

東京大学 大学院新領域創成科学研究科

基盤科学研究系

先端エネルギー工学専攻

平成24年度

修士論文

電離衝撃波に両極性電場を与える 電磁流体効果の数値解析

2012年7月提出

指導教員 藤田 和央 准教授

47106062 錦野 友太

記号一覧

ラテン記号

A_1, A_2, A_3, A_4, A_5	化学反応 <i>i</i> の平衡定数を求める際の定数
B_x, B_y, B_z	x, y, z 方向の磁束密度, T
C_{fast}	高速磁気音波速度, m/sec
$C_{Alfven'}$	アルフベン波速度, m/sec
C_{fi}	化学反応定数
c_s	数値流束評価時の特性波速度, m/sec
c_{vrots}	回転定積比熱, $J/(kg \cdot K)$
c_{vtrs}	並進定積比熱, $J/(kg \cdot K)$
c_{vs}	並進・回転定積比熱, $J/(kg \cdot K)$
$c_{1/2}$	数値流束評価時のセル界面における特性波速度, m/sec
D_s	拡散係数, m^2/sec
\vec{E}_a	両極性電場ベクトル, N/C
\vec{E}	電場ベクトル, N/C
$\vec{F}, \vec{G}, \vec{H}$	x, y, z 方向の対流流束ベクトル
$\vec{F}_{B,L}, \vec{F}_{B,R}$	数値流束の磁場生成項ベクトル
$\vec{F}_v, \vec{G}_v, \vec{H}_v$	x, y, z 方向の粘性流束ベクトル
$F_{v\rho e}, G_{v\rho e}, H_{v\rho e}$	エネルギー保存式における x, y, z 方向の粘性流束
$\vec{F}_{1/2}$	数値流束ベクトル
\vec{H}_n	セル界面に垂直な全エンタルピー・ベクトル
h_s	単位質量当たりにおける化学種 <i>s</i> のエンタルピー, J/kg
h_s^0	単位質量当たりにおける化学種 <i>s</i> の生成エンタルピー, J/kg
J	壁面反応速度, $mol/(m^2 \cdot sec)$

J_s	表面電流密度 , A/m
\vec{j}	電流密度 , A/m^2
K_{eq}	化学反応 <i>i</i> の平衡定数
k_b	ボルツマン定数
k_{f1s}	化学反応 <i>i</i> の順反応速度係数
k_{r1s}	化学反応 <i>i</i> の逆反応速度係数
k_w	壁面再結合速度 , m/sec
\bar{M}_L^+, \bar{M}_R^-	マッハ数内挿関数
M_L^+, M_R^-	マッハ数分離関数
M_s	化学種 <i>s</i> の分子量 , kg/mol
$M_{1/2}$	セル界面におけるマッハ数
N_a	アボガドロ数 , $1/mol$
n	プラズマ数密度 , $1/m^3$
P_L^+, P_R^-	圧力分離関数
\bar{P}_L, \bar{P}_R	数値流束の対流項ベクトル
p_s	化学種 <i>s</i> の圧力 , P_a
\vec{Q}	保存量ベクトル
q_t	並進・回転熱流束 , W/m^2
$ q $	電気素量 , $(=1.60219e-19) C$
\bar{R}^n	残差
\hat{R}_u	気体定数 , $(=8.31447) J/(mol \cdot K)$
R_i	化学反応 <i>i</i> の反応速度 , $mol/(m^3 \cdot sec)$
T	並進・回転温度 , K
T_{av}	有効温度 , K
t	時間 , sec
\vec{U}	速度ベクトル
u, v, w	x, y, z 方向速度 , m/sec
\bar{v}	<i>Maxwell</i> 分布中の全粒子の平均速度 , m/sec
\vec{W}	生成項ベクトル
\dot{W}_s	化学種 <i>s</i> の生成項
\hat{x}_s	化学種 <i>s</i> の質量モル濃度 , mol/kg
Y_s	化学種 <i>s</i> の質量分率 , %

ギリシャ記号

$\hat{\alpha}_s$	輸送係数パラメータ
β_c	化学種 s の特性時間緩和係数
$\vec{\Gamma}_s$	化学種 s の粒子束ベクトル
γ_s	化学種 s の質量モル濃度, mol/g
$\Delta_{sr}^{(1)}$	修正拡散衝突積分, $m \cdot sec$
$\Delta_{sr}^{(2)}$	修正粘性衝突積分, $m \cdot sec$
ε	誘電率, $C^2/(N \cdot m^2)$
ε_0	真空の誘電率, $(= 8.8542e-12)C^2/(N \cdot m^2)$
η_i	化学反応 i の化学反応定数
θ_i	化学反応 i の反応特性温度, K
κ_t	並進・回転熱伝導率, $W/(m \cdot K)$
μ	粘性係数, $kg/(m \cdot sec)$
μ_0	真空の透磁率, $(= 4\pi e-07)Wb/(A \cdot m)$
μ_{ms}	化学種 s の粒子移動度
ξ, η, ζ	x, y, z 方向メトリックス
π	円周率, $(= 3.14159265358979)$
$\pi\Omega_{sr}^{(1,1)}$	拡散衝突積分, \AA^2
$\pi\Omega_{sr}^{(2,2)}$	粘性衝突積分, \AA^2
ρ	流体密度, kg/m^3
ρ_s	化学種 s の密度, kg/m^3
σ	電気伝導度, $1/(\Omega \cdot m)$
$\bar{\sigma}$	衝突断面積, m^2
τ	粘性応力, N/m^2
τ_s	化学種 s に対する特性時間, sec
$\vec{\Phi}_L, \vec{\Phi}_R$	数値流束の保存項ベクトル
$\vec{\Phi}_{L,1/2}, \vec{\Phi}_{R,1/2}$	セル界面における数値流束の保存項ベクトル

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景	
1.2	研究目的	
1.3	論文構成	
第 2 章	数値計算法	9
2.1	支配方程式	9
2.1.1	MHD 方程式	
2.1.2	輸送係数モデル	
2.2	熱化学モデル	17
2.2.1	化学反応モデル	
2.3	電磁場方程式	20
2.3.1	磁場方程式の誘導	
2.3.2	両極性電場	
2.4	境界条件	26
2.4.1	保存量	
2.4.2	電磁場	
2.5	数値流束評価	32
2.5.1	AUSMPW+ scheme	
2.6	時間積分法	35
2.6.1	2 段階ルンゲ・クッタ時間陽解法	
2.6.2	Point Implicit Method	
第 3 章	3次元 MHD 衝撃波管解析	40
3.1	検証計算	
3.1.1	計算条件	
3.1.2	計算結果, 及び考察	
3.2	MHD 効果比較	
3.2.1	計算条件	

3.2.2 計算結果

3.3 考察

第4章 結論 135

第5章 課題と展望 137

Appendix : 化学反応検証

参考文献

学会発表

謝辞

第 1 章 序論

1.1 研究背景

惑星間軌道から大気圏へ再突入するはやぶさのような小惑星サンプルリターンカプセル(fig.1.1) などの再突入速度はおよそ 12 [km/s] に達し, これら再突入体周りにおける流れ場は極超音速と呼ばれる速度域となる. 大気など一般的な流体中を飛行する物体は, その飛行速度が音速のおよそ 0.1 倍から圧縮性を持つようになり, 音速を超えると同時に飛行体の前方で生じた音波の包絡面により衝撃波が形成される. また, 形成される衝撃波強度は結果として飛行体の飛行速度に比例して強くなるため, 惑星大気などへ再突入するサンプルリターンカプセルなどの再突入体は再突入速度が極超音速となることから, その前方には非常に強い衝撃波が形成される. 衝撃波により圧縮された気体は, その圧縮性効果による圧縮昇温と, 圧縮された気体から放射される電磁波のエネルギーによって物体が加熱される輻射加熱量により卓越した空力加熱を受けることになる^[1] (fig.1.2). 気体を構成する化学種において生じる解離反応や電離反応といった化学反応は温度に依存する現象で, また, これらの反応はいずれも吸熱反応であることから空力加熱により気体温度が上昇すればするほど頻発して発生する. したがって, 気体温度が高くなる衝撃波の背後では解離反応や電離反応が頻発して起こっているため, 気体を構成している化学種分子は原子やイオンの状態となる. この解離反応によって気体分子から生じた原子は陽子と電子を同数ずつ持つ中性粒子であり電氣的には中性となっているため電磁力の影響を大きく受けることはないが, 電離反応によって生じたイオンや電子はそれぞれ+と-の電氣的性質を持つ荷電粒子であることから, 電磁力の影響を受ける. これらイオンや電子などの荷電粒子は個々で見ると電磁力を受ける粒子として振る舞うが, マクロに流れ場を見た時, 電

磁力を受ける流体のような振る舞いをすることから総称してプラズマ流体と呼ばれる。イオンや電子などのプラズマによって構成されるプラズマ流体は電磁力の影響を受けることにより中性粒子のみで構成された流体とは異なる特性を持ち、故にそれらとは異なる挙動を見せる。以上のことから、惑星大気へ再突入する飛行体の前方に生じた非常に強い衝撃波の背後における流れは、極超音速の電磁流体になっていると考えられる。惑星大気へ再突入するサンプルリターンカプセルなどの設計において最も重要となるのは再突入時の卓越した空力加熱から機体を防護する為のアブレータなどの熱防御システム (TPS : Thermal Protection System) の設計・開発である。最適な TPS の設計・開発を実現する為には高い精度で流れ場を予測し、再突入体表面における熱流束の評価をすることと同時に、衝撃波背後において生じる気体発光から受ける輻射加熱の評価を高い精度で行うことが必要となる。前者は主に数値流体力学解析 (CFD : Computational Fluid Dynamics analysis) を用いて行われるが、後者は CFD と並行して実験によるアプローチも必要となる。再突入時において物体前方に形成される衝撃波を地上で模擬する手法にはいくつかの方法があるが、極超音速で伝播する衝撃波自体を生成し、その特性を観察する必要がある場合には fig.1.3 のような 2 段式衝撃波管が用いられる。これは右から、圧縮タンク、圧縮管、高圧管、低圧管、観測部、及び真空タンクで構成されている。この装置による衝撃波生成プロセスは、まず、圧縮タンクで圧縮された空気を急開弁により一気に放出することにより自由ピストンを押し、自由ピストン前方の気体を等エントロピー的に圧縮する。圧縮された気体は最初の第 1 隔膜を破膜させ、その際、衝撃波が発生する。この衝撃波は高圧管内を走り、第 2 隔膜へ到達し、第 2 隔膜を破膜する。そして、その破膜により最終的におよそ 12 [km/s] の速度を持つ衝撃波を発生させることができる。この衝撃波が観測部を通過する際の衝撃波背後における気体発光などを計測することにより、様々な気体における衝撃波背後の輻射加熱を推定することができる。^[1] 衝撃波管では、再突入時の物体前方に発生する衝撃波を模擬しているため、衝撃波管内で生成された衝撃波の背後においても解離反応や電離反応、また、再結合反応といった実際の再突入時において物体前方に発生する衝撃波の背後と同様の現象が起こる。大気圏へ再突入する物体前方に生じている衝撃波の背後流れが電磁力の影響を受けるプラズマ流体となっていると考えられることから、衝撃波管内において生成された衝撃波の背後における流れもまた電磁力

の影響を受けるプラズマ流体になっていると考えられる。しかし、実際の再突入時において飛行体前方に発生する衝撃波周りの環境は自由流となっている (fig.1.4) のに対し、衝撃波管内部において生成された衝撃波周りの環境は衝撃波端に伝導体である管壁があり、実際の再突入時に物体前方で発生する衝撃波を厳密に模擬できているとは言えない。これは、良伝導体である管壁と電磁流体であるプラズマ流との間で渦状の電流が生じ (fig.1.5), その電流が誘起する自己誘導磁場から電磁力を受けたプラズマ流が実際の流れ場では生じない現象を含んでおり、それが実験値や中性流体として計算した結果に誤差として影響を及ぼしている可能性があるからである。具体的には、衝撃波背後において生成されたイオンと電子は大きな熱速度を持つ電子の方がイオンに比べて圧倒的に速く拡散し、このことから、衝撃波背後において生成された電子はイオンが静止していると見なせるほど速く管壁、衝撃波前方、及び衝撃波後方のプラズマバルクと呼ばれる中性プラズマ領域へ到達する。この時、電子とイオンの間には電氣的な引力が働いているのでイオンは拡散速度の速い電子に引っ張られ、その拡散速度は増加し、逆に電子は拡散速度の遅いイオンに引き戻され、その拡散速度は減少する。そして、イオンと電子は両者の間に働く電磁力が釣り合った状態を保ちながら等方的に拡散していく。これは両極性拡散と呼ばれ、この時、両者の間には両極性電場が生じる。この電場は拡散していくイオンと電子間に生じるものである為、等方的に存在するが衝撃波のすぐ背後において電離が起こることに加え衝撃波の後方へ拡散していくイオンや電子は再結合することから衝撃波前方への両極性拡散による両極性電場が衝撃波伝播に追従する形で顕著に現れる。また、管壁へ到達した電子は管壁内部へペネトレートし、管壁表面にシースと呼ばれるプラズマ構造を形成するため管壁表面における電氣的性質は負(-)になる一方で、熱速度の大きい電子の方が早く無くなる為、衝撃波の背後における電氣的性質はイオンが取り残され正(+)になる。管壁へ到達したイオンはすぐさま電子と再結合するが、シース効果はデバイ長の範囲にしか働かない為、管壁へ拡散してくる電子に対してクーロン (Coulomb) 障壁を作り、そのポテンシャルは単位時間当たりに管壁へ到達するイオンと電子の粒子数が等しくなるように変動する。^[2] これは、管壁表面に電荷が存在することを意味し、また、管壁内部に電流が流れることを暗に示唆している。以上をまとめると、衝撃波背後で生成されたイオンと電子は両極性拡散をしながら等方的に拡散していくが、衝撃波前方

への拡散が現象としては顕著に現れ、伝播する衝撃波を跨ぐように両極性電場を作りファラデー (*Faraday*) の法則から電場の時間変化に応じた電流とイオン、及び電子の熱拡散による電流が管内部、及び管壁を流れると考えられる。電流の流れる方向は、イオン、及び電子の熱拡散方向が衝撃波の伝播方向と同じであることと、電子の熱速度がイオンのそれと比較して圧倒的に速いことから衝撃波の伝播方向と逆方向に衝撃波を跨いで流れ、衝撃波前方へ拡散した電子は管壁と接触している部分で管壁へペネトレートし、瞬間的にシースを形成するが衝撃波の伝播に伴い衝撃波背後のイオンと再結合する。しかし、衝撃波背後の管壁近傍で生成された電子はクーロン障壁の働きにより管壁から斥力を受け管中心へ弾かれる。結果としてトーラス状の渦電流(fig.1.5)が衝撃波管において流れている可能性があり、またこれにより誘導磁場(fig.1.6)も誘起されている可能性がある。電磁流体现象やその効果についての研究はこれまでも行われてきているが、以上で述べたような電磁流体効果から衝撃波管内部において実際に電流が生じているかどうかはまだ確認されておらず、また、実際に電流が生じている場合、その電流が得られた実験値に対してどのような影響を与えるのかということについての研究は未だに進められていない。



fig.1.1 はやぶさカプセル ©JAXA

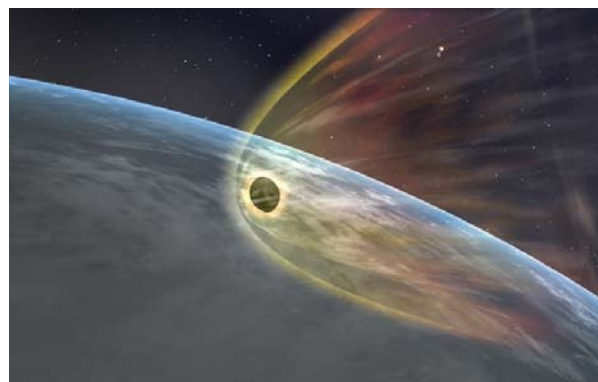


fig.1.2 はやぶさカプセルの空力加熱イメージ ©JAXA

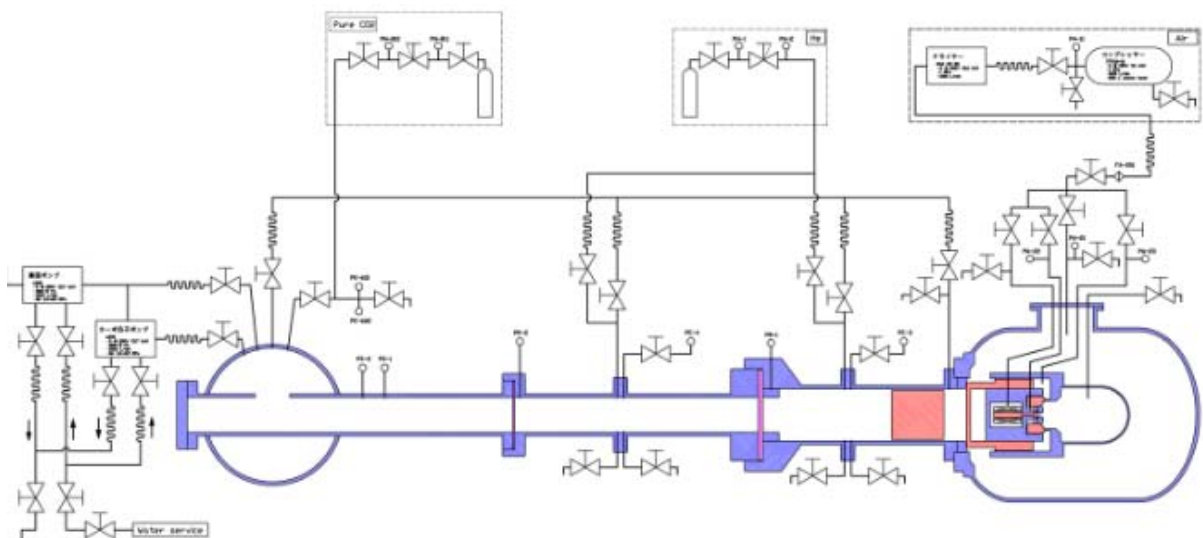


fig.1.3 2段式衝撃波管 ©JAXA

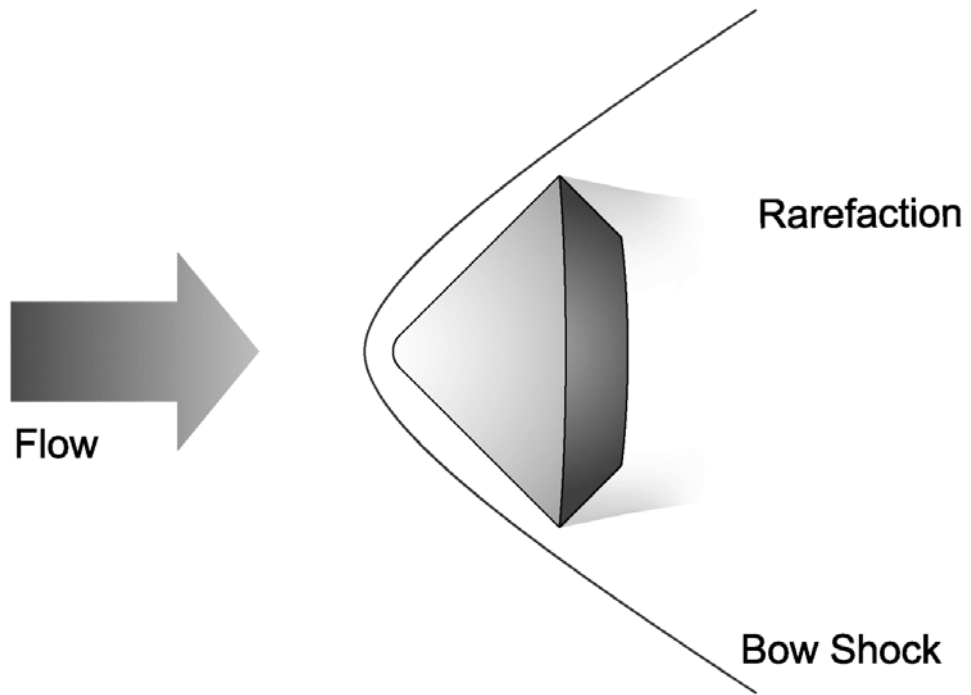


fig.1.4 再突入時の物体前方に生じる離脱衝撃波 イメージ

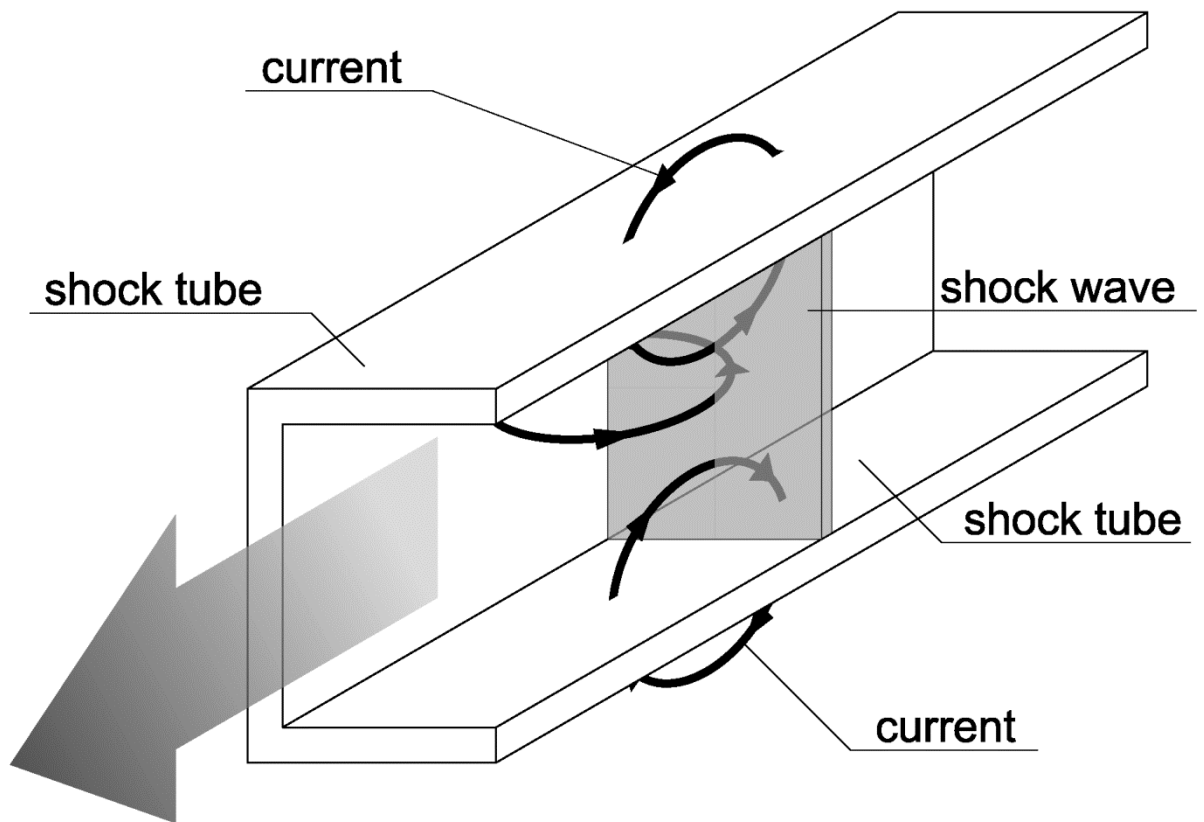


fig.1.5 衝撃波管内に生じる渦電流の3次元イメージ

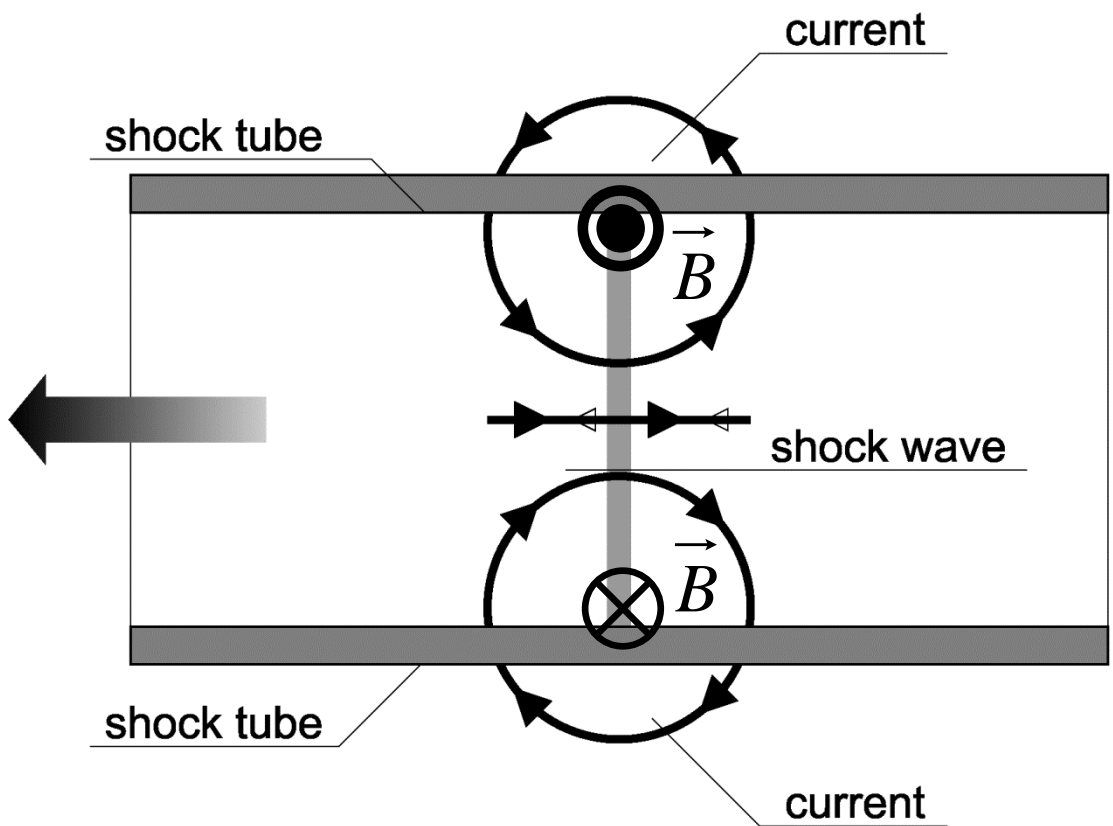


fig.1.6 渦電流が誘起する誘導磁場の2次元イメージ

1.2 研究目的

最終的な研究目標としては、電磁流体力学 (MHD : Magneto Hydro Dynamics) の観点から CFD を用いて衝撃波が誘起する管内の電流密度、及び誘導磁場の分布を明らかとし、衝撃波管実験と合わせてコードの妥当性を検証することにより、衝撃波管実験における電磁流体効果の影響を検証するための数値解析技術を確立し、管内の流れ場に対する電磁流体効果の影響を定量化することである。これにより、衝撃波管実験により得られたデータが含む電磁流体効果由来の誤差を評価することができ、誤差修正を施すことにより衝撃波管実験により得られたデータをより実際の再突入時におけるものへと近付けることが可能になると予想され、より適切な TPS の設計に貢献できると考えられる。

本研究では、衝撃波に伴い衝撃波を跨ぐように生じる両極性電場に着目し、両極性電場が衝撃波管実験に与える電磁流体効果を検証するための数値解析技術を数値電磁流体力学 (CMFD : Computational Magnetic Fluid Dynamics) を用いて開発し、誘起電流モデルを用いた場合の両極性電場による電磁流体効果を検証することにより、今後のコード開発において必要となる技術的課題を取得することを目的とする。

1.3 論文構成

まず、本章において本研究の背景とその目的を述べた。

第 2 章では、本研究において設定した仮定を述べた後、本計算で用いた数値計算法や輸送モデル並びに熱化学反応モデルなどを記述した後、電磁場、境界条件、及び時間積分法について触れる。

第 3 章では、検証計算による本計算コードの妥当性検証、及び計算条件の異なる衝撃波解析の計算結果とその考察を示す。

第 4 章で本計算から得られた知見と結論を述べる。

最後に、第 5 章で本研究から得られた課題と今後の展望を述べる。

第2章 数値計算法

第1章で述べたように、電離を伴う衝撃波の伝播は衝撃波管に渦状の電流構造を生じる可能性があり、これにより誘導磁場も誘起されていると考えられる(fig.1.6). 実際に渦状の電流が流れていると仮定した時、誘導磁場は衝撃波に対して何らかの影響を与えていると考えられる.

本研究において設定した仮定を以下へ示す.

1. 衝撃波管内において衝撃波背後で生成されたイオンと電子は両極性拡散している.
2. 管壁の厚さは無限に薄く、したがって管壁を流れる電流は管壁に沿った表面電流のみである.
3. 管壁は、完全伝導壁である.
4. 内部エネルギーモードは考慮せず、並進温度のみを用いた1温度モデルを用いる.
5. プラズマは準中性である.
6. 電流は電場の時間変化でのみ生じる.

2.1 支配方程式

本研究で用いた3次元圧縮性電磁流体 *Navier-Stokes* 方程式を微分形表示したものを以下に示す. [3]

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\vec{F} - \vec{F}_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\vec{G} - \vec{G}_v)}{\partial y} + \frac{\partial(\vec{H} - \vec{H}_v)}{\partial z} = \vec{W} \quad (2.1)$$

2.1.1 MHD 方程式

式 (2.1) において, \vec{Q} は保存量ベクトルを, \vec{F} , \vec{G} , \vec{H} は非粘性流束ベクトルを, \vec{F}_v , \vec{G}_v , \vec{H}_v は粘性流束ベクトルを, \mathbf{W} は生成項ベクトルをそれぞれ表している. それぞれのベクトルを以下へ示す. [3][4][5][6][7]

$$\vec{Q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, B_x, B_y, B_z, \rho_s, \rho e)^T \quad (2.2)$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \vec{B} \cdot \vec{B} / 2\mu_0 - B_x^2 / \mu_0 \\ \rho uv - B_x B_y / \mu_0 \\ \rho uw - B_x B_z / \mu_0 \\ 0 \\ u B_y - v B_x \\ u B_z - w B_x \\ \rho_s u \\ (\rho e + p + \vec{B} \cdot \vec{B} / 2\mu_0) u + (\vec{U} \cdot \vec{B} / \mu_0) B_x \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$\vec{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - B_x B_y / \mu_0 \\ \rho v^2 + p + \vec{B} \cdot \vec{B} / 2\mu_0 - B_y^2 / \mu_0 \\ \rho vw - B_y B_z / \mu_0 \\ v B_x - u B_y \\ 0 \\ v B_z - w B_y \\ \rho_s v \\ (\rho e + p + \vec{B} \cdot \vec{B} / 2\mu_0) v + (\vec{U} \cdot \vec{B} / \mu_0) B_y \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$\vec{H} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw - \mathbf{B}_x \mathbf{B}_z / \mu_0 \\ \rho vw - \mathbf{B}_y \mathbf{B}_z / \mu_0 \\ \rho w^2 + p + \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{B}} / 2\mu_0 - \mathbf{B}_z^2 / \mu_0 \\ w \mathbf{B}_x - u \mathbf{B}_z \\ w \mathbf{B}_y - v \mathbf{B}_z \\ 0 \\ \rho_s w \\ (\rho e + p + \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{B}} / 2\mu_0) w + (\vec{\mathbf{U}} \cdot \vec{\mathbf{B}} / \mu_0) \mathbf{B}_z \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$\vec{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_x}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_z}{\partial x} \right) \\ -\rho_s u_s \\ F_{v,\rho e} \end{pmatrix}, \quad \vec{G}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_x}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_y}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_z}{\partial y} \right) \\ -\rho_s v_s \\ G_{v,\rho e} \end{pmatrix}, \quad \vec{H}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_x}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_y}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_z}{\partial z} \right) \\ -\rho_s w_s \\ H_{v,\rho e} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$F_{v,\rho e} = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_{tx} - \sum_s \rho_s u_s h_s \quad (2.7)$$

$$G_{v,\rho e} = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_{ty} - \sum_s \rho_s v_s h_s \quad (2.8)$$

$$H_{v,\rho e} = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_{tz} - \sum_s \rho_s w_s h_s \quad (2.9)$$

$$\vec{W} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\left(\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_a}{\partial t} \times \vec{B}\right) \\ -\left(\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_a}{\partial t} \times \vec{B}\right) \\ -\left(\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_a}{\partial t} \times \vec{B}\right) \\ -\frac{1}{\mu_0} \left((\nabla \cdot \vec{B})u + \frac{\varepsilon_0}{\sigma} \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}_a}{\partial t} \right)_x \right) \\ -\frac{1}{\mu_0} \left((\nabla \cdot \vec{B})v + \frac{\varepsilon_0}{\sigma} \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}_a}{\partial t} \right)_y \right) \\ -\frac{1}{\mu_0} \left((\nabla \cdot \vec{B})w + \frac{\varepsilon_0}{\sigma} \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}_a}{\partial t} \right)_z \right) \\ \dot{W}_s \\ -\frac{1}{\mu_0} (\nabla \cdot \vec{B})(\vec{U} \cdot \vec{B}) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

粘性応力 τ は、ニュートン・ストークス (*Newton-Stokes*) の法則より以下のように与える。ここで、 τ の下付き添え字は、左が応力作用面を表し、右が応力作用方向を表す。

$$\begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

並進・回転熱流束 q_t は、フーリエ (*Fourier*) の法則より以下のように与える。

$$\begin{pmatrix} q_{tx} \\ q_{ty} \\ q_{tz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\kappa_t \frac{\partial T}{\partial x} \\ -\kappa_t \frac{\partial T}{\partial y} \\ -\kappa_t \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

また, 各化学種の拡散速度 u_s は, フィック (*Fick*) の法則より以下のように与える

$$\begin{pmatrix} \rho_s u_s \\ \rho_s v_s \\ \rho_s w_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho D_s \frac{\partial Y_s}{\partial x} \\ -\rho D_s \frac{\partial Y_s}{\partial y} \\ -\rho D_s \frac{\partial Y_s}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

ここで, Y_s は各化学種の質量分率を表しており, 以下のように与える

$$Y_s = \frac{\rho_s}{\rho} \quad (2.14)$$

並進・回転温度 T は, 以下に示す全エネルギー ρe の式から並進・回転温度 T について解くことにより取得する. 以下の式で用いた生成エンタルピー h_s^0 を table.2.1 へ示す.

$$\rho e = \sum_s \rho_s c_{vs} T + \sum_s \rho_s h_s^0 + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{2\mu_0} (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) \quad (2.15)$$

また, 化学種 s の並進・回転定積比熱 c_{vs} は, 並進定積比熱 c_{vtrs} と回転定積比熱 c_{vrots} の和により表され, 以下のようになる.

$$c_{vs} = c_{vtrs} + c_{vrots} \quad (2.16)$$

ここで, 並進定積比熱 c_{vtrs} は, 全化学種において一定となり, 以下で表される.

$$c_{vtrs} = \frac{3}{2} \frac{\hat{R}_u}{M_s} \quad (2.17)$$

また, 回転定積比熱 c_{vrots} については, 単原子分子では 0 となり, 2 原子分子では完全励起状態を仮定し,

$$c_{vrots} = \frac{\hat{R}_u}{M_s} \quad (2.18)$$

となる. 本研究では, A_r, A_r^+, H_e, e^- の 4 種を用いており, すべて単原子分子であることから回転定積比熱 c_{vrots} は 0 となる.

また, 圧力 p は状態方程式とドルトン (*Dalton*) の分圧法則より, 以下で与える.

$$p = \sum_s \rho_s \frac{\hat{R}_u}{M_s} T \quad (2.19)$$

単位質量当たりのエンタルピー h_s は, 以下で与える.

$$h_s = \left(c_{vs} + \frac{\hat{R}_u}{M_s} \right) T + h_s^0 \quad (2.20)$$

2.1.2 輸送係数モデル

式 (2.11), (2.12) で用いている粘性係数 μ , 並進・回転熱伝導係数 κ_t , は, *Chapman-Enskog* 理論における理論値に対して最も良い近似を与える *Gupta* と *Yos* により提唱された以下に示す近似式^[8]を用いることにより得る.

$$\mu = \frac{1}{N_a} \sum_s \frac{Y_s}{\sum_r \hat{x}_r \Delta_{sr}^{(2)}(T)} \quad (2.21)$$

$$\kappa_t = \frac{1}{N_a} \sum_s \left(\frac{5}{2} \frac{c_{vtrs}}{\sum_r \hat{\alpha}_{sr} \hat{x}_r \Delta_{sr}^{(2)}(T)} + \frac{c_{vrots}}{\sum_r \hat{x}_r \Delta_{sr}^{(1)}(T)} \right) Y_s \quad (2.22)$$

ここで,

$$\text{化学種 } s \text{ の質量モル濃度} : \hat{x}_s = \frac{Y_s}{M_s} \quad (2.23)$$

$$\text{パラメータ } \hat{\alpha}_s : \hat{\alpha}_s = 1 + \frac{(1 - M_s/M_r)(0.45 - 2.54 M_s/M_r)}{(1 + M_s/M_r)^2} \quad (2.24)$$

$$\text{修正拡散衝突積分 } \Delta_{sr}^{(1)} : \Delta_{sr}^{(1)} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2M_s M_r}{\pi \hat{R}_u T (M_s + M_r)}} \pi \hat{\Omega}_{sr}^{(1,1)} \quad (2.25)$$

$$\text{修正粘性衝突積分 } \Delta_{sr}^{(2)} : \Delta_{sr}^{(2)} = \frac{16}{5} \sqrt{\frac{2M_s M_r}{\pi \hat{R}_u T (M_s + M_r)}} \pi \hat{\Omega}_{sr}^{(2,2)} \quad (2.26)$$

式 (2.25), (2.26) に現れる拡散衝突積分 $\pi \hat{\Omega}_{sr}^{(1,1)}$, 及び粘性衝突積分 $\pi \hat{\Omega}_{sr}^{(2,2)}$ は温度の変数であることから, 各温度間において定数とし, その値を table.2.2 へ示す. ^{[9][10]}

また, 各化学種 s における拡散係数 D_s は, 以下のように与える.

$$D_s = \frac{\hat{x}_{sum}^2 M_s (1 - Y_s)}{\sum_r (\hat{x}_r / D_{sr})} \quad (2.27)$$

$$\hat{x}_{sum} = \sum_s \hat{x}_s \quad (2.28)$$

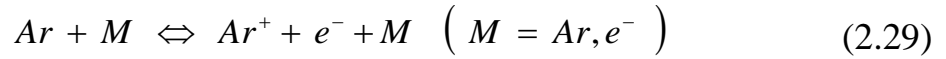
$$D_{sr} = \frac{k_b T}{p \Delta_{sr}^{(1)}} \quad (2.29)$$

2.2 熱化学モデル

本研究では両極性電場が流れ場に及ぼす影響に着目しているため、用いる化学種は Ar , Ar^+ , H_e , e^- の4化学種を用い、 H_e を駆動気体、比較的電離し易い Ar を作動気体とした。以下に化学反応モデルを示す。[11][12][13][14][15][16]

2.2.1 化学反応モデル

本研究で用いた反応モデルは、単純に Ar の電離反応のみで、以下に示す3化学種 (Ar, Ar^+, e^-)、1反応を仮定する。



ここで、 M は化学種の第3体を表している。

また、反応過程 i における反応速度 R_i は、以下のようなになる。

$$R_1 = \sum_M \left(k_{f,1,s} \frac{\rho_{Ar}}{M_{sAr}} \frac{\rho_M}{M_{sM}} - k_{r,1,s} \frac{\rho_{Ar^+}}{M_{sAr^+}} \frac{\rho_{e^-}}{M_{se^-}} \frac{\rho_M}{M_{sM}} \right) \quad (2.30)$$

したがって、式(2.30)の反応速度 R_1 より、各化学種の生成項 \dot{W}_s は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \dot{W}_{Ar} &= -(R_1) M_{sAr} \\ \dot{W}_{Ar^+} &= (R_1) M_{sAr^+} \\ \dot{W}_{e^-} &= (R_1) M_{se^-} \end{aligned} \quad (2.31)$$

本研究では、電子の拡散がイオンと比較し非常に大きいことから、イオンの空間分布が決まれば電子の空間分布が一意的に決まるとし、電子密度についての運動方程式は解かず、次節で述べるようにイオンの空間分布から一意的に両極性電場を決定し、その両極性電場から電子密度分布を求めている。

また、順反応速度係数 $k_{f,i}$ 、及び逆反応速度係数 $k_{r,i}$ は、アレニウス (*Arrhenius*) の式を用いて、以下のように与えられる。

$$k_{f,i}(T_{av}) = C_{f,i} T_{av}^{\eta_i} \exp\left(-\frac{\theta_i}{T_{av}}\right) \quad (2.32)$$

$$k_{r,i}(T_{av}) = \frac{k_{f,i}(T_{av})}{K_{eq}(T_{av})} \quad (2.33)$$

なお、本研究で用いた $C_{f,i}$ 、 η_i 、 θ_i は、table.2.3 へ示す。

また、式 (2.33) で用いた平衡定数 $K_{eq}(T_{av})$ は、曲線近似法による *Park* のモデル関数を用いて、以下のように与える。

$$K_{eq}(T_{av}) = \exp\left[A_1 Z + A_2 + 13.8155 + A_3 \ln\left(\frac{1}{Z}\right) + \frac{A_4}{Z} + \frac{A_5}{Z^2}\right] \quad (2.34)$$

$$Z = \frac{T_{av}}{1.0E+04} \quad (2.35)$$

ここで、有効温度 T_{av} は本研究で考慮している反応が電離反応であることから本来なら *Park* の2温度モデルを用いるという前提で振動温度 T_v を用いるが、本研究では反応過程に着目しておらず電磁場に焦点を当てていることから内部モードを無視しているので並進温度 T を用いる。

$$T_{av} = T \quad (2.36)$$

また, 式 (2.34) で用いた平衡定数係数 A_i ($i=1,2,3,4,5$) は, NASA の CEA コードを用いて求めた 2000 [K], 4000 [K], 6000 [K], 8000 [K], 10000 [K] の各温度における各化学種のコル分率を以下に示す平衡関係式に代入し, 式 (2.34) を連立方程式として解くことで数值的に求めた.

$$\frac{\gamma_{Ar^+} \gamma_{e^-}}{\gamma_{Ar}} = \frac{K_{eq}(T_{av})}{\rho} \quad (2.37)$$

2.3 電磁場方程式

本研究では、磁束密度 \vec{B} を保存量として含んだ形で保存式を解くことのできる MHD 方程式を用いて解析を行った為、流れ場と磁場を同時に解くことができ、また流れ場に対する磁場の影響を方程式が含んでいる為、電磁流体としての挙動を捉えることができる。以下に本研究で用いた電磁場に関する方程式の導出過程を示す

2.3.1 磁場方程式の誘導

本研究で用いた MHD 方程式は磁束密度 \vec{B} を保存量として含む為、磁束密度 \vec{B} の時間微分と空間微分で表す必要がある。本研究では、以下に示す 4 方程式を用いて磁束密度 \vec{B} に関する保存式を導出した。^[17]

オームの法則 (*Ohm's Law*)

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.38)$$

アンペール・マクスウェルの法則 (*Ampere-Maxwell's Law*)

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.39)$$

ファラデーの法則 (*Faraday's Law*)

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.40)$$

磁荷不在の法則 (*Magnetic fields conservation*)

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.41)$$

以下に導出の手順を示す.

〈手順1〉: 式 (2.39) を電流密度 \vec{j} について解き, 式 (2.38) へ代入し, $\text{rot } \vec{B}$ について解く.

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0} \left(\nabla \times \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.42)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left(\nabla \times \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.43)$$

〈手順2〉: 式 (2.41) の両辺の rot をとり, ベクトル演算で展開する.

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla \times \left\{ \mu_0 \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \sigma \left\{ \nabla \times \vec{E} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \right\} + \varepsilon_0 \mu_0 \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{B}) - \Delta \vec{B} = \mu_0 \sigma \left\{ \nabla \times \vec{E} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \right\} + \varepsilon_0 \mu_0 \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.44)$$

ここで, 以下に示すベクトル演算公式を使用した.

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{x}) = \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{x}) - \nabla^2 \vec{x}$$

$$\nabla^2 = \Delta$$

〈手順3〉：式 (2.43) に式 (2.40), (2.41) を代入する.

$$-\Delta \vec{B} = \mu_0 \sigma \left\{ -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \right\} + \varepsilon_0 \mu_0 \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.45)$$

〈手順4〉：式 (2.44) を磁束密度 \vec{B} の時間微分項と空間微分項について解く.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) - \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \vec{B} &= \frac{\varepsilon_0}{\sigma} \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ (\vec{v} \vec{B} - \vec{B} \vec{v}) - \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \vec{B} \right\} &= -(\nabla \cdot \vec{B}) \vec{v} + \frac{\varepsilon_0}{\sigma} \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.46)$$

以上に示した磁束密度 \vec{B} に関する保存式 (2.44) の構成は, 左辺第 1 項が磁束密度時間微分項を, 第 2 項が磁束密度拡散項を, そして第 3 項が磁束密度粘性項を表しており, 右辺第 1 項が *8-Wave formulation* からの磁束保存修正項を, 第 2 項が電場の時間変化がもたらす磁束密度生成項を表している.

ここで, *8-Wave formulation* とは, 電磁流体固有の特性波に由来するもので, 1次元の MHD 衝撃波が実質的に持つ特性波は fig.2.1 に示すように, 1つのエントロピー波 (u), 2つのアルフベン (*Alfven*) 波 ($u \pm C_{Alfven}$), 2つの高速磁気音波 ($u \pm C_{fast}$), 及び 2つの低速磁気音波 ($u \pm C_{slow}$) の合計 7つであり考慮すべき保存量も x 方向の磁束密度を除く 7つであるのと同時に, 磁束密度 \vec{B} は式 (2.41) を満たす必要がある.

式 (2.41) は, x 方向のセル界面に垂直な方向に対して, セル界面を挟む磁束が等しくならなくてはならないということを示しており, これは, 磁荷不在の法則が“磁力線は途中で途切れない”ということを表している. 式 (2.41) は 1次元 MHD 衝撃波解析に対しては保証されているが, 2次元や3次元などの多次元解析になるともはや保証されない為, このままの方程式系を多次元解析に用いると磁束の保存を保つことが難しく, 磁束密度の評価において非物理的な解を算出してしまう. このことから, 多次元解析において磁束の保存を保つためには以下に示す磁束保存式を満足する必要がある.

$$\sum_{\text{faces}} \vec{B}_n \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.47)$$

この式は、各方向のセル界面に垂直な方向に対する各磁束の変化の和が0となることを示しており、多次元解析では全方向について磁束を評価する必要があるため、保存量には計算方向についての磁束密度を新たに加え、特性波には新たに”磁気流束発散波”を加えた8つの保存量と特性波を持つ方程式系を解く。この操作により多次元解析において磁荷不在の法則を満たすことができ、これを **MHD** 方程式へ実装した結果が式 (2.44) における右辺第1項となる。^{[18][19][20][21]}

2.3.2 両極性電場

両極性電場とは、両極性拡散により電子・イオン間に生じるもので、これは熱速度の大きな電子が先に拡散していき、取り残されていた熱速度の小さいイオンが電子に引っ張られ拡散が速くなり、逆に電子はイオンに引き戻され拡散が遅くなり、結果としてプラズマの電氣的性質が中性を保つように電子とイオンの拡散率がそれ自身調節されるように生じる。以下に本研究で用いた両極性電場の式と前節で述べた両極性電場から電子密度の空間分布を求める手順を示す。[2][22]

両極性電場 \vec{E}_a は、電子とイオンの流束が等しくなるようにそれ自身調節し働くので電子流束 $\vec{\Gamma}_e$ とイオン流束 $\vec{\Gamma}_i$ が等しいとし、プラズマ流束 $\vec{\Gamma}_p = \vec{\Gamma}_e = \vec{\Gamma}_i$ とおくことにより以下に示す粒子流束の式から求める。

$$\vec{\Gamma}_s = n \vec{v}_s = \pm \mu_{ms} n \vec{E} - D_s \nabla n \quad (2.48)$$

ここで、式 (2.46) において粒子流束 $\vec{\Gamma}_j$ をプラズマ流束 $\vec{\Gamma}_p$ で置き換え、電子流束とイオン流束に対する恒等式にすると、

$$\mu_{mi} n \vec{E}_a - D_i \nabla n = -\mu_{me} n \vec{E}_a - D_e \nabla n \quad (2.49)$$

となり、これを両極性電場 \vec{E}_a について解く。

$$\vec{E}_a = \frac{D_i - D_e}{\mu_{mi} + \mu_{me}} \frac{\nabla n}{n} \quad (2.50)$$

$$\mu_{ms} = \frac{|q|}{m_s \nu_s}, \quad D_s = \frac{k_b T}{m_s \nu_s} \quad (2.51)$$

$$\nu_s = n_n \bar{\sigma} \bar{v} \quad (2.52)$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_b T}{\pi m}} \quad (2.53)$$

ここで、式 (2.52) で用いた衝突断面積 $\bar{\sigma}$ を table.2.4 へ示す。[23][24][25][26]

また、電子密度の空間分布は、“閉曲面を貫く正味の電束 ϕ は閉曲面内部に存在する正味の電荷 q を真空の誘電率 ϵ_0 で割った値に等しい” というガウスの法則 (*Gauss' Law*)より、以下に示す方程式を電子密度について解くことにより求める。

$$\nabla \cdot \vec{E}_a = 4\pi(n_i q_i + n_e q_e) \quad (2.54)$$

$$n_e = \frac{1}{q_e} \left\{ \frac{1}{4\pi} (\nabla \cdot \vec{E}_a) - n_i q_i \right\} \quad (2.55)$$

また、衝撃波管内で生じる電流密度 \vec{j} は、式 (2.42) から求める。[2][27]

2.4 境界条件

2.4.1 保存量

本研究では、3次元の衝撃波管問題を取り扱っている為、以下へ示すように衝撃波管端はそれぞれ0次時外挿とし、壁面境界は、粘着条件、等温壁、及び壁面に垂直な方向の圧力勾配を0とする。計算に用いたグリッドと座標系は fig.2.2 へ示す。[5][28]

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}_w = 0 \quad (2.56)$$

$$T = T_w \quad (2.57)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \vec{r}_n} \right)_w = 0 \quad (2.58)$$

また、壁面における各化学種密度 ρ_s は触媒壁条件とし、電離気体化学種は壁面において再結合すると仮定し壁面反応速度を以下のように与える。

$$J = (\rho \gamma_{Ar} + k_w)_w \quad (2.59)$$

ここで、壁面イオン再結合速度 k_w は以下のようになる。

$$k_w = 0.25 \sqrt{\frac{8\hat{R}_u T_w}{\pi M_{Ar^+}}} \quad (2.60)$$

以上より、式 (2.59) の壁面反応速度 J が Ar 、及び Ar^+ の拡散速度と釣り合っている

と仮定し, 以下に示す式から得る.

$$J = - \left[\rho D_{Ar} \left(\frac{\partial \gamma_{Ar}}{\partial |\vec{r}_n|} \right) \right]_w \quad (2.61)$$

$$J = \left[\rho D_{Ar} + \left(\frac{\partial \gamma_{Ar^+}}{\partial |\vec{r}_n|} \right) \right]_w \quad (2.62)$$

また, 壁面において反応しない H_e については, 壁面近傍において濃度勾配が無いとして, 以下のように与える.

$$\left(\frac{\partial \gamma_{H_e}}{\partial |\vec{r}_n|} \right)_w = 0 \quad (2.63)$$

2.4.2 電磁場

電磁場に関する境界条件は, fig.2.3 へ示すような境界を跨ぐようにしてとった円筒状の体積要素について積分することにより得る. 境界条件の導出には以下に示す *Maxwell* 方程式を用いる. [29][30]

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.40)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.39)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0} \quad (2.64)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.41)$$

$$\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t} \quad (2.65)$$

式 (2.39), (2.40), (2.41), (2.64), (2.65) を円筒状の体積要素について積分したものを以下へ示す. この時, *Faraday* の法則(式 (2.66)) と *Ampere-Maxwell* の法則(式 (2.67)) には *Stokes* の定理を, それ以外(式 (2.68) ~ (2.70)) には *Gauss* の発散定理を用いた.

$$\oiint_S \vec{n} \times \vec{E} dS = -\iiint_V \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dV \quad (2.66)$$

$$\oiint_S \vec{n} \times \vec{B} dS = \iiint_V \left(\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) dV \quad (2.67)$$

$$\oiint_S \vec{n} \cdot \vec{E} dS = \iiint_V \frac{\rho_e}{\varepsilon_0} dV \quad (2.68)$$

$$\oiint_S \vec{n} \cdot \vec{B} dS = 0 \quad (2.69)$$

$$\oiint_S \vec{n} \cdot \vec{j} dS = -\iiint_V \frac{\partial \rho_e}{\partial t} dV \quad (2.70)$$

電場と磁場の境界条件は, fig.2.4.に示すような矩形領域を考え *Stokes* の定理を適用した *Faraday* の法則と *Ampere-Maxwell* の法則から導く.

