に垂直な直線上の点は、変形後も変形した中央面の法線上にあると仮

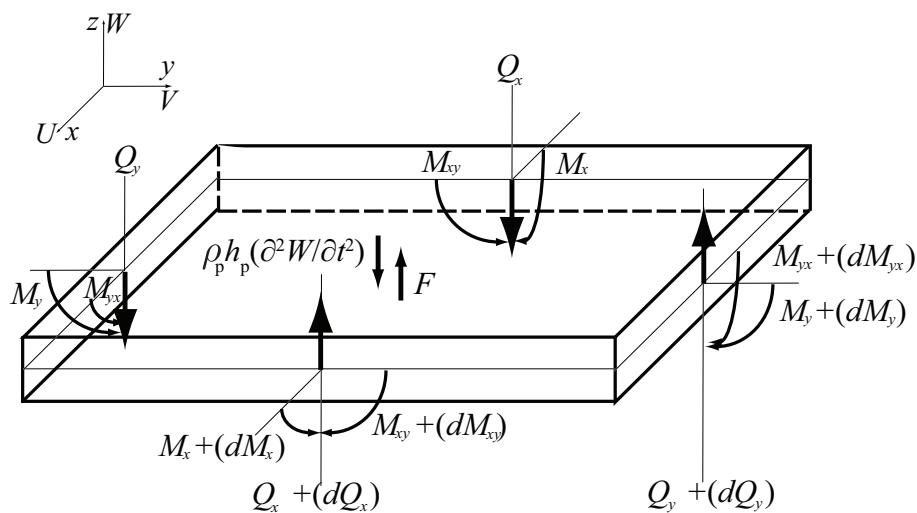


Fig. 2.8 Illustration of elastic plate.

定する。x 軸方向の変位を U 、y 軸方向の変位を V とすると、z 方向の変位 W により

$$U = -z \frac{\partial W}{\partial x} \quad V = -z \frac{\partial W}{\partial y} \quad (2.94)$$

が生じる。また単位断面積当りに作用する応力度により、ひずみが生じる。垂直ひずみ $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 、せん断ひずみ γ_{xy}, γ_{yx} は変位との関係式により

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \quad \gamma_{yx} = -\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \quad (2.95)$$

と表される。 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yx}$ は平面応力のフックの法則より

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E_p}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) & \sigma_y &= \frac{E_p}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= \frac{E_p}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} & \tau_{yx} &= \frac{E_p}{2(1+\nu)} \gamma_{yx} \end{aligned} \quad (2.96)$$

と表される。以上より垂直応力度 σ_x, σ_y 、せん断応力度 τ_{xy}, τ_{yx} は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -z \frac{E_p}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) & \sigma_y &= -z \frac{E_p}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= -z \frac{E_p}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) & \tau_{yx} &= z \frac{E_p}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.97)$$

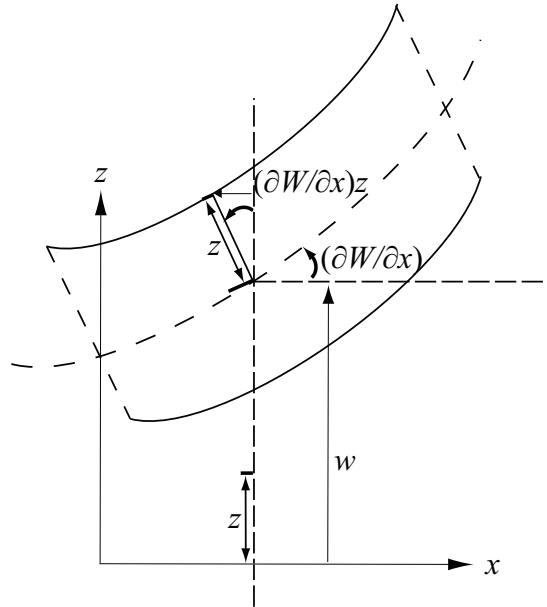


Fig. 2.9 Transformation of elastic plate.

モーメント・力のつりあい

曲げモーメント M_x, M_y 、ねじりモーメント M_{xy}, M_{yx} は、応力度が作用する微小断面について、応力度と中立軸からの距離をかけあわせたものを全断面積について積分して得られるので

$$M_x = \int_{-\frac{h_p}{2}}^{\frac{h_p}{2}} \sigma_x z dz \quad M_y = \int_{-\frac{h_p}{2}}^{\frac{h_p}{2}} \sigma_y z dz \quad M_{xy} = \int_{-\frac{h_p}{2}}^{\frac{h_p}{2}} \tau_{xy} z dz \quad M_{yx} = \int_{-\frac{h_p}{2}}^{\frac{h_p}{2}} \tau_{yx} z dz \quad (2.98)$$

となる。Eq. (2.97) とより曲げモーメント M_x と M_y 、ねじりモーメント M_{xy} と M_{yx} は

$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) & M_y &= -\frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= -M_{yx} = -\frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} (1-\nu) \frac{\partial W}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.99)$$

と表される。ここで

$$D = \frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.100)$$

とおくと M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx} は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) & M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= -M_{yx} = -D(1-\nu) \frac{\partial W}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.101)$$

ここで y 軸に平行な軸まわりのモーメントの釣合いを考えると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} (M_x + dM_x)dy - (M_{yx} + dM_{yx})dx - (Q_x + dQ_x)dxdy - M_x dy + M_{xy} dx &= 0 \\ \therefore Q_x &= \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.102)$$

同様に x 軸に平行な軸まわりのモーメントの釣合いを考えると、次式が得られる。

$$\therefore Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (2.103)$$

また、 z 軸方向に働く力のつり合いを考えると次式が得られる。

$$\begin{aligned} (Q_x + dQ_x)dy + (Q_y + dQ_y - Q_y)dx - \rho_p h_p \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} dxdy + F dxdy &= 0 \\ \therefore \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \rho_p h_p \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + F &= 0 \end{aligned} \quad (2.104)$$

板振動場の振動方程式の導出

Eqs. (2.102, 2.103) より Eq. (2.104) は次式で表される。

$$D \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - F = 0 \quad (2.105)$$

板の内部損失を考慮すると板の曲げ振動方程式は以下の形になる。

$$D \nabla^4 W(\mathbf{r}, t) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 W(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = F(\mathbf{r}, t) \quad (2.106)$$

ただし、 $D = \frac{E_p(1 + j\eta_p h_p^3)}{12(1 - \nu^2)}$: 板の曲げ剛性、 η_p : 板の損失係数。

ここで、振動変位と外力が調和振動をしていると仮定すると、次式が得られる。

$$D \nabla^4 w(\mathbf{r}) - \rho_p h_p \omega^2 w(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) \quad (2.107)$$

ただし、 $W(\mathbf{r}, t) = w(\mathbf{r})e^{j\omega t}$, $F(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r})e^{j\omega t}$.

2.6.2 板振動場の境界条件

文献 [32] をもとに板振動場の境界条件について述べる。有限板の境界条件としては、固定支持、単純支持など様々なものが考えられるが、本研究では、ISO 140 及び JIS A 1416: 2000 で規定されているようなパテ支持、また実際の現場でガラスの支持によく用いられるガスケット支持により固定されている板状試料を想定し、境界上での面外変位 w 及び境界を軸とした回転角 θ が生じるモデルを考える。それぞれの反作用として、弾性力及び弾性モーメントが生じる。境界条件のモデルを Fig. 2.10, 2.11 に示す。力の向き、変位 w の向き、回転角 θ の向きは図に表す方向を正とする。Fig. 2.10 より力のつりあいは次式で表される。

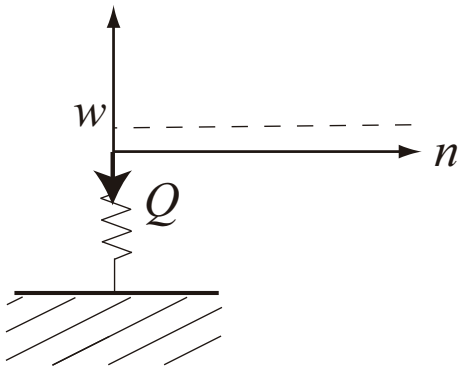


Fig. 2.10 Displacement and shear force.

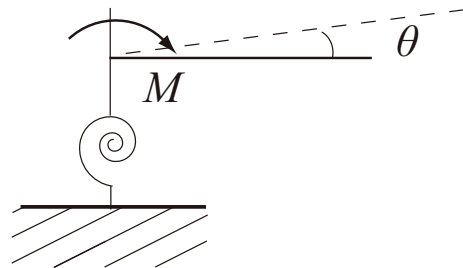


Fig. 2.11 rotational angle and moment.

$$Q = -Z_Q w \quad (2.108)$$

ただし、 Z_Q : 並進インピーダンス.

Eqs. (2.102), (2.103) よりせん断力 Q は次式で表される。 $\partial/\partial n_B$ は境界上の内向き法線方向微分、 $\partial/\partial l_B$ は境界上の接線方向微分を表す。

$$Q = D \frac{\partial}{\partial n_B} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) \quad (2.109)$$

Eqs. (2.108), (2.109) より境界条件は、

$$D \frac{\partial}{\partial n_B} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) = Q = -Z_Q w \quad (2.110)$$

と表される。

一方、Fig. 2.12 に示すように辺 BC にはねじりモーメント M_{xy} が y 方向に、辺 AB には M_{yx} が x 方向に分布している。これらは、 $\partial M_{xy}/\partial y$ のせん断力が y 方向に、 $\partial M_{yx}/\partial x$ のせん断力が x 方向に分布していることと等価である。これにより、辺 BC には単位長さ当たり Eq. (2.111) の有効せん断力が、辺 AB には Eq. (2.112) の有効せん断力が分布していることとみなすことができる。

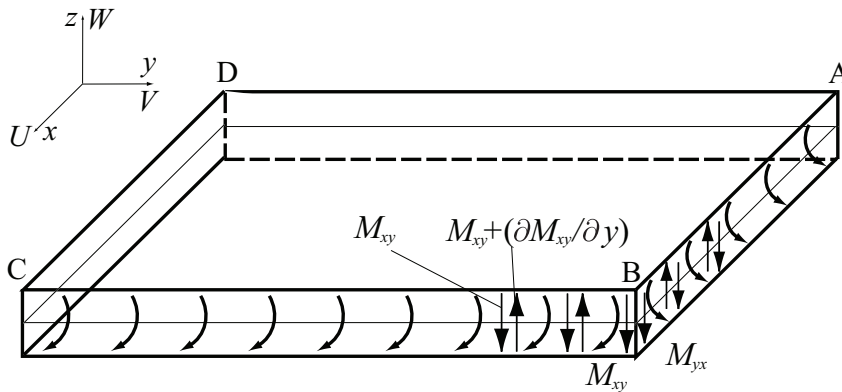


Fig. 2.12 Distributions of moment on boundary.

$$\bar{Q}_x = Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (2.111)$$

$$\bar{Q}_y = Q_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \quad (2.112)$$

またこの時、辺 BC と辺 BA が交差するコーナー部 B では、ねじりモーメントの 2 倍 ($2M_{xy}$) の集中反力が作用する。

Eqs. (2.101), (2.109), (2.111), (2.112) より、有効せん断力 \bar{Q} は次式で表すことができる。

$$\bar{Q} = D \frac{\partial}{\partial n_B} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) \quad (2.113)$$

Eqs. (2.108), (2.113) より、境界条件は

$$D \frac{\partial}{\partial n_B} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) = -Z_Q w \quad (2.114)$$

と表すことができる。図 2.6 よりモーメントのつりあいは次式で表される。

$$M = -Z_M \theta \quad (2.115)$$

ただし、 Z_M : 回転インピーダンス。

Eq. (2.101) より、曲げモーメント M は次式で表される。

$$M = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) \quad (2.116)$$

Eqs. (2.115), (2.116) より、境界条件は

$$D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) = Z_M \theta = Z_M \frac{\partial w}{\partial n_B} \quad (2.117)$$

と表される。

2.7 有限要素法による板振動場の定式化

2.7.1 要素内変位と内挿関数

板面を有限要素に分割して節点を設け、内挿関数を導入する。ここでは4つの頂点節点がそれぞれ3自由度を有する12自由度の長方形要素を用いる。節点 n での変位を \mathbf{a}_n とする。節点変位は、 z 方向の変位 w_n 、 x 軸まわりの回転角 θ_{xn} 、 y 軸まわりの回転角 θ_{yn} の3つの成分からなる。回転角は Fig. 2.13 のように定義する。各節点変位 \mathbf{a}_i は以下のように表される。

$$\mathbf{a}_i = \left\{ \begin{array}{c} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} w_i \\ -\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \end{array} \right\} \quad (2.118)$$

要素内の各節点変位をまとめると以下のように表される。

$$\mathbf{a}^e = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{a}_i \\ \mathbf{a}_j \\ \mathbf{a}_k \\ \mathbf{a}_l \end{array} \right\} \quad (2.119)$$

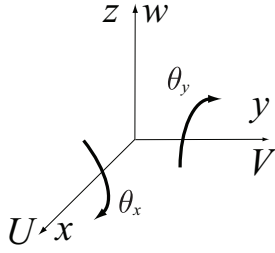


Fig. 2.13 Illustration of rotational angle.

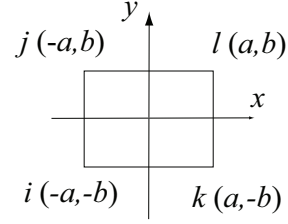


Fig. 2.14 Illustration of a coordinate of element node.

ここで、要素内の z 方向変位を近似する多項式として次式を用いる。[]

$$w \equiv \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3$$

$$\equiv \mathbf{P}^T \boldsymbol{\alpha} \quad (2.120)$$

ただし、

$$\mathbf{P}^T = \{ 1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2 y, xy^2, y^3, x^3 y, xy^3 \} \quad (2.121)$$

$$\boldsymbol{\alpha}^T = \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12} \} \quad (2.122)$$

である。

したがって回転角 θ_x, θ_y は以下のように表される。

$$\theta_x = -\alpha_3 - \alpha_5 x - 2\alpha_6 y - 2\alpha_8 x^2 - 2\alpha_9 xy - 3\alpha_{10} y^2 - \alpha_{11} x^3 - 3\alpha_{12} xy^2 \quad (2.123)$$

$$\theta_y = \alpha_2 + 2\alpha_4 x + \alpha_5 y + 3\alpha_7 x^2 + 2\alpha_8 xy + \alpha_9 y^2 + 3\alpha_{11} x^2 y + \alpha_{12} y^3 \quad (2.124)$$

α_1 から α_{12} までの定数を求めるため、各節点の座標値と各節点変位を代入し、連立方程式を節点 i, j, k, l について立式する。これら 12 個すべての方程式は、まとめて以下のようなマトリクスとベクトルにより表現できる。

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{C} \boldsymbol{\alpha} \quad (2.125)$$

ただし、 \mathbf{C} : 節点座標の値により決まる 12×12 のマトリクス。

ここで Eq. (2.120) は次式のように表せる。

$$w \equiv \mathbf{P}^T \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{P}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = \mathbf{N}_p \mathbf{a}^e \quad (2.126)$$

$$\mathbf{N}_p = \mathbf{P}^T \mathbf{C}^{-1} \quad (2.127)$$

\mathbf{N}_p は要素内 z 方向変位 w のための内挿関数である。また $\mathbf{C}, \mathbf{C}^{-1}$ は Fig. 2.14 に示すよう

な基準化された要素節点座標を規定すると、以下の Eqs. (2.128), (2.129) で表される。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & a^2 & ab & b^2 & -a^3 & -a^2b & -ab^2 & -b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & a & 2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & a^3 & 3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & -2a & -b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & -3a^2b & -b^3 \\ 1 & -a & b & a^2 & -ab & b^2 & -a^3 & a^2b & -ab^2 & b^3 & -a^3b & -ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & a & -2b & 0 & -a^2 & 2ab & -3b^2 & a^3 & 3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & -2a & b & 0 & 3a^2 & -2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^3 \\ 1 & a & -b & a^2 & -ab & b^2 & a^3 & -a^2b & ab^2 & -b^3 & -a^3b & -ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & 2b & 0 & -a^2 & 2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & -b & 0 & 3a^2 & -2ab & b^2 & 0 & -3a^2b & -b^3 \\ 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & -2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^3 \end{bmatrix} \quad (2.128)$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{8} \times \begin{bmatrix} 2 & -b & a & 2 & b & a & 2 & -b & -a & 2 & b & -a \\ -\frac{3}{a} & \frac{b}{a} & -1 & -\frac{3}{a} & -\frac{b}{a} & -1 & \frac{3}{a} & -\frac{b}{a} & -1 & \frac{3}{a} & \frac{b}{a} & -1 \\ -\frac{3}{b} & 1 & -\frac{a}{b} & \frac{3}{b} & 1 & \frac{a}{b} & -\frac{3}{b} & 1 & \frac{a}{b} & \frac{3}{b} & 1 & -\frac{a}{b} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{a} & 0 & 0 & -\frac{1}{a} & 0 & 0 & \frac{1}{a} & 0 & 0 & \frac{1}{a} \\ \frac{4}{ab} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{b} & -\frac{4}{ab} & -\frac{1}{a} & -\frac{1}{b} & -\frac{4}{ab} & \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{4}{ab} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 \\ \frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} & \frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} & -\frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} & -\frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & 0 & \frac{1}{ab} \\ 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 \\ \frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 & -\frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 & \frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 & -\frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 \\ -\frac{1}{a^3b} & 0 & -\frac{1}{a^2b} & \frac{1}{a^3b} & 0 & \frac{1}{a^2b} & \frac{1}{a^3b} & 0 & -\frac{1}{a^2b} & -\frac{1}{a^3b} & 0 & \frac{1}{a^2b} \\ -\frac{1}{ab^3} & \frac{1}{ab^2} & 0 & \frac{1}{ab^3} & \frac{1}{ab^2} & 0 & \frac{1}{ab^3} & -\frac{1}{ab^2} & 0 & -\frac{1}{ab^3} & -\frac{1}{ab^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.129)$$

2.7.2 要素内外力と内挿関数

節点 i の外力としては z 方向のみを規定し f_i で与える。要素内の各節点外力をまとめると以下のように表される。

$$\mathbf{b}^e = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_k \\ f_l \end{Bmatrix} \quad (2.130)$$

ここで、要素に働く外力を近似する多項式として次式を用いる。

$$f \equiv \beta_1 + \beta_2x + \beta_3y + \beta_4xy \equiv \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.131)$$

ただし、

$$\mathbf{Q}^T = \{ 1, x, y, xy \} \quad (2.132)$$

$$\boldsymbol{\beta}^T = \{ \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4 \} \quad (2.133)$$

である。

β_1 から β_4 までの定数を求めるため、各節点の座標値と外力を代入し、連立方程式を立式する。これら 4 個すべての方程式は、まとめて以下のようなマトリクスとベクトルにより表現できる。

$$\mathbf{b}^e = \mathbf{E}\boldsymbol{\beta} \quad (2.134)$$

ただし、 \mathbf{E} : 節点座標の値により決まる 4×4 のマトリクス。

ここで Eq. (2.131) は次式のように表せる。

$$f \equiv \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\beta} = \mathbf{Q}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{b}^e = \mathbf{N}_f \mathbf{b}^e \quad (2.135)$$

$$\mathbf{N}_f = \mathbf{Q}^T \mathbf{E}^{-1} \quad (2.136)$$

\mathbf{N}_f は外力 f のための内挿関数である。また $\mathbf{E}, \mathbf{E}^{-1}$ は図 2.9 に示す要素節点座標を規定すると、以下の Eqs. (2.137), (2.138) で表される。

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & ab \\ 1 & -a & b & -ab \\ 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab \end{bmatrix} \quad (2.137)$$

$$\mathbf{E}^{-1} = \frac{1}{4ab} \times \begin{bmatrix} ab & ab & ab & ab \\ -b & -b & b & b \\ -a & a & -a & a \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.138)$$

2.7.3 仮想仕事の原理の適用

上記の板に対して仮想仕事の原理を適用する。仮想仕事の原理は力がつり合いの状態にある場合、変位をごくわずかにだけ変化させる際の外部仕事（外力のする仕事）と内部仕事（内力のする仕事）の和は0になる、という関係を表すものである。上記の板では、外部仕事として外力の仕事を、内部仕事としてひずみによる仕事、板の運動による仕事、境界上の弾性力の仕事、境界上の弾性モーメントの仕事を考慮する必要がある。まずひずみについて整理する。ひずみ成分は、Eq. (2.94), (2.95) より次式のように求められる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = zk_x & \varepsilon_y &= \frac{\partial V}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = zk_y \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = zk_{xy}\end{aligned}\quad (2.139)$$

ただし、 k_x, k_y, k_{xy} は変形後の平面の曲率あるいはねじれ率であり、次式で定義される。

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad k_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\quad (2.140)$$

応力 - ひずみ関係式を Eq. (2.96)、モーメント成分を Eq. (2.98) で定義すると、モーメントと曲率の関係式は、次のようにマトリクス形で整理できる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}\quad (2.141)$$

ただし、

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \frac{E_p(1+j\eta_p)h^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 \mathbf{P}^T}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 \mathbf{P}^T}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 \mathbf{P}^T}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = \mathbf{R}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e$$

$$\mathbf{R}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 & 0 & -6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2x & -6y & 0 & -6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -4x & -4y & 0 & -6x^2 & -6y^2 \end{bmatrix}$$

ここで仮想仕事の原理より、板面の境界に接している要素には以下の式が成り立つ。

$$\int_{\Gamma_e} \varepsilon^T \sigma dS + \int_{\Gamma_e} w \rho_p h_p \ddot{w} dS = \int_{\Gamma_e} w f dS - \int_{\Lambda_e} w Z_Q w dL - \int_{\Lambda_e} \theta Z_M \theta dL \quad (2.142)$$

また、板面の境界に接していない要素には以下の式が成り立つ。

$$\int_{\Gamma_e} \varepsilon^T \sigma dS + \int_{\Gamma_e} w \rho_p h_p \ddot{w} dS = \int_{\Gamma_e} w f dS \quad (2.143)$$

ただし、 Γ_e : 板面の要素、 Λ_e : 板面の境界に接している要素、 S : 要素の面積、 L : 境界に接している辺である。

また、Eqs. (2.142), (2.143) 中の各項は以下のように表せる。

ひずみによる仕事

$$\int_{\Gamma_e} \varepsilon^T \sigma dS = \int_{\Gamma_e} \varepsilon^T \mathbf{D} \varepsilon dS = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{C}^{-1T} \cdot \int_{\Gamma_e} \mathbf{R} \mathbf{D} \mathbf{R}^T dS \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{K}_e \mathbf{a}^e \quad (2.144)$$

板の運動による仕事

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} w \rho_p h_p \ddot{w} dS &= -\mathbf{a}^{eT} \omega^2 \rho_p h_p \cdot \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dS \cdot \mathbf{a}^e \\ &= -\mathbf{a}^{eT} \omega^2 \rho_p h_p \mathbf{C}^{-1T} \cdot \int_{\Gamma_e} \mathbf{P} \mathbf{P}^T dS \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = -\mathbf{a}^{eT} \omega^2 \mathbf{M}_e \mathbf{a}^e \end{aligned} \quad (2.145)$$

外力の仕事

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} w f dS &= \mathbf{a}^{eT} \cdot \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dS \cdot \mathbf{b}^e \\ &= \mathbf{a}^{eT} \mathbf{C}^{-1T} \cdot \int_{\Gamma_e} \mathbf{P} \mathbf{Q}^T dS \cdot \mathbf{E}^{-1} \mathbf{b}^e = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{Q}_e \mathbf{b}^e \end{aligned} \quad (2.146)$$

境界上の弾性力の仕事

$$\begin{aligned} \int_{\Lambda_e} w Z_Q w dL &= \mathbf{a}^{eT} Z_Q \cdot \int_{\Lambda_e} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dL \cdot \mathbf{a}^e \\ &= \mathbf{a}^{eT} Z_Q \mathbf{C}^{-1T} \cdot \int_{\Lambda_e} \mathbf{P} \mathbf{P}^T dL \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{K}_{BQ_e} \mathbf{a}^e \end{aligned} \quad (2.147)$$

境界上の弾性モーメントの仕事

$$\begin{aligned} \int_{\Lambda_e} \theta Z_M \theta dL &= \mathbf{a}^{eT} Z_M \cdot \int_{\Lambda_e} \left[\frac{\partial \mathbf{N}_p^T}{\partial n} \frac{\partial \mathbf{N}_p}{\partial n} \right] dL \cdot \mathbf{a}^e \\ &= \mathbf{a}^{eT} Z_M \mathbf{C}^{-1T} \cdot \int_{\Lambda_e} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial n} \frac{\partial \mathbf{P}^T}{\partial n} dL \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{K}_{BM_e} \mathbf{a}^e \end{aligned} \quad (2.148)$$

Eqs. (2.144), (2.145), (2.146), (2.147), (2.148) より、Eq. (2.142) は以下のように表される。

$$(\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_{BQ_e} + \mathbf{K}_{BM_e} - \omega^2 \mathbf{M}_e) \mathbf{a}^e = \mathbf{Q}_e \mathbf{b}^e \quad (2.149)$$

また、Eq. (2.143) は以下のように表される。

$$(\mathbf{K}_e - \omega^2 \mathbf{M}_e) \mathbf{a}^e = \mathbf{Q}_e \mathbf{b}^e \quad (2.150)$$

多数の要素からなる系の方程式は要素の方程式を全て加え合わせたものとなる。よって Eqs. (2.149), (2.150) より以下のマトリクス方程式が得られる。

$$\mathbf{U} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{b} \quad (2.151)$$

ここで、

$$\mathbf{U} = \mathbf{K} + \mathbf{K}_q + \mathbf{K}_m - \omega^2 \mathbf{M} \quad (2.152)$$

である。ただし、板の剛性、質量、適合マトリクスとして $\mathbf{K}(=\mathbf{K}_e)$, \mathbf{M} , \mathbf{Q} 、周辺支持部のせん断バネ、回転バネに対応する剛性マトリクスとして $\mathbf{K}_q(=\mathbf{K}_{BQ_e})$, $\mathbf{K}_m(=\mathbf{K}_{BM_e})$ 、振動変位ベクトル \mathbf{w} 、傾斜ベクトル θ_x, θ_y 、外力ベクトル \mathbf{b} である。ここで、板振動場の外力 \mathbf{b} は板両面の音場境界 Γ における音圧差により生じることから、

$$\mathbf{b} = \tilde{\mathbf{p}} \quad (2.153)$$

である。したがって、Eq. (2.151) は次のように表せる。

$$\mathbf{U} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{w}_f \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \mathbf{Q} \cdot \tilde{\mathbf{p}} \quad (2.154)$$

2.8 音場と板振動場の連成

ニッシュェが入射側領域 Ω_i 、透過側領域 Ω_t の両方に存在する場合

振動境界 Γ 、剛壁境界 Λ_i, Λ_t 、板振動場で立式した (2.37), (2.58), (2.76), (2.154) 式を解くことによって、振動境界 Γ 、剛壁境界 Λ_i, Λ_t における両面音圧差、板振動場における振動変位を求める。したがって、最終的に解くべきマトリクス方程式は、Eqs. (2.37), (2.58), (2.76), (2.154) をまとめ、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -2\mathbf{H}_i & 2\mathbf{H}_t & -4\omega^2\rho[\mathbf{G}\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ \mathbf{O} & \mathbf{J}_i & \mathbf{O} & 2\omega^2\rho[\mathbf{I}_i\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{J}_t & -2\omega^2\rho[\mathbf{I}_t\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}} \\ \tilde{\mathbf{p}}_i \\ \tilde{\mathbf{p}}_t \\ \mathbf{w}_f \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{p}_d \\ -\mathbf{p}_{dn} - \mathbf{p}'_{dn} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (2.155)$$

となる。ただし、 \mathbf{E} は単位行列である。境界 $\Gamma, \Lambda_i, \Lambda_t$ における両面音圧差、板の振動変位および回転角は上式を数值的に解くことにより求められる。

ニッシュェが入射側領域 Ω_i にのみ存在する場合

解くべきマトリクス方程式は、Eq. (2.155) において透過側のニッシュェに関するマトリクスおよびベクトルを除いたものとなり、すなわち

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -2\mathbf{H}_i & -4\omega^2\rho[\mathbf{G}\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ \mathbf{O} & \mathbf{J}_i & 2\omega^2\rho[\mathbf{I}_i\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{O} & \mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}} \\ \tilde{\mathbf{p}}_i \\ \mathbf{w}_f \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{p}_d \\ -\mathbf{p}_{dn} - \mathbf{p}'_{dn} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (2.156)$$

となる。

ニッシュェが透過側領域 Ω_t にのみ存在する場合

解くべきマトリクス方程式は、Eq. (2.155) において入射側のニッシュェに関するマトリクスおよびベクトルを除いたものとなり、すなわち

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} & 2\mathbf{H}_t & -4\omega^2\rho[\mathbf{G}\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ \mathbf{O} & \mathbf{J}_t & -2\omega^2\rho[\mathbf{I}_t\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{O} & \mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}} \\ \tilde{\mathbf{p}}_t \\ \mathbf{w}_f \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{p}_d \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (2.157)$$

となる。

ニッシュェが入射・透過側領域のいずれにも存在しない場合

解くべきマトリクス方程式は、Eq. (2.155) において入射・透過側のニッシュェに関するマトリクスおよびベクトルを除いたものとなり、すなわち

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -4\omega^2\rho[\mathbf{G}\mathbf{O}\mathbf{O}] \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{p}} \\ \mathbf{w}_f \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2\mathbf{p}_d \\ \mathbf{O} \end{Bmatrix} \quad (2.158)$$

となる。

2.9 音響透過損失の算出

音場と板振動場の連成方程式である Eqs. (2.155), (2.157) より算出される板面の節点粒子変位ベクトル \mathbf{w}_f 、透過側ニッシュェにおける両面音圧差ベクトル $\tilde{\mathbf{p}}_t$ を Eq. (2.27) に代入することで、板面の節点透過音圧ベクトル \mathbf{p}_t を次式により得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_t &= p^-(\mathbf{r}_p) \\ &= -2\omega^2\rho\mathbf{G}\mathbf{w}_f + 2\mathbf{H}_t\tilde{\mathbf{p}}_t \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \end{aligned} \quad (2.159)$$

なお、透過側ニッシュェが存在しない場合は、Eqs. (2.156), (2.158) より算出される板面の節点粒子変位ベクトル \mathbf{w}_f を (2.27) 式に代入することで、板面の節点透過音圧ベクトル \mathbf{p}_t を次式により得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_t &= p^-(\mathbf{r}_p) \\ &= -2\omega^2\rho\mathbf{G}\mathbf{w}_f \quad (\mathbf{r}_p \in \Gamma) \end{aligned} \quad (2.160)$$

ここで、(2.92) 式で表される単位振幅平面波が角度 θ で入射する場合、板面への入射パワー W_i は次式で表される。

$$W_i(\theta) = \int_0^a \int_0^b \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{p}_d \cdot \mathbf{v}_d^*) dx dy = \frac{abc \cos \theta}{2\rho c} \quad (2.161)$$

ただし、 \mathbf{p}_d : 板面上の入射波音圧、 \mathbf{v}_d : 入射波の板面垂直方向の粒子速度
また、板面からの透過パワー W_t は同様に次式で表される。

$$W_t(\theta, \varphi) = \int_0^a \int_0^b \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{p}_t \cdot \mathbf{v}_t^*) dx dy \quad (2.162)$$

ただし、 \mathbf{p}_t : 板面上の透過音圧、 \mathbf{v}_t : 透過波の板面垂直方向の粒子速度
したがって、斜め入射透過率 $\tau(\theta, \varphi)$ 、および斜入射音響透過損失 $TL_{\theta, \varphi}$ は、節点透過音圧ベクトル \mathbf{p}_t と節点粒子変位ベクトル \mathbf{w}_f から次式により算出される。

$$\tau(\theta, \varphi) = \frac{W_t(\theta, \varphi)}{W_i(\theta)} = \frac{\omega \rho c}{abc \cos \theta} \operatorname{Im}(\mathbf{p}_t^T \mathbf{S} \mathbf{w}_f^*) \quad (2.163)$$

$$TL_{\theta,\varphi} = -10 \log_{10}(\tau(\theta, \varphi)) \quad (2.164)$$

ただし、 \mathbf{S} : 面積行列

$S_{ij} = \delta_{ij} S_{e_i}$, S_{e_i} : 要素 i の面積

最終的に、ランダム入射及び音場入射透過損失は入射角による重み付けを考慮して次式により算出される。

$$TL = -10 \log_{10} \left(A \sum_{i=1}^{N_\theta} \sum_{j=1}^{N_\varphi} \tau(\theta_{ij}, \phi_{ij}) w_{ij} \right) \quad (2.165)$$

ただし、 $1/A = \frac{\pi}{2} \int_0^{\theta_{\text{lim}}} \sin \theta \cos \theta d\theta$, $\theta_{\text{lim}} = 90^\circ$ (ランダム入射), 78° (音場入射), $w_{ij} = \sin \theta_{ij} \cos \theta_{ij} \Delta \theta_{ij} \Delta \varphi_{ij}$

2.10 領域内の音圧、粒子速度、音響インテンシティの算出

入射側領域 Ω_i

入射側領域 Ω_i 内の任意の点 \mathbf{r}_p における音圧は、Eq. (2.21) から、次式により算出される。

$$p^+(\mathbf{r}_p) = p_d(\mathbf{r}_p) + p_d'(\mathbf{r}_p) + 2\omega^2\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) w_f(\mathbf{r}_q) dS \\ + \int_{\Lambda_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS + \int_{\Lambda_i'} \tilde{p}(\mathbf{r}_{q'}) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_{q'})}{\partial n_{q'}} dS \quad (2.166)$$

一方、任意の点 \mathbf{r}_p における粒子速度ベクトルは次式により算出される。

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_p) = -\frac{1}{j\omega\rho} \nabla(p_d(\mathbf{r}_p) + p_d'(\mathbf{r}_p)) - \frac{2\omega}{j} \int_{\Gamma} \nabla G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) w_f(\mathbf{r}_q) dS \\ - \frac{1}{j\omega\rho} \left(\int_{\Lambda_i} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \nabla \left(\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right) dS + \int_{\Lambda_i'} \tilde{p}(\mathbf{r}_{q'}) \nabla \left(\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_{q'})}{\partial n_{q'}} \right) dS \right) \quad (2.167)$$

したがって、複素音響インテンシティベクトル \mathbf{I} は次式により求められる。

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}_p) = \frac{1}{2} p^+(\mathbf{r}_p) \cdot \mathbf{v}^*(\mathbf{r}_p) \quad (2.168)$$

透過側領域 Ω_t

透過側領域 Ω_t 内の任意の点 \mathbf{r}_p における音圧は、Eq. (2.27) から、次式により算出される。

$$p^-(\mathbf{r}_p) = -2\omega^2\rho \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) w_f(\mathbf{r}_q) dS \\ + \int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS + \int_{\Lambda_t'} \tilde{p}(\mathbf{r}_{q'}) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_{q'})}{\partial n_{q'}} dS \quad (2.169)$$

一方、任意の点 \mathbf{r}_p における粒子速度ベクトルは次式により算出される。

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_p) = \frac{2\omega}{j} \int_{\Gamma} \nabla G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) w_f(\mathbf{r}_q) dS \\ - \frac{1}{j\omega\rho} \left(\int_{\Lambda_t} \tilde{p}(\mathbf{r}_q) \nabla \left(\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} \right) dS + \int_{\Lambda_t'} \tilde{p}(\mathbf{r}_{q'}) \nabla \left(\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_{q'})}{\partial n_{q'}} \right) dS \right) \quad (2.170)$$

したがって、複素音響インテンシティベクトル \mathbf{I} は次式により求められる。

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}_p) = \frac{1}{2} p^-(\mathbf{r}_p) \cdot \mathbf{v}^*(\mathbf{r}_p) \quad (2.171)$$

第 3 章

ニッシェ効果に関する検討

3.1 はじめに

本章では、前章で構築した数値解析手法を用いたパラメトリックスタディにより、音響透過損失の実測値への影響要因であるニッシェ効果の傾向を把握する。ニッシェ寸法と透過損失に及ぼす影響との関係について、入射角依存性も含めた数値的検討を行う。また、ニッシェが周辺音場へと及ぼす影響について考察を行う。

3.2 解析手法

Fig. 3.1 に示すように、無限大剛バツフル中の板試料四周を薄板で囲った解析モデルを想定する。音源は単位振幅平面波が天頂角 θ , 方位角 φ で入射するものとし、各入射角毎に透過損失を算出する。入射角の離散化幅に関しては、既往文献 [36] での検討から $\theta_{ij} = 6^\circ$ とする。境界要素は四角形一定要素を用い、要素サイズは最小解析波長の 6 分の 1 以下になるように設定する。1/24 oct. band 中心周波数において Eq. (2.165) より算出したランダム入射透過損失値を、エネルギー合成することで 1/3 oct. band 値を 2k Hz まで算出する。

Table. 3.1 ~ 3.3 に本章の検討に用いた各計算パラメータの一覧を示す。ニッシェについては、入射・透過側のいずれか一方に存在するケースとして、 $(l_1, l_2) = (0.05, 0), (0.15, 0), (0.3, 0), (0.45, 0), (0, 0.45)$ の 5 水準とし、また入射・透過側の両側に存在するケースとして、 $(l_1, l_2) = (0.15, 0.3), (0.225, 0.225), (0.3, 0.15)$ の 3 水準とする。即ち、入射・透過側ニッシェのトータルの深さは 0.45 [m] で一定である。ニッシェ形状に関しては、段差や傾斜形状をもつニッシェ [34] は検討の対象外とし、本研究では基礎的検討のため、板四周に対し垂直に設置されたニッシェを想定する。

板は単層ガラスを想定し、板厚は $h_p = 5, 10, 15$ [mm] の 3 水準、寸法は $(a, b) = (0.9,$

0.9), (1.5, 1.25) の2水準とし、他の物性値については固定して与える。

周辺支持材については、JIS A 1416: 2000 でガラス固定用の支持材として規定がなされているパテ支持と、現場で使用されることの多いガスケット支持を想定した。物性値の設定に関しては既往研究 [36] での計算パラメータ、及び文献 [35] を参照し、損失係数は0.1 (ガスケット), 0.5 (パテ) の2水準とし、他の物性値を固定して与える。なお周辺支持材での端部損失については、既往文献 [36] と同一の簡易モデル (弾性連続体モデル) により与える。Fig. 3.3 に解析に用いた簡易モデルのランダム入射時のエネルギー吸収率を示す [36]。図中 T_cRM モデル (弾性連続体モデル) が本解析に用いた支持モデルであるが、いずれの板厚においても吸収率のピークが 4k Hz 以上の高音域において表れている。したがってそれより低い f_c をもつ本検討での解析対象では、解析対象周波数帯域における端部損失が十分でないため、板の共振周波数でのディップの影響を強く受け、全体として透過損失が実測値よりも低い傾向となると考えられる。

Table 3.1 Properties of plates.

size: $(a \text{ [m]}, b \text{ [m]}) = (0.9, 0.9), (1.5, 1.25);$
thickness: $h_p = 5, 10, 15 \text{ [mm]}; \rho_p = 2500 \text{ [kg/m}^2];$
$\nu = 0.22; E_p = 7.5 \times 10^{10} \text{ [N/m}^2]; \eta_p = 0.002$

Table 3.2 Properties of a seal.

$d_s = 15 \text{ [mm]}; h_s = 5 \text{ [mm]}; E_s = 10^8 \text{ [N/m}^2];$
$\rho_s = 1000 \text{ [kg/m}^3]; \eta_s = 0.1, 0.5$

Table 3.3 Depths of niches.

one side: $l_1 = 0.05, 0.15, 0.3, 0.45 \text{ [m]}; l_2 = 0 \text{ [m]}$
two sides: $(l_1 \text{ [m]}, l_2 \text{ [m]}) = (0.15, 0.3),$
$(0.225, 0.225), (0.3, 0.15)$

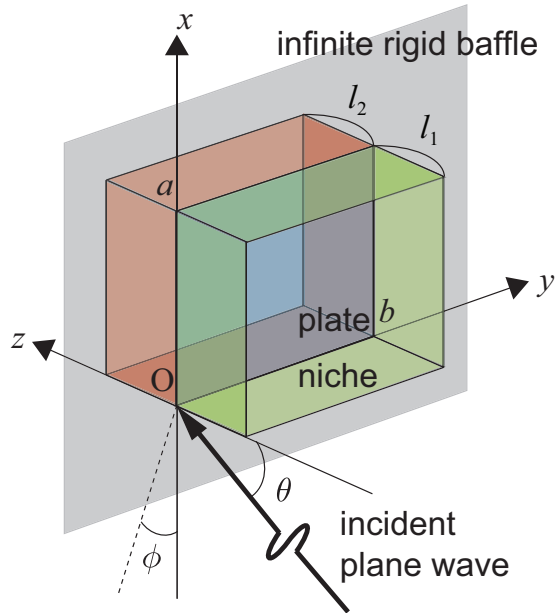


Fig. 3.1 Analysis model.

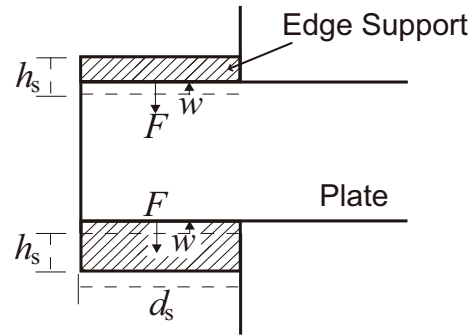


Fig. 3.2 Edge support system.

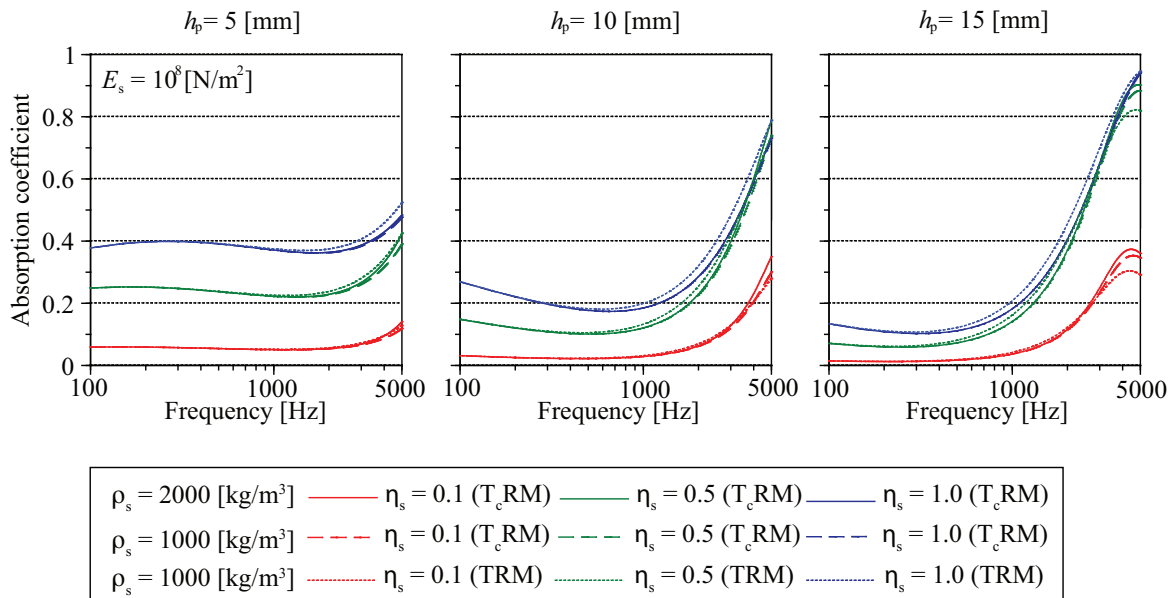


Fig. 3.3 Frequency characteristics of the random-incidence absorption coefficients of the edge support models.

