Fonctions hyperlogarithmiques et groupes de monodromie unipotents

Par Kazuhiko AOMOTO

Dans cet article *le problème de Riemann-Hilbert dans le sens réstreint* est formulé dans l'espace projectif $P^l(\boldsymbol{C})$ en utilisant les équations de Schlesinger et Lappo-Danilevski et résolu moyennant "*fonctions hyperlogarithmiques*" dans le cas de monodromie unipotente (Théorème 1). Ce résultat est analogue à celui de K. T. Chen [5] mais ici plus précis. Soit S un ensemble analytique de codimension une dans $P^l(\boldsymbol{C})$ et soit $\pi_1(P^l(\boldsymbol{C})-S)$ le groupe fondamental de $P^l(\boldsymbol{C})-S$ par rapport à un point base x_0. On montrera ensuite que *l'anneau de groupe*

$$\varprojlim_{s=\infty} \boldsymbol{C}[\pi_1(P^l(\boldsymbol{C})-S)]/\mathfrak{J}_s$$

est isomorphe au completé $\hat{\mathfrak{E}}(\mathfrak{G})$ *de l'algèbre enveloppante* $\mathfrak{E}(\mathfrak{G})$ *de l'algèbre d'holonomie* $\mathfrak{G}$ où $\mathfrak{J}_s$ désigne le s-ième puissance de l'idéal d'augmentation $\mathfrak{J}$ de l'anneau de groupe $C[\pi_1(P^l(C)-S)]$ (Théorème 2). En particulier on aura *la dualité de* $\hat{\mathfrak{E}}(\mathfrak{G})$ *et la cohomologie à* 0 *dimension des intégrales itérées de K. T. Chen* (voir aussi [4]).

§ 1. Soit H un hyperplan disjoint de x_0 de sorte que l'espace $X=P^l(C)-\{x_0\}$ soit un espace fibré en droite dont la base est H et la fibre est une droite L passant par x_0. On note par w la coordonnée affine de L telle que $w=\infty$ corresponde à x_0. On note par a_i $(1\leqq i\leqq m)$ les points d'intersection $L\cap S$. Soit S la réunion des hypersurfaces irréductibles S_j $(1\leqq j\leqq r)$. On désigne par $\tilde{S}$ le sous-ensemble du produit $\hat{S}=S_1\times S_2\times \cdots \times S_r$ composés des points $(p_1, p_2, \cdots, p_r)$ où $p_j\in S_j$ tels que les points $p_1, p_2, \cdots, p_r$ et x_0 soient sur la même droite. L'espace $\tilde{S}$ est un revêtement ramifié de H. On désigne par ρ la projection naturelle de $\tilde{S}$ sur H et par T le sous-ensemble analytique de points ramifiés de H relativement à ρ. On note par $\tilde{T}$ l'image réciproque $\rho^{-1}(T)$ dans $\tilde{S}$ et par $\tilde{X}$ l'espace fibré en droite induit par ρ tel que le diagramme suivant soit commutatif:

$$\begin{array}{ccc} \tilde{X} & \longrightarrow & X \\ \downarrow{\scriptstyle \tilde{\pi}} & & \downarrow{\scriptstyle \pi} \\ \tilde{S} & \underset{\rho}{\longrightarrow} & H. \end{array}$$

Comme dans [2] on considère sur chaque fibre L l'équation linéaire ordinaire par rapport à Y

$$\frac{dY}{dw} = Y \cdot \sum_{i=1}^{m} \frac{U_i}{w-a_i} \tag{1.1}$$

où U_i $(1 \leqq i \leqq m)$ et Y désignent des matrices complexes quelconques d'ordre n dépendant du point z de $\tilde{S}$ telles que $\sum_{i=1}^{m} U_i = 0$. Comme bien connu il existe une solution fondamentale unique $Y(w, z)$ de (1.1) satisfaisant aux conditions suivantes:

i) $Y(\infty, z) = 1$

et

(1.2) ii) $Y(w, z) = (w-a_i)^{W'_i} \cdot (w-a_i)^{M_i} \cdot \overline{Y}_i(w, z)$

pourvu que w soit dans un voisinage de a_i pour $z \in \tilde{S} - \tilde{T}$, où *toutes les parties réelles de valeurs caractéristiques de* W'_i *sont supérieures ou égales à* 0 *et inférieures à* 1 *et que* $(w-a_i)^{M_i}$ *sont fonctions uniformes* (voir [7]). On conviendra de dire le système des matrices $(W'_1, W'_2, \cdots, W'_m; M_1, M_2, \cdots, M_m)$ "*données de Fuchs sur* L".