境界表面に平行な長さ Δl_1 と垂直な長さ Δl_2 を考える. ここで, $\Delta l_{1,2}$ は共に十分小さく, また, $\Delta l_1 \gg \Delta l_2$ であるとする. この時, *Faraday* の法則より,

$$E_{2t} \Delta l_1 + E_{2n} \Delta l_2 - E_{1t} \Delta l_1 - E_{1n} \Delta l_2 = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Delta l_1 \Delta l_2 \quad (2.71)$$

$\Delta l_{1,2}$ は共に十分小さく, $\Delta l_1 \gg \Delta l_2$ であることから,

$$E_{2t} = E_{1t} \quad (2.72)$$

となり, これは, 境界面における電場の接線成分が等しくなることを示しており, また, 以上に示した手順は *Ampere-Maxwell* の法則にも当てはめることができることから, 以下へ示すように境界面における磁場の接線成分も等しくなる.

$$B_{2t} = B_{1t} \quad (2.73)$$

また, 磁荷不在の法則より境界面に対して法線方向成分も等しくなる.

$$B_{2n} = B_{1n} \quad (2.74)$$

ここで, 仮定3より管壁は完全伝導壁としていることから, 電気伝導度 σ は ∞ であるため, 電場 \vec{E} が管壁内部で存在してしまうと *Ohm* の法則より流れる電流密度が無限大となってしまうことから管壁内部における電場 \vec{E} は0となる. したがって, 式(2.72)より,

$$E_{1t} = E_{2t} = 0 \quad (2.75)$$

また, *Faraday* の法則より磁束密度 \vec{B} が時間変化すると管壁内部において電場 \vec{E} が生じてしまうため, 磁束密度 \vec{B} は $\vec{B} = \text{const}$ となるが, 通常, 磁束密度 \vec{B} が一定となるような状態は現実的に考えられないことから $\vec{B} = 0$ となる. ここで仮定 2 より, 管壁は無限に薄いとしていることから, 管壁内部を流れる電流は管壁表面を流れていると見なし, 管壁内部において $\vec{B} = 0$ となることと *Ampere-Maxwell* の法則より

$$(B_{2t} - B_{1t})\Delta l_1 = \mu_0 J_s \Delta l_1 + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_s}{\partial t} \Delta l_1 \quad (2.76)$$

この時, 管壁内部における磁束密度 \vec{B} は $\vec{B} = 0$ であることから,

$$-B_{1t} = \mu_0 J_s + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_s}{\partial t} \quad (2.77)$$

となる. したがって, 表面電流 J_s は

$$J_s = -\left(\frac{B_{1t}}{\mu_0} + \varepsilon_0 \frac{\partial E_s}{\partial t} \right) \quad (2.78)$$

となる.

また, 管壁内部における電場 \vec{E} は 0 であることから管壁表面には電荷が集中しており, 表面電荷密度 $\hat{\rho}_{es}$ は fig.2.3 において式(2.64)に *Gauss* の発散定理を適用し, 以下のように与えられる.

$$(E_{1n} - E_{2n})\Delta S = \frac{\hat{\rho}_{es}}{\varepsilon_0} \Delta S \quad (2.79)$$

$$\hat{\rho}_{es} = \varepsilon_0 E_{1n} \quad (2.80)$$

また、電流の境界条件は式(2.70)より以下のように与えられる。

$$\frac{1}{S} \oint \vec{n}_0 \cdot \vec{j}_s dL + \vec{n}_1 \cdot \vec{j}_1 + \vec{n}_2 \cdot \vec{j}_2 = -\frac{\partial \hat{\rho}_{es}}{\partial t} \quad (2.81)$$

ここで、管壁は無限に薄く電流は管壁表面に沿う方向にのみ流れるという仮定と、管壁内部を流れる電流は管壁表面を流れると見なしていることから $\vec{j}_2 = \mathbf{0}$ なので、

$$\frac{1}{S} \oint \vec{n}_0 \cdot \vec{j}_s dL + \vec{n}_1 \cdot \vec{j}_1 = -\frac{\partial \hat{\rho}_{es}}{\partial t} \quad (2.82)$$

となる。

2.5 数値流束評価

2.5.1 AUSMPW+ scheme

本研究では、数値流束の評価にAUSMDV (*Advection Upstream Splitting Methods with FDS and FVS*) を発展させた AUSMPW+ (*Advection Upstream Splitting Methods with Pressure based Weight functions*) を用いた。AUSMPW+ の方程式系を以下へ示す。
[31][32][33][34][35][36]

$$\vec{\Phi} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ B_x \\ B_y \\ B_z \\ \rho_s \\ (\rho_e + p_t) \end{bmatrix}, \quad \vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{n} \cdot (\xi_x + \eta_x + \zeta_x) p_t \\ \bar{n} \cdot (\xi_y + \eta_y + \zeta_y) p_t \\ \bar{n} \cdot (\xi_z + \eta_z + \zeta_z) p_t \\ -\bar{B}_{n,1/2} u \\ -\bar{B}_{n,1/2} v \\ -\bar{B}_{n,1/2} w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{F}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -B_x \bar{B}_{n,1/2} \\ -B_y \bar{B}_{n,1/2} \\ -B_z \bar{B}_{n,1/2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

$$\bar{B}_{n,1/2} = \frac{1}{2}(\bar{B}_{n,L} + \bar{B}_{n,R}) \quad (2.84)$$

$$\bar{B}_n = \bar{n} \cdot (\xi_x + \eta_x + \zeta_x) B_x + \bar{n} \cdot (\xi_y + \eta_y + \zeta_y) B_y + \bar{n} \cdot (\xi_z + \eta_z + \zeta_z) B_z \quad (2.85)$$

数値流束 $\vec{F}_{1/2}$ は以下のように与える。

$$\vec{F}_{1/2} = \bar{M}_L^+ c_{1/2} \vec{\Phi}_{L,1/2} + \bar{M}_R^- c_{1/2} \vec{\Phi}_{R,1/2} + (P_L^+ \bar{P}_L + P_R^- \bar{P}_R) + \frac{1}{2}(\vec{F}_{B,L} + \vec{F}_{B,R}) \quad (2.86)$$

$$\vec{\Phi}_{L,1/2} = \vec{\Phi}_L, \quad \vec{\Phi}_{R,1/2} = \vec{\Phi}_R \quad (2.87)$$

ここで,

$$\begin{aligned}
M_{\frac{1}{2}} &= M_L^+ + M_R^- \geq 0 \\
\bar{M}_L^+ &= M_L^+ + M_R^- \cdot [(1 - w_f) \cdot (1 + f_R) - f_L] \\
\bar{M}_R^- &= M_R^- \cdot w_f \cdot (1 + f_R).
\end{aligned} \tag{2.88}$$

$$\begin{aligned}
M_{\frac{1}{2}} &< 0 \\
\bar{M}_L^+ &= M_L^+ \cdot w_f \cdot (1 + f_L) \\
\bar{M}_R^- &= M_R^- + M_L^+ \cdot [(1 - w_f) \cdot (1 + f_L) - f_R]
\end{aligned} \tag{2.89}$$

また, *Pressure-based weight function* である f , 及び w_f は以下のように与える.

$$f_{L,R} = \begin{cases} \left(\frac{P_{t,L} \cdot P_{t,R}}{P_{t,s}} - 1 \right), & \text{if } p_{t,s} \neq 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}, \quad p_{t,s} = P_L^+ p_{t,L} + P_R^- p_{t,R} \tag{2.90}$$

$$w_f(p_{t,L}, p_{t,R}) = 1 - \min \left(\frac{p_{t,L}}{p_{t,R}}, \frac{p_{t,R}}{p_{t,L}} \right)^3 \tag{2.91}$$

$$p_{t,L,R} = p_{L,R} + \frac{1}{2} (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)_{L,R} \tag{2.92}$$

ここで, p は *Dalton* の分圧法則(式 (2.19)) で表わされる圧力である.

また,

$$\begin{aligned}
&\text{if } |M_{L,R}| \leq 1 \\
M_{L,R}^{\pm} &= \pm \frac{1}{4} (M_{L,R} \pm 1)^2 \\
P_{L,R}^{\pm} &= \frac{1}{4} (M_{L,R} \pm 1)^2 (2 \mp M_{L,R})
\end{aligned} \tag{2.93}$$

$$\begin{aligned} & \text{elseif } |M_{L,R}| > 1 \\ M_{L,R}^{\pm} &= \frac{1}{2} (M_{L,R} \pm |M_{L,R}|) \end{aligned} \quad (2.94)$$

$$P_{L,R}^{\pm} = \frac{1}{2} [1 \pm \text{sign}(M_{L,R})]$$

$$M_{L,R} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c_{\frac{1}{2}}} \quad (2.95)$$

また, $c_{\frac{1}{2}}$ はセル・インターフェイスでの音速値を表わしており, 以下のように与える.

$$\begin{aligned} & \text{if } \frac{1}{2}(\vec{v}_L + \vec{v}_R) \geq 0 \\ c_{\frac{1}{2}} &= c_s / \max(|\vec{v}_L|, c_s) \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} & \text{elseif } \frac{1}{2}(\vec{v}_L + \vec{v}_R) < 0 \\ c_{\frac{1}{2}} &= c_s / \max(|\vec{v}_R|, c_s) \end{aligned} \quad (2.97)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} H_n} \quad (2.98)$$

$$H_n = \min \left[\left\{ h_{s,L} - \frac{1}{2} (\vec{v} \cdot \vec{v})_{tan,L} \right\}, \left\{ h_{s,R} - \frac{1}{2} (\vec{v} \cdot \vec{v})_{tan,R} \right\} \right] \quad (2.99)$$

ここで, $h_{s,L,R}$ は式 (2.20) で表わされる単位質量当たりのエンタルピーである.

2.6 時間積分法

2.6.1 2段階ルンゲ・クッタ時間陽解法

本研究では, 次に示すような2段階の陽解法を用いた. ^[37]

$$\bar{Q}^{n+1/2} = \bar{Q}^n - \Delta t \bar{R}^n \quad (2.99)$$

$$\bar{Q}^{n+1} = \frac{1}{2}(\bar{Q}^n + \bar{Q}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{2} \bar{R}^{n+1/2} \quad (2.100)$$

ここで, \bar{R}^n は n ステップにおける残差を表しており, Δt はグローバル・タイムステップ法を用いて定める. また, 非平衡流体計算に特有の数値計算上の硬直性を回避するべく, 次に示すように化学種生成項のみ陰的に扱う (*Point Implicit Method*) ことにより数値安定性を向上させた. ^{[4][5][38]}

$$\bar{Q}^{n+1/2} = \bar{Q}^n - \left[\bar{I} - \Delta t \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{Q}} \right) \right]^{-1} \Delta t \bar{R}^n \quad (2.101)$$

$$\bar{Q}^{n+1} = \frac{1}{2}(\bar{Q}^n + \bar{Q}^{n+1/2}) - \left[\bar{I} - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{Q}} \right) \right]^{-1} \frac{\Delta t}{2} \bar{R}^{n+1/2} \quad (2.102)$$

また, 生成項のヤコビアンを以下に示す.

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{Q}} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho u} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho v} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho w} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial B_x} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial B_y} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial B_z} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho_{Ar}} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho_{Ar^+}} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho_{He}} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho_e} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar}}{\partial \rho_e} \\ \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho u} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho v} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho w} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial B_x} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial B_y} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial B_z} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho_{Ar}} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho_{Ar^+}} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho_{He}} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho_e} & \frac{\partial \dot{W}_{Ar^+}}{\partial \rho_e} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

また, 本研究では対角局所陰解法 (*Diagonal Point Implicit Method*) を用いることにより式 (2.101), (2.102) における右辺第 2 項の分母を以下に示すような対角行列で近似することで計算効率の向上を計った.

$$\bar{I} - \Delta t \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{Q}} \right) \approx \bar{I} + \Delta t \bar{\bar{Z}} \quad (2.104)$$

$$\bar{I} - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{Q}} \right) \approx \bar{I} + \frac{\Delta t}{2} \bar{\bar{Z}} \quad (2.105)$$

$$\bar{\bar{Z}} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ & & 0 & & \\ & & & 1/\tau_{Ar} & \\ & & & & 1/\tau_{Ar^+} \\ & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (2.106)$$

ここで, τ_s は化学種 s に対する特性時間を表しており以下で表される.

$$\tau_s = \beta_c \left[\sum_n \left(\frac{\partial \dot{W}_s}{\partial \rho_s} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.107)$$

また, β_c は $\beta_c \geq 1$ の緩和係数で, 本計算ではこれを 1 とした.

Table.2.1. 生成エンタルピー h_s^0

<i>Species</i>	M_s [kg/mol]	h_s^0 [J/mol]
A_r	0.0399480	0.0
A_r^+	0.0399475	$1.5206e+06$
H_e	0.0040026	0.0
e^-	$5.4858e-07$	0.0

Table.2.2.(a) 拡散衝突積分 $\Omega_{sr}^{(1,1)}$

<i>Interaction</i>	T [K]							
	1000	2000	4000	5000	6000	8000	10000	15000
$A_r - A_r$	8.61	7.50	6.47	6.16	5.90	5.51	5.22	4.72
$A_r - A_r^+$	41.51	38.23	35.43	34.61	33.95	32.95	32.20	30.89
$e^- - A_r$	0.12	0.19	0.43	0.55	0.66	0.89	1.12	1.68

Table.2.2.(b) 粘性衝突積分 $\Omega_{sr}^{(2,2)}$

<i>Interaction</i>	T [K]							
	1000	2000	4000	5000	6000	8000	10000	15000
$A_r - A_r$	9.66	8.60	7.57	7.23	6.96	6.53	6.20	5.60
$A_r - A_r^+$	15.17	10.58	8.37	7.94	7.64	7.22	6.93	6.48
$e^- - A_r$	0.17	0.30	0.79	1.05	1.31	1.81	2.25	3.07

Table.2.3. 化学反应定数

<i>Reaction</i>	<i>M</i>	$C_{f,i}$ [$\text{cm}^3/\text{mole}\cdot\text{s}$]	η_i	θ_i [K]	<i>source</i>
$A_r + M \Leftrightarrow A_r^+ + e^- + M$	A_r, e^-	$2.50e+34$	-3.82	181700	[39]

Table.2.4. 衝突断面積 $\bar{\sigma}$ [$e^{-19}m^2$]

<i>Interaction</i>	<i>T</i> [K]										<i>source</i>
	500	1000	2000	3000	5000	10000	20000	30000	50000	100000	
$A_r - A_r$	1.51	1.22	0.929	0.781	0.621	0.461	0.344	0.294	0.244	0.193	[23]
$A_r^+ - A_r$	5.8	5.7	5.4	5.2	4.9	4.6	4.2	4.0	3.7	3.3	[23]
$e^- - A_r$	0.319	0.127	0.0593	0.0361	0.0356	0.122	0.241	0.453	0.718	1.61	[24]

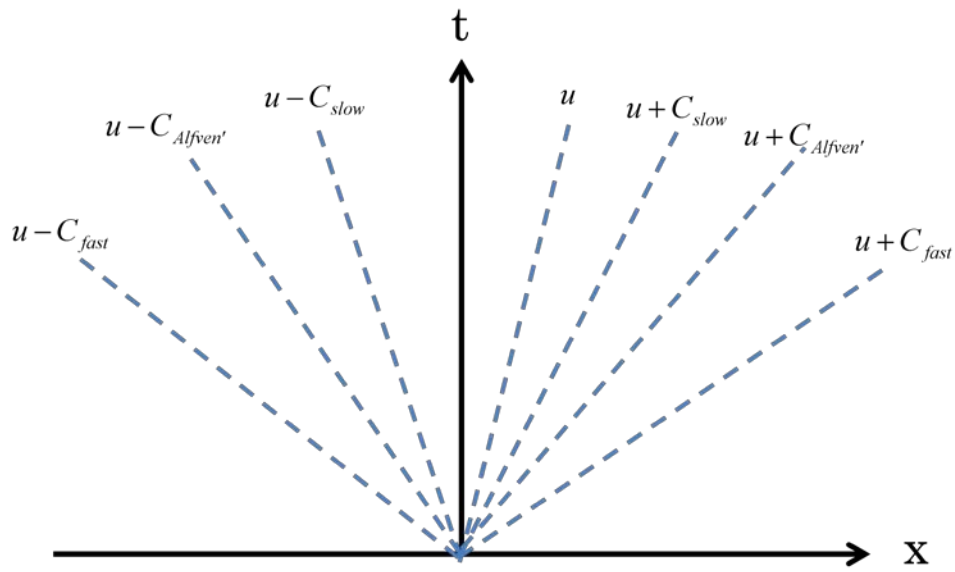


fig.2.1 1次元電磁流体特性波

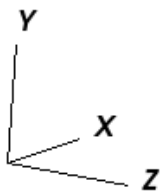
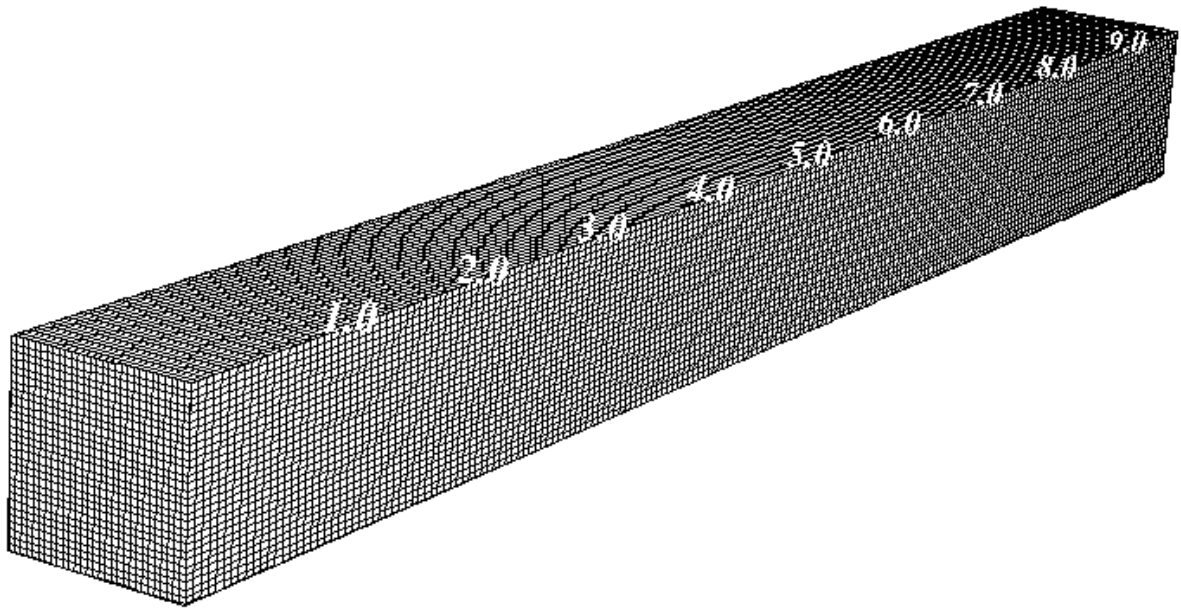
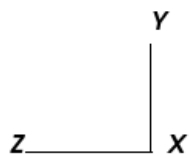
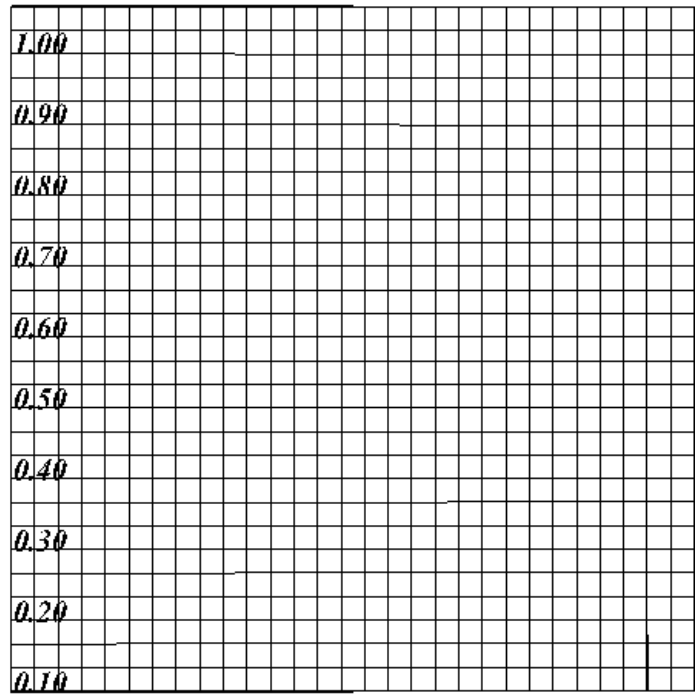


fig.2.1 (a) 計算グリッド(3D) 200×30×30



1.00 0.90 0.80 0.70 0.60 0.50 0.40 0.30 0.20 0.10

fig.2.2 (b) 計算グリッド (y-z 平面) 30×30

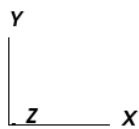
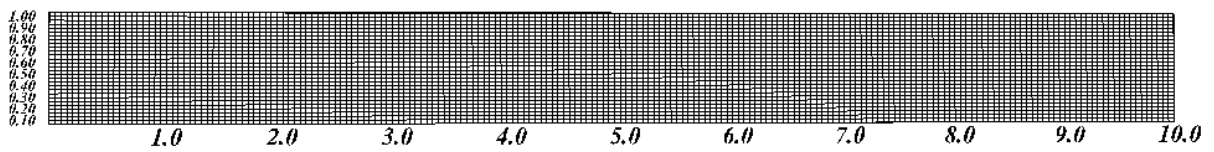


fig.2.2 (c) 計算グリッド (x-y 平面) 200×30

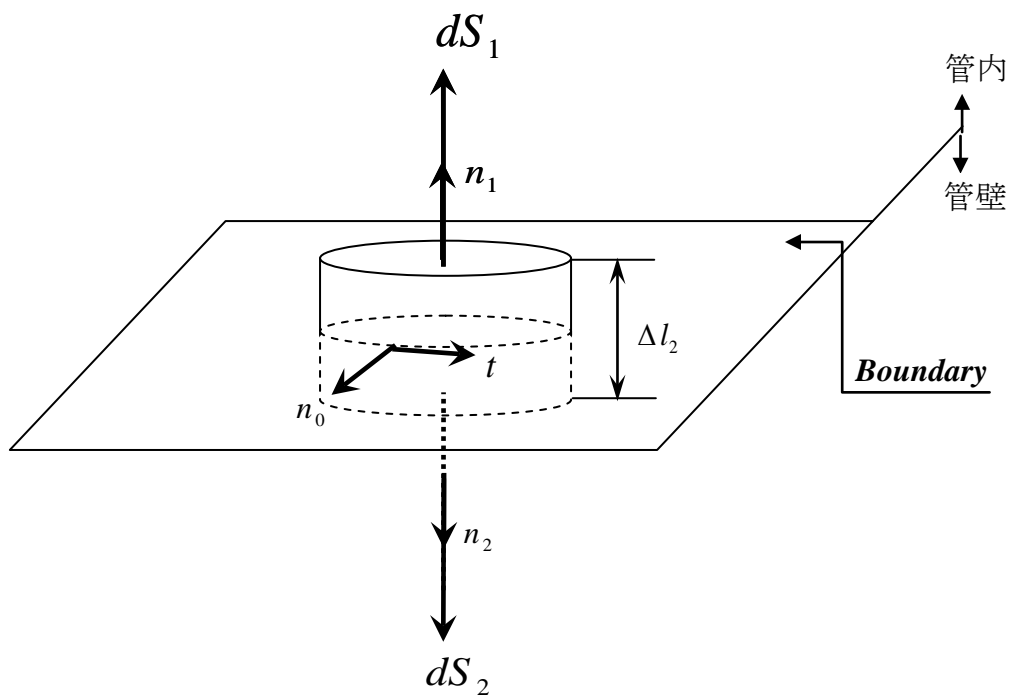


fig.2.3 電磁場境界面の検査体積

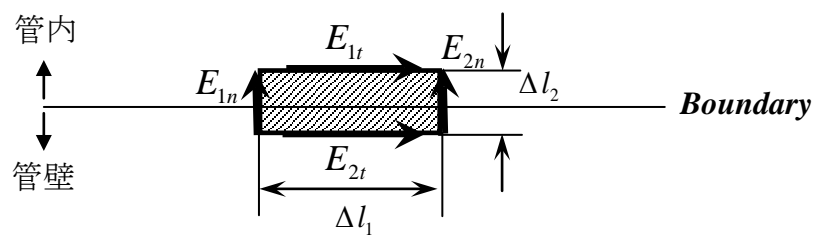


fig.2.4 電磁場境界面の検査面積

第3章 3次元MHD衝撃波管解析

3.1 検証計算

検証計算では, 本研究で用いた AUSMPW+ scheme の妥当性を評価する為に, 参考にした論文^[33]と同様の計算条件を用いた1次元計算を行い比較した. 以下へその結果を示す.

3.1.1 計算条件

検証計算で用いた初期条件と計算格子を以下へ示す. また, 検証計算は無次元化を施している為, 単位は無い.

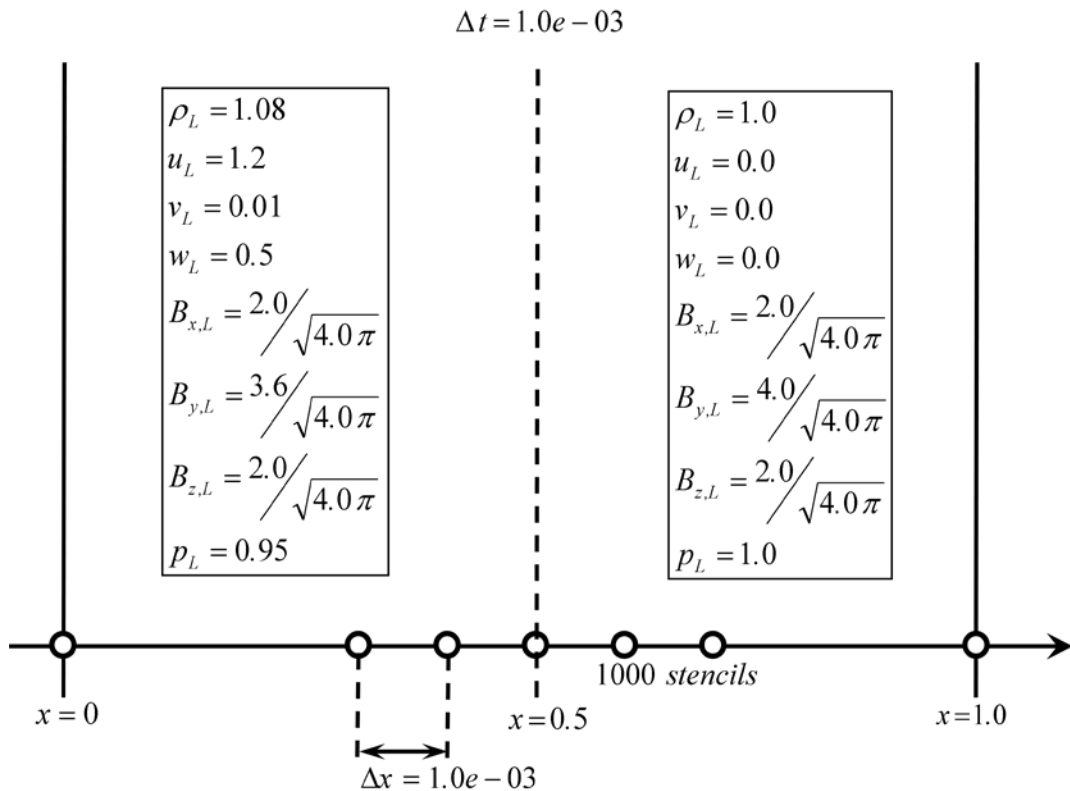


fig.3.1 初期条件

3.1.2 計算結果, 及び考察

以下へ, 密度, 圧力, 速度, 磁束密度の計算結果をそれぞれ示す. 以下へ示した結果は参考文献^[33]の結果と非常に良い一致を見せていることから, 本計算で用いた数値流束スキームにより得られた結果は妥当であると言える.

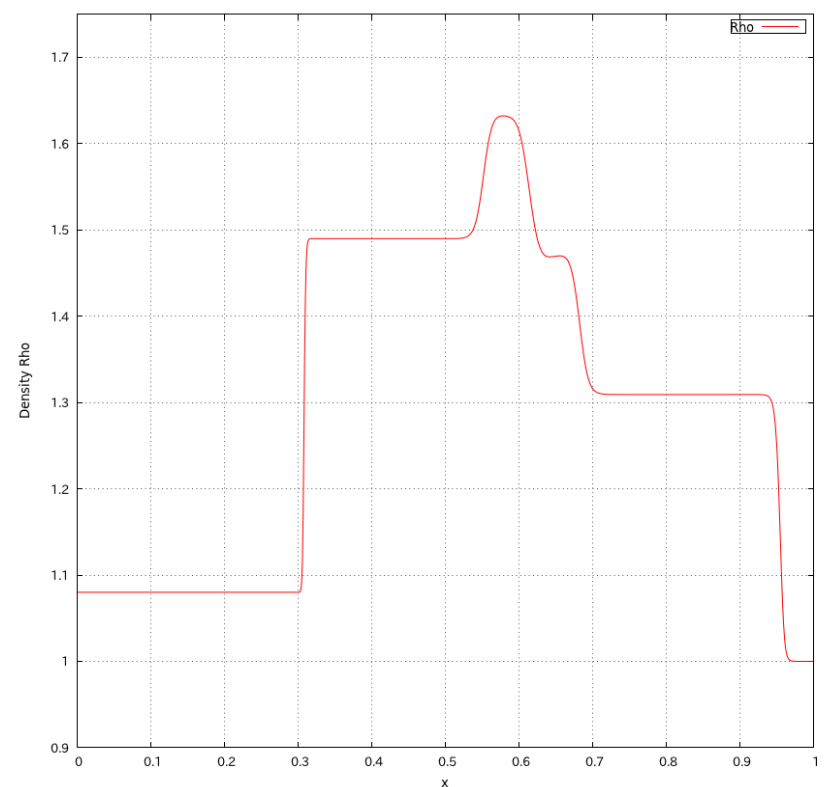


fig.3.2 密度 ρ

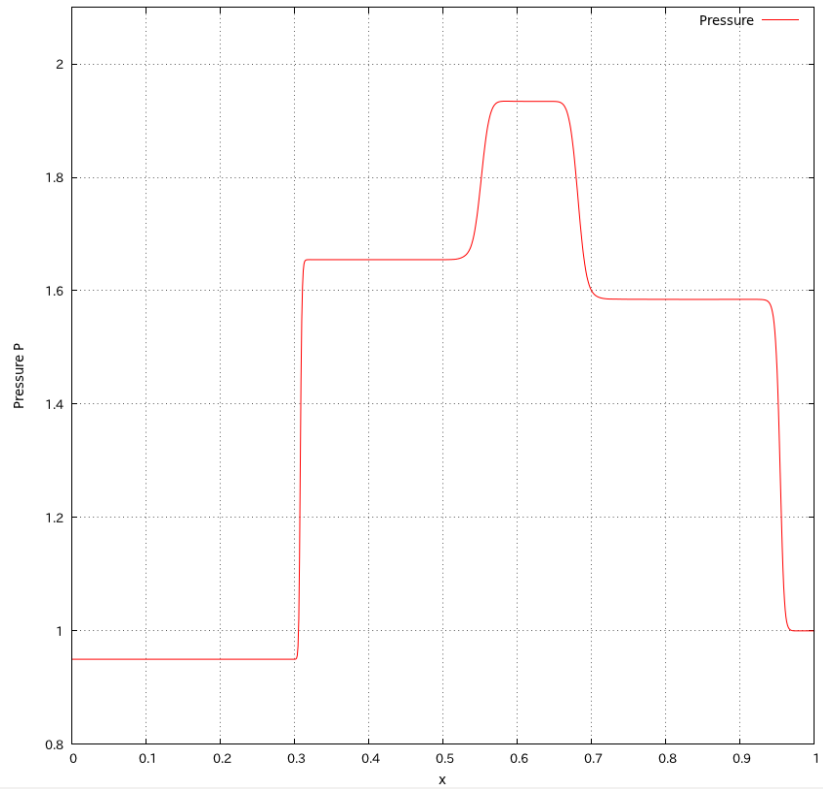


fig.3.3 压力 P

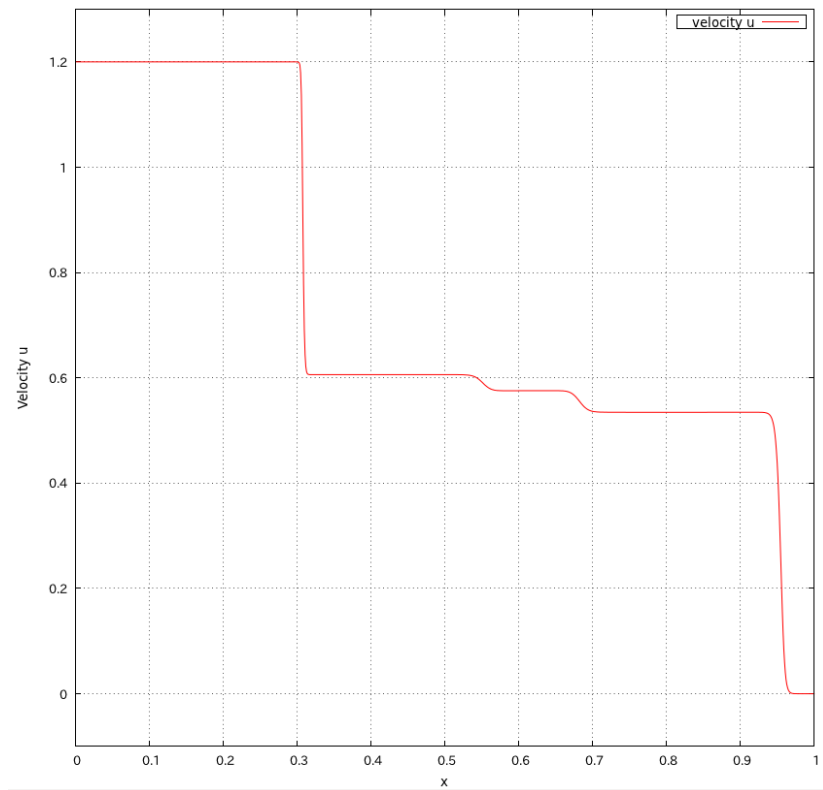


fig.3.4 速度 u

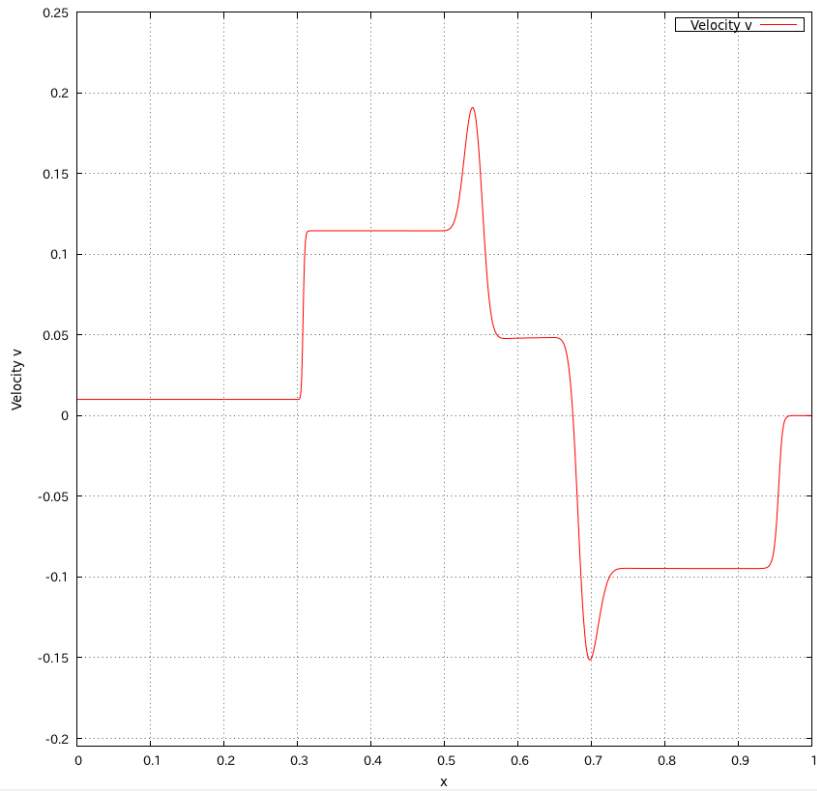


fig.3.5 速度 v

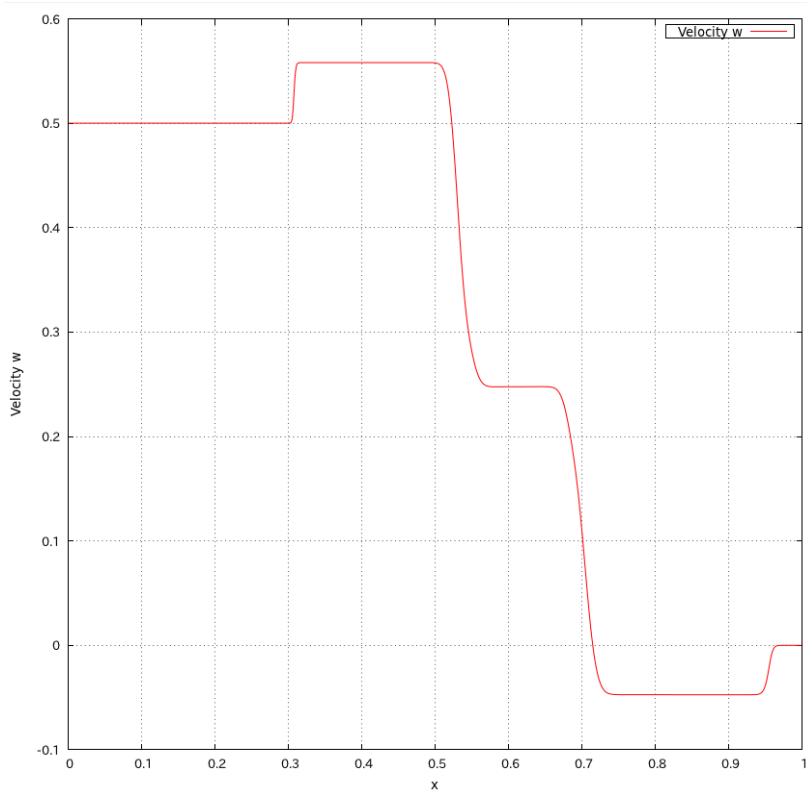


fig.3.6 速度 w

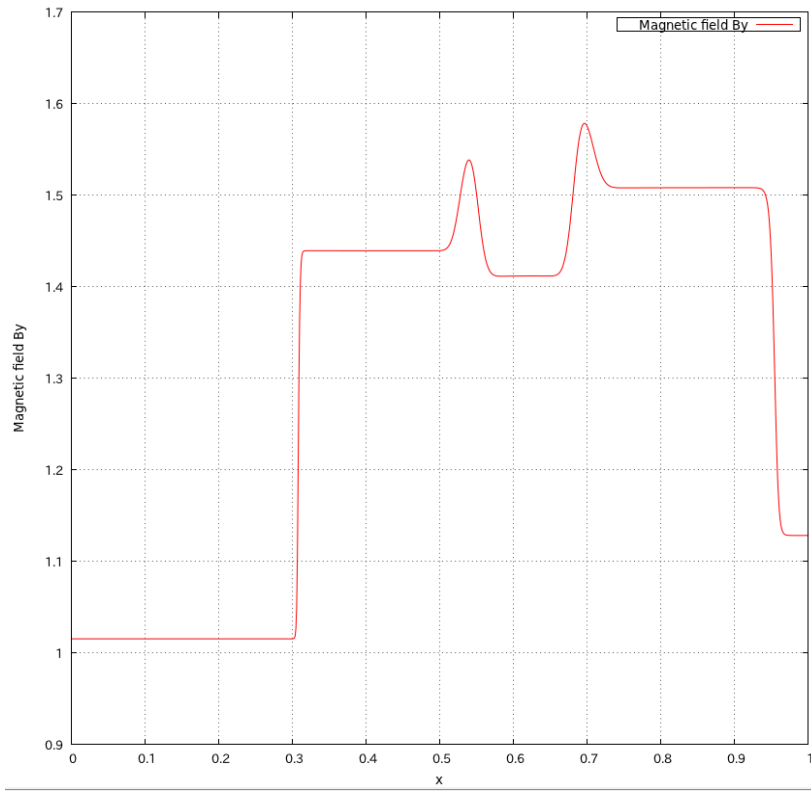


fig.3.7 磁束密度 B_y

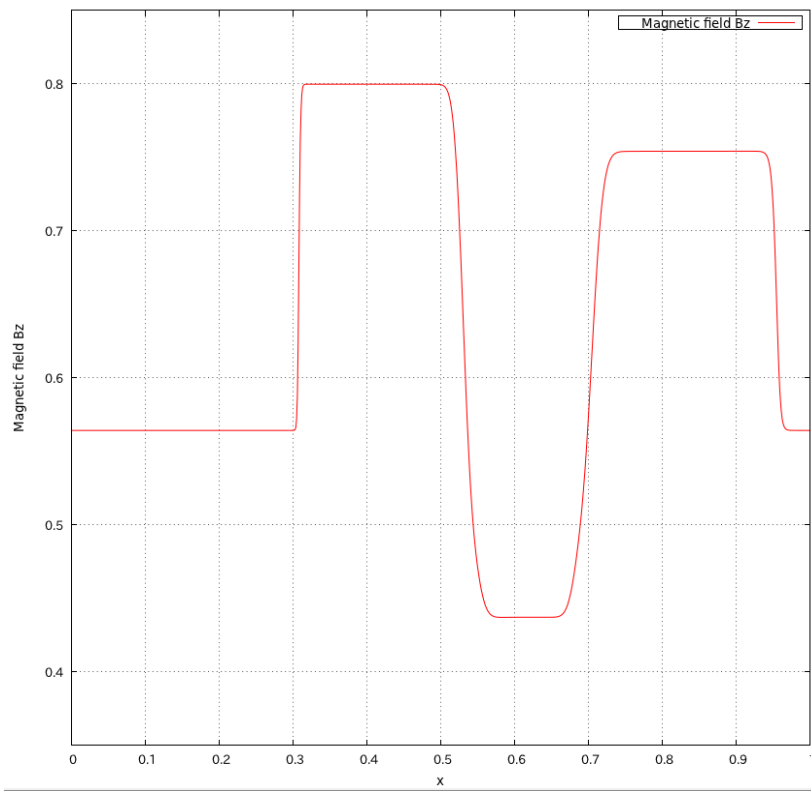


fig.3.8 磁束密度 B_z

3.2 MHD 効果比較

MHD 効果の比較計算では, MHD 効果を考慮し計算流体を電磁流体として計算した結果と, MHD 効果を考慮せず計算流体を中性流体として計算した結果を比較・考察する.

3.2.1 計算条件

以下へ, 本計算で用いた初期条件を示す. また, 本計算で用いた計算格子は fig.2.2(a) ~fig.2.2(c) である.

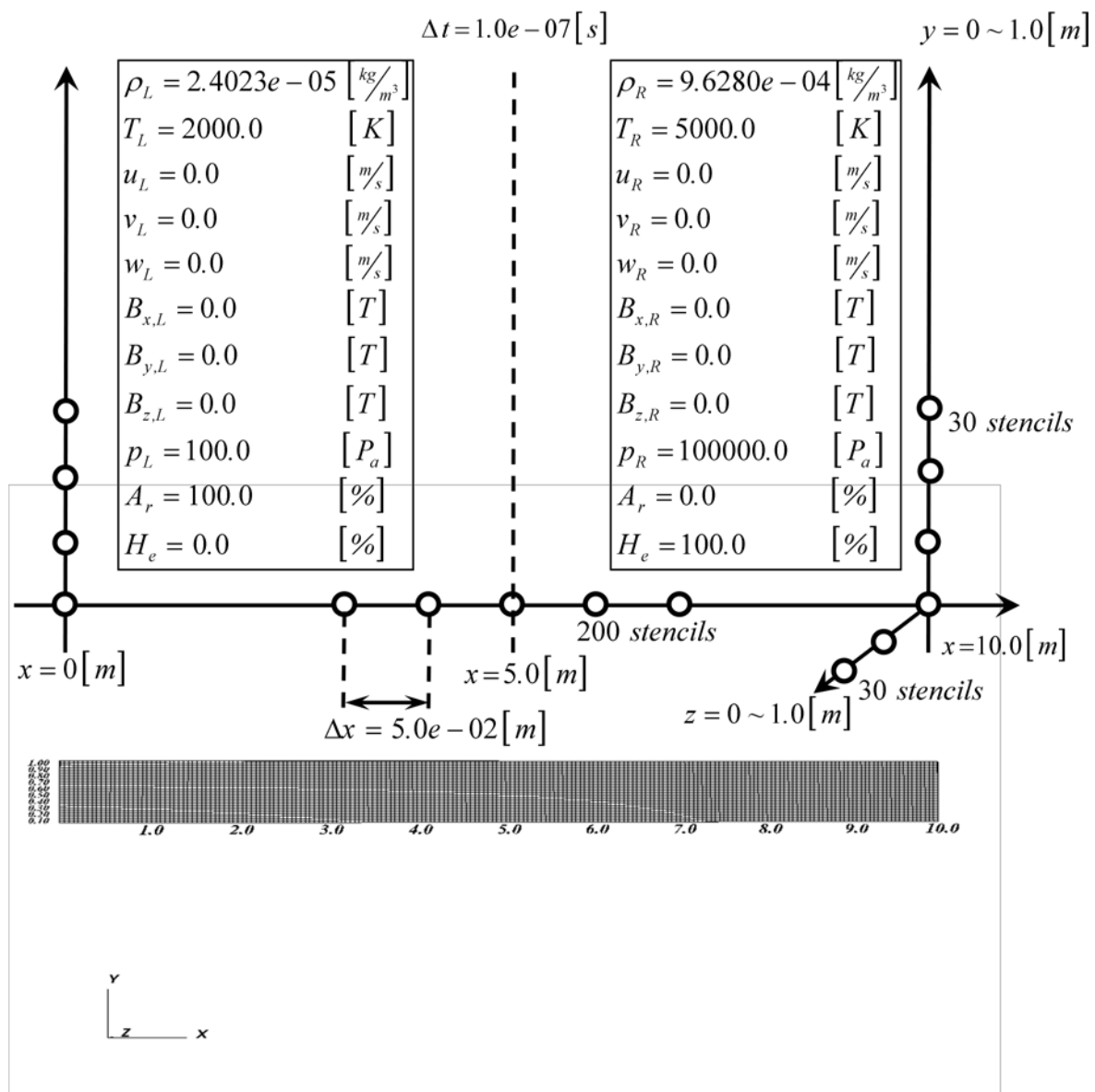


fig.3.9 初期条件

また、取得したデータは fig.3.10 で示すような 5 点において電気伝導度 σ を 610, 650, 800, 1000, の 4 パターンで変化させ、各パターンにおいてそれぞれ密度、圧力、温度、及び x, y, z 方向速度 u, v, w を比較した。また、密度と圧力の図に関しては矩形で囲った A の部分の拡大図を、それぞれ対応する図の右側に示す。

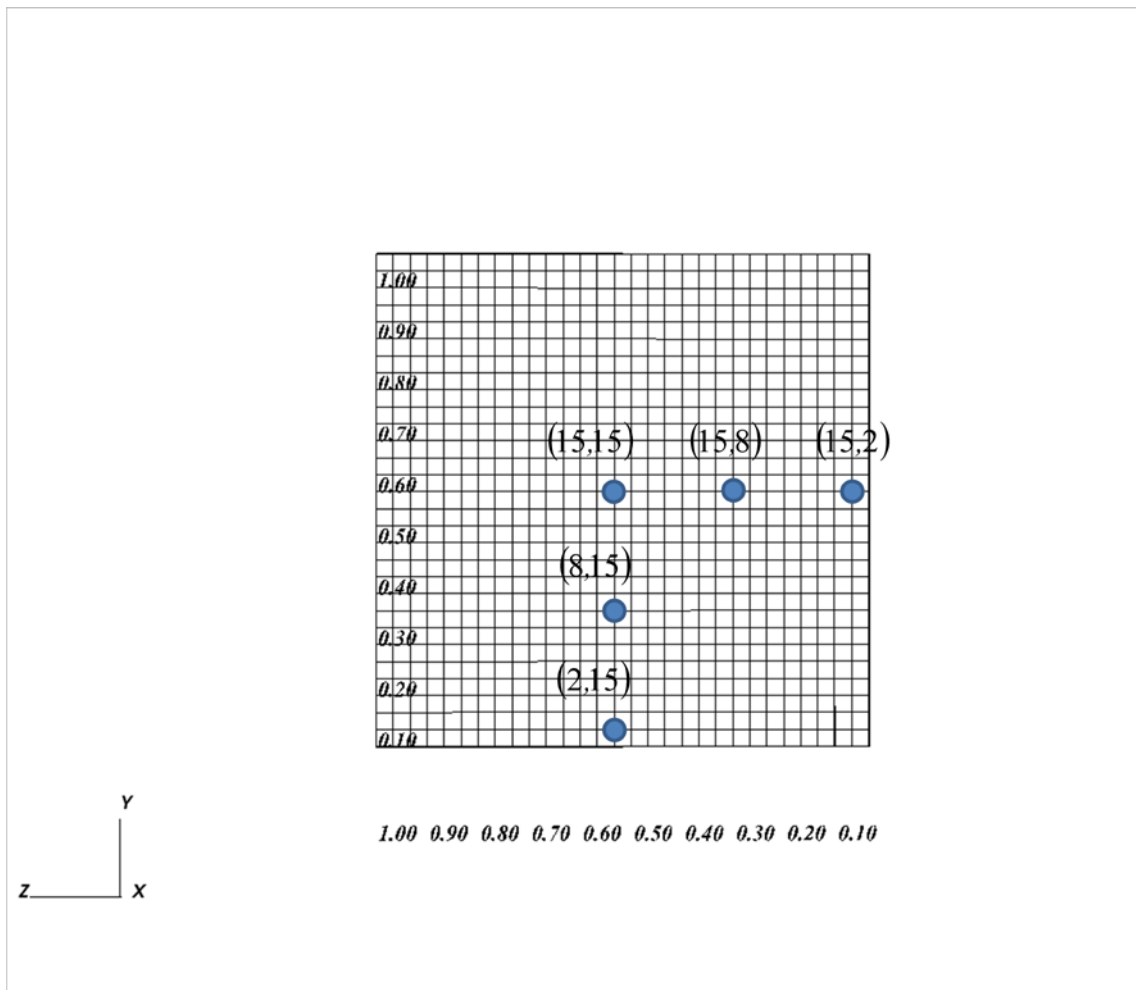


fig.3.10 使用データ点と対応座標

また、2次元ベクトル・コンターは以下(fig.3.11(a))に示すように設定した. ここで、yz平面のx座標 2.825 は衝撃波前縁の位置を表している. 電流の yz 平面図に関しては、位置 2.825 から 0.2 刻みで位置 3.825 までの 6 平面を示す. この時の 6 平面を表示する順序とページレイアウトは fig.3.11(b) に示す. また、磁束密度の yz 平面図に関しては、位置 3.025 から 0.2 刻みで位置 3.425 までの 3 平面を示す. この時の 3 平面を表示する順序とページレイアウトは fig.3.11(c) に示す. また、表面電流密度の yz 平面図に関しては xy 平面のみを考え、 $z=1$ と $z=30$ の管壁を示す.