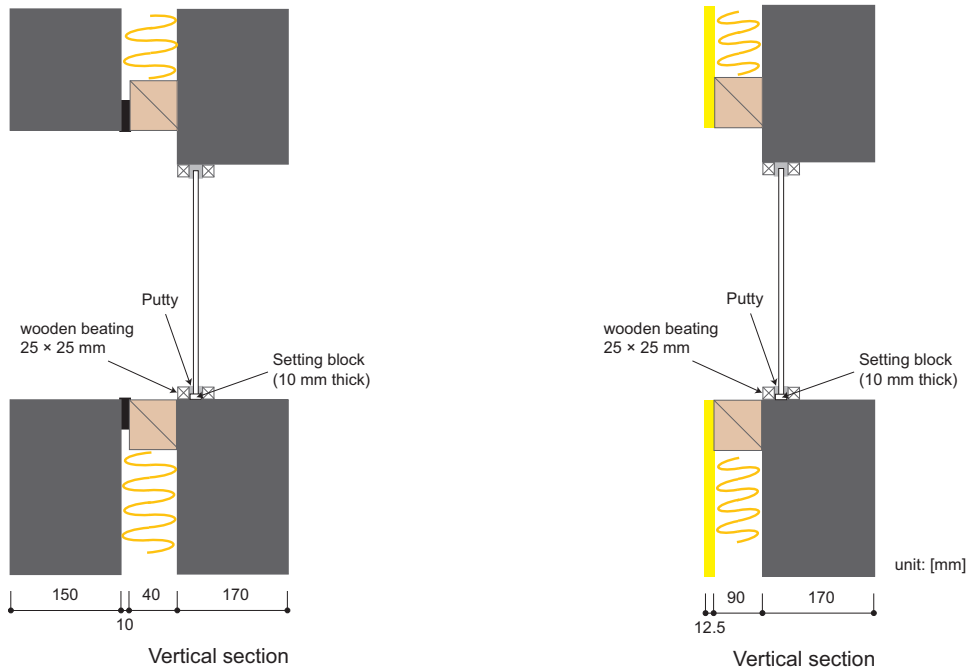


Fig. 3.4 Geometry of the test openings (TOIS). Fig. 3.5 Geometry of the test openings (TOSW).

実測値のニッシェ設置条件

ここで、文献実測値 [33] でのニッシェ設置条件について述べる。吉村らは、Figs. 3.4, 3.5 に示すように 2 種の異なるニッシェ設置条件で実測を行っている。これらのうち本論で参照した実測値は、板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9), (1.5, 1.25)$ の両ケースにおいて、設置条件を Fig. 3.5 のように下辺のみ flat, 他の 3 辺 staggered としたものである (ただし、板寸法 $(0.9, 0.9)$, 板厚 10 mm のケースのみ、4 辺 staggered)。ニッシェ深さは (入射側, 透過側) $\cong (0.1, 0.1)$ 程度と見なすことが出来る。このニッシェ設置条件では、文献 [33] での結果から主に 500 ~ 2000 Hz の中音域において、本研究での解析対象である flat niche よりも透過損失が 2, 3 dB 程度高くなる傾向が見られ、計算値との比較の際はこの点に留意する必要がある。

3.3 結果と考察

3.3.1 ニッシェ設置が入射側音場へ及ぼす影響

入射側にニッシェが設置されることにより、入射側音場は設置無しの場合と異なる性状になると考えられる。そこでまず本節では、ニッシェ設置の有無が入射側音場へ及ぼす影響を調べる。入射側にのみニッシェが設置される場合を考えると、板、ニッシェの境界上における複素音圧分布は、全体マトリクス方程式である Eq. (2.155) を解くことで得られる音圧差と、Eq. (2.166) において観測点を境界上として得られる音圧和との関係を用いて求めることが出来る。

計算は板の質量を無限大として与えて行う。これにより音響系と振動系とを非連成系と見なすことができ、板からの放射音圧の影響は無視出来ると考えられる。

Figs. 3.6~3.10 に、入射側音圧分布の計算結果 (1/24 oct. band 中心周波数) を示す。ニッシェ深さは次節以降のケーススタディに用いるものと同じの $l_1 = 0.05, 0.15, 0.225, 0.3, 0.45$ [m] とし、板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, 入射角 $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$ である。他の入射角での分布は付録 A を参照されたい。ニッシェ設置無しの場合の分布も併せて示す。

いずれの周波数においても、ニッシェの有無により異なる音圧分布を示しており、傾向として、125, 250 Hz の低域ではニッシェ深さが増すほど、板への入射音圧は概ね大きな分布を示す。500 Hz 以上の周波数では以上の様な傾向は弱まっている。これは低域においてはニッシェからの回折波の影響が大きいためと考えられる。

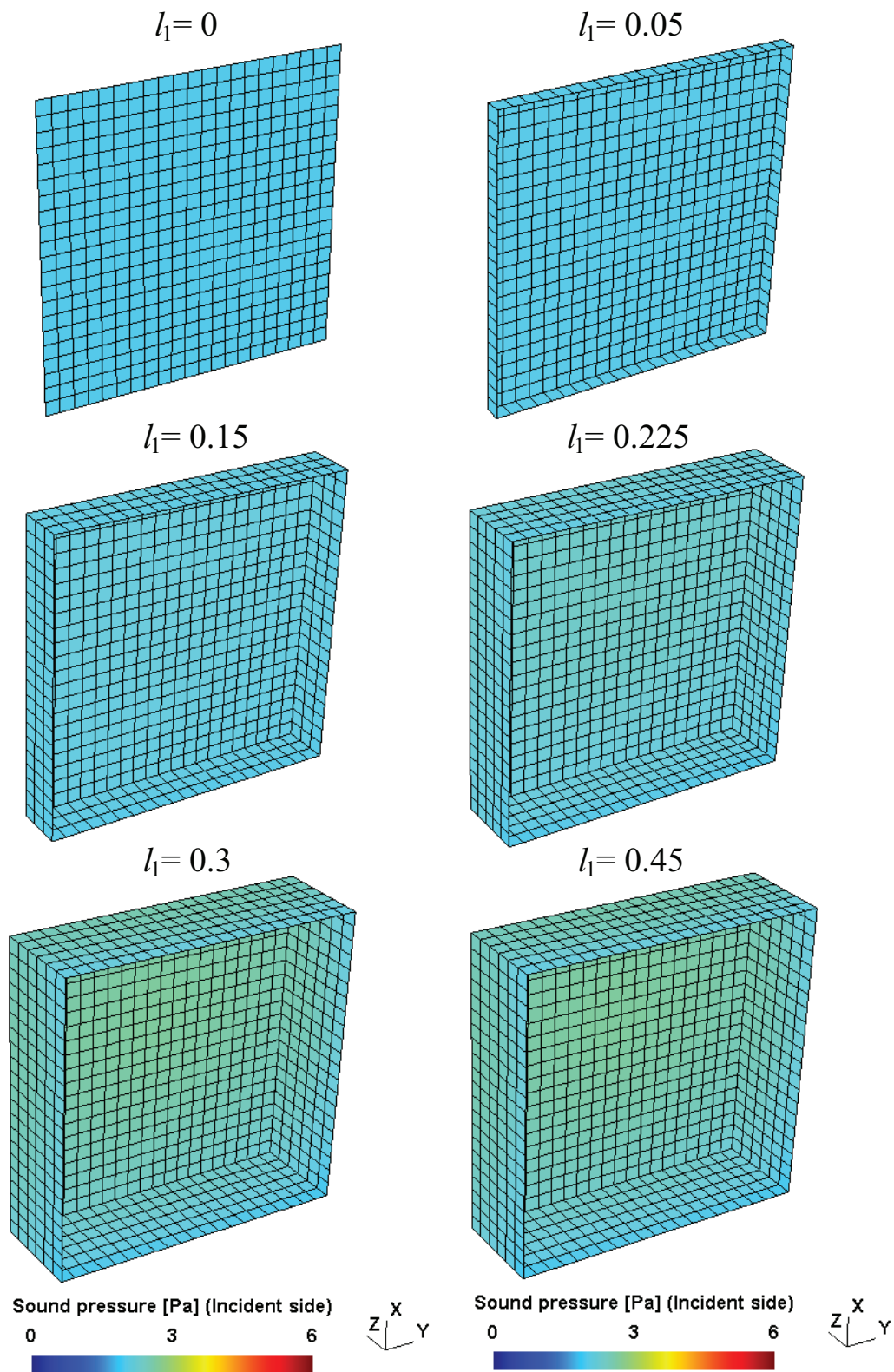


Fig. 3.6 Distributions of sound pressure of incident side at 125 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$).

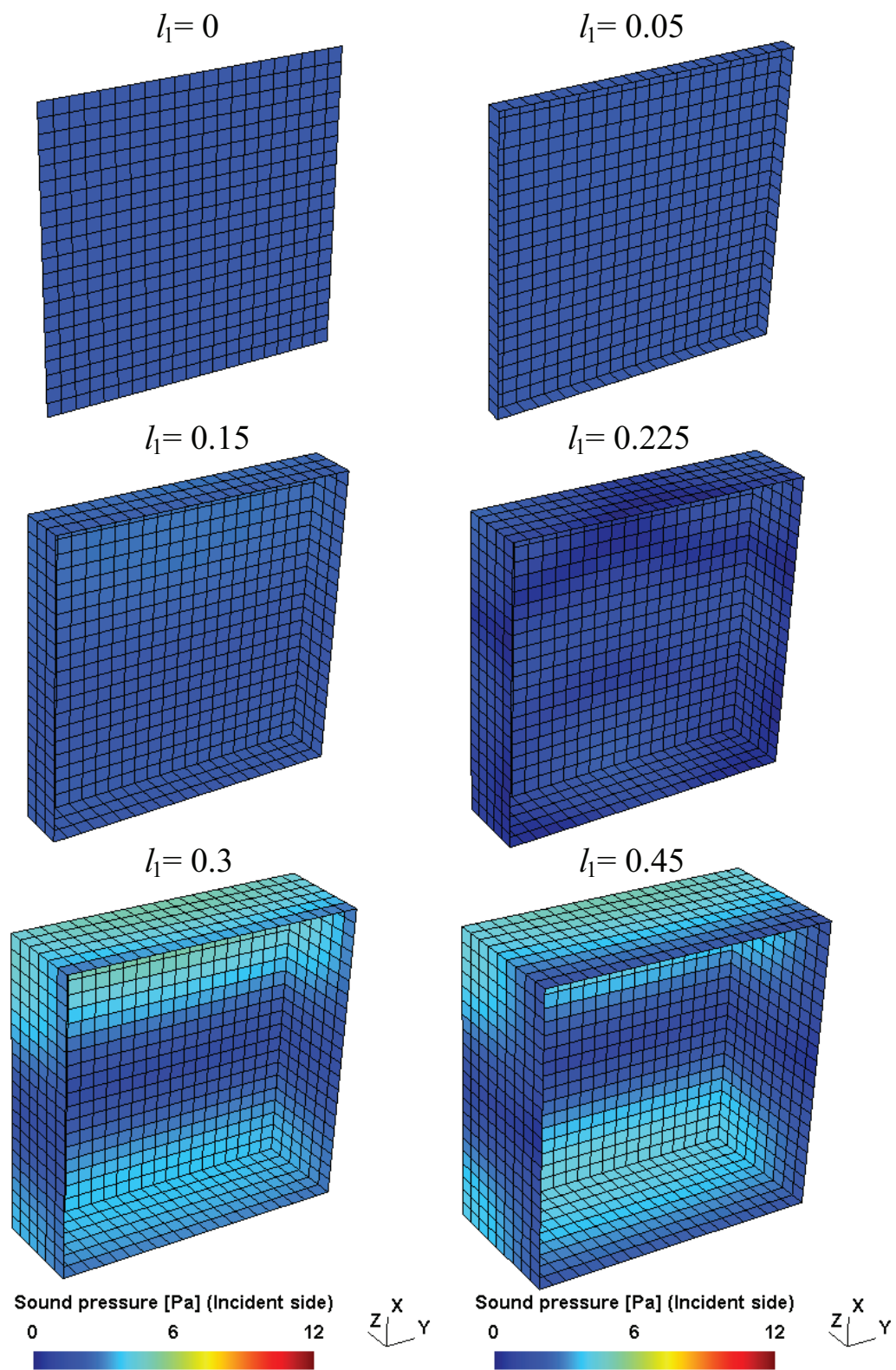


Fig. 3.7 Distributions of sound pressure of incident side at 250 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$).

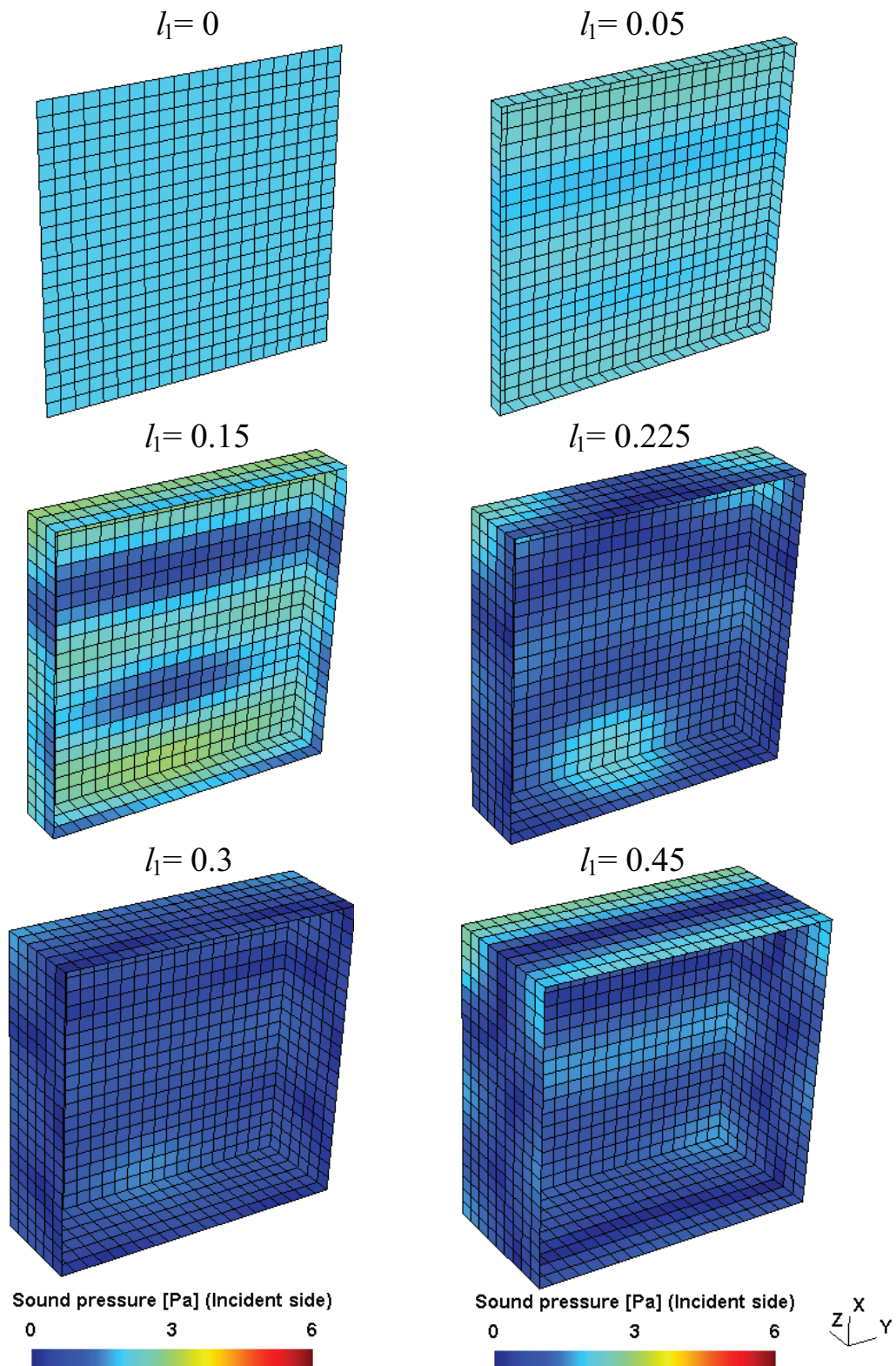


Fig. 3.8 Distributions of sound pressure of incident side at 500 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$).

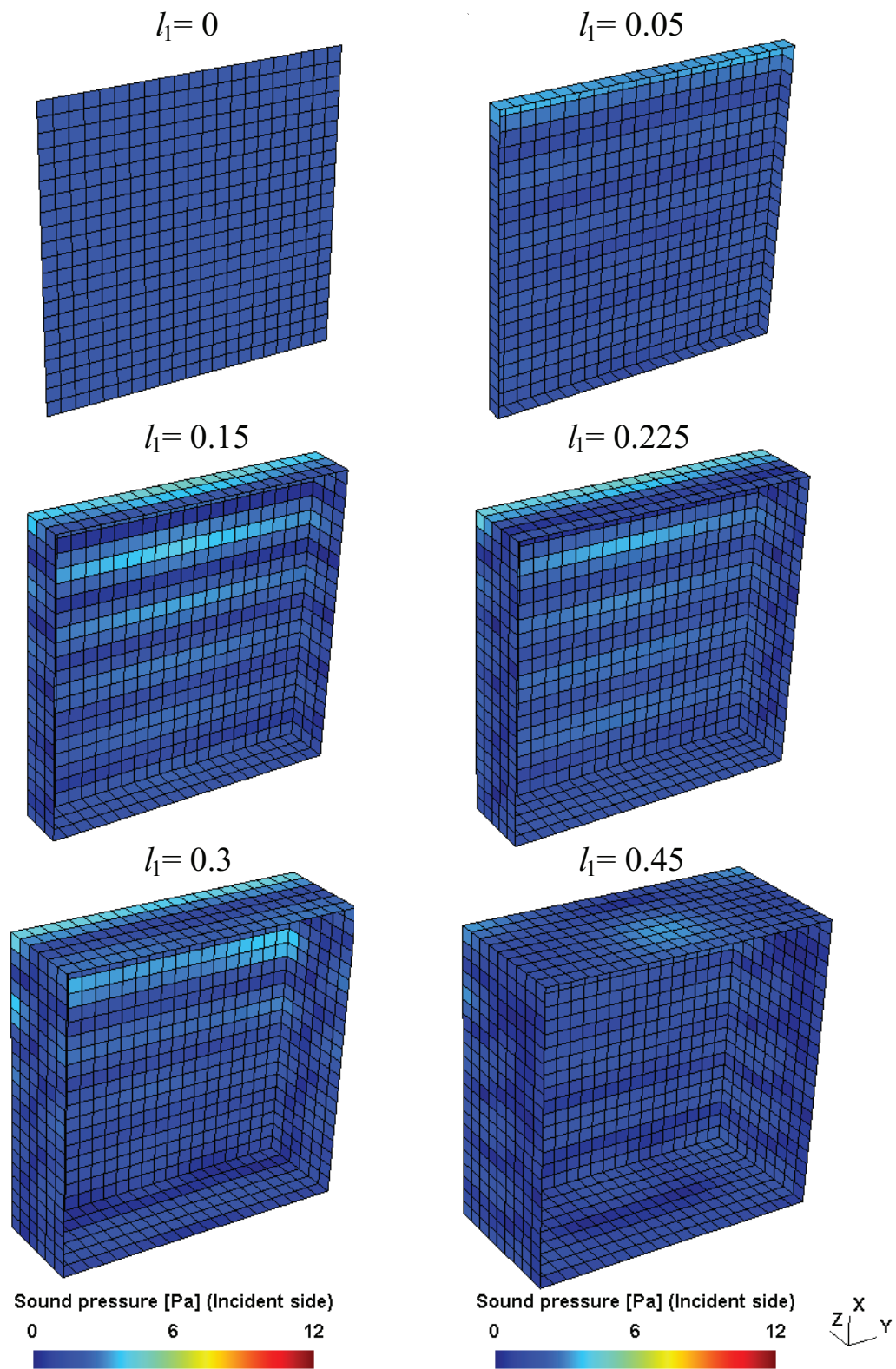


Fig. 3.9 Distributions of sound pressure of incident side at 1000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$).

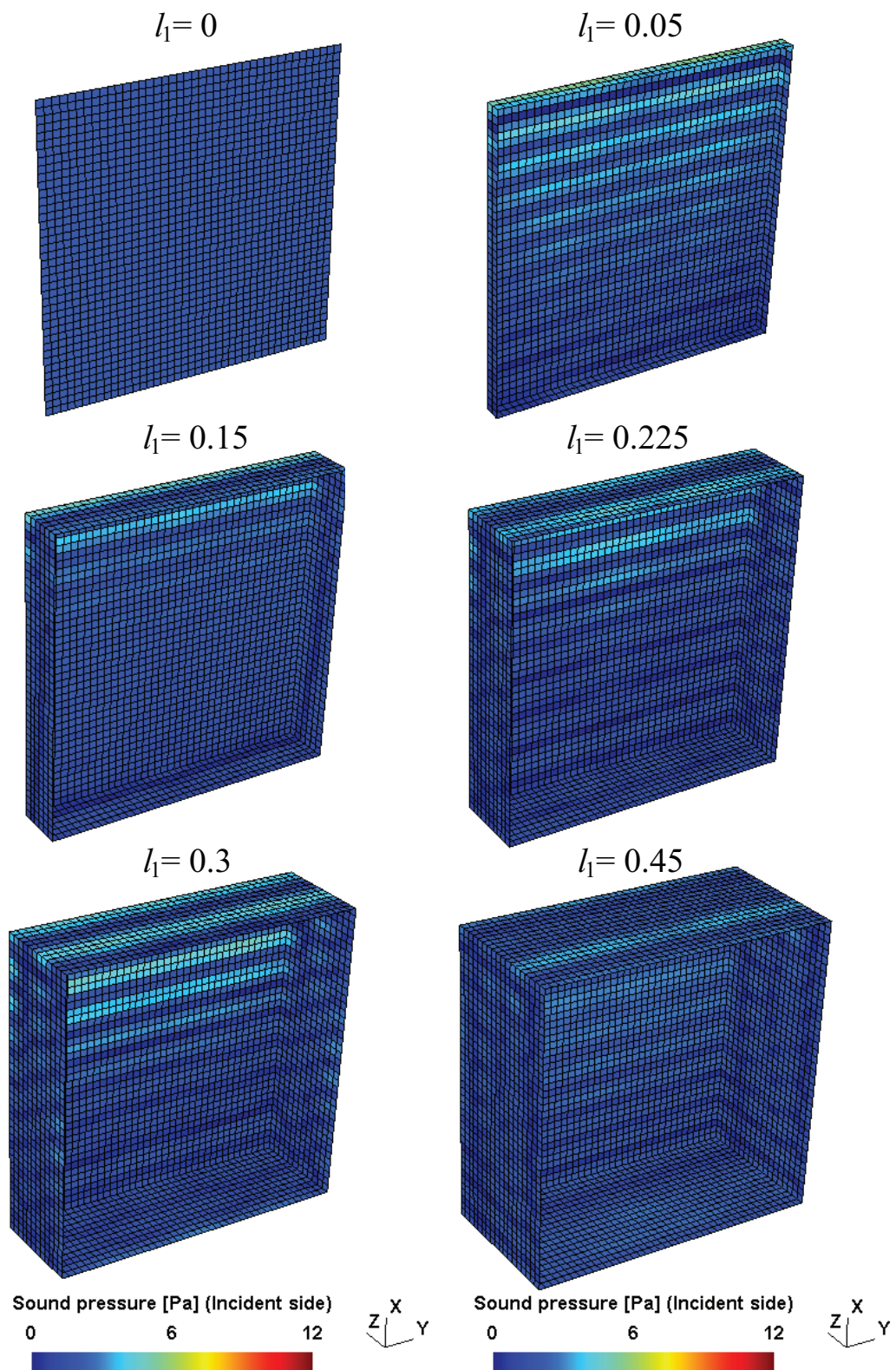


Fig. 3.10 Distributions of sound pressure of incident side at 2000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$).

3.3.2 ニッシェ効果の傾向

(1) 片側ニッシェ

ランダム入射透過損失

Fig. 3.11 に片側ニッシェ設置時のランダム入射透過損失の計算値をランダム入射時の質量則、有限板の理論式である Sewell の式 [38]、及び文献実測値 [33] と併せて示す (板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$)。

透過損失へ及ぼすニッシェ効果の全体的な傾向として、板厚に依らず f_c 以下の周波数で低下、 f_c 以上の周波数で上昇する傾向にある。これはニッシェ設置が無い場合に比べ、低域ではニッシェでの回折により板に対する入射音圧が増し、高域になるにつれてその影響が薄れ、入射音圧が減少するためと考えられる。効果量の程度としては板厚が増すほど大きい傾向である。また、実測値との対応については、板厚 5 mm では比較的良い対応を示すが、10, 15 mm では計算値が概ね小さくなる傾向である。これは計算値において低域の板の固有周波数におけるディップが深くなり、帯域値がこのディップに依る落ち込みの影響を受けるためであると考えられる。

Fig. 3.12 に片側ニッシェ設置時のランダム入射透過損失の計算値を同様に示す (板寸法 $(a, b) = (1.5, 1.25)$, $\eta_s = 0.5$)。効果の傾向としては同様であるが、板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$ に比べ、ニッシェによる影響は小さくなっていることが分かる。これは板寸法の増加と共に共振の影響が小さくなり、ニッシェによる影響の寄与の程度が小さくなること、また板寸法が大きくなり、擦過入射時の入射音圧に及ぼすニッシェの影響が少なくなることが要因として考えられる。

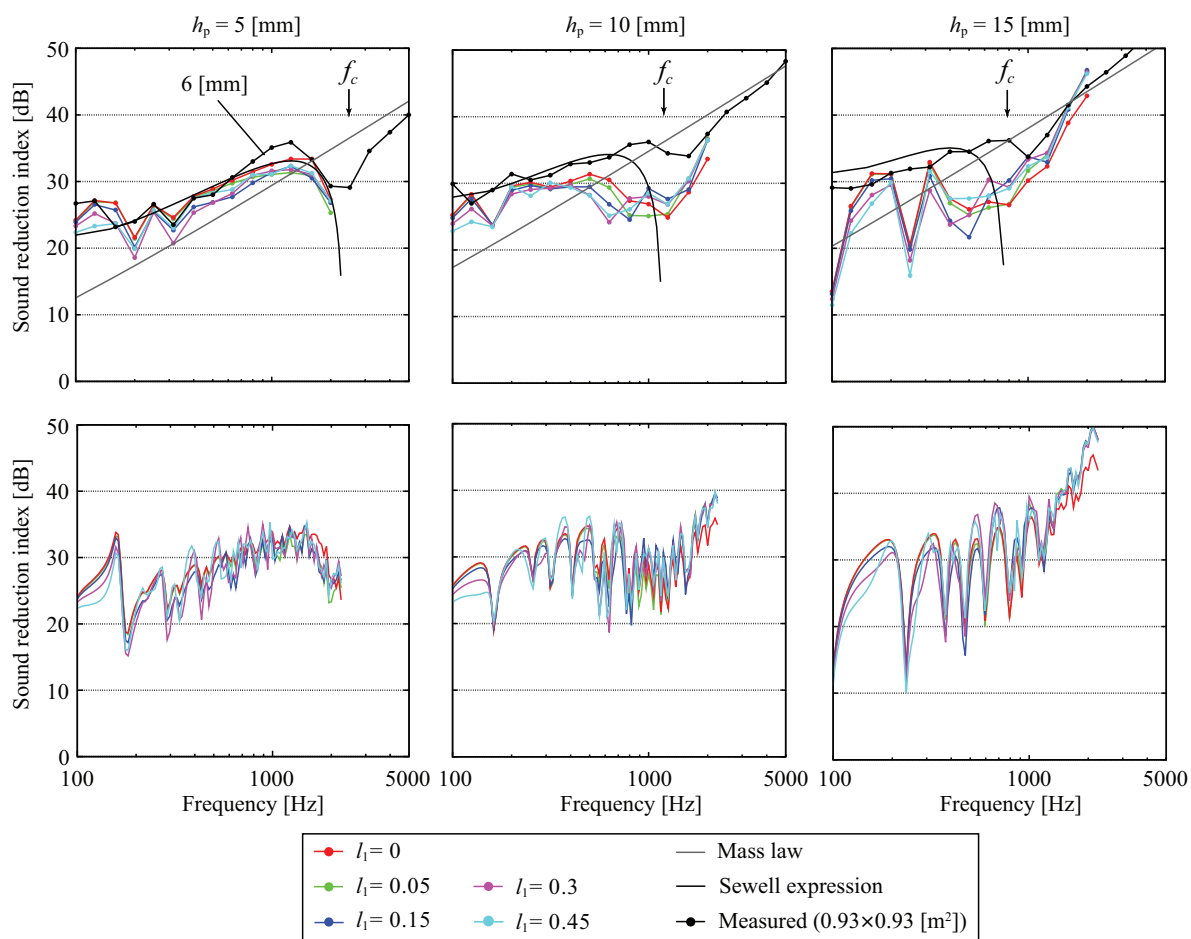


Fig. 3.11 Random-incidence transmission loss with one-sided niche, upper: 1/3-oct-band, lower: single frequency ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$).

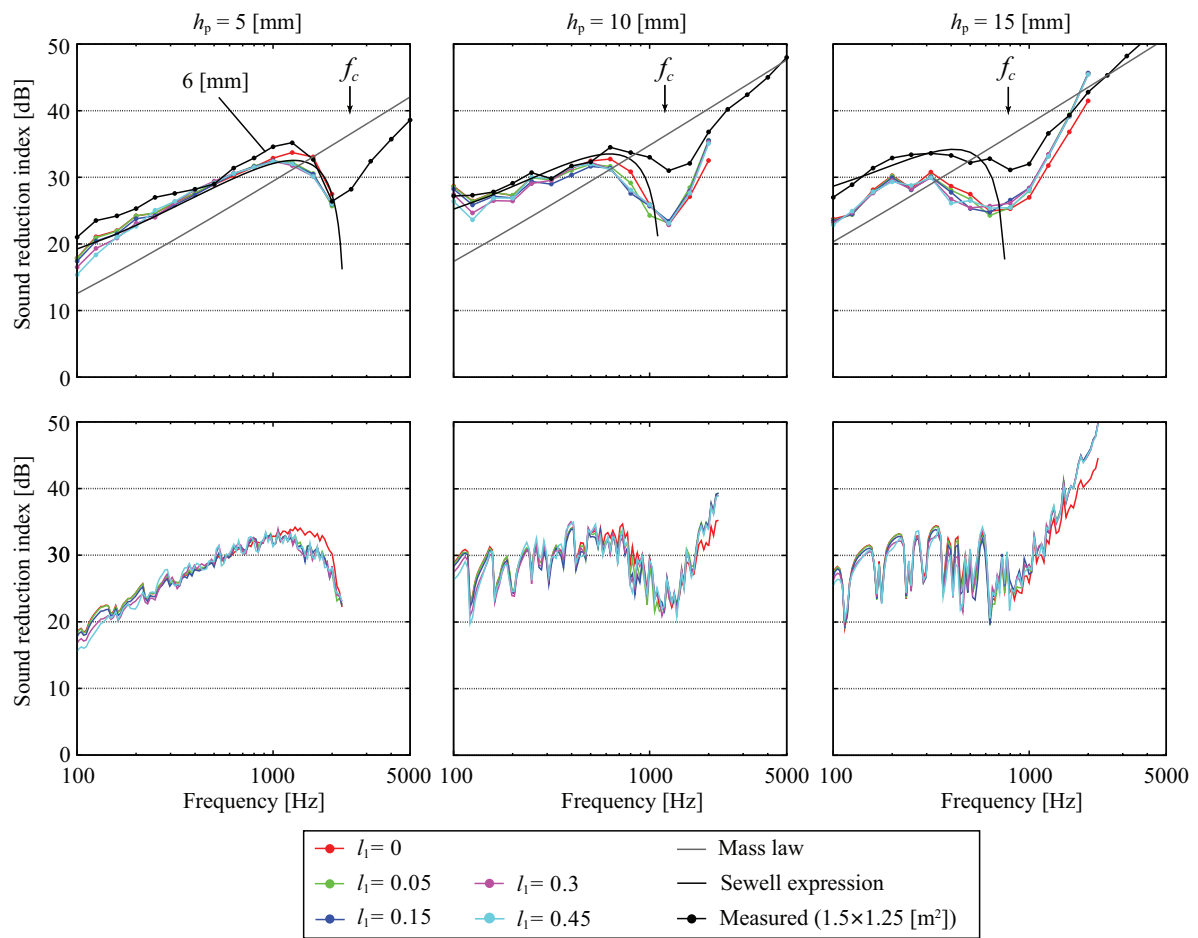


Fig. 3.12 Random-incidence transmission loss with one-sided niche, upper: 1/3-oct-band, lower: single frequency ((a, b) = (1.5, 1.25), $\eta_s = 0.5$).

(2) 両側ニッシェ

ランダム入射透過損失

Fig. 3.13 に両側ニッシェ設置時のランダム入射透過損失の計算値を同様に示す (板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$)。効果としては片側設置時と同様の傾向を示すが、片側ニッシェ設置時に比べ、ニッシェの影響が顕著となっていることが分かる。特にニッシェが同寸法比となるケースで効果量が大きい。また板厚が増すにつれ、両側ニッシェ設置時において f_c のディップが高域にシフトしている。板厚が増すほど f_c が低域に移行し、ニッシェ深さが波長に比して相対的に小さくなるため、壁に沿った音の入射が減少し、 f_c でのディップが緩和されたものと考えられる。

Fig. 3.14 に両側ニッシェ設置時のランダム入射透過損失の計算値を示す (板寸法 $(a, b) = (1.5, 1.25)$, $\eta_s = 0.5$)。片側ニッシェ設置時と比較するとやや影響は見られるが、その程度としては小さい。

なお実測値との対応については、板寸法に依らず対応はあまり良くない。いずれの板寸法においても、特に f_c 付近の中音域において両者の差は大きくなっているが、これは計算値における端部損失の影響が大きいと考えられる。先述の通り、解析に用いた簡易モデルのエネルギー吸収率のピークが 4k Hz 以上の高音域であるため、それより低い周波数が f_c となる本ケースでは、板の共振周波数でのディップの影響を強く受け、全体として実測値よりも透過損失が低い傾向にあると考えられる。また、実測値でのニッシェ設置条件が flat niche でないことから、実測値はニッシェによる影響が比較的小さいことも一因として挙げられる。

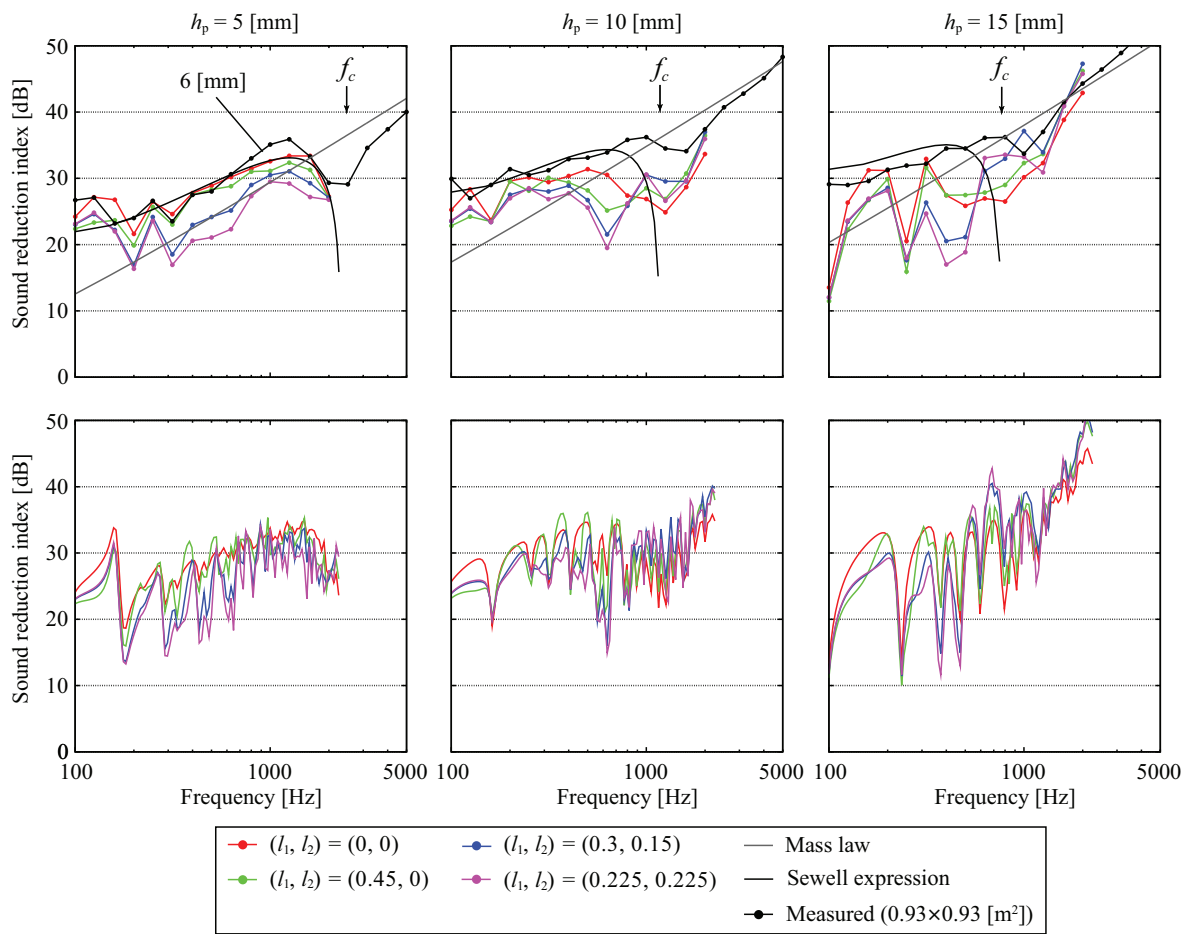


Fig. 3.13 Random-incidence transmission loss with two-sided niche, upper: 1/3-oct-band, lower: single frequency ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$).

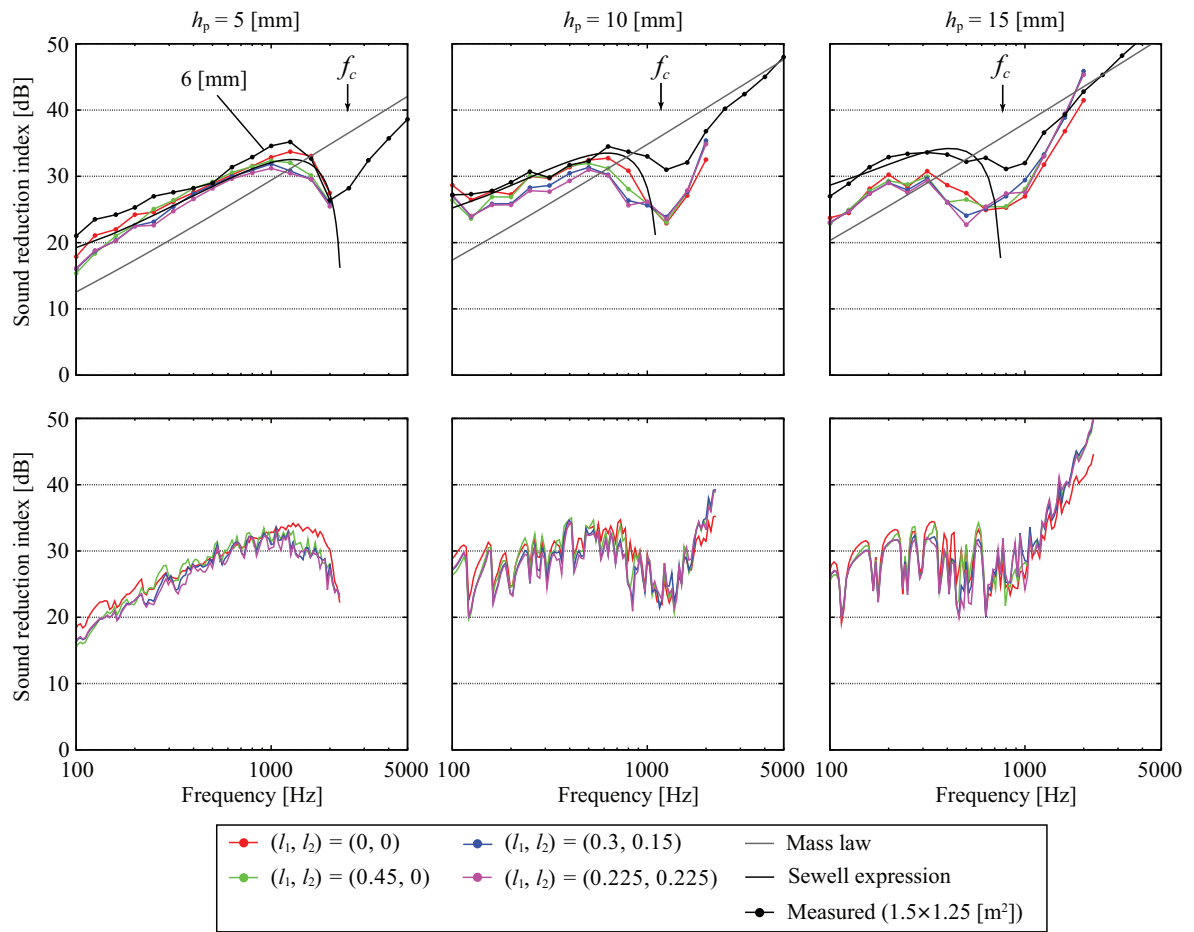


Fig. 3.14 Random-incidence transmission loss with two-sided niche, upper: 1/3-oct-band, lower: single frequency ($(a, b) = (1.5, 1.25)$, $\eta_s = 0.5$).

斜入射透過損失

Figs. 3.15~3.19 に、板厚 10 mm, 支持材の損失係数 0.5 での斜入射透過損失分布の単一周波数 (1/24-oct-band 中心周波数) での結果を例示する。ニッシェの有無により分布に明確な相違が見られ、ニッシェ無しでは φ 方向に比較的一様であるのに対し、両側ニッシェではその傾向が大きく崩れている。 f_c 以上の 1334 Hz では、 $\theta \doteq 70^\circ$ がコインシデンス入射角となるが、両側ニッシェでは擦過入射時の透過損失の落ち込み緩和が確認できる。

以上の傾向から、ニッシェ効果には入射角依存性があること、特に擦過入射時においてその影響が大きくなることが分かる。これは前節でも述べた通り、擦過入射時に板への入射音圧がニッシェによる影響を強く受けるためであり、この影響の程度はニッシェ形状の特徴から、staggered niche (段差をもつニッシェ) よりも flat niche の方で大きいと考えられる。即ち段差をもつニッシェであれば、同程度の擦過入射角であっても、flat niche に比べニッシェの影響は受けにくいと考えられる。これは実測による既往の報告 [33] とも合致する。したがって、ニッシェ効果の影響をより小さくするには、本論文での検討対象である flat niche に対して、段差を設ける、あるいは傾斜をつける等のニッシェ形状面での方策が有効であることが示唆される。

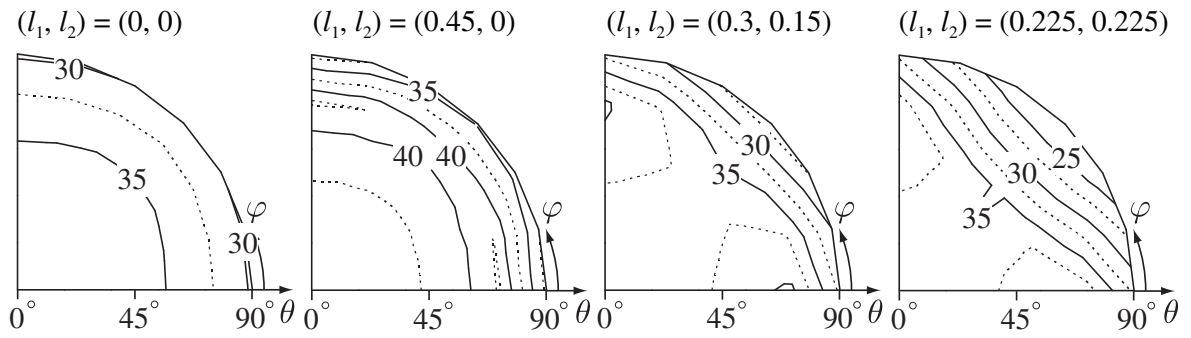


Fig. 3.15 Incidence angle dependence of transmission loss with/without niche at 374 Hz ($< f_c$) ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.5$).

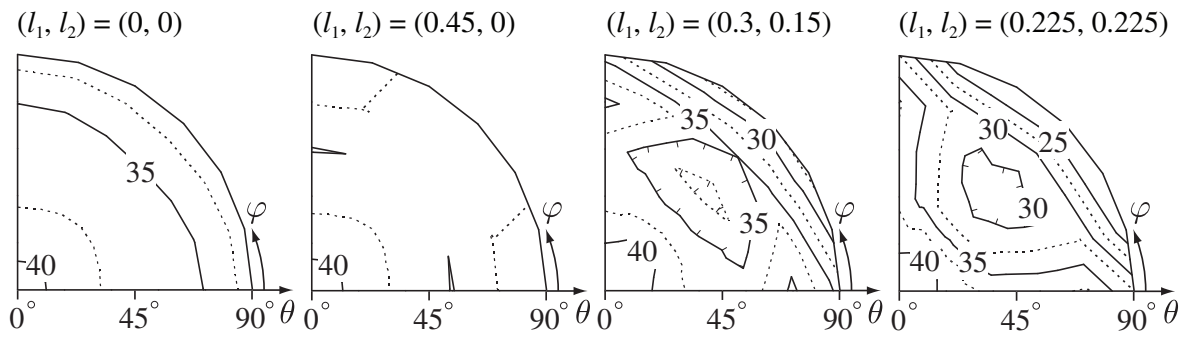


Fig. 3.16 Incidence angle dependence of transmission loss with/without niche at 500 Hz ($< f_c$) ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.5$).