Supposons que *les données de Fuchs ne dépendent pas du choix de* L. Alors on a

LEMME 1 (*Equation de Schlesinger et Lappo-Danilevski*)[1].

$$dU_i = -\sum_{j \neq i} \frac{d(a_i - a_j)}{a_i - a_j} \cdot [U_i, U_j] \tag{1.3}$$

dans $\tilde{S}$.

DÉMONSTRATION. $\overline{Y}_i(w, z)$ est holomorphe par rapport à $z \in \tilde{S}$ dans un voisinage d'un point $z^{(0)}$ en dehors de $\tilde{T}$ (voir [2] Théorème 1, p. 353). Vu (1.2) la forme ϖ sur $\tilde{S}$:

$$\varpi = Y(w, z)^{-1} \cdot d_z Y(w, z) + \sum_{i=1}^{m} \frac{U_i(z)}{w-a_i} \cdot da_i$$

1) M. Sato, T. Miwa et M. Jimbo ont récemment montré que les solutions de (1.3) s'expriment au moyen de S-matrices dans la théorie quantique holonomique du modèle d'Ising.

est holomorphe en w. Comme $Y(\infty, z)=1$, ϖ s'annule, par suite $Y^{-1}\cdot d_z Y$ est égale à $-\sum_{i=1}^{m}(U_i(z)/(w-a_i))\cdot da_i$, autrement dit

$$Y(w, z)^{-1}\cdot dY(w, z)=\sum_{i=1}^{m}\frac{U_i(z)}{w-a_i}\cdot d(w-a_i). \tag{1.4}$$

La condition d'intégrabilité de celle-ci entraine (1.3). C.Q.F.D.

Il semble inconnu à l'auteur si (1.3) fait invariantes ou non les données de Fuchs dans toute la généralités (voir [2]).

On note par ω la forme du second membre de (1.4) satisfaisant à (1.3) qui définit "connexion de Gauss-Manin" Γ_ω dans le sens de [6]. Le suivant est connu et découle simplement d'un résultat dans [6].

PROPOSITION 1. *Pour que la solution Y de* (1.4) *satisfaisant à* (1.2) *soit analytique sur $P^1(C)$ et de classe de Nilsson (de croissance modérée) en S, il faut et il suffit que toutes les U_i soient méromorphes sur $\tilde{S}$ et holomorphes sur $\tilde{S}-\tilde{T}$ et que la somme $U_{j_1}+\cdots+U_{j_p}$ soit holomorphe en $\tilde{T}$ pourvu que les branches $a_{j_1}, \cdots, a_{j_p}$ y coïncident.*

DÉMONSTRATION. Si Y est de classe de Nilsson en S, alors $Y^{-1}\cdot dY$ aussi l'est. U_i est donc méromorphe sur $\tilde{S}$ et holomorphe sur $\tilde{S}-\tilde{T}$. Si les branches $a_{j_1}, \cdots, a_{j_p}$ coïncident en un point τ de $\tilde{T}$, alors $U_{j_1}+\cdots+U_{j_p}$ est le résidu de $\omega|_{\pi^{-1}(\tau)}$ en $\pi^{-1}(\tau)\cap S$ qui est holomorphe en τ. Il suffit donc de démontrer la suffisance. La connexion Γ_ω donne une monodromie, à-savoir une représentation χ du groupe fondamental à point base x_0 $\pi_1(P^1(C)-S)$ dans $GL(n, C)$. Soit χ^* la représentation contragrediente de χ. Alors d'après le théorème d'existence dû à P. Deligne [6] il existe une fonction matricielle $Y^*(w, z)$ de classe de Nilsson dont les supports singuliers sont contenus dans S et qui donne la monodromie χ^*. La matrice $Z=Y^{-1}\cdot Y^*$ est uniforme dans $P^1(C)-S$. Or celle-ci est de classe de Nilsson en $S-T$ et donc y méromorphe. Par suite en vertu d'un théorème d'Hartogs Z est de classe de Nilsson en S. Il vient que $Y=Y^*\cdot Z^{-1}$ y est de classe de Nilsson. C.Q.F.D.