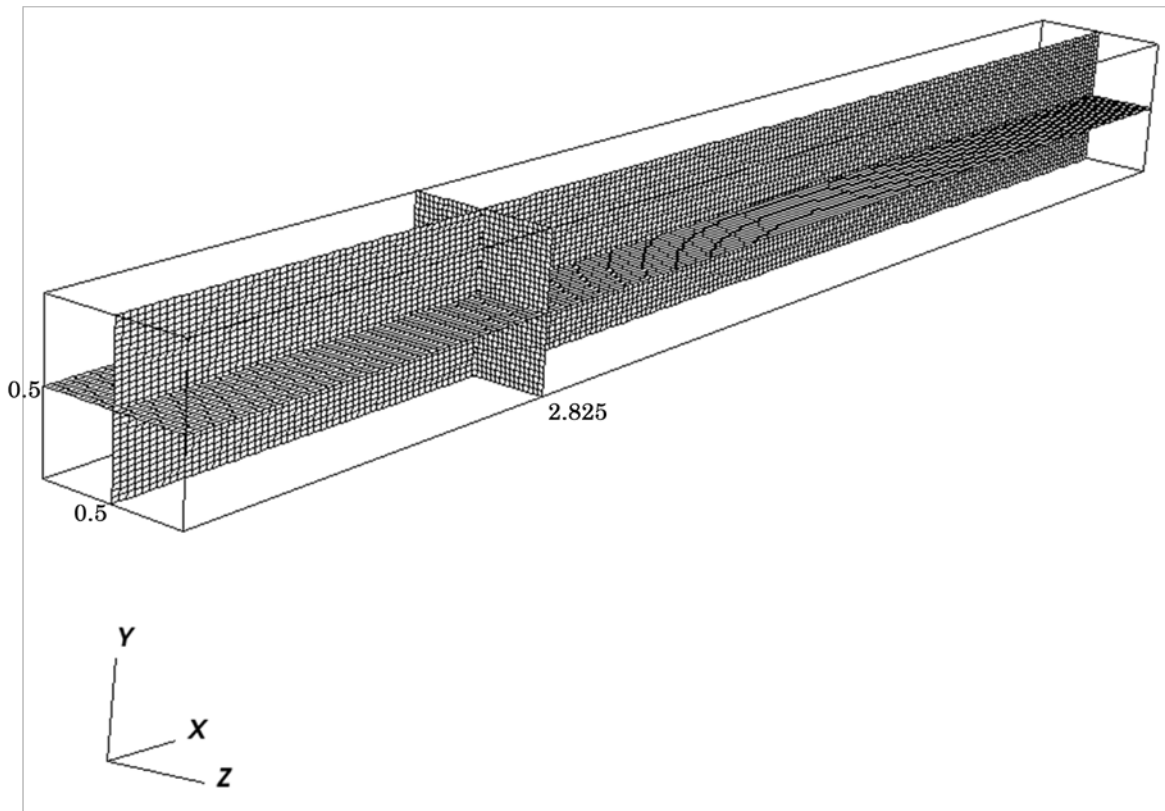


fig.3.11(a) 2次元ベクトル・コンター平面座標

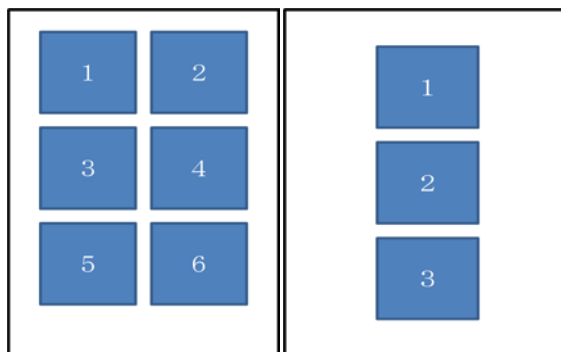


fig.3.11(b) レイアウト①

fig.3.11(c) レイアウト②

3.2.2 計算結果

(I) 電気伝導度 $\sigma = 610$

i) 座標 $(y, z) = (2, 15)$

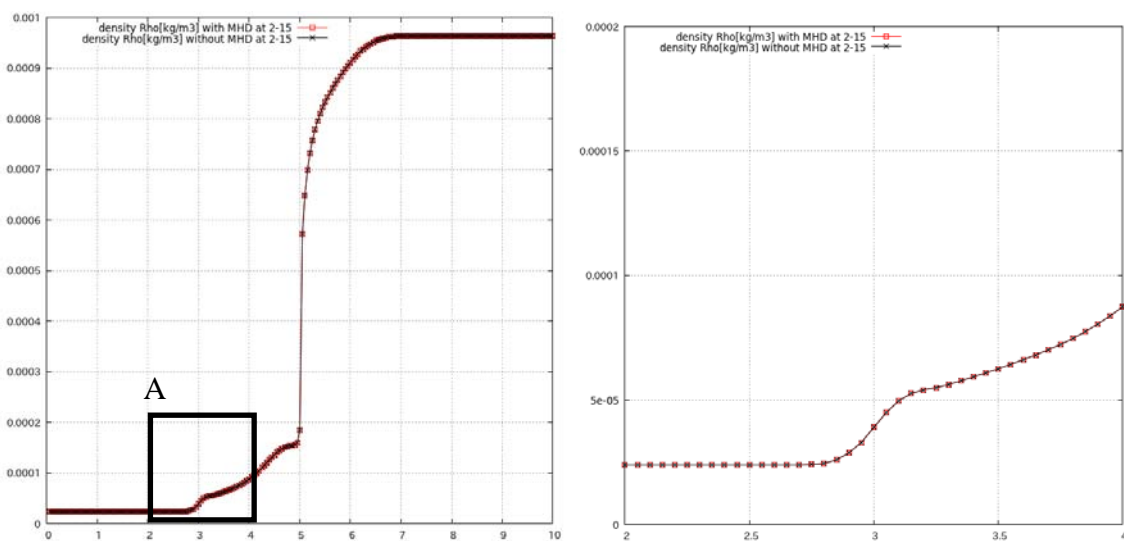


fig.3.12 密度①

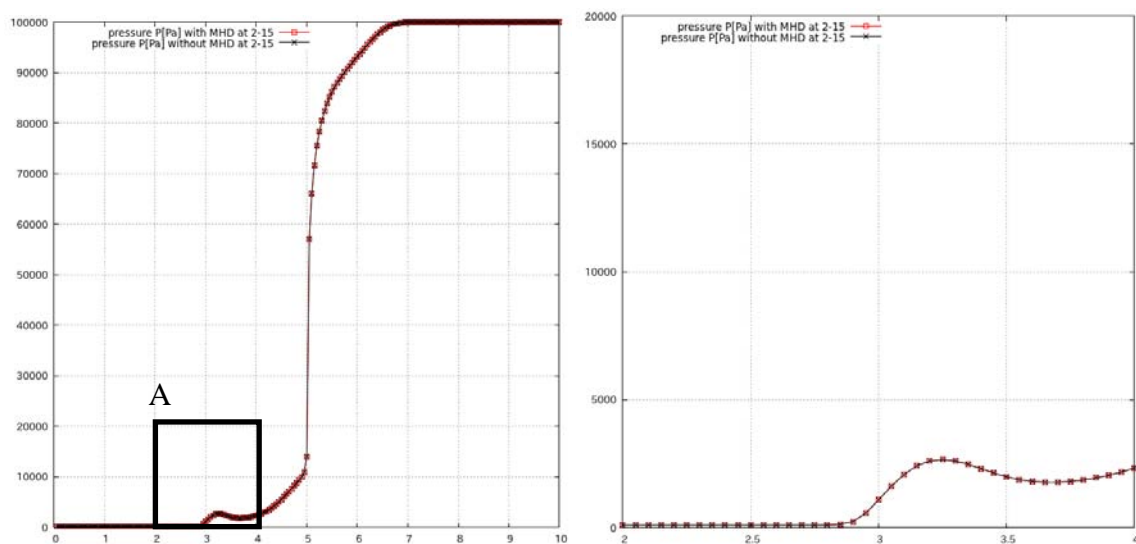


fig.3.13 圧力①

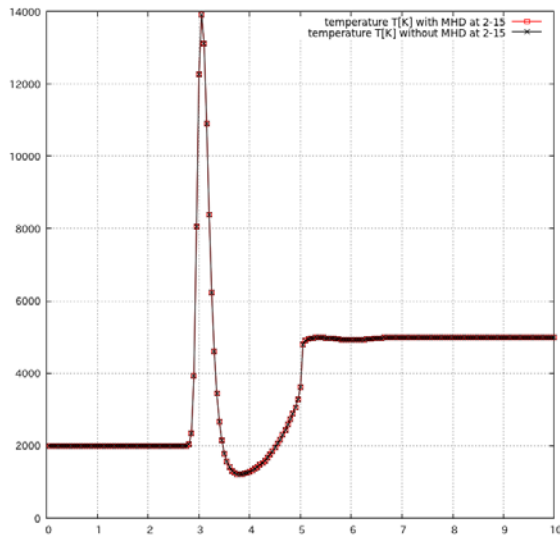


fig.3.14 温度①

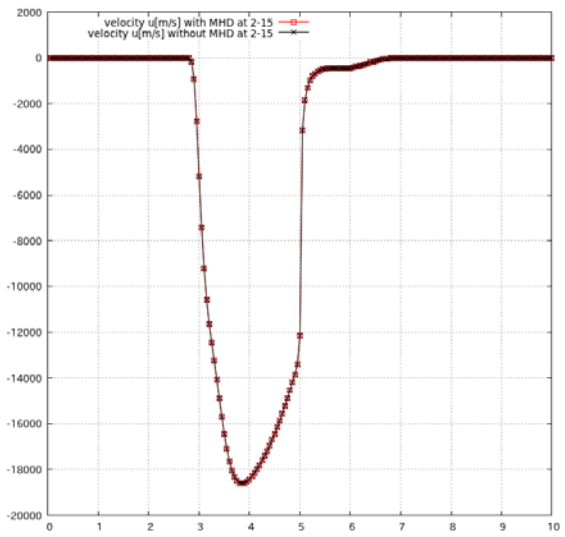


fig.3.15 速度 u ①

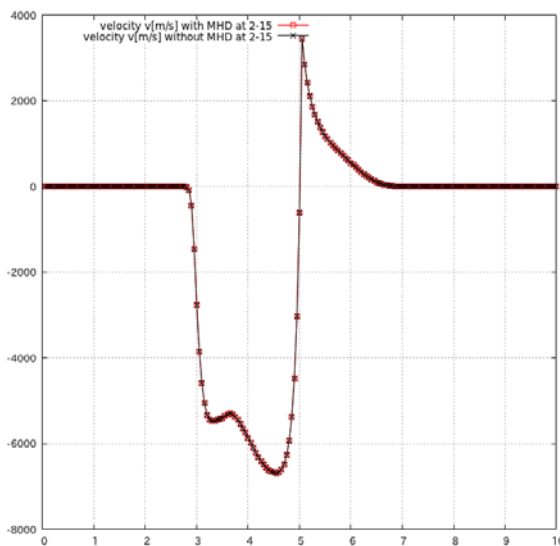


fig.3.16 速度 v ①

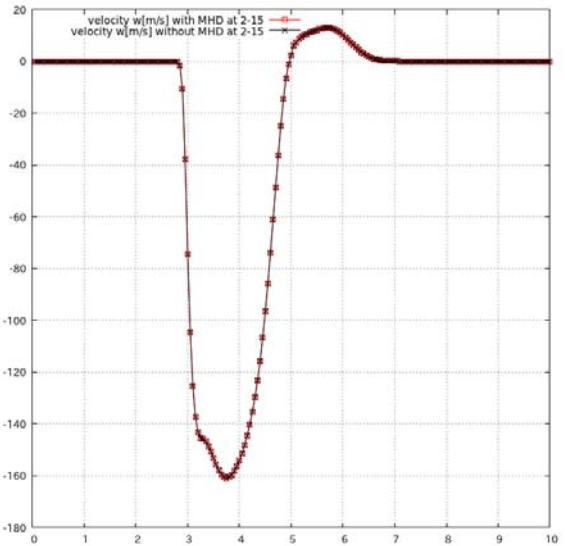


fig.3.17 速度 w ①

ii) 座標 $(y, z) = (8, 15)$

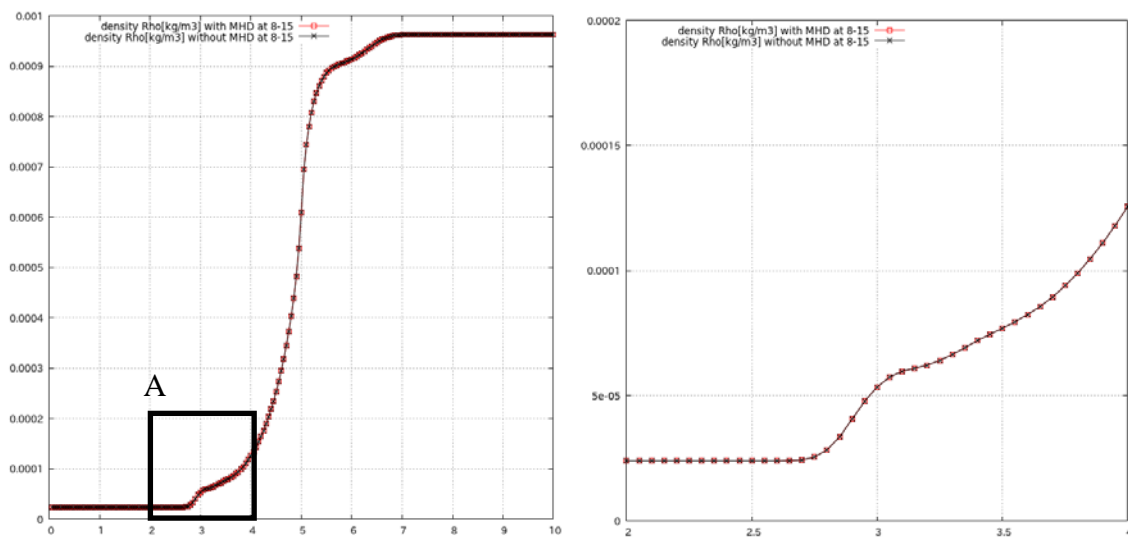


fig.3.18 密度②

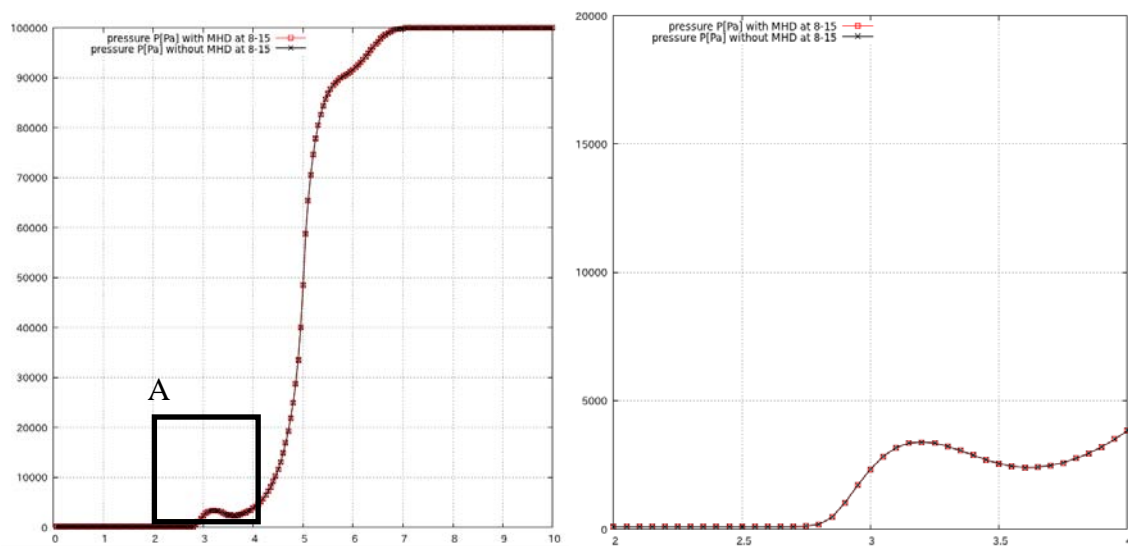


fig.3.19 压力②

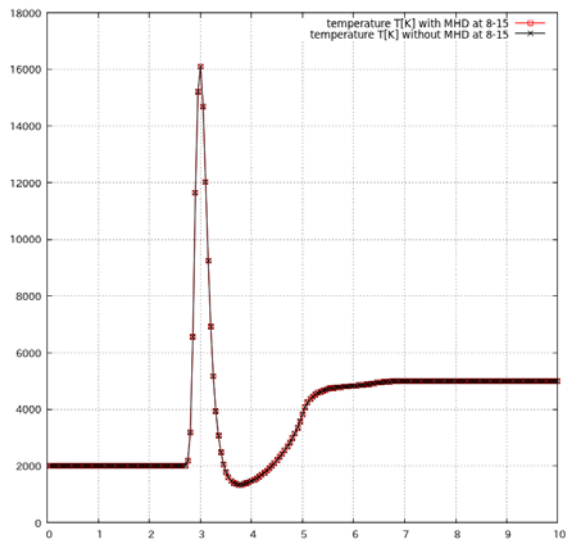


fig.3.20 温度②

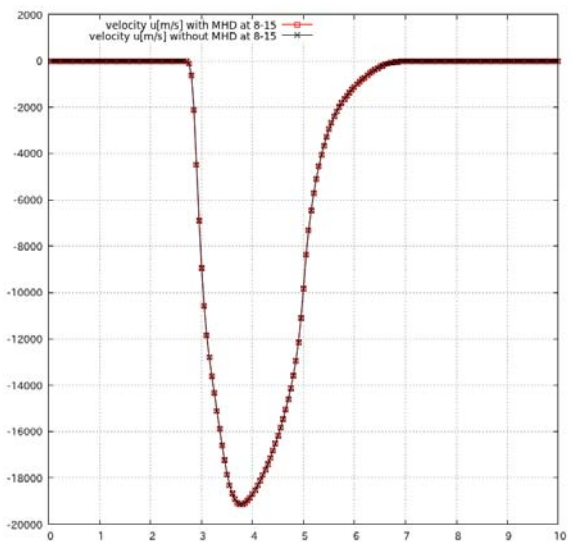


fig.3.21 速度 u ②

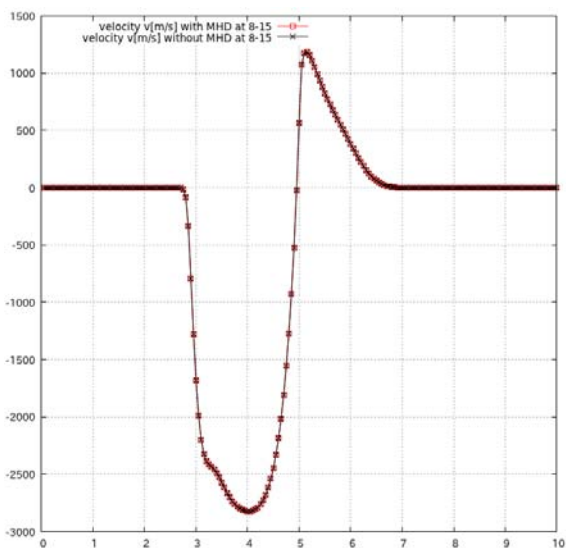


fig.3.22 速度 v ②

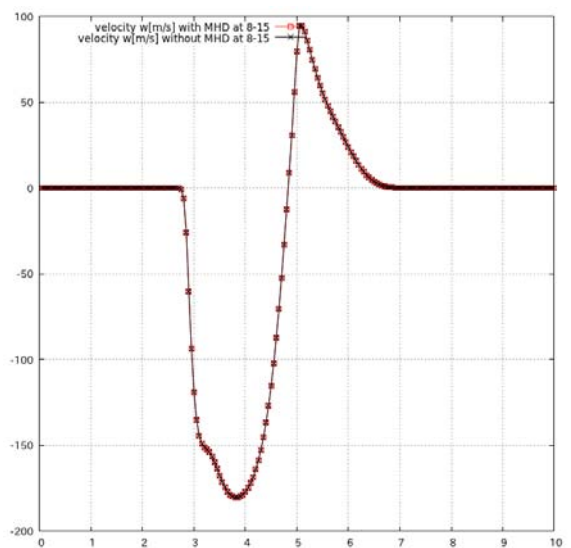


fig.3.23 速度 w ②

iii) 座標 $(y, z) = (15, 15)$

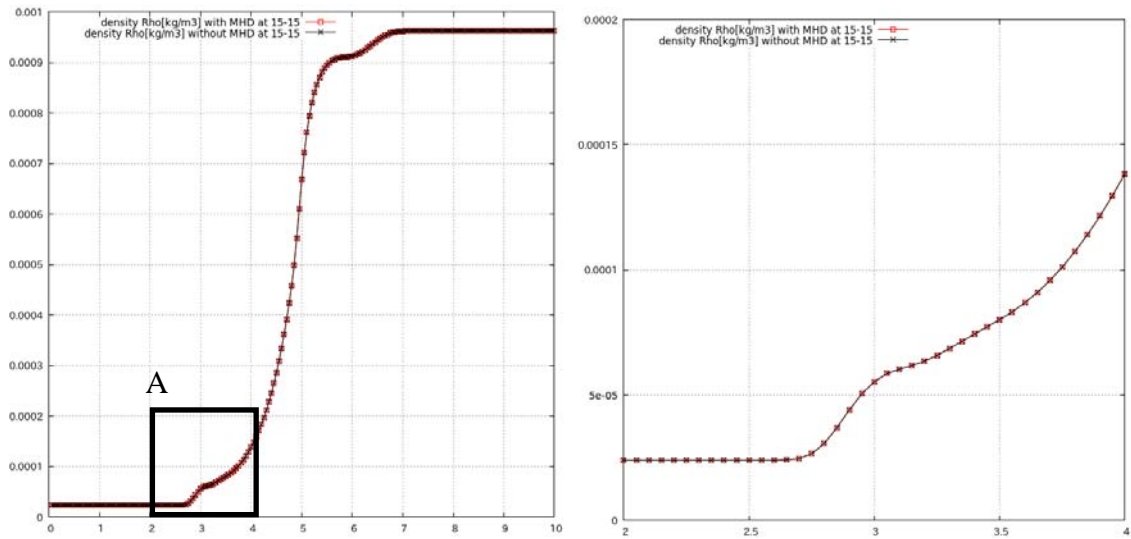


fig.3.24 密度③

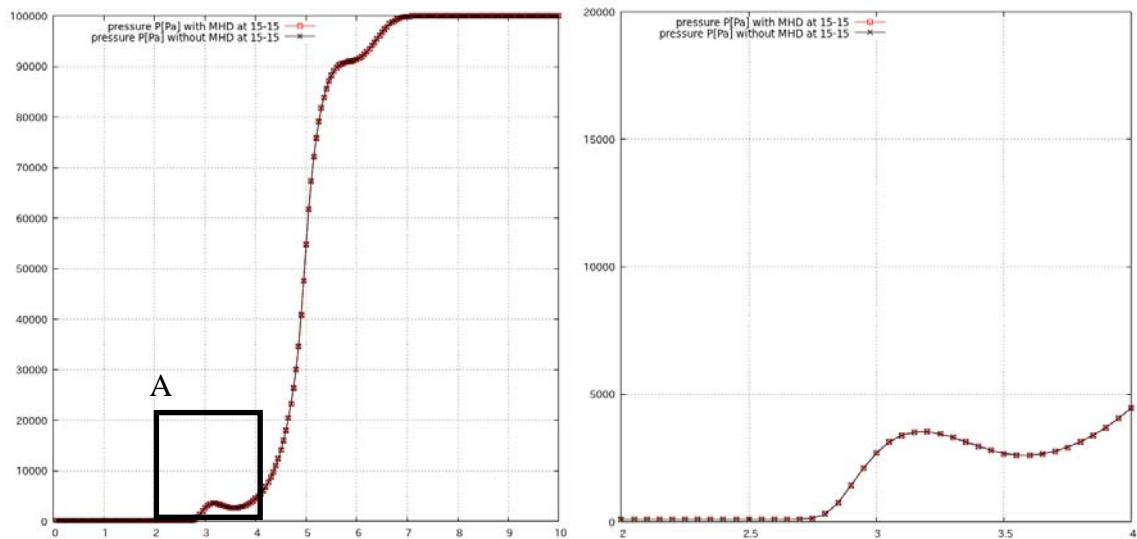


fig.3.25 压力③

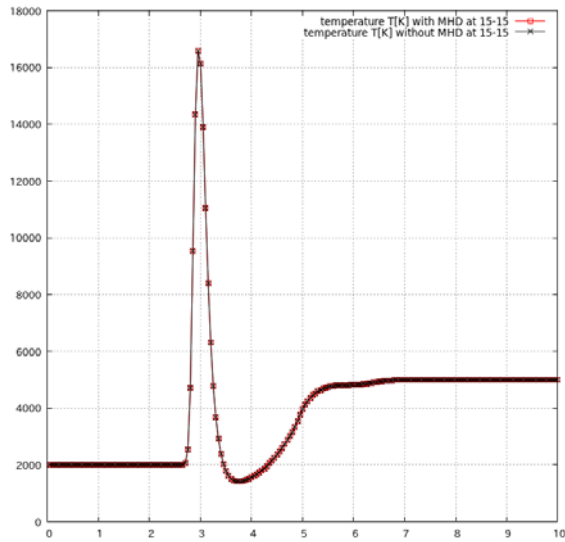


fig.3.26 温度③

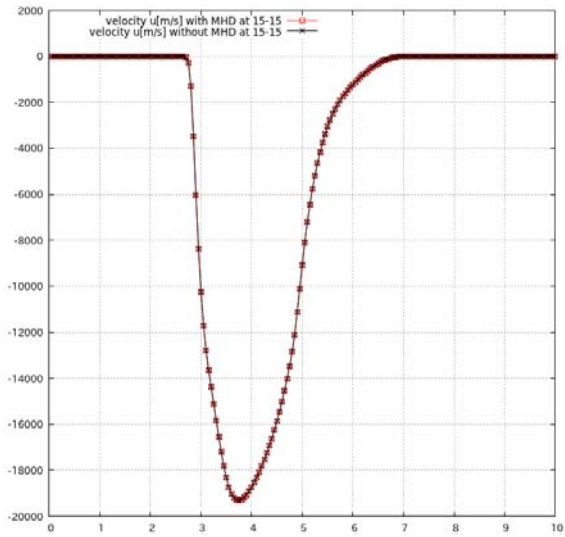


fig.3.27 速度 u ③

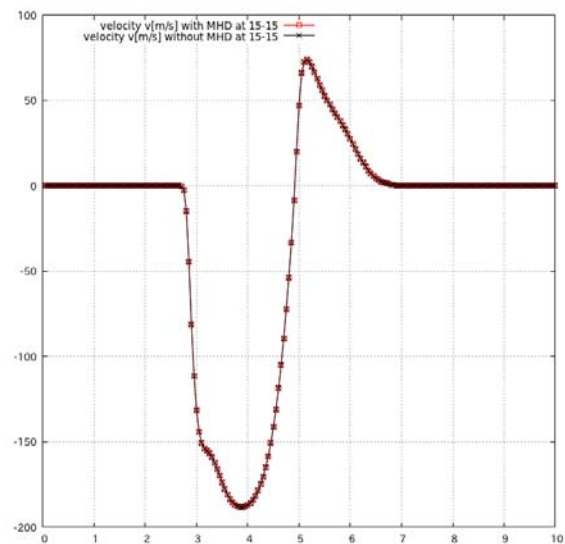


fig.3.28 速度 v ③

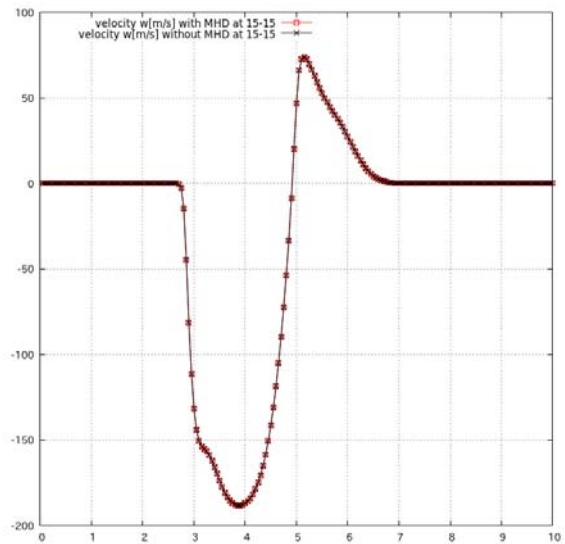


fig.3.29 速度 w ③

iv) 座標 $(y, z) = (15, 8)$

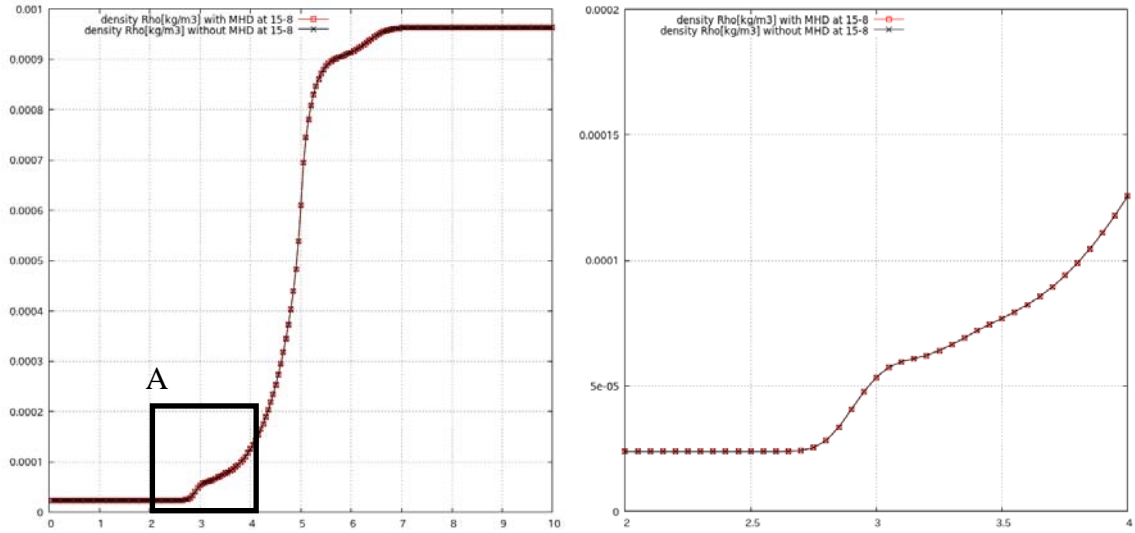


fig.3.30 密度④

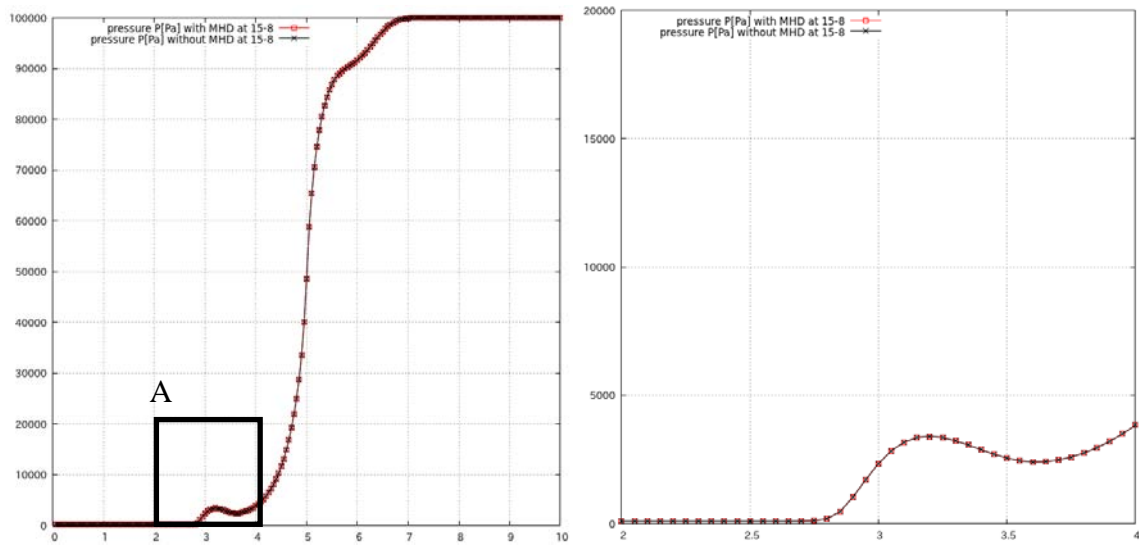


fig.3.31 压力④

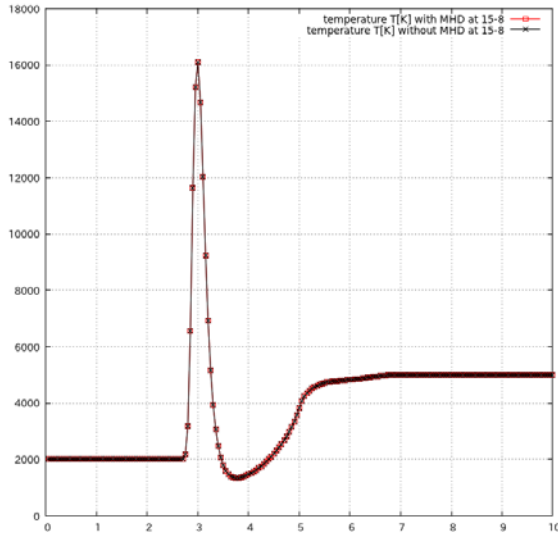


fig.3.32 温度④

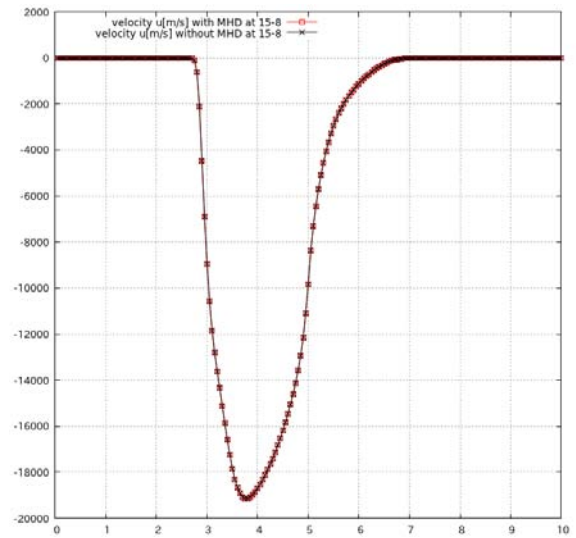


fig.3.33 速度 u ④

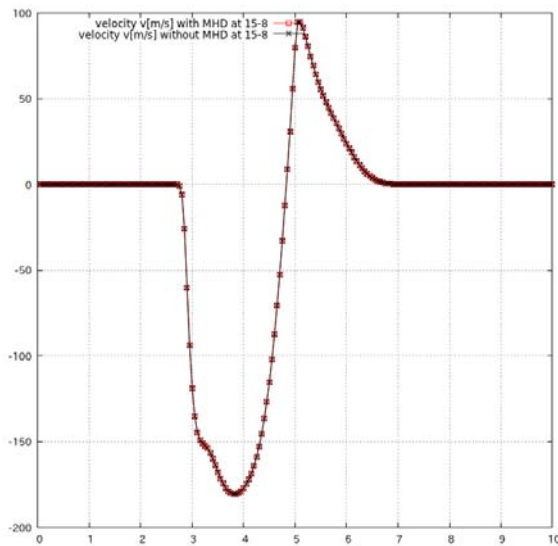


fig.3.34 速度 v ④

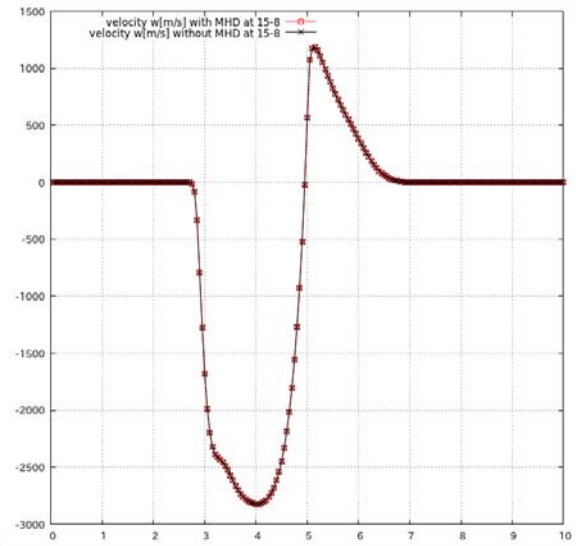


fig.3.35 速度 w ④

v) 座標 $(y, z) = (15, 2)$

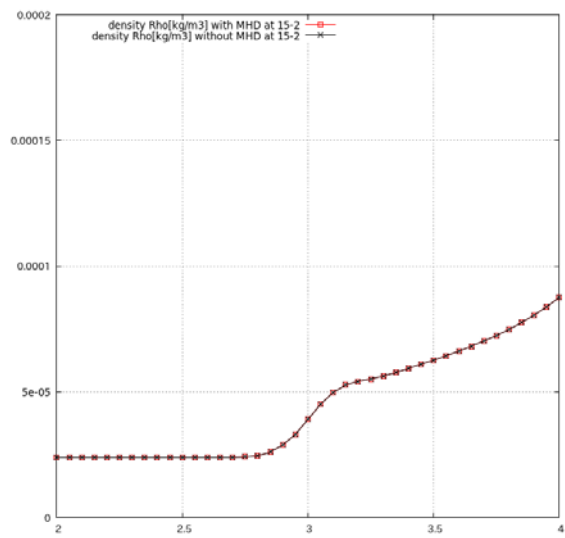
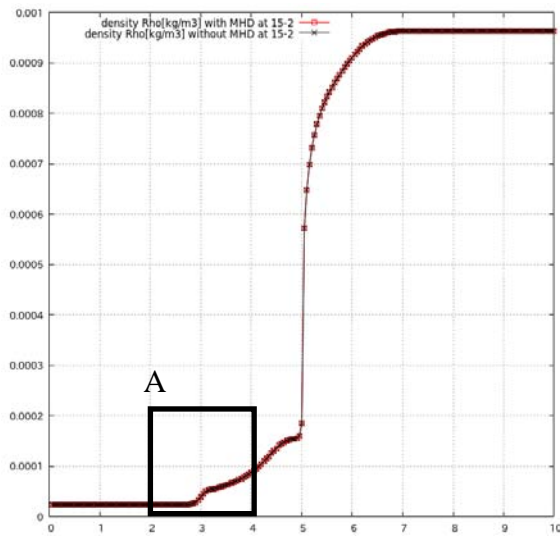


fig.3.36 密度⑤

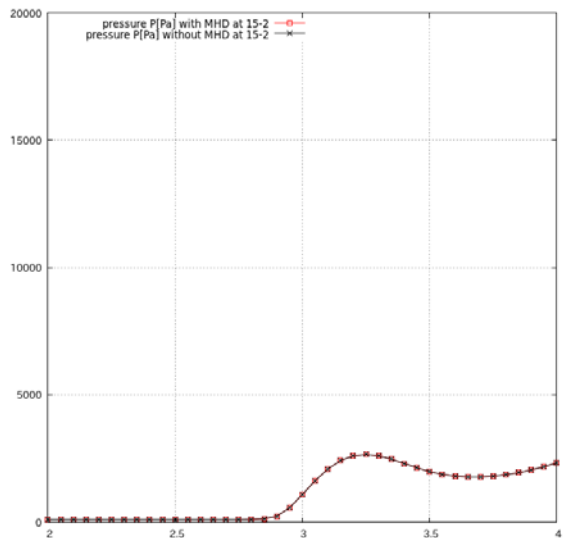
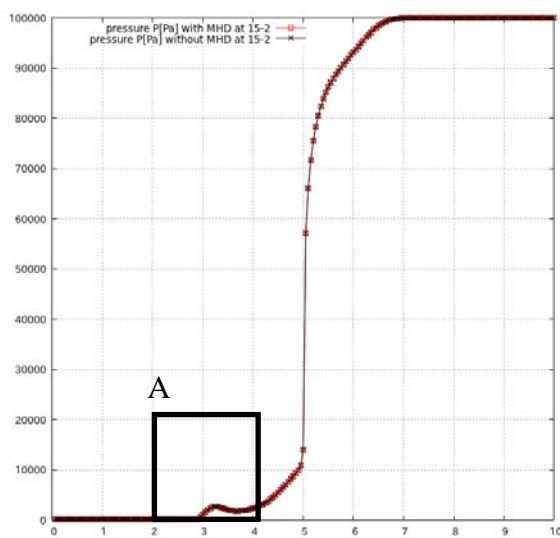