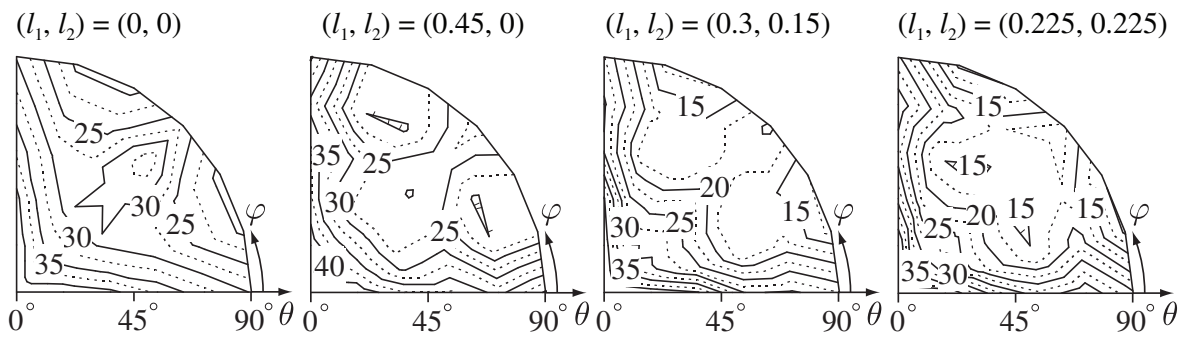


Fig. 3.17 Incidence angle dependence of transmission loss with/without niche at 630 Hz ($< f_c$) ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.5$).

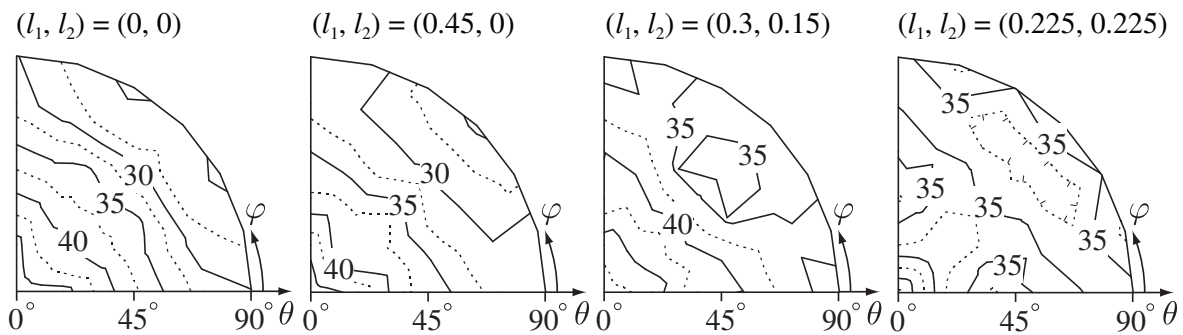


Fig. 3.18 Incidence angle dependence of transmission loss with/without niche at 1334 Hz ($> f_c$) ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.5$).

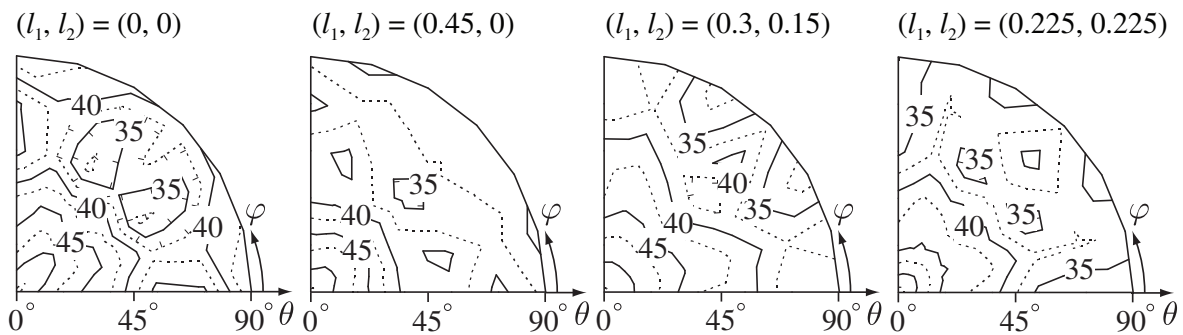


Fig. 3.19 Incidence angle dependence of transmission loss with/without niche at 1943 Hz ($> f_c$) ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.5$).

周辺音場・板の振動性状

板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, 板厚 $h_p = 10$ mm, 支持材の損失係数 $\eta_s = 0.5$ での入射側・透過側での音圧分布、板の振動速度、入射側・透過側の音圧分布 (YZ 平面, $x = 0.45$ [m]) を、ニッシェ設置条件 $(l_1, l_2) = (0.45, 0)$ (Figs .3.20~3.24)、 $(l_1, l_2) = (0.3, 0.15)$ (Figs .3.25~3.29)、 $(l_1, l_2) = (0.225, 0.225)$ (Figs .3.30~3.34) 毎に示す。比較対象として、ニッシェ設置無しの分布 (Figs .3.35~3.39) も併せて示す。 f_c 以下の 630 Hz (入射角 $\theta = 45^\circ$, $\phi = 45^\circ$) での結果であるが、ニッシェ設置による周辺音場、板の振動性状への大きな差異が認められる。板の振動モード、透過音圧は分布としてはどれも類似した傾向を示しているが、ニッシェが同じ深さの場合に最も板が励振され、透過音圧が大きくなっていることが分かる。

また、同計算ケースの f_c 以上の 1334 Hz (入射角 $\theta = 60^\circ$, $\phi = 45^\circ$) における同様の分布を Figs .3.40~3.59 に示す。ニッシェ設置無し、片側ニッシェの場合では、明確な振動モードが見られ、透過音圧もそれに対応した分布を示しているのに対し、透過側にニッシェ設置のある両側ニッシェではその対応がやや崩れている。特にニッシェ寸法比 1:1 の場合では、隅角部で局所的に音圧が高くなる箇所が見られ、また YZ 平面での音圧分布が z 方向に不連続となる部分が見られ、空間的に複雑な音場を形成していると考えられる。

$(l_1, l_2) = (0.45, 0), 630 \text{ Hz}, \theta = 45^\circ, \varphi = 45^\circ$

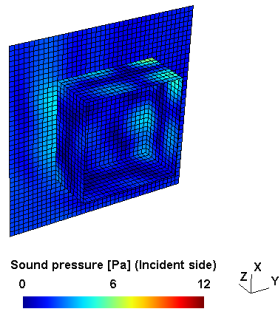


Fig. 3.20 Distributions of sound pressure of incident side.

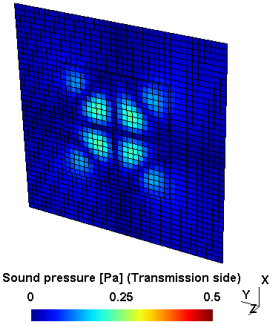


Fig. 3.21 Distributions of sound pressure of transmission side.

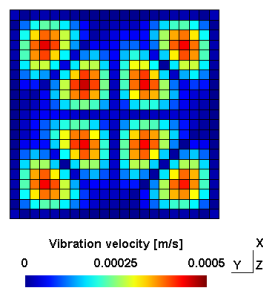


Fig. 3.22 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

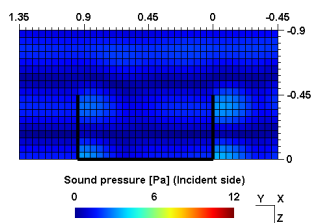


Fig. 3.23 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

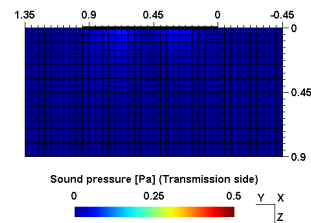


Fig. 3.24 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

$$(l_1, l_2) = (0.3, 0.15), 630 \text{ Hz}, \theta = 45^\circ, \varphi = 45^\circ$$

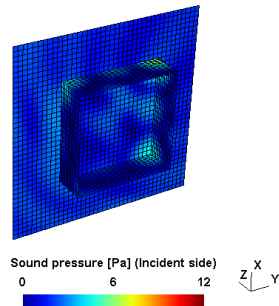


Fig. 3.25 Distributions of sound pressure of incident side.

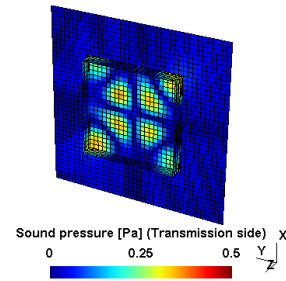


Fig. 3.26 Distributions of sound pressure of transmission side.

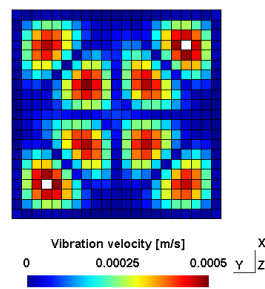


Fig. 3.27 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

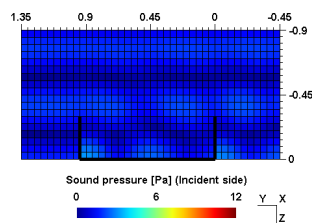


Fig. 3.28 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

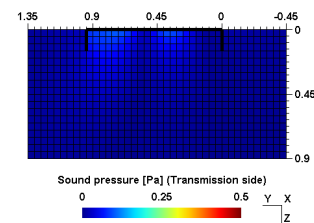


Fig. 3.29 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

$(l_1, l_2) = (0.225, 0.225)$, 630 Hz, $\theta = 45^\circ$, $\varphi = 45^\circ$

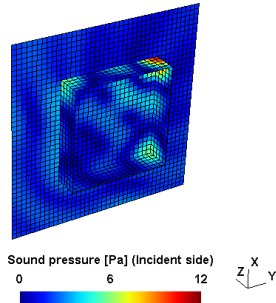


Fig. 3.30 Distributions of sound pressure of incident side.

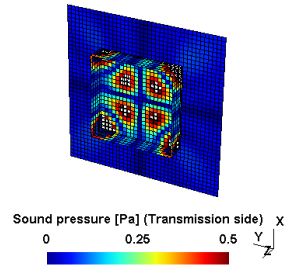


Fig. 3.31 Distributions of sound pressure of transmission side.

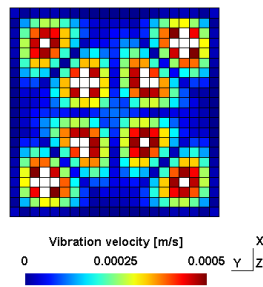


Fig. 3.32 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

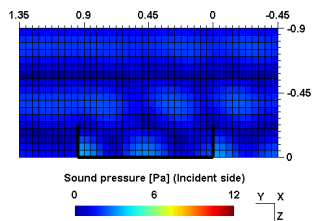


Fig. 3.33 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

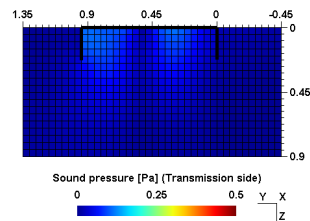


Fig. 3.34 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

$$(l_1, l_2) = (0, 0), 630 \text{ Hz}, \theta = 45^\circ, \varphi = 45^\circ$$

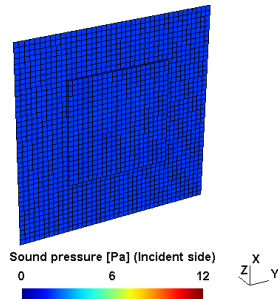


Fig. 3.35 Distributions of sound pressure of incident side.

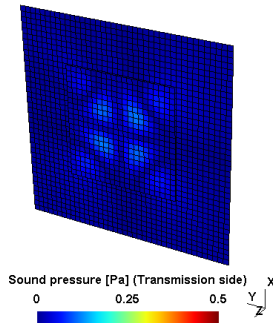


Fig. 3.36 Distributions of sound pressure of transmission side.

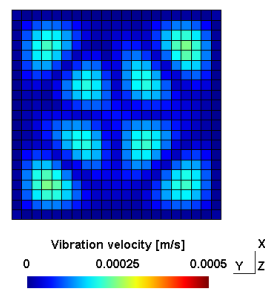


Fig. 3.37 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

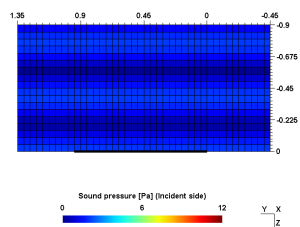


Fig. 3.38 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

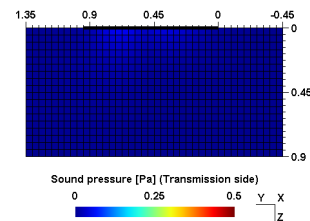


Fig. 3.39 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

$(l_1, l_2) = (0.45, 0)$, 1334 Hz, $\theta = 60^\circ$, $\varphi = 45^\circ$

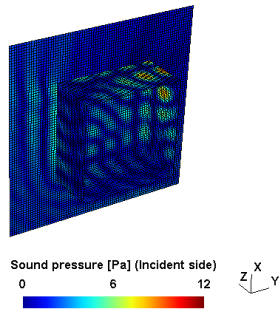


Fig. 3.40 Distributions of sound pressure of incident side.

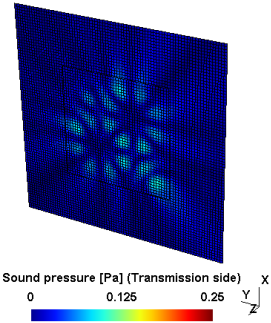


Fig. 3.41 Distributions of sound pressure of transmission side.

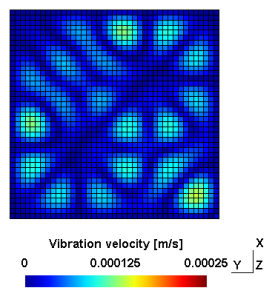


Fig. 3.42 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

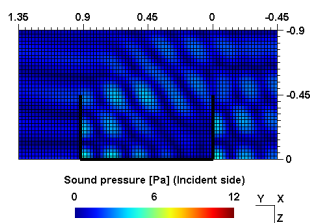


Fig. 3.43 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

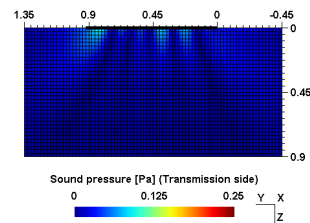


Fig. 3.44 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

$$(l_1, l_2) = (0.3, 0.15), 1334 \text{ Hz}, \theta = 60^\circ, \varphi = 45^\circ$$

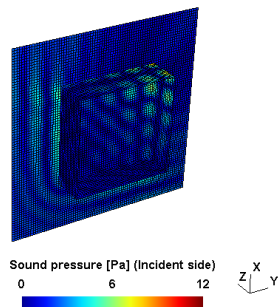


Fig. 3.45 Distributions of sound pressure of incident side.

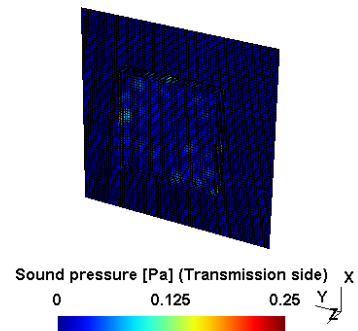


Fig. 3.46 Distributions of sound pressure of transmission side.

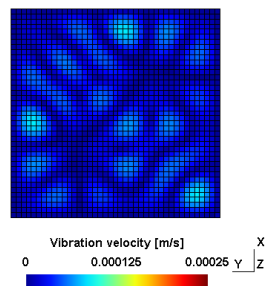


Fig. 3.47 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

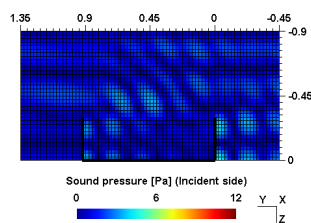


Fig. 3.48 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

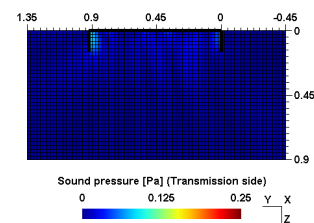


Fig. 3.49 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

$(l_1, l_2) = (0.225, 0.225)$, 1334 Hz, $\theta = 60^\circ$, $\varphi = 45^\circ$

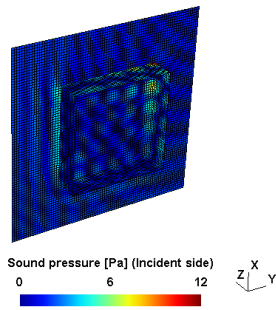


Fig. 3.50 Distributions of sound pressure of incident side.

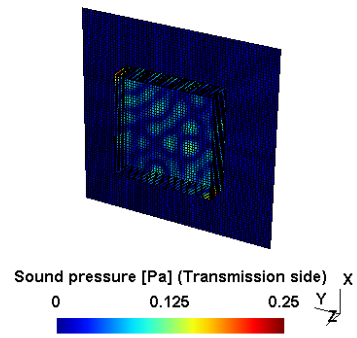


Fig. 3.51 Distributions of sound pressure of transmission side.

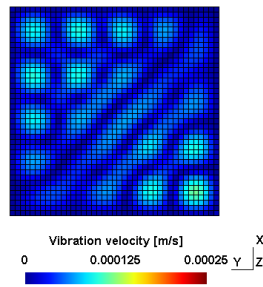


Fig. 3.52 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

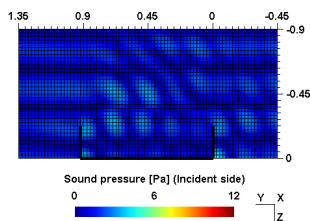


Fig. 3.53 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

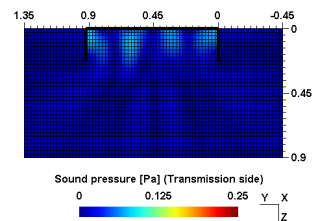


Fig. 3.54 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

$(l_1, l_2) = (0, 0), 1334 \text{ Hz}, \theta = 60^\circ, \varphi = 45^\circ$

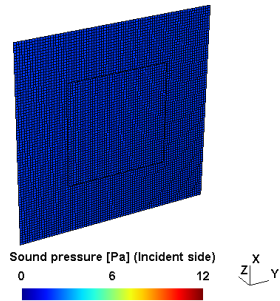


Fig. 3.55 Distributions of sound pressure of incident side.

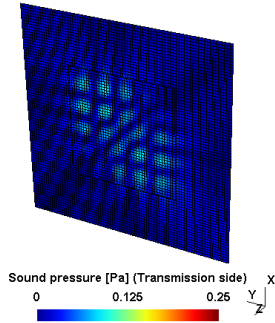


Fig. 3.56 Distributions of sound pressure of transmission side.

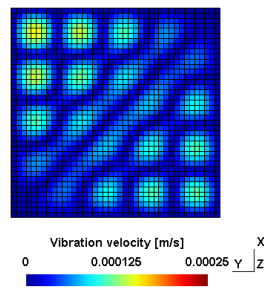


Fig. 3.57 Distributions of vibration velocity of plate of transmission side.

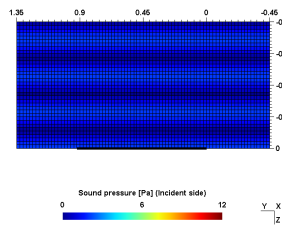


Fig. 3.58 Distributions of sound pressure of incident side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

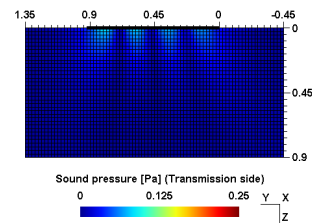


Fig. 3.59 Distributions of sound pressure of transmission side; YZ plane, $x=0.45$ [m].

(3) 支持材の損失の影響

ランダム入射透過損失

Figs. 3.60, 3.61 に両側ニッシェ設置時のランダム入射透過損失の計算値を示す (板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9), (1.5, 1.25), \eta_s = 0.1$)。ニッシェ設置の有無に依らず、端部損失の減少により、共振周波数におけるディップが深くなっている。ニッシェ効果の傾向としては $\eta_s = 0.5$ の場合と同様、 f_c 以下で低下、 f_c 以上で上昇側である。 $\eta_s = 0.5$ での結果と比べ、効果量に差はあまり見られない。板寸法が大きくなった場合に効果量が小さくなる傾向についても、 $\eta_s = 0.5$ の場合と同様である。

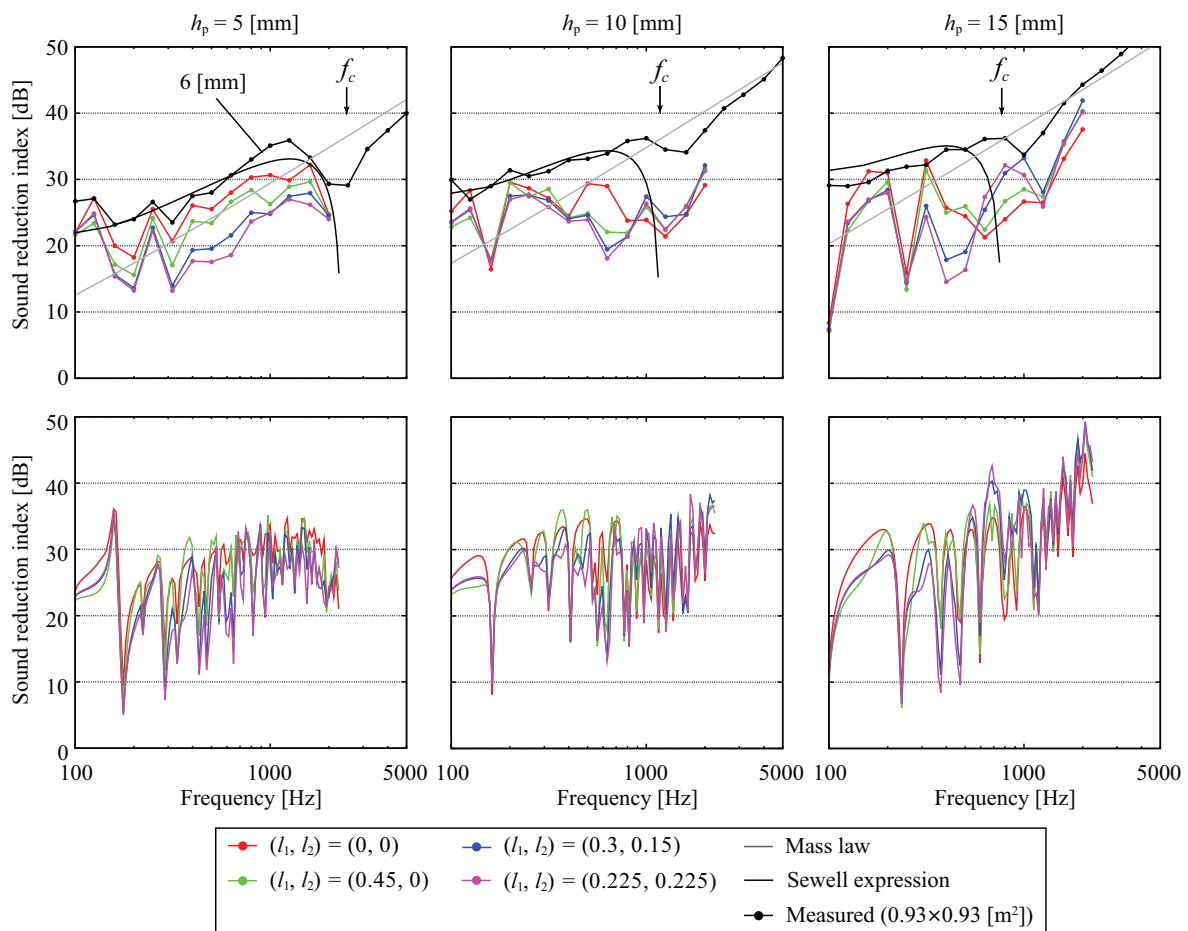


Fig. 3.60 Random-incidence transmission loss with two-sided niche, upper: 1/3-oct-band, lower: single frequency ($(a, b) = (0.9, 0.9), \eta_s = 0.1$).

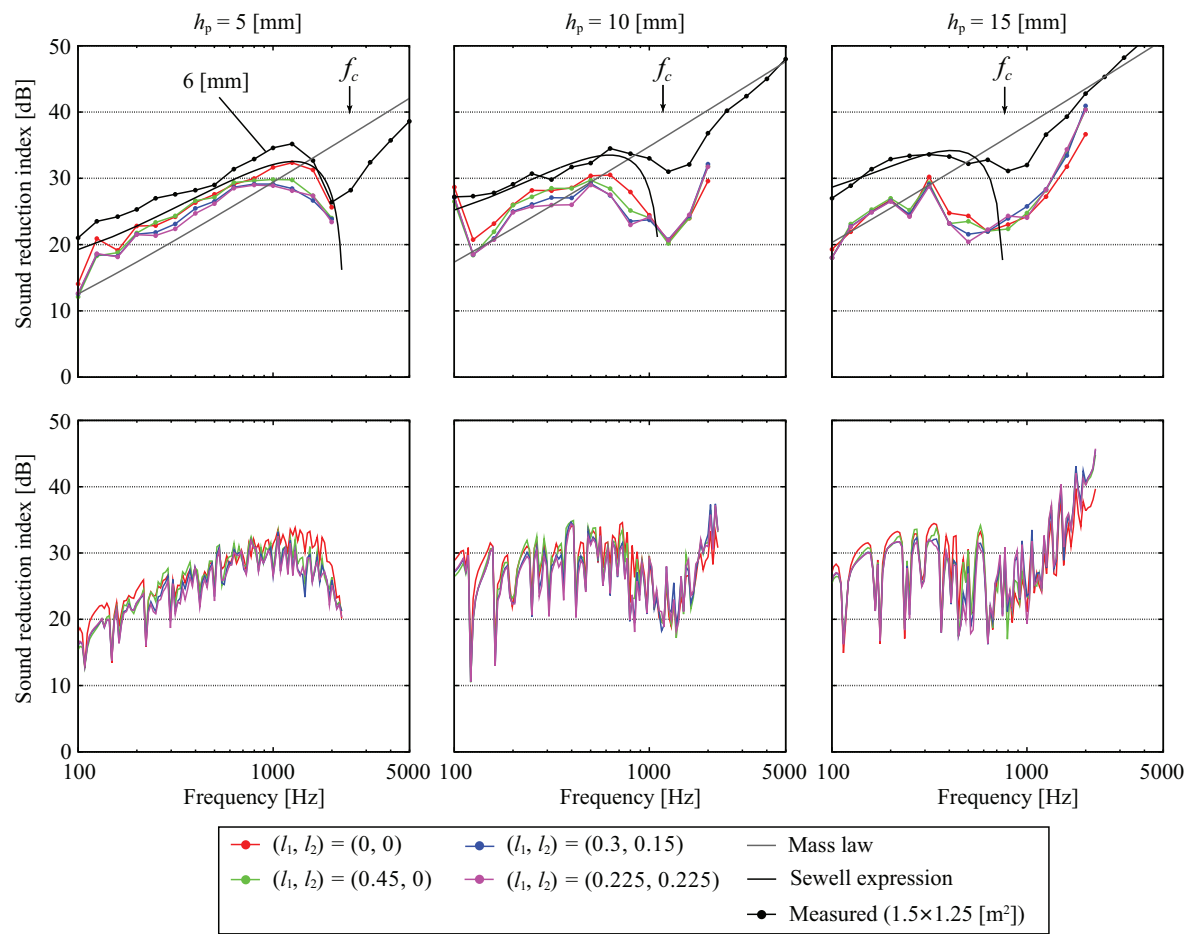


Fig. 3.61 Random-incidence transmission loss with two-sided niche, upper: 1/3-oct-band, lower: single frequency ($(a, b) = (1.5, 1.25)$, $\eta_s = 0.1$).

3.3.3 ニッシェ寸法と効果量の関係

(1) 片側ニッシェ

ニッシェ無しに対する設置時のランダム入射透過損失 (1/3-oct-band) の差 (ニッシェ設置有り - 無し) を効果量として、Fig. 3.62 に片側ニッシェの寸法と効果量の関係を示す (板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$)。片側ニッシェの場合、 f_c 以下では効果量は負となり、ニッシェが深くなるにつれて概ね増加する傾向にある。また f_c 以下であっても、 f_c に近い周波数帯域ではニッシェ深さが増した場合に効果量が正となる傾向が見られる。 f_c 以上については、全てのケースで効果量は正となり、若干の変動は見られるものの、ある程度の深さ以上で一定となる。

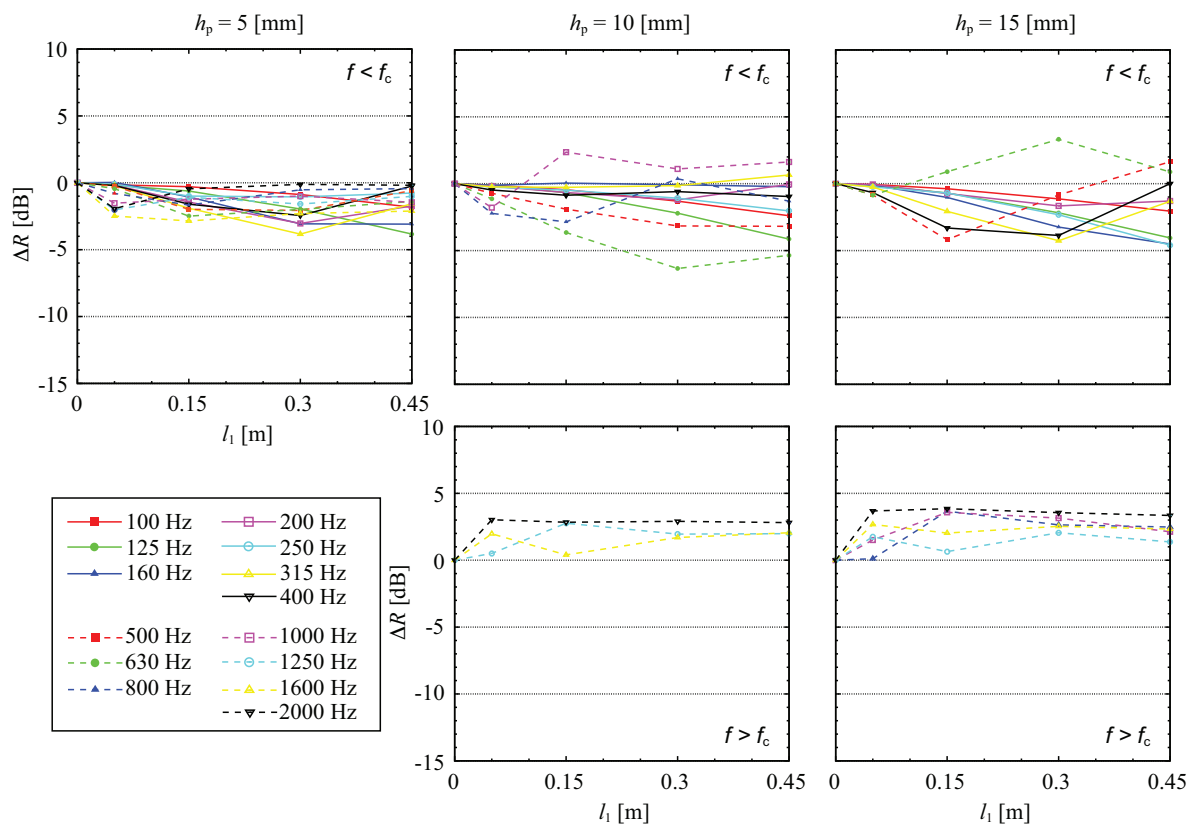


Fig. 3.62 Influence of the depth of one-sided niche on random-incidence transmission loss ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$).

板寸法が大きい場合 (板寸法 $(a, b) = (1.5, 1.25)$, $\eta_s = 0.5$) の効果量の変動を同様に Fig. 3.63 に示す。板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$ の場合に比べ、 f_c 以下、以上共に、板厚に依らず概ね効果量が小さくなる傾向が見られる。また、 f_c 以下の周波数帯域で効果量が正に転じる傾向もほぼ見られなくなっている。

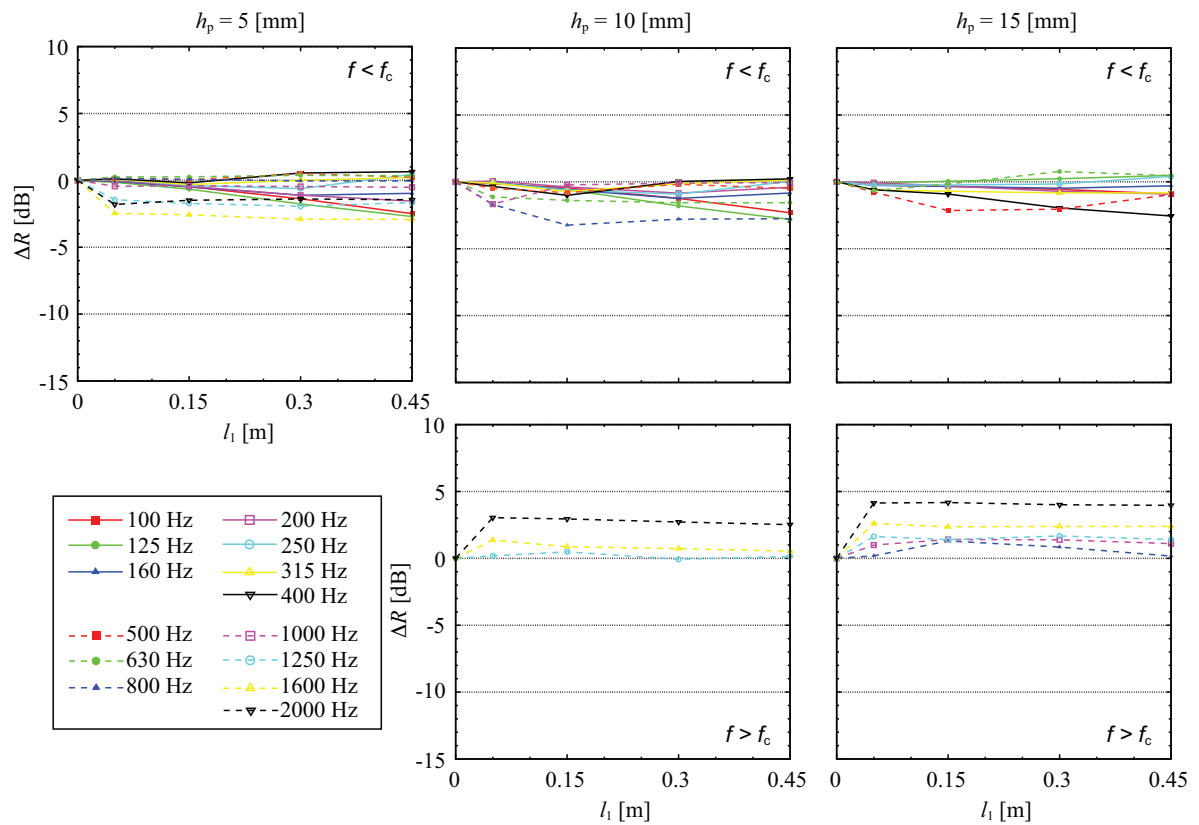


Fig. 3.63 Influence of the depth of one-sided niche on random-incidence transmission loss ($(a, b) = (1.5, 1.25)$, $\eta_s = 0.5$).

(2) 両側ニッシェ

同様に Fig. 3.64 に両側ニッシェの寸法と効果量の関係を示す(板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$)。 f_c 以下では両側深さが等しい場合に効果量が最大となり、 f_c 以上では片側と同様の傾向にある。また両側深さが等しい場合に、 f_c 以上での効果量の抑制がやや見られる。なお、入射側と透過側の深さについては、概ね可逆性が認められる。

実験室における建築部材の遮音測定の実行規格 [1, 2] では、入射・透過側ニッシェ深さの比率を 2:1 にするとの規定がなされている。これは異なる実験室間での試料設置位置の違いによる測定値の不一致を少なくするための規定であるが [39]、本検討によれば、入射・透過側いずれか一方の端に試料が設置される場合において、ニッシェ効果の影響を低減することが可能であると考えられる。ニッシェ効果は測定結果に対し極めて重要なファクターとなることから、その影響を抑制することは遮音測定の測定値の信頼性、及び再現性の向上に対し大変有用な手段であると言える。また実測値が、測定試料の真の透過損失にニッシェ効果の影響が含まれた値であると考え、本検討で示したように効果量が定量的に把握されていれば、実測値に対し効果量相当の補正を行うことで、ニッシェ効果の影響を除去した測定値が得られることが期待される。

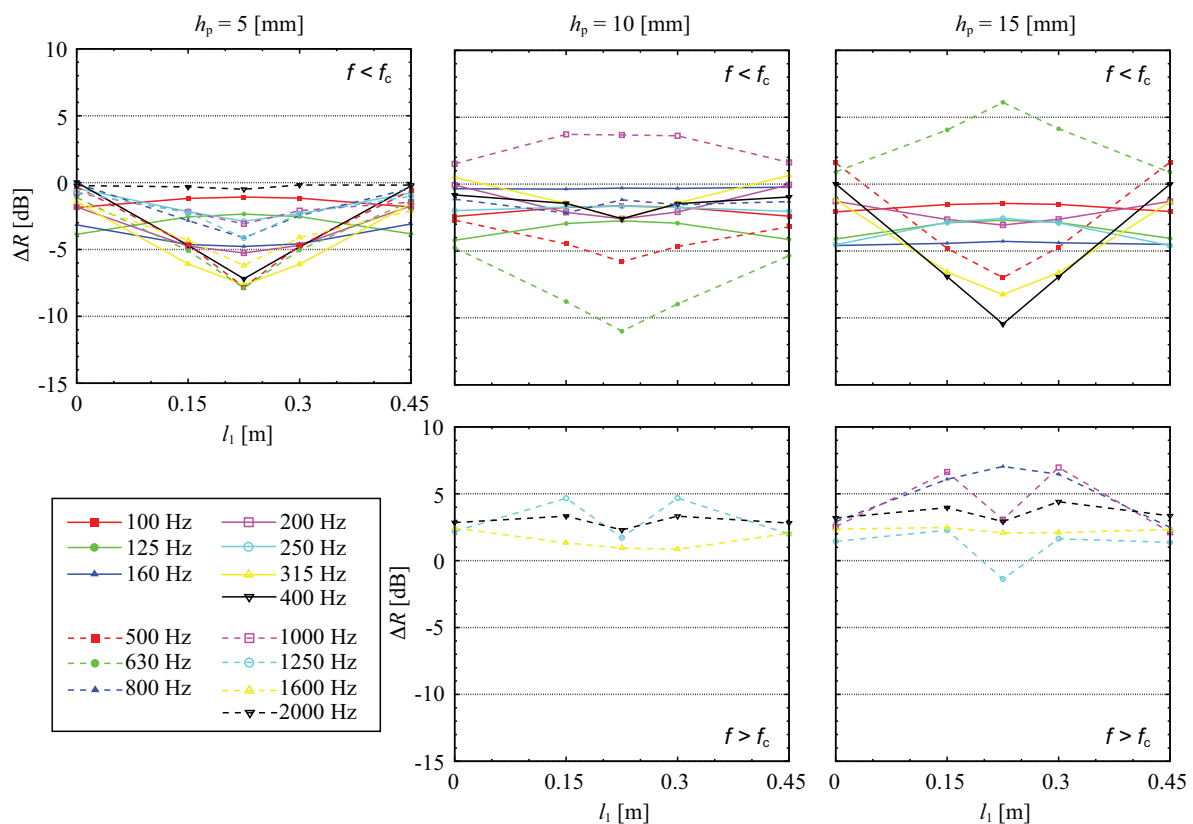


Fig. 3.64 Influence of the depth of two-sided niche on random-incidence transmission loss ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$).

Fig. 3.65 に板寸法 $(a, b) = (1.5, 1.25)$ の結果を同様に示す。入射側・透過側ニッシェのトータルの深さは 0.45 [m] で一定とし、図では入射側ニッシェ深さ l_1 を横軸にとっている。 f_c 以下、以上において概ね効果量は小さくなる傾向が見られる。また入射側と透過側の深さについて、可逆性の傾向がやや崩れている。この 1.5×1.25 [m²] の寸法は、JIS A 1416 [1] においてガラス測定用の試験開口の寸法として定められているものであることから、この結果は重要であると考えられる。

効果量としては $(a, b) = (0.9, 0.9)$ と比べ小さくなっているが、 $h_p = 10$ [mm] での結果を例にとれば、 800 [Hz] で入射・透過側ニッシェ深さの比率が $1:1$ となる場合に -5 [dB] 程度の効果となっており、影響の程度は小さい。したがって板寸法が増した場合でも、ニッシェ効果の影響を低減しようとするならば、やはり入射・透過側いずれか一方の端に試料を設置するのが望ましいと言える。

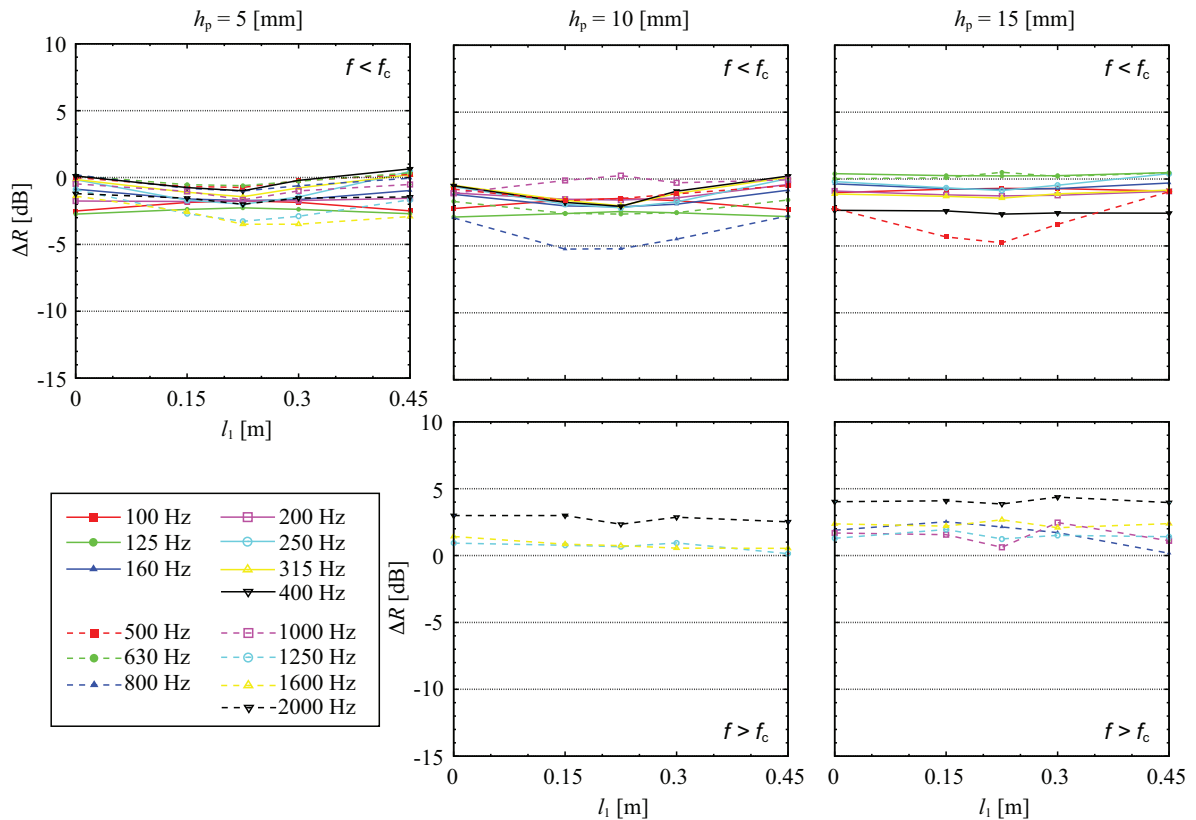


Fig. 3.65 Influence of the depth of two-sided niche on random-incidence transmission loss ($(a, b) = (1.5, 1.25)$, $\eta_s = 0.5$).