REMARQUE 1. Une forme scalaire $\theta=\sum_{i=1}^{m}u_i(z)\cdot d(w-a_i)/(w-a_i)$, où $u_i(z)$ est méromorphe sur $\tilde{S}$ et holomorphe sur $\tilde{S}-\tilde{T}$ telle que la somme $u_{j_1}+\cdots+u_{j_p}$ soit holomorphe en $\tilde{T}$ si les branches $a_{j_1}, \cdots, a_{j_p}$ y coïncident, est dite "*génériquement de poles logarithmiques*". Cette notion est dû à K. Saito [10].

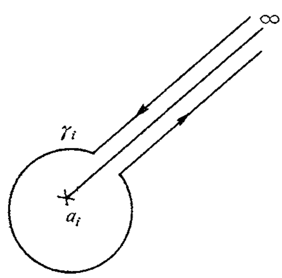
On proposera le "*Problème de Riemann-Hilbert dans le sens réstreint*" comme suit: *Est-ce-qu'il existe une connexion de Gauss-Mannin Γ_ω satisfaisant à la condition de la proposition* 1 *et donnant une monodromie donnée*? Cette formation est une analogue de celle de J. Plemelj dans le cas d'une dimension.[2]

§2. Existence de monodromie dans le cas unipotent.

Soit χ une représentation du groupe $\pi_1(P^l(C)-S, x_0)$ dans $GL(n, C)$. Soit γ_i un lacet dans L reliant le point base x_0 et a_i et faisant un tour de a_i dans le sens des aiguilles d'une montre. On note par V_i la monodromie $\chi(\gamma_i)$ y correspondante de sorte que

$$V_1 \cdot V_2 \cdots V_m = 1. \tag{1.5}$$

Supposons maintenant que $\chi(\pi_1(P^l(C)-S, x_0))$ soit contenu dans un sous-groupe unipotent maximal $\mathfrak{U}(n)$ de $GL(n, \boldsymbol{C})$. On désigne par $\mathfrak{u}(n)$ l'algèbre de Lie correspondante de $\mathfrak{U}(n)$, canoniquement graduée de sorte que $\mathfrak{u}(n) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathfrak{u}_i$, $[\mathfrak{u}_i, \mathfrak{u}_j] \subset \mathfrak{u}_{i+j}$ avec $\mathfrak{u}_k = 0$, $k \geqq n$. Dans cette situation on a



THÉORÈME 1. *Il existe uniquement une forme fermée ω holomorphe dans $P^l(\boldsymbol{C})-S$ et de poles logarithmiques en S dont les résidus U_i sont tous dans $\mathfrak{u}(n)$ telles que la solution fondamentale Y de* (1.4) *satifaisant à* $Y(x_0)=1$ *donne la monodromie donnée $V_1, V_2, \cdots, V_m$.*

DÉMONSTRATION. Le problème de Riemann-Hilbert est résolu dans chaque droite dans le sens suivant: *Sur L ils existent uniquement m matrices $U_1, U_2, \cdots, U_m$ dans* $\mathfrak{u}(n)$ *satisfaisant à* $\sum_{i=1}^{m} U_i = 0$ *telles que la solution fondamentale Y de* (1.1) *satisfaisant à* $Y(\infty, z)=1$ *donne la monodromie donnée χ dans L* (voir [9]). Car $\mathfrak{u}(n)$ est nilpotent, toutes M_i s'annulent. De plus $U_1, U_2, \cdots, U_m$ dépendent holo-

---

[2] Prof. M. Kita a récemment résidu une version locale de ce problème dans le cas de dimension 2.

morphiquement de z pourvu que $z\in\tilde{S}-\tilde{T}$, car elles sont uniquement déterminées (Théorème de Remmert, voir [2]). On considère (1.3) dans un voisinage d'un point de T. Imaginons une courbe analytique passant par un point p de T paramétrisées par $t\in \boldsymbol{C}$ ($|t|<\delta, \delta>0$) où p correspond à l'origine $t=0$. Alors on a

$$\frac{d(a_i-a_j)}{a_i-a_j}=\left(\frac{m_{ij}}{t}+a_{ij}^{(0)}+a_{ij}^{(1)}t+\cdots\right)dt \tag{2.1}$$