fig.3.37 压力⑤

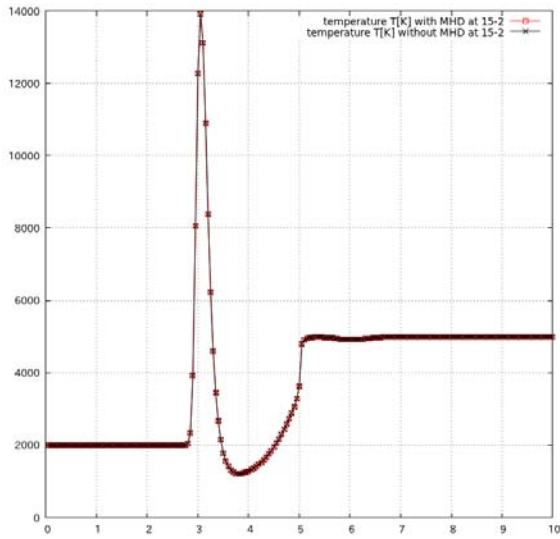


fig.3.38 温度⑤

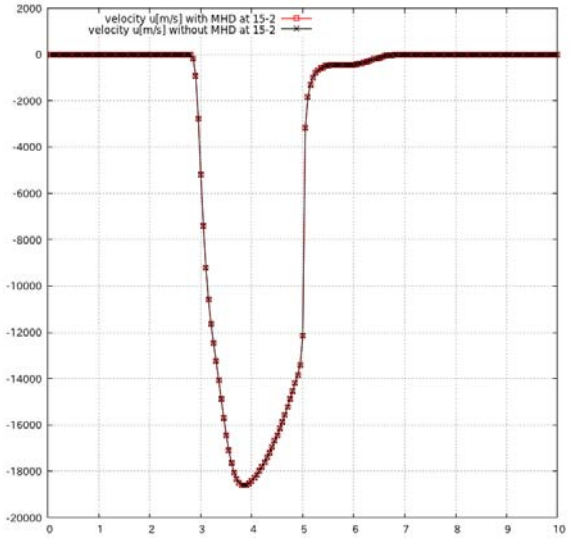


fig.3.39 速度 u ⑤

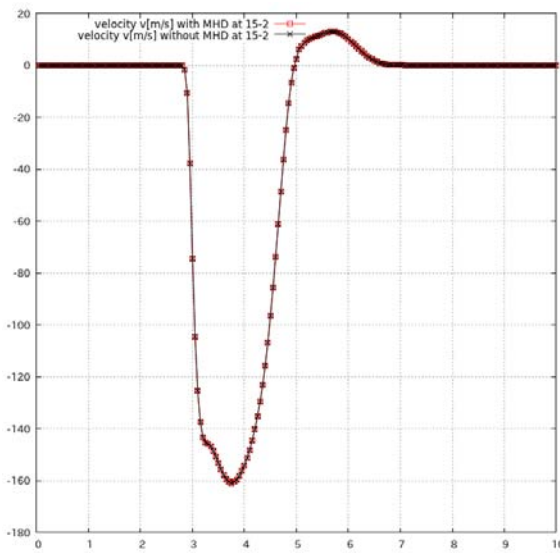


fig.3.40 速度 v ⑤

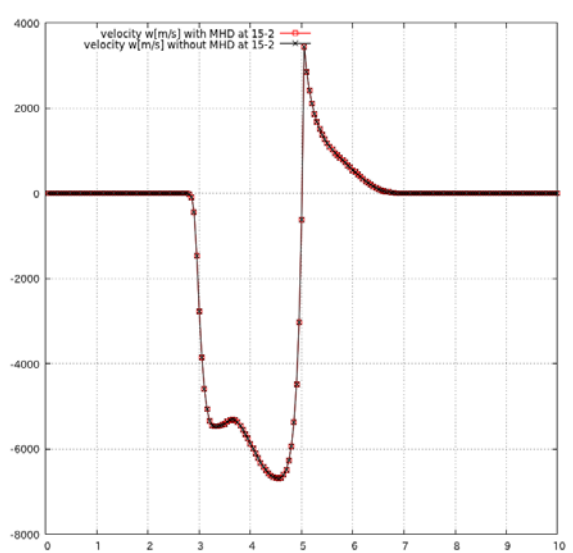


fig.3.41 速度 w ⑤

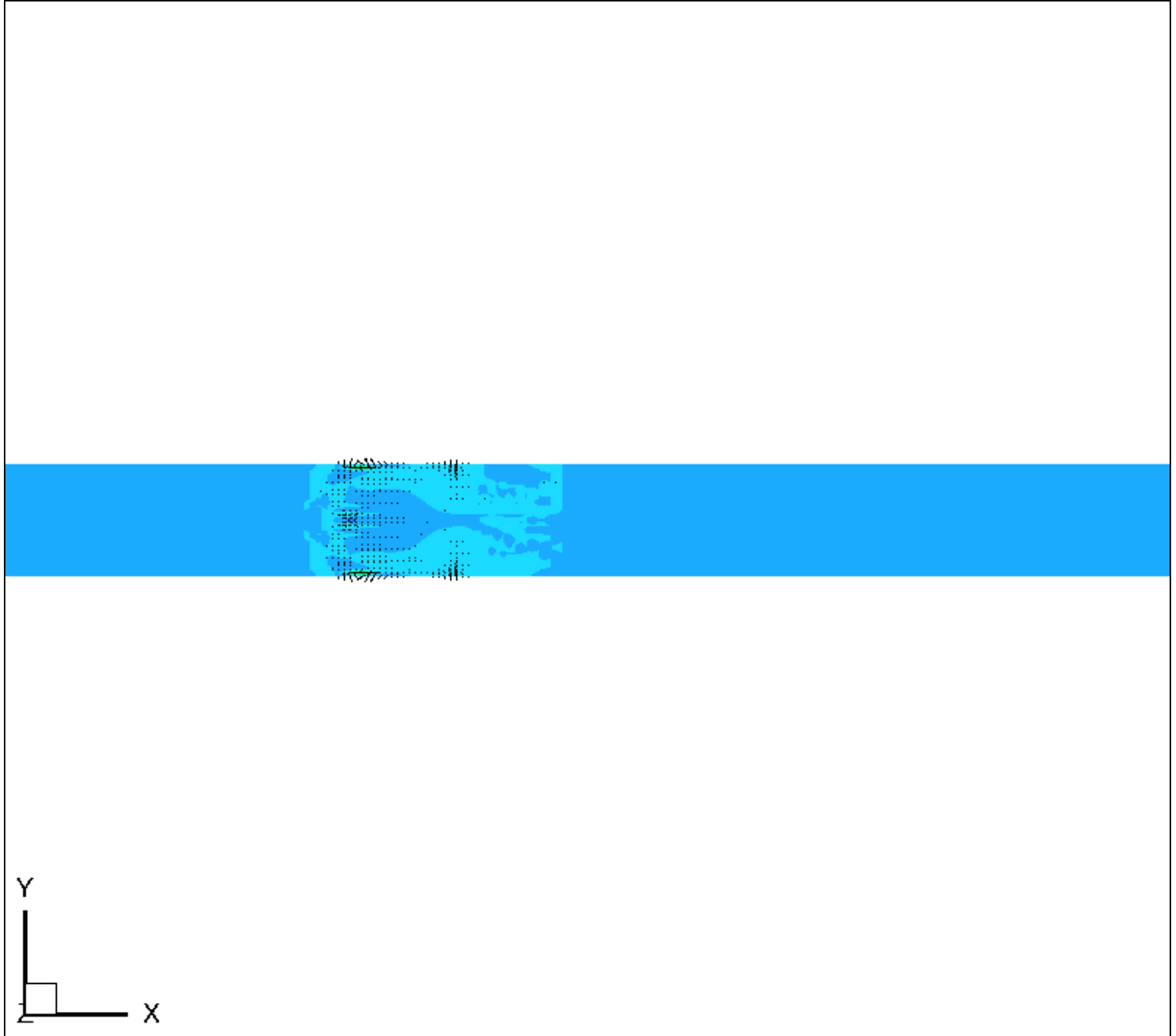


fig.3.42 xy 平面電流密度①

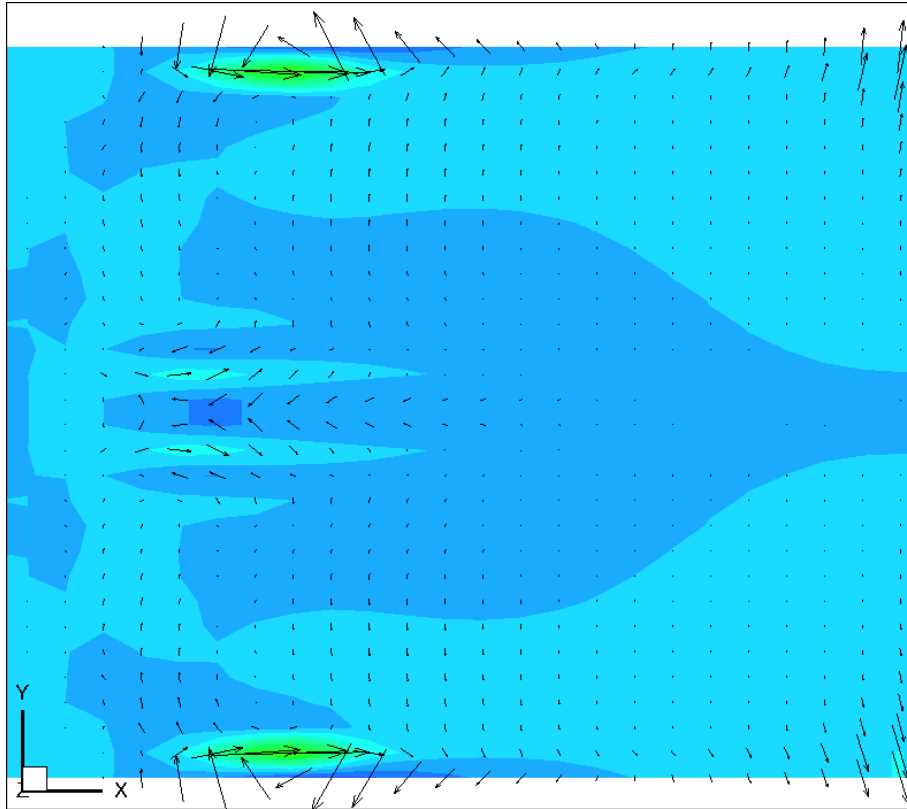


fig.3.43 xy 平面電流密度②

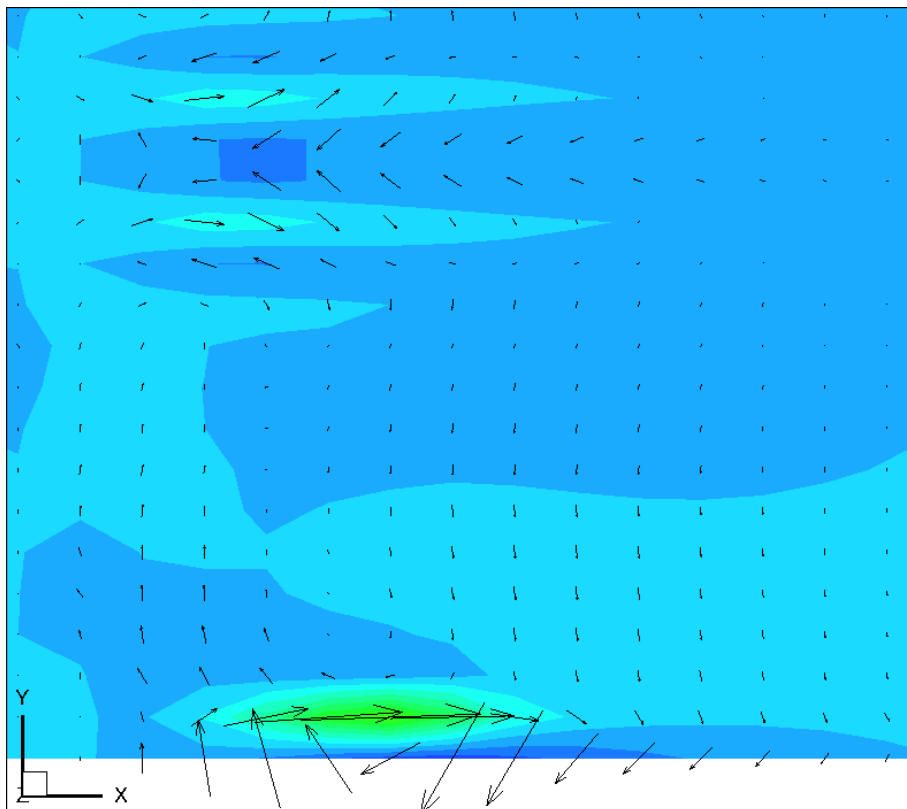


fig.3.44 xy 平面電流密度③

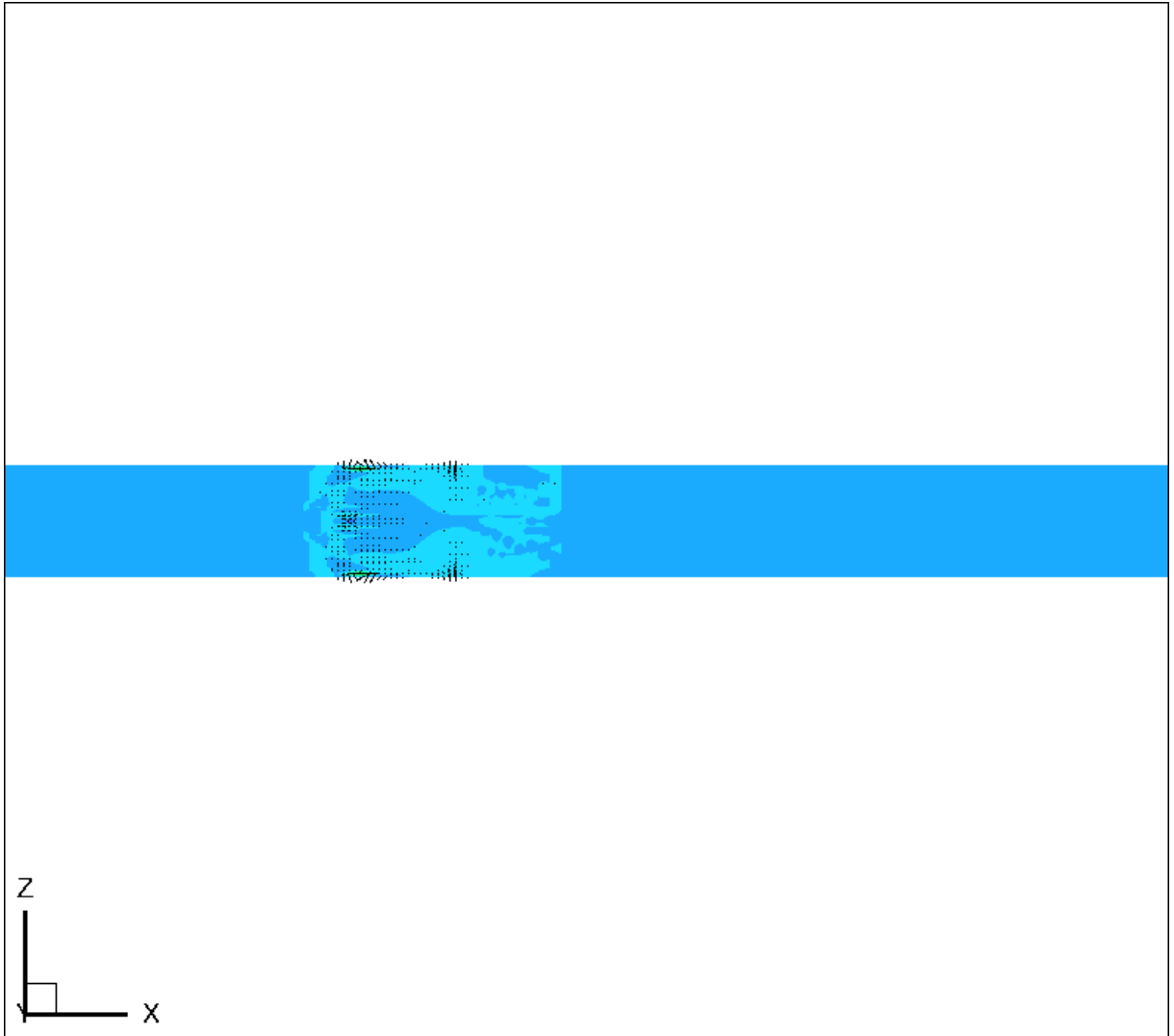


fig.3.45 zx 平面電流密度①

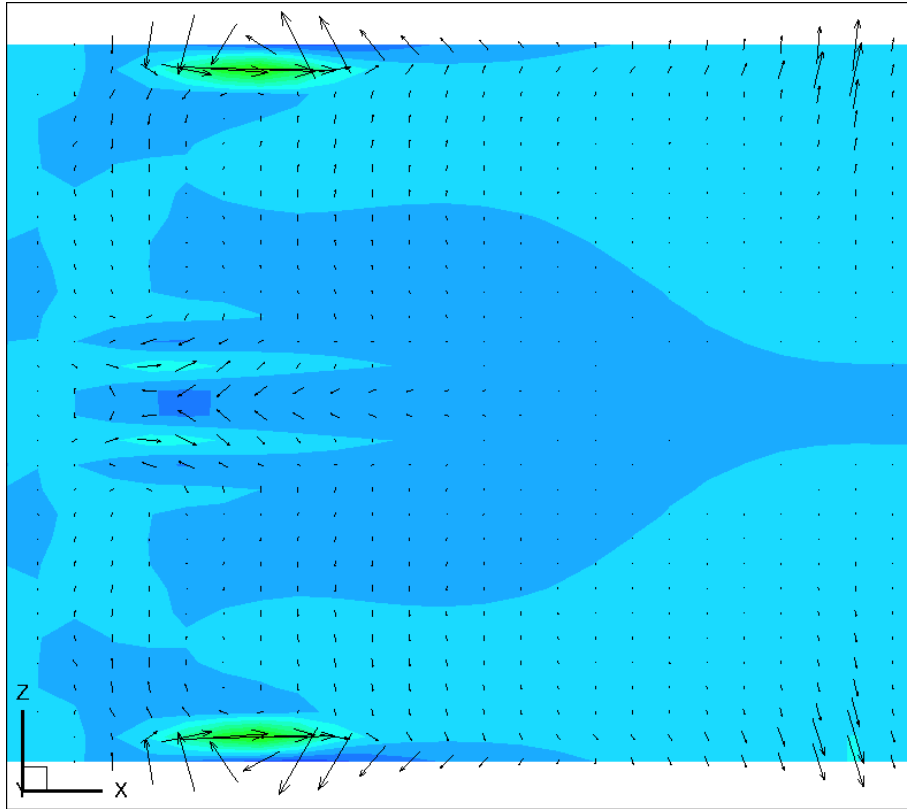


fig.3.46 zx 平面電流密度②

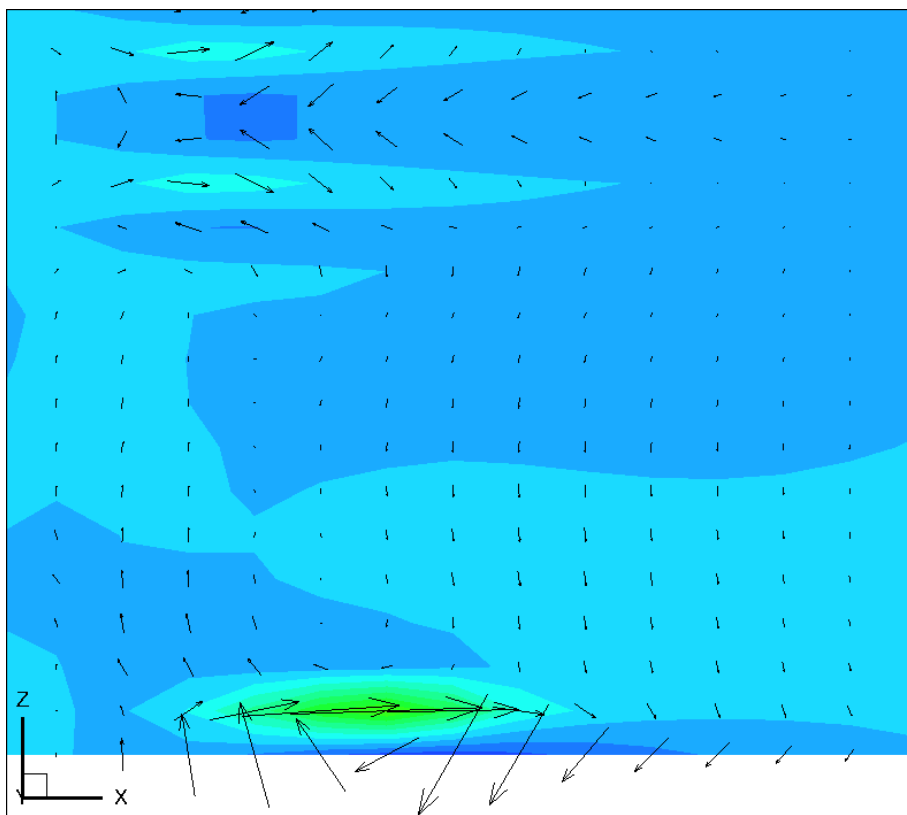


fig.3.47 zx 平面電流密度③

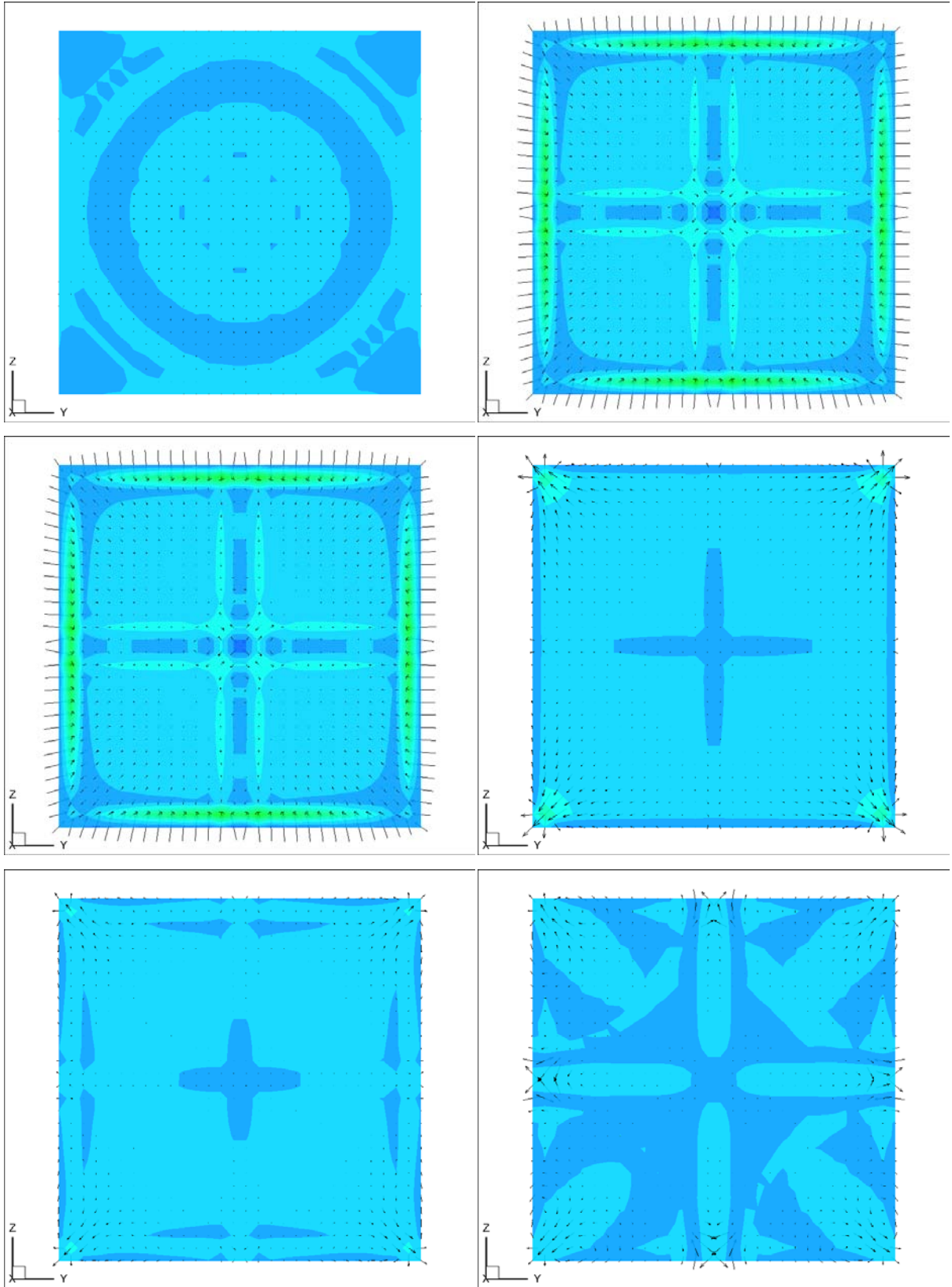


fig.3.48 yz 平面電流密度

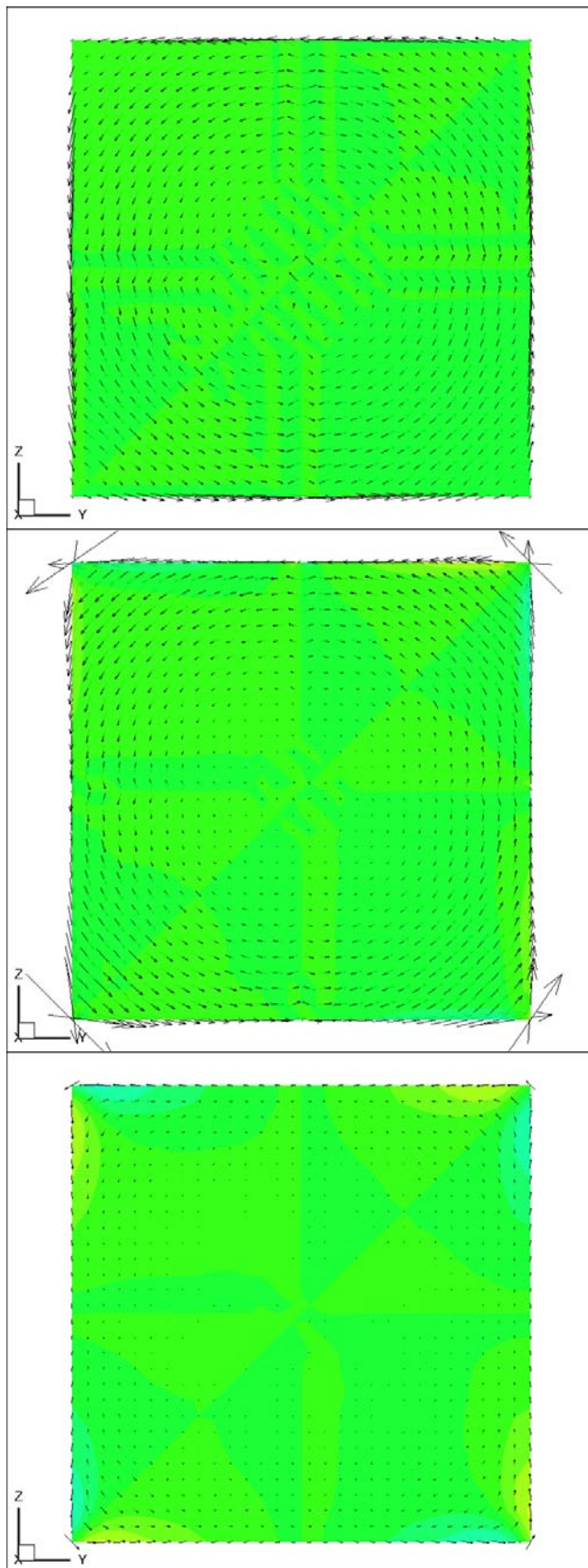


fig.3.49 磁束密度

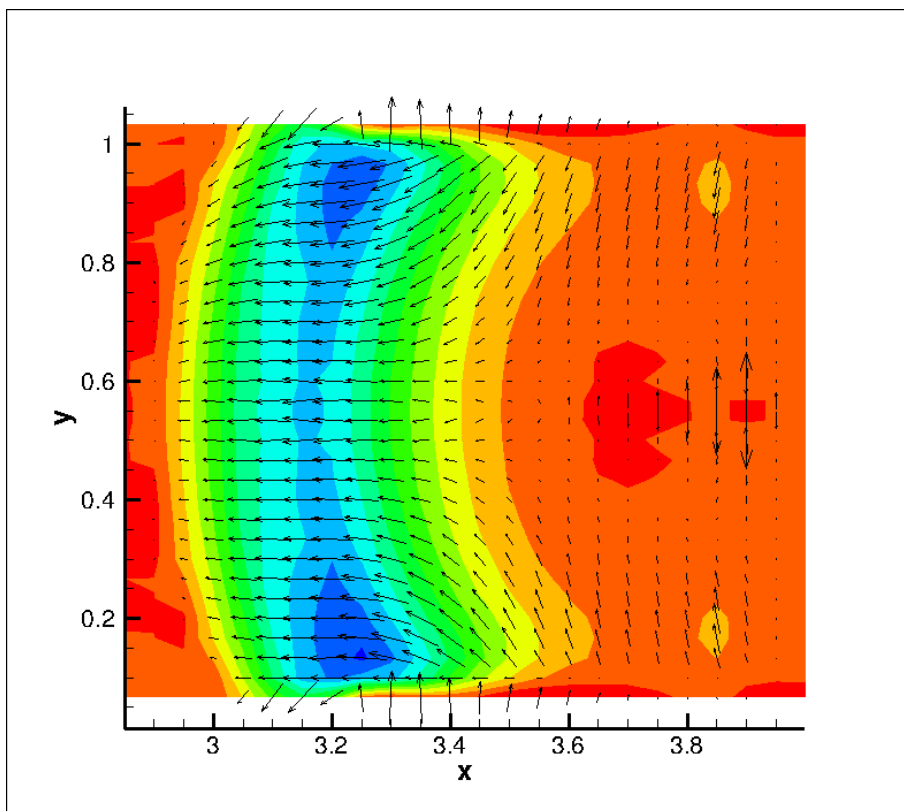


fig.3.50 $z = 1$ 平面での表面電流密度

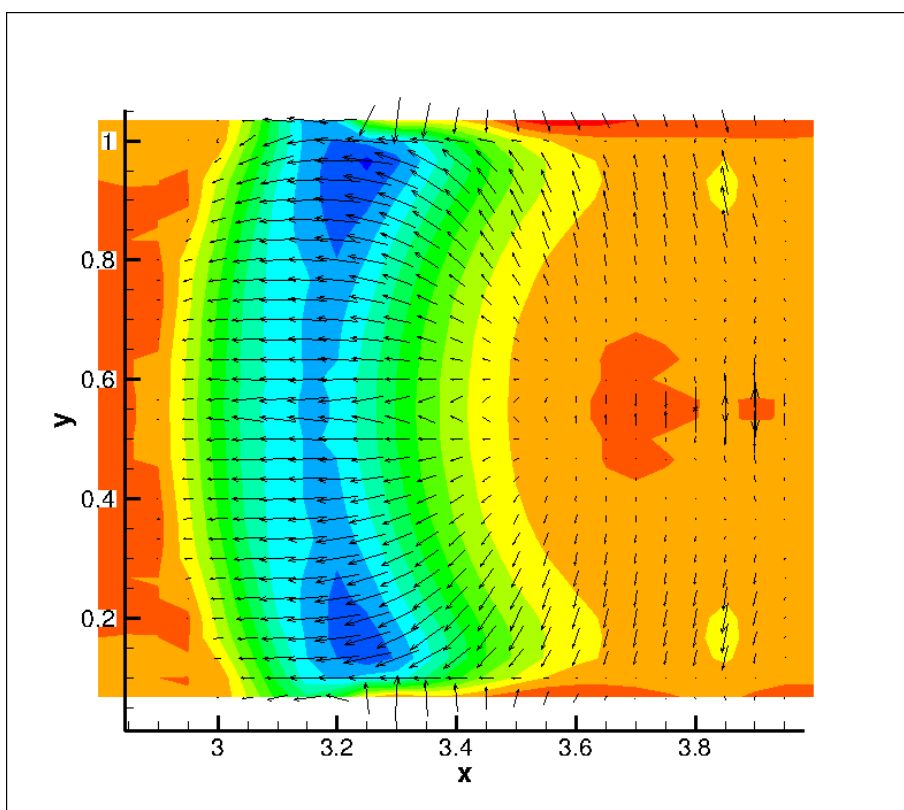


fig.3.51 $z = 30$ での表面電流密度

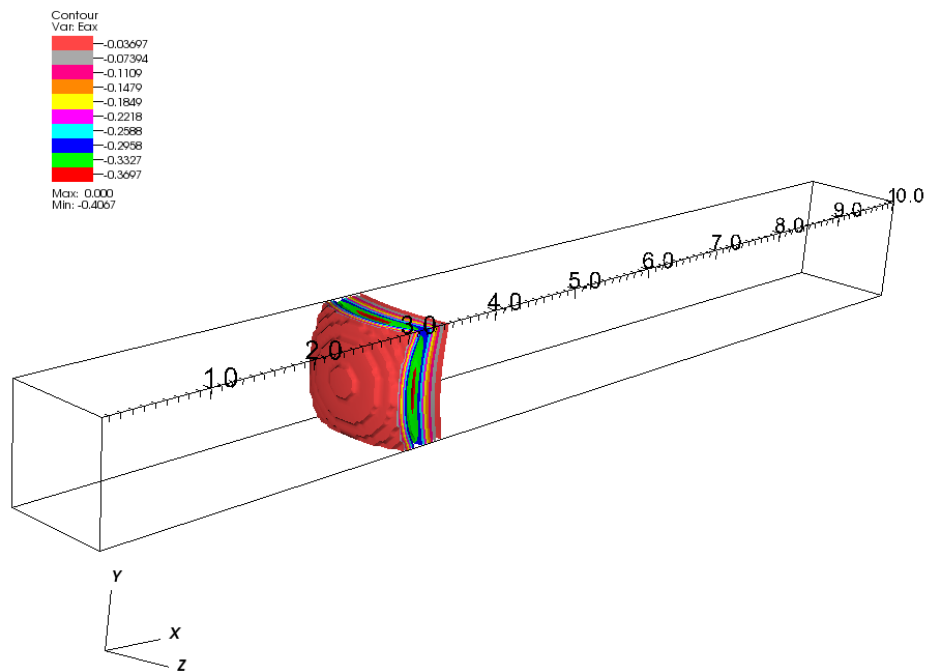


fig.3.52 3次元 x 方向両極性電場

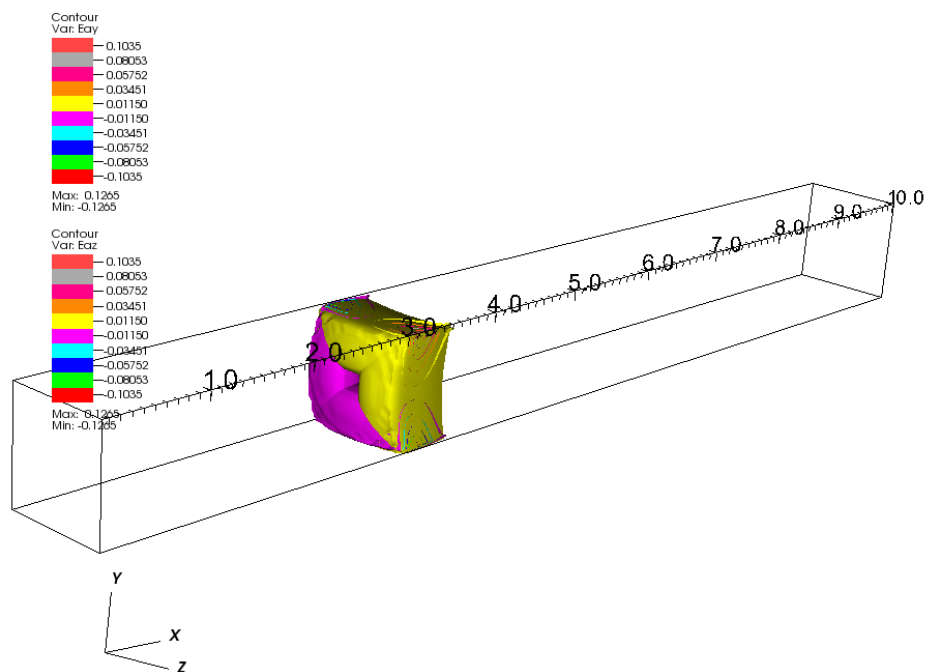


fig.3.53 3次元 yz 方向両極性電場

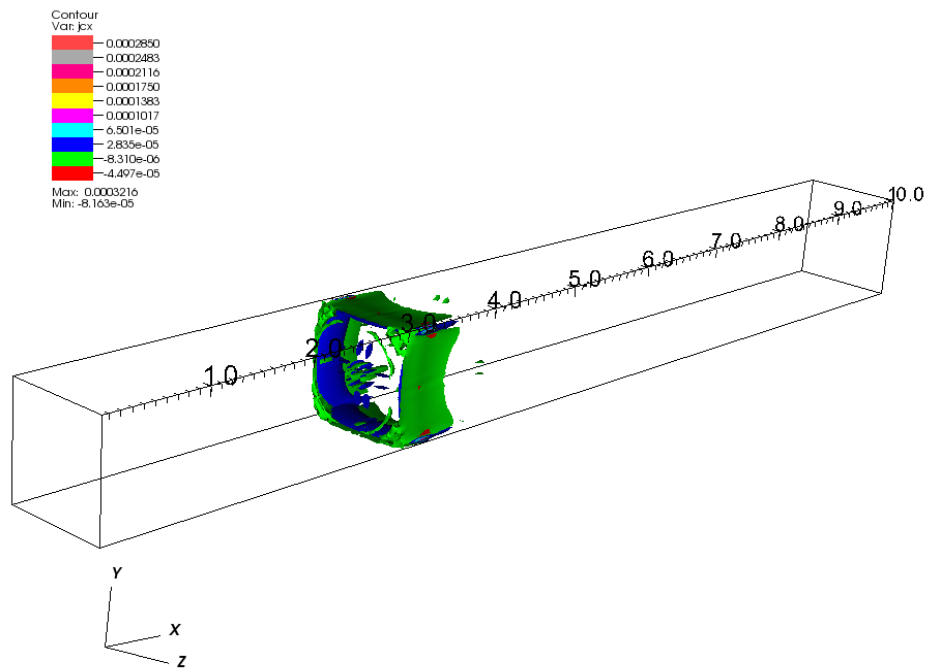


fig.3.54 3次元 x 方向電流密度

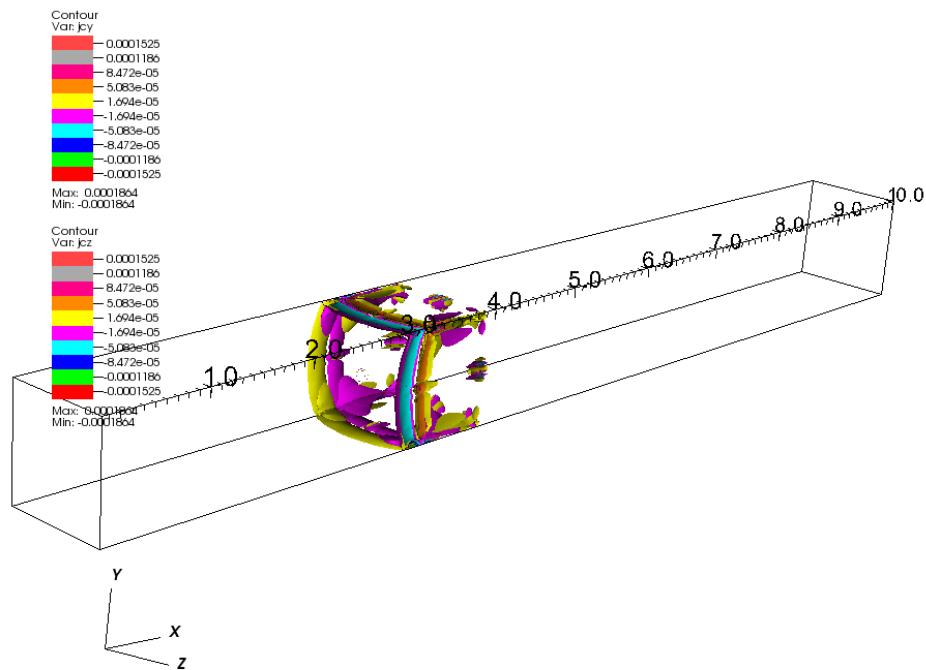


fig.3.55 3次元 yz 方向電流密度

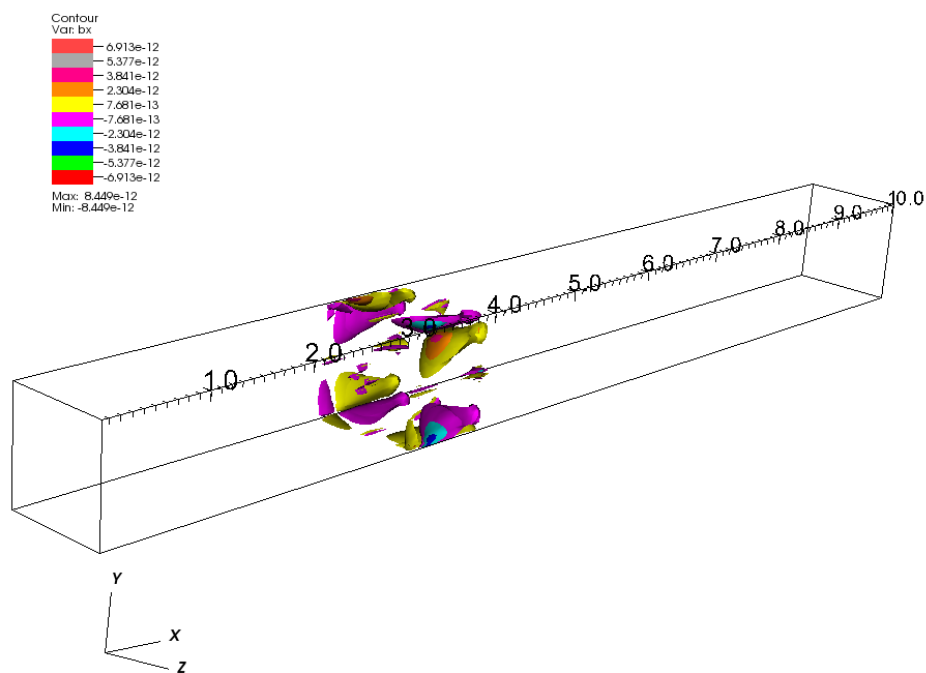


fig.3.56 3次元 x 方向磁束密度

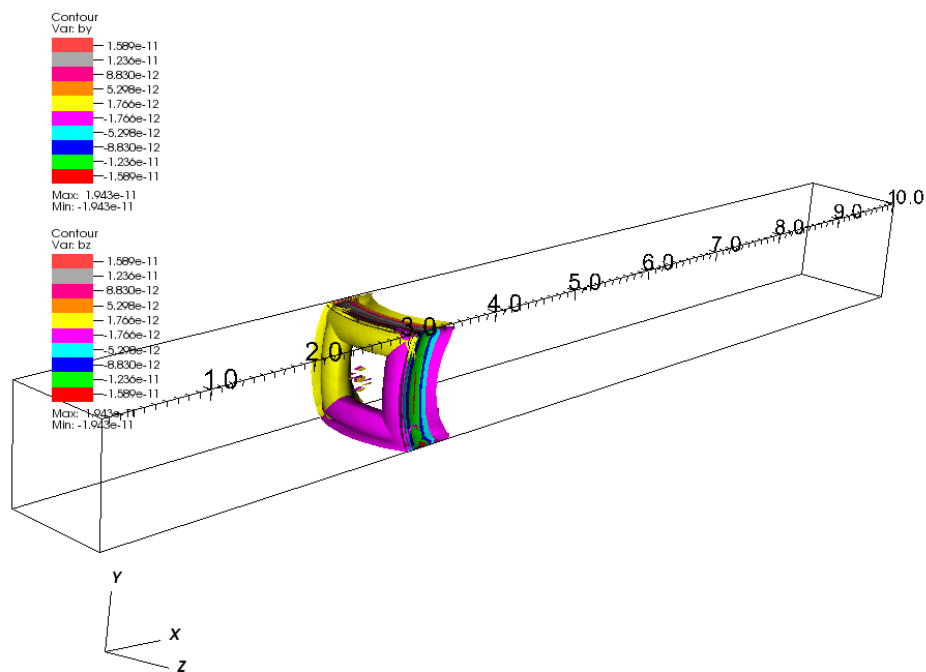


fig.3.57 3次元 yz 方向磁束密度

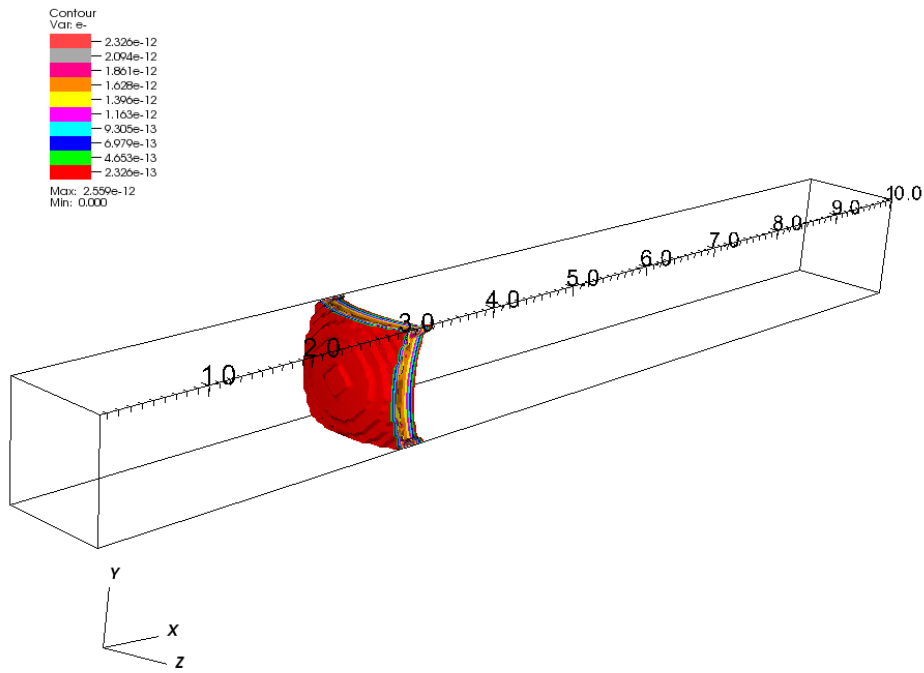


fig.3.58 e^- 密度分布

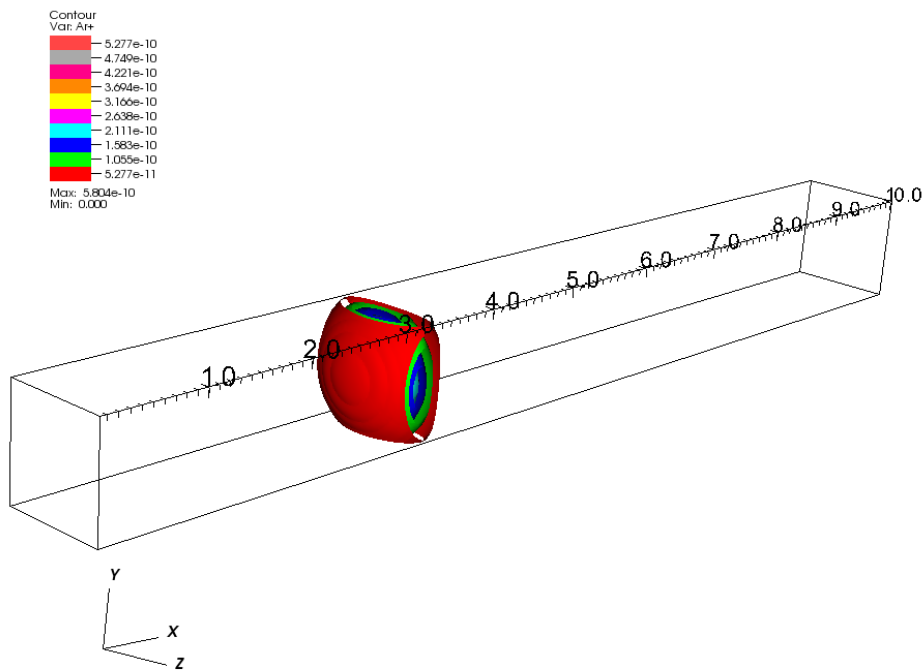


fig.3.59 A_r^+ 密度分布

(II) 電気伝導度 $\sigma = 650$

i) 座標 $(y, z) = (2, 15)$

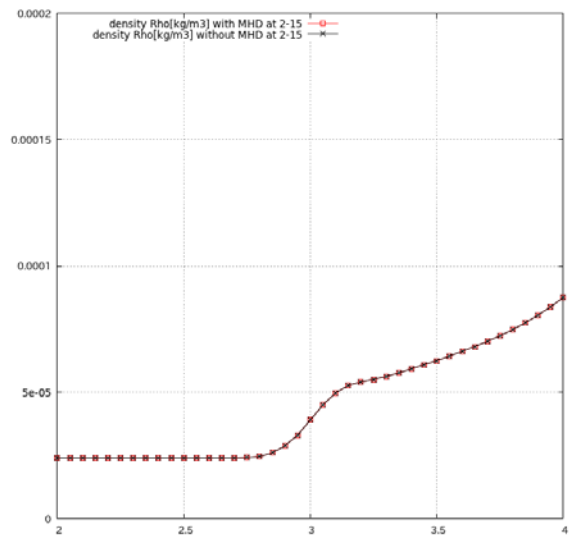
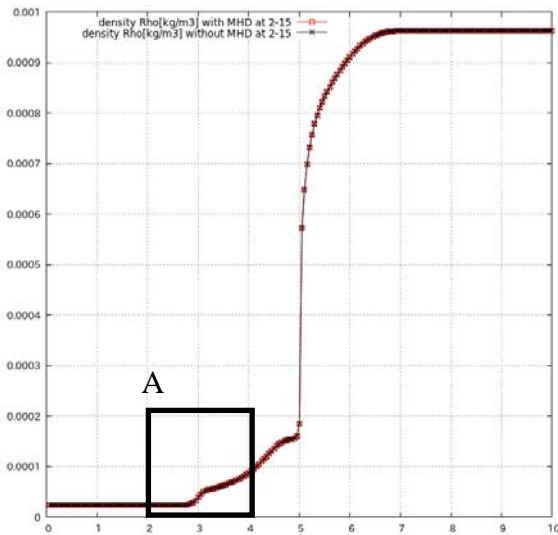


fig.3.60 圧力①

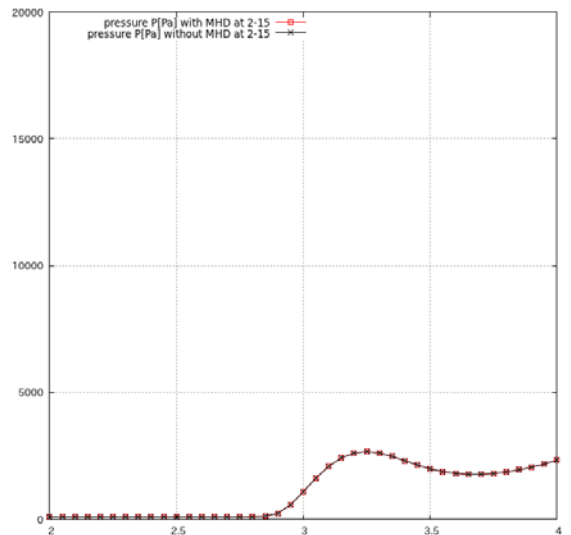
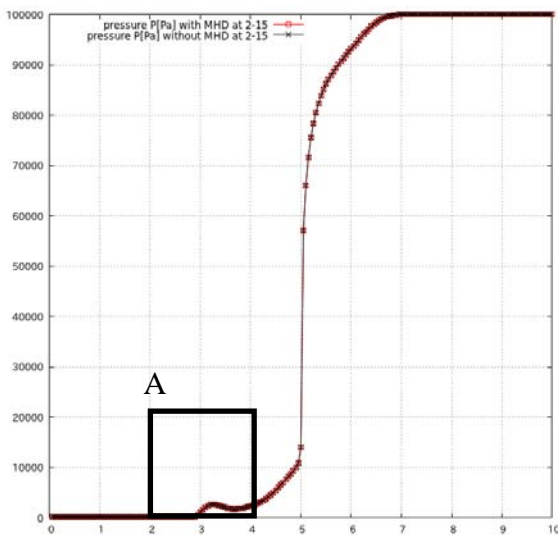