(3) 支持材の損失の影響

Figs. 3.66, 3.67 に $\eta_s = 0.1$ の場合の両側ニッシェの寸法と効果量の関係を示す (板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9), (1.5, 1.25)$)。効果量は $\eta_s = 0.5$ の場合と同様の傾向を示しており、効果量は端部損失には大きく依存しないと考えられる。

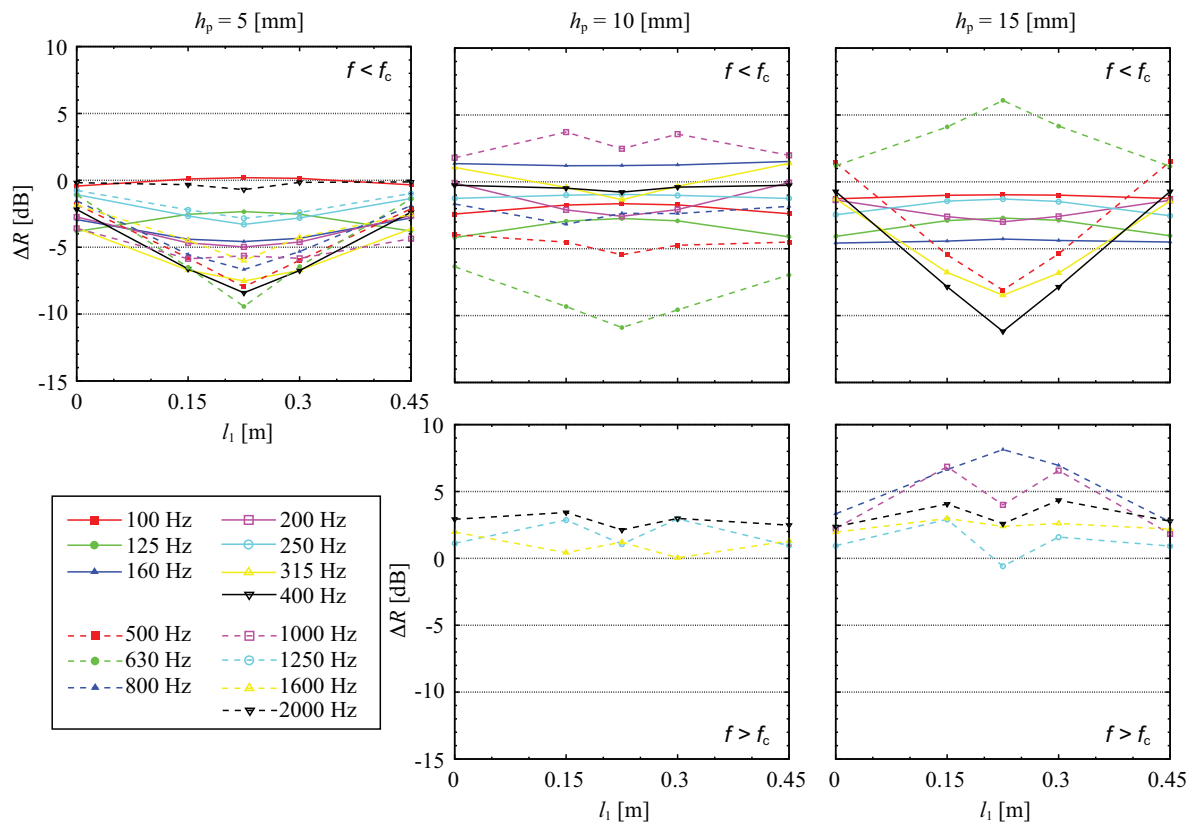


Fig. 3.66 Influence of the depth of two-sided niche on random-incidence transmission loss ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.1$).

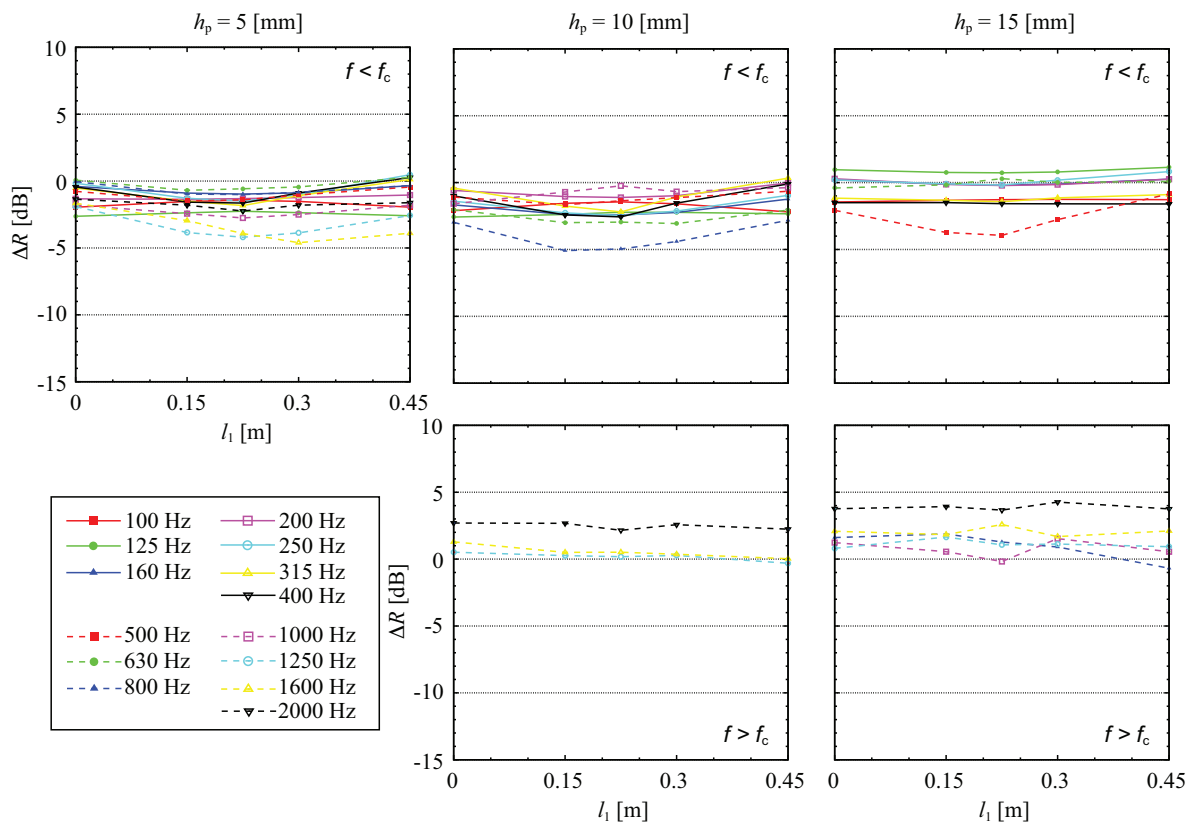


Fig. 3.67 Influence of the depth of two-sided niche on random-incidence transmission loss ((a, b) = (1.5, 1.25), $\eta_s = 0.1$).

3.4 まとめ

本章では、第2で構築した音響振動連成解析を用いたパラメトリックスタディにより、音響透過損失の実測値への影響要因であるニッシェ効果の基本的傾向を把握した。ニッシェ設置条件は片側・両側ニッシェを想定した。

まずランダム入射透過損失へと及ぼす影響について検討を行った。ニッシェ効果の全体的な傾向として、板厚に依らず f_c 以下の周波数で低下、 f_c 以上の周波数で上昇する傾向にあることを確認した。また、効果量は片側よりも両側ニッシェで大きく、ニッシェ深さが同じ深さとなる場合に最大となることを示した。板寸法との関係では、板寸法が小さい場合に効果がより顕著となることを示した。

次にニッシェ設置時の斜入射透過損失を例示し、入射角と効果の関係について言及した。ニッシェの有無により分布に明確な相違が見られ、 f_c 以上の周波数において、擦過入射時の透過損失落ち込みの緩和を確認し、ニッシェ効果の入射角依存性に関する知見を得た。ニッシェ効果の影響をより小さくするには、本論文での検討対象である flat niche に対して、段差を設ける、あるいは傾斜をつける等のニッシェ形状面での方策が有効であることが示唆された。

次に周辺音場と板の振動性状へと及ぼす影響を観察し、ニッシェ設置の有無に依る音場・振動場の姿態の変動を例示した。

最後にニッシェ寸法と効果量の関係について検討を行った。片側ニッシェの場合、 f_c 以下では効果量は負となり、ニッシェが深くなるにつれて概ね増加する傾向にあること、また f_c 以下であっても、 f_c に近い周波数帯域ではニッシェ深さが増した場合に効果量が正となる傾向があることを示した。 f_c 以上については、全てのケースで効果量は正となり、若干の変動は見られるものの、ある程度の深さ以上で一定となることを示した。両側ニッシェの場合、 f_c 以下では両側深さが等しい場合に効果量が最大となり、 f_c 以上では片側と同様の傾向にあることを示した。また入射側と透過側の深さについて、概ね可逆性が成立することを確認した。ただし板寸法が大きい場合に可逆性はやや崩れる傾向であった。なお、効果量は支持材の端部損失にはあまり依存しない傾向であることを示した。

本検討によれば、入射・透過側いずれか一方の端に試料が設置される場合において、ニッシェ効果の影響を低減することが可能であると考えられる。ニッシェ効果は測定結果に対し極めて重要なファクターとなることから、その影響を抑制することは遮音測定の測定値の信頼性、及び再現性の向上に対し有用な手段であると言える。また実測値が、測定試料の真の透過損失にニッシェ効果の影響が含まれた測定値であると考え、本検討で示したように効果量が定量的に把握されていれば、実測値に対し効果量相当の補正を行うことで、ニッシェ効果の影響を除去した測定値が得られることが期待される。

第4章

測定法上の誤差要因に関する検討

4.1 はじめに

前章では、遮音性能測定値に影響を及ぼす要因としてニッシュェ効果に着目し、その効果量の傾向についてパラメトリックスタディを通して検討を行った。本章では、JIS A 1441-1: 2007 に規定されるインテンシティ法を用いた遮音性能測定法上の誤差要因に関して検討を行う。この手法では、測定対象とする試料がニッシュェ内に設置される場合に、通常ニッシュェ開口部の平面を測定面とする [2]。そこで、誤差要因として 1) ニッシュェ深さ、2) 試料 - プローブ間の測定距離の 2 つに着目する。

1) ニッシュェ深さについては、ニッシュェ設置条件下での透過側音場における測定精度に、ニッシュェ深さが及ぼす影響について小検討を加える。具体的には、板面と測定面（ニッシュェ開口部）における透過パワー比の周波数上での変動と、ニッシュェ深さとの関係について傾向を把握する。

2) 測定距離については、測定距離の異なる 2 種のプローブを用いた窓ガラスの遮音性能測定により得られた両実測値の傾向と、実測条件を模擬した数値解析の両面から検討する。

4.2 誤差要因: ニッシェ深さ

4.2.1 検討方法

解析手法としては第3章と同様である。JIS A 1441-1: 2007 「音響インテンシティ法による建築物及び建築部材の空気音遮断性能の測定方法 第1部：実験室における測定」に基づき、Fig. 4.1 に示すようにニッシェ開口部を測定面とする。測定面を部分測定面に要素分割し、各要素中心点における z 方向の音響インテンシティと部分面積との積を取り、測定面全面で和をとったものが透過パワーとなる。板面、ニッシェ開口部における透過パワーをそれぞれ W_t , W_m とし、両者の比をとり周波数上での変動を調べる。ニッシェ設置条件は両側ニッシェ $((l_1, l_2) = (0.3, 0.15), (0.225, 0.225))$ の2水準、板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, 板厚 5, 10, 15 [mm] とした。

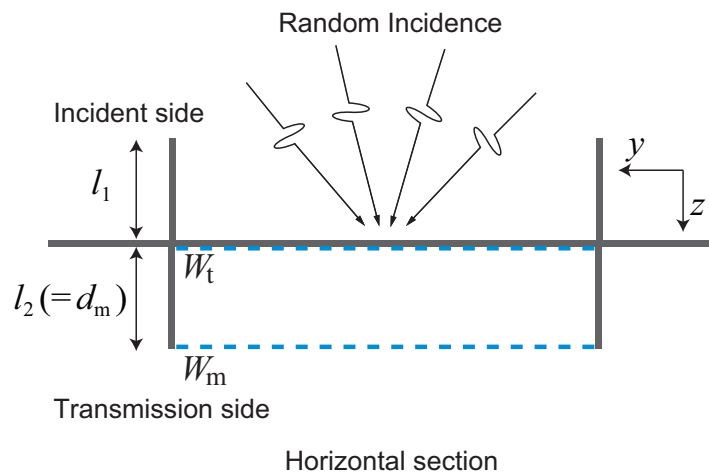


Fig. 4.1 Measurement surface setting.

4.2.2 結果と考察

ニッシェ深さによる透過パワー比の変動

Fig. 4.2 に、ランダム入射時の板面の透過パワー W_t とニッシェ開口面での透過パワー W_m の比を dB 表示 ($= 10 \log_{10}(W_m / W_t)$) した計算結果を示す。参考として、ニッシェ設置無しの場合の結果も併記する。

ニッシェ有無による結果の差異を比較すると、 f_c 以下においてはニッシェ設置が無い場合で値が落ち込み、ニッシェ設置時に落ち込みの緩和が見られる。これは両側ニッシェ設置時に W_t が大きいため、またニッシェ設置が無い場合の測定面はニッシェ開口部の 1 面であり試料を取り囲む閉曲面ではないため、透過インテンシティを取り逃していると考えられる。

ニッシェ設置時の透過パワーの変動に関しては、ニッシェ深さによる差異はほぼ見られず、試料からの透過パワー測定においてはニッシェ深さは誤差要因とはなりにくいと考えられる。 f_c 以上では、ニッシェ設置の有無、ニッシェ深さに依らず正の値となっており、 f_c 以上において透過損失を向上させるという第 3 章で示したニッシェ効果の傾向は、実測条件では抑制される可能性があると考えられる。これについては、解析上の数値誤差も一因として考えられる。

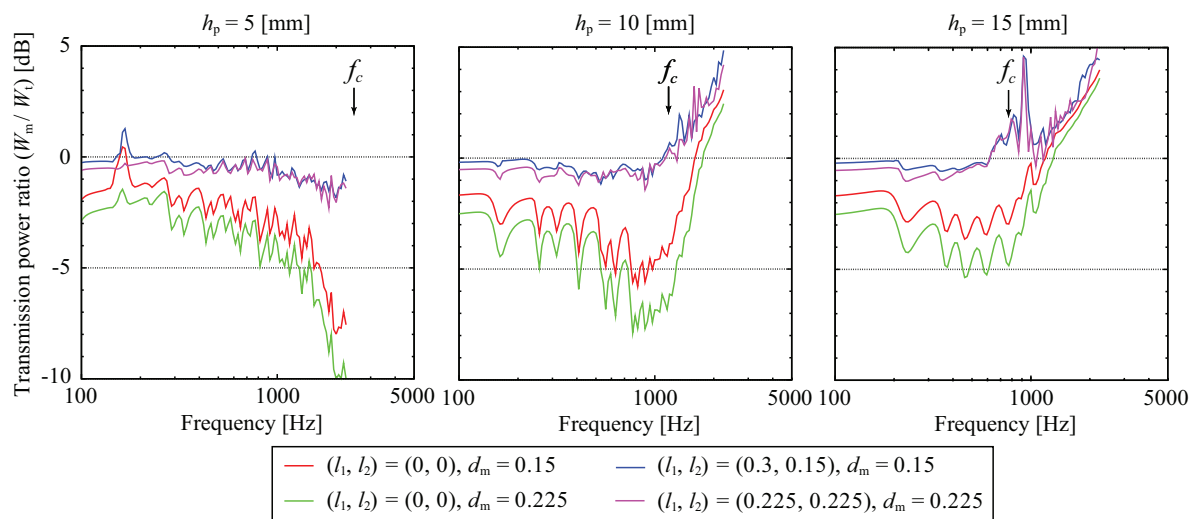


Fig. 4.2 Transmission power ratio ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $\eta_s = 0.5$).

透過側音場性状

Figs. 4.3, 4.5 は 500 Hz における透過側 YZ 平面上での音圧及びアクティブインテンシティの計算結果である。垂直入射時の結果から、板表面近傍において、透過音のエネルギーが中心部へと吸い込まれている様子が分かる。ニッシュ開口部は比較的均一なエネルギーの流れとなっている。一方 $\theta = 45^\circ, \varphi = 45^\circ$ 入射時では、透過エネルギーの循環が見られる。Figs. 4.4, 4.6 は 1334 Hz における同様の分布である。いずれも透過エネルギーの複雑な循環が確認できる。

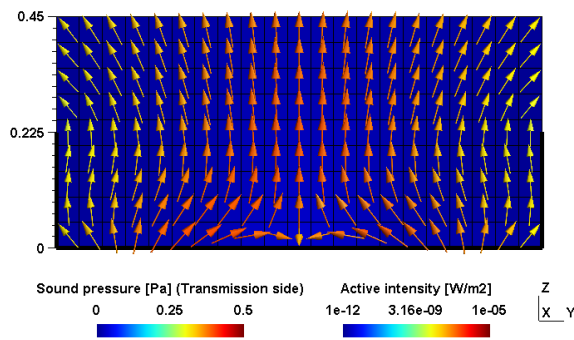


Fig. 4.3 Distributions of sound pressure and active intensity at 500 Hz, $\theta = 0^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ (l_1, l_2) = (0.225, 0.225), $h_p = 10$ [mm].

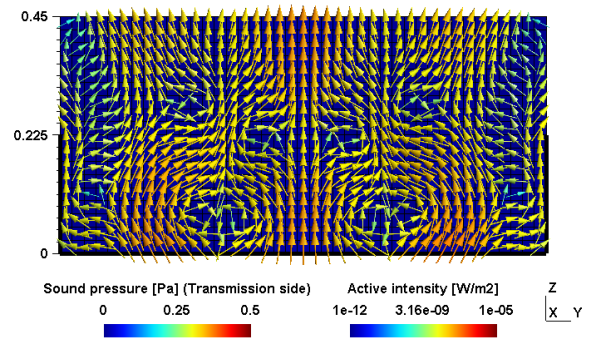


Fig. 4.4 Distributions of sound pressure and active intensity at 1334 Hz, $\theta = 0^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ (l_1, l_2) = (0.225, 0.225), $h_p = 10$ [mm].

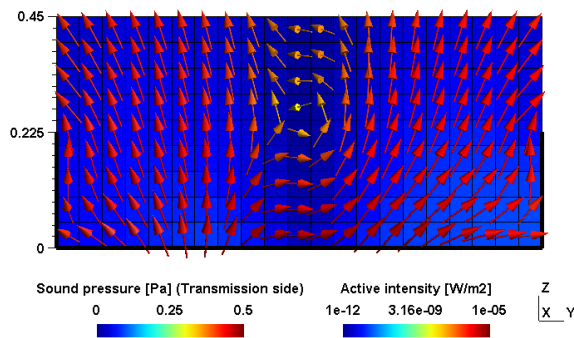


Fig. 4.5 Distributions of sound pressure and active intensity at 500 Hz, $\theta = 45^\circ$, $\varphi = 45^\circ$ (l_1, l_2) = (0.225, 0.225), $h_p = 10$ [mm].

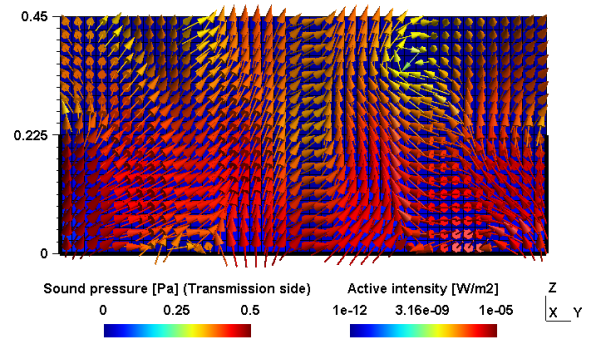


Fig. 4.6 Distributions of sound pressure and active intensity at 1334 Hz, $\theta = 45^\circ$, $\varphi = 45^\circ$ (l_1, l_2) = (0.225, 0.225), $h_p = 10$ [mm].

4.3 誤差要因: 試料 - プローブ間の測定距離

4.3.1 2種のプローブを用いた音響透過損失測定

インテンシティ法を用いた遮音性能測定法上の誤差要因に関して、前節ではニッシュ設置条件下での透過側音場における測定精度に、ニッシュ深さが及ぼす影響について小検討を加えた。本節では、同測定手法に関する誤差要因として、ニッシュ内の測定距離に着目する。

2マイクロホン法で通常用いられるインテンシティプローブ (PP probe) と、PU probe の2種の異なる測定機器を用いて窓ガラスの音響透過損失測定を行った。両測定では試料 - プローブ間の測定距離が異なり、PU probe は近距離、PP probe はある程度距離を離れた測定である。

本節では、まず PU probe を用いた既往の音響計測例、PU probe の基本特性、データ校正手法について概説した後、測定概要を示す。

PU probe の基本特性

粒子速度プローブ (U probe), あるいはこれに小型マイクロフォンを組み合わせた PU probe は小型であることから計測対象に接近させた計測が可能であり、近年ではこれを利用した材料吸音特性の測定 [40, 41, 42] や音響インテンシティの測定 [43] などが行われている。しかしながら、建築部材の遮音測定に PU probe を用いた例は見られていない。音響インテンシティ法による空気音遮断性能の測定 [2] では2マイクロホン法が用いられるが、粒子速度を2点の音圧で有限差分近似することからマイクロフォン間隔や測定位置に制約が生じる。PU probe による測定によれば、その制約を回避できると考えられる。本測定で用いた PU probe (Microflown 社製 PU regular) について、その基本特性として

1. 指向性として、綺麗な8の字特性を持つ (Fig. 4.7)
2. p センサーは 100~3kHz までは一様感度 (Fig. 4.8)
3. u センサーは 100~10kHz までは一様感度 (Fig. 4.9)
4. センサーを逆向きにすると位相が 180 度ずれる (Figs. 4.10, 4.11)
5. 風の影響を受けやすいので測定に注意を要する

等が挙げられる。

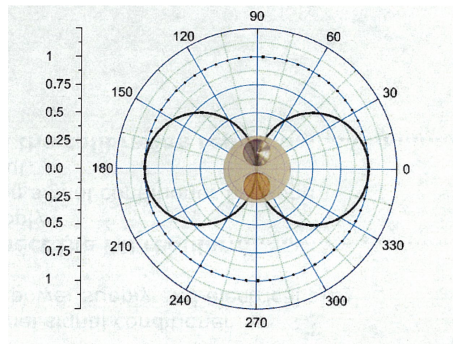


Fig. 4.7 Directivity of PU probe.

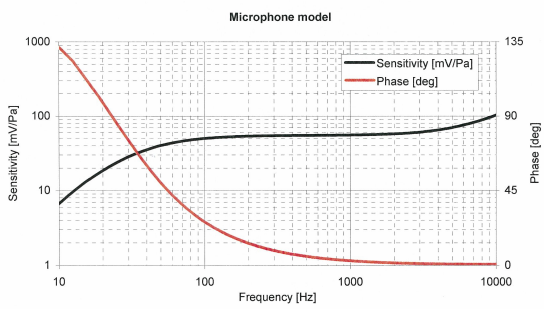


Fig. 4.8 Frequency characteristics of p-sensor.

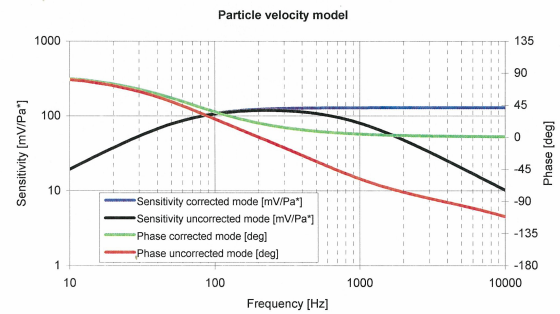


Fig. 4.9 Frequency characteristics of u-sensor.

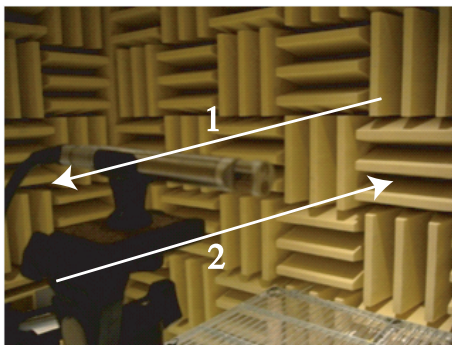


Fig. 4.10 Example of configuration of PU probe.

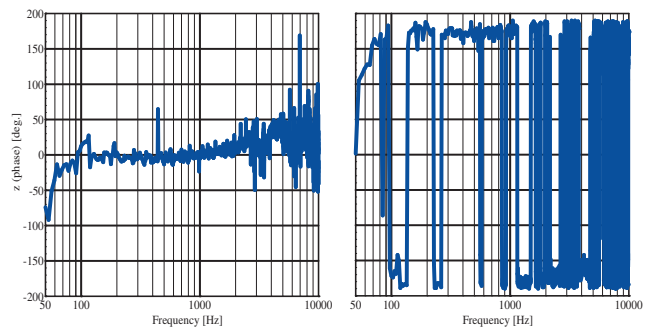


Fig. 4.11 Phase shift between sound pressure and particle velocity(L: 1, R: 2).

測定データの分析手法

FFT アナライザを用いて、PU probe により得られた音圧 $p(t)$ 、粒子速度 $v(t)$ をそれぞれ周波数応答関数 $p(f)$ 、 $v(f)$ に変換する。音圧 $p(f)$ 、粒子速度 $v(f)$ の周波数応答関数およびクロススペクトルをそれぞれ時間平均（パワースペクトル加算平均）し、音響インピーダンス $Z(f)$ および音響インテンシティ $I(f)$ を得る。

測定データの補正概要

Fig. 4.12 に測定データの補正についての概略図、Fig. 4.13 に C_R 導出についての概略図を示す。

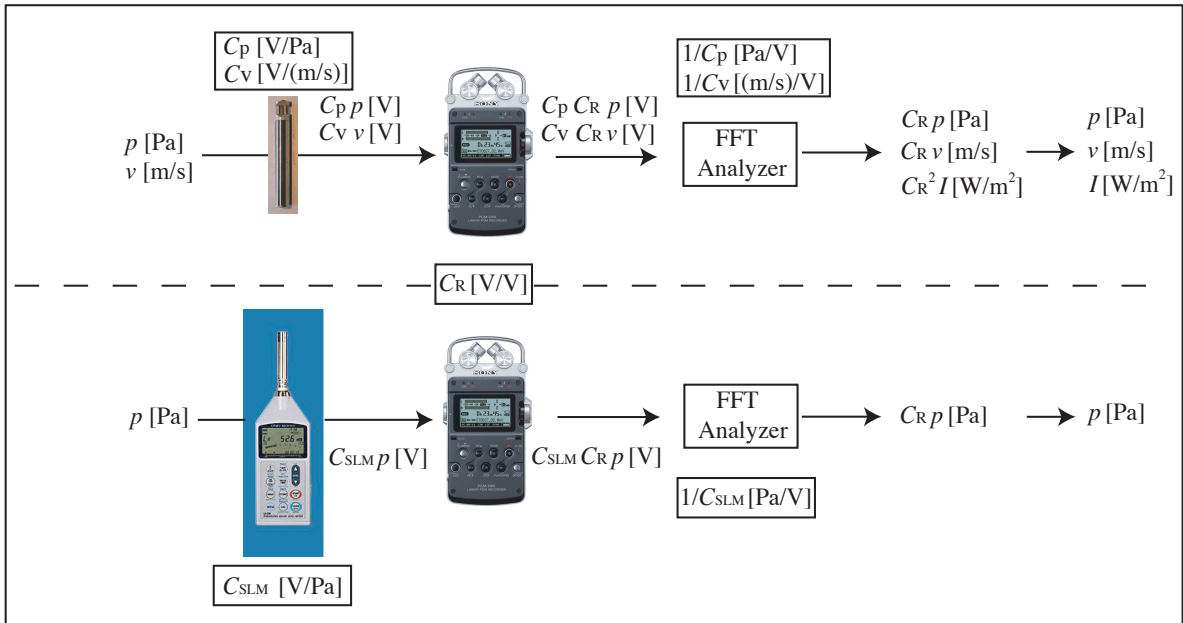


Fig. 4.12 The outline of calibration of data measured by PU probe and Sound level meter.

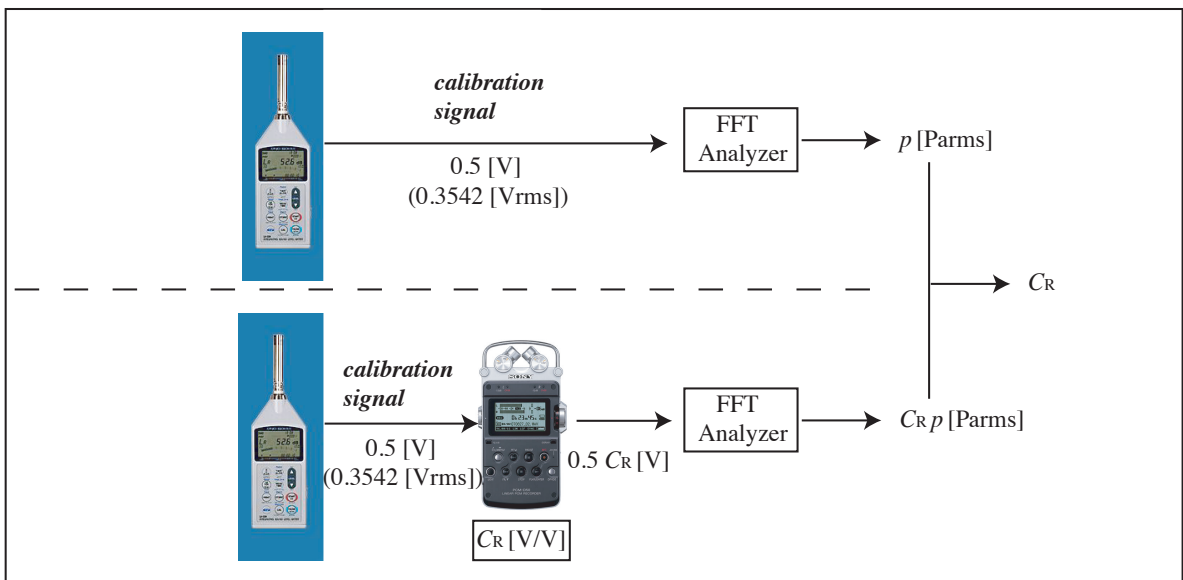


Fig. 4.13 The outline of derivation of C_R .

C_p, C_v, C_{SLM} の補正

各センサーの感度に起因する係数である。いずれの補正に関しても、FFT 解析時に物理校正值 (EU 値) を設定することで感度補正を行った。

- PU Probe データ解析時 (C_p : 0.0549 [V/Pa], C_v : 56.5 [V/(m/s)])
- 騒音計データ解析時 (C_{SLM} : 0.01118034 [V/Pa] (n=13))

騒音計のレンジの上限を $10n$ [dB] (実効値相当) とすると、対応する音圧の振幅値は $p = 2\sqrt{2} \times 10^{\frac{n}{2}-5}$ [Pa] である。従って、騒音計の AC out が 0.707Vrms / フルスケール (振幅 1 V) の場合、物理校正值 (EU 値) は $1/(2\sqrt{2} \times 10^{\frac{n}{2}-5})$ [V/Pa] となる。

C_R の補正

レコーダーのインプットレベルに起因する係数である。PU probe と騒音計の両計測時に同一のインプットレベルとした場合は、 C_R は両計測において同じ値である。本測定では、騒音計の校正信号 (124 [dB / 0.5 V], 1 kHz) を直接 FFT アナライザに入力した場合と、レコーダーに録音された校正信号を FFT アナライザに入力した場合とで、それぞれの周波数応答関数の 1 kHz での音圧実効値を読み取り、それらの比を C_R として用いた。

自由音場法による校正

以上述べた補正概要は、マニュアルに掲載された感度に基づく感度補正、またレコーダーのインプットレベルに起因する補正のみを考慮したものであるが、より信頼性のあるデータを得るには、自由音場や音響管での測定による厳密な校正が必要となる。ここでは自由音場における校正法について述べる。

自由空間中に無指向性点音源がある場合、点音源から距離 r 離れた位置の音圧 p_{th} 、粒子速度 v_{th} 、音響インピーダンス Z_{th} は以下の式で表される。ここで、 A は音圧振幅、 ρ_0 は空気密度、 c_0 は音速である。

$$p_{th}(r, f) = A \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (4.1)$$

$$v_{th}(r, f) = \frac{A}{\rho_0 c_0} \frac{1 + jkr}{jkr} \frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{1 + jkr}{\rho_0 c_0 \cdot jkr} p_{th}(r, f) \quad (4.2)$$

$$Z_{th}(r, f) = \frac{p_{th}(r, f)}{v_{th}(r, f)} = \rho_0 c_0 \frac{jkr}{1 + jkr} \quad (4.3)$$

Fig. 4.14 に示すように、無響室内にてスピーカーを音源としてそこから距離 r 離れた位置で PU probe により測定した音圧を p_m 、粒子速度を v_m 、校正済みの騒音計を用いて同位置にて測定した音圧を p_{ref} とする。このとき、音圧、粒子速度、音響インピーダンス、音響インテンシティの補正係数 CF_p, CF_v, CF_Z, CF_I はそれぞれ以下のように表すことができる。

$$CF_p = \frac{p_{ref}}{p_m} \quad (4.4)$$

スピーカを無指向性点音源とみなすことができれば、

$$CF_Z = \frac{Z_{ref}}{Z_m} \quad (4.5)$$

$$CF_v = \frac{v_{th}}{v_m} = \frac{p_{th}}{Z_m} \frac{Z_m}{p_m} = \frac{1}{CF_Z} \frac{p_{th}}{p_m} \quad (4.6)$$

このとき、 $p_{th} = p_{ref}$ と見なせるので、

$$CF_v = \frac{CF_p}{CF_Z} \quad (4.7)$$

$$CF_I = CF_p^* \cdot CF_v = CF_p^* \cdot \frac{CF_p}{CF_Z} = \frac{|CF_p|^2}{CF_Z} \quad (4.8)$$

測定では p_m をパワースペクトル加算平均しているため、Eqs. (4.4), (4.7) については位相情報のない $|CF_p|$ 、 $|CF_v|$ が算出される。一方 Z_m については Fourier スペクトル加算平均により位相情報が保持されることから、 CF_Z, CF_I については複素数値である。次節に述べる測定に用いた音圧、粒子速度、音響インテンシティの補正係数を Fig. 4.15 に示す。



Fig. 4.14 Scenery of measurement for calibration.

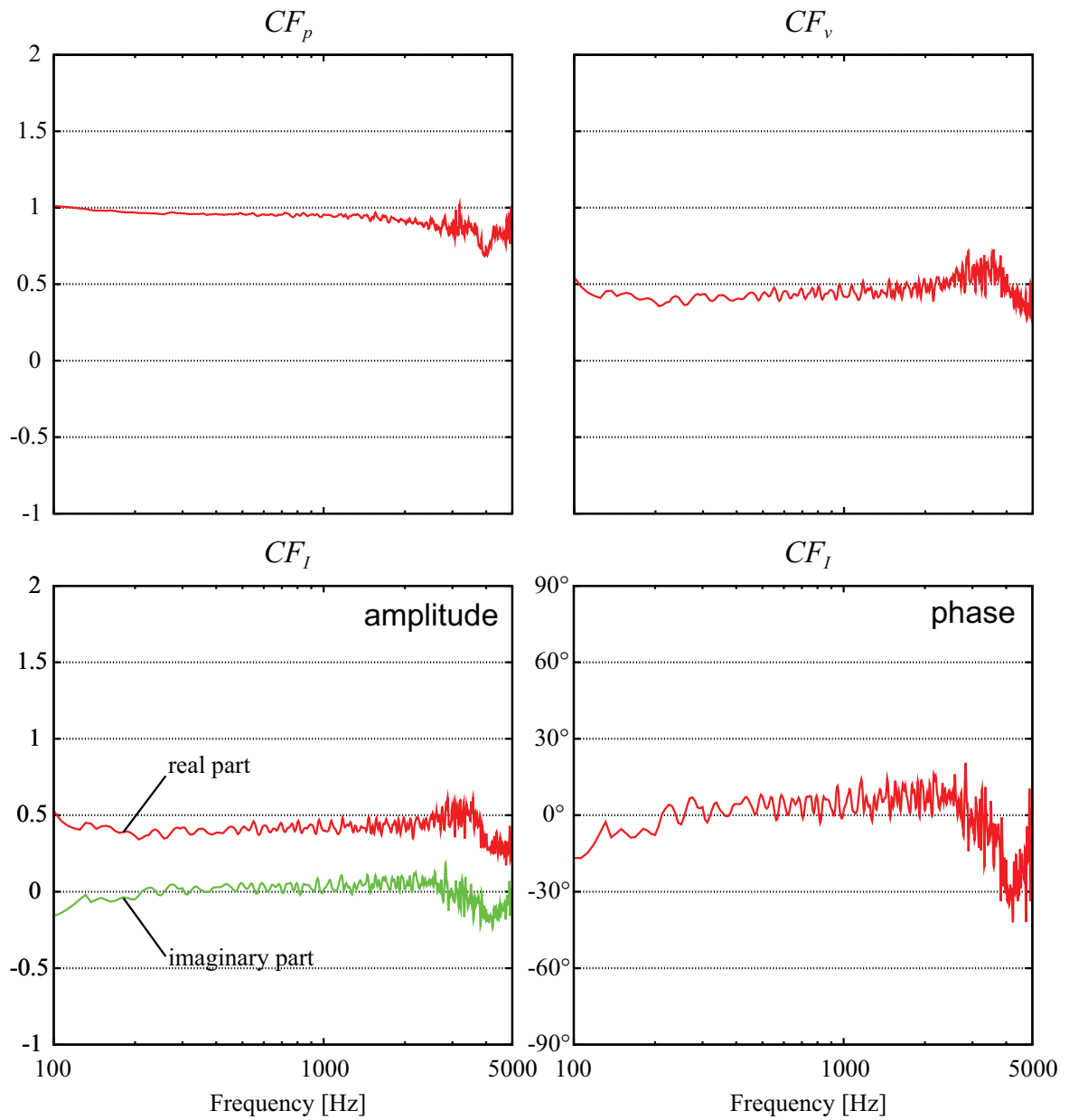


Fig. 4.15 Correction functions.

4.3.2 測定概要

測定対象

試験体はガラス 2 種 (板厚 6、10 mm)、端部の支持材料 2 種 (パテ、ガスケット) の計 4 種、ガラス寸法 $1.09 \times 1.09 \text{ m}^2$ 、開口寸法 $1 \times 1 \text{ m}^2$ である。なおニッシュ深さは (入射側 [m], 透過側 [m]) = (0.1, 0.25) であった。

測定方法

実験は日東紡音響エンジニアリング (株) 第 2 音響研究所の残響室 (9 m^3) - 無響室 (13.9 m^3) にて実施した。測定概要を Figs. 4.16, 4.17 に示す。測定点は Fig. 4.18 に示すように、試料端部付近を除く $0.9 \times 0.9 \text{ m}^2$ の領域を 0.1 m グリッドで分割した部分測定面の中心点とした。音源には広帯域ノイズを用いた。試料面と PP probe との距離は JIS A 1441-1: 2007 に従い 10 cm 、PU probe では板の振動性状を把握するためより近距離の 1.5 cm とした。測定は離散点法的に行い、レコーダに記録した信号を FFT 分析 ($\Delta f = 6.25 \text{ Hz}$) して音響インテンシティ等の諸量を得た。PU probe による測定では、音圧と法線方向粒子速度のクロススペクトルを十分収束するまで加算平均し、その実部をノーマル音響インテンシティとした。それぞれの部分測定面におけるノーマル音響インテンシティから、JIS A 1441-1: 2007 に規定された方法で音響透過損失 (調整項 K_c なし) を算出した。

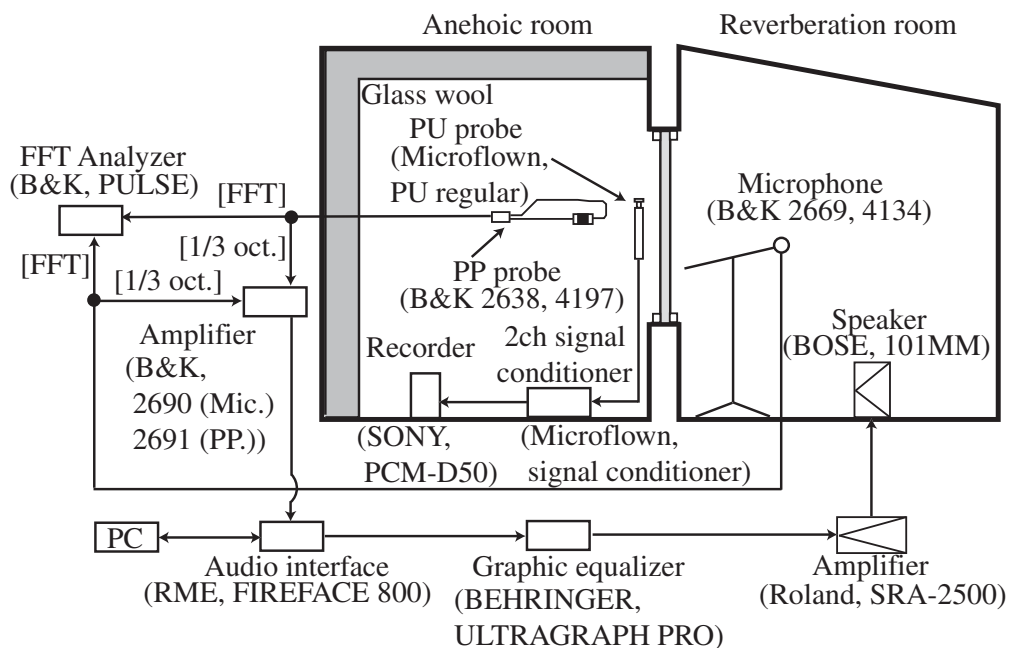


Fig. 4.16 Measurement setup.

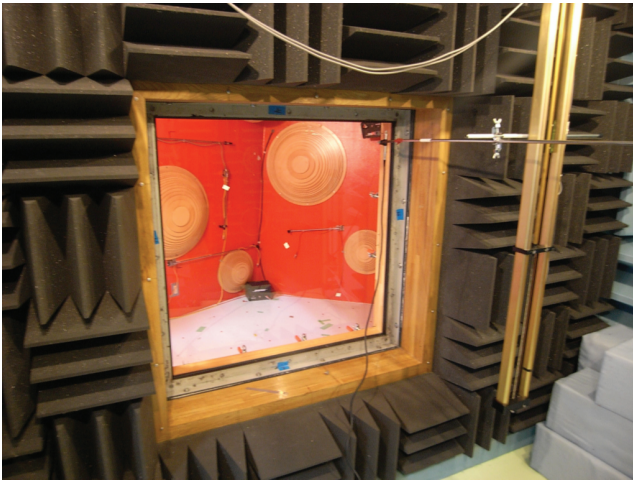


Fig. 4.17 Measurement scenery.

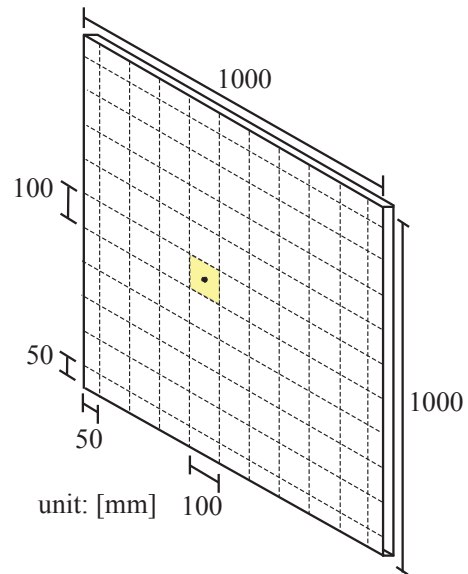


Fig. 4.18 Measuring point.