où m_{ij} désignent des entiers. On pose $U_i=\sum_{k=1}^{n-1}U_{i,k}$, $U_{i,k}\in\mathfrak{u}_k$. Dans cette situation (1.3) sont réduites aux équations linéaires et résolues successivement:

$$\begin{cases} dU_{i,1}=0, \\ dU_{i,k}=-\sum\limits_{\substack{j\neq i\\ k=\alpha+\beta}}\dfrac{d(a_i-a_j)}{a_i-a_j}\cdot[U_{i,\alpha},U_{j,\beta}] \end{cases} \tag{2.2}$$

d'où il vient que

$$|U_{i,k}|<\mathrm{Cte.}\underbrace{\log\cdots\log}_{(k-1)}(1/|t|)+\mathrm{Cte.} \tag{2.3}$$

D'autre part d'après Zariski-Van Kampen $V_1, V_2, \cdots, V_m$ satisfont aux relations fondamentales correspondantes aux points de T:

$$R_\kappa(V_1, V_2, \cdots, V_m)=1 \qquad (1\leqq\kappa\leqq h) \tag{2.4}$$

de sorte que $U_1, U_2, \cdots, U_m$ soient uniformes sur $\tilde{S}-\tilde{T}$. En vue de (2.3) elles sont donc holomorphes en p. On a démontré qu'elles sont holomorphes sur $\tilde{S}$, à-savoir la forme ω est fermée et de poles logarithmiques en S.

REMARQUE 3. Ce théorème peut être aussi démontré moyennant le théorème d'extension d'un fibré vectoriel holomorphe et localement euclidien sur $P^l(\boldsymbol{C})-S$, qui est de singularités régulières en S. En effet soit σ: $(X^*, S^*)\rightarrow(P^l(\boldsymbol{C}), S)$ une résolution d'Hironaka telle que S^* soit à croisements normaux dans X^*, X^* étant une variété rationnelle. Soit E_χ^* le fibré vectoriel holomorphe sur X^* de singularités régulières en S^* qui est l'extension dusy stème local E_χ sur $P^l(\boldsymbol{C})-S$ défini par χ, de sorte que le groupe de structure soit $\mathfrak{U}(n)$. D'autre part $H^1(X^*, \mathfrak{O})$ s'-annule, $\mathfrak{O}$ étant le faisceau des germes de fonctions holomorphes. Par conseqent E_χ^* est trivial. Il existe une section holomorphe Y de E_χ^* sur X^* de sorte que la forme matricielle $\omega=Y^{-1}\cdot dY$ soit fermée et de poles logarithmiques en S^*. Elle est donc bien définie sur $P^l(\boldsymbol{C})$ et de poles logarithmiques en S. C.Q.F.D.

On note par $\Omega^p(P^l(\boldsymbol{C}), \log S)$ l'espace de p-formes sur $P^l(\boldsymbol{C})$ de poles logarithmiques en S. Cettes formes-ci sont fermées. Soit $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_q$ une base de $\Omega^1(P^l(\boldsymbol{C}), \log S)$. Alors la forme ω du Théorème 1 s'écrit comme $\omega = \sum_{i=1}^{q} A_i \omega_i$ où chaque A_i est égale à une certaine U_k. D'après H. Poincaré et Lappo-Danilevski on dira que les intégrales itérées dans le sens de K. T. Chen (voir [3])

$$\int_{x_0}^{x} \omega_{j_1}\omega_{j_2} \cdots \omega_{j_\nu} = \int_{x_0}^{x} \omega_{j_1} \int_{x_0}^{x} \omega_{j_2} \cdots \int_{x_0}^{x} \omega_{j_\nu} \tag{2.6}$$

"*fonctions hyperlogarithmiques d'ordre* ν" qui sont bien définies sur l'espace de chemin débutant du point base dans M, $\Omega(M, x_0)$.

COROLLAIRE 1. *Une fonction matricielle Y d'ordre n et de classe de Nilsson (de croissance modérée) en S dont la monodromie est unipotente uniquement s'écrit comme*

$$Y(x) = \sum_{\nu=0}^{n} Z_{j_1 j_2 \cdots j_\nu}(x) \cdot \int_{x_0}^{x} \omega_{j_1}\omega_{j_2} \cdots \omega_{j_\nu} \tag{2.7}$$

où $Z_{j_1, j_2, \ldots, j_\nu}$ désignent fonctions matricielles et rationnelles sur $P^l(\boldsymbol{C})$ dont les supports polaires sont contenus dans S.