fig.3.61 密度①

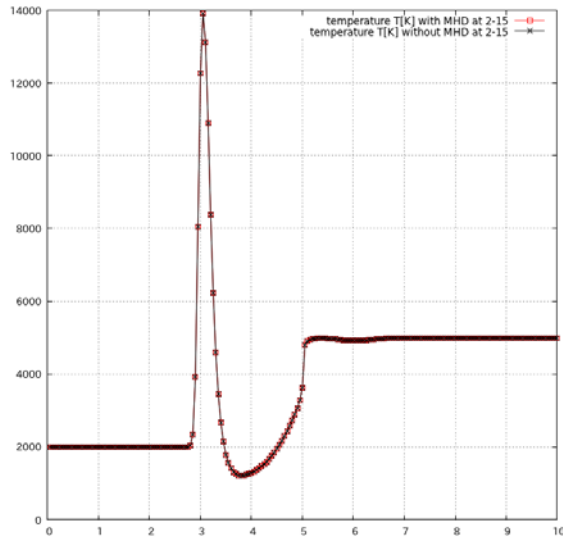


fig.3.62 温度①

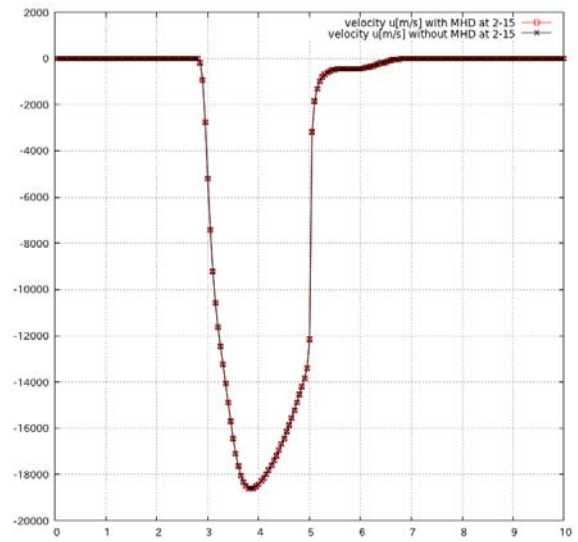


fig.3.63 速度 u ①

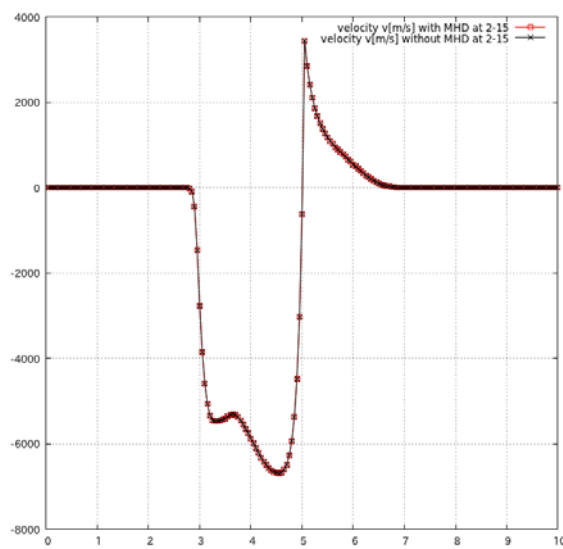


fig.3.64 速度 v ①

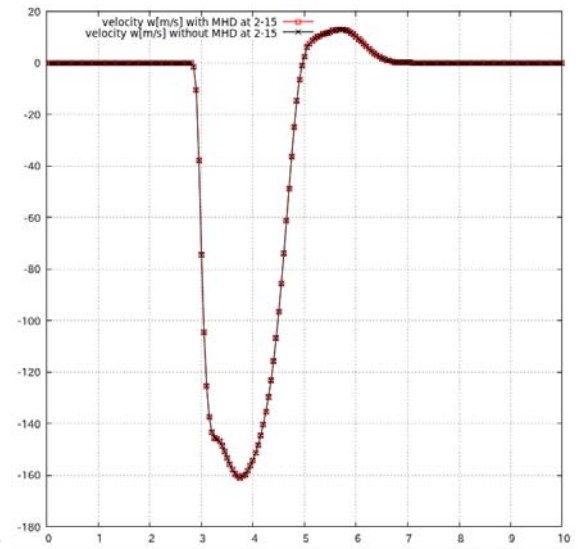


fig.3.65 速度 w ①

ii) 座標 $(y, z) = (8, 15)$

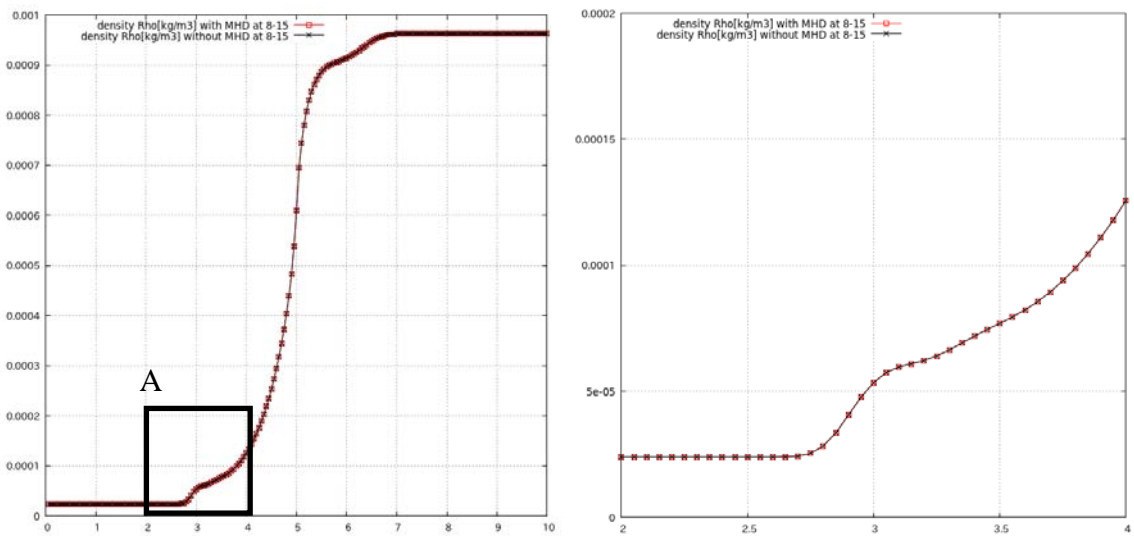


fig.3.66 密度②

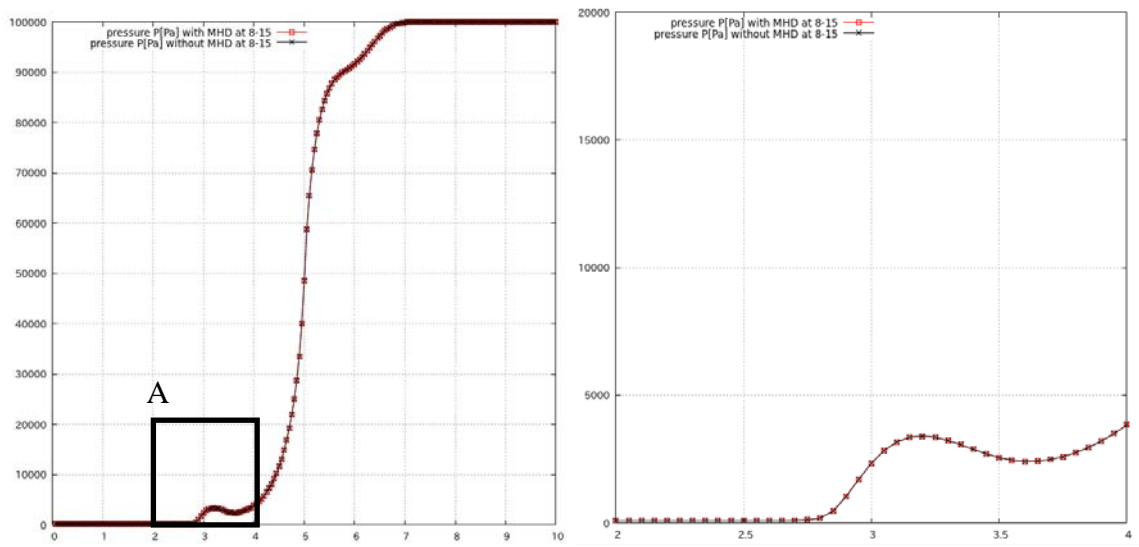


fig.3.67 压力②

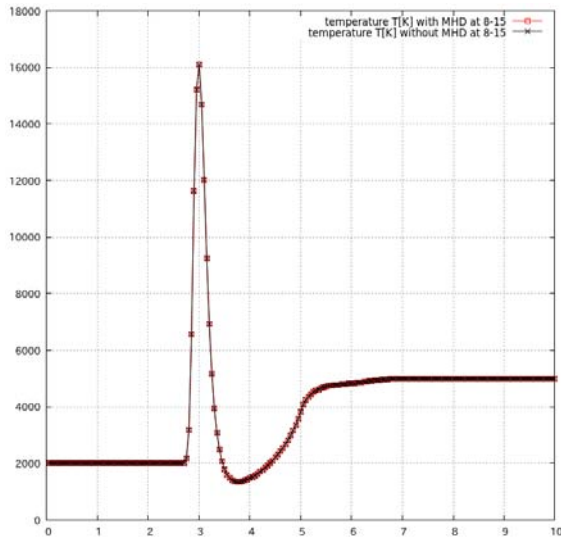


fig.3.68 温度②

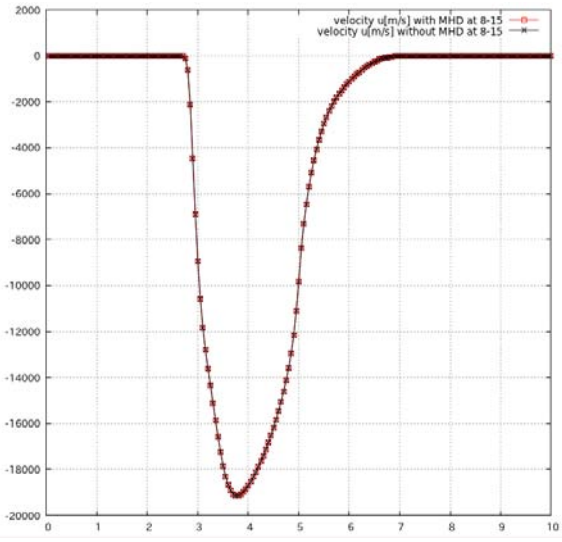


fig.3.69 速度 u ②

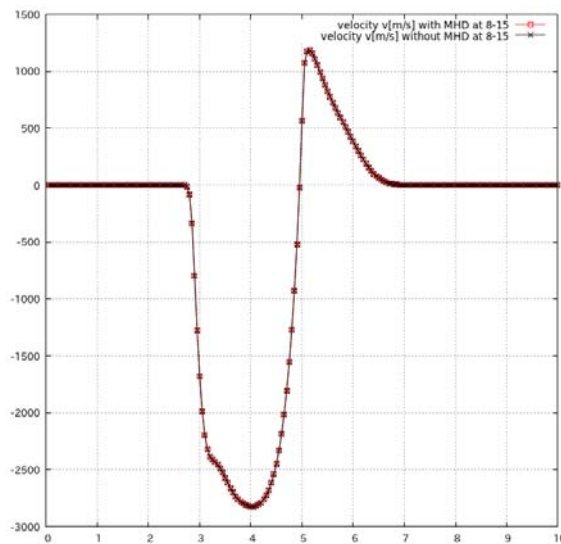


fig.3.70 速度 v ②

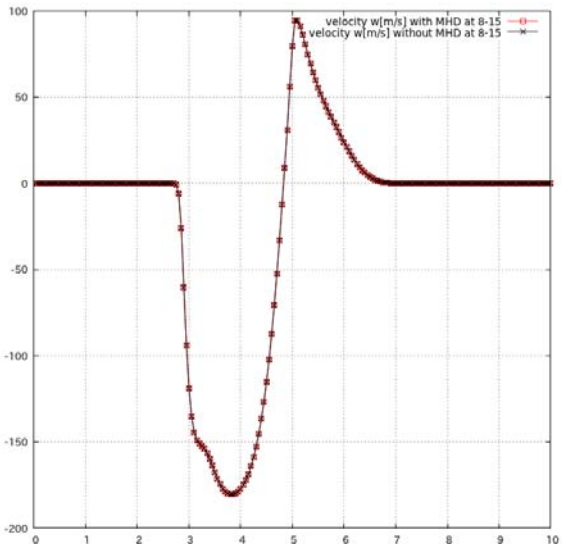


fig.3.71 速度 w ②

iii) 座標 $(y, z) = (15, 15)$

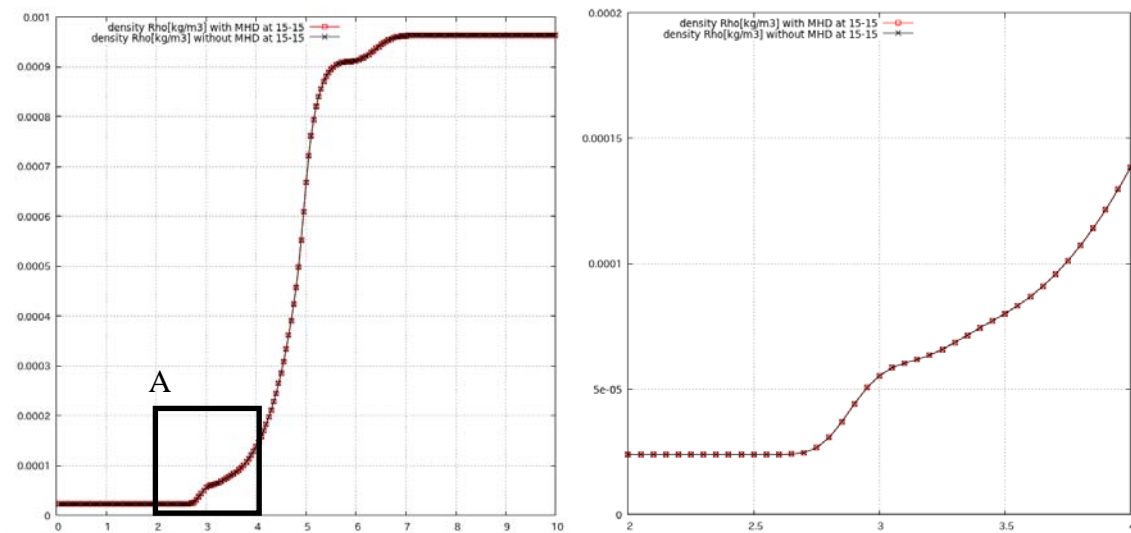


fig.3.72 密度③

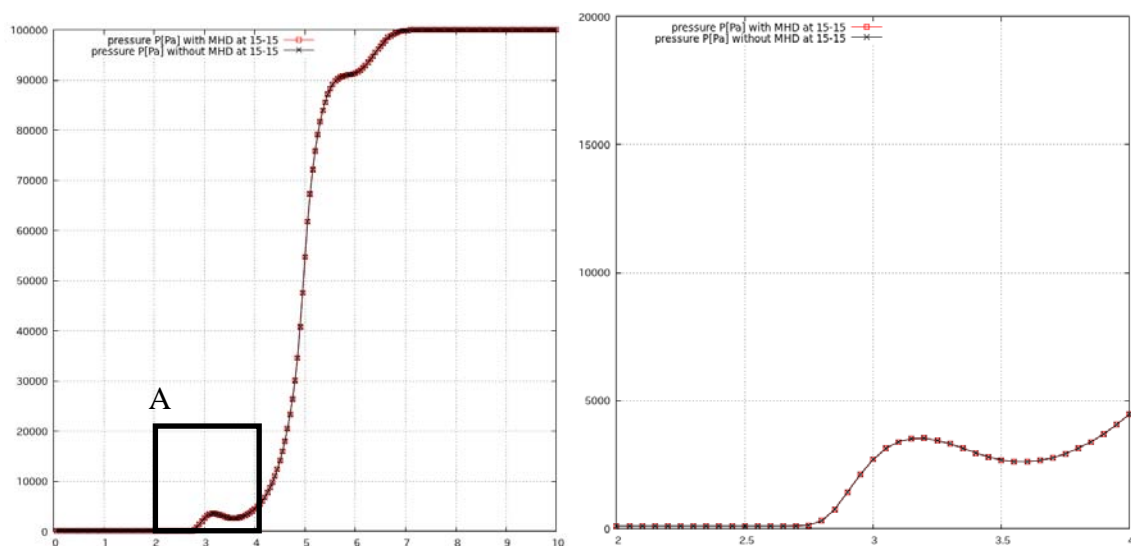


fig.3.73 压力③

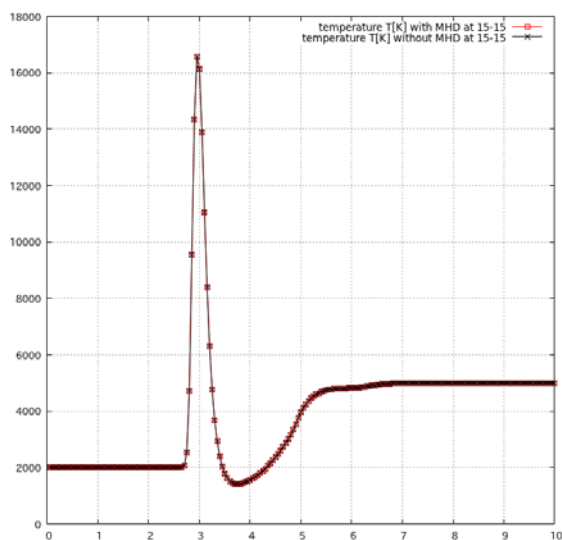


fig.3.74 温度③

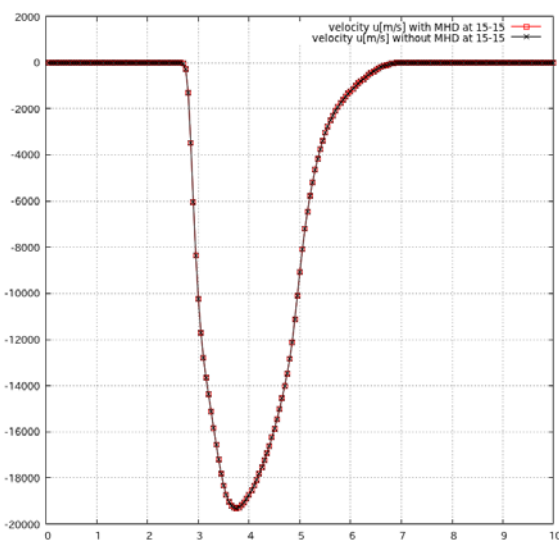


fig.3.75 速度 u ③

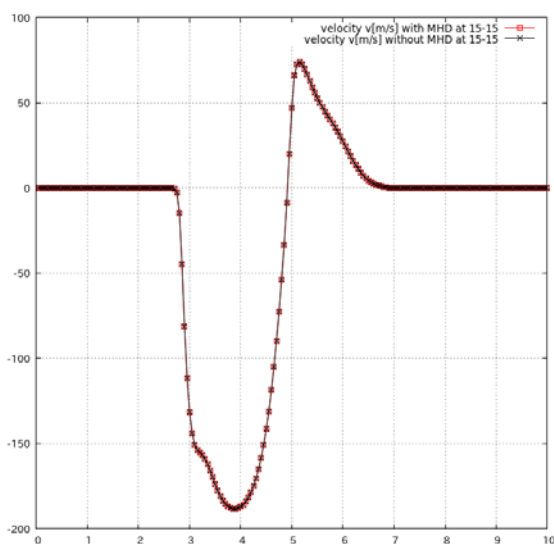


fig.3.76 速度 v ③

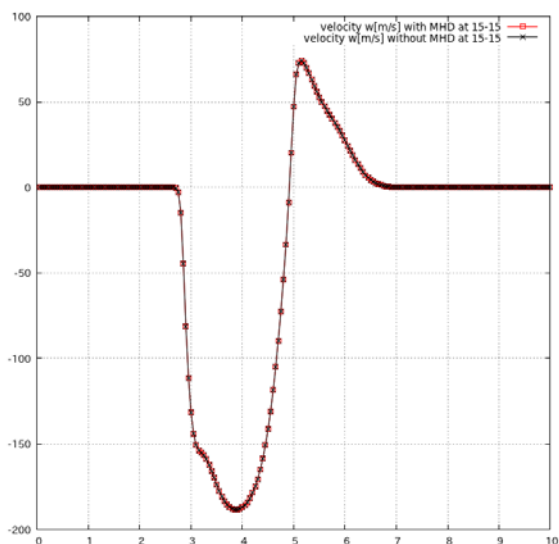


fig.3.77 速度 w ③

iv) 座標 $(y, z) = (15, 8)$

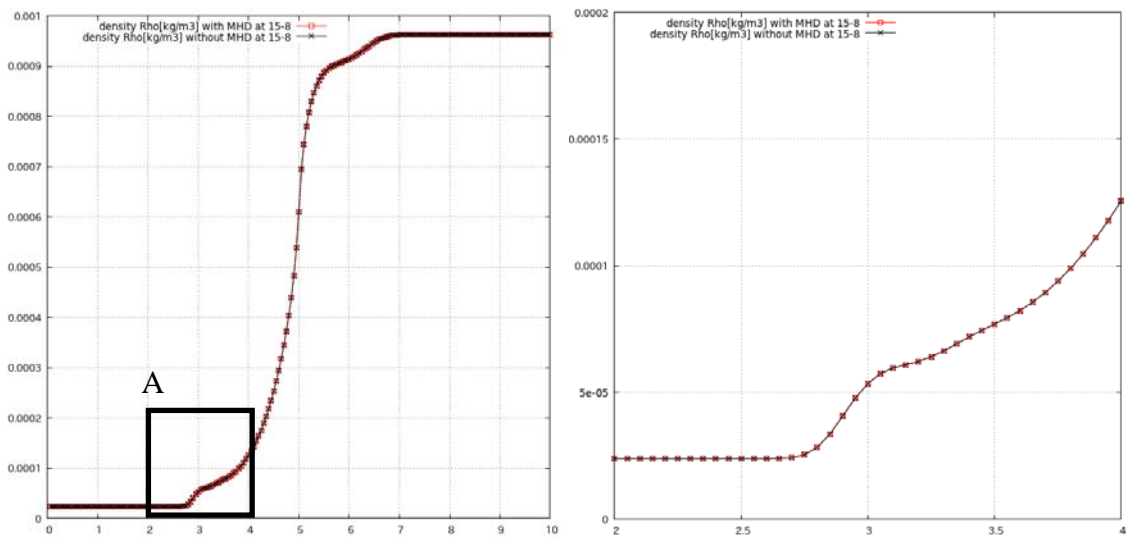


fig.3.78 密度④

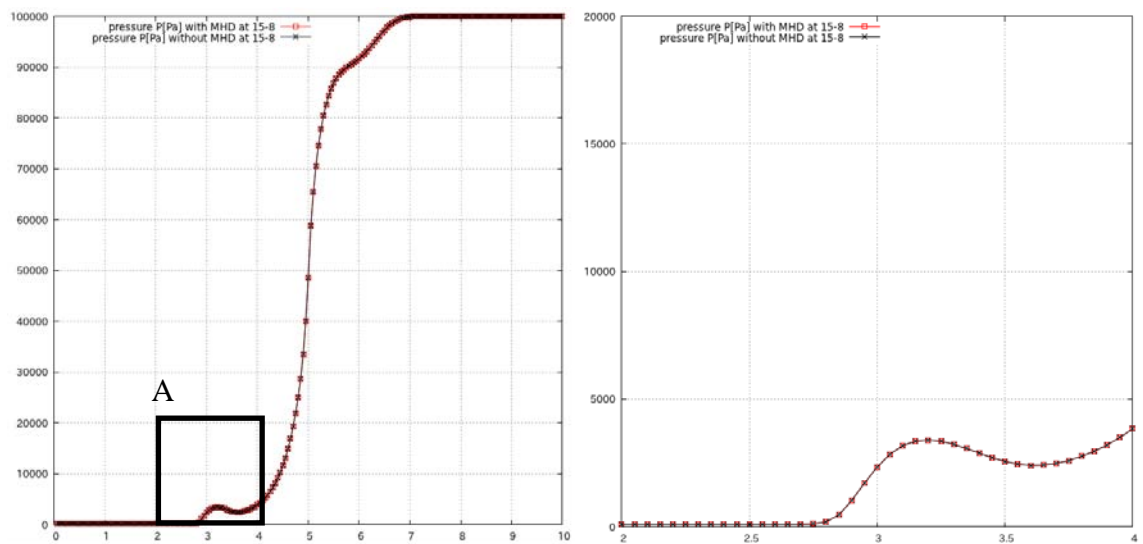


fig.3.79 压力④

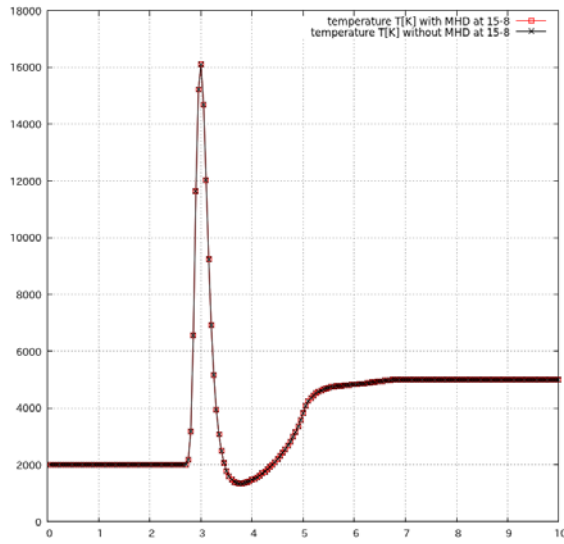


fig.3.80 温度④

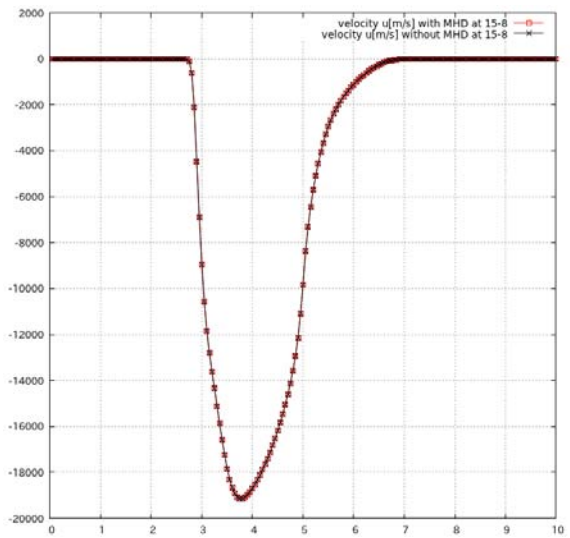


fig.3.81 速度 u ④

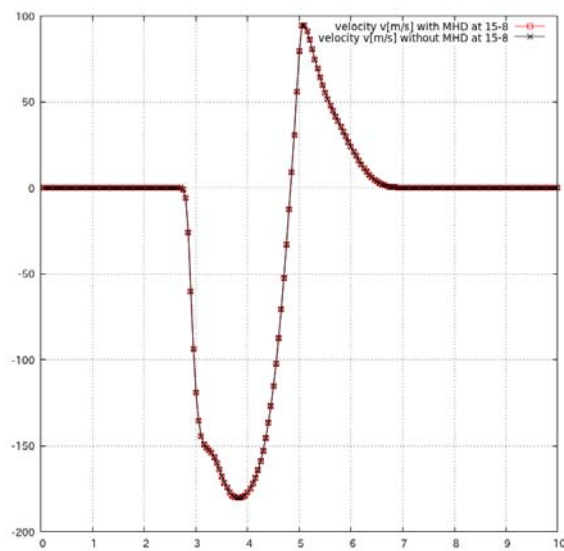


fig.3.82 速度 v ④

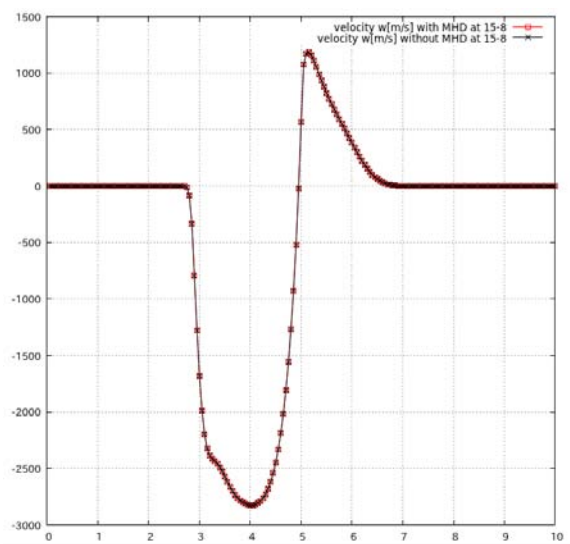


fig.3.83 速度 w ④

v) 座標 $(y, z) = (15, 2)$

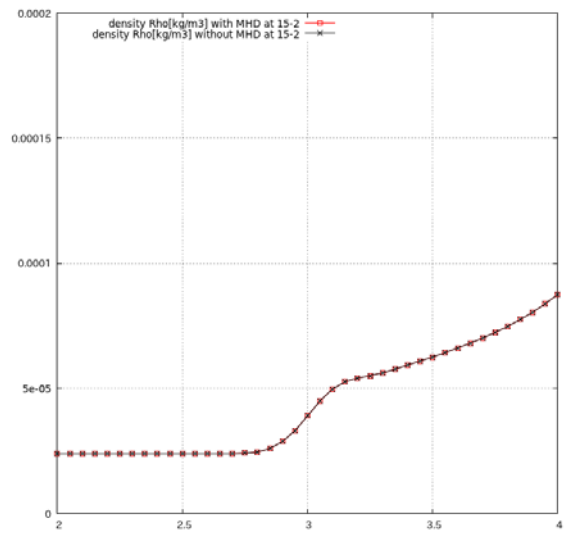
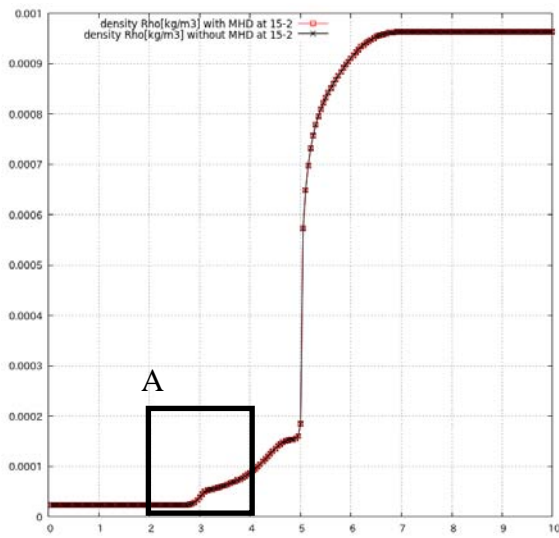


fig.3.84 密度⑤

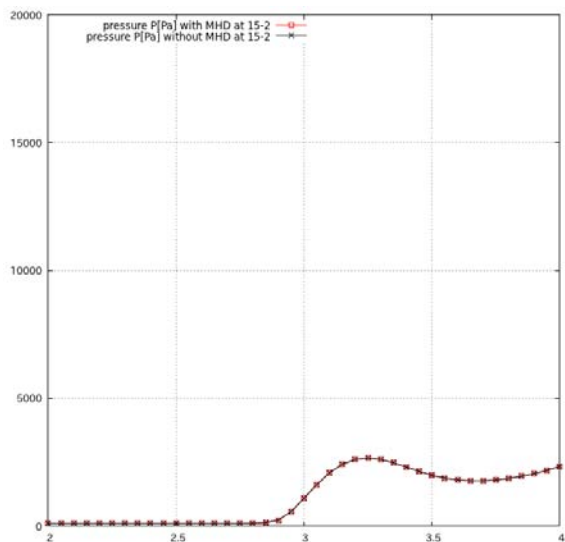
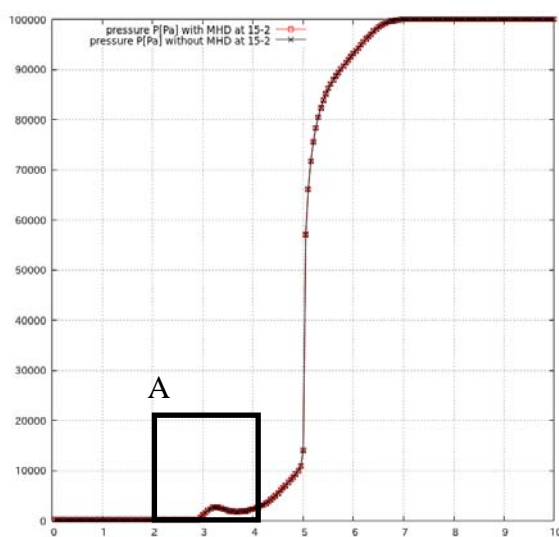