4.3.3 測定結果

透過損失値

本測定で得られた各試験体4種(パテ・ガスケット支持)の音響透過損失値をランダム入射時の質量則、Sewellの式、吉村の実測値[33]と併せてFigs. 4.19, 4.20に示す。PU probeの値は音響インテンシティが空間的に複雑に変化しやすいとされる近距離場での測定結果であるが、PP probeで得られた値とよく対応している。しかしいずれの試験体においても f_c 付近での乖離が見られ、PP probe測定の方で透過損失値が上昇している。この乖離はPP probeによる結果において部分測定面における透過音響インテンシティが極端に小さいか負となるケースが多かったためである。前節での解析結果から、 f_c 付近の周波数では透過パワーの測定漏れの影響が顕著となる傾向にあることから、その影響が表れた可能性がある。また支持材料の影響については f_c 以上の周波数で表れており、ガスケット支持に比べパテ支持のケースで遮音性能が向上していることが分かる。

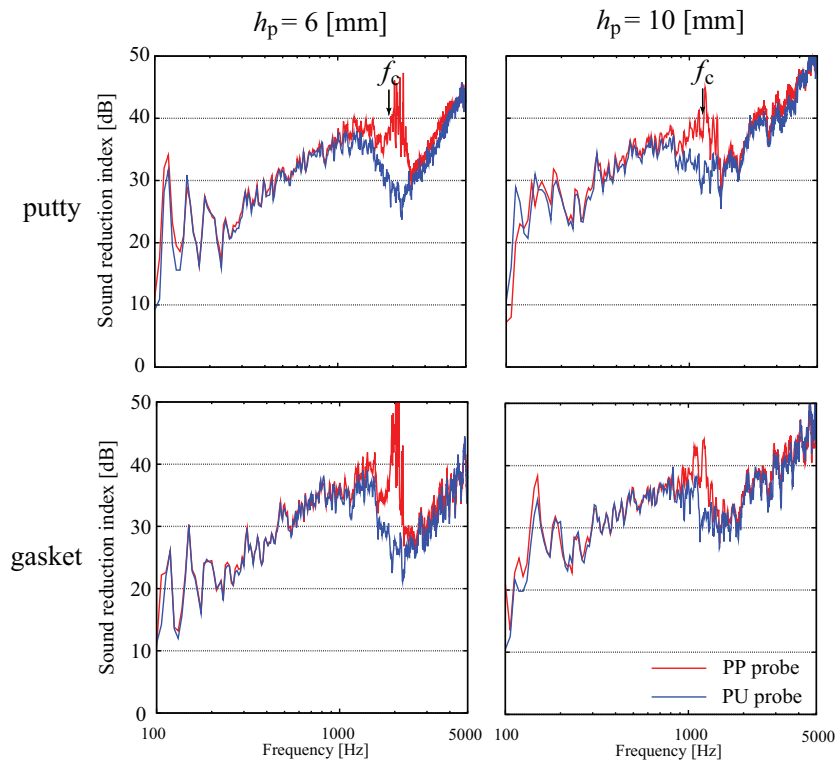


Fig. 4.19 Comparison of transmission loss (single frequency).

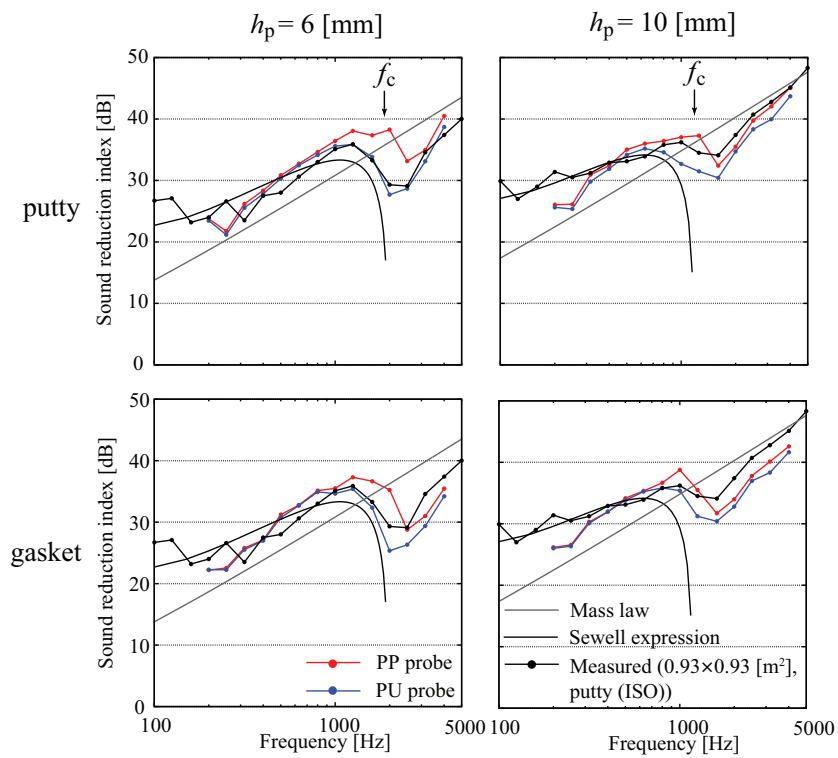


Fig. 4.20 Comparison of transmission loss (1/3-oct-band).

ガラス面の振動・音響放射

Figs. 4.21 ~ 4.23 に、板厚 10 mm の試験体に関して、PU, PP 両プローブにより得た測定面での音響インテンシティレベル分布を、また Figs. 4.24, 4.25 に、PU probe により得た音圧、振動速度の相対レベル分布を示す。

低域で音響透過損失値がディップとなる 175 Hz では、音圧はガラス中心部の振動に概ね支配されており、振動速度が逆位相で動くエッジ部分で負のインテンシティが表れていることが PU probe による結果から分かる。同周波数における PP probe による結果では、測定点が試料から離れているため、インテンシティの正負と振動速度分布との対応は不明瞭となっている。

コインシデンス限界周波数付近である 1156, 1218 Hz では、振動速度分布より、入射波と同程度の波長の定在屈曲波が生じていることが分かる。同周波数における音響インテンシティ分布については、PU probe によるものは負の領域がほとんど見られないのに対し、PP probe によるものは負のインテンシティが多くみられる。これは板厚 6 mm の試験体について、また同測定面上での 1/3 oct. band 値でも見られた現象である。

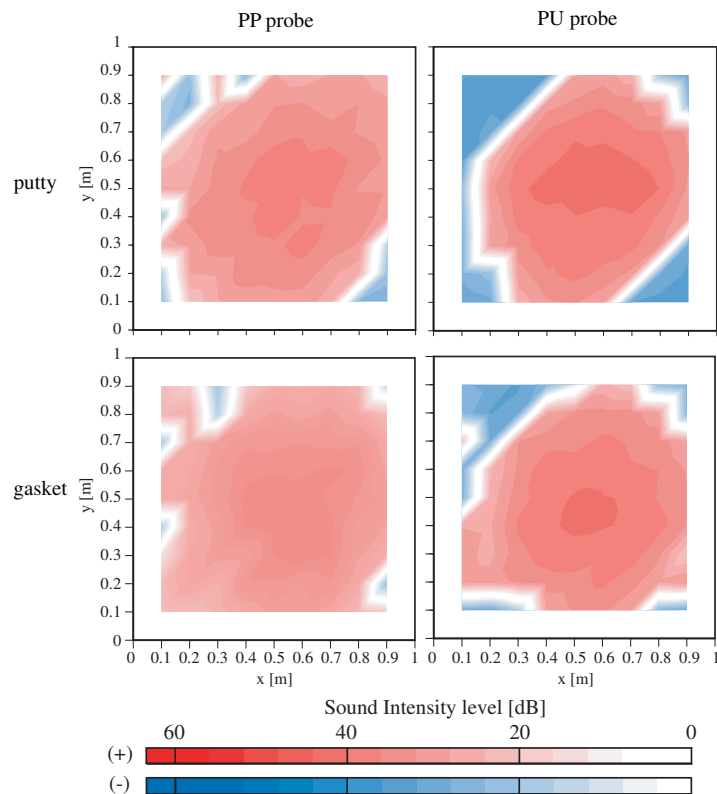


Fig. 4.21 Distributions of sound intensity level of a glass 10 mm thick at 175 Hz.

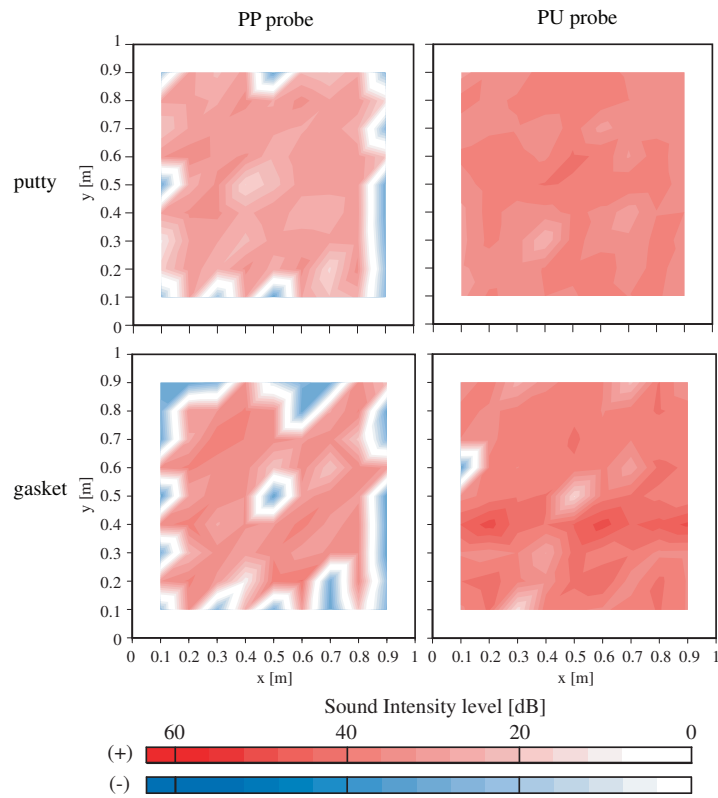


Fig. 4.22 Distributions of sound intensity level of a glass 10 mm thick at 1156 Hz.

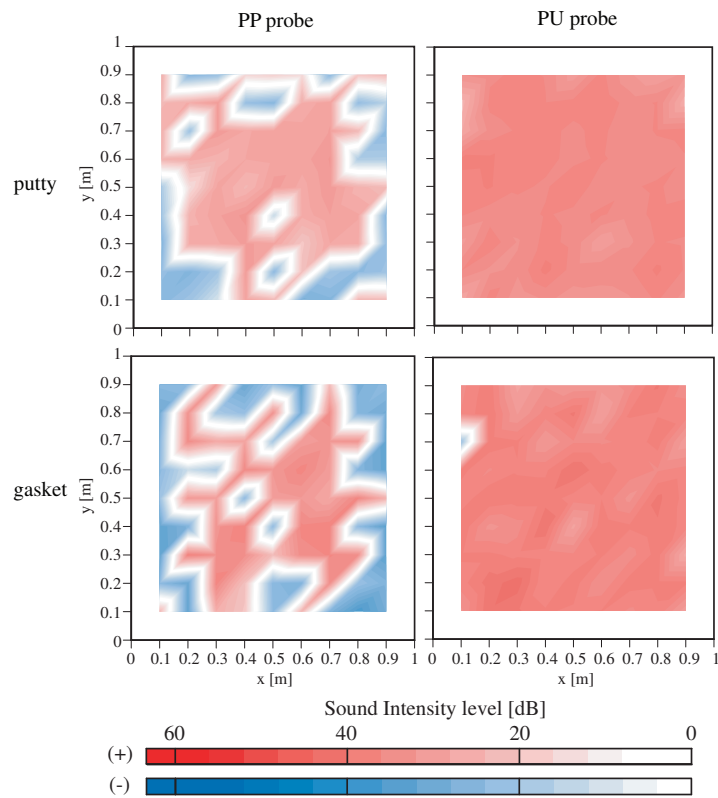


Fig. 4.23 Distributions of sound intensity level of a glass 10 mm thick at 1218 Hz.

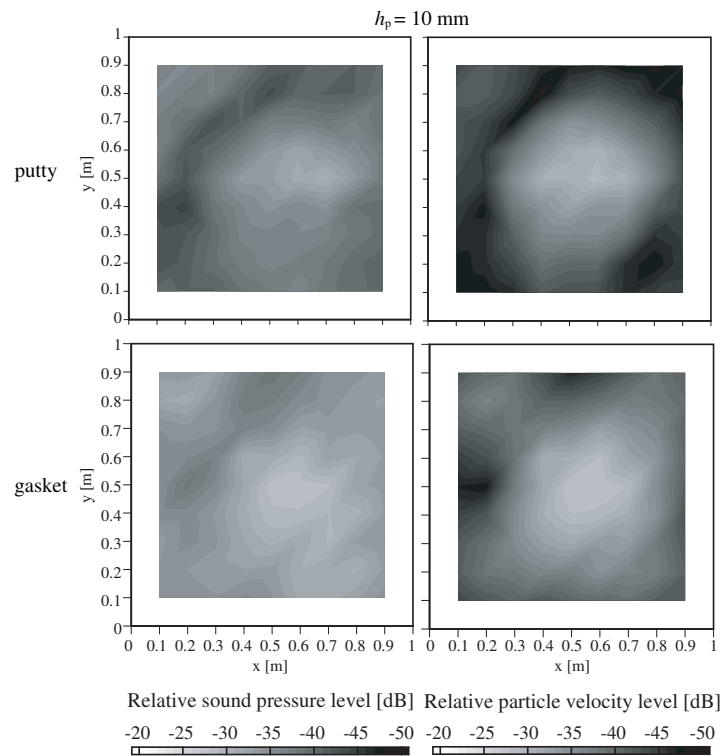


Fig. 4.24 Distributions of sound pressure level (left), particle velocity level (right) of a glass 10 mm thick at 175 Hz (PU probe).

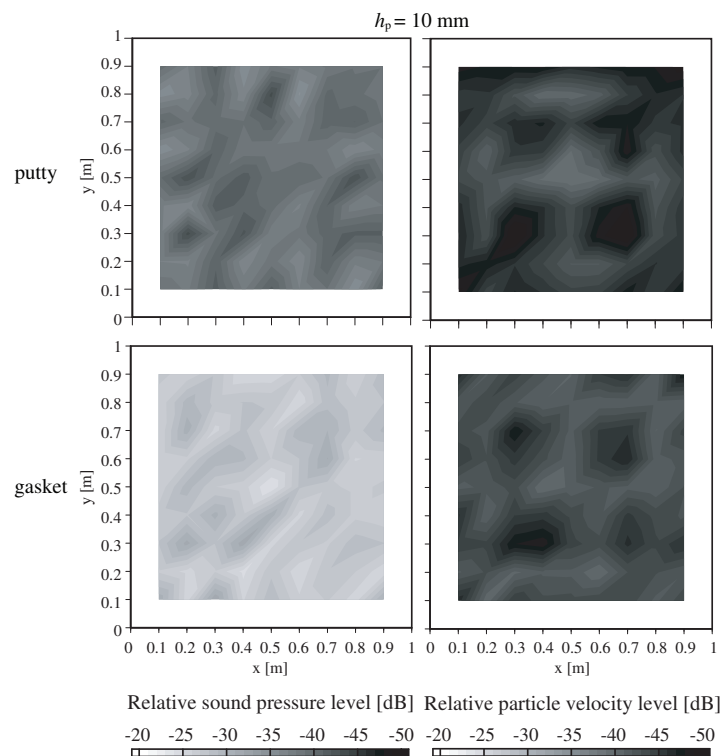


Fig. 4.25 Distributions of sound pressure level (left), particle velocity level (right) of a glass 10 mm thick at 1156 Hz (PU probe).

4.3.4 実測条件を模擬した数値解析による検討

JIS A 1441-1: 2007 では、測定対象とする試料がニッシュェ内に設置される場合に、通常ニッシュェ開口部の平面を測定面とすることが規定されている。これは一般に音源（試料）近傍における音響インテンシティは空間的に複雑に変化するため [44]、またインテンシティ法では音響パワーを漏れなく測定するために測定対象を閉曲面で取り囲まなければならないので、開口部より外側に測定面を設定すると測定点を多くとる必要が出てくるためである。

測定距離による透過パワー比の変動

先述した 2 種のプローブを用いた音響透過損失測定では、PP, PU probe 両測定結果において f_c 付近での乖離が見られ、この乖離は主に試料 - プローブ間の測定距離に起因するものと考えられる。そこで測定面がニッシュェ内部にある場合の透過パワー比の変動に関して小検討を加える。Fig. 4.26 に示すように、ニッシュェ設置条件を $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$ と実測時と同一の深さとし、測定距離 d_m [m] = 0.025 (近距離場, PU probe 実測時に相当), 0.1 (PP probe 実測時), 0.25 (ニッシュェ開口部) として、前節同様各ケースでの透過パワー比の周波数上での変動を測定距離をパラメータとして調べる。なお板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$, 板厚 10 [mm] とした。

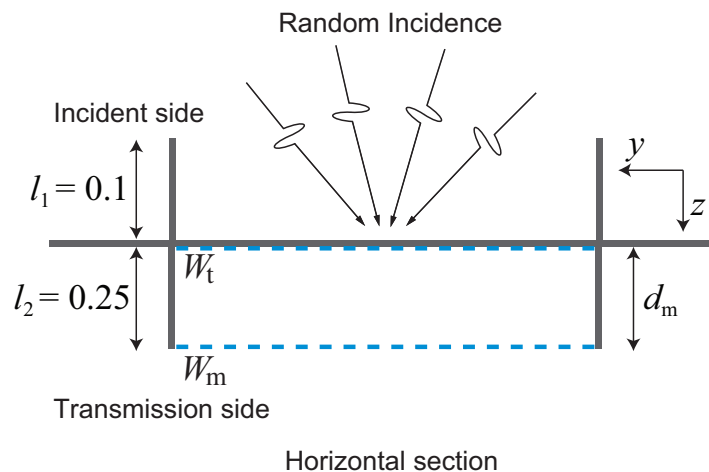


Fig. 4.26 Measurement surface setting.

Fig. 4.27 に、ランダム入射時の板面の透過パワー W_t とニッシュ開口面での透過パワー W_m の比を dB 表示 ($= 10\log_{10}(W_m / W_t)$) した計算結果を示す。

主に f_c 以下の周波数において、測定距離により透過パワー比に差異が見られ、 d_m が大きくなるにつれて値が小さくなる傾向が見られる。板面の透過パワー W_t は全ケースで等しいため、これは測定面での透過パワーの大小に起因する。 d_m [m] = 0.025 (近距離場, PU probe 実測時に相当) に比べ d_m [m] = 0.1 (PP probe 実測時) の場合に小さい値となることから、Figs. 4.19, 4.20 に示した PP probe, PU probe 両者の透過損失の測定結果における f_c 付近での乖離は測定距離に起因すると考えられる。計算結果で見られる f_c 以下での透過パワー比の変動は先述した測定結果では表れなかった。

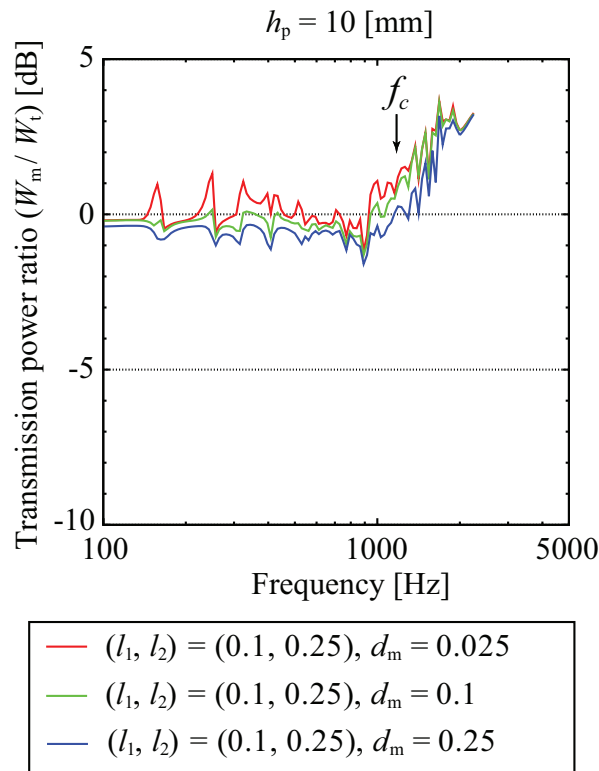


Fig. 4.27 Transmission power ratio ($(a, b) = (0.9, 0.9), \eta_s = 0.5$).

次に、Figs. 4.19, 4.20 に示した PP probe, PU probe 両者の透過損失の測定結果において、顕著な差が見られる f_c 付近の周波数 (1224 Hz) におけるアクティブインテンシティ計算値の XZ 平面内での分布を以下の Figs. 4.28 ~ 4.30 (入射角 $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$), Figs. 4.31 ~ 4.33 (入射角 $(\theta, \phi) = (60^\circ, 0^\circ)$) に示す。なおこれらの分布は方位角 $\varphi = 0^\circ$ 入射時のものであるため、図中 Y 方向には板中央に対して対称な分布である。他の入射角での分布については付録 B を参照されたい。

垂直入射時 $((\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ))$ に比べ、 $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$ 入射時においてインテンシティが大きい値となり、また $d_m = 0.1$ では負 ($-z$) 方向のインテンシティが見られるのに対し、ニッシュ開口部である $d_m = 0.25$ では z 方向のインテンシティの流れが均一となっていることが分かる。 $d_m = 0.1$ では近距離場 $d_m = 0.025$ よりも負 ($-z$) 方向のインテンシティが多く見られている。このことから、PP probe の透過損失測定値での f_c 付近における向上は、プローブの測定面がニッシュ内部であったために負 ($-z$) 方向のインテンシティを多く計測したことが一因として考えられる。

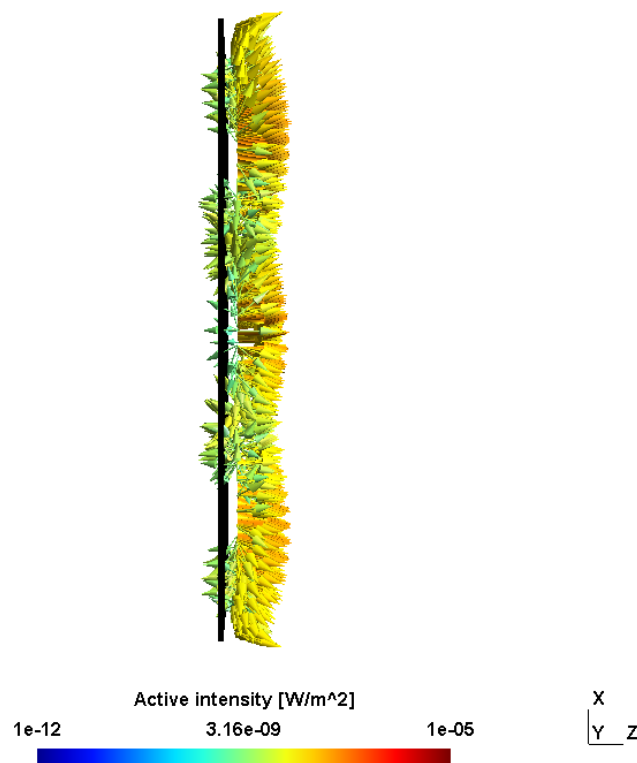


Fig. 4.28 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.025$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$.

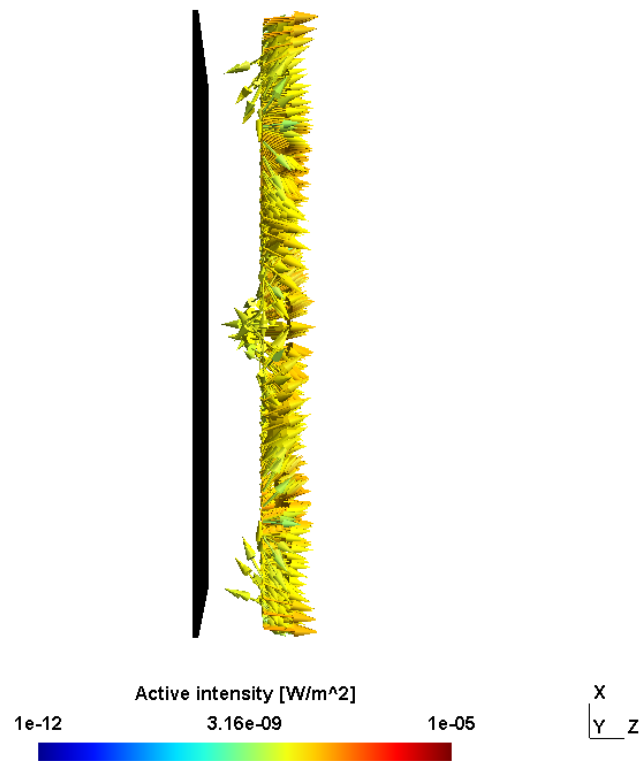


Fig. 4.29 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.1$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$.

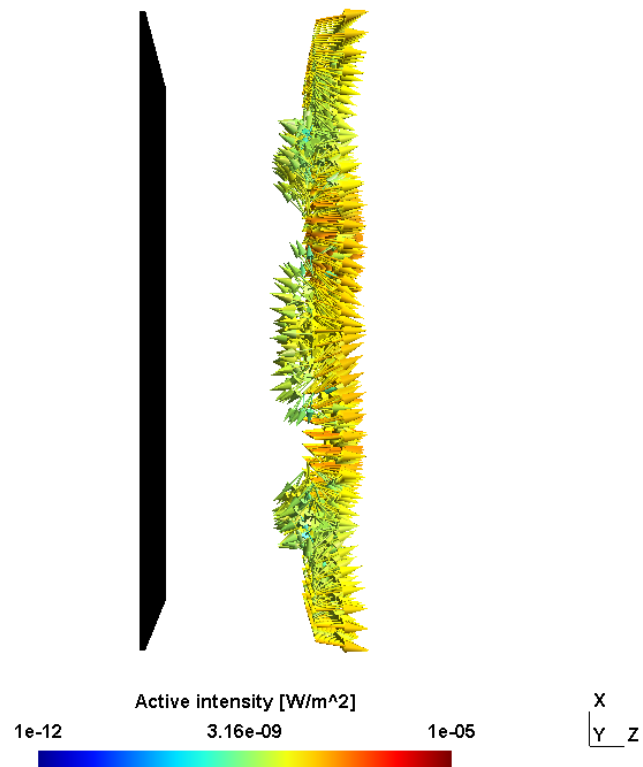


Fig. 4.30 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.25$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$.



Fig. 4.31 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.025$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$.

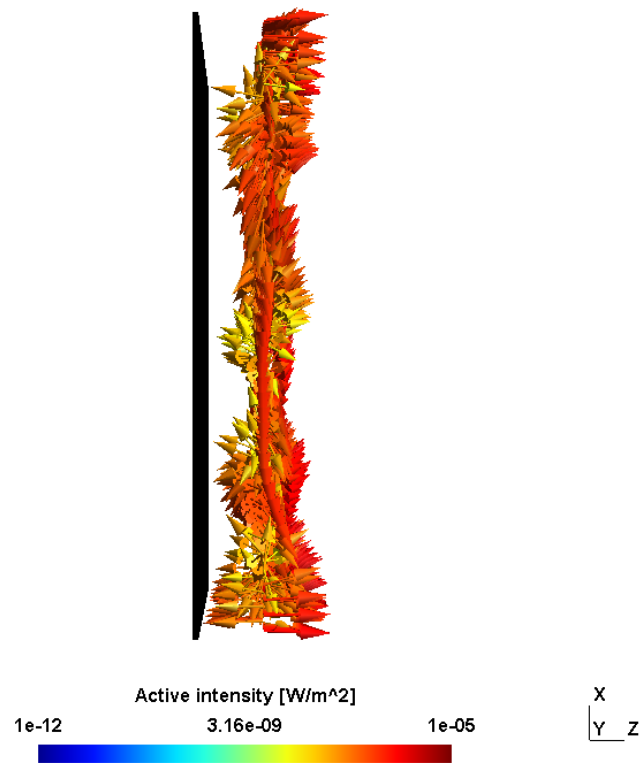


Fig. 4.32 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.1$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$.

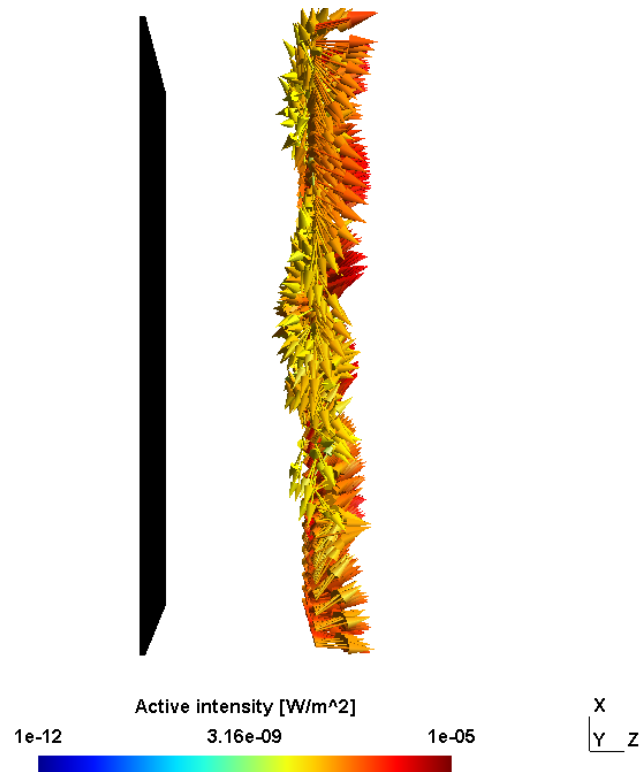


Fig. 4.33 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.25$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (60^\circ, 0^\circ)$.

4.4 まとめ

本章では、遮音性能測定手法の一つであるインテンシティ法（2マイクロホン法）を数値解析により再現し、ニッシュェ設置条件下でのインテンシティ法を用いた遮音性能測定法上の誤差要因に関して検討を行った。誤差要因として1) ニッシュェ深さ、2) 試料 - プローブ間の測定距離の2つに着目した。

1) ニッシュェ深さについては、板面と測定面（ニッシュェ開口部）における透過パワー比の周波数上での変動と、ニッシュェ深さとの関係について傾向を把握した。測定面における透過パワーに関して、 f_c 以下ではニッシュェ深さに依らず板面の透過パワーと同等の値となり、試料からの透過パワー測定においてはニッシュェ深さは誤差要因とはなりにくいことが示唆された。また f_c 以上ではニッシュェ設置の有無によらず、透過パワー比 (W_m / W_t) が正となり、実測では f_c 以上のニッシュェ効果が抑制される可能性があることを示した。ただしこれについては、解析上の数値誤差も一因として考えられる。

2) 測定距離については、測定距離の異なる2種のプローブを用いた窓ガラスの遮音性能測定について述べ、両実測値の傾向と数値解析の両面から検討した。PP probe, PU probeの両測定で得られた透過損失値は f_c 付近において差が見られ、それが測定距離の設定に起因する可能性があることを、実測条件を模擬した計算により示した。したがって、インテンシティ法による透過損失測定においては試料 - プローブ間の測定距離が誤差要因の一つとなると考えられ、測定距離に関してはニッシュェ開口部を測定面として規格に厳密に則るべきであると考えられる。また加えてPU probeによる測定データの校正方法、及び遮音測定への適用可能性を示した。

第5章

総括

本研究は、ニッシュェ寸法と透過損失に及ぼす影響との関係について、入射角依存性も含めた数値的検討により傾向を把握すること、ニッシュェ設置が周辺音場へと及ぼす影響に関する知見を得ること、インテンシティ法による測定上の誤差要因とニッシュェ寸法との関係に関する知見を得ることを目的として行われた。本章では、本研究によって得られた成果を総括し、今後の課題について述べる。

第1章では、研究の背景、遮音性能測定関連規格、建築部材の遮音測定値への影響要因について述べた後に既往関連研究について概観し、本研究の目的について述べた。

第2章では、ニッシュェによる影響を考慮した音響透過損失の数値解析アルゴリズムを構築した。はじめに音場の基礎方程式について述べ、境界要素法 (BEM) による音場の定式化を行った。定式化は、基本型 (Basic Form : BF) と法線方向微分型 (Normal Derivative Form : NDF) の2つを用いて行い、板振動場には有限要素法 (FEM) を適用し、これらを連成させ、音響振動連成場における音響透過損失の数値解析アルゴリズムを具体的に示した。

第3章では、第2章で構築した音響振動連成解析を用いたパラメトリックスタディにより、音響透過損失の実測値への影響要因であるニッシュェ効果の基本的傾向を把握した。ニッシュェ設置条件は片側・両側ニッシュェを想定した。

ニッシュェ効果の全体的な傾向として、板厚に依らず f_c 以下の周波数で低下、 f_c 以上の周波数で上昇する傾向にあることを確認した。また、効果量は片側よりも両側ニッシュェで大きく、ニッシュェ深さが同じ深さとなる場合に最大となることを示した。板寸法との関係では、板寸法が小さい場合に効果がより顕著となることを示した。

またニッシュェ設置時の斜入射透過損失を例示し、入射角と効果の関係について言及した。ニッシュェの有無により分布に明確な相違が見られ、 f_c 以上の周波数において、擦過入射時の透過損失落ち込みの緩和を確認し、ニッシュェ効果の入射角依存性に関する知見を得

た。ニッシュェ効果の影響をより小さくするには、本論文での検討対象である flat niche に対して、段差を設ける、あるいは傾斜をつける等のニッシュェ形状面での方策が有効であることが示唆された。

またニッシュェ寸法と効果量の関係について検討を行った。片側ニッシュェの場合、 f_c 以下では効果量は負となり、ニッシュェが深くなるにつれて概ね増加する傾向にあること、また f_c 以下であっても、 f_c に近い周波数帯域ではニッシュェ深さが増した場合に効果量が正となる傾向があることを示した。 f_c 以上については、全てのケースで効果量は正となり、若干の変動は見られるものの、ある程度の深さ以上で一定となることを示した。両側ニッシュェの場合、 f_c 以下では両側深さが等しい場合に効果量が最大となり、 f_c 以上では片側と同様の傾向にあることを示した。また入射側と透過側の深さについて、概ね可逆性が成立することを確認した。ただし板寸法が大きい場合に可逆性はやや崩れる傾向であった。なお、効果量は支持材の端部損失にはあまり依存しない傾向であることを示した。

本検討によれば、入射・透過側いずれか一方の端に試料が設置される場合において、ニッシュェ効果の影響を低減することが可能であると考えられる。ニッシュェ効果は測定結果に対し極めて重要なファクターとなることから、その影響を抑制することは遮音測定の測定値の信頼性、及び再現性の向上に対し有用な手段であると言える。また実測値が、測定試料の真の透過損失にニッシュェ効果の影響が含まれた測定値であると考えると、本検討で示したように効果量が定量的に把握されていれば、実測値に対し効果量相当の補正を行うことで、ニッシュェ効果の影響を除去した測定値が得られることが期待される。

第4章では、遮音性能測定手法の一つであるインテンシティ法（2マイクロホン法）を数値解析により再現し、ニッシュェ設置条件下でのインテンシティ法を用いた遮音性能測定法上の誤差要因に関して検討を行った。誤差要因として1) ニッシュェ深さ、2) 試料 - プロブ間の測定距離の2つに着目した。

1) ニッシュェ深さについては、板面と測定面（ニッシュェ開口部）における透過パワー比の周波数上での変動と、ニッシュェ深さとの関係について傾向を把握した。測定面における透過パワーに関して、 f_c 以下ではニッシュェ深さに依らず板面の透過パワーと同等の値となり、試料からの透過パワー測定においてはニッシュェ深さは誤差要因とはなりにくいことが示唆された。また f_c 以上ではニッシュェ設置の有無によらず、透過パワー比 (W_m / W_t) が正となり、実測では f_c 以上のニッシュェ効果が抑制される可能性があることを示した。ただしこれについては、解析上の数値誤差も一因として考えられる。

2) 測定距離については、測定距離の異なる2種のプロブを用いた窓ガラスの遮音性能測定について述べ、両実測値の傾向と数値解析の両面から検討した。PP probe, PU probe の両測定で得られた透過損失値は f_c 付近において差が見られ、それが測定距離の設定に起因する可能性があることを、実測条件を模擬した計算により示した。したがって、インテンシティ法による透過損失測定においては試料 - プロブ間の測定距離が誤差要因の一

つとなると考えられ、測定距離に関してはニッシェ開口部を測定面として規格に厳密に則すべきであると考えられる。また加えて PU probe による測定データの校正方法、及び遮音測定への適用可能性を示した。

最後に今後の課題を述べる。本研究では Flat niche のみを検討対象としたが、他にも傾斜や段差等をもつより複雑な形状をしたニッシェがあり [34]、それらの影響に関する検討も必要であると思われる。また、本研究では単層ガラスに限って検討を行ったが、複層ガラスでの検討も必要であると考えられる。またインテンシティ法を再現するにあたり、本研究では単一受音点での評価を行ったが、プローブ形状が音場へと及ぼす影響について多数報告されていることから、より厳密には、測定に用いるプローブ形状の影響を考慮に入れる必要があると考えられる。これについては、プローブ自体を要素分割によりモデル化し、解析対象とすることが一手法例として挙げられる [45, 46]。そして数値解析モデルに関してであるが、本研究では主に計算負荷の低減のため、板四周を剛な薄板で囲ったモデルとしてニッシェ形状を扱ったが、領域分割型境界要素法 (DC-BEM) 等、他の手法の適用も考えられる。

関連する発表論文一覧

- [1] 安達光平, 安田洋介, 佐久間哲哉. “PU プローブを用いた窓ガラスの音響透過損失測定”, 日本建築学会学術講演梗概集 (環境工学 I) , pp.163–164, 2003.9.
- [2] 安達光平, 安田洋介, 佐久間哲哉. “音響振動連成解析を用いた遮音性能測定法の現象解明ーニッシュェ効果に関する検討ー”, 日本音響学会講演論文集, 2011.3.

謝辞

本論文は、筆者が東京大学大学院新領域創成科学研究科 社会文化環境学専攻 修士課程において同専攻准教授 佐久間哲哉先生のもとに行った研究をまとめたものであります。研究テーマの選定、毎週のゼミナール、修士論文の作成に至るまで、まだまだ未熟で知識・経験不足の筆者に対し終始熱心にご指導下さいましたこと、心より感謝申し上げます。

同専攻教授 磯部雅彦先生には本研究の副指導を、同専攻教授 神田順先生には副査を担当して頂き、有益かつ貴重なご意見及びご指摘を頂きました。ここに感謝の意を表します。

日東紡音響エンジニアリング(株)関係各位、東洋建設(株)の山本耕三氏、エム・ワイ・アクーステクの山口道征氏には、貴重な実測の機会と測定データを提供して頂きました。この場を借りて感謝の意を述べさせていただきます。

小林理学研究所 吉村純一さんには、研究上の疑問点に関するご質問にも快く応じて頂き、また貴重な実験データや発表資料を提供していただきました。心から御礼申し上げます。

神奈川大学 工学部建築学科 准教授の安田洋介さんは、佐久間研究室のOBでもあり、共に過ごさせて頂いた1年間、また現職にお就きになられてからも、研究に関することをはじめとし、様々な面でご指導・ご支援頂きました。筆者が研究を進める上で大変大きな助けとなりました。ここに深く感謝いたします。

最後に、共に論文作成に取り組んだ佐久間研究室の杉原慎一朗さん、村田義明さん、三上雄一郎さん、そして、筆者の研究活動を暖かく見守り、ときにはサポートして下さった佐久間研究室のD1 李孝振さん、江田和司さん、M1 芥川俊輔君、井上尚久君、楠井尚貴君、研究生郭静さん、ならびに社会文化環境学専攻の大学院生のみなさんに謝意を表します。

2011年1月24日

付録 A

ニツシエ効果に関する検討

第 3 章における数値解析結果を示す。

計算条件等は第 3 章を参照されたい。

A.1 ニツシエ設置が入射側音場へ及ぼす影響

第 3 章で割愛した、入射側音圧分布の計算結果 (1/24 oct. band 中心周波数) を示す。

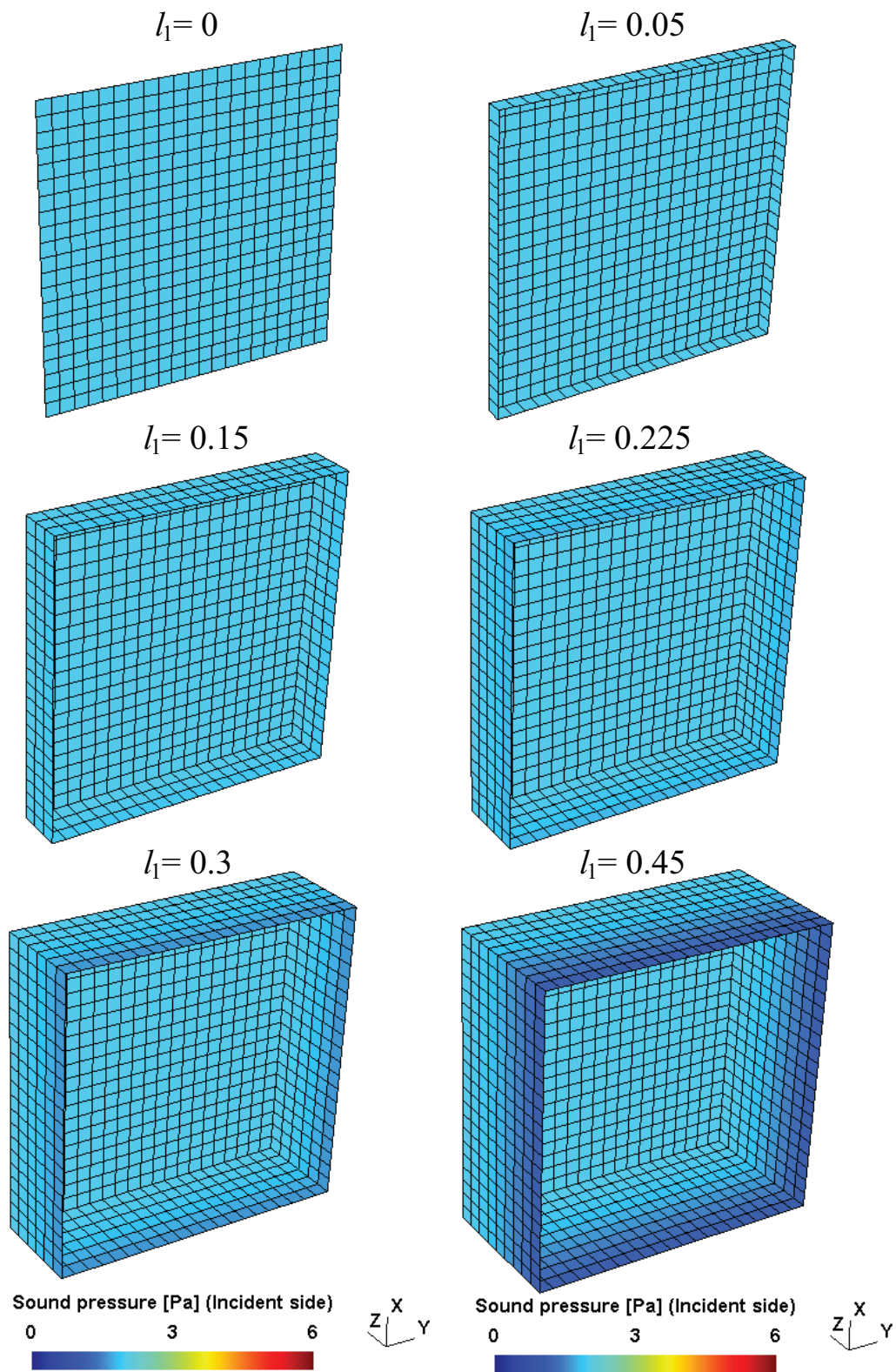


Fig. A.1 Distributions of sound pressure of incident side at 125 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$).