COROLLAIRE 2. *Chaque V_j s'écrit comme polynômes de $U_1, U_2, \cdots, U_m$:*

$$V_j = \sum_{\nu=0}^{n} U_{j_1} \cdot U_{j_2} \cdots U_{j_\nu} \cdot h_{j_1 \cdots j_\nu, j} \tag{2.8}$$

où $h_{j_1 \cdots j_\nu, j}$ $(h_{j_1, j} = 2\pi\sqrt{-1})$ désigne l'intégrale itérée $\oint_{\gamma_j} \omega_{j_1} \cdots \omega_{j_\nu}$. Inversement U_j aussi s'écrit comme polynômes de $(V_1 - 1), (V_2 - 1), \cdots, (V_m - 1)$:

$$U_j = \sum_{\nu=1}^{n} (V_1 - 1)(V_2 - 1) \cdots (V_m - 1) h'_{j_1 \cdots j_\nu, j} \tag{2.9}$$

pour certains nombres $h'_{j_1 \cdots j_\nu, j} \in \boldsymbol{C}$.

§3. Application d'une formule de K. T. Chen.

Soient $M^{(\nu)} = ((m_{ij}^{(\nu)}))$ $(1 \leqq \nu \leqq p)$ le système des matrices résiduelles d'ordre m de la forme de poles logarithmiques $d(a_i - a_j)/(a_i - a_j)$ $(1 \leqq i, j \leqq m)$ en $\tilde{T}$. On note par $\mathfrak{G}$ l'algèbre de Lie engendrée des mots $u_1, u_2, \cdots, u_m$ liés par les relations fondamentales:

$$\sum_{j=1}^{m} m_{ij}^{(\nu)} [u_i, u_j] = 0, \quad 1 \leqq \nu \leqq p, \ 1 \leqq i \leqq m \qquad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{m} u_i = 0, \tag{3.1}$$

où $u_i = u_j$ si a_i et a_j définissent la même composante irréductible de S, et la dira "algèbre d'holonomie" (voir [1] et [3]). On note par $\mathfrak{F}$ l'algèbre de Lie libre de générateurs $u_1, u_2, \cdots, u_m$ de sorte que $\mathfrak{G}$ soit le quotient de $\mathfrak{F}$ par l'idéal $\mathcal{R}$ de $\mathfrak{F}$ engendré par (3.1). $\mathfrak{F}$ est une algèbre de Lie graduée:

$$\mathfrak{F}=\sum_{s=1}^{\infty}\oplus\mathfrak{F}_s \tag{3.2}$$

où $\mathfrak{F}_1$ est l'espace vectoriel de base $u_1, u_2, \cdots, u_m$ et $\mathfrak{F}_s$ est défini par $[\mathfrak{F}_{s-1}, \mathfrak{F}_1]$. $\mathcal{R}$ étant un idéal homogène, $\mathfrak{G}$ est aussi graduée:

$$\mathfrak{G}=\sum_{s=1}^{\infty}\oplus\mathfrak{G}_s \tag{3.3}$$

où $\mathfrak{G}_s\cong\mathfrak{F}_s/\mathfrak{F}_s\cap\mathcal{R}$. L'algèbre enveloppante $\mathfrak{E}(\mathfrak{G})$ de $\mathfrak{G}$ est une algèbre associative canoniquement graduée:

$$\mathfrak{E}(\mathfrak{G})=\sum_{s=0}^{\infty}\oplus\mathfrak{E}_s(\mathfrak{G}) \tag{3.4}$$

où $\mathfrak{E}_1(\mathfrak{G})$ est isomorphe à $\mathfrak{G}_1$. On a alors

THÉORÈME 2. $C[\pi_1(P^l(C)-S)]/\mathfrak{J}_{s+1}\cong\mathfrak{E}(\mathfrak{G})/\sum_{t=s+1}^{\infty}\oplus\mathfrak{E}_t(\mathfrak{G})$.

DÉMONSTRATION. L'algèbre associative finie $C[\pi_1(P^l(C)-S)]/\mathfrak{J}_{s+1}$ est isomorphe à une algèbre de matrices triangulaires supérieures sur C moyennant la représentation régulière à gauche. Par suite d'après Théorème 1 et son Corollaire 2 elle est isomorphe au second membre par (2.8) et (2.9).