fig.3.85 压力⑤

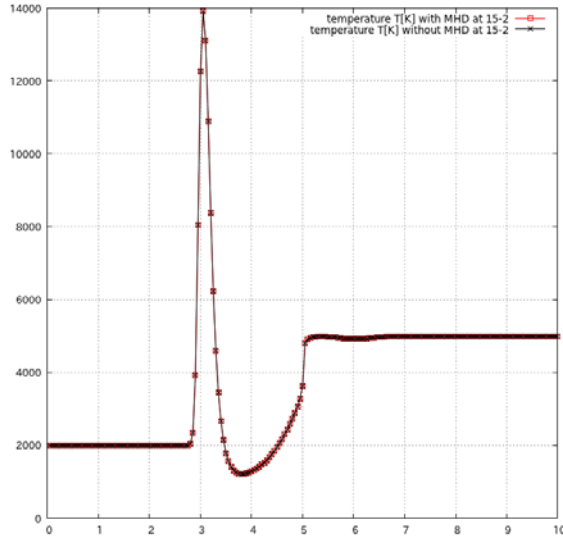


fig.3.86 温度⑤

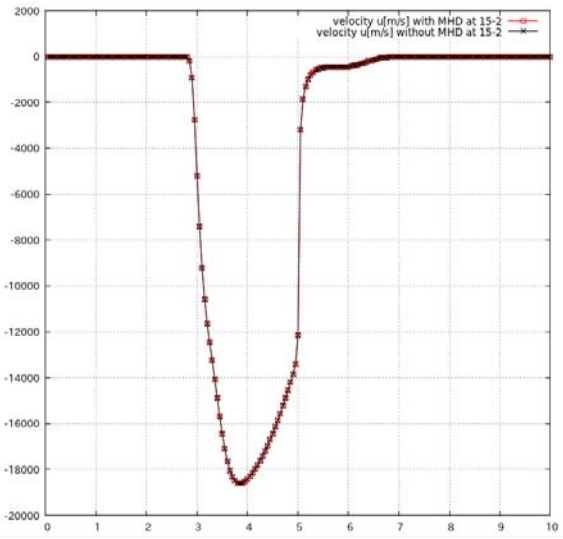


fig.3.87 速度 u ⑤

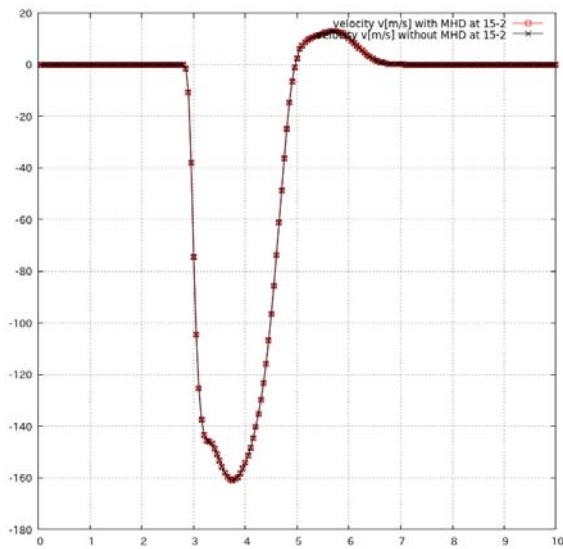


fig.3.88 速度 v ⑤

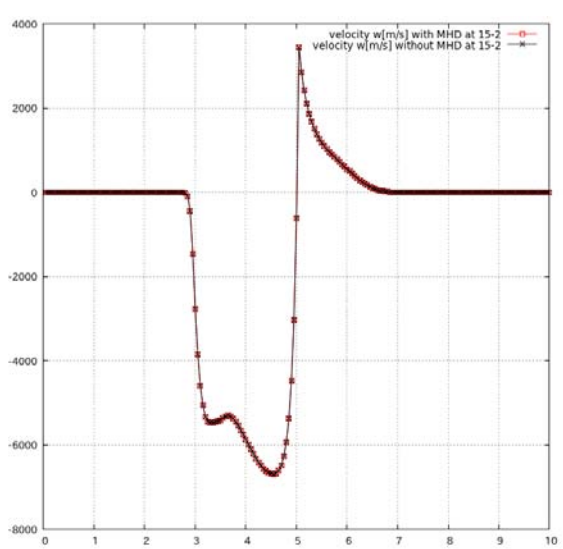


fig.3.89 速度 w ⑤

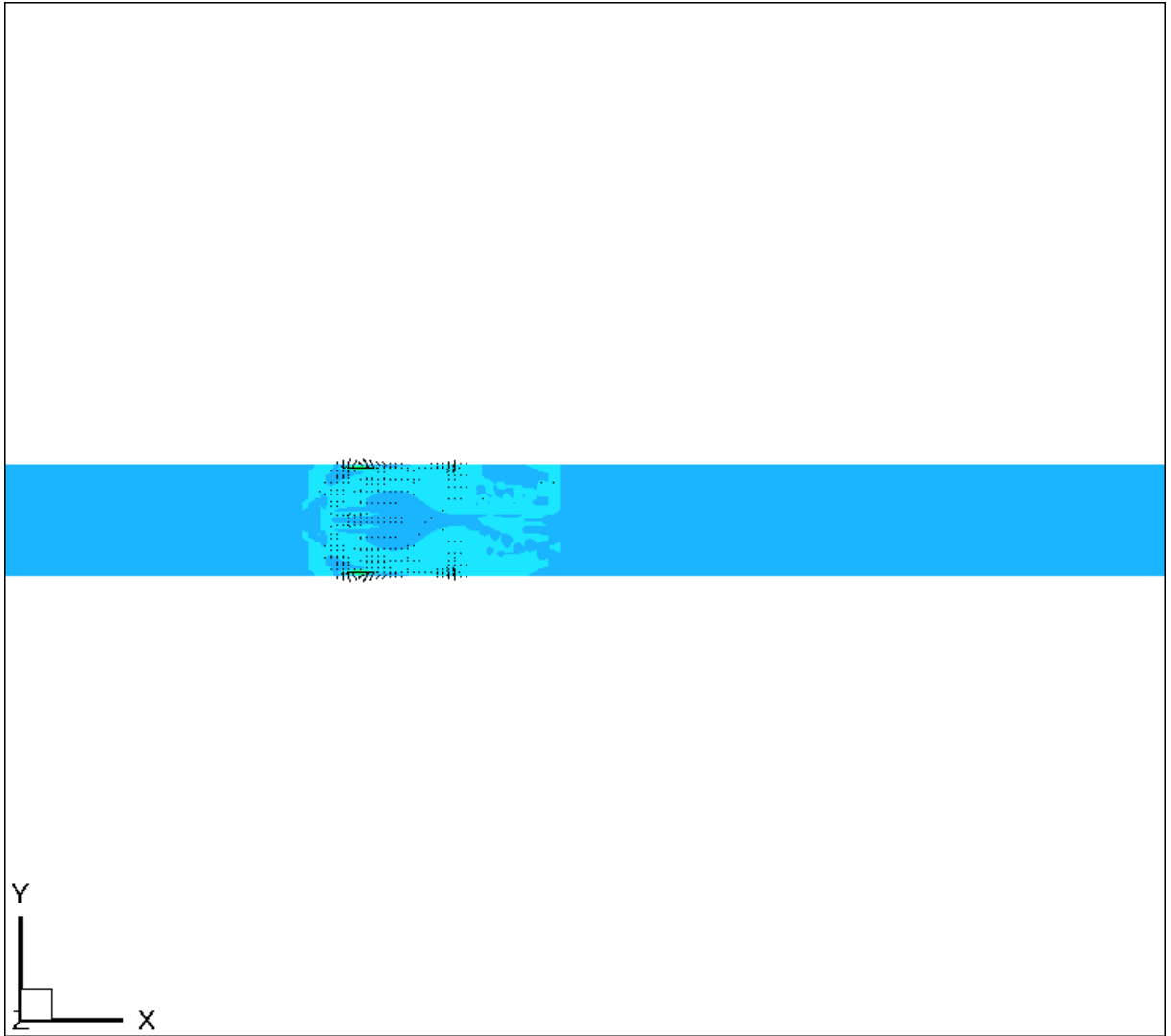


fig.3.90 xy 平面電流密度①

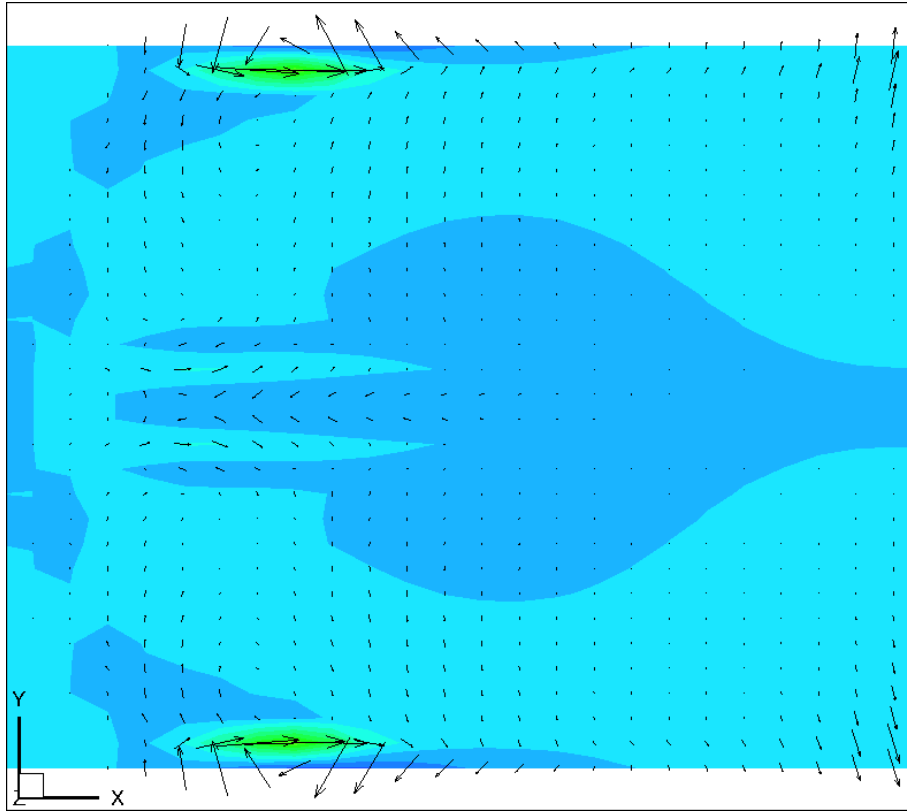


fig.3.91 xy 平面電流密度①

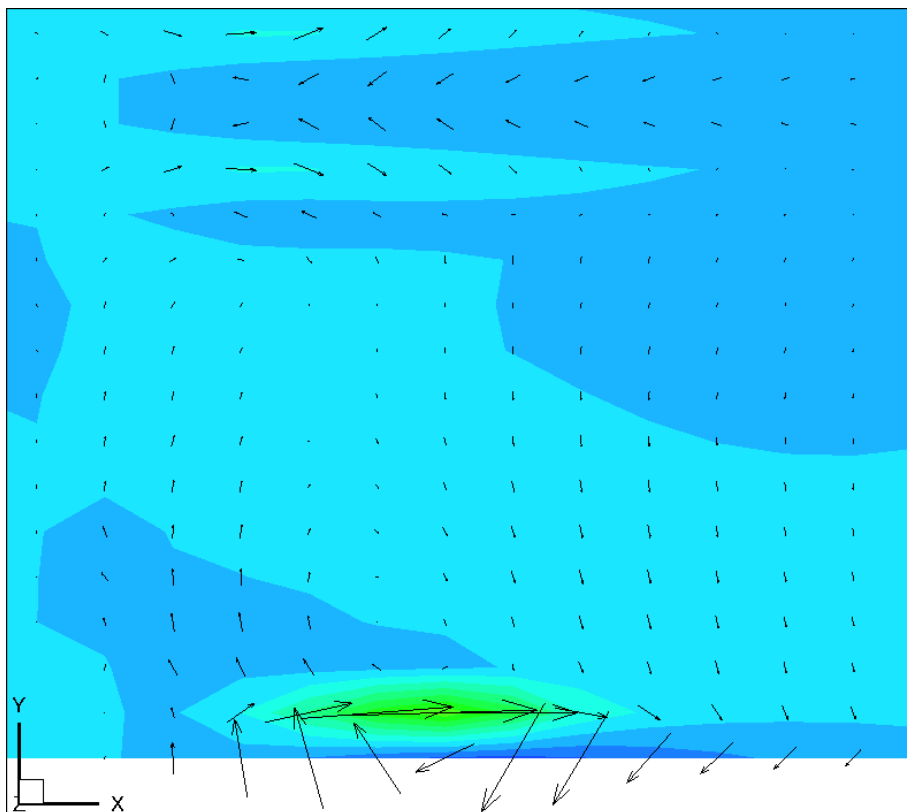


fig.3.92 xy 平面電流密度①

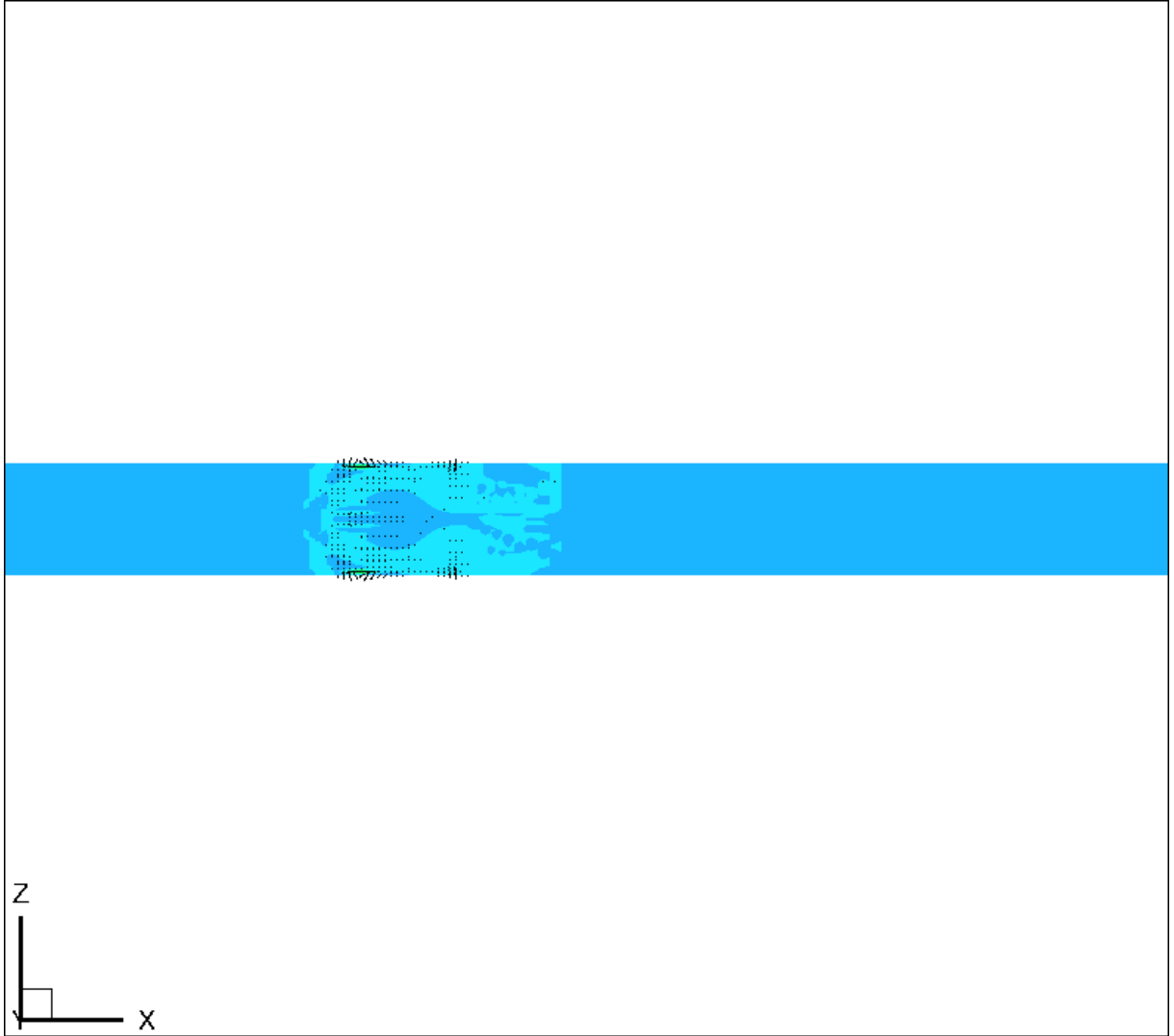


fig.3.93 zx 平面電流密度①

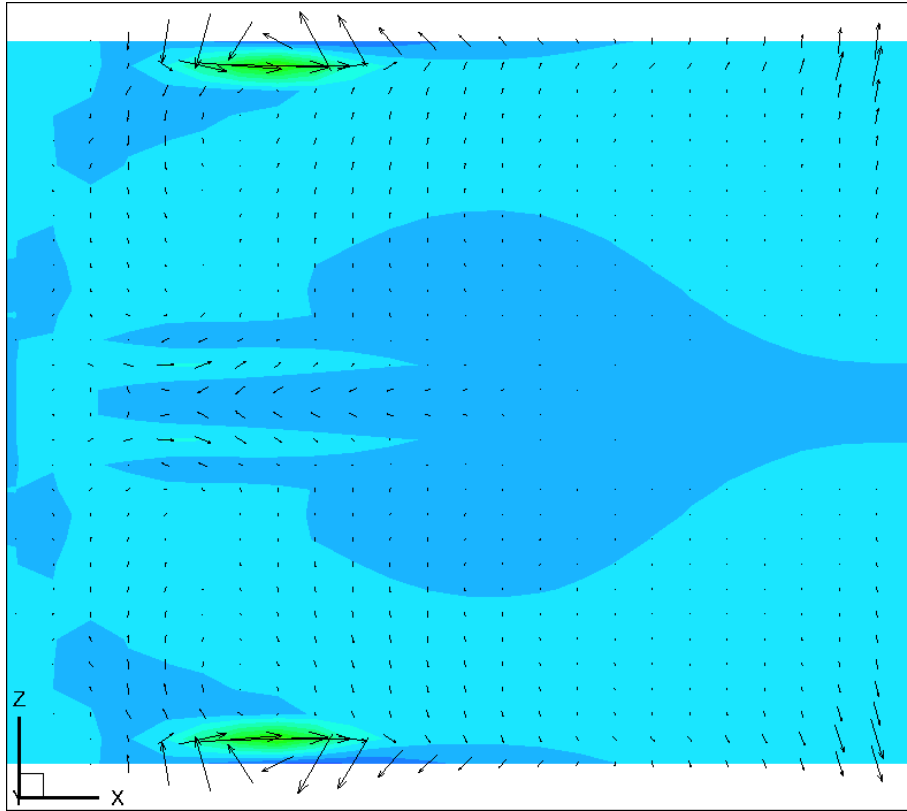


fig.3.94 zx 平面電流密度①

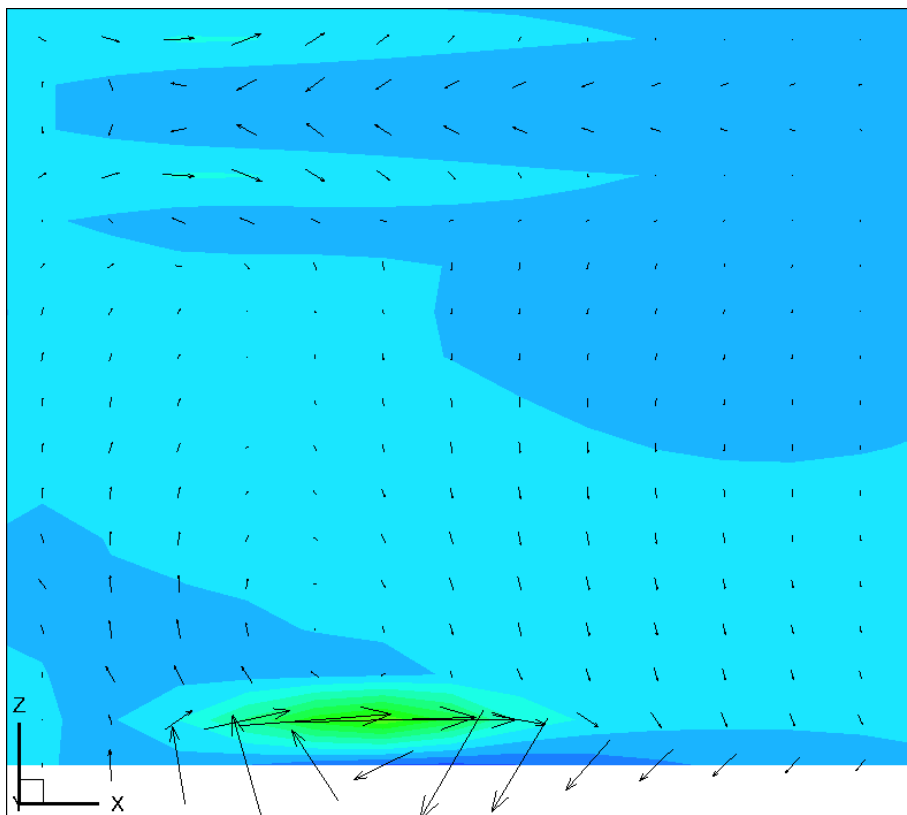


fig.3.95 zx 平面電流密度①

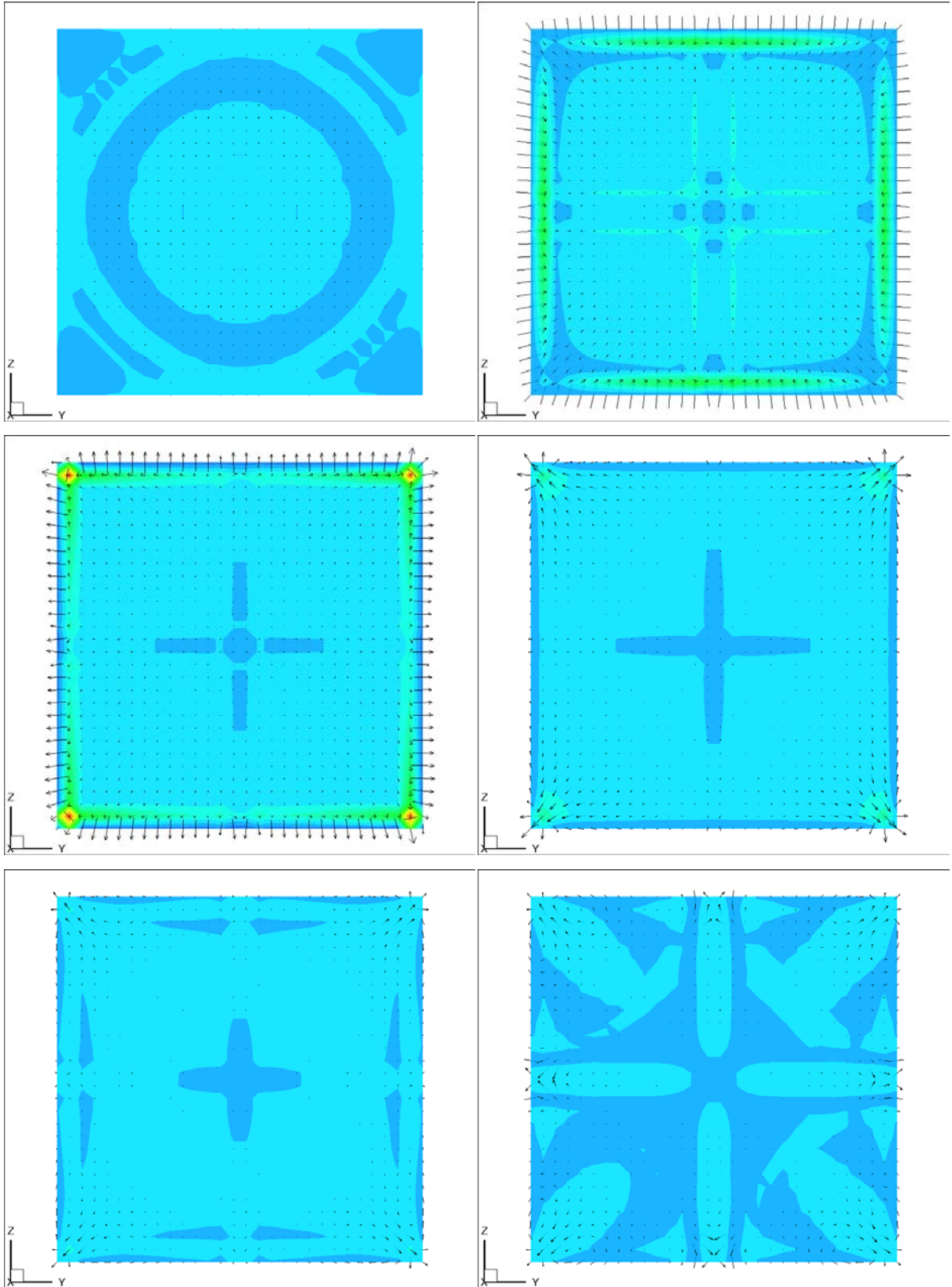


fig.3.96 yz 平面電流密度

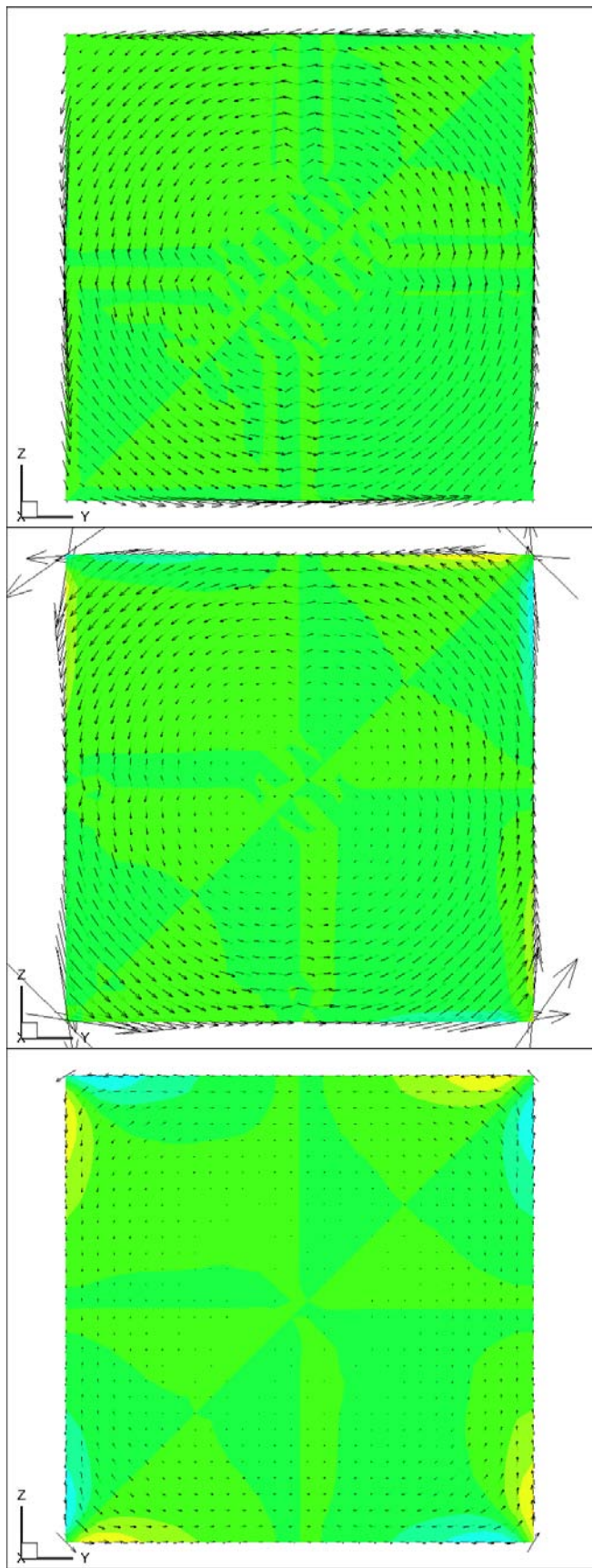


fig.3.97 磁束密度

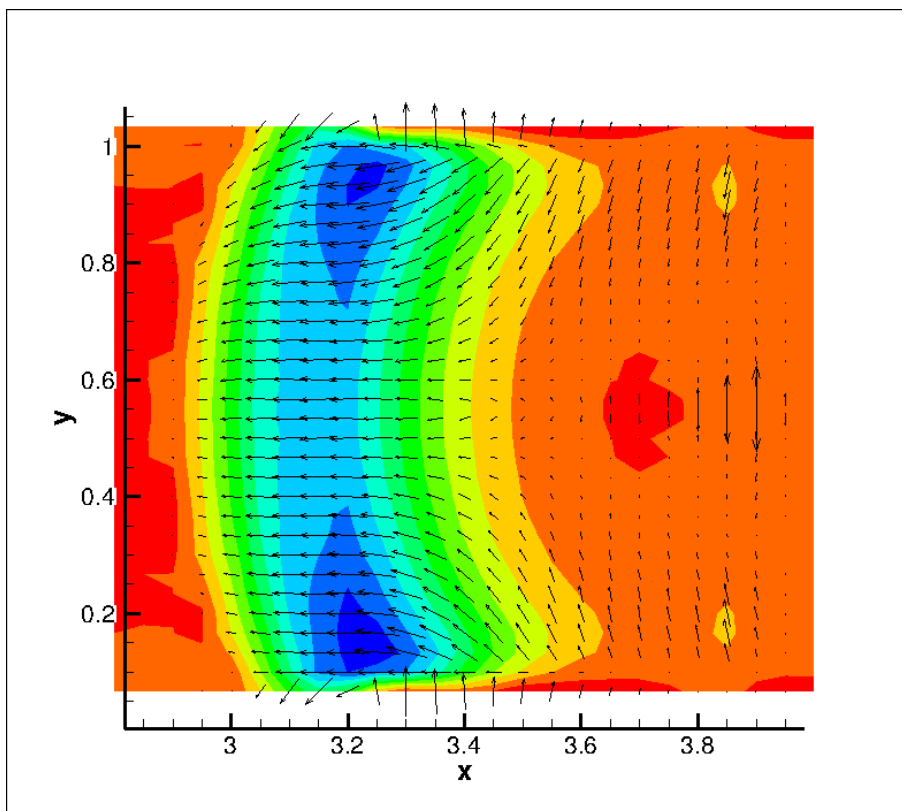


fig.3.98 $z = 1$ 平面での表面電流密度

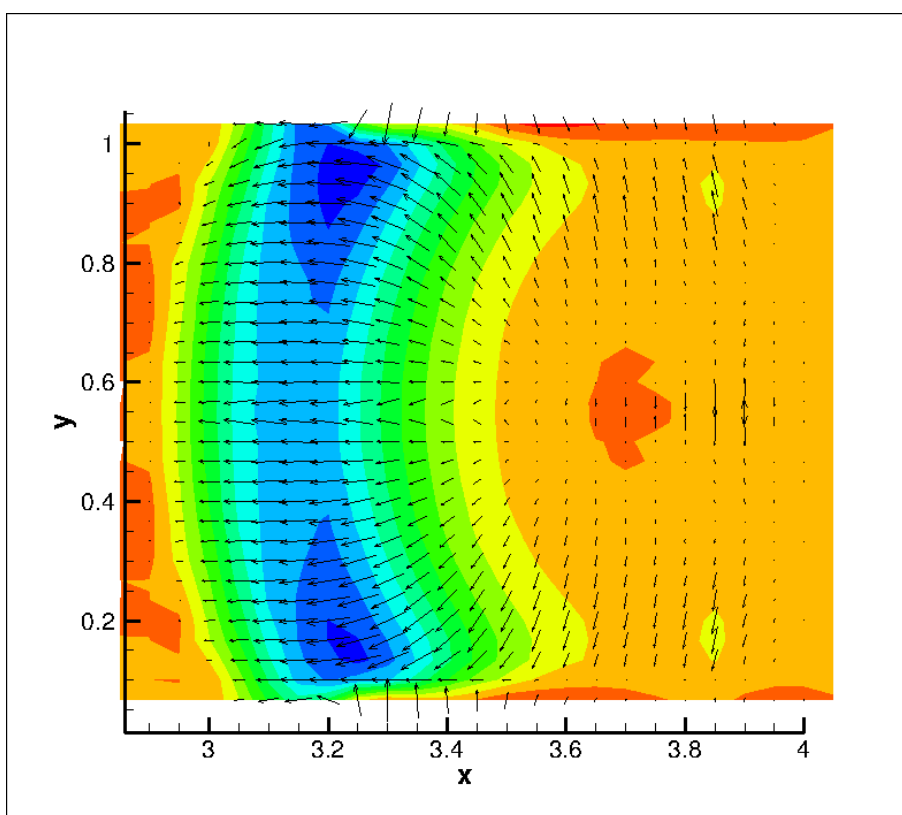


fig.3.99 $z = 30$ での表面電流密度

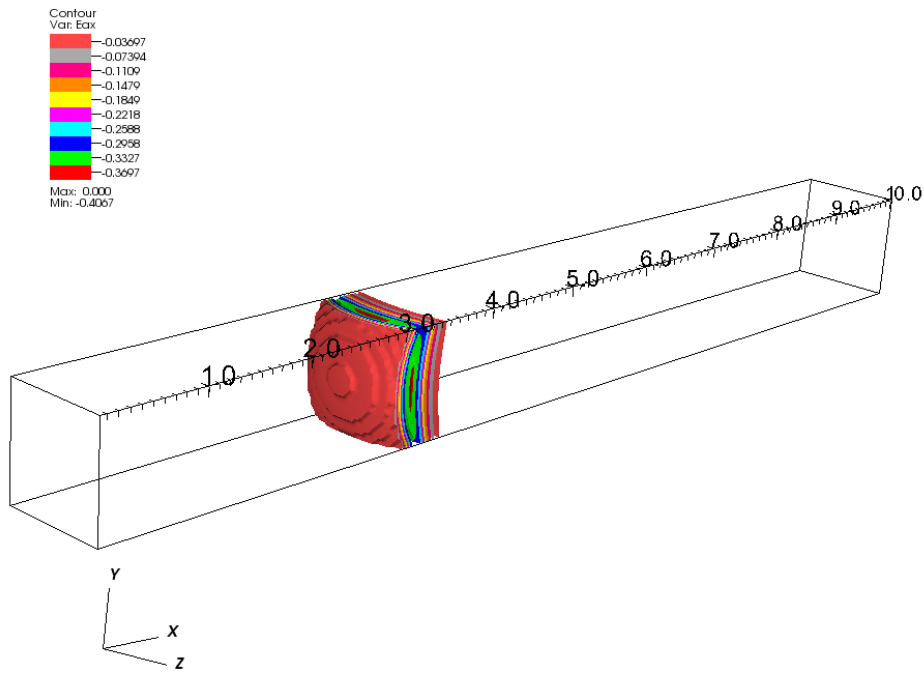


fig.3.100 3次元 x 方向兩極性電場

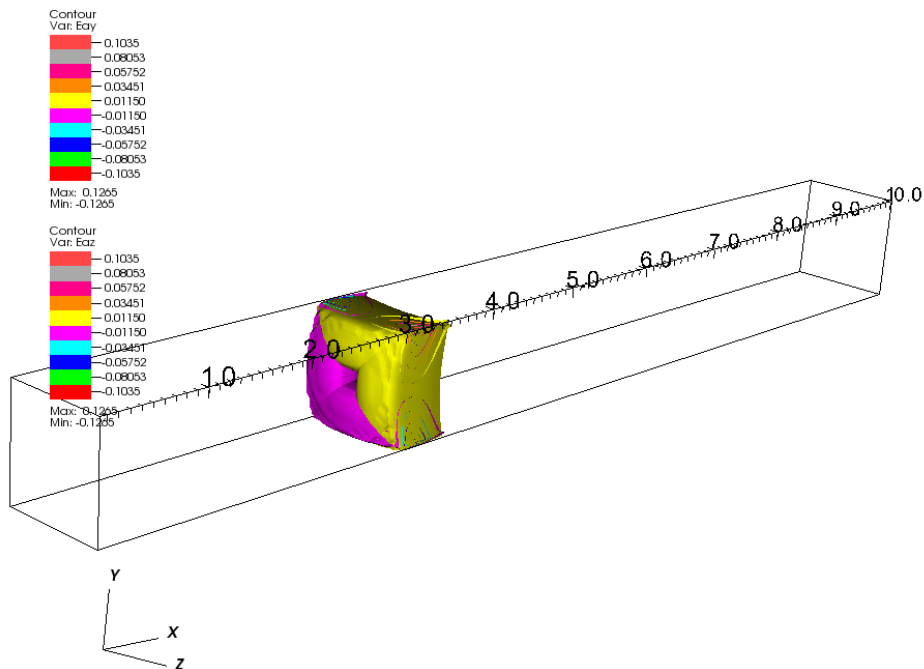


fig.3.101 3次元 yz 方向兩極性電場

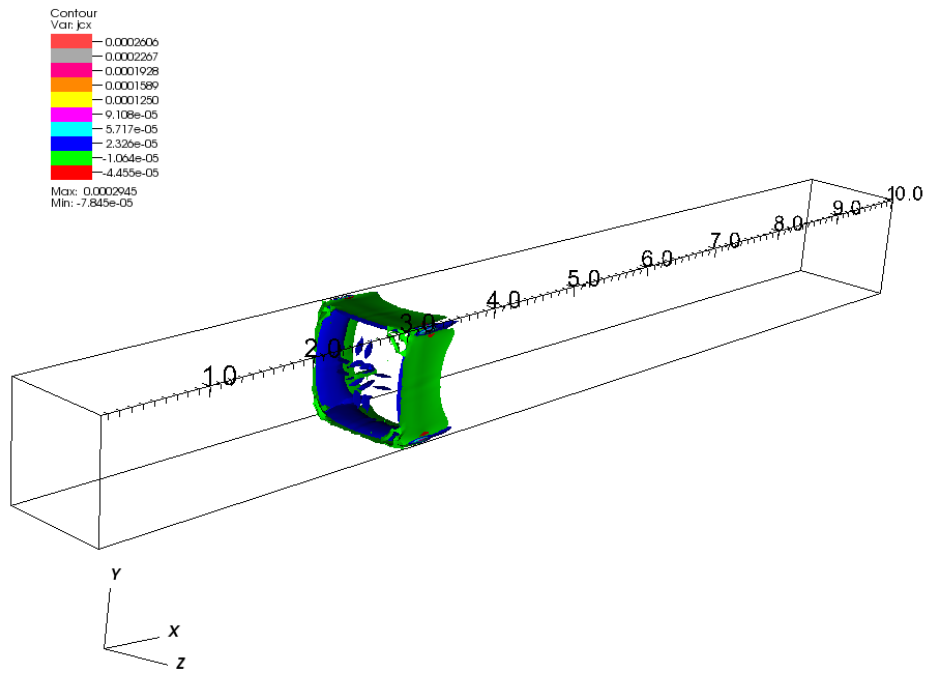


fig.3.102 3次元 x 方向電流密度

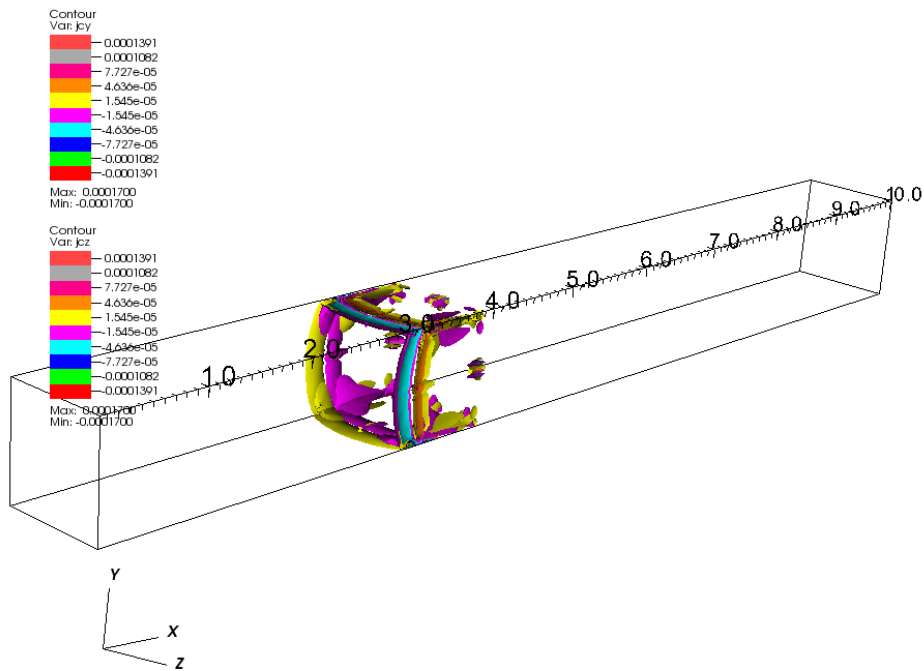


fig.3.103 3次元 yz 方向電流密度

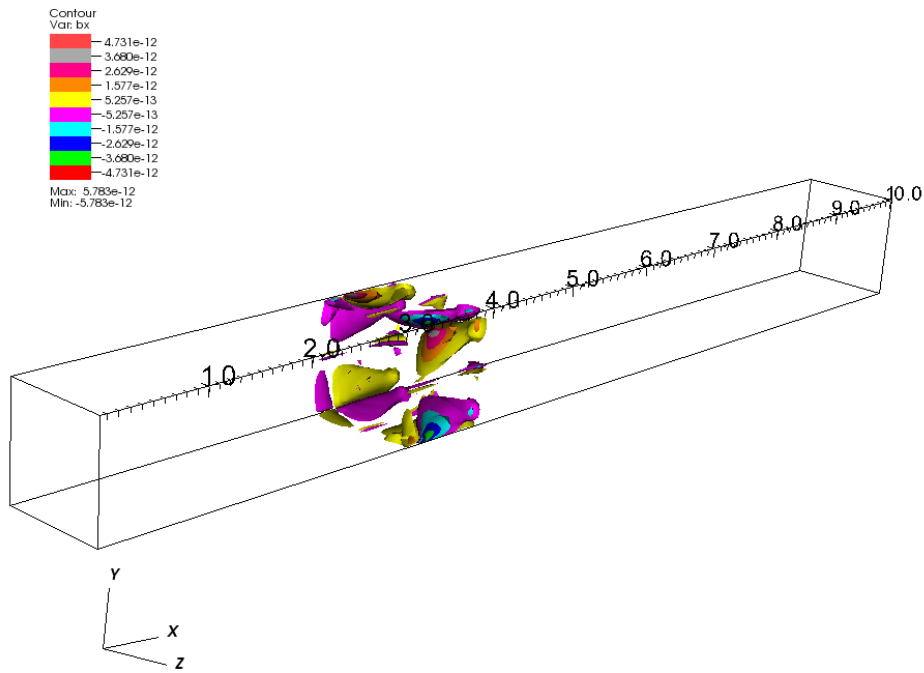


fig.3.104 3次元 x 方向磁束密度

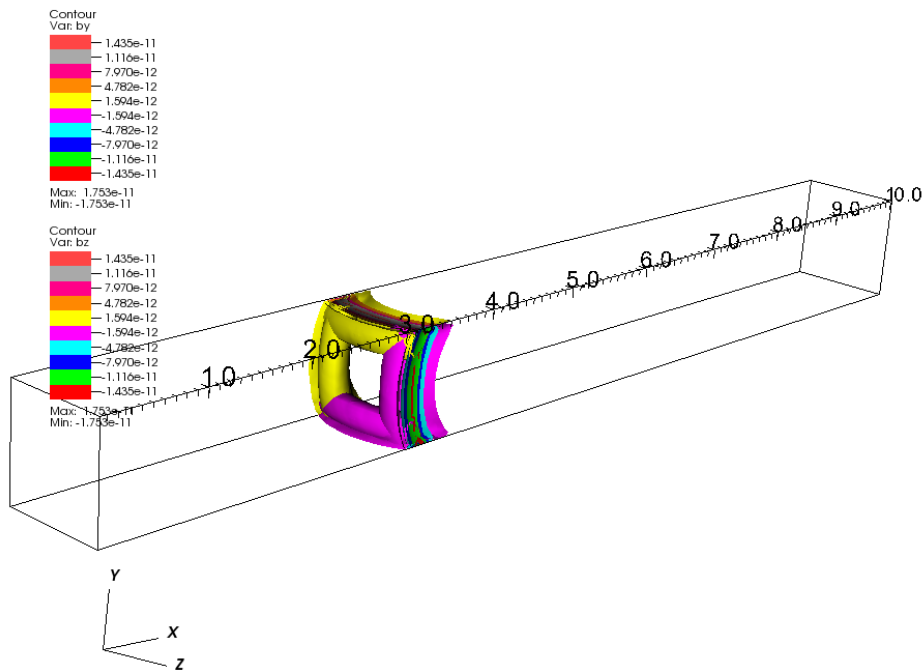


fig.3.105 3次元 yz 方向磁束密度

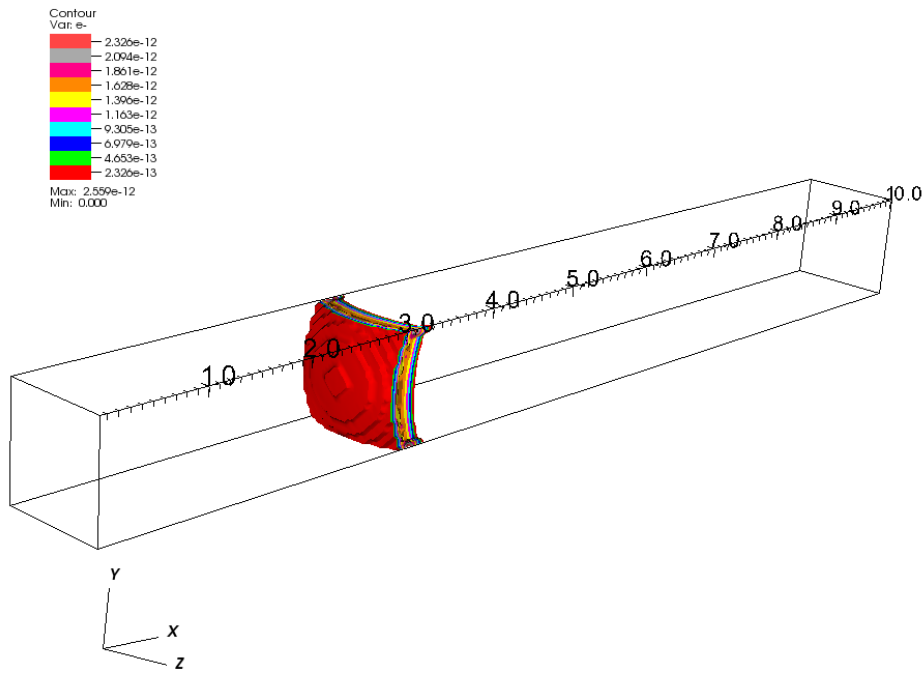


fig.3.106 e^- 密度分布

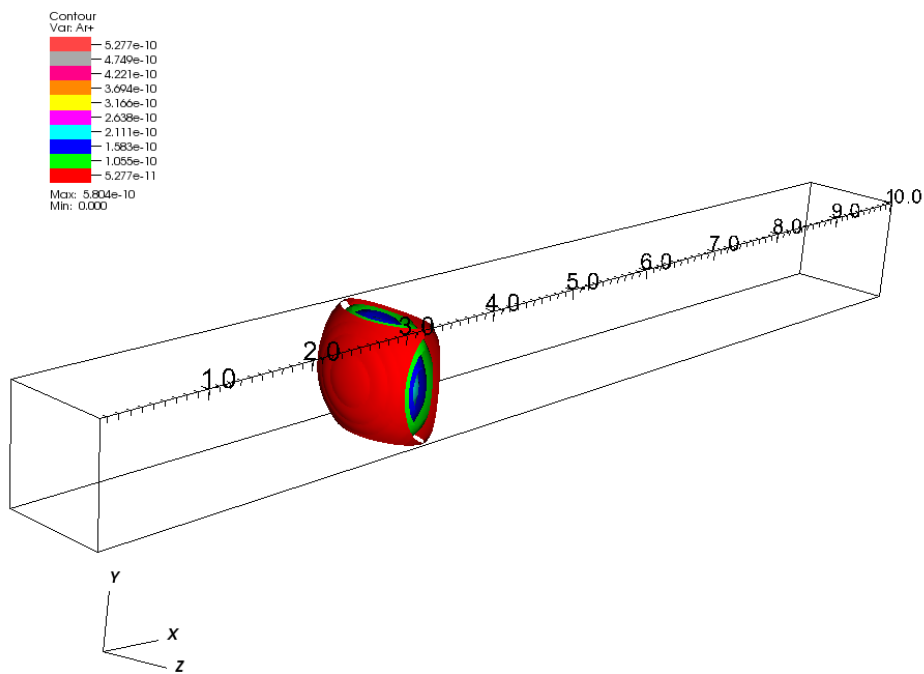


fig.3.107 A_p^+ 密度分布

(III) 電気伝導度 $\sigma = 800$

i) 座標 $(y, z) = (2, 15)$

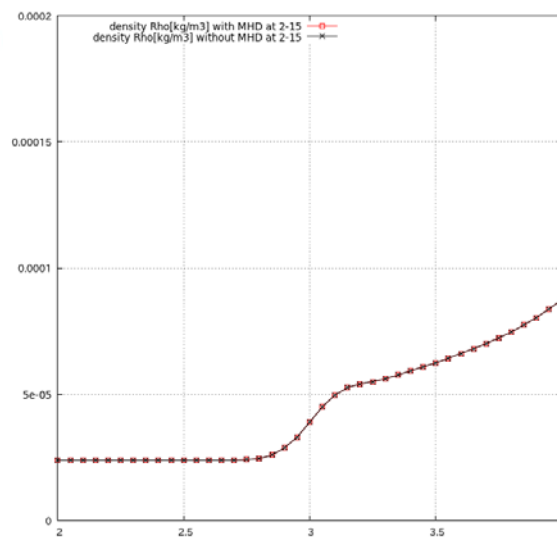
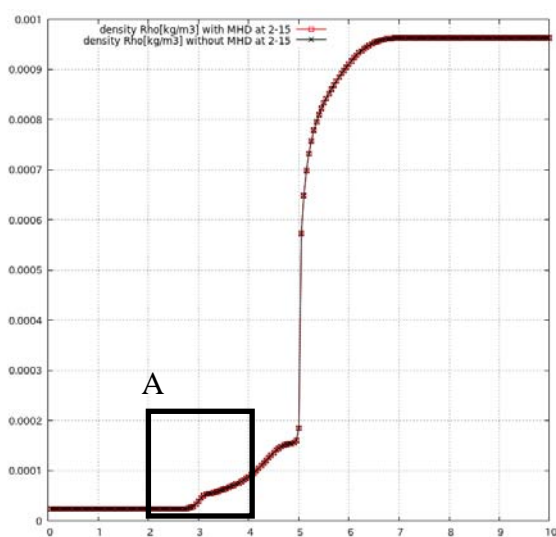


fig.3.108 密度①

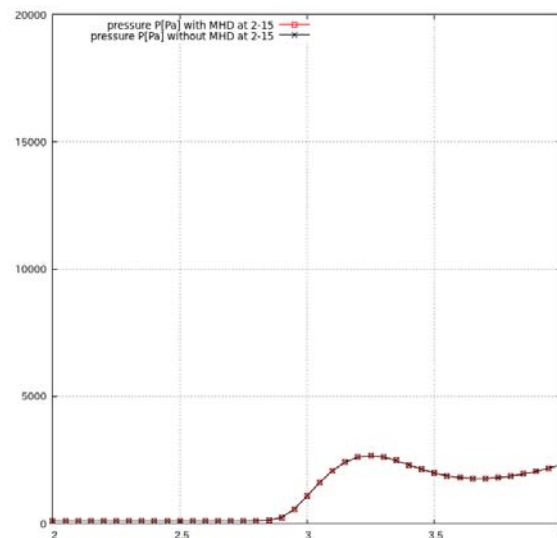
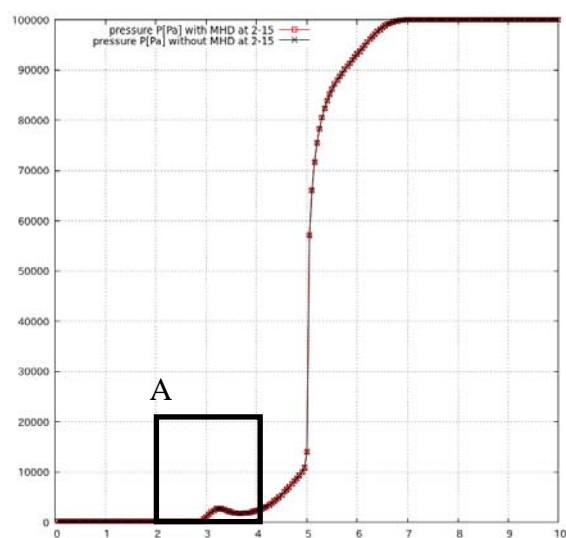


fig.3.109 圧力①

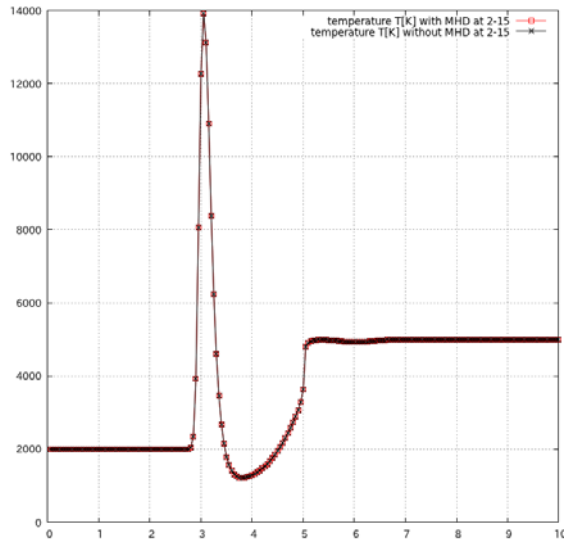


fig.3.110 温度①

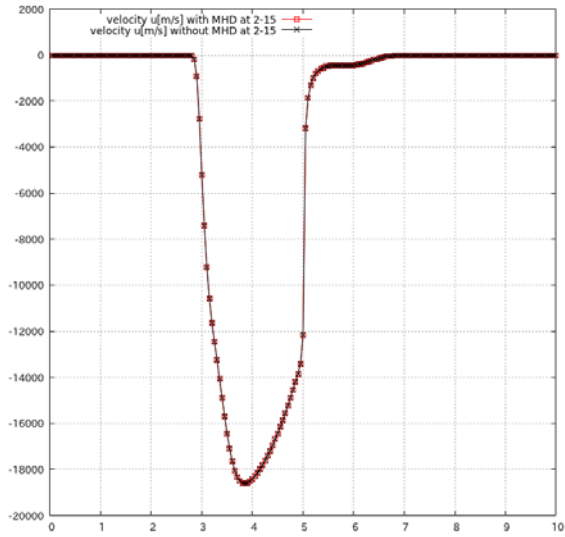


fig.3.111 速度 u ①

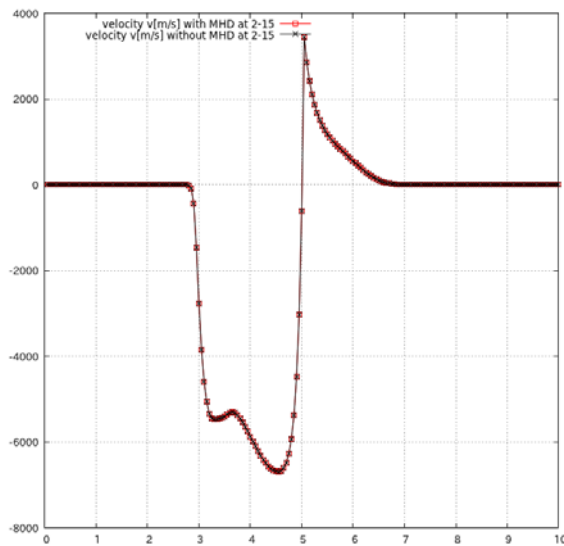


fig.3.112 速度 v ①

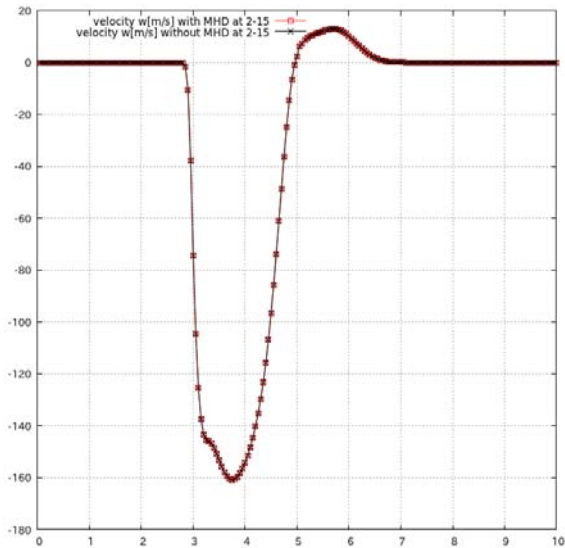


fig.3.113 速度 w ①

ii) 座標 $(y, z) = (8, 15)$

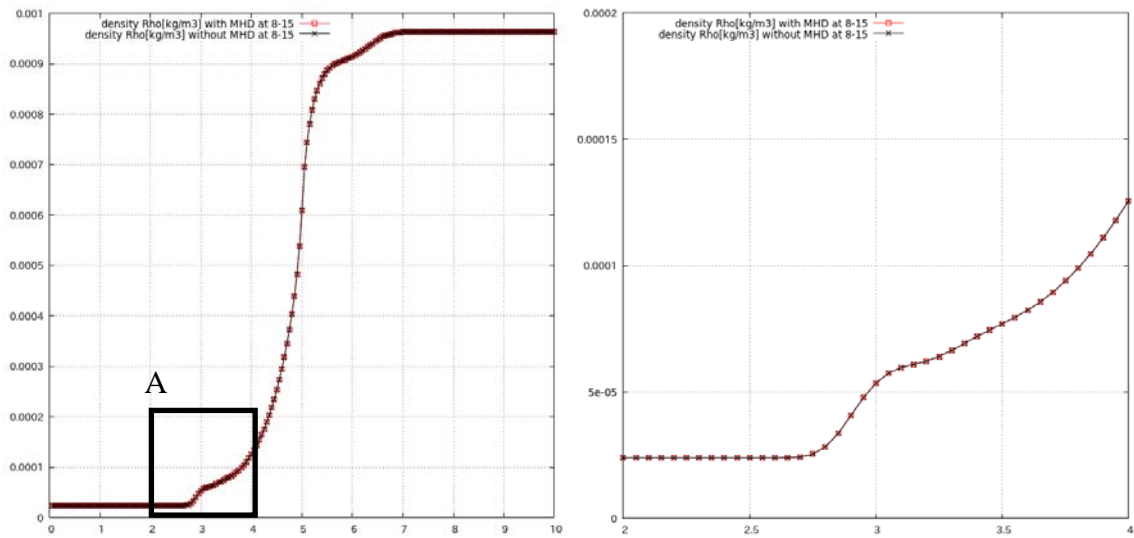


fig.3.114 密度②

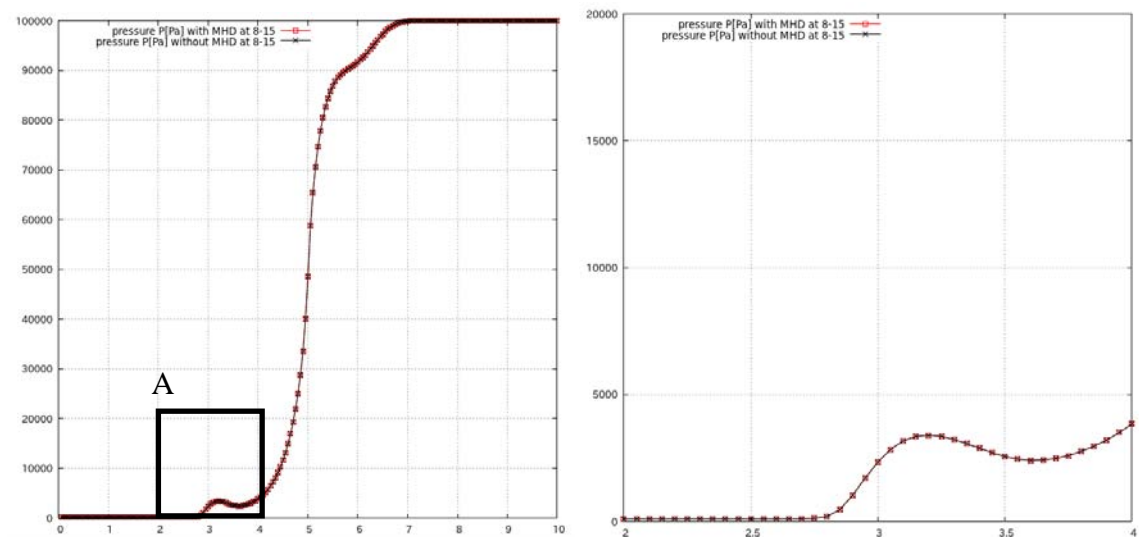


fig.3.115 压力②

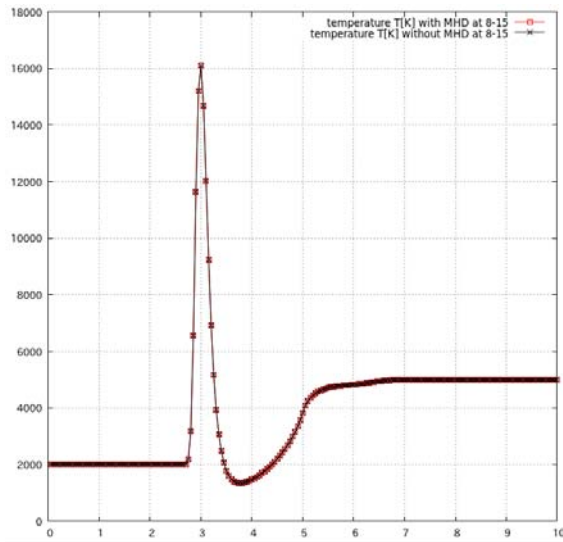


fig.3.116 温度②

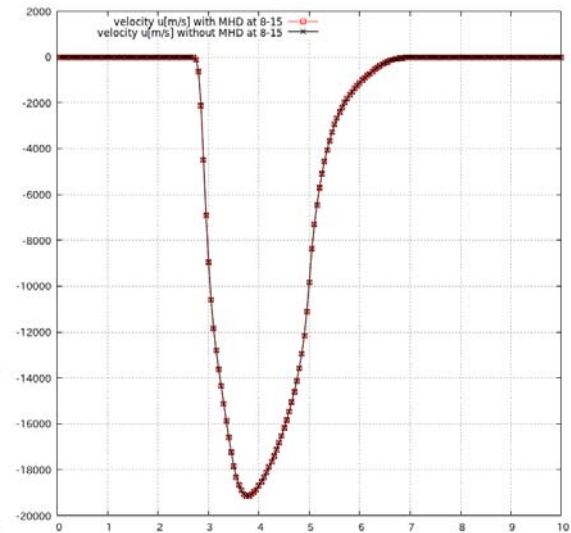


fig.3.117 速度 u ②

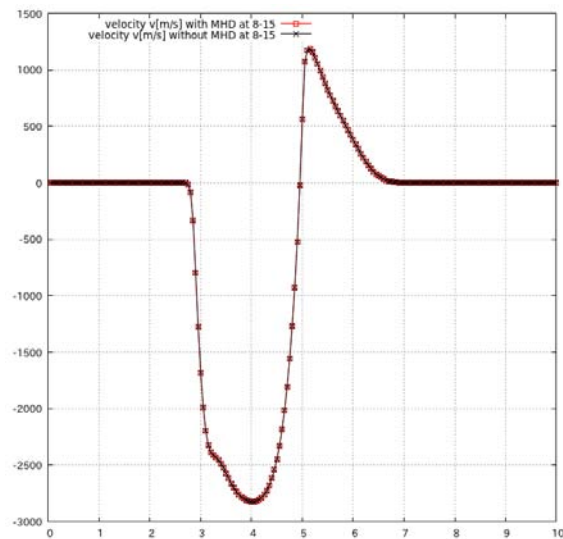


fig.3.118 速度 v ②

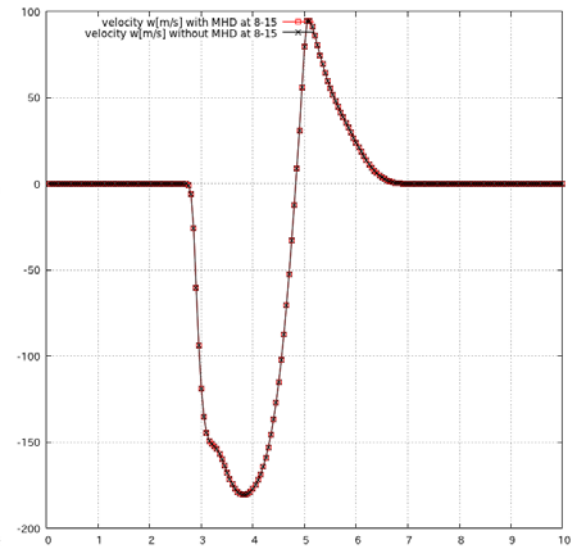


fig.3.119 速度 w ②

iii) 座標 $(y, z) = (15, 15)$

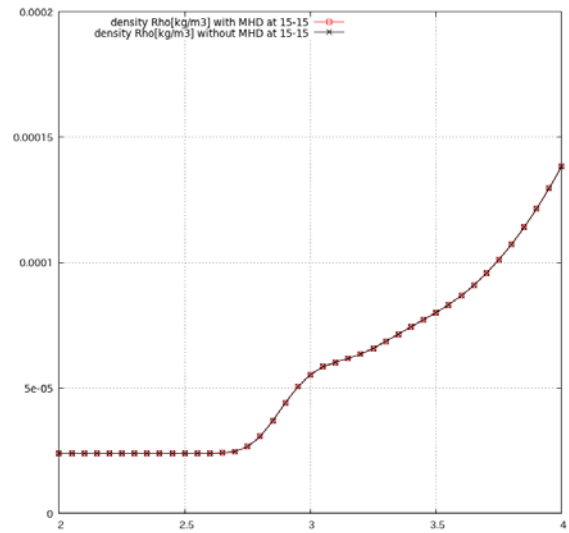
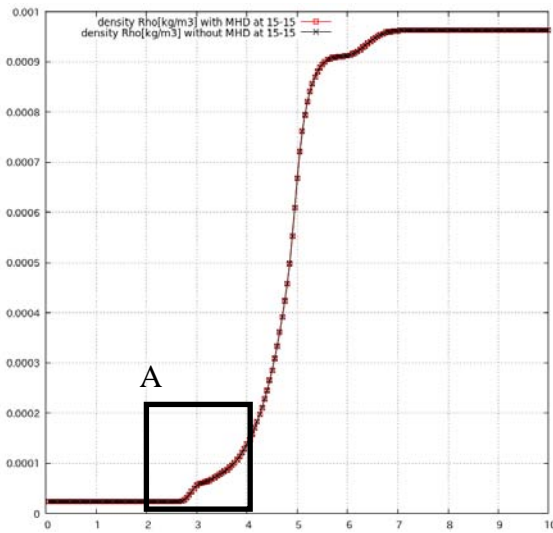


fig.3.120 密度③

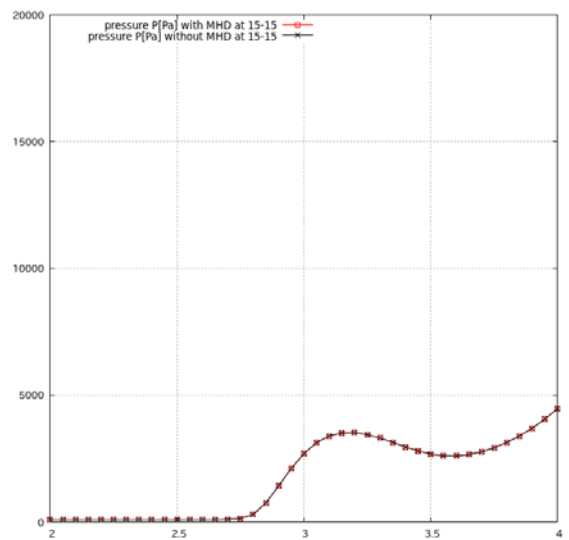
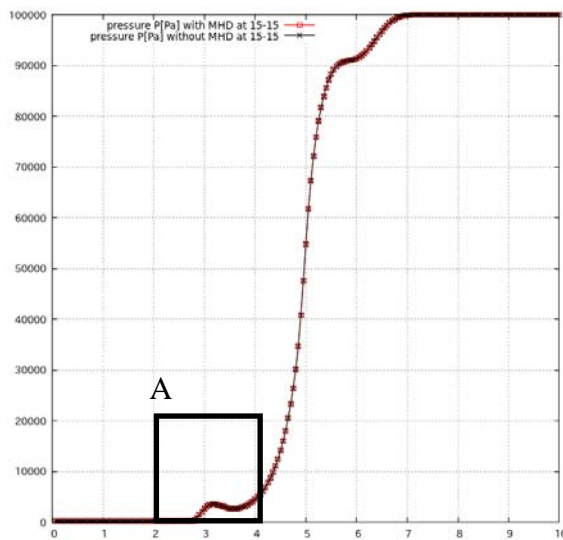


fig.3.121 压力③

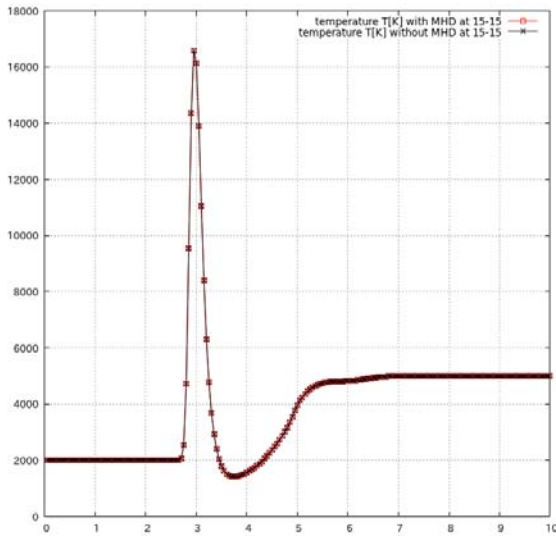


fig.3.122 温度③

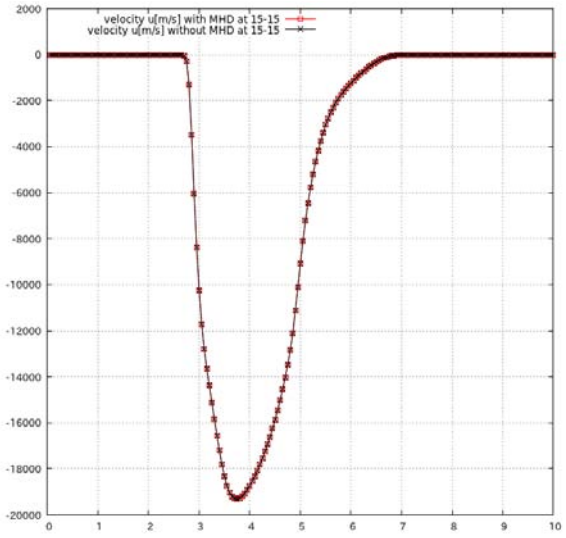


fig.3.123 速度 u ③

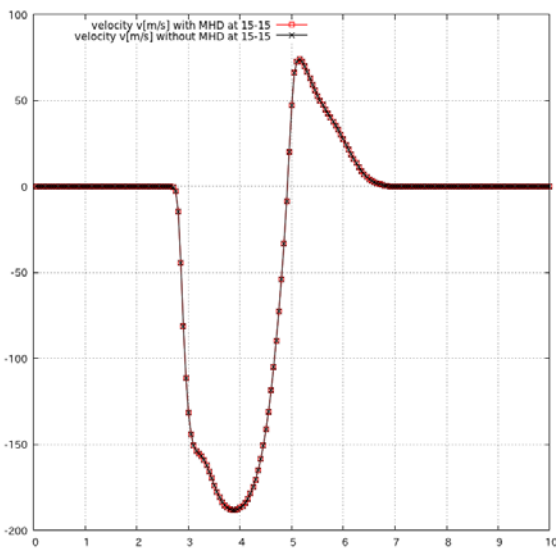


fig.3.124 速度 v ③

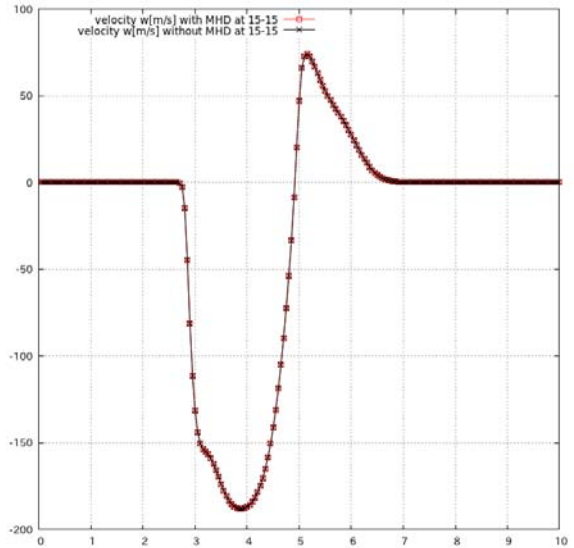


fig.3.125 速度 w ③

$iv)$ 座標 $(y, z) = (15, 8)$

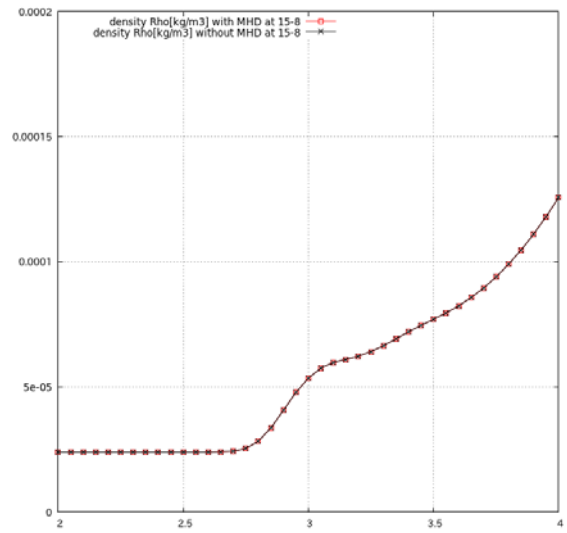
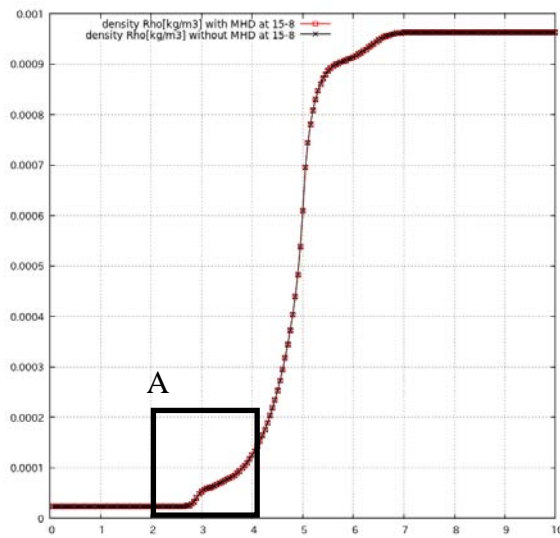


fig.3.126 密度④

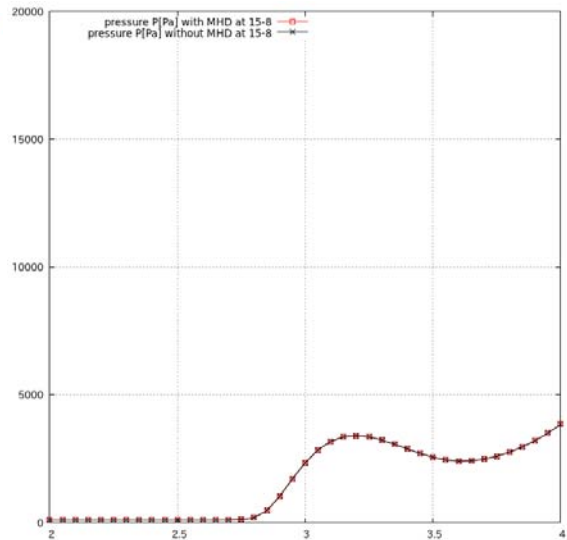
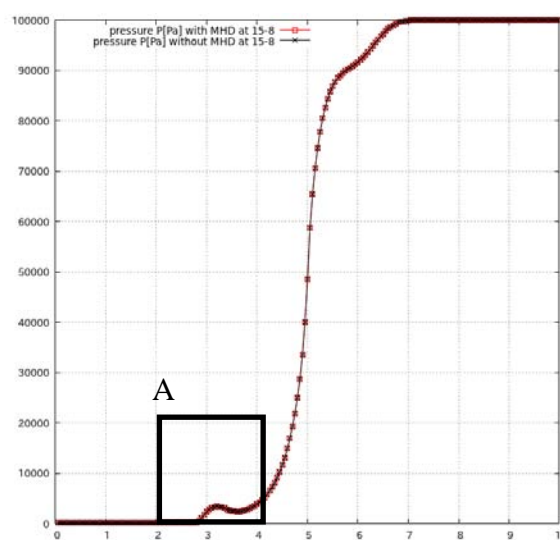