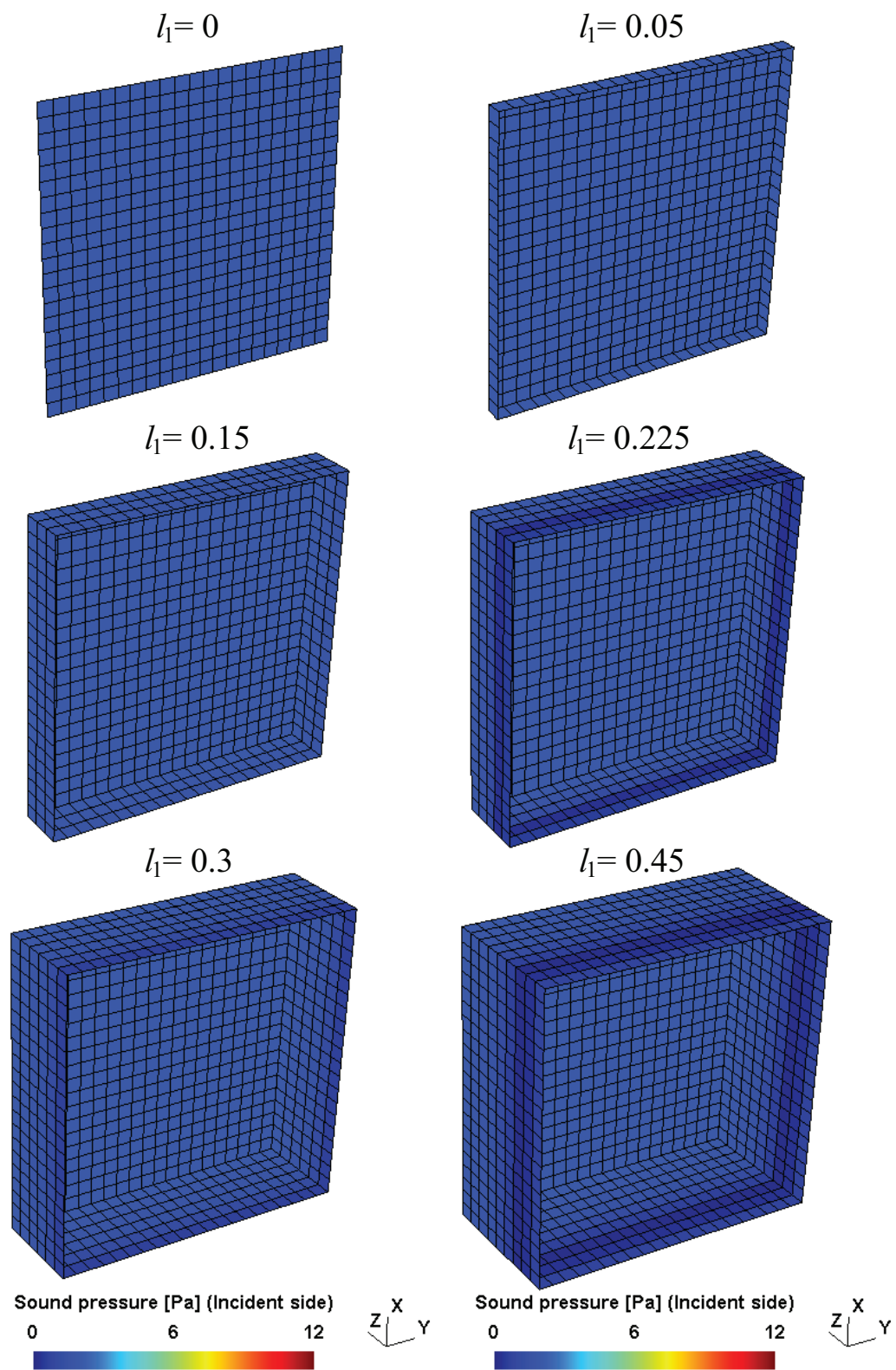


Fig. A.2 Distributions of sound pressure of incident side at 250 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$).

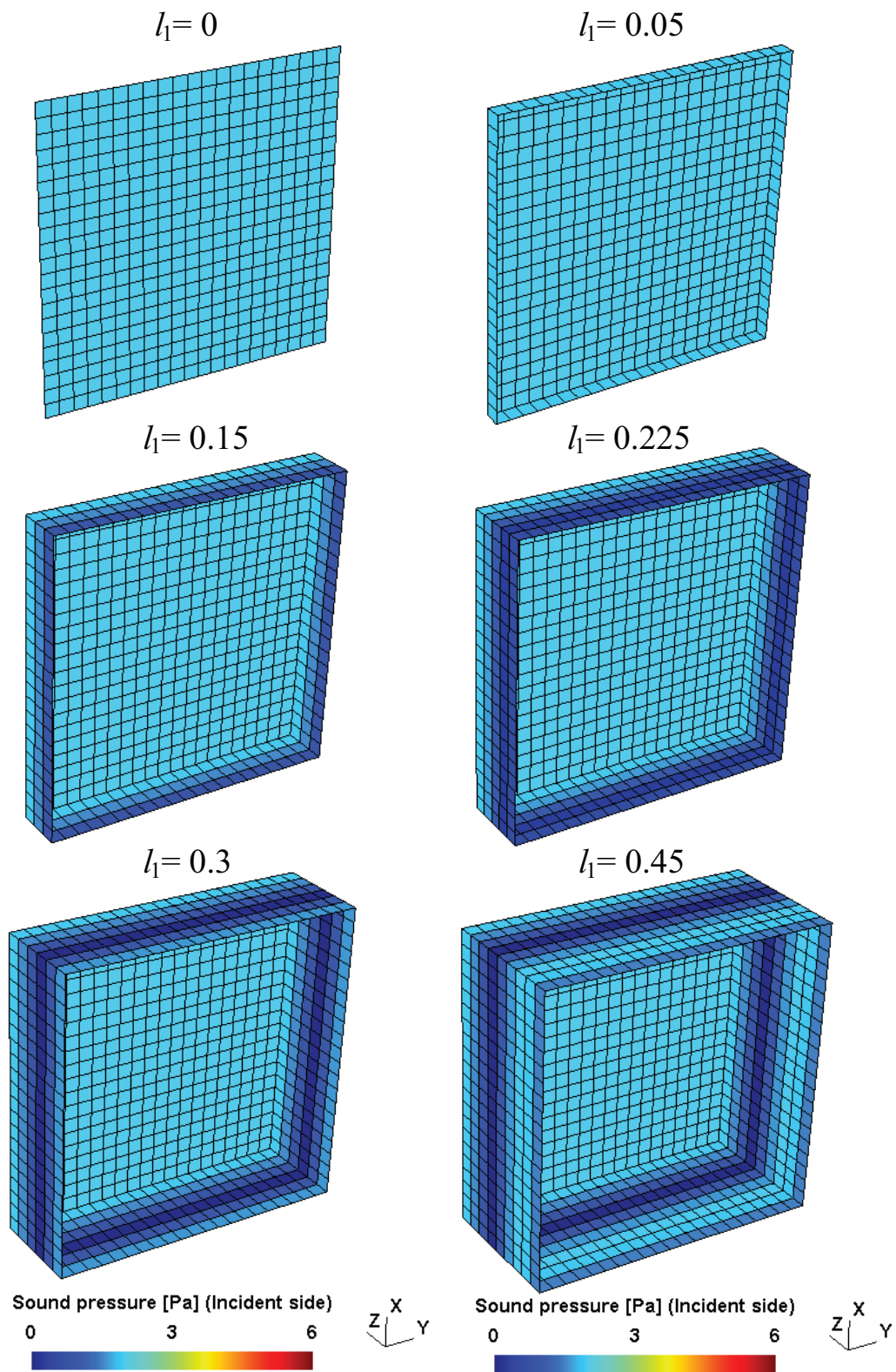


Fig. A.3 Distributions of sound pressure of incident side at 500 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$).

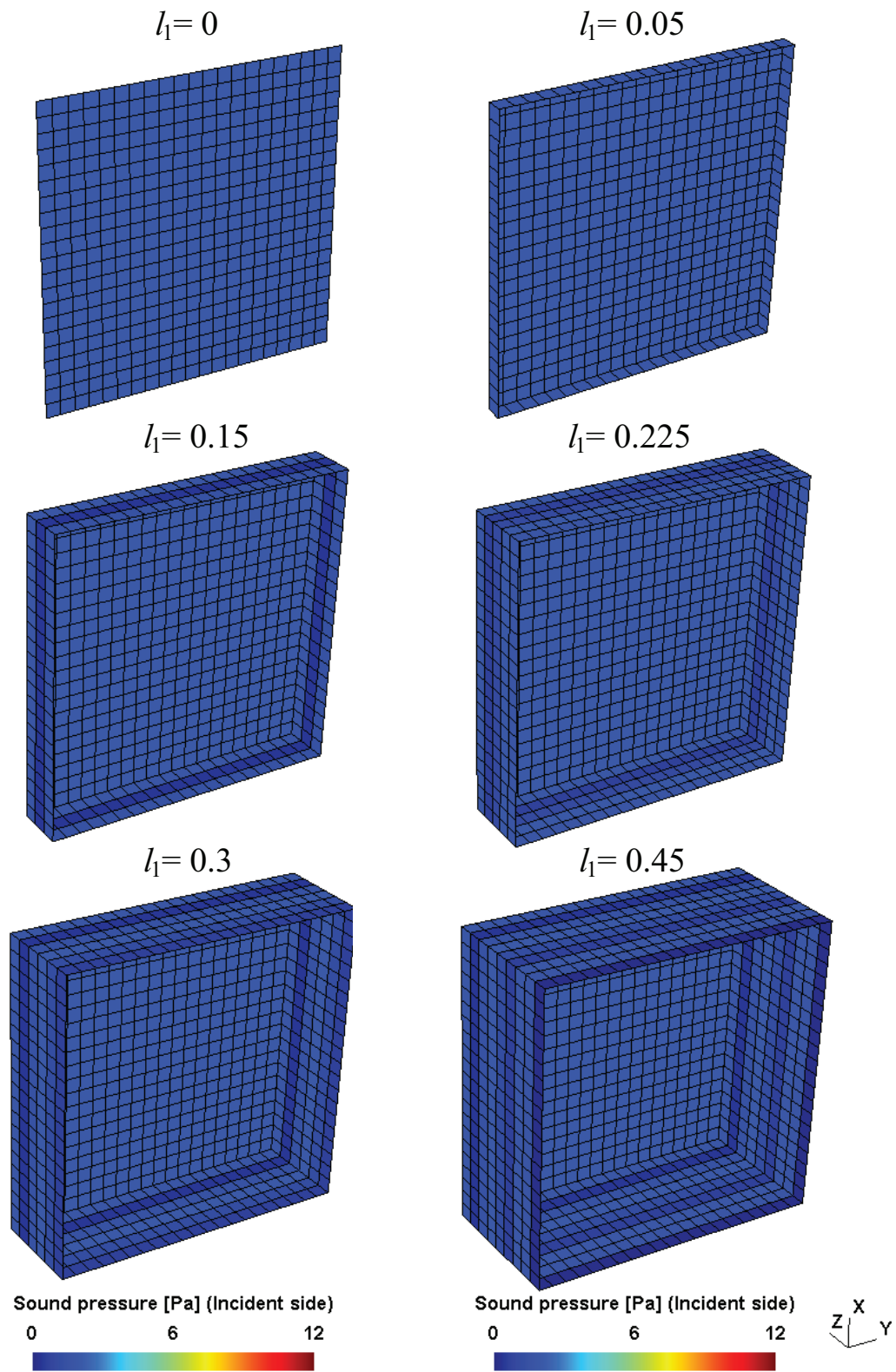


Fig. A.4 Distributions of sound pressure of incident side at 1000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$).

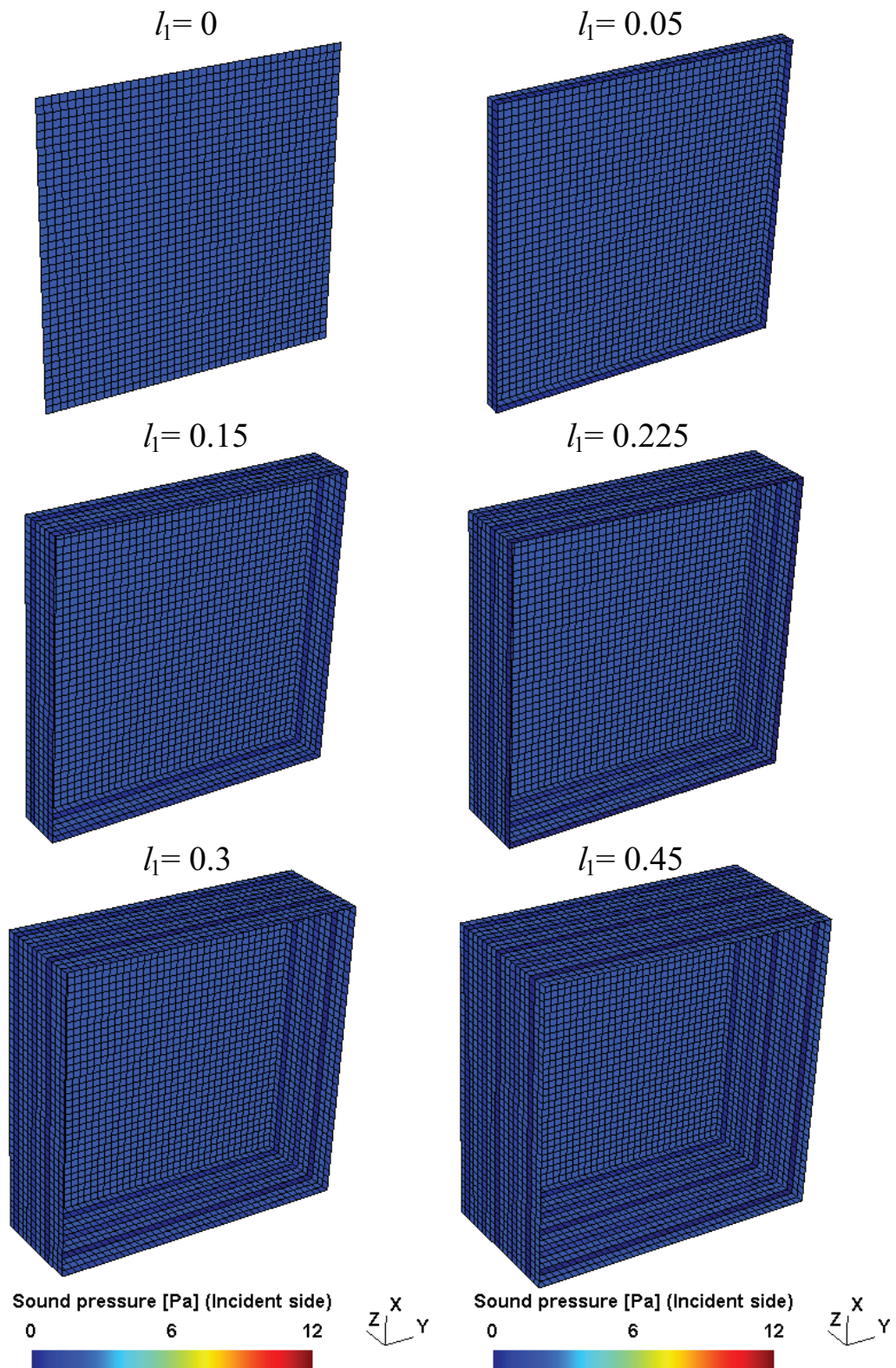


Fig. A.5 Distributions of sound pressure of incident side at 2000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$).

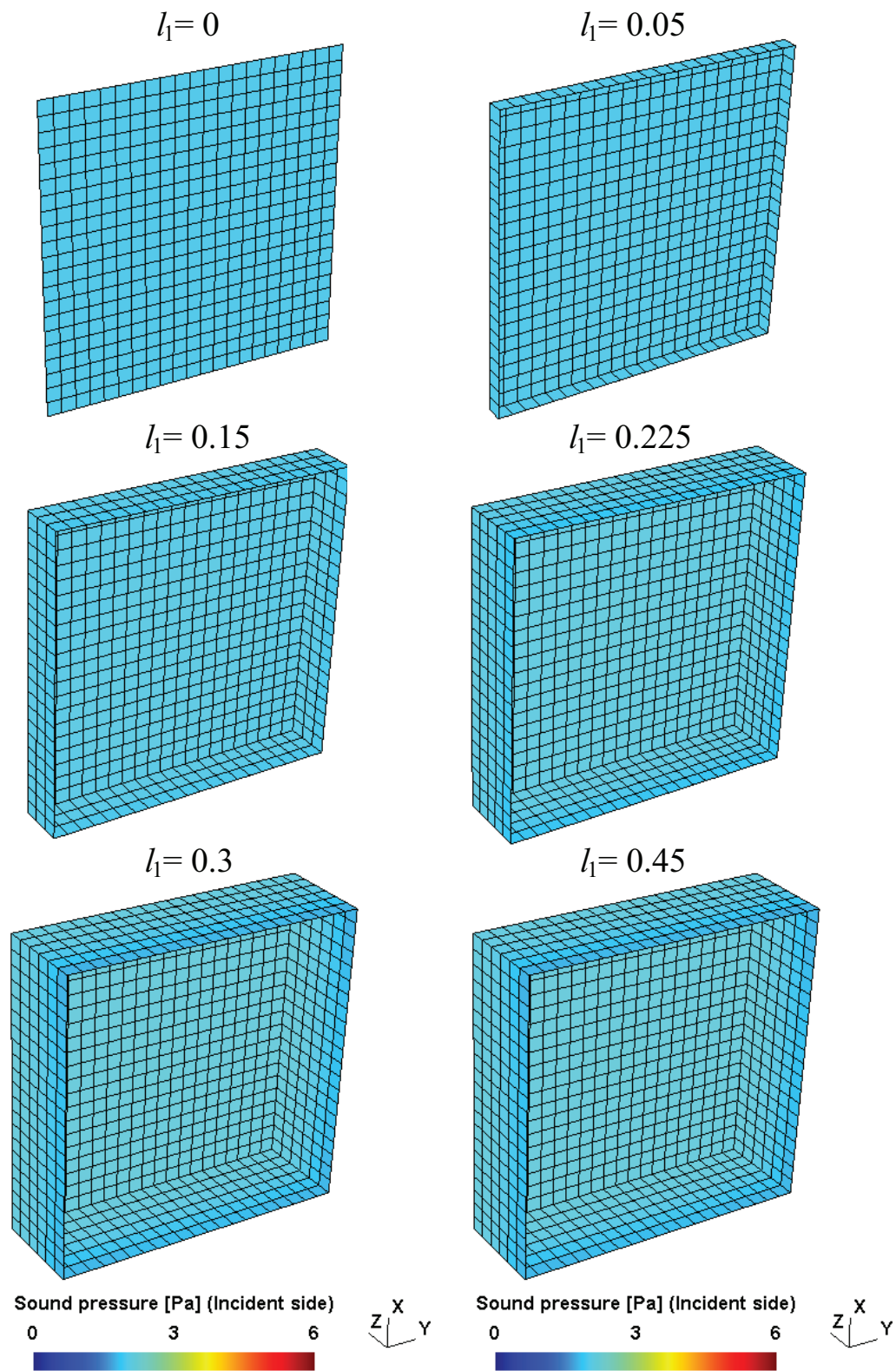


Fig. A.6 Distributions of sound pressure of incident side at 125 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$).

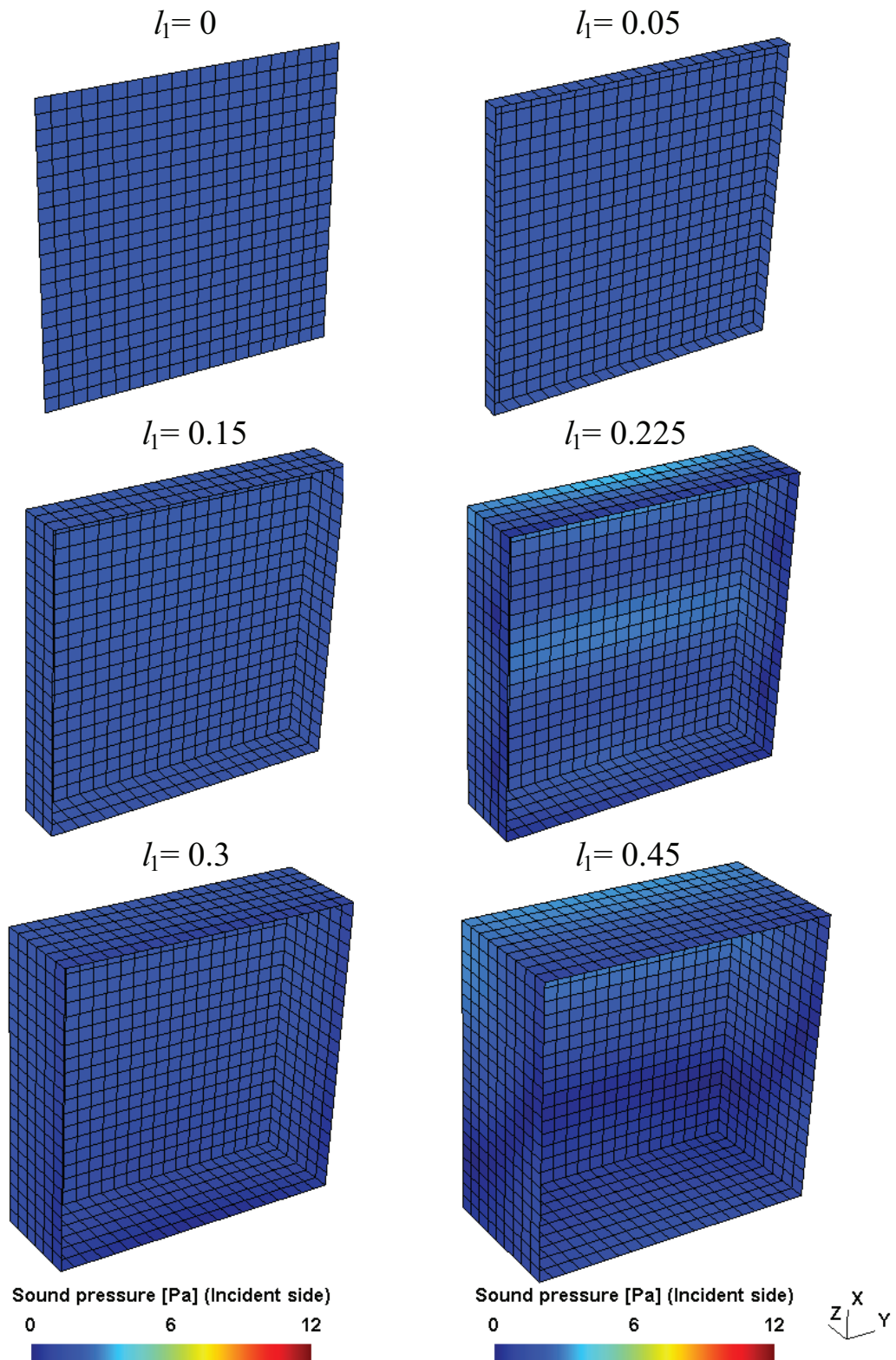


Fig. A.7 Distributions of sound pressure of incident side at 250 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$).

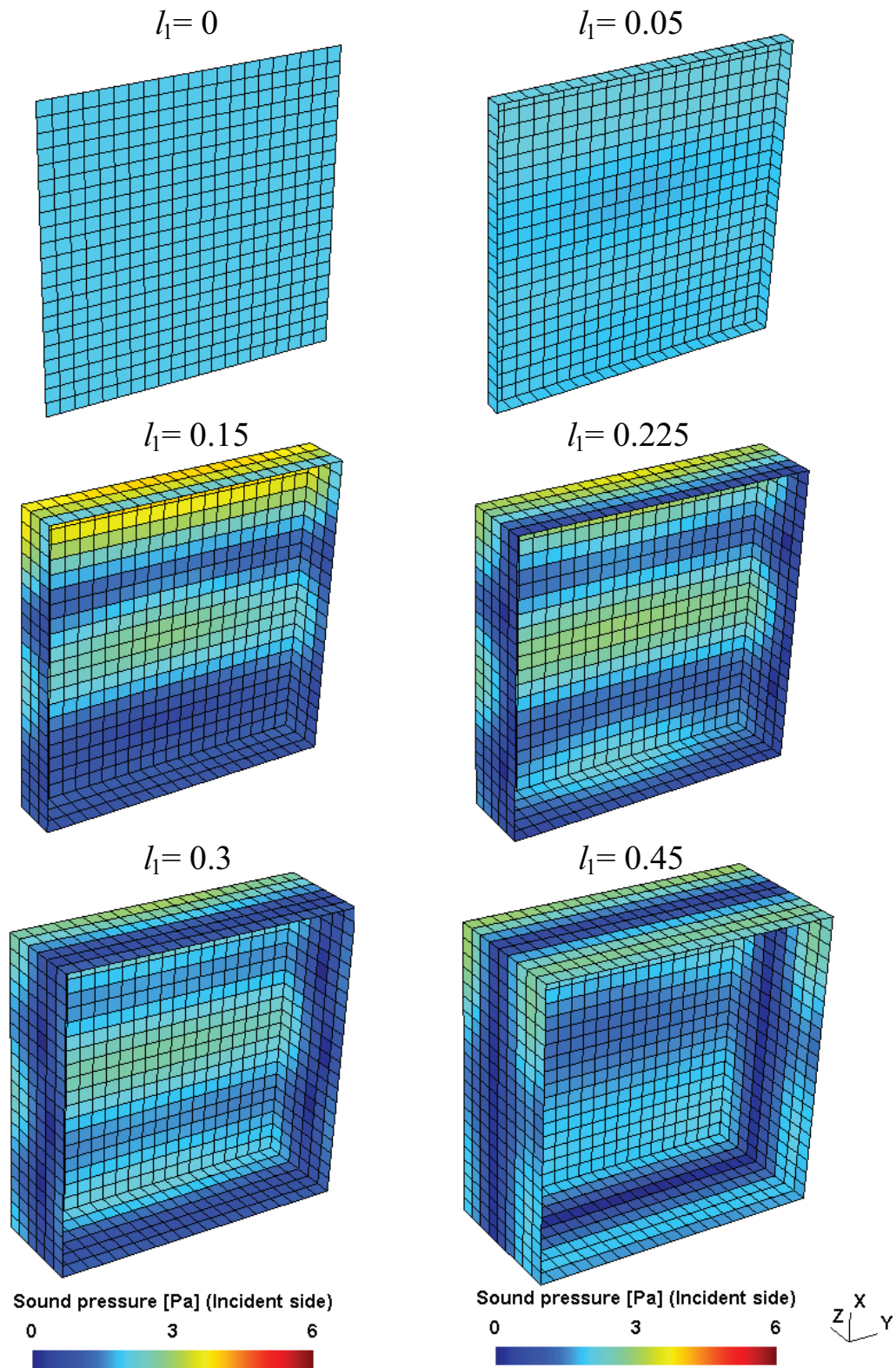


Fig. A.8 Distributions of sound pressure of incident side at 500 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$).

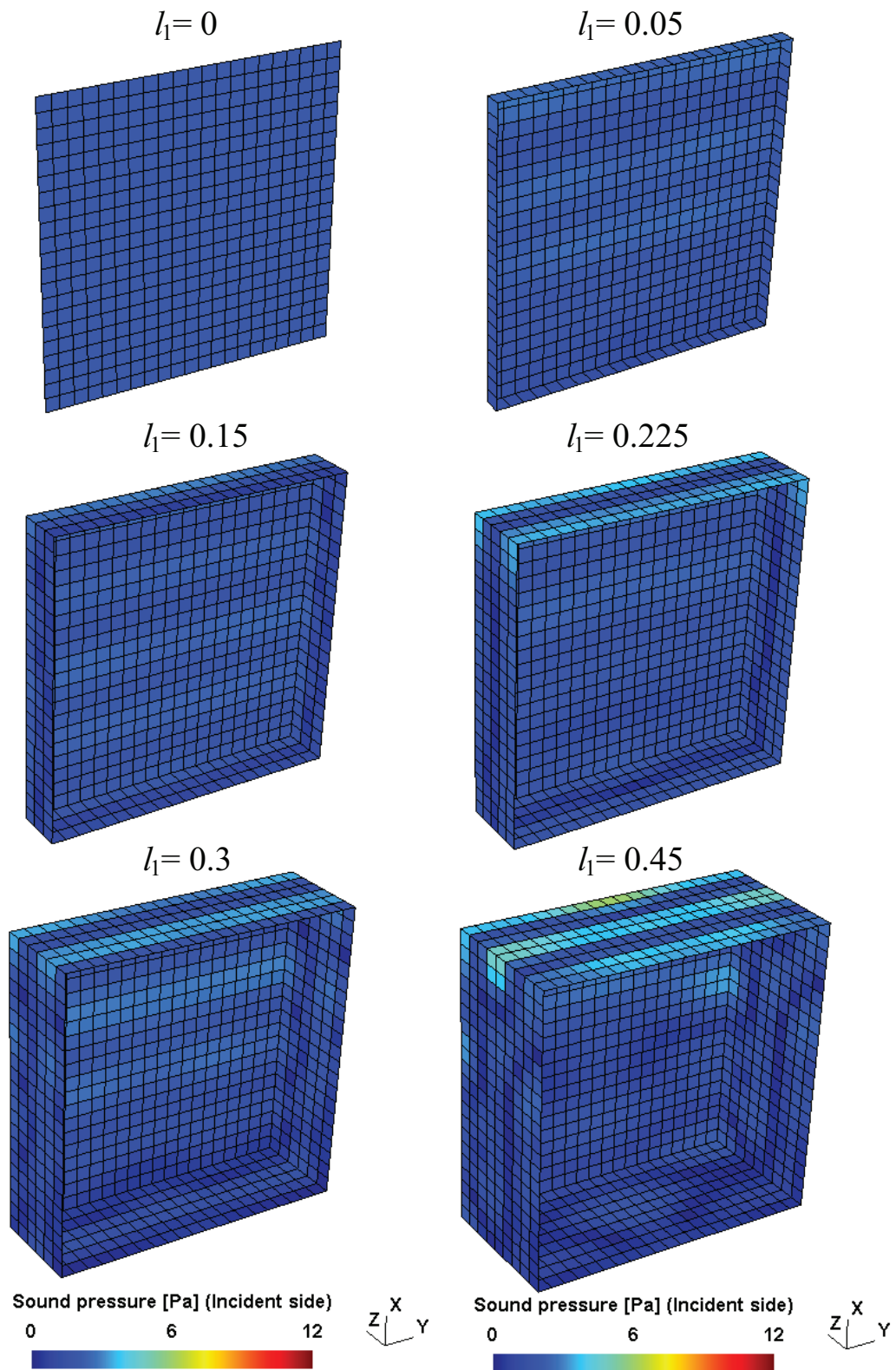


Fig. A.9 Distributions of sound pressure of incident side at 1000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$).

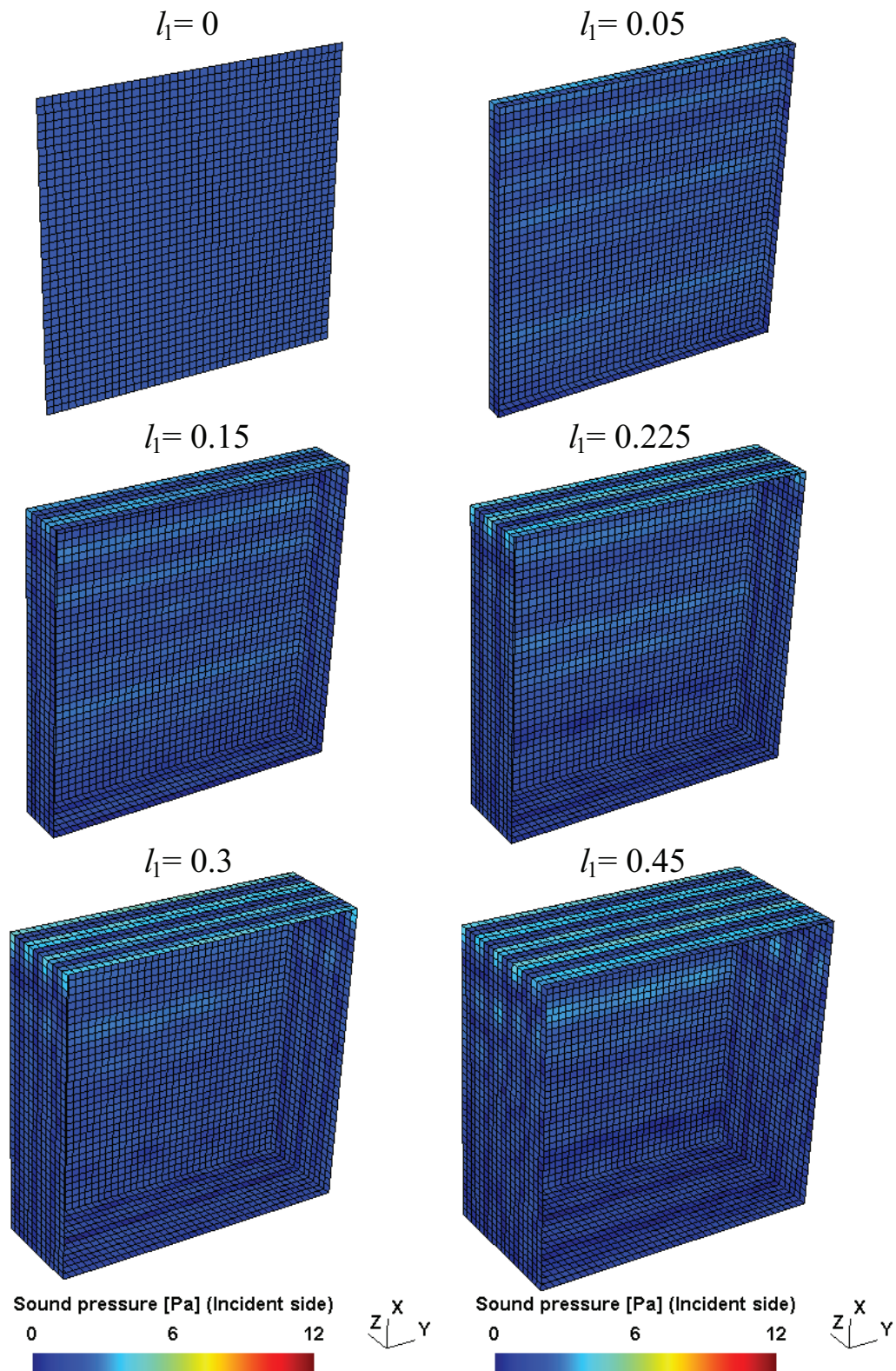


Fig. A.10 Distributions of sound pressure of incident side at 2000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$).

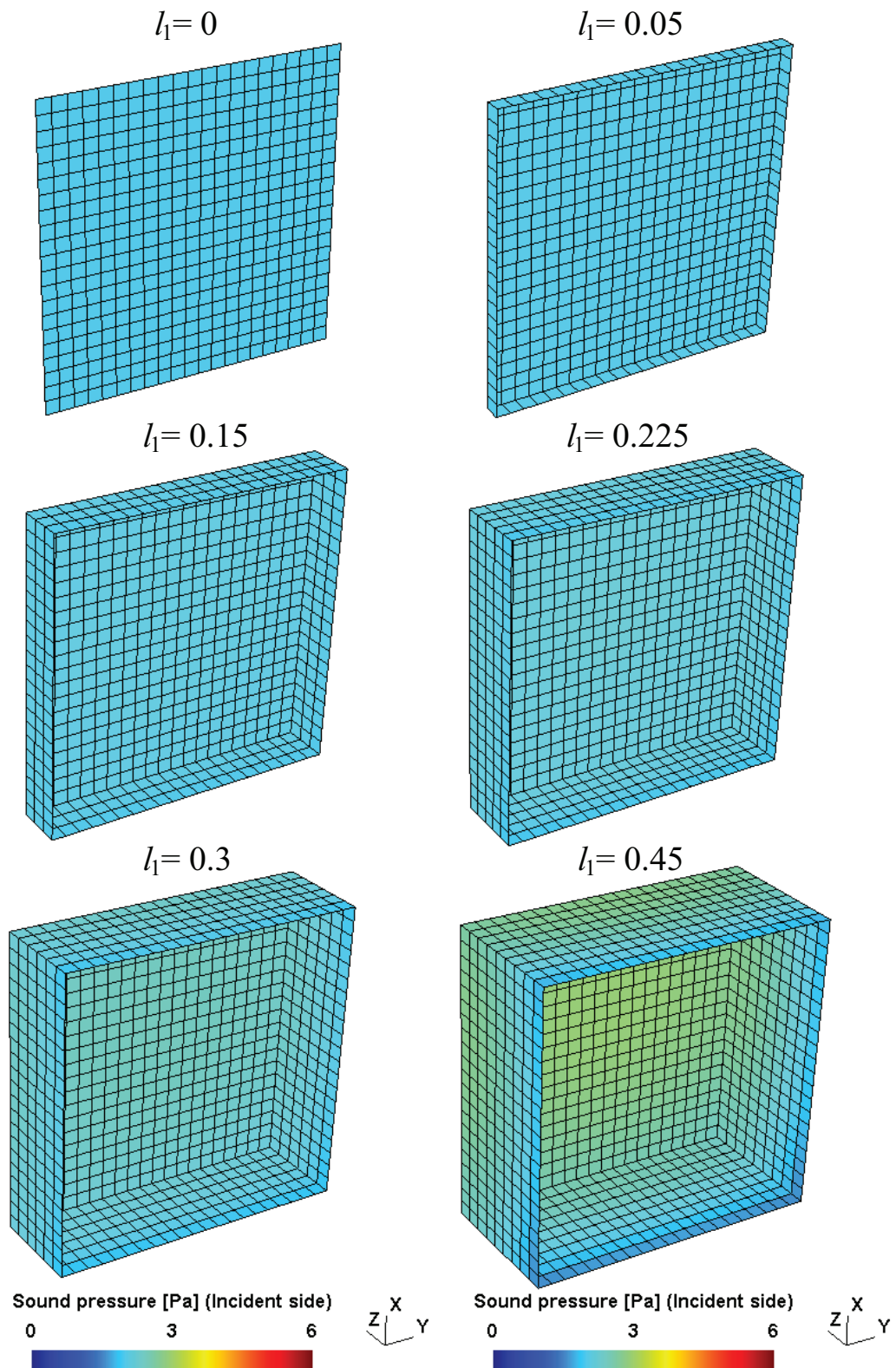


Fig. A.11 Distributions of sound pressure of incident side at 125 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$).

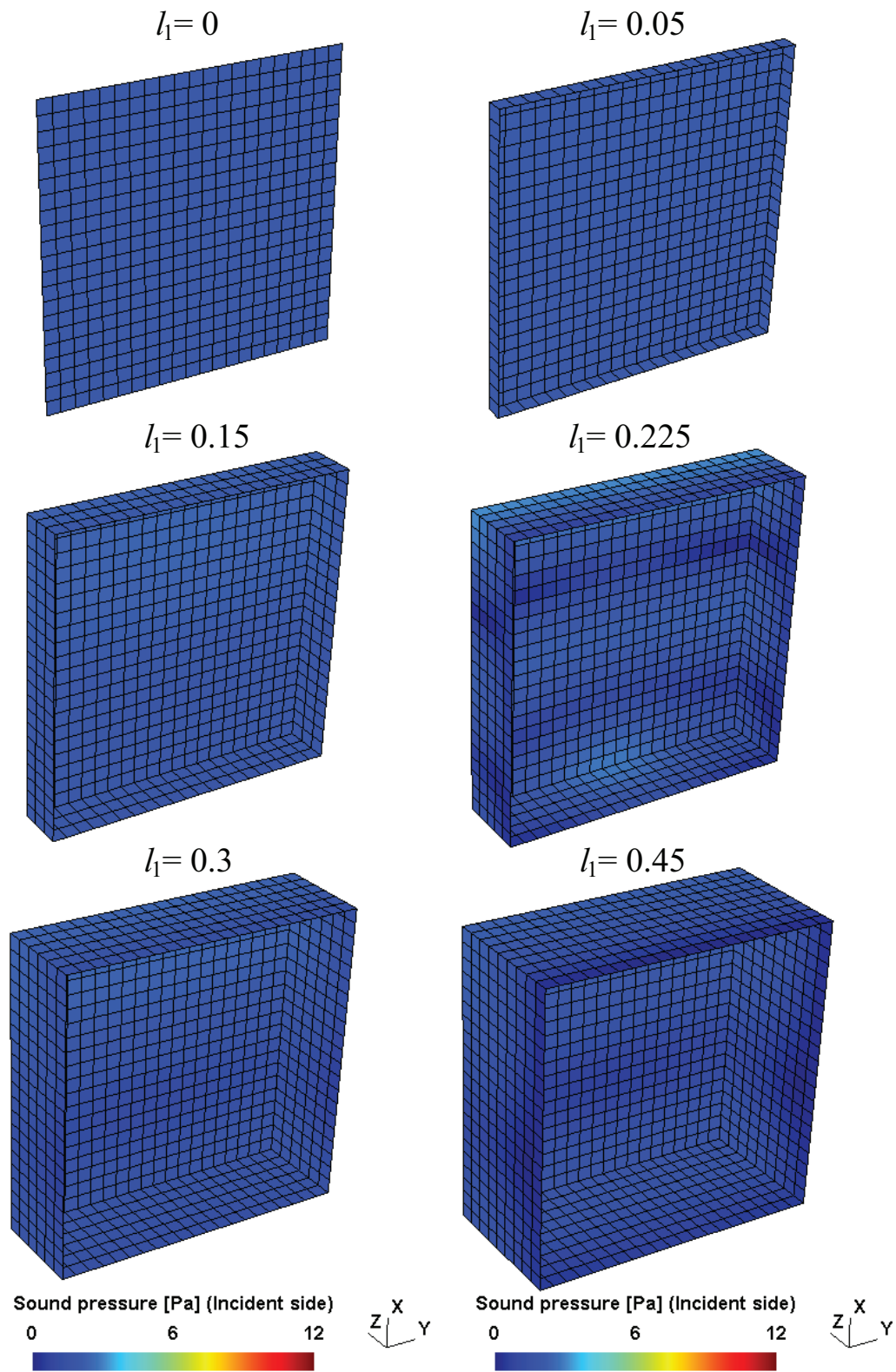


Fig. A.12 Distributions of sound pressure of incident side at 250 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$).

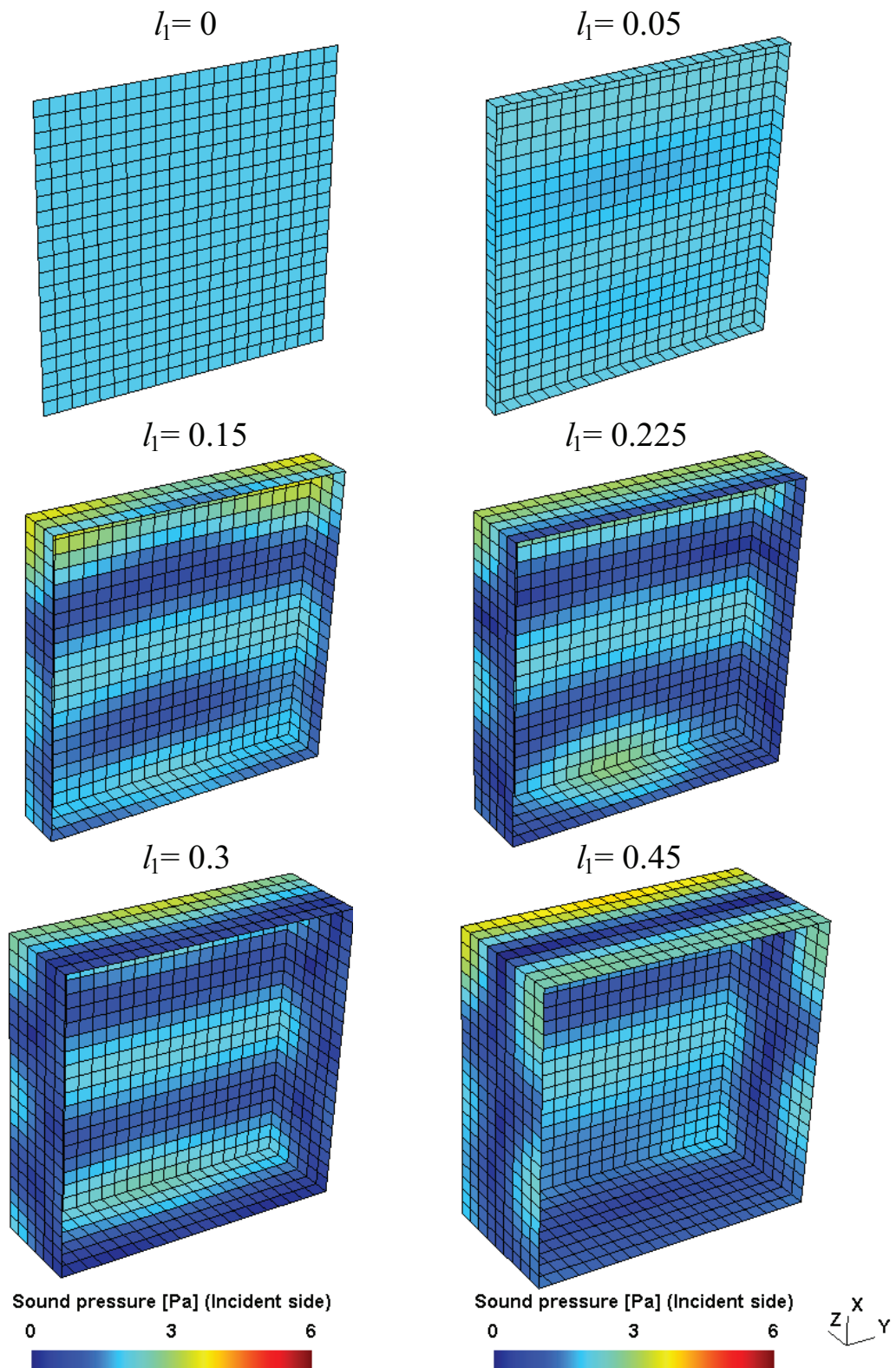


Fig. A.13 Distributions of sound pressure of incident side at 500 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$).