COROLLAIRE. *La limite inductive* $\lim C[\pi_1(P^l(C)-S)]/\mathfrak{J}_{s+1}$ *est isomorphe au completé* $\hat{\mathfrak{E}}(\mathfrak{G})$ *de* $\mathfrak{E}(\mathfrak{G})$,

Soit $\mathfrak{A}(s)$ le complexe de Chen engendré par des intégrales itérées de type $\oint_{x_0}\varphi_1\varphi_2\cdots\varphi_\nu$, $\varphi_j\in\Omega^{p_j}(P^l(C), \log S)$ et $\sum_{j=1}^{\nu}p_j=s$, muni de la dérivée extérieure

$$d\oint_{x_0}\varphi_1\varphi_2\cdots\varphi_\nu=-\sum_{\sigma=1}^{\nu-1}\pm\oint_{x_0}\varphi_1\cdots(\varphi_\sigma\wedge\varphi_{\sigma+1})\cdots\varphi_\nu \tag{3.5}$$

(Remarque que φ_j sont toutes fermées). Alors $d\mathfrak{A}(s)\subset\mathfrak{A}(s)$. On définit $\mathfrak{A}=\sum_{s=0}^{\infty}\oplus\mathfrak{A}(s)$. Alors d'après [4] on a l'isomorphisme

$$H^0\Big(\sum_{\nu=0}^{s}\mathfrak{A}(\nu)\Big)=\mathrm{Hom}\,(C[\pi_1(P^l(C)-S)]/\mathfrak{J}_{s+1}, C). \tag{3.6}$$

En vue de Théorème 2 on a

THÉORÈME 2'. $$H^0(\mathfrak{A}(s))=\mathrm{Hom}_C\,(\mathfrak{E}_s(\mathfrak{G}), C)$$

et

$$H^0(\mathfrak{A})=\mathrm{Hom}_C\,(\hat{\mathfrak{E}}(\mathfrak{G}), C).$$

Une correction à l'article précédent.

Théorème 1, p. 353 dans [2] n'est pas exact. Ceci devoit être exprimé à la manière plus faibre comme suit: *Dans un petit voisinage d'un point quelconque* $z^{(0)}$ *de* $\tilde{S}-\tilde{T}$ *et des données initiales* $U^{(0)}$ *de* $\bigcup_{i,\nu} \mathfrak{V}'_{i,\nu} \cup \mathfrak{V}'$ *toutes les solutions du système* (1.1) *s'exprime comme les intégrales* $W'_i=\mathrm{Cte}$ *et* $M_i=\mathrm{Cte}$.

Bibliographies

[1] Aomoto, K., Sur la forme de connexion euclidienne du type régulier, Proc. Japan Acad. **46**, (1970), 660-662.
[2] Aomoto, K., Une remarque sur la solution des équations de Schlesinger et Lappo-Danilevski, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sec. IA **17** (1970), 341-354.
[3] Chen, K. T., Iterated integrals of differential forms and loop space homology, Ann. of Math. **97** (1973), 217-246.
[4] Chen, K. T., Iterated integrals, Fundamental groups and covering spaces, Trans. Amer. Math. Soc. **206** (1975), 83-98.
[5] Chen, K. T., Solvability on manifolds by quadratures permitting only integrals, Bull. Amer. Math. Soc. **80** (1974), 1210-1212.
[6] Deligne, P., Equations différentielles à points singuliers réguliers, Lecture Notes in Math., 163, Springer.
[7] Gantmacher, F. R., The Theory of Matrices II, 1959, Interscience, 1966.
[8] Iitaka, S., Logarithmic forms of algebraic varieties, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sec. IA **23** (1976), 525-544.
[9] Lappo-Danilevski, Les applications des fonctions des matrices à la théorie des équations différentielles linéaires et ordinaire, Chelsea, 1957.
[10] Saito, K., On the uniformization of complements of discriminant loci, preprint, 1975.
[11] Sullivan, D., Infinitesimal computation in topology, preprint.

(Reçu le 14 janvier 1977)

Département de Mathématiques
Collège de Education Générale
Université de Tokyo
Komaba, Tokyo
153 Japon

Adresse actuelle

Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Nagoya
Nagoya
464 Japon