fig.3.127 压力④

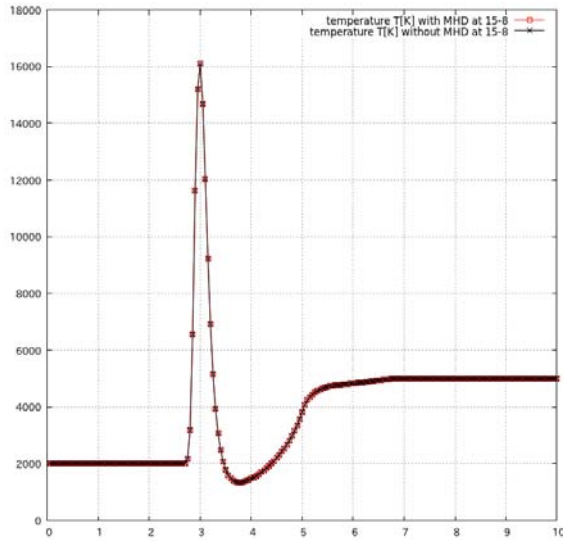


fig.3.128 温度④

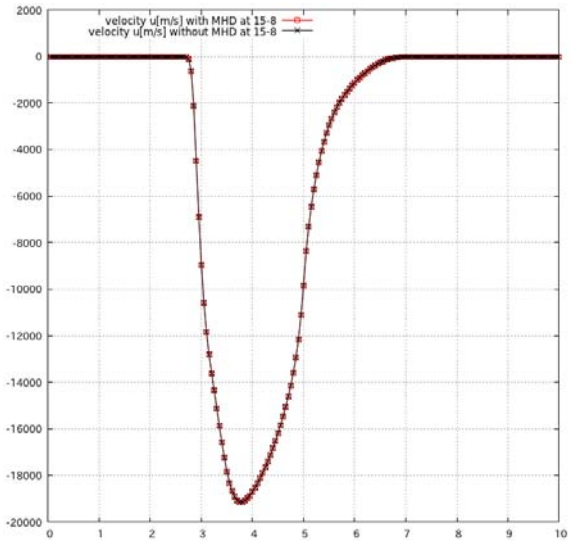


fig.3.129 速度 u ④

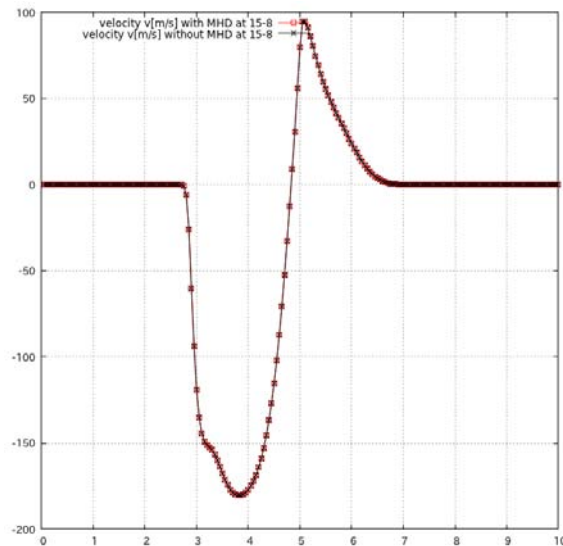


fig.3.130 速度 v ④

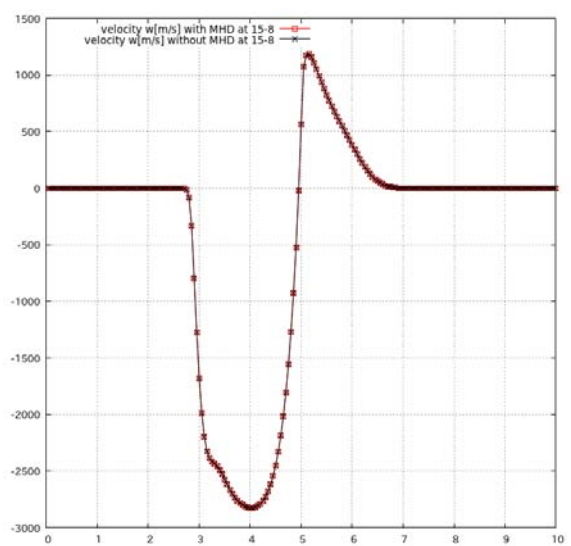


fig.3.131 速度 w ④

v) 座標 $(y, z) = (15, 2)$

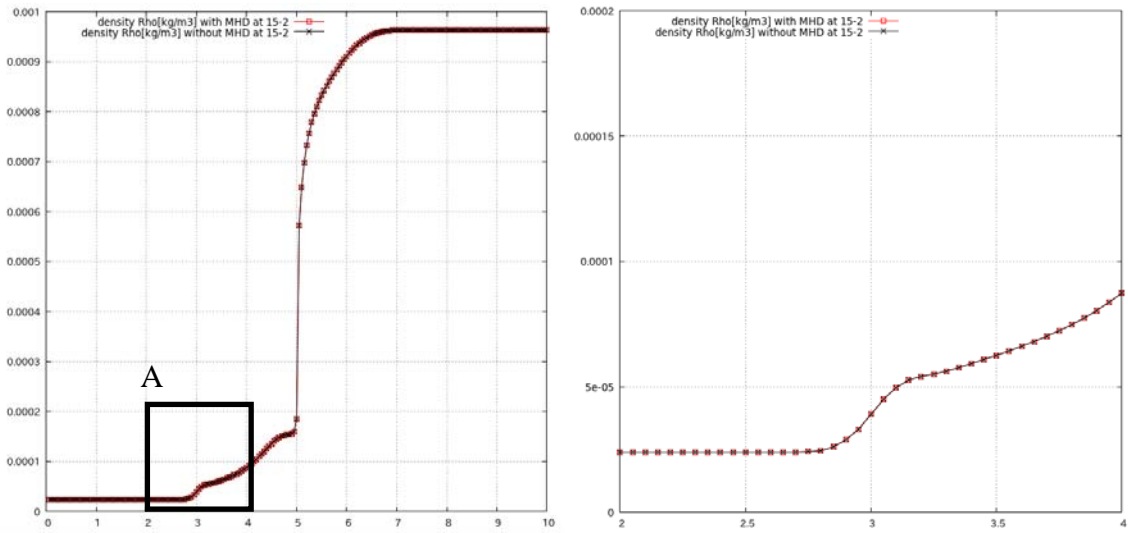


fig.3.132 密度⑤

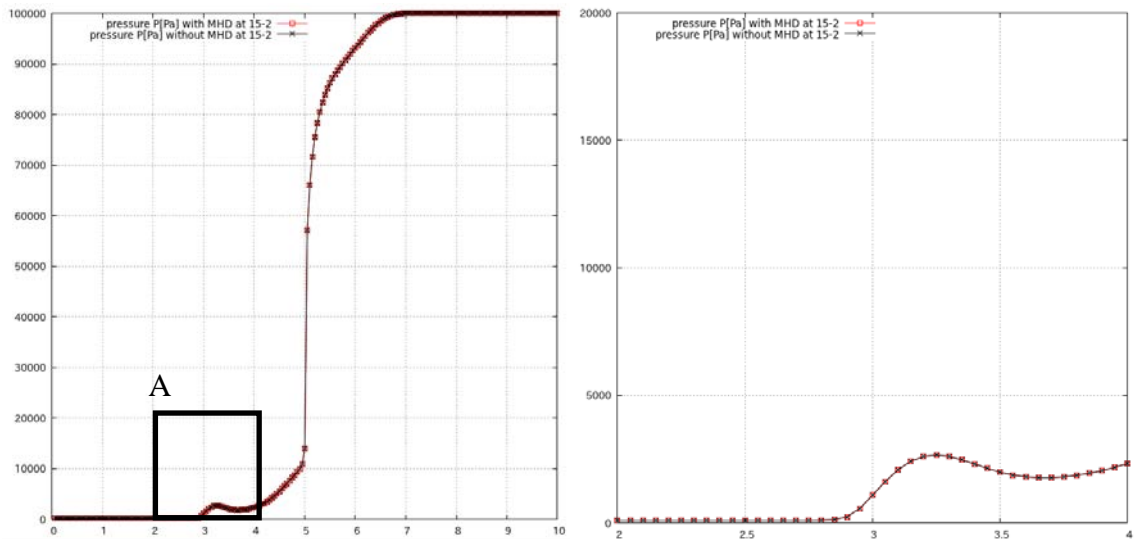


fig.3.133 压力⑤

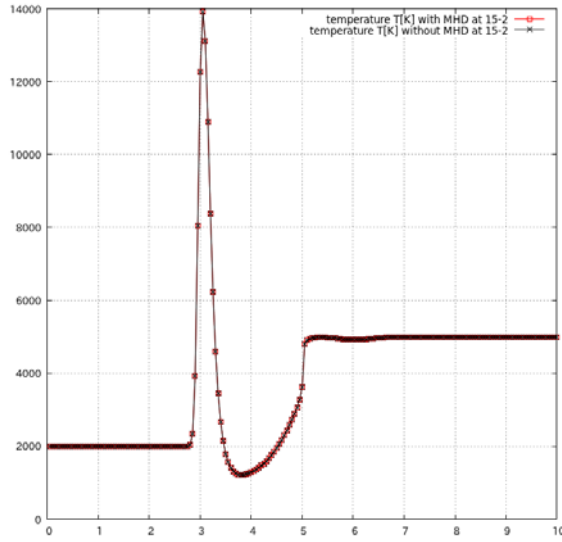


fig.3.134 温度⑤

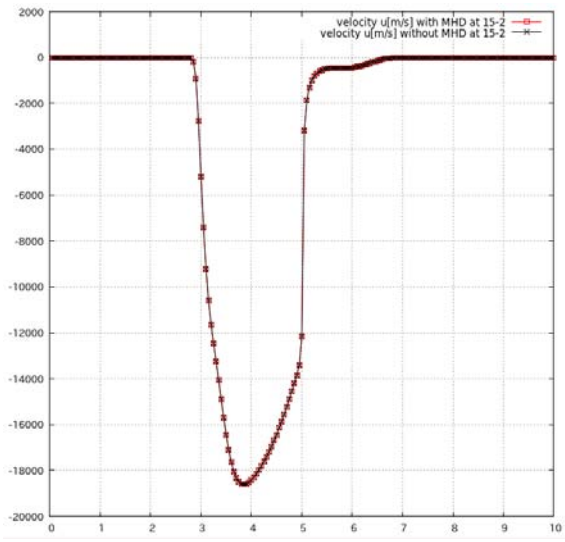


fig.3.135 速度 u ⑤

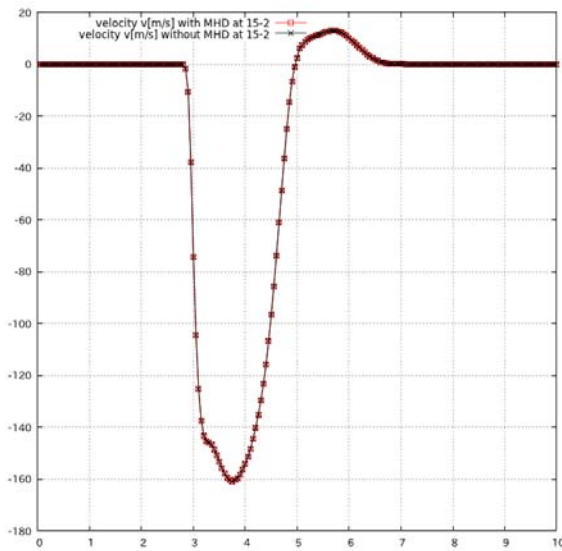


fig.3.136 速度 v ⑤

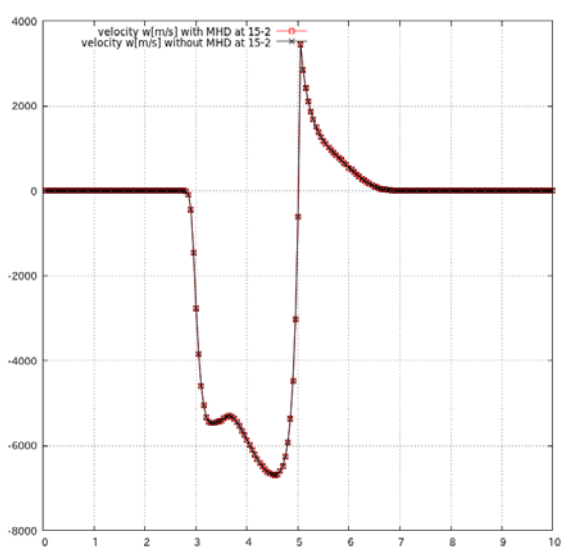


fig.3.137 速度 w ⑤

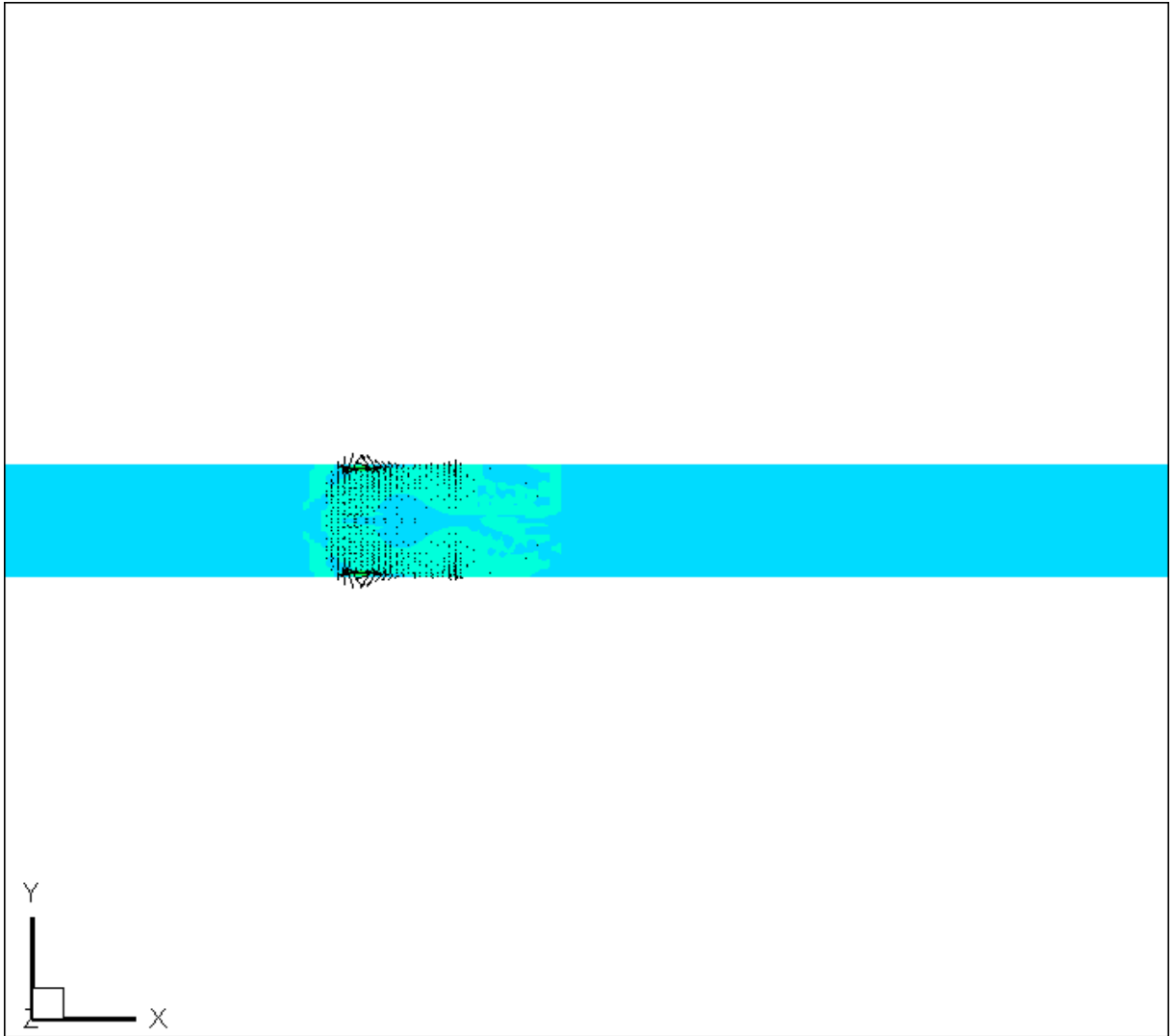


fig.3.138 xy 平面電流密度①

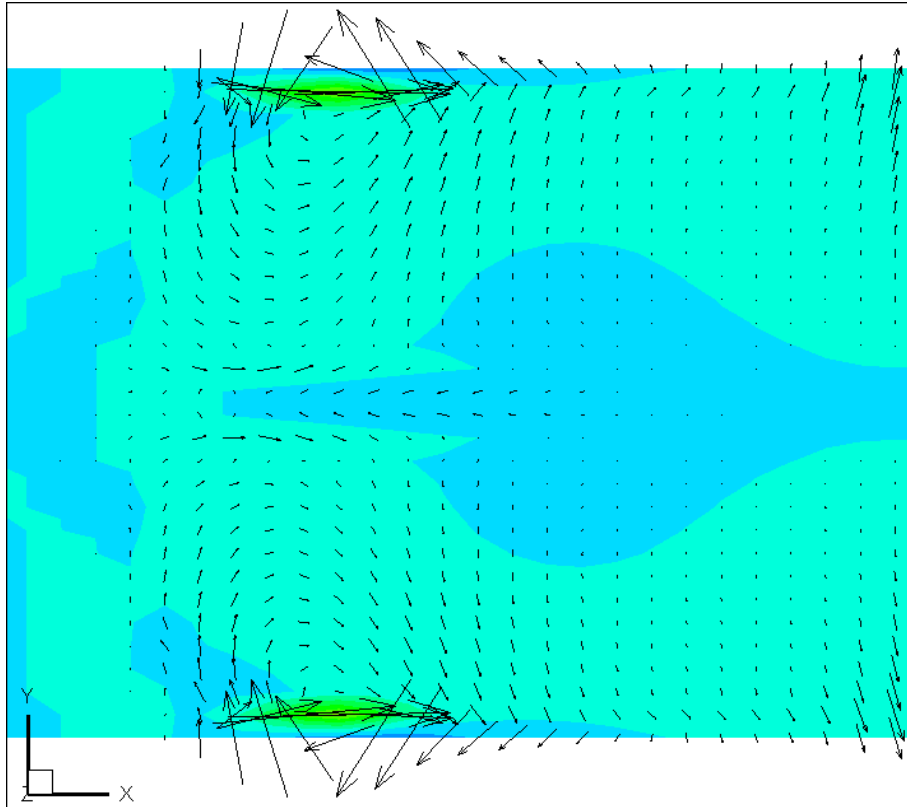


fig.3.139 xy 平面電流密度①

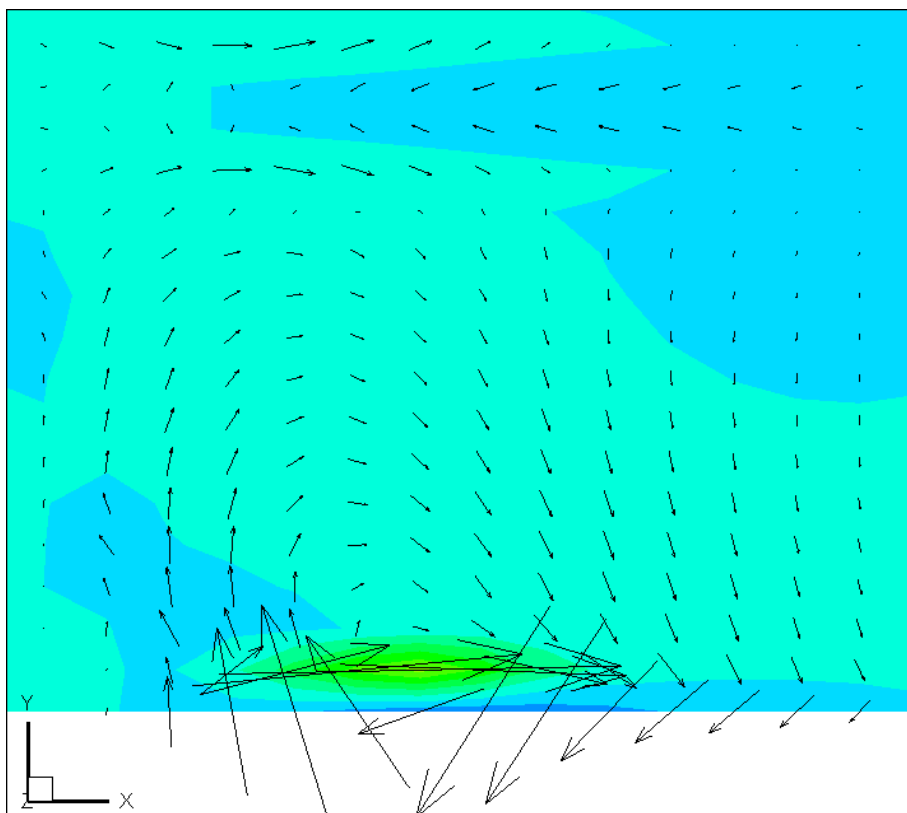


fig.3.140 xy 平面電流密度①

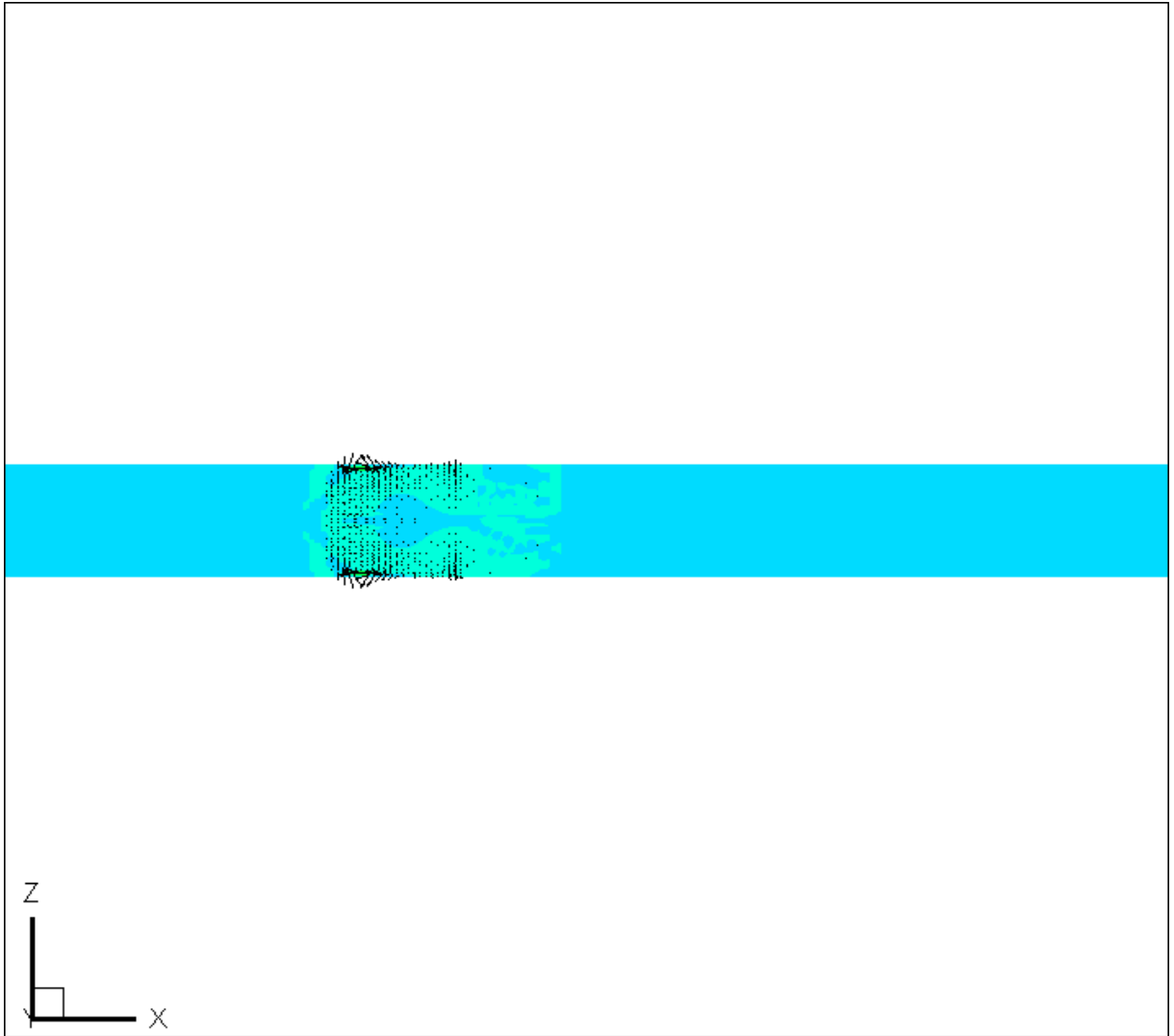


fig.3.141 zx 平面電流密度①

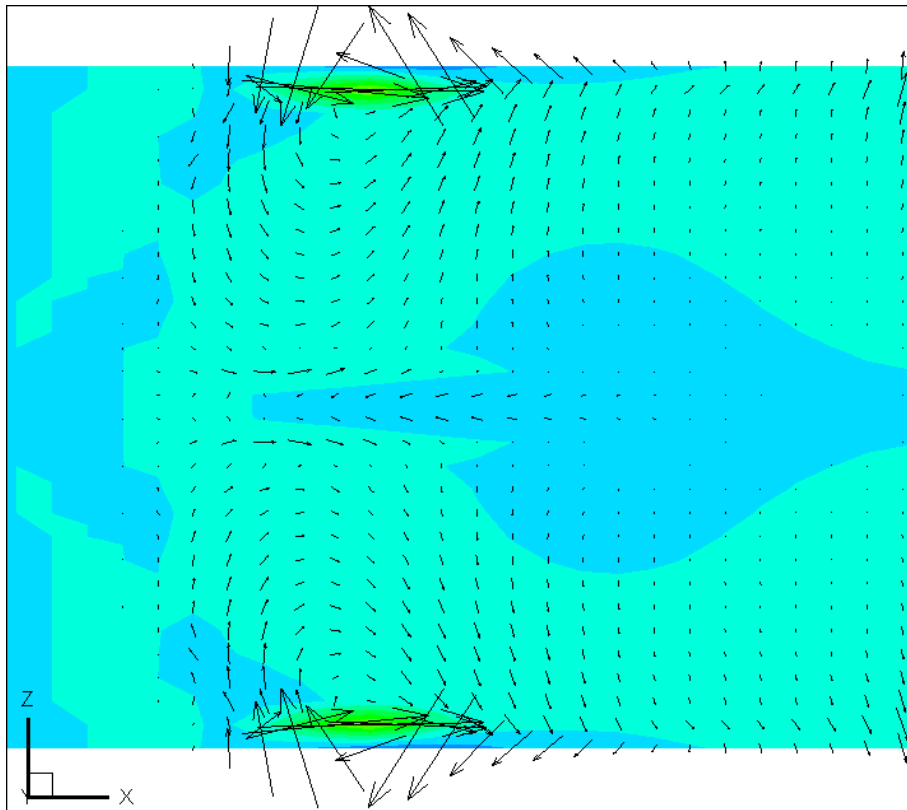


fig.3.142 zx 平面電流密度①

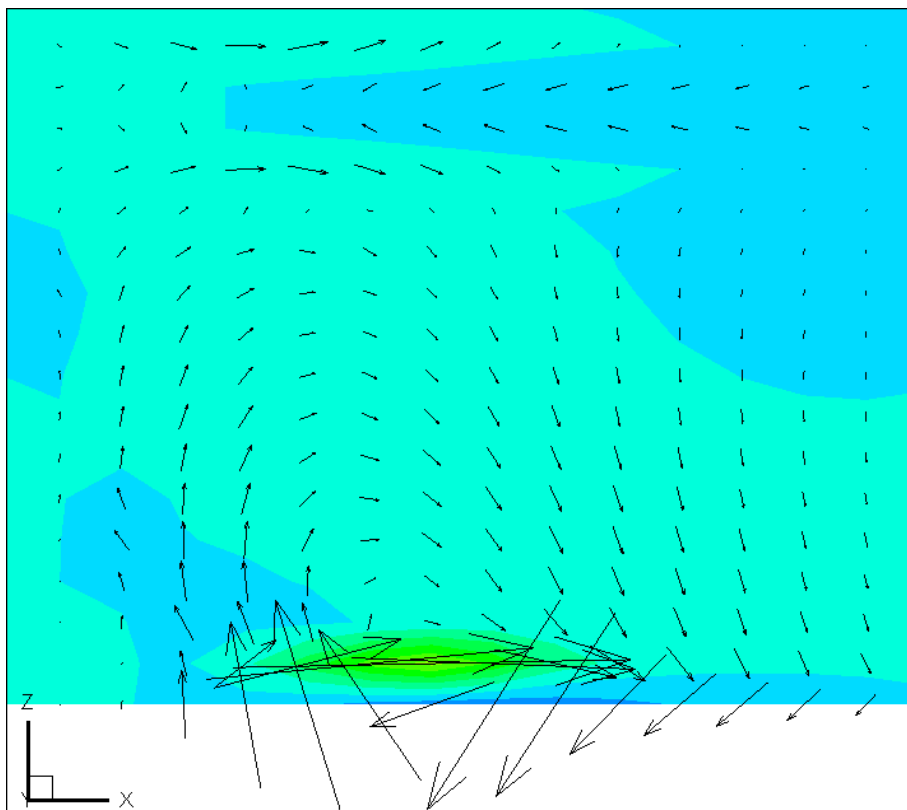


fig.3.143 zx 平面電流密度①

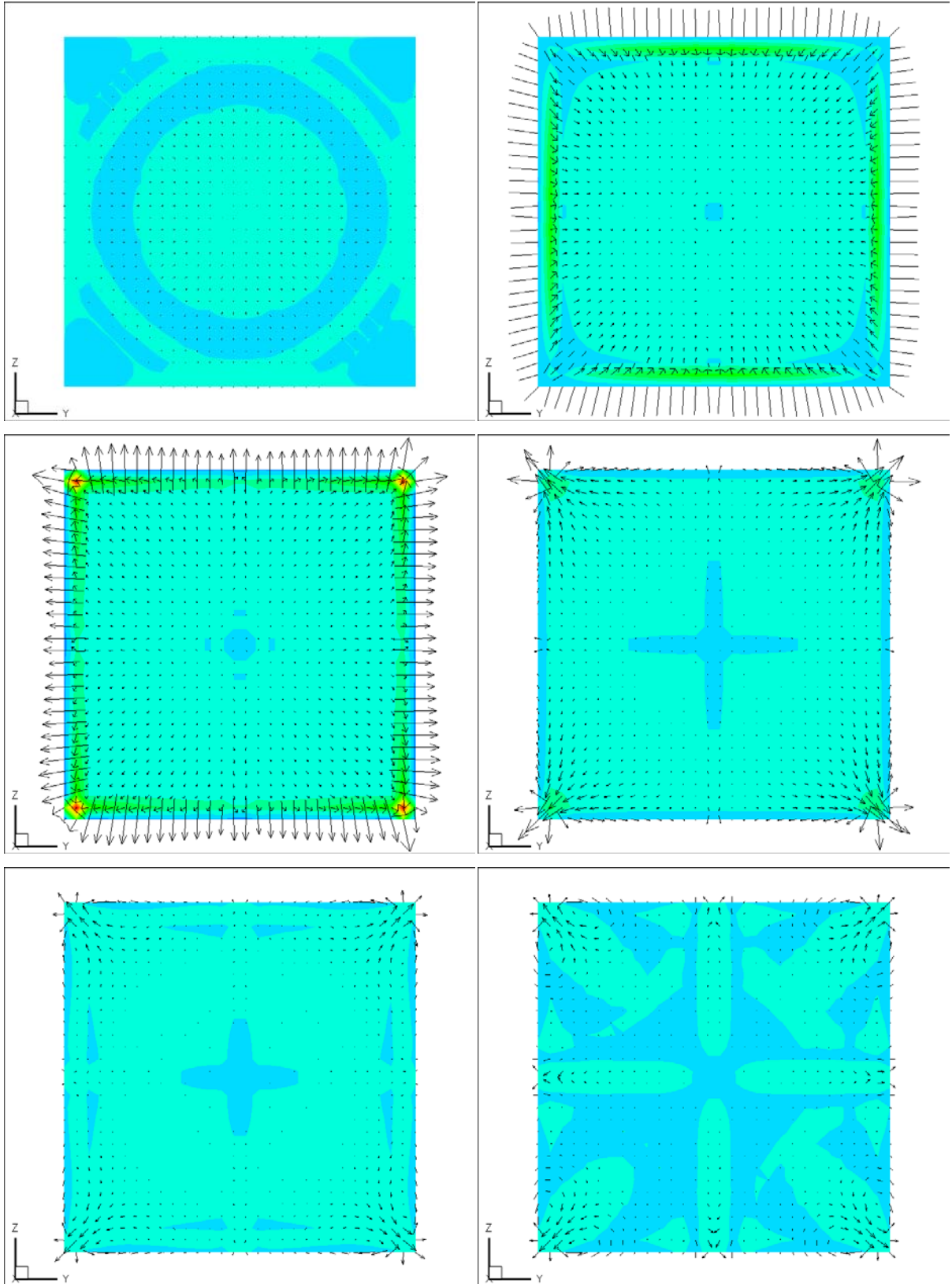


fig.3.144 yz平面電流密度

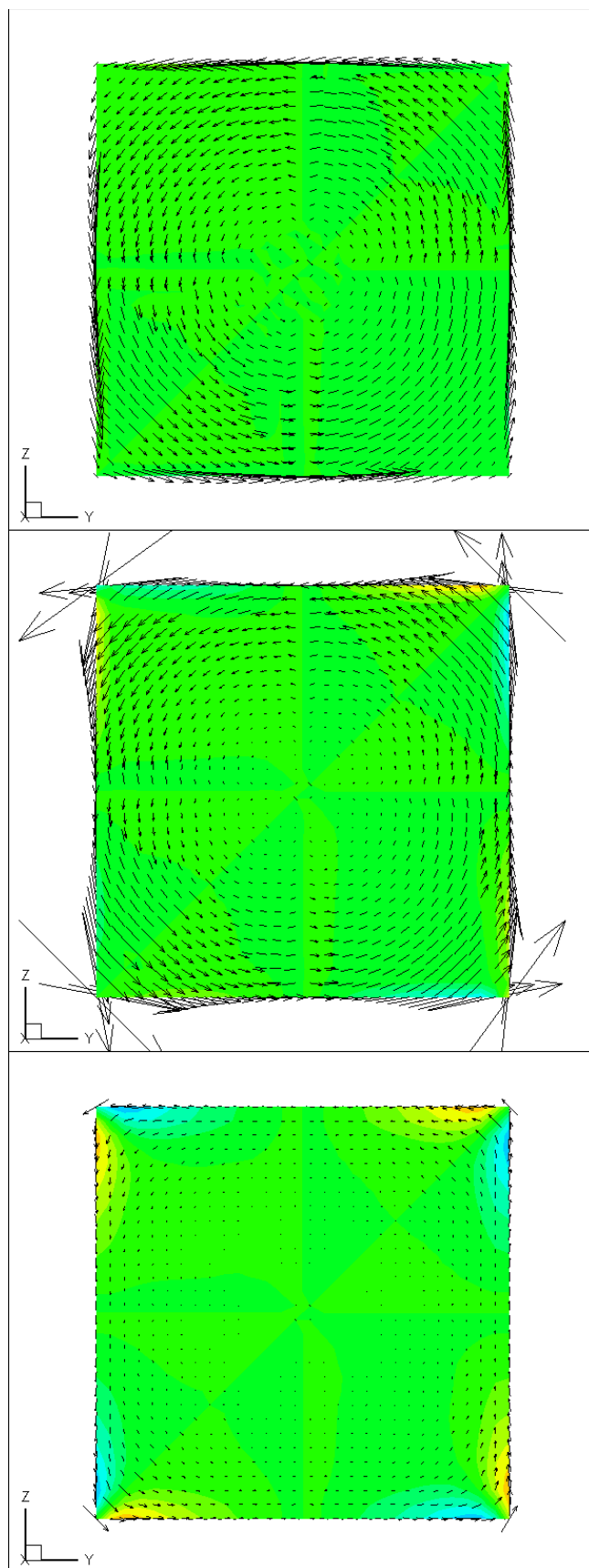


fig.3.145 磁束密度

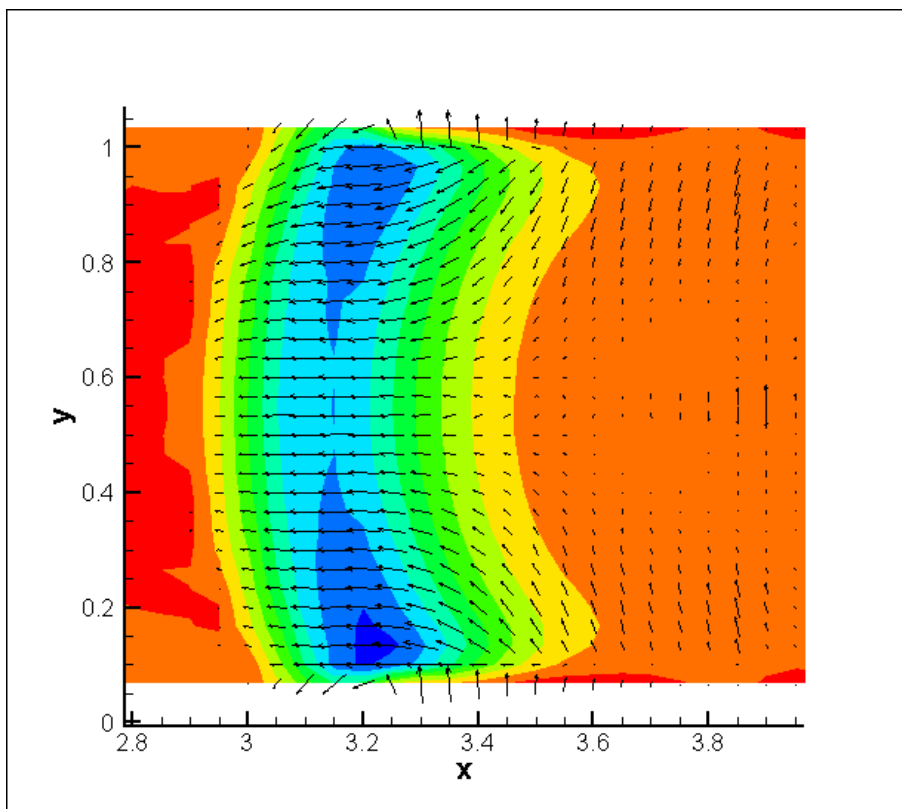


fig.3.146 $z = 1$ 平面での表面電流密度

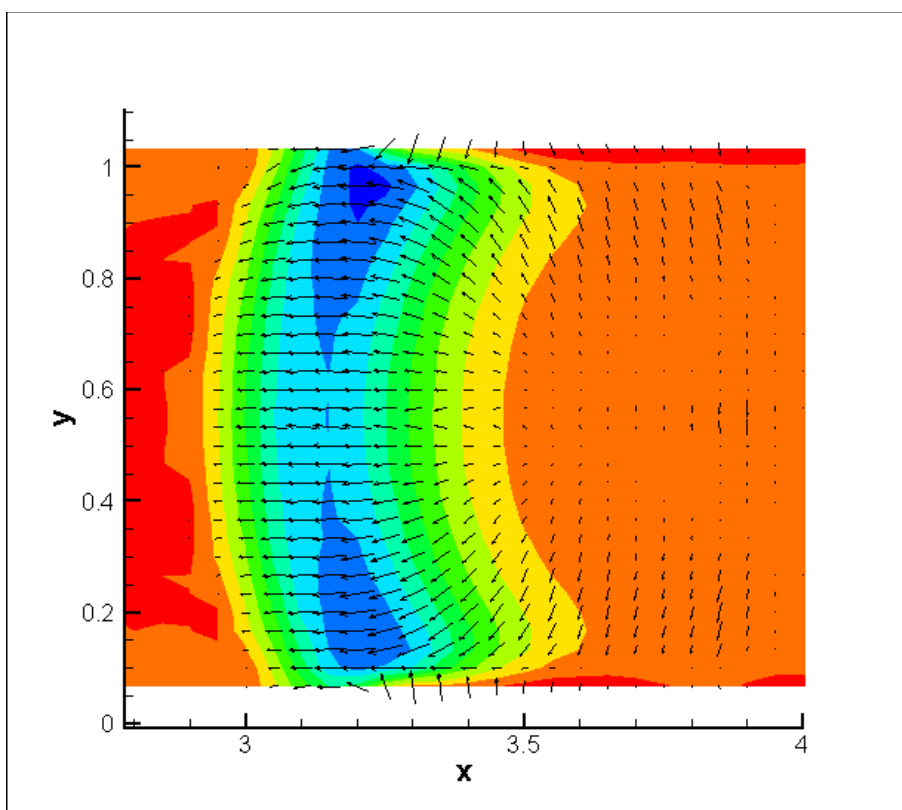


fig.3.147 $z = 30$ での表面電流密度

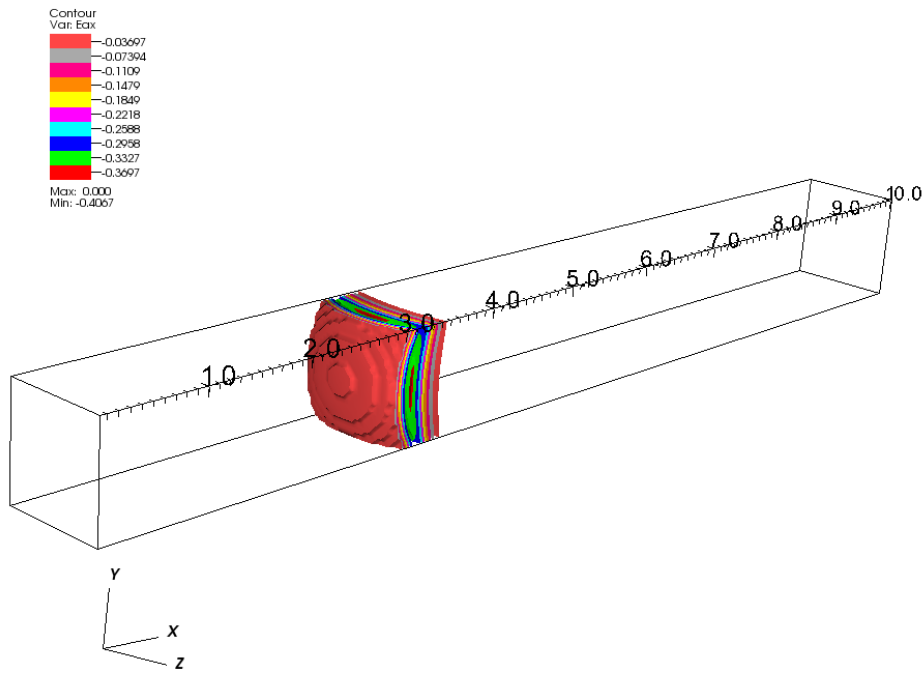


fig.3.148 3次元 x 方向兩極性電場

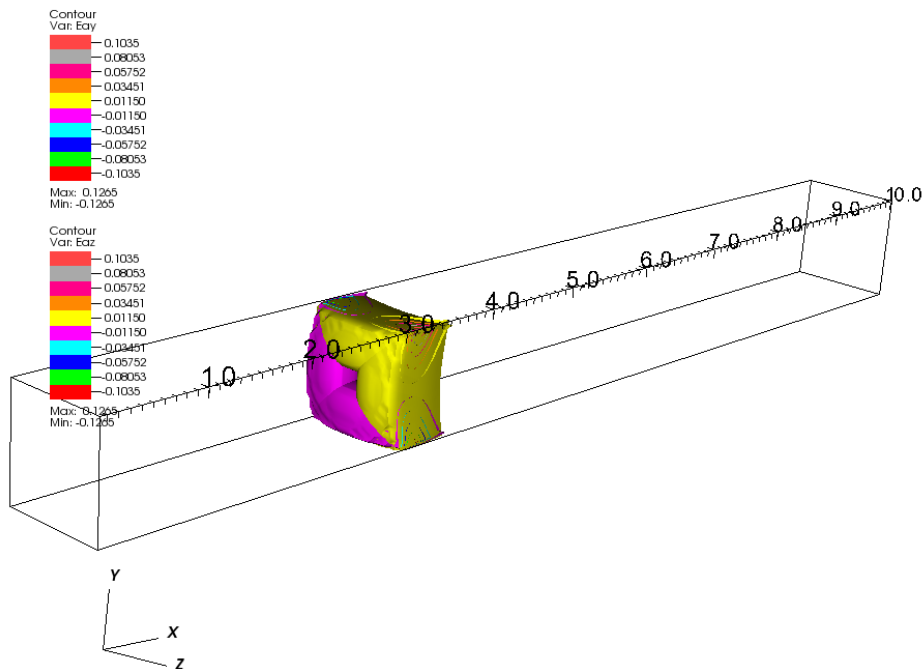


fig.3.149 3次元 yz 方向兩極性電場

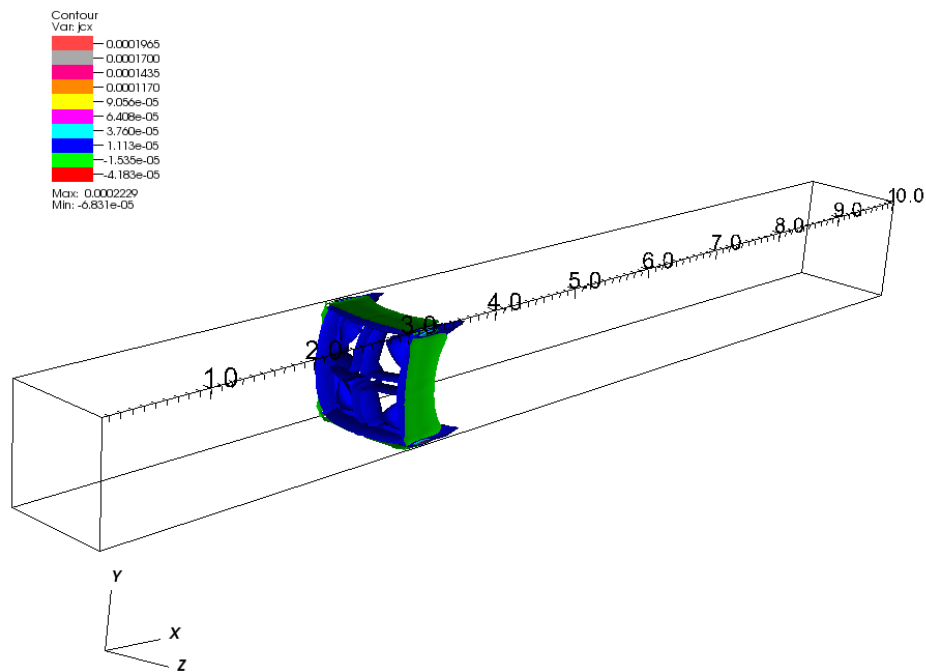


fig.3.150 3次元 x 方向電流密度

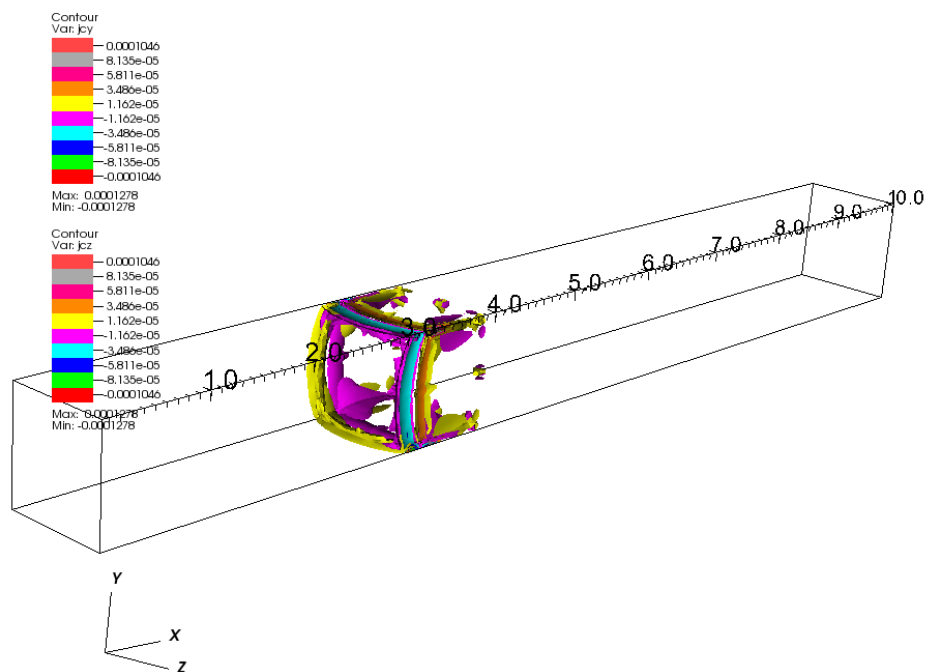


fig.3.151 3次元 yz 方向電流密度

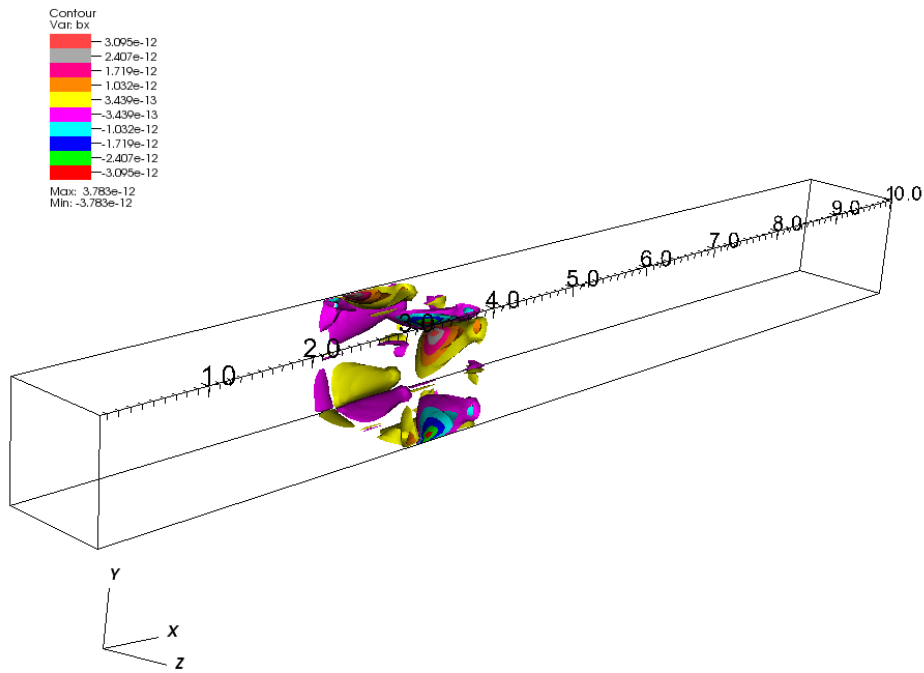


fig.3.152 3次元 x 方向磁束密度

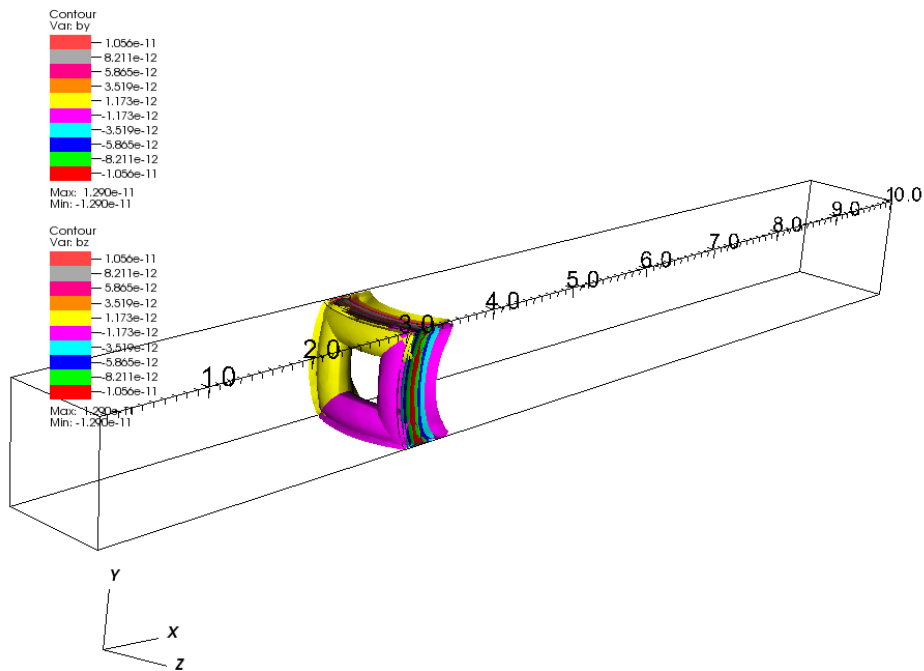


fig.3.153 3次元 yz 方向磁束密度

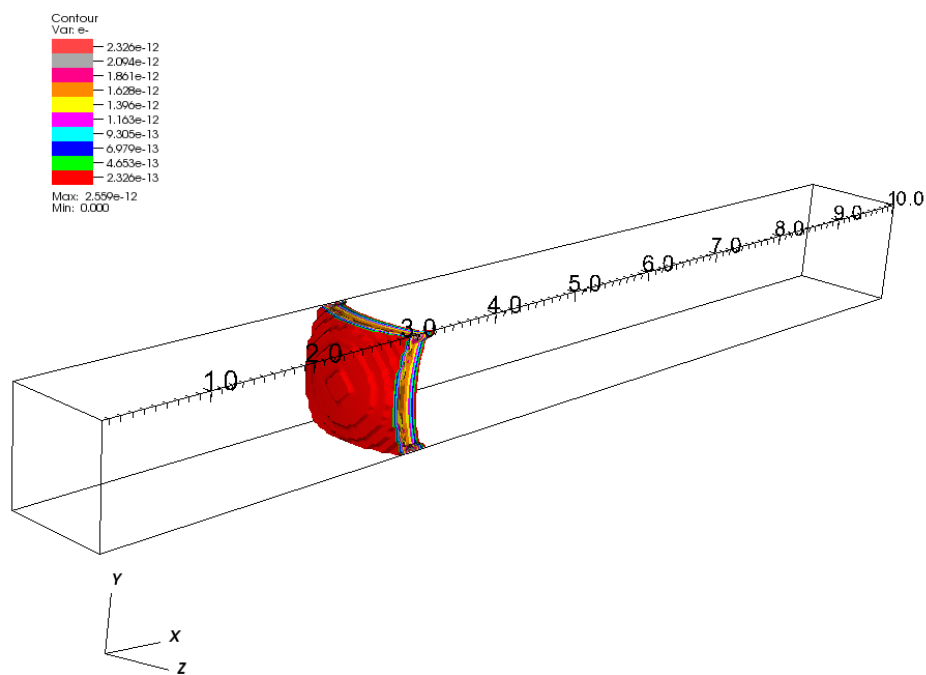


fig.3.154 e^- 密度分布

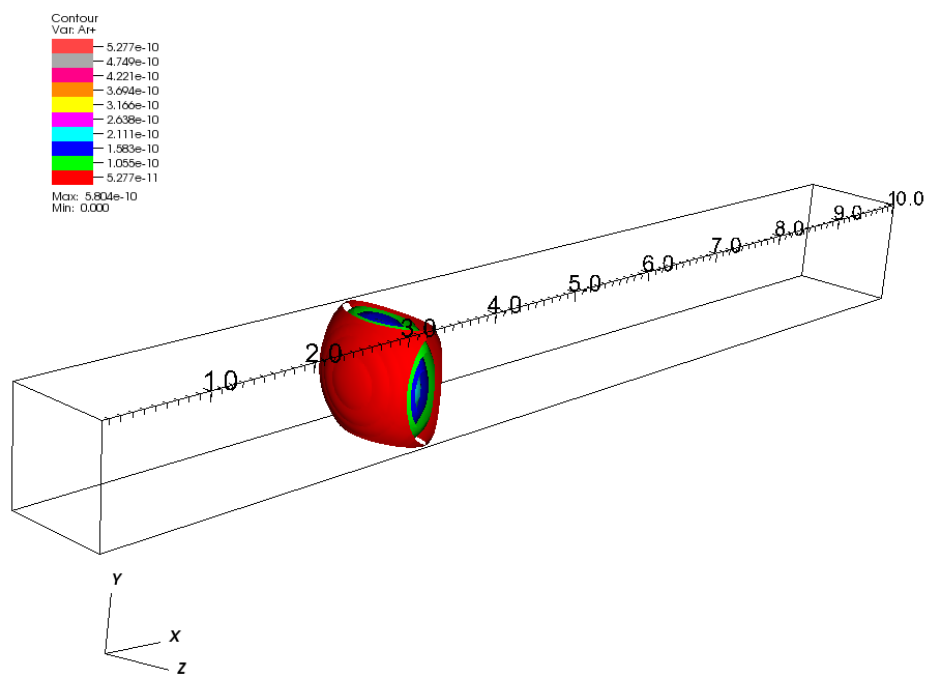


fig.3.155 A_1^+ 密度分布

(IV) 電気伝導度 $\sigma = 1000$

i) 座標 $(y, z) = (2, 15)$

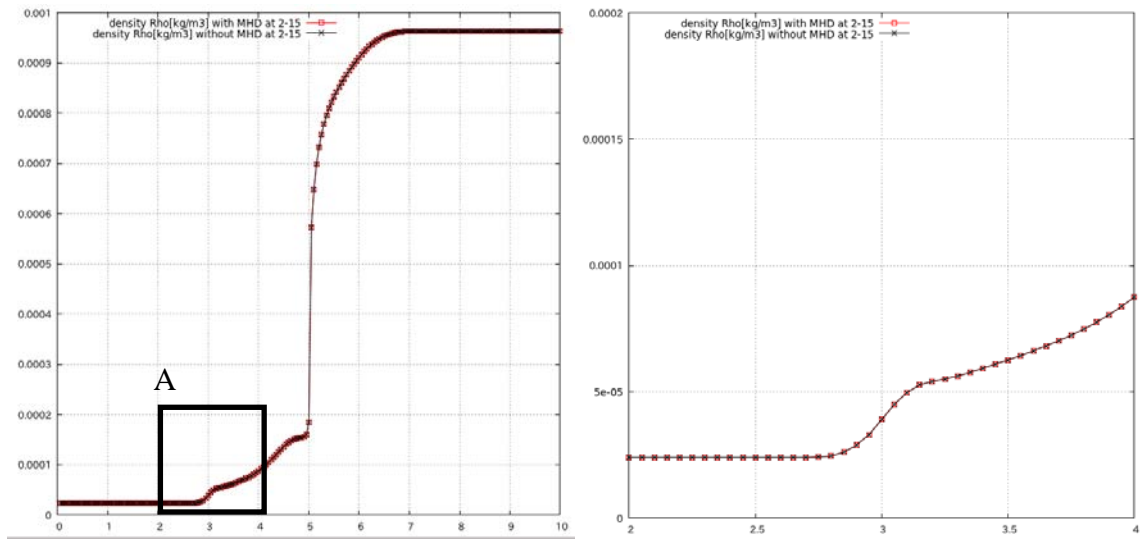


fig.3.156 密度①