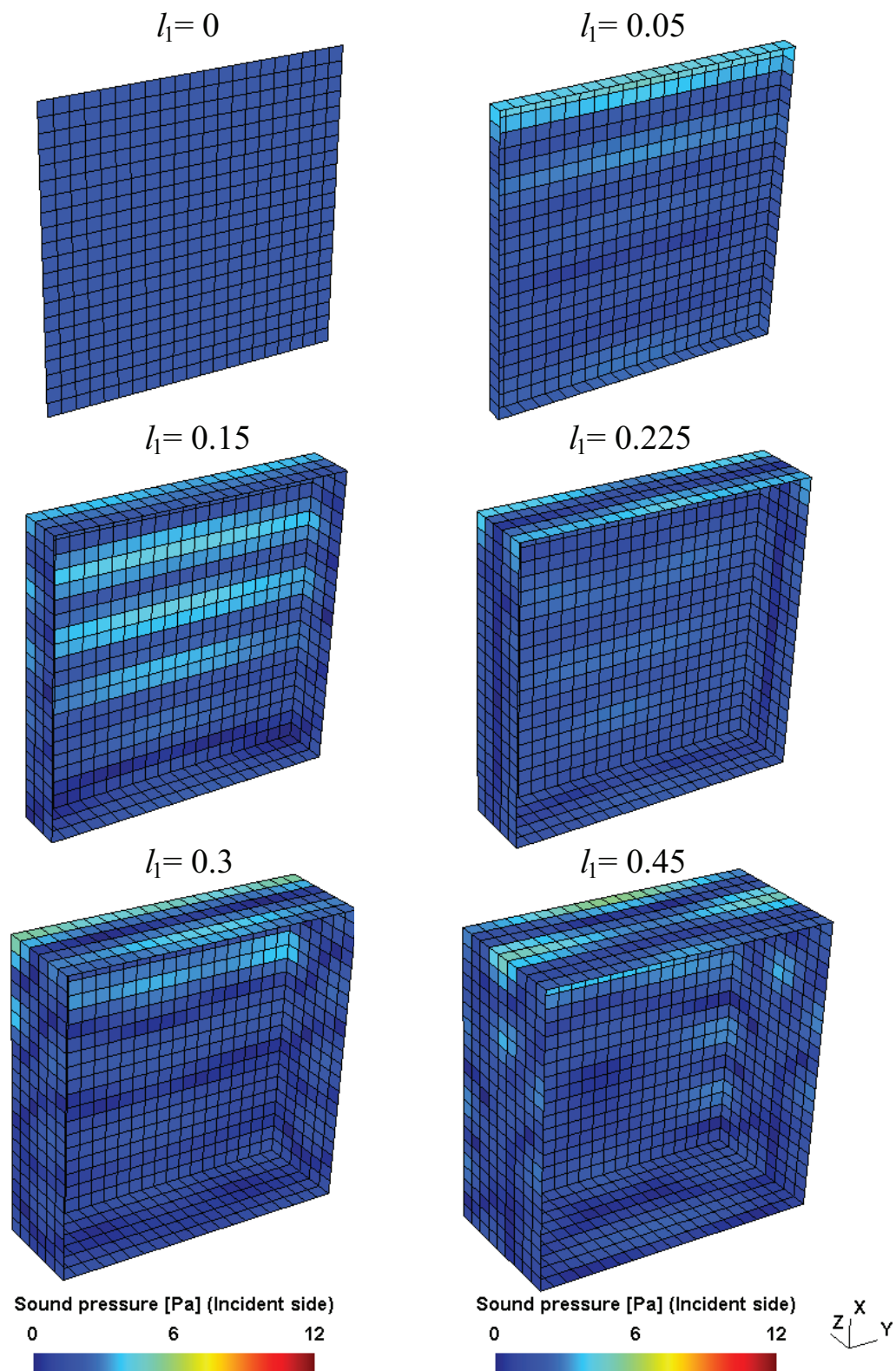


Fig. A.14 Distributions of sound pressure of incident side at 1000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$).

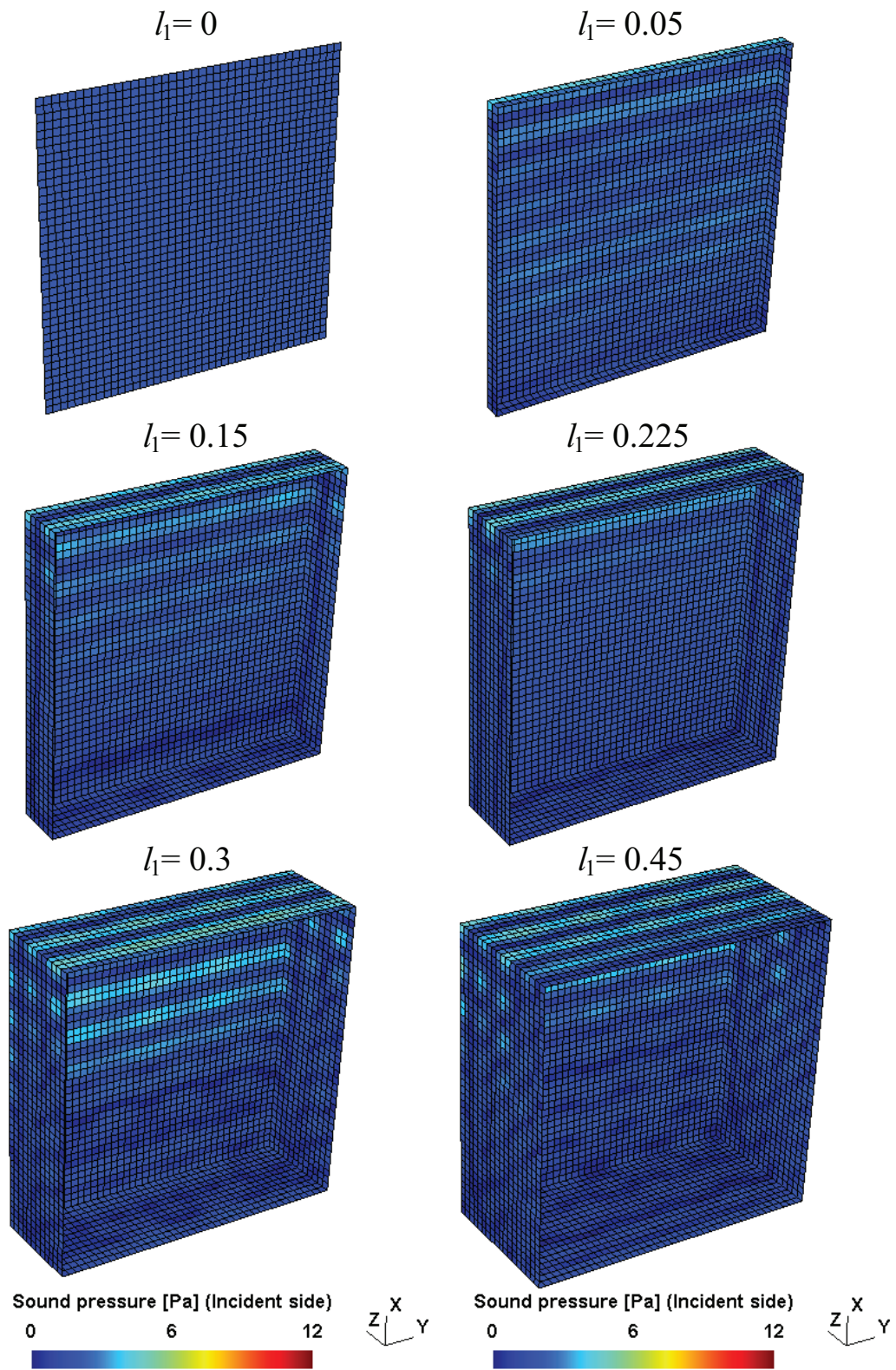


Fig. A.15 Distributions of sound pressure of incident side at 2000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$).

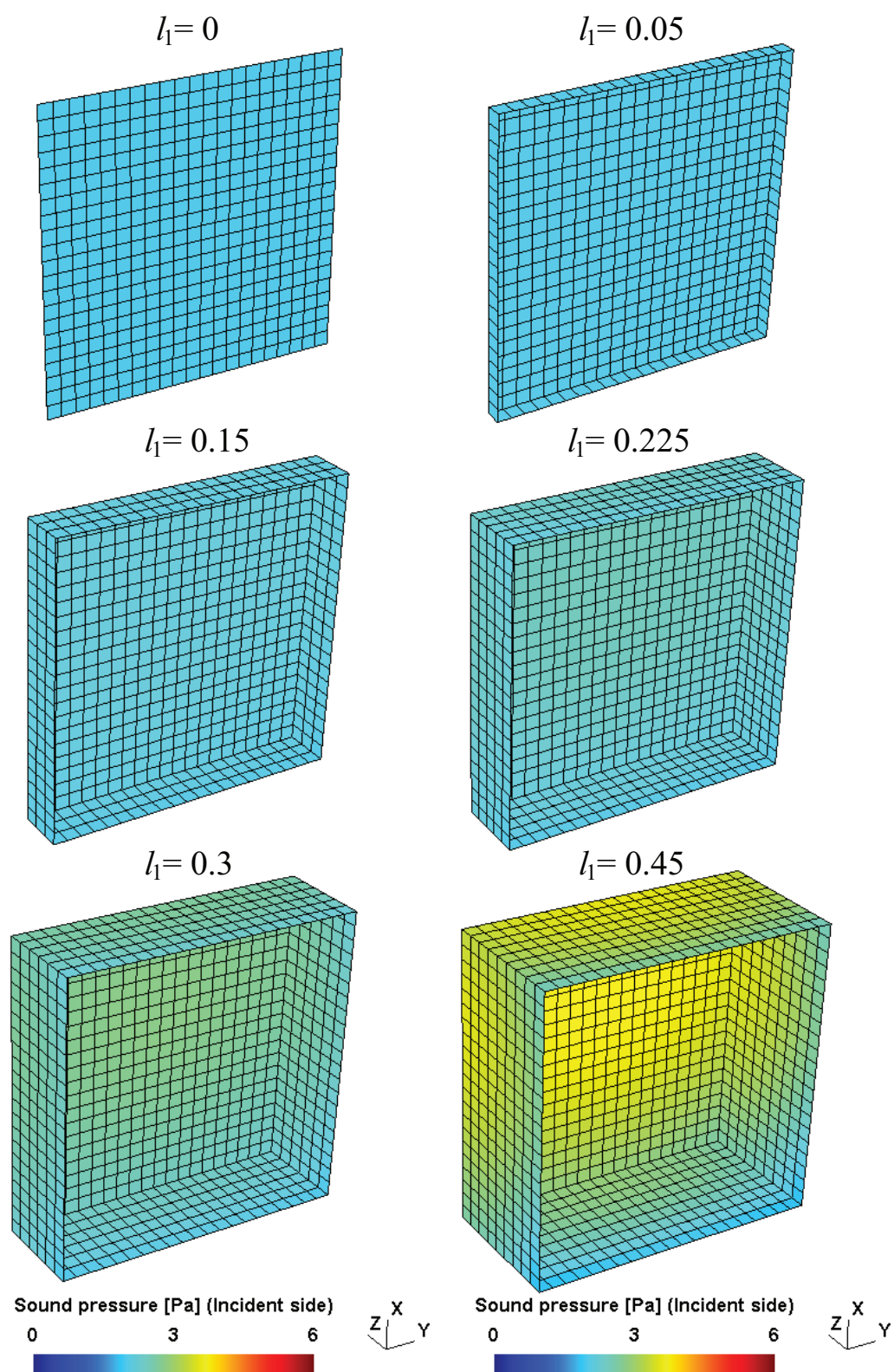


Fig. A.16 Distributions of sound pressure of incident side at 125 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$).

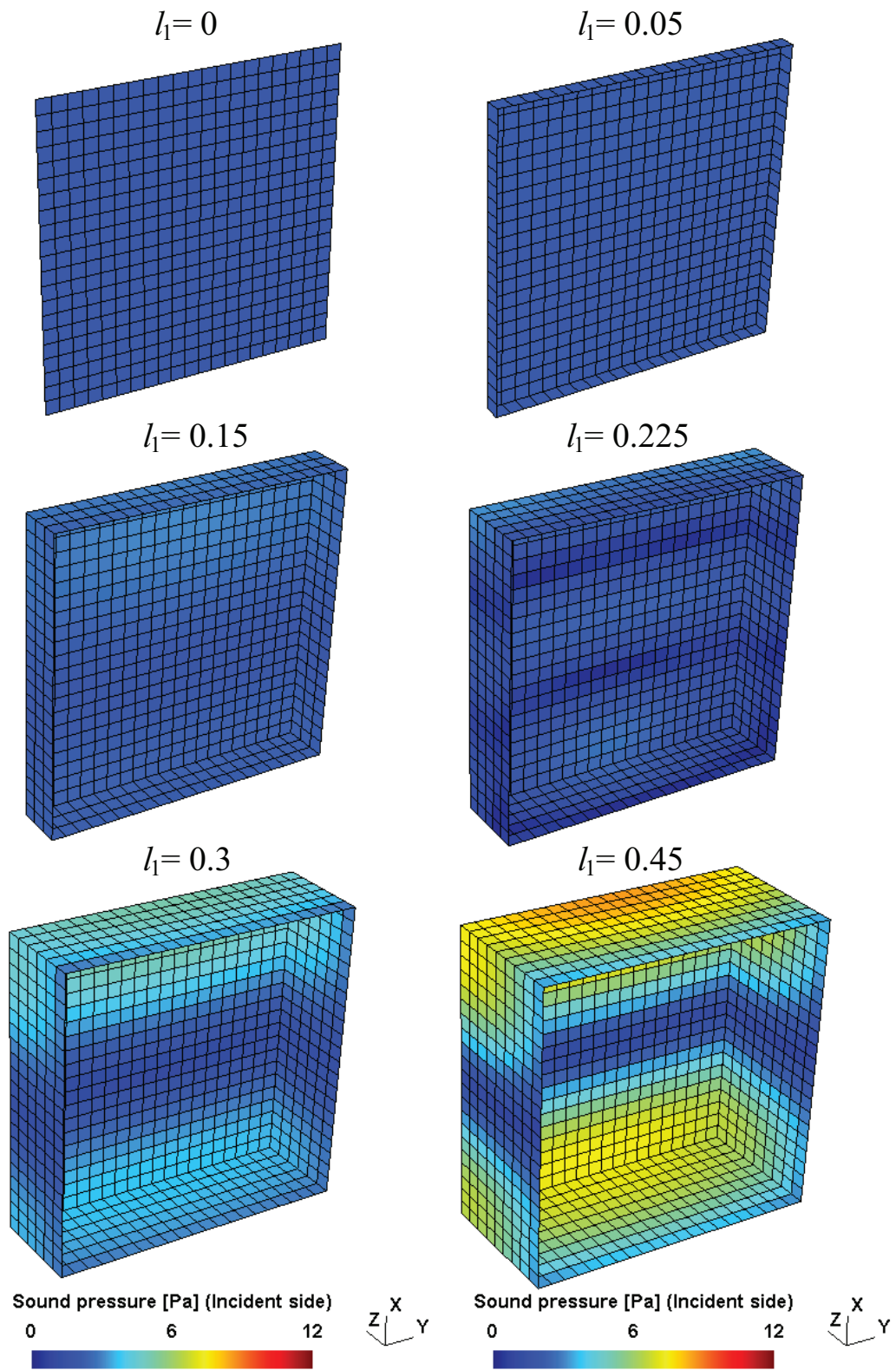


Fig. A.17 Distributions of sound pressure of incident side at 250 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$).

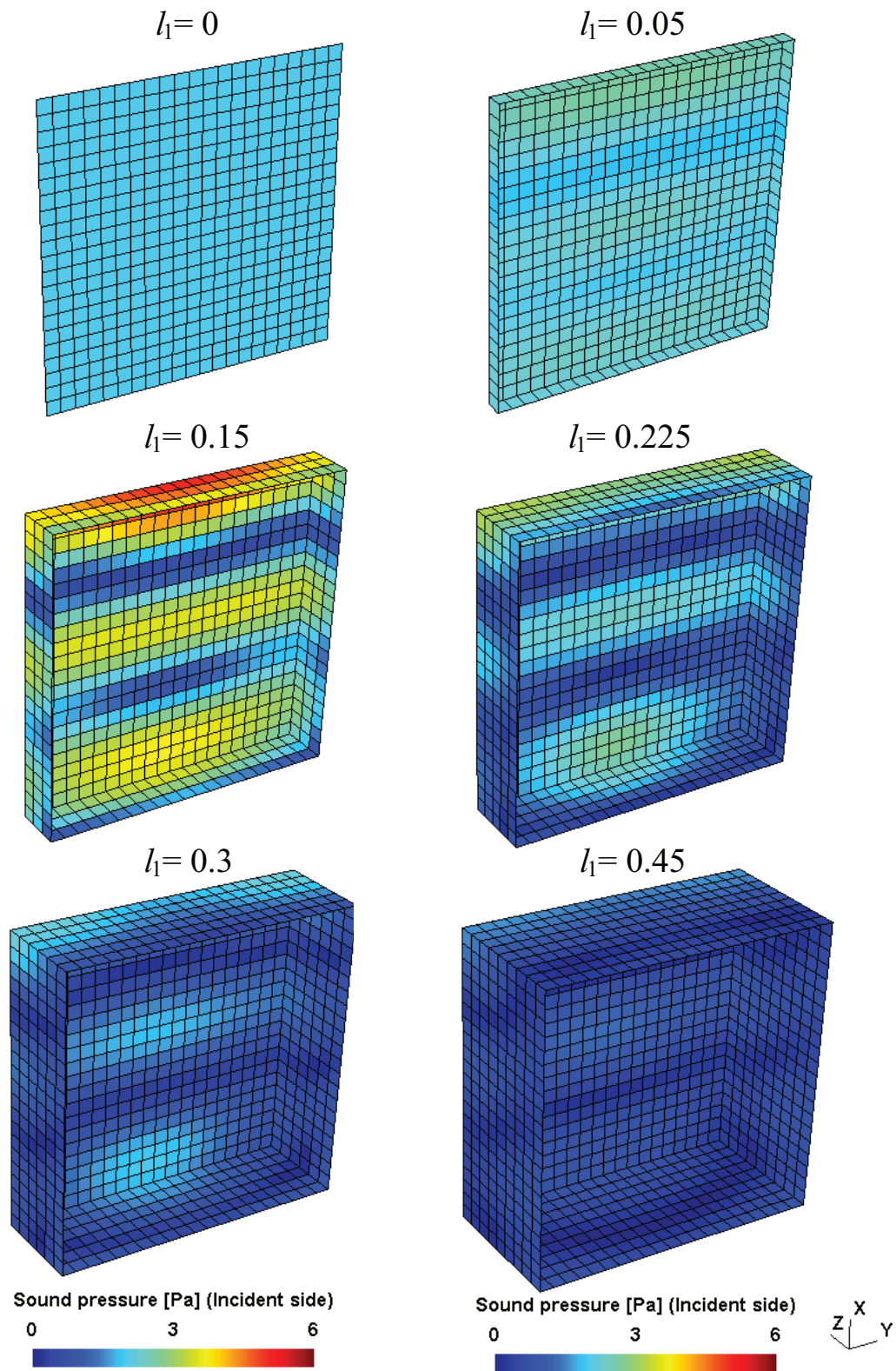


Fig. A.18 Distributions of sound pressure of incident side at 500 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$).

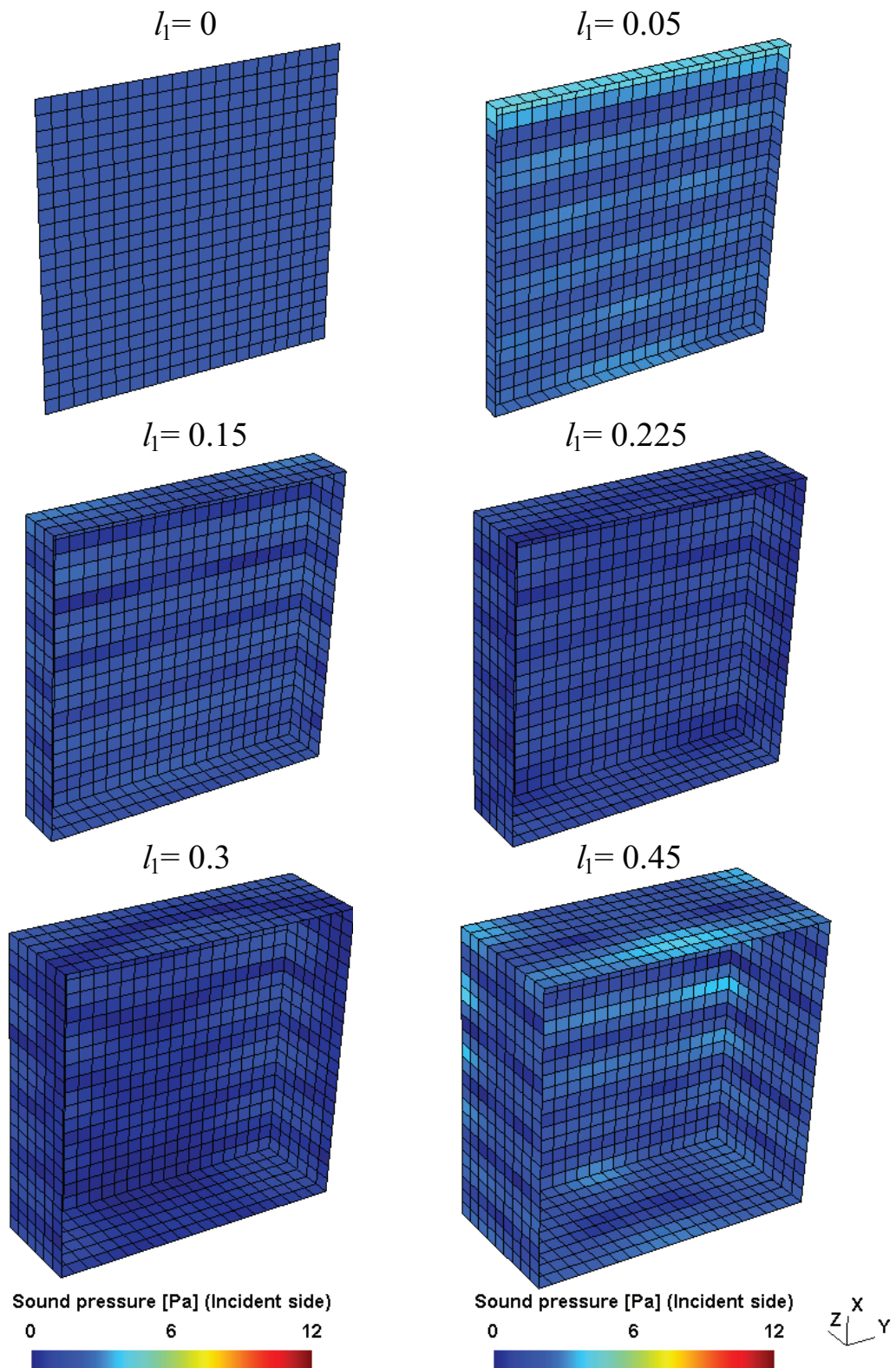


Fig. A.19 Distributions of sound pressure of incident side at 1000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$).

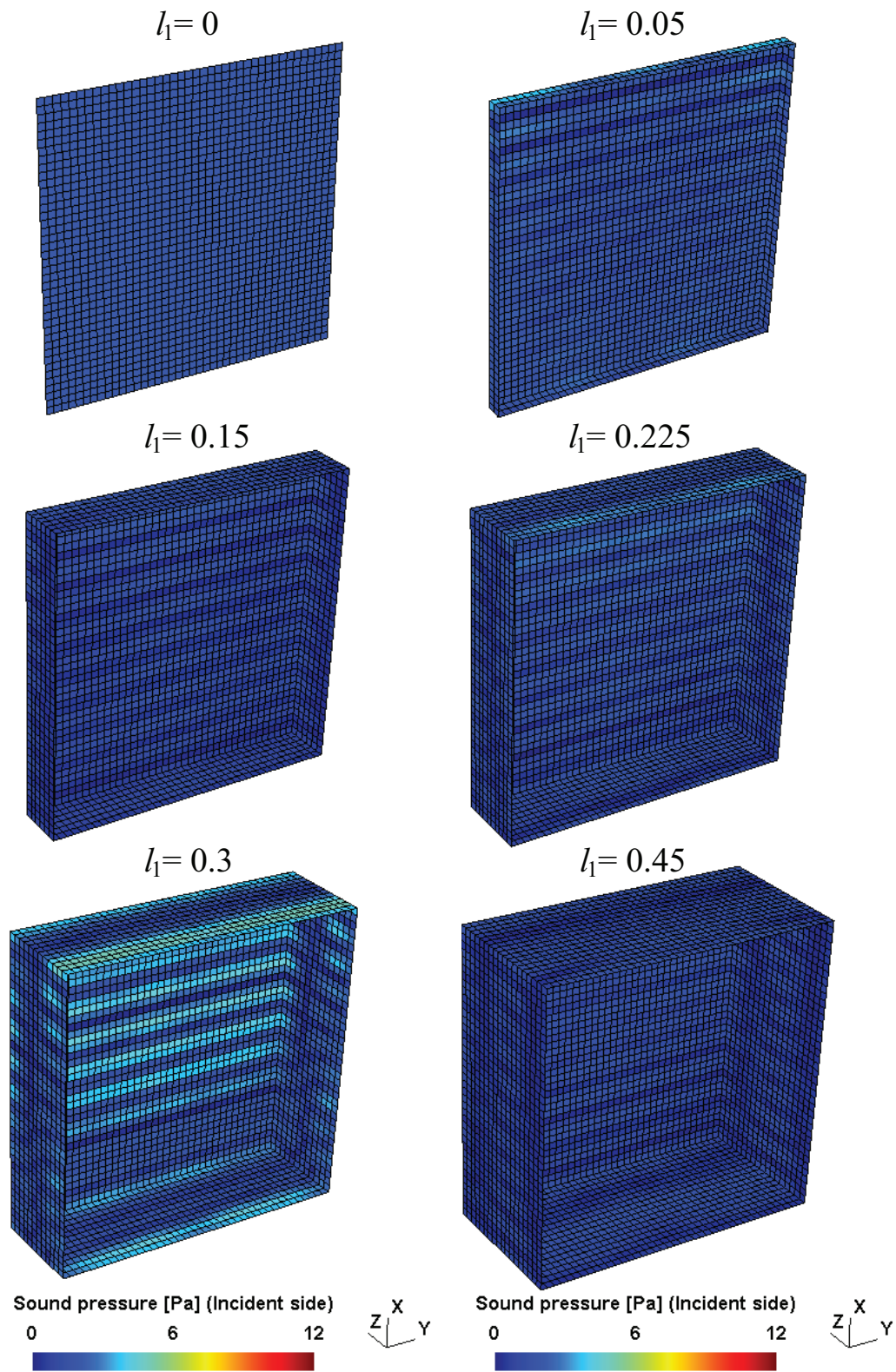


Fig. A.20 Distributions of sound pressure of incident side at 2000 Hz (incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$).

付録 B

測定法上の誤差要因に関する検討

第 4 章における数値解析結果を示す。

計算条件等は第 4 章を参照されたい。

B.1 実測条件を模擬した数値解析による検討

第 4 章で割愛した、透過側音響インテンシティ分布の計算結果（1/24 oct. band 中心周波数）を示す。



Fig. B.1 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.025$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (15^\circ, 0^\circ)$.



Fig. B.2 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.1$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (15^\circ, 0^\circ)$.

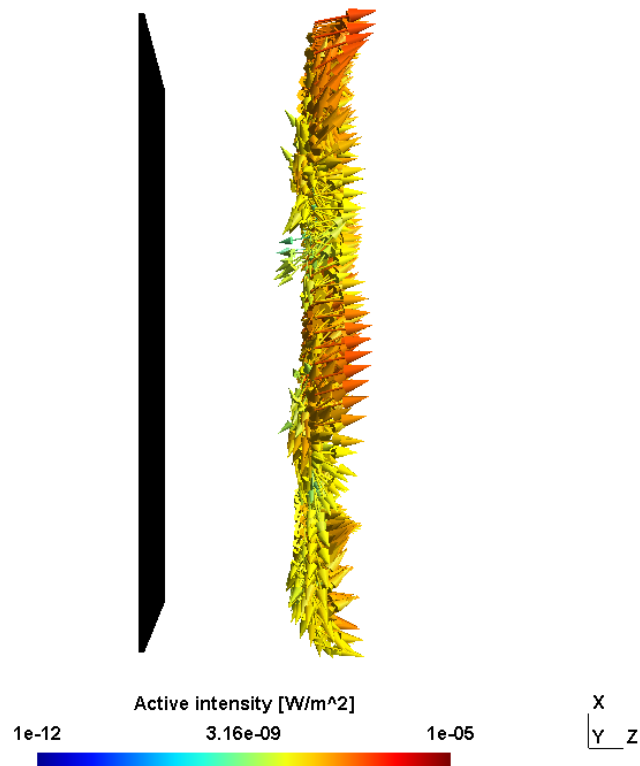


Fig. B.3 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.25$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (15^\circ, 0^\circ)$.

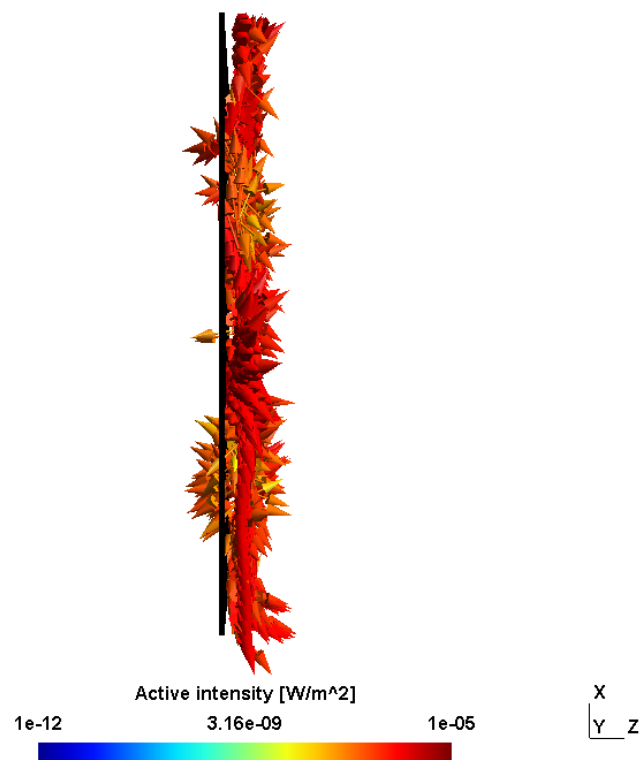


Fig. B.4 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.025$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$.

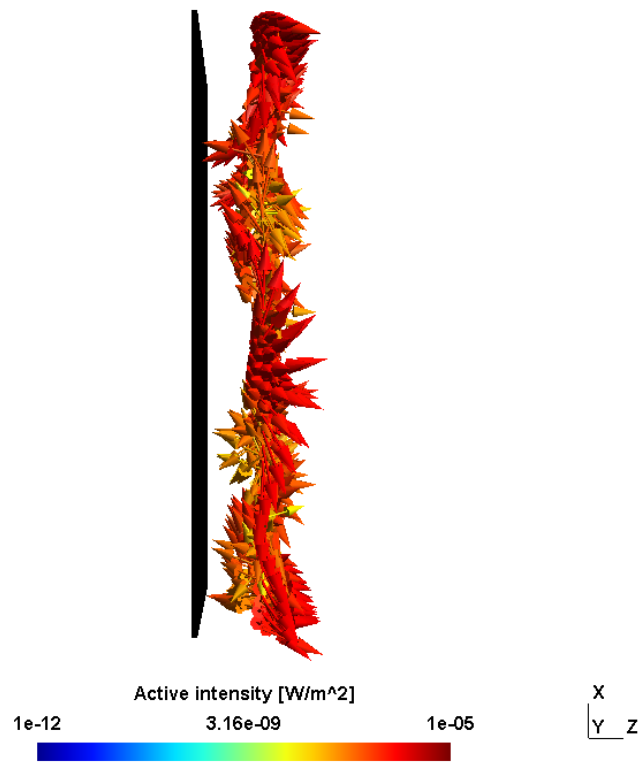


Fig. B.5 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.1$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$.

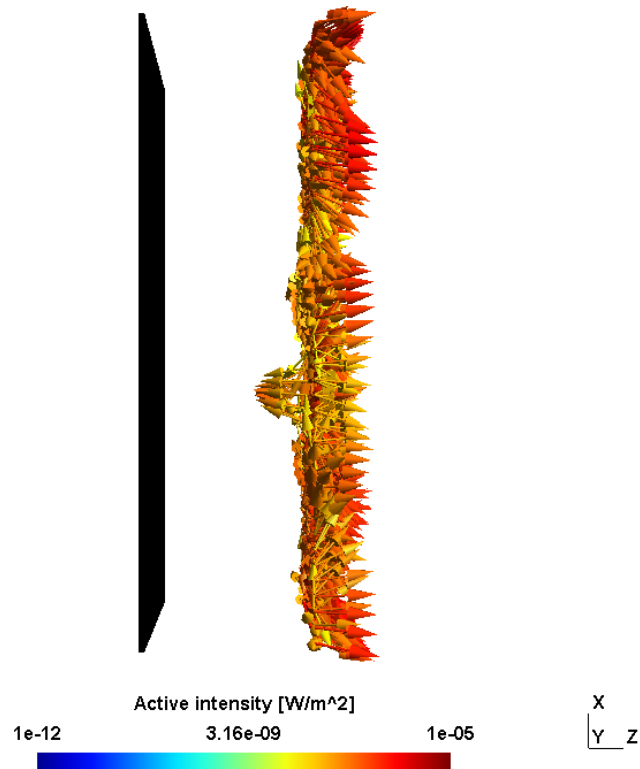


Fig. B.6 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.25$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 0^\circ)$.

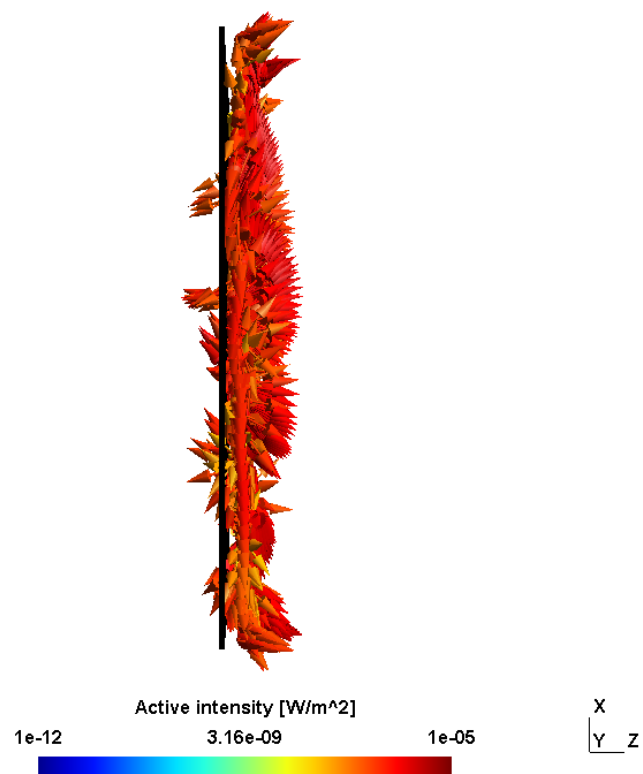


Fig. B.7 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.025$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$.



Fig. B.8 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.1$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$.

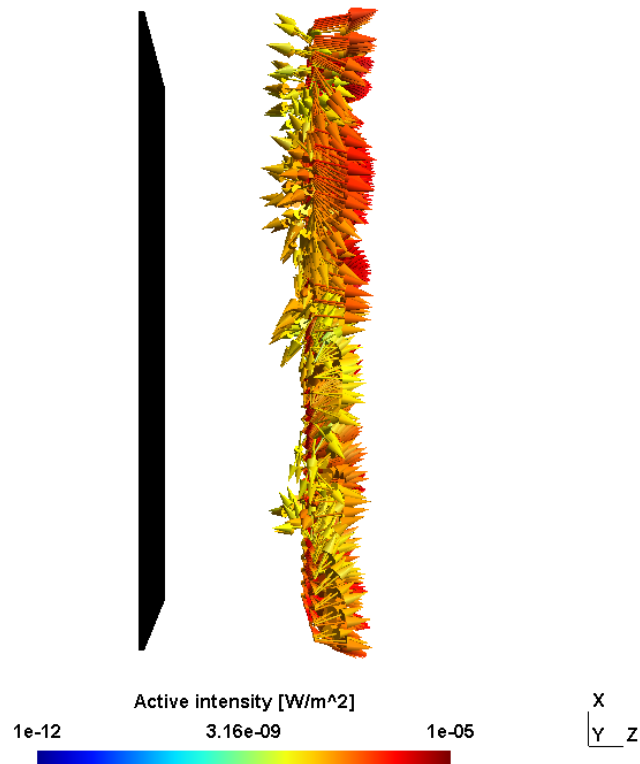


Fig. B.9 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.25$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$.

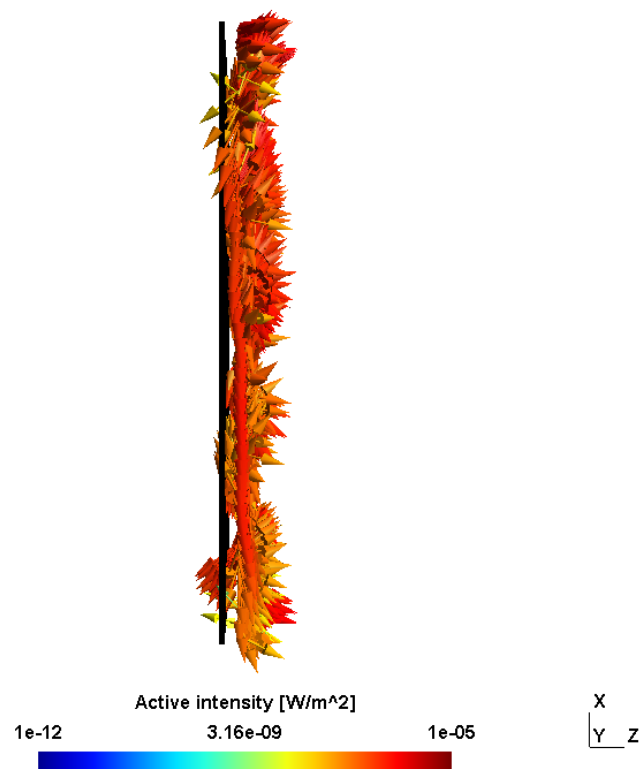


Fig. B.10 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.025$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$.



Fig. B.11 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.1$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$.

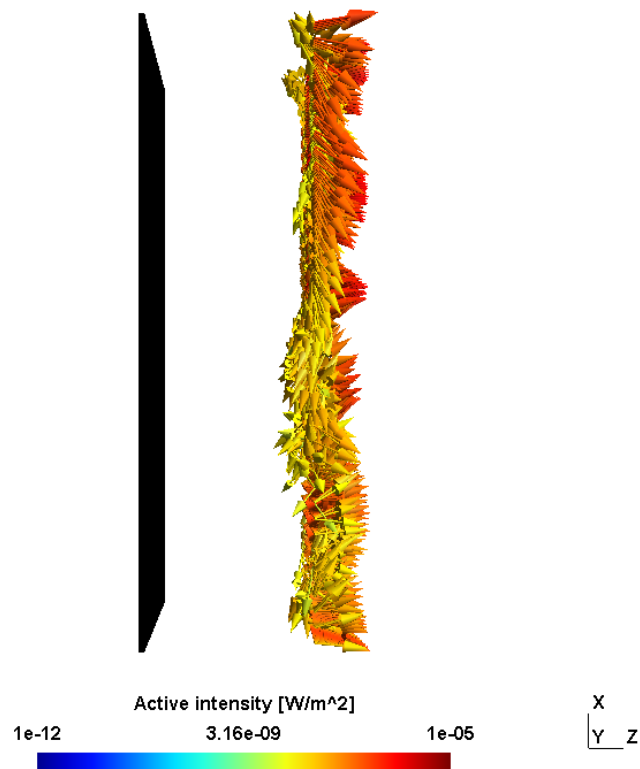


Fig. B.12 Distributions of sound intensity at 1224 Hz, $(l_1, l_2) = (0.1, 0.25)$, $h_p = 10$ mm, $d_m = 0.25$ m, incident angle: $(\theta, \varphi) = (75^\circ, 0^\circ)$.

付録 C

修士論文要旨

音響振動連成解析を用いた遮音性能測定法の現象解明

Study on Mechanism of Measurement of Sound Insulation Performance

by Vibro-Acoustical Analysis

学籍番号 096737
氏名 安達 光平 (Adachi, Kouhei)
指導教員 佐久間 哲哉 准教授

1. はじめに

研究の背景 建築部材の残響室法透過損失測定における影響要因として、ニッシェ効果が知られている。これは開口に試料を設置した際に、試料両側に音源室・受音室の壁厚分だけ生じるへこみが測定値に及ぼす影響を指す。関連研究として古くは実験的検討 [1]、近年では理論的・数値的検討 [2, 3] がなされているが、実測ベースでは把握が困難な入射条件との関係や周辺音場への影響等、詳細な現象解明には至っていない。

研究の目的 ニッシェ寸法と透過損失値に及ぼす影響との関係について、音響振動連成解析を用い、入射角依存性も含めた検討により傾向を把握する。また遮音性能測定手法の一つであるインテンシティ法を数値解析上で再現し、ニッシェ設置が測定面を含む透過側音場に及ぼす影響について検討する。

2. 解析手法

解析モデルを図 1 に示す。無限大剛バフル中の板試料四周を薄板で囲った解析モデルを想定する。入射側・透過側音場の各々に境界要素法 (BEM) を適用し、ニッシェに相当する薄板は厚さ 0 で剛な縮退境界とし、基本型と法線微分型の積分方程式を連立させる。板振動場には有限要素法 (FEM) を適用し、端部損失は周辺支持材の簡易モデル [4] により与える。音源は単位振幅平面波が天頂角 θ 、方位角 φ で入射するものとし、各入射角で透過損失を算出する。解析対象とした板ガラス、シール材の物性値と寸法、ニッシェ深さを表 1~3 に示す。

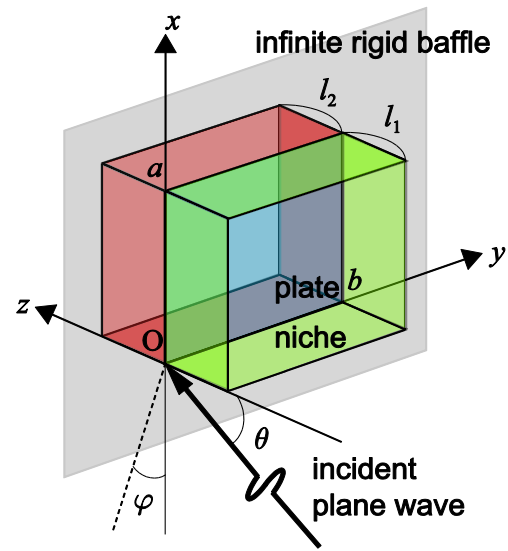


Fig. 1 Analysis model.

Table 1 Properties of plate.

size: $(a \text{ [m]}, b \text{ [m]}) = (0.9, 0.9), (1.5, 1.25)$;

thickness: $h_p = 5, 10, 15 \text{ [mm]}$;

$\rho_p = 2500 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $\nu = 0.22$;

$E_p = 7.5 \times 10^{10} \text{ [N/m}^2\text{]}$; $\eta_p = 0.002$

Table 2 Properties of a seal.

$d_s = 15 \text{ [mm]}$; $h_s = 5 \text{ [mm]}$; $E_s = 10^8 \text{ [N/m}^2\text{]}$;

$\rho_s = 1000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $\eta_s = 0.1, 0.5$

Table 3 Depths of niches.

one side: $l_1 = 0.05, 0.15, 0.3, 0.45 \text{ [m]}$;

$l_2 = 0 \text{ [m]}$

two sides: $(l_1 \text{ [m]}, l_2 \text{ [m]}) = (0.15, 0.3),$

$(0.225, 0.225), (0.3, 0.15)$

3. 結果と考察

3.1 ニッシェ効果の傾向

片側ニッシェ 図 2 に片側ニッシェ設置時のランダム入射透過損失の計算値を、ニッシェ無しの計算値、ランダム入射時の質量則、Sewell の有限板理論式 [5]、文献実測値 [6] と併せて示す (板寸法: 小)。板厚に依らずニッシェ設置により透過損失は f_c 以下で低下、 f_c 以上で上昇する傾向にある。

両側ニッシェ 効果としては片側設置時と同様の傾向を示すが、両側設置の方が影響は顕著である (図 3)。

図 4 にニッシェ無し、片側・両側ニッシェ設置時における斜入射透過損失分布の一例を示す (f_c 以上と以下)。ニッシェの有無により分布に明確な相違が見られ、ニッシェ無しでは φ 方向に比較的一様であるのに対し、両側ニッシェではその傾向が大きく崩れている。 f_c 以上の 1334 Hz では、 $\theta \approx 70^\circ$ がコインシデンス入射角となるが、両側ニッシェでは擦過入射時の透過損失落ち込みの緩和が確認できる。

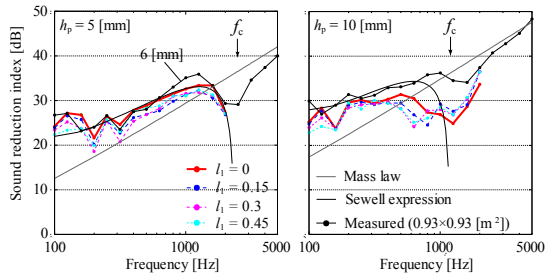


Fig. 2 Random-incidence transmission loss with one-sided niche ($a = 0.9, b = 0.9$).

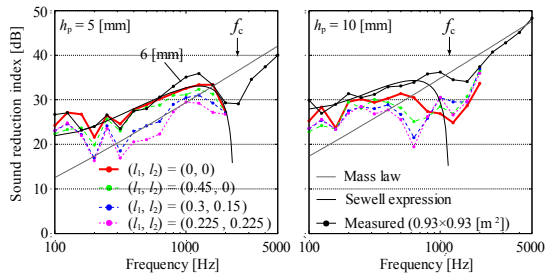


Fig. 3 Random-incidence transmission loss with two-sided niche ($a = 0.9, b = 0.9$).

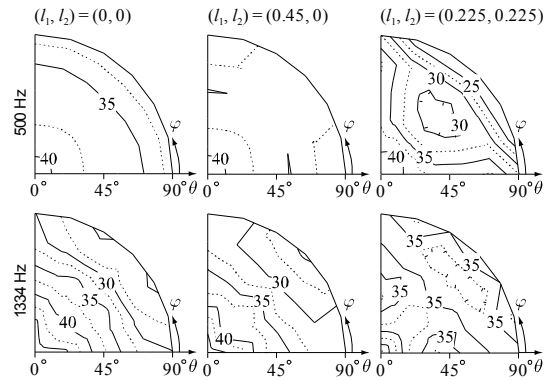


Fig. 4 Incidence angle dependence of transmission loss with/without niche at 500 Hz ($< f_c$) and 1334 Hz ($> f_c$) ($(a, b) = (0.9, 0.9), h_p = 10$ [mm]).

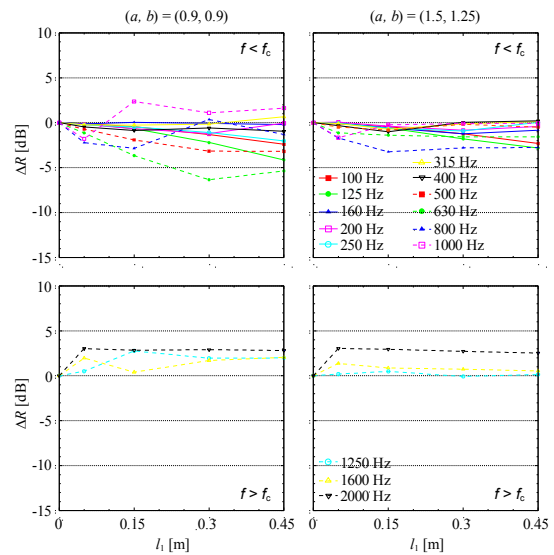


Fig. 5 Influence of the depth of one-sided niche on random-incidence transmission loss

($h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.5$).

3.2 ニッシェ寸法と効果量の関係

片側ニッシェ ニッシェ無しに対する設置時のランダム入射透過損失の差を効果量として、図 5 に片側ニッシェの寸法と効果量の関係を示す (板寸法: 大、小)。片側の場合、 f_c 以下では効果量はニッシェが深くなるにつれて増加する傾向にある。 f_c 以上では全てのニッシェ寸法で効果量は正となり、ある程度の深さ以上で一定となる。

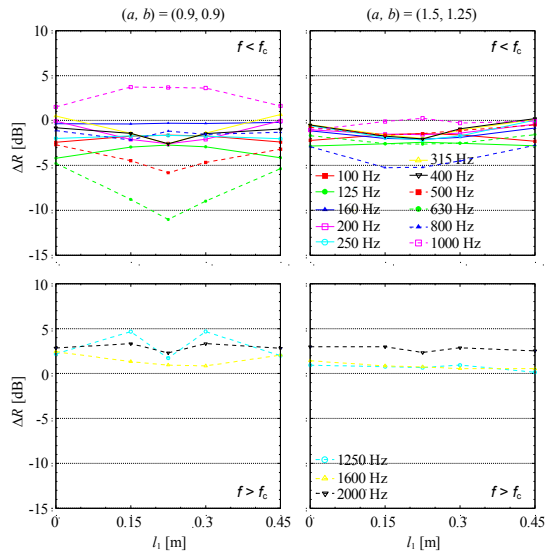


Fig. 6 Influence of the depth of two-sided niche on random-incidence transmission loss

($h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.5$).

両側ニッシェ 両側の場合の効果量を同様に図 6 に示す。 f_c 以下では両側深さが等しい場合に効果量が最大となり、 f_c 以上では片側と同様の傾向にある。また両側深さが等しい場合に、 f_c 以上での効果量の抑制がやや見られる。なお、入射側と透過側の深さについては、概ね可逆性が認められる。また、板寸法が大きくなると、 f_c 以下では概ね効果量は小さくなる傾向が見られるが、 f_c 以上はほとんど変わらない。周辺支持材の損失係数 0.1 でも概ね同様の傾向である (図 7)。

4. 測定法上の誤差要因に関する検討

前章では、ニッシェ寸法と透過損失に及ぼす影響との関係について検討した。本章では、インテンシティ法を用いた遮音性能測定法上の誤差要因に関して検討を行う。この手法では、測定対象とする試料がニッシェ内に設置される場合に通常、測定面をニッシェ開口部に設ける。ニッシェ設置条件下での透過パワーの変動とニッシェ深さとの関係について傾向を把握し、透過側音場における測定精度について検討を加える。

4.1 検討方法

図 8 に示すように、板面、測定面 (ニッシェ開口部) における透過パワーをそれぞれ W_t , W_m とし

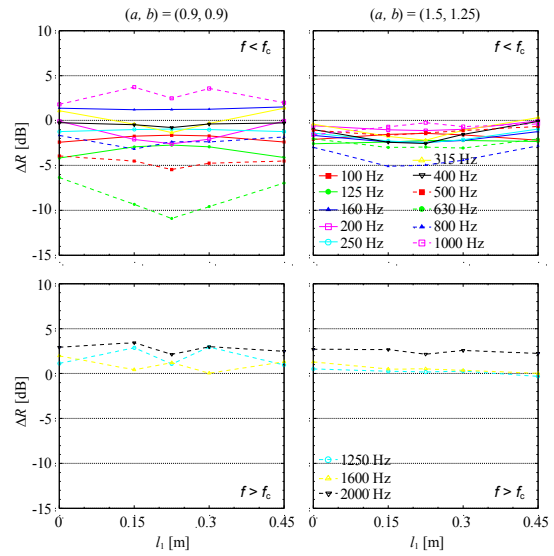


Fig. 7 Influence of the depth of two-sided niche on random-incidence transmission loss

($h_p = 10$ [mm], $\eta_s = 0.1$).

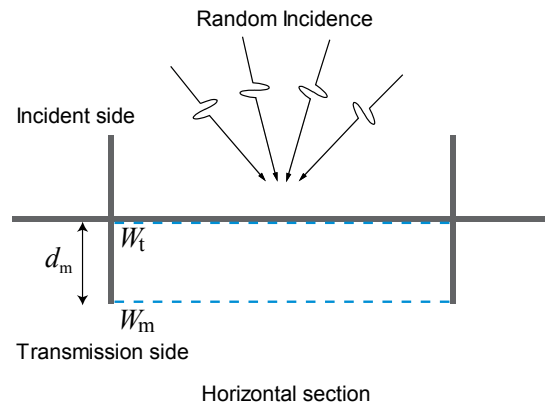


Fig. 8 Measurement surface setting.

て両者の比をとり、周波数上での変動を調べる。板寸法 $(a, b) = (0.9, 0.9)$ 、ニッシェ設置条件は両側ニッシェの 2 水準 ($(l_1, l_2) = (0.3, 0.15), (0.225, 0.225)$) とした。

4.2 結果と考察

図 9 に、ランダム入射時の W_t , W_m の比を dB 表示した結果を示す。参考としてニッシェ設置無しの結果を併記する。ニッシェ有無による結果の差異を比較すると、 f_c 以下においてはニッシェ設置が無い場合で値が落ち込み、ニッシェ設置時には緩和される。これは両側ニッシェ設置時に W_t が大

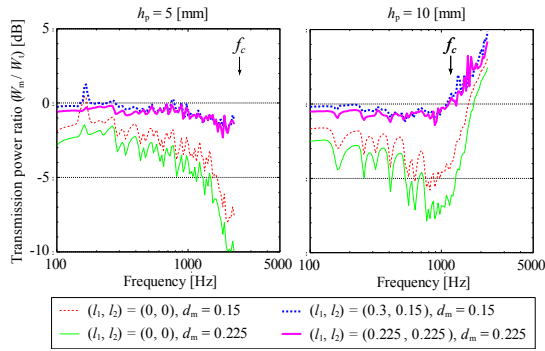


Fig. 9 Transmission power ratio

$((a, b) = (0.9, 0.9), \eta_s = 0.5)$.

きいため、またニッシュ設置が無い場合の測定面が試料を取り囲む閉曲面でないため、透過インテンシティを取り逃していると考えられる。ニッシュ設置時の透過パワー比の変動に関しては、 f_c 以下で小さく、ニッシュ深さによる差異はあまり見られない。 f_c 以上ではニッシュ設置の有無に依らず正の値をとる。透過損失は板面の透過パワーから算出しているため、実測条件においては、先述した f_c 以上でのニッシュ効果の効果量が抑制される可能性があると考えられる。

透過側音場性状 図 10 に、透過側 YZ 平面 ($x = 0.45$ [m]) における音圧・インテンシティの分布を示す。インテンシティの複雑な循環が見られ、ニッシュ開口部より内側で負のインテンシティが見られる。

5. 総括

本研究では、建築部材の透過損失測定における影響要因としてニッシュ効果に着目し、ニッシュ寸法と透過損失に及ぼす影響との関係について入射角依存性も含めて傾向を把握すること、ニッシュ設置が周辺音場へと及ぼす影響に関する知見を得ること、インテンシティ法による測定上の誤差要因とニッシュ寸法との関係に関する知見を得ることを目的として、音響振動連成解析を用いて検討した。ニッシュ効果の効果量としては、 f_c 以下で負、 f_c 以上で正の値となり、片側より両側ニッシュで大

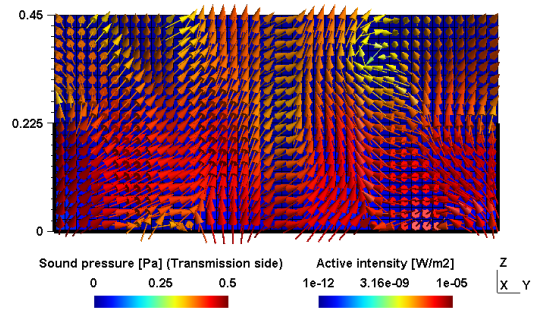
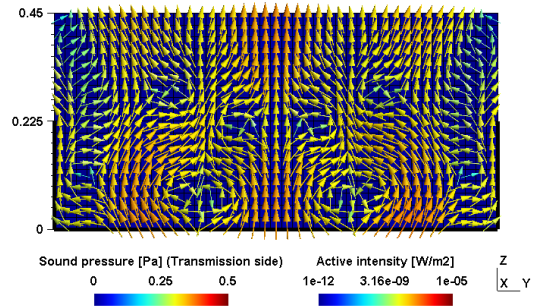


Fig. 10 Distributions of sound pressure

and active intensity at 1334 Hz,

$(l_1, l_2) = (0.225, 0.225), h_p = 10$ mm

(upper: $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$, lower: $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 45^\circ)$).

きく、特に両側で同じ深さの場合に最大となり、入射側と透過側の深さについて概ね可逆性が確認された。ニッシュ設置時の測定面での透過パワーの変動については、ニッシュ深さに依らず f_c 以上において現れる傾向であり、実測では f_c 以上でのニッシュ効果の効果量が抑制される可能性があることを示した。傾斜や段差のある複雑な形状のニッシュの影響に関する検討が今後の課題として挙げられる。

参考文献

- [1] Guy and Sauer, *Applied Acoust.* **17**, 453-476, 1984.
- [2] R. Vinokur, *J. Acoust. Soc. Am.* **119**, 2211-2219, 2006.
- [3] Kim *et al.*, *J. Acoust. Soc. Am.* **115**, 2100-2109, 2004.
- [4] Sakuma *et al.*, *Inter-Noise 2008*, No. 486.
- [5] Sewell, *J. Sound. Vib.* **12**, 21-32, 1970.
- [6] Yoshimura *et al.*, *Inter-Noise 2006*, No. 641.

付録 D

学会発表論文

PU プローブを用いた窓ガラスの音響透過損失測定

正会員 ○安達 光平*¹
 同 安田 洋介*²
 同 佐久間哲哉*³

遮音 音響透過損失 窓ガラス
 PU プローブ 音響インテンシティ

1. はじめに

粒子速度プローブ (U プローブ)、あるいはこれに小型マイクロフォンを組み合わせた P-U プローブは小型であることから計測対象に接近させた計測が可能であり、近年ではこれを利用した材料吸音特性の測定[1]や音響インテンシティの測定[2]などが行われている。しかしながら、建築部材の遮音測定に P-U プローブを用いた例は見られない。音響インテンシティ法による空気音遮断性能の測定[3]では 2 マイクロフォン法が用いられるが、粒子速度を 2 点の音圧で有限差分近似することからマイクロフォン間隔や測定位置に制約が生じる。本報では、実験室における窓ガラスの音響透過損失測定に P-U プローブを用い、従来の P-P プローブによるものと比較することで、P-U プローブの遮音測定における有用性及び近距離場における測定可能性について検討する。

2. 測定概要

測定対象 試験体はガラス 2 種 (厚さ 6、10 mm)、端部の支持材料 2 種 (パテ、ガスケット) の計 4 種、ガラス寸法 $1.09 \times 1.09 \text{ m}^2$ 、開口寸法 $1 \times 1 \text{ m}^2$ である。

測定方法 実験は日東紡音響エンジニアリング (株) 第 2 音響研究所の残響室 (9 m^3) - 無響室 (13.9 m^3) にて実施した。測定概要を Fig. 1 に示す。測定点は試料端部付近を除く $0.9 \times 0.9 \text{ m}^2$ の領域を 0.1 m グリッドで分割した部分測定面の中心点とした。音源には広帯域ノイズを用いた。試料面と P-P プローブとの距離は JIS A 1441-1:2007 に従い 10 cm 、P-U プローブでは板の振動性状を把握するためより近距離の 1.5 cm とした。測定は離散点法的に行い、レコーダに記録した信号を FFT 分析 ($\Delta f = 6.25 \text{ [Hz]}$) して音響インテンシティ等の諸量を得た。なお P-U プローブによる測定では、音圧と法線方向粒子速度のクロススペクトルを十分収束するまで加算平均し、その実部をノーマル音響インテンシティとした。それぞれの部分測定面におけるノーマル音響インテンシティから、JIS A 1441-1:2007 に規定された方法で音響透過損失 (調整項 K_C なし) を算出した。

3. PU プローブの校正

本測定では自由音場法による校正を行った。無響室内にてスピーカーを音源として、そこから距離 r 離れた位置で P-U プローブにより測定した音圧を p_m 、粒子速度を v_m

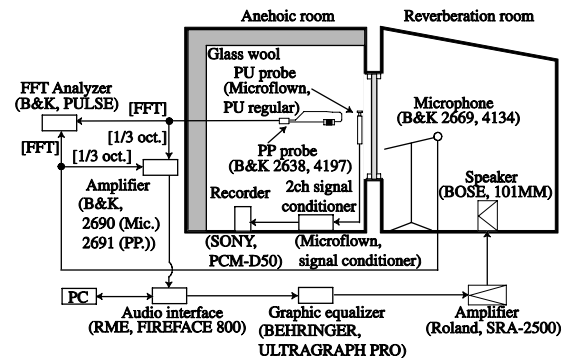


Fig. 1: Measurement setup.

校正済みの騒音計を用いて同位置にて測定した音圧を p_{ref} とする。このとき、音圧、粒子速度、音響インピーダンス、音響インテンシティの補正係数 CF_p 、 CF_v 、 CF_Z 、 CF_I はそれぞれ以下のように表すことができる。

$$CF_p = p_{ref} / p_m \quad (1)$$

$$CF_Z = Z_{th} / Z_m \quad (2)$$

$$CF_v = CF_p / CF_Z \quad (3)$$

$$CF_I = CF_p^* CF_v = |CF_p|^2 / CF_Z \quad (4)$$

ここで、 $Z_{th}(r, k) = \rho_0 c_0 jkr / (1 + jkr)$ (音源が点音源の場合の理論値)、 $Z_m = p_m / v_m$ 、 ρ_0 は空気密度、 c_0 は音速である。測定では p_m をパワースペクトル加算平均しているため、式(1)、(3)については位相情報のない $|CF_p|$ 、 $|CF_v|$ が算出される。一方 Z_m については Fourier スペクトル加算平均により位相情報が保持されることから、 CF_Z 、 CF_I については複素数値である。

4. 測定結果

音響透過損失 ガラス厚さ 10 mm の試験体 2 種 (パテ・ガスケット支持) の音響透過損失値をランダム入射時の質量則と併せて Fig. 2 に示す。P-U プローブの値は音響インテンシティが空間的に複雑に変化しやすいとされる近距離場での測定結果であるが、P-P プローブで得られた値とよく対応している。しかしいずれの試験体においてもコインシデンス限界周波数 (f_c) 付近での乖離が見られ、P-P プローブ測定の方で透過損失値が上昇している。この乖離は P-P プローブによる結果において部分測定面における透過音響インテンシティが負となるケースが多かったためである。支持材料の影響についてはコインシデンス限界周波数以上の周波数で表れており、ガスケット支持に比べパテ支持のケースで遮音性能が向上していることが分かる。

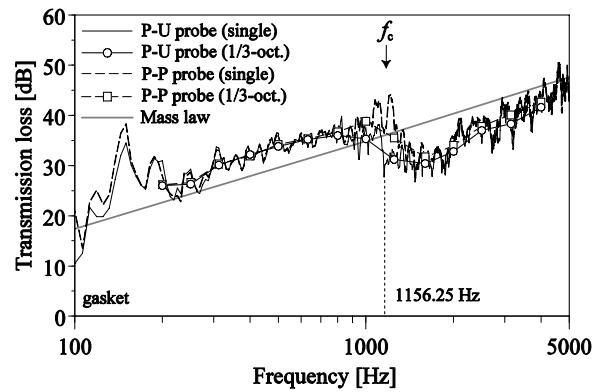
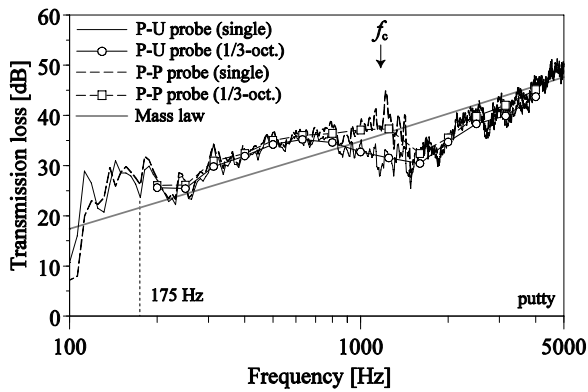


Fig. 2: Comparison of transmission loss of a glass 10 mm thick supported by putty (left) and gasket (right).

ガラス面の振動・音響放射 P-U プローブ測定値に関して、低域で音響透過損失値がディップとなる 175 Hz における音圧、振動速度の相対レベル及び透過音響インテンシティレベル分布を Fig. 3 に示す（ガラス厚 10 mm、パテ支持）。音圧はガラス中心部の振動に概ね支配されており、振動速度が逆位相で動くエッジ部分で負のインテンシティが表れていることが分かる。同周波数における P-P プローブによる透過音響インテンシティレベル分布を Fig. 4 に示す。測定点が試料から離れているため、インテンシティの正負と振動速度分布との対応が不明瞭となっている。次にコインシデンス限界周波数付近（1156.25 Hz）における分布について、同様に Figs. 5, 6 に示す。振動速度分布より、入射波と同程度の波長の定在屈曲波が生じていることが分かる。音響インテンシティ分布については、P-U プローブによるものは負の領域がほとんど見られないのに対し、P-P プローブによるものは負のインテンシティが多くみられる。これは全ての試験体について、また同測定面上での 1/3 オクターブバンド値でも見られており、現象の解明は今後の課題である。

5. まとめ

P-U プローブを用いた窓ガラスの遮音測定を行うにあたり、本プローブにより得られる音響インテンシティの自由音場における校正方法を示した。P-U プローブと P-P プローブから得た音響透過損失値はコインシデンス限界周波数付近を除き良く対応しており、P-U プローブによる遮音測定の可能性が示唆された。乖離の原因については今後の課題である。

謝辞 本研究を行うにあたり、日東紡音響エンジニアリング（株）関係各位、東洋建設（株）の山本耕三氏、エム・ワイ・アクーステクの山口道征氏には多大なご協力を頂きました。ここに感謝の意を表します。

- 参考文献 [1] 例えば、岩瀬他、音講論（春）、pp. 1169-1172, 2010. 3.
 [2] H-E. de Bree *et al.*, Proc. Inter-noise 2004 (Prague), N835, 2004. 8.
 [3] JIS A 1441-1, 2:2007.

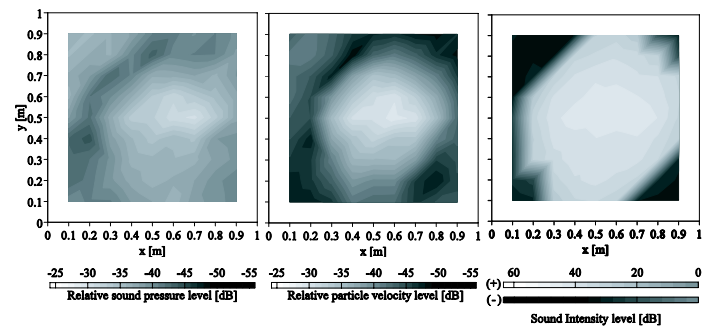


Fig. 3: Distributions of sound pressure level (left), particle velocity level (middle), and sound intensity level (right) of a glass 10 mm thick supported by putty at 175 Hz (P-U probe).

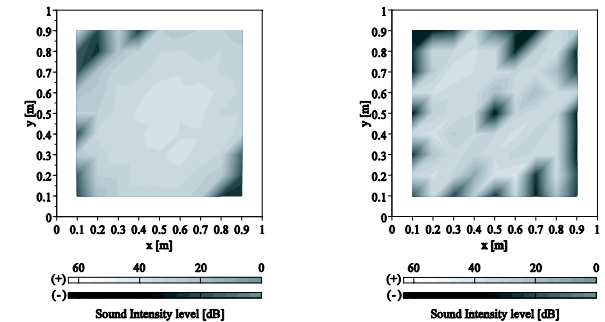


Fig. 4: Distribution of sound intensity level of a glass 10 mm thick supported by putty at 175 Hz (P-P probe).

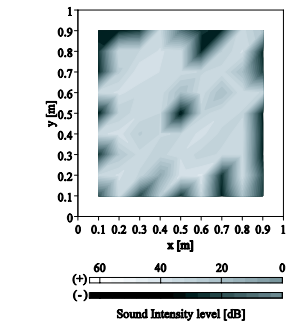


Fig. 6: Distribution of sound intensity level of a glass 10 mm thick supported by gasket at 1156.25 Hz (P-P probe).

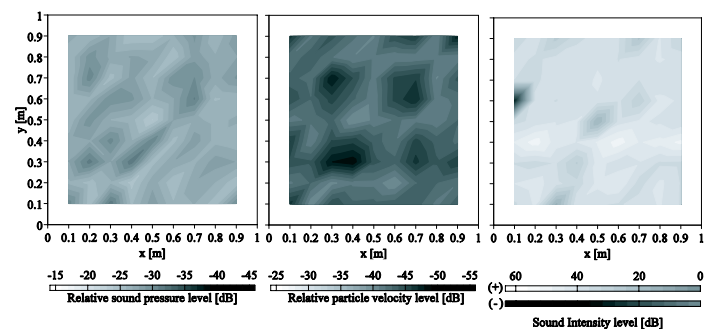


Fig. 5: Distributions of sound pressure level (left), particle velocity level (middle), and sound intensity level (right) of a glass 10 mm thick supported by gasket at 1156.25 Hz (P-U probe).

*1 東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻 修士課程
 *2 神奈川大学工学部建築学科 准教授・博士（環境学）
 *3 東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻 准教授・博士（工学）

*1 Grad. Student, Grad Sch. of Frontier Sci., Univ. of Tokyo.
 *2 Assoc. Prof., Dept. of Arch., Faculty of Eng., Kanagawa Univ., Ph. D.
 *3 Assoc. Prof., Grad. Sch. of Frontier Sci., Univ. of Tokyo, Dr. Eng.

音響振動連成解析を用いた遮音性能測定法の現象解明

—ニッシェ効果に関する検討—*

☆安達光平, 佐久間哲哉 (東大・新領域), 安田洋介 (神奈川大・工)

1 はじめに

建築部材の残響室法透過損失測定における影響要因として、試料と壁体間のへこみの影響、いわゆるニッシェ効果が知られている。関連研究として古くは実験的検討^[1]、近年では理論的・数値的検討^[2, 3]がなされているが、入射条件との関係や周辺音場への影響等、詳細な現象解明には至っていない。本報では音響振動連成解析を用いて、ニッシェ寸法と透過損失に及ぼす影響との関係について、入射角依存性も含めた数値的検討を行う。

2 解析手法

無限大剛バフル中の板試料四周を薄板で囲った解析モデルを想定する(図1)。入射側・透過側音場の各々にBEMを適用し、ニッシェに相当する薄板は厚さ0で剛な縮退境界とし、基本型と法線微分型の積分方程式を連立させる。板振動場にはFEMを適用し、端部損失は周辺支持材の簡易モデル^[4]により与える。音源は単位振幅平面波が天頂角 θ 、方位角 φ で入射するものとし、各入射角で透過損失を算出する。解析対象とした板ガラス、シール材の物性値と寸法、ニッシェ深さを表1~3に示す。

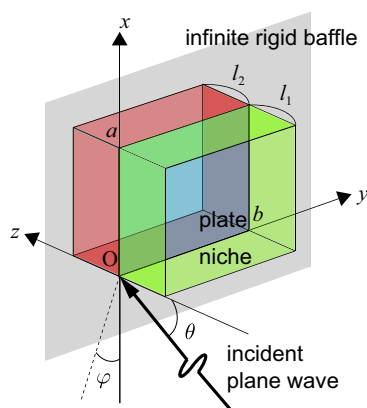


Fig. 1 Analysis model.

Table 1 Properties of plates.

size: $(a \text{ [m]}, b \text{ [m]}) = (0.9, 0.9), (1.5, 1.25)$;
thickness: $h_p = 5, 10 \text{ [mm]}$; $\rho_p = 2500 \text{ [kg/m}^3\text{]}$;
$\nu = 0.22$; $E_p = 7.5 \times 10^{10} \text{ [N/m}^2\text{]}$; $\eta_p = 0.002$

Table 2 Properties of a seal.

$d_s = 15 \text{ [mm]}$; $h_s = 5 \text{ [mm]}$; $E_s = 10^8 \text{ [N/m}^2\text{]}$;
$\rho_s = 1000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $\eta_s = 0.5$

Table 3 Depths of niches.

one side: $l_1 = 0.05, 0.15, 0.3, 0.45 \text{ [m]}$; $l_2 = 0 \text{ [m]}$
two sides: $(l_1 \text{ [m]}, l_2 \text{ [m]}) = (0.15, 0.3),$ $(0.225, 0.225), (0.3, 0.15)$

3 解析結果

3.1 ニッシェ効果の傾向

図2, 3に片側・両側ニッシェ設置時のランダム入射透過損失の計算値を、ニッシェ無しの計算値、ランダム入射時の質量則、Sewellの有限板理論式^[5]、文献実測値^[6]と併せて示す(板寸法:小)。板厚に依らずニッシェ設置により透過損失は f_c 以下で低下、 f_c 以上で上昇する傾向にあり、片側設置より両側設置の方が影響が顕著である。図4にニッシェ無し、片側・両側ニッシェ設置時における斜入射透過損失分布の一例を示す(f_c 以上と以下)。ニッシェの有無により分布に明確な相違が見られ、ニッシェ無しでは φ 方向に比較的一様であるのに対し、両側ニッシェではその傾向が大きく崩れている。 f_c 以上の1334 Hzでは、 $\theta = 70^\circ$ がコインシデンス入射角となるが、両側ニッシェでは擦過入射時の透過損失落ち込みの緩和が確認できる。

3.2 ニッシェ寸法と効果量の関係

ニッシェ無しに対する設置時のランダム入射透過損失の差を効果量として、図5, 6に片側・両側ニッシェの寸法と効果量の関係を示す(板寸法:大、小)。片側の場合、 f_c 以下では効果量はニッシェが深くなるにつれて増加するが、 f_c 以上ではある程度の深さ以上で一定となる。両側の場合、 f_c 以下では両側深さが等しい場合に効果量が最大となり、 f_c 以上では片側と同様の傾向にある。なお、入射側と透過側の深さについては、概ね可逆性が認められる。また、板寸法が大きくなると、 f_c 以下では概ね効果量は小さくなる傾向が見られるが、 f_c 以上はほとんど変わらない。

*Study on the niche effect in measurement of sound insulation performance by vibro-acoustical analysis, by ADACHI Kouhei, SAKUMA Tetsuya (Univ. of Tokyo) and YASUDA Yosuke (Kanagawa Univ.).

4 まとめ

板材の透過損失へ及ぼすニッシェ効果について音響振動連成解析を用いて検討した。効果量としては、 f_c 以下で負、 f_c 以上で正の値となり、片側より両側ニッシェで大きく、特に両側で同じ深さの場合に最大となり、入射側と透過側の深さについて概ね可逆性が確認された。

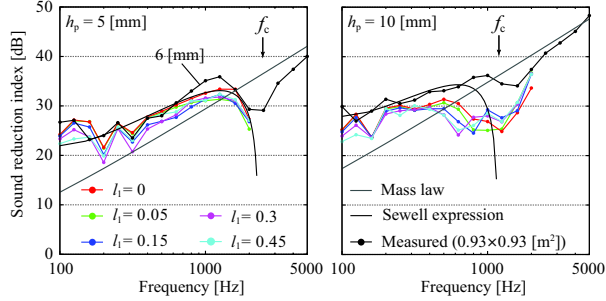


Fig. 2 Random-incidence transmission loss with one-sided niche ($a = 0.9, b = 0.9$).

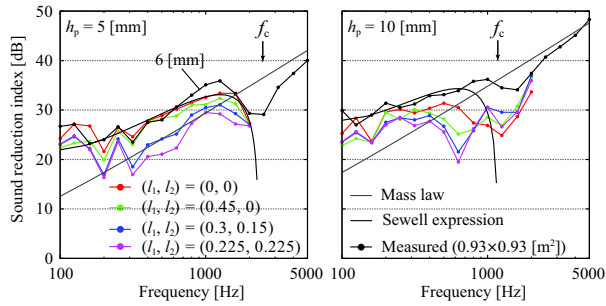


Fig. 3 Random-incidence transmission loss with two-sided niche ($a = 0.9, b = 0.9$).

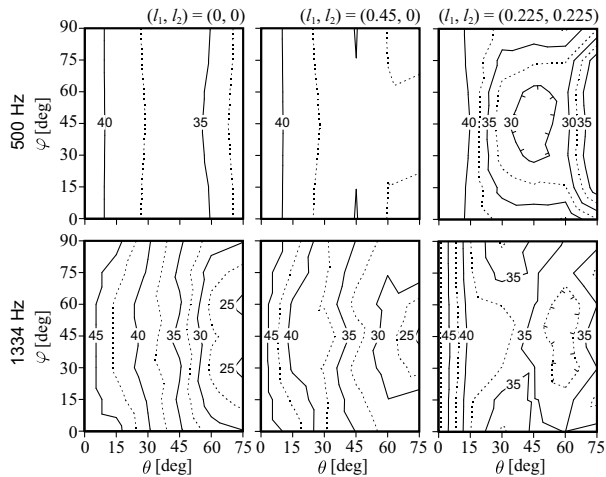


Fig. 4 Incidence angle dependence of transmission loss with/without niche at 500 Hz ($<f_c$) and 1334 Hz ($>f_c$) ($(a, b) = (0.9, 0.9)$, $h_p = 10$ [mm]).

参考文献

- [1] Guy & Sauer, *Applied Acoust.* **17**, 453-476, 1984.
- [2] R. Vinokur, *J. Acoust. Soc. Am.* **119**, 2211-2219, 2006.
- [3] Kim *et al.*, *J. Acoust. Soc. Am.* **115**, 2100-2109, 2004.
- [4] Sakuma *et al.*, *Inter-Noise 2008*, No. 486.
- [5] Sewell, *J. Sound. Vib.* **12**, 21-32, 1970.
- [6] Yoshimura *et al.*, *Inter-Noise 2006*, No. 641.

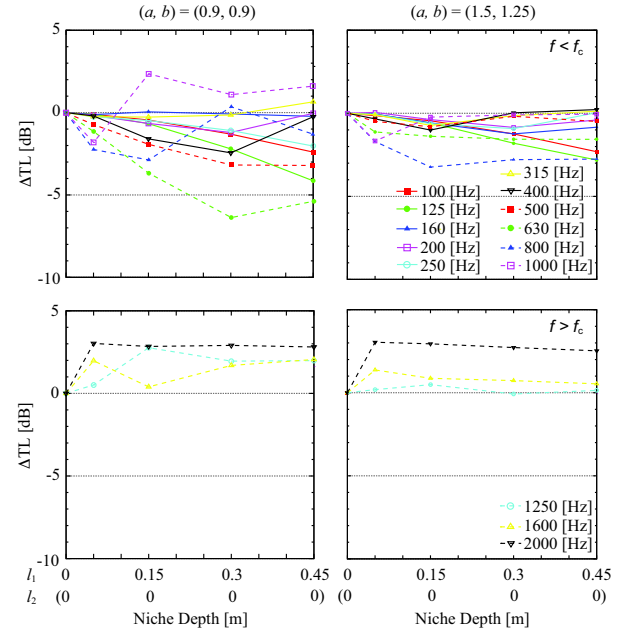


Fig. 5 Influence of the depth of one-sided niche on random-incidence transmission loss ($h_p = 10$ [mm]).

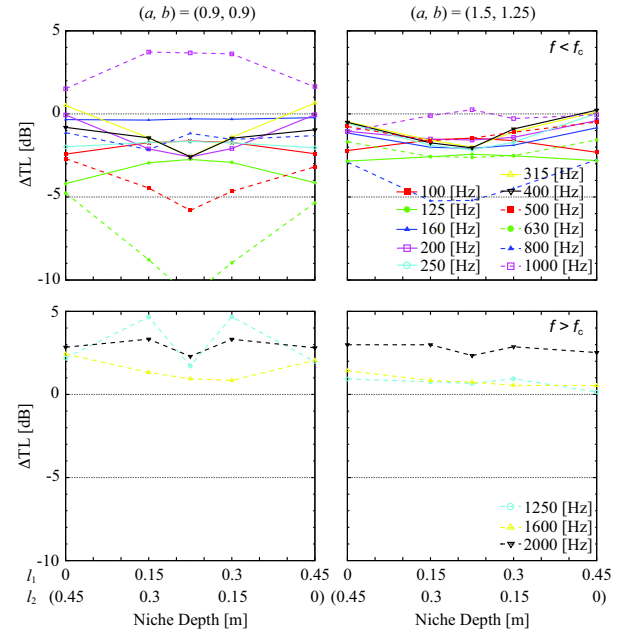


Fig. 6 Influence of the depths of two-sided niche on random-incidence transmission loss ($h_p = 10$ [mm]).

参考文献

- [1] JIS A 1416: 2000 「実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法」.
- [2] JIS A 1441-1: 2007 「音響インテンシティ法による建築物及び建築部材の空気音遮断性能の測定方法 第1部：実験室における測定」.
- [3] Crocker, M. J., Raju, P. K. and Forssen, B., Measurement of transmission loss of panels by the direct determination of transmitted acoustic intensity, *Noise Control Eng. J.*, Vol. 17, pp. 6-11, 1981.
- [4] F. J. Fahy 著, 橋秀樹 訳, サウンドインテンシティ, 1998.
- [5] 吉村純一, 窓サッシに用いられるガラスの遮音性能, 音響技術, Vol. 33, No. 2, pp. 30-34, 2004.
- [6] T. Kihlman and A. C. Nilsson, The Effects of Some Laboratory Designs and Mounting Conditions on Reduction Index Measurements, *Journal of Sound and Vibration.*, Vol. 24 (3), pp. 349-364, 1972.
- [7] R. W. Guy, A. De Mey and P. Sauer, The Effect of Some Physical Parameters upon the Laboratory Measurements of Sound Transmission Loss, *Applied Acoustics.*, Vol. 18, pp. 81-98, 1985.
- [8] R. W. Guy and P. Sauer, The Influence of Sills and Reveals on Sound Transmission Loss, *Applied Acoustics.*, Vol. 17, pp. 453-476, 1984.
- [9] 吉村純一, 小川博正, 山下充康, 音響透過損失の測定における試料の取付条件の影響-ニッシュェ効果について-. 日本音響学会講演論文集, pp.641-642, 1985.
- [10] 吉村純一, 杉江聡, 豊田恵美, 板ガラスの音響透過損失の測定結果に与えるサイズ及び端部損失の影響, 日本音響学会騒音・振動研究会資料, N-2006-45, 2006.
- [11] J. Yoshimura, S. Sugie, and E. Toyoda, Internal edge damping effects on sound reduction index measurements of a glass pane, *Proc. of Inter-noise*, 2007.
- [12] 黒木荘一郎, SEA 法の改良による単層壁の残響室法音響透過損失の推定：壁体の形態による遮音性能の変化に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 67-68, 1986.

- [13] 黒木荘一郎, SEA 法による単層壁の残響室法音響透過損失の推定: 試料面積及び支持条件についての検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.187-188, 1987.
- [14] 武藤大輔, 高野靖, 武市通文, 牧野和宏, 山口剛, 実験 SEA 法を用いた板の透過音解析, 環境工学総合シンポジウム講演論文集, No. 12 pp. 111-114, 2002.
- [15] 川井孝雄, 一重板の遮音機構の解析: 周辺固定円形板への平面波垂直入射, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol. 47 pp. 17-18, 1972.
- [16] 高崎強, 大鶴徹, 板の形態とその遮音特性に関する研究: その 2 有限要素法を用いた中空二重壁の音響透過解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 431-432, 1990.
- [17] Roman Vinokur, Mechanism and calculation of the niche effect in airborne sound transmission, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 119(4), pp. 2211-2219, 2006.
- [18] Bong-Ki Kim, Hyun-Ju Kang, Jae-Seung Kim, Hyun-Sil Kim, and Sang-Ryui Kim, Tunneling effect in sound transmission loss determination: Theoretical approach, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 115(5), Pt. 1, pp. 2100-2109, 2004.
- [19] 遊喜純子, 黒木荘一郎, 安岡正人, 透過損失に与える損失係数および周辺吸収率の影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 325-326, 1993.
- [20] 清水貴史, 河井康人, 境界積分方程式による多重窓の音響透過の解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 53-54, 2004.
- [21] 佐久間哲哉, 大嶋拓也, 音響振動連成シミュレーションによる部材遮音性能予測に関する研究 - 膜材・板材の 3 次元透過モデル -, 日本音響学会講演論文集, No.2, pp. 687-688, 2000.
- [22] 朝倉巧, 坂本慎一, FDTD 法による音響振動連成解析を用いた遮音性能のシミュレーション, 生産研究, Vol. 61, No. 4, pp. 793-796, 2009.
- [23] 大鶴徹, 富来礼次, 岡本則子, 建築壁体の遮音メカニズム解析: 周辺支持に関する計算力学的手法と音響インテンシティ法による基礎的検討, 日本建築学会九州支部研究報告集, No. 39, pp.153-156, 2000.
- [24] 佐久間哲哉, 安田洋介, 江川健一, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析: 周辺支持部のモデル化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 229-230, 2008.
- [25] 大嶋拓也, 佐久間哲哉, 壁体部材の遮音性能数値予測に関する研究: 板材における寸法および内部減衰の影響に関する検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 111-112, 2001.
- [26] 真田明, 章忠, 柄川尚慶, 田中信雄, 音響透過損失測定における試料サイズの影響に関する研究, 日本機械学会論文集, Vol. 69, No. 684, pp. 109-116, 2003.
- [27] 吉村順一, 杉江聡, 小川博正, 低い周波数帯域における音響透過損失の測定, 日本音響学会講演論文集, pp. 831-832, 1995.
- [28] 佐久間哲哉, 小坂慶之, 安田洋介, 大嶋拓也, 境界要素音場解析における薄層境界モデ

- ルの適用, 日本音響学会建築音響研究会資料, AA2006-13, 2006.
- [29] Tetsuya Sakuma and Masahito Yasuoka, Numerical vibro-acoustic analysis of sound fields coupled with a baffled membrane, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 18, pp. 311-318, 1997.
- [30] P. C. Hammer, O. P. Marlowe, and A. H. Stroud, Numerical integration over simplexes and cones, *Math. Tables Aids Comp.*, Vol. 10, pp. 130-137, 1956.
- [31] T. Terai, On calculation of sound fields around three dimensional objects by integral equation methods, *J. Sound Vib.*, Vol. 69(1), pp. 71-100, 1980.
- [32] 桑村仁, 建築の力学 弾性論とその応用, 技法堂出版, 2001.
- [33] J. Yoshimura, E. Toyoda and S. Sugie, Laboratory test results for glass panes using various kinds of test opening, *Euro Noise 2009*.
- [34] Carl Hopkins, *Sound Insulation*, 2007.
- [35] 山本耕三, 大山宏, 末吉修三, 制振工学研究会技術交流会資料集, Vol. 2009, pp. 51-58, 2009.
- [36] 江川健一, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 板振動場における周辺支持部のモデル化について, 東京大学修士論文, 2009.
- [37] T. Sakuma, K. Egawa, Y. Yasuda, Numerical Analysis of Sound Transmission Loss of Glass Pane - On the Treatment of Edge Damping - , *Proc. of Inter-Noise 2008*, No. 486.
- [38] E. C. Sewell, Transmission of reverberant sound through a single leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle, *J. Sound. Vib.*, **12**, 21-32, 1970.
- [39] 吉村純一, 板ガラスの音響透過損失に関する研究, 日本建築学会計画系論文集, No. 505 pp. 9-14, 1998.
- [40] 山田正史, 岩瀬昭雄, 穴あき板の吸音特性の計測への粒子速度センサーの適用, 日本建築学会北陸支部研究報告集, No. 48, pp. 329-332, 2005.
- [41] 阿部将幸, 岩瀬昭雄, 板振動型吸音機構の吸音特性計測法についての検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 297-298, 2009.
- [42] 廣澤邦一, 中川博, 金誠, 山本亜樹, pu -プローブを用いた自由音場法による音響材料の吸音率測定 -その4 垂直入射に対する球面波補正に関する検討-, 日本音響学会講演論文集, pp. 1087-1090, 2009.
- [43] Hans-Elias de Bree, Ron Raangs, and Erik Druyvesteyn, Sound intensity measurements with the Microflown sensor, *Proc. of Inter-noise*, No. 835, pp. 1-11, 2004.
- [44] 子安勝, 音響インテンシティ法による音響パワーレベル測定方法, 日本音響学会誌, Vol. 43, No.12, pp. 960-965, 1987.
- [45] 寺尾道仁, 関根秀久, インテンシティ測定におけるペアマイクロホン自体の散乱の影響

響について, 日本音響学会技術発表会講演論文集, pp. 479-480, 1987.

- [46] 寺尾道仁, 関根秀久, ペアマイクロホンプロブの自由音場補正について, 日本騒音制御工学会技術発表会講演論文集, pp. 333-336, 1990.