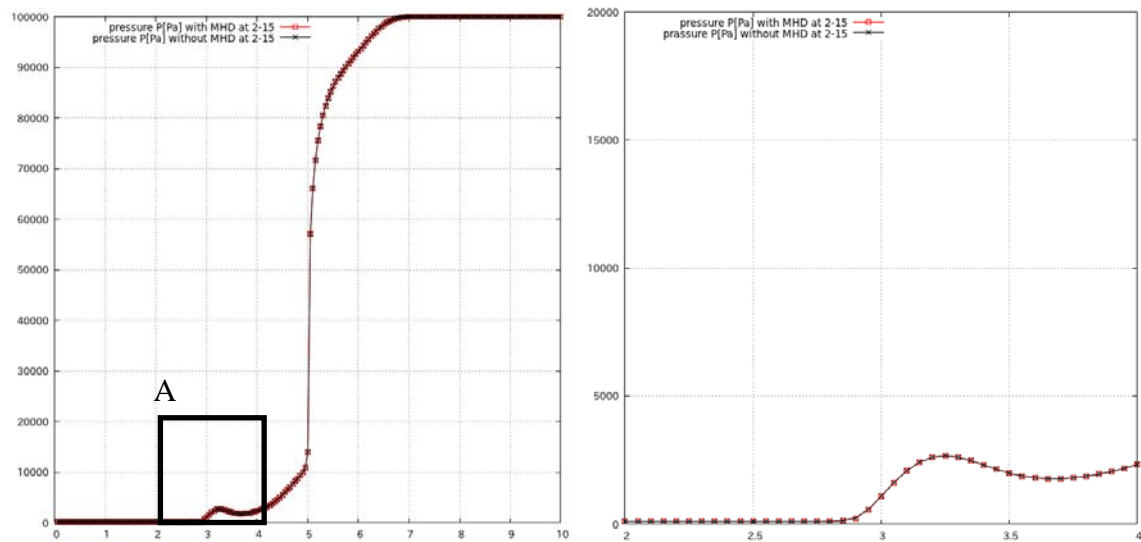


fig.3.157 圧力①

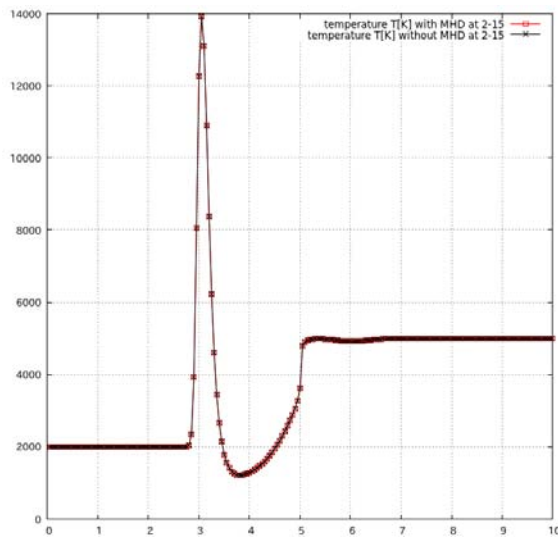


fig.3.158 温度①

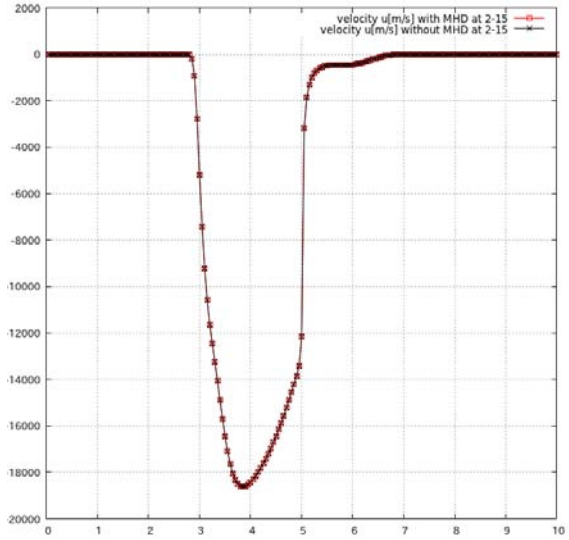


fig.3.159 速度 u ①

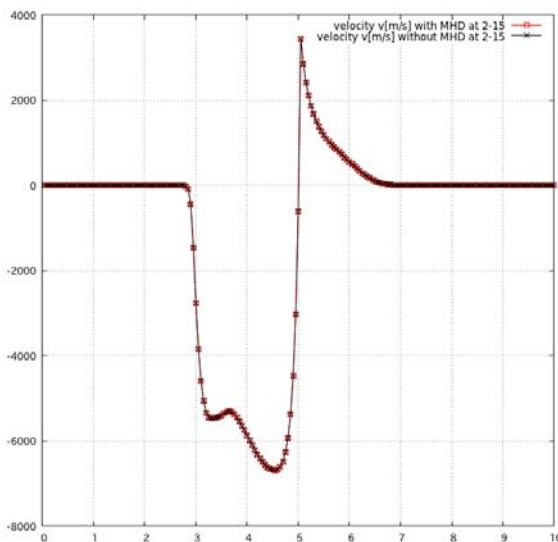


fig.3.160 速度 v ①

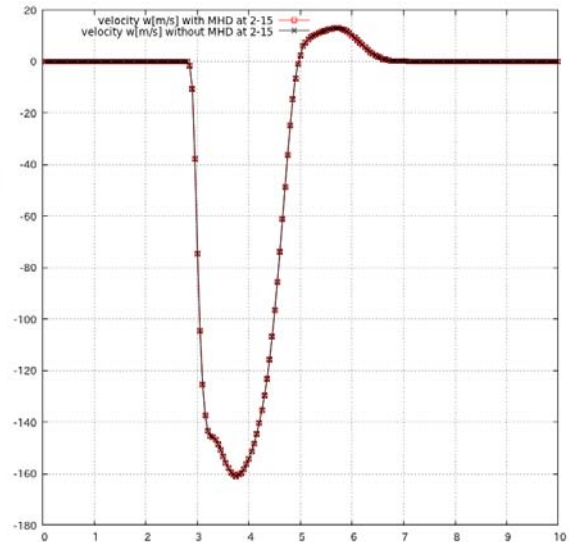


fig.3.161 速度 w ①

ii) 座標 $(y, z) = (8, 15)$

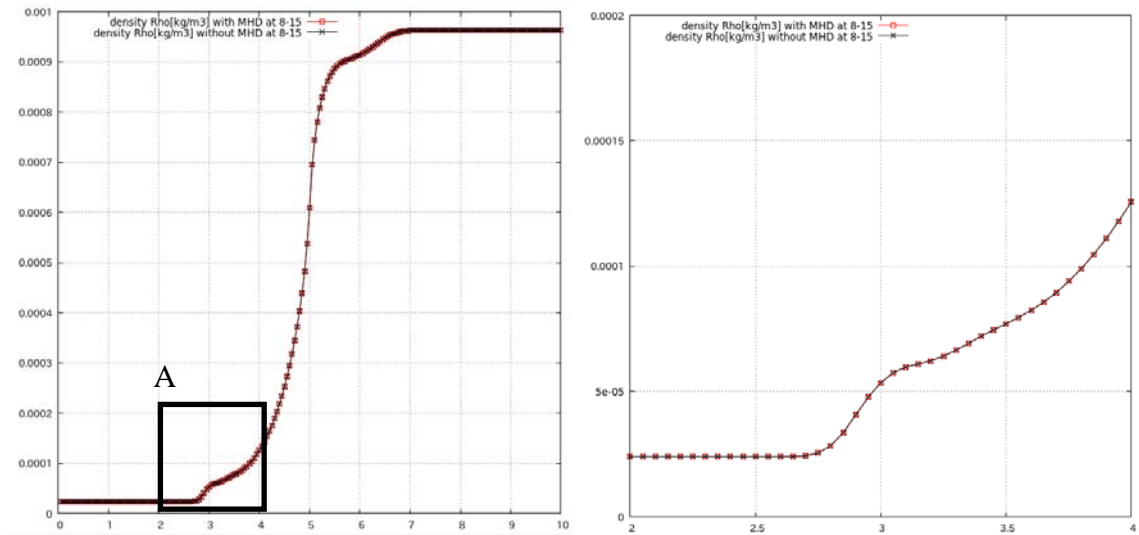


fig.3.162 密度②

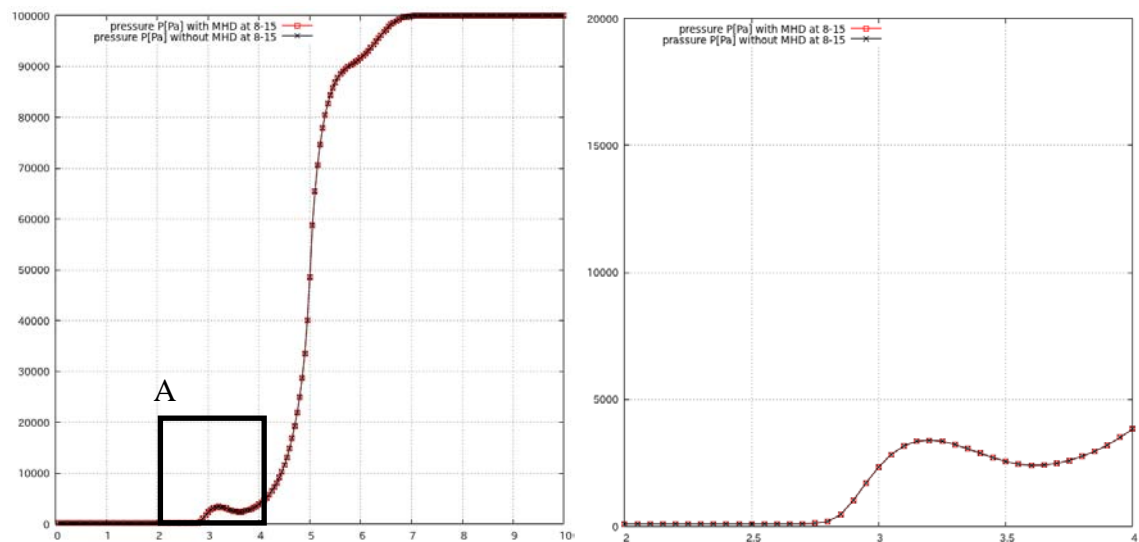


fig.3.163 压力②

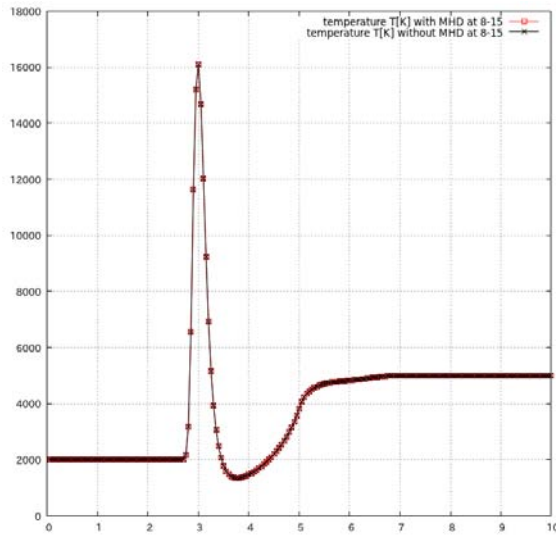


fig.3.164 温度②

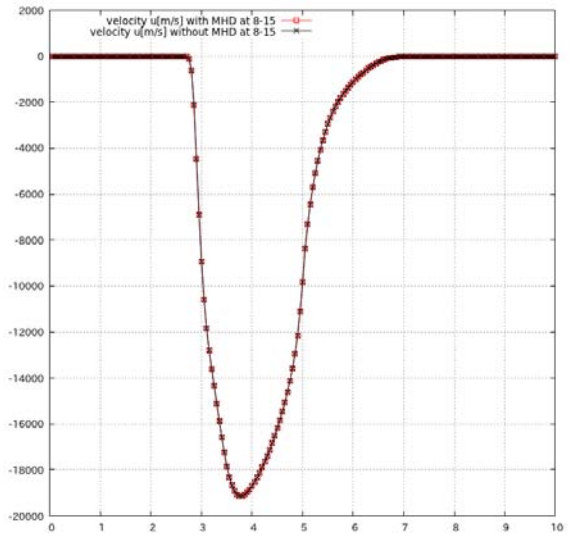


fig.3.165 速度 u ②

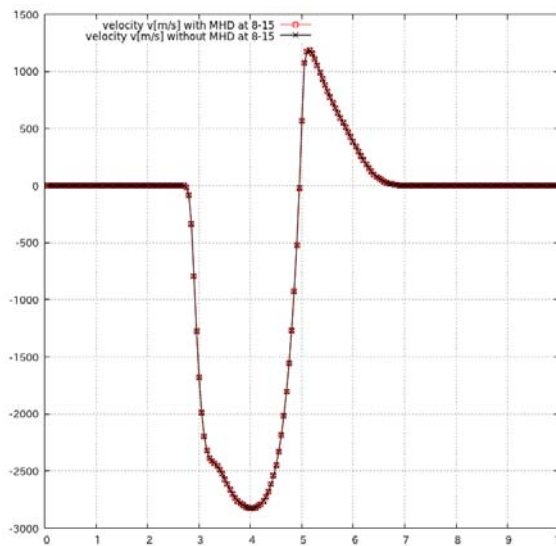


fig.3.166 速度 v ②

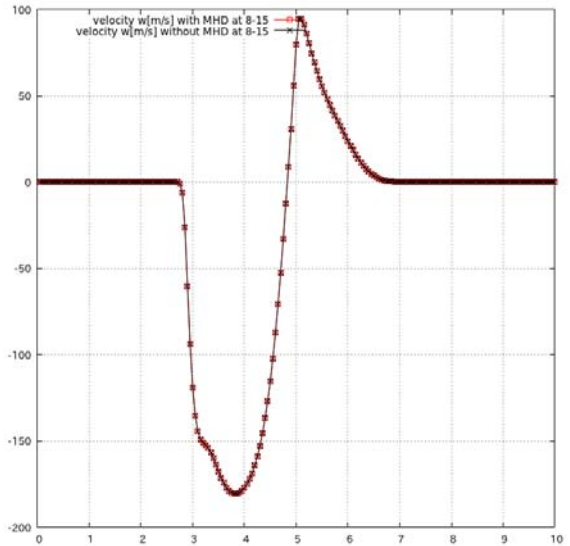


fig.3.167 速度 w ②

iii) 座標 $(y, z) = (15, 15)$

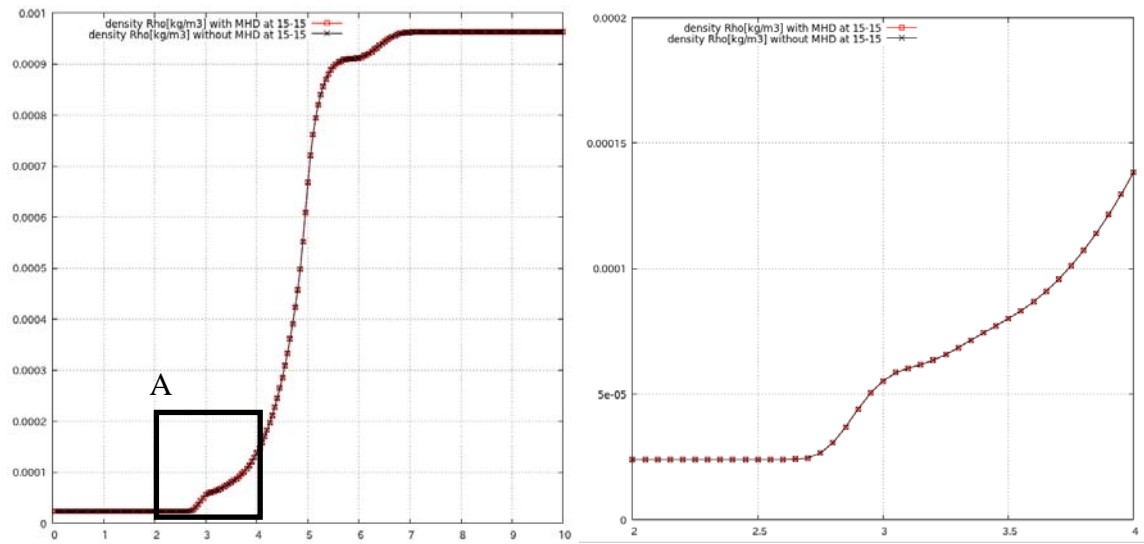


fig.3.168 密度③

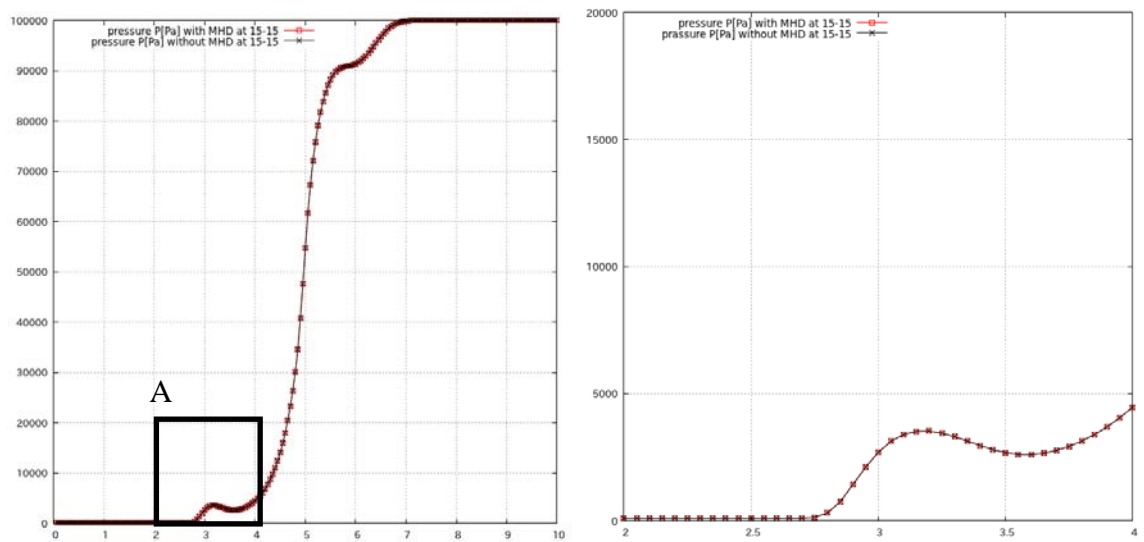


fig.3.169 压力③

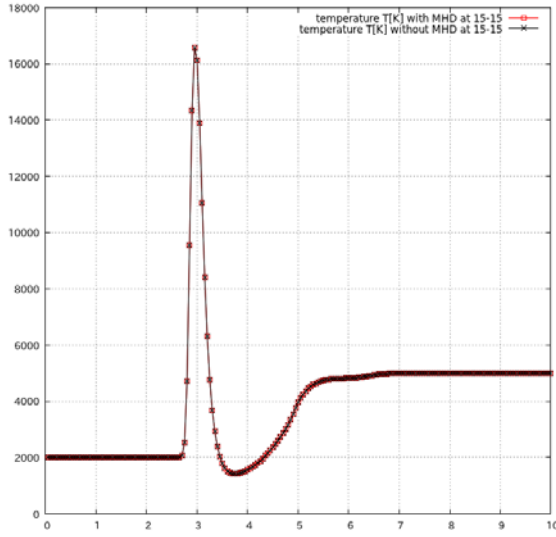


fig.3.170 温度③

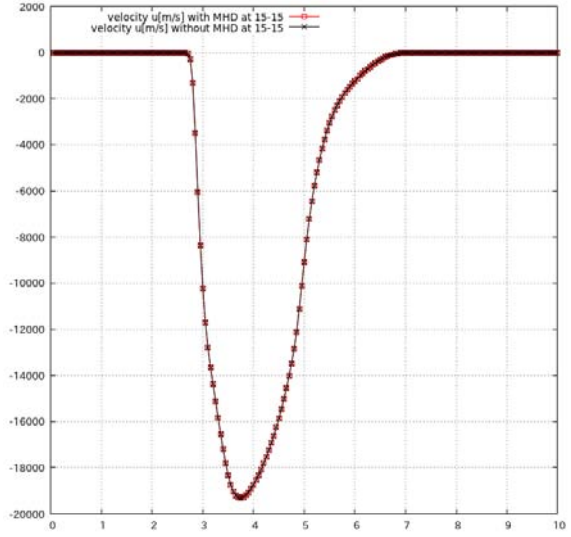


fig.3.171 速度 u ③

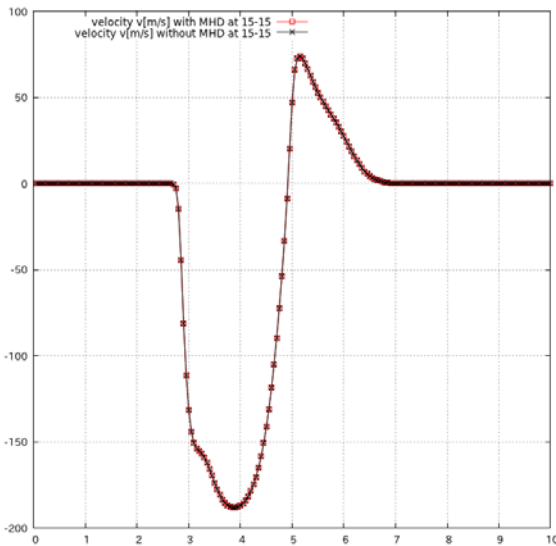


fig.3.172 速度 v ③

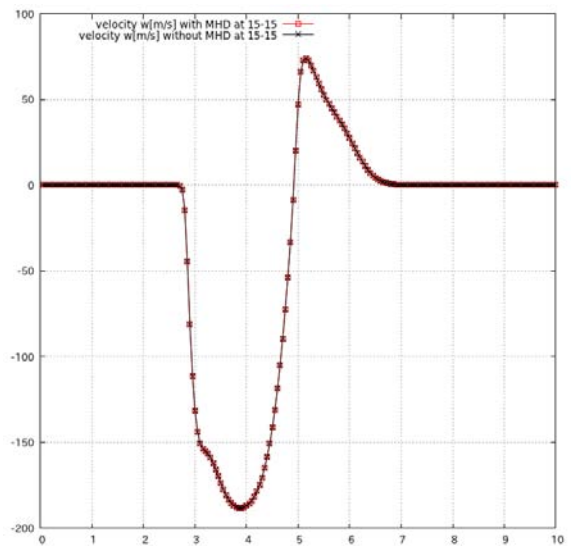


fig.3.173 速度 w ③

$iv)$ 座標 $(y, z) = (15, 8)$

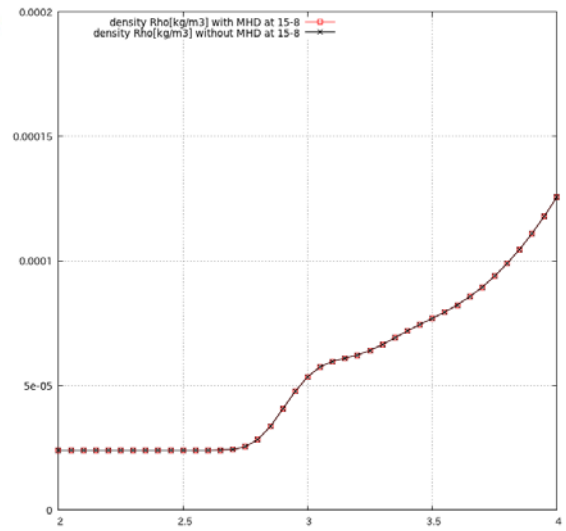
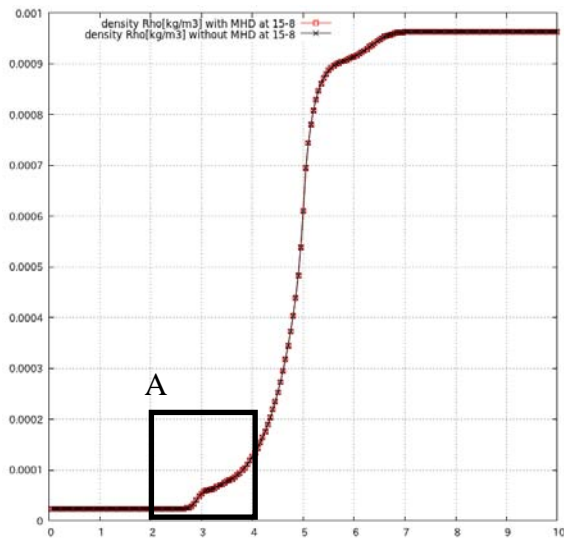


fig.3.174 密度④

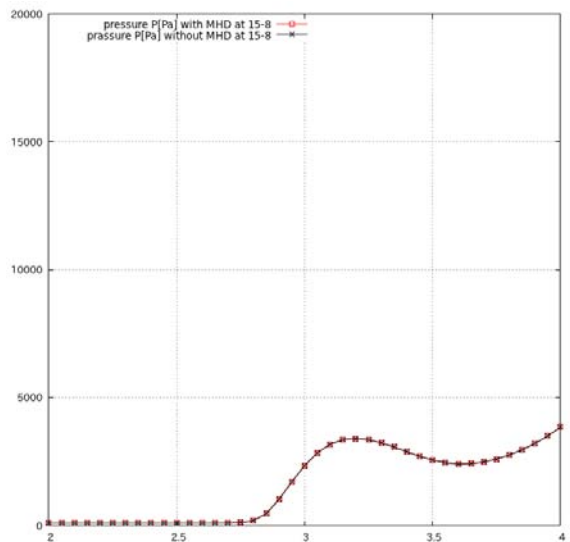
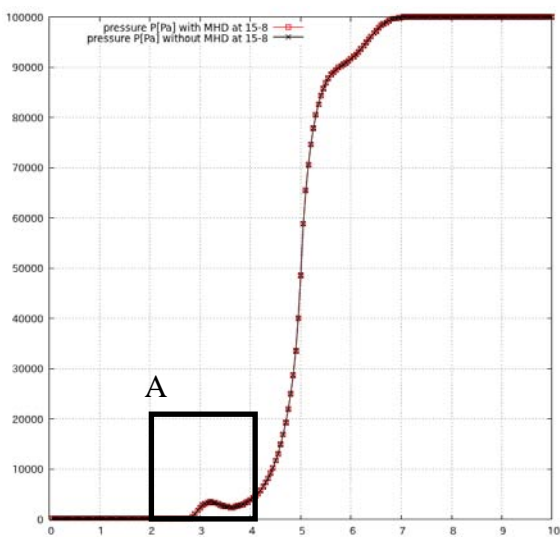


fig.3.175 压力④

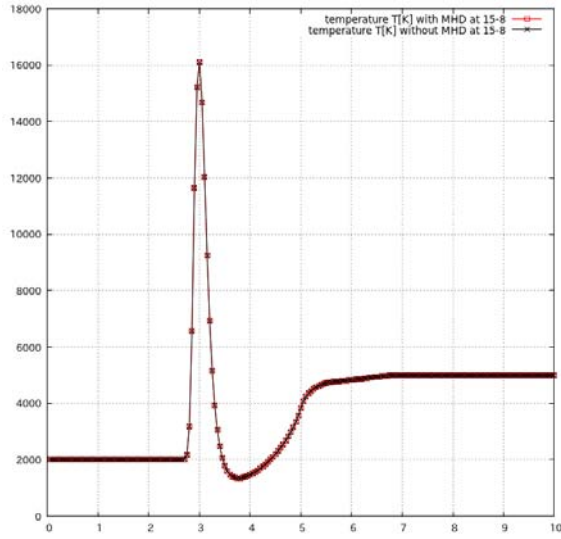


fig.3.176 温度④

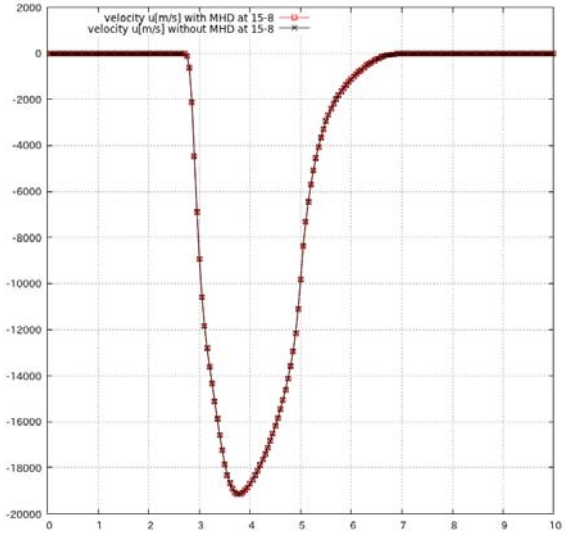


fig.3.177 速度 u ④

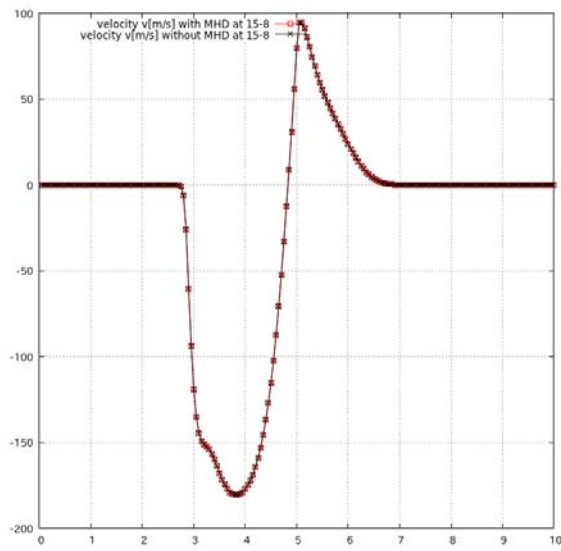


fig.3.178 速度 v ④

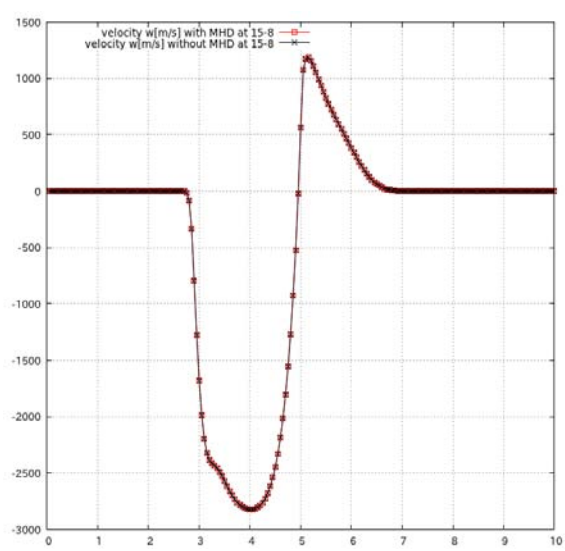


fig.3.179 速度 w ④

v) 座標 $(y, z) = (15, 2)$

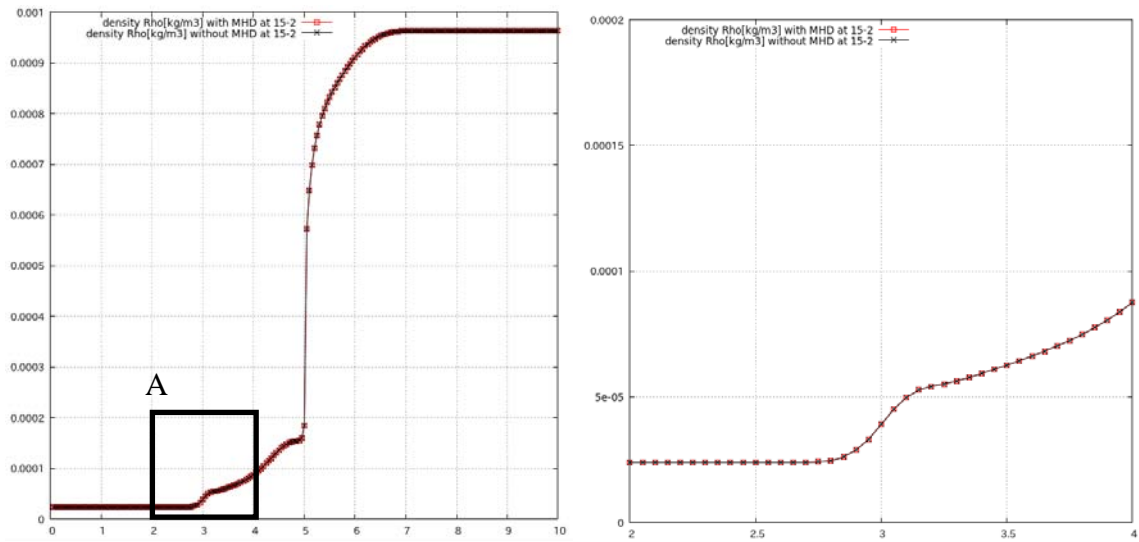


fig.3.180 密度⑤

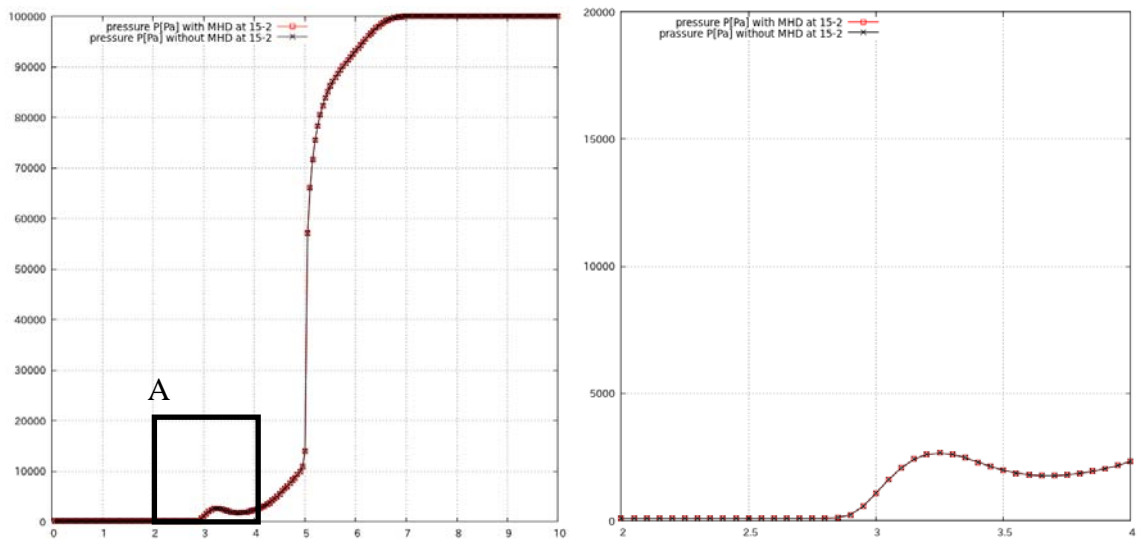


fig.3.181 压力⑤

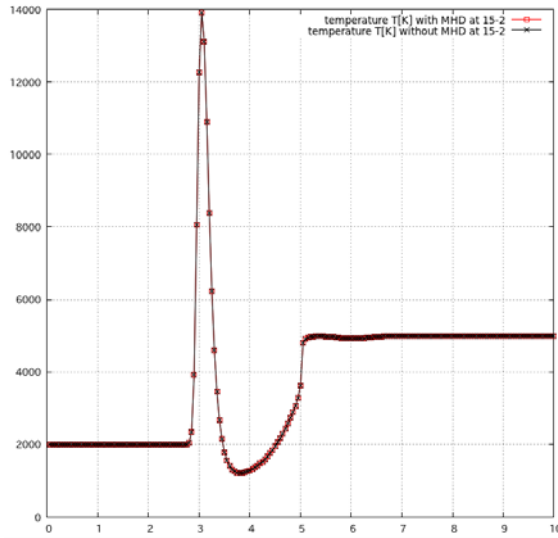


fig.3.182 温度⑤

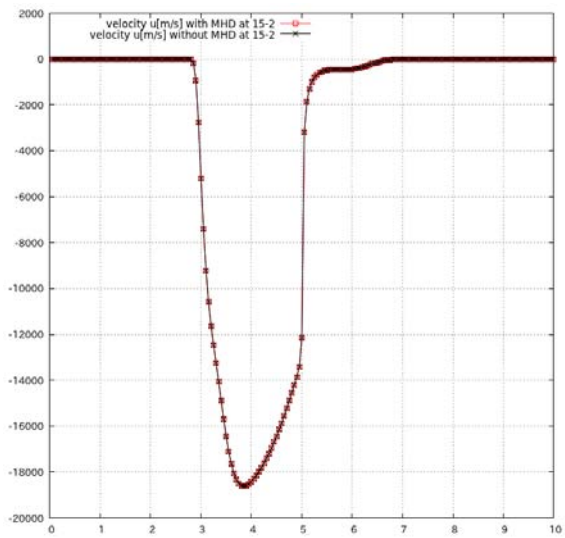


fig.3.183 速度 u ⑤

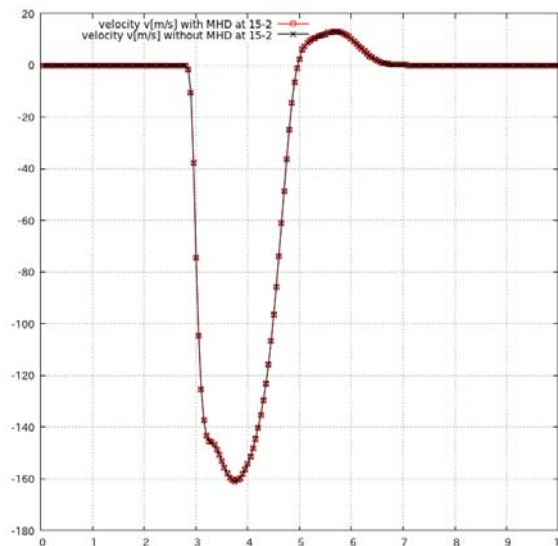


fig.3.184 速度 v ⑤

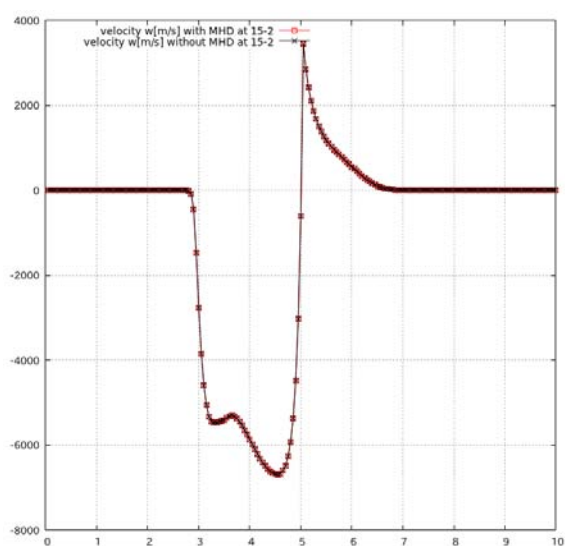


fig.3.185 速度 w ⑤

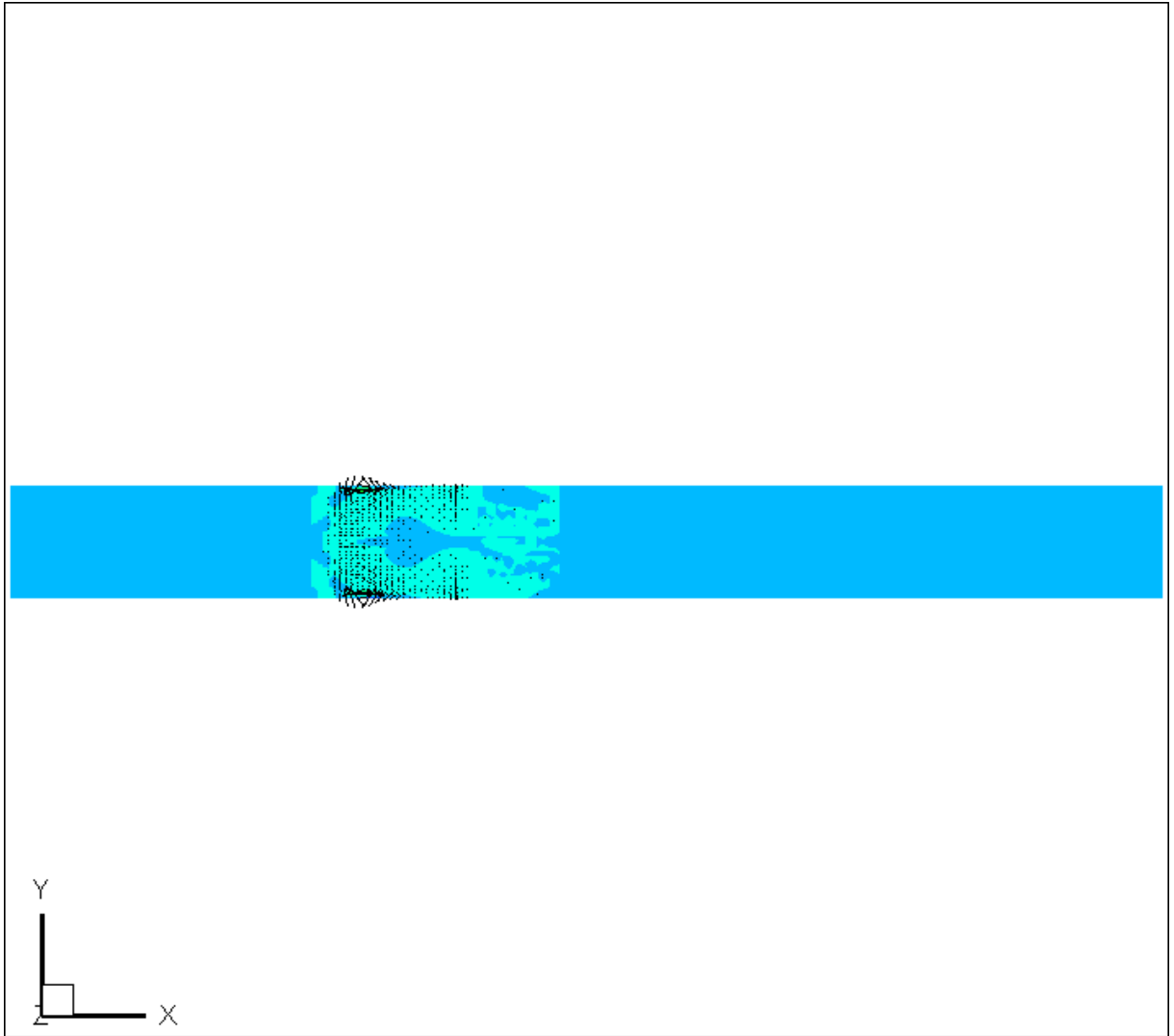


fig.3.186 xy 平面電流密度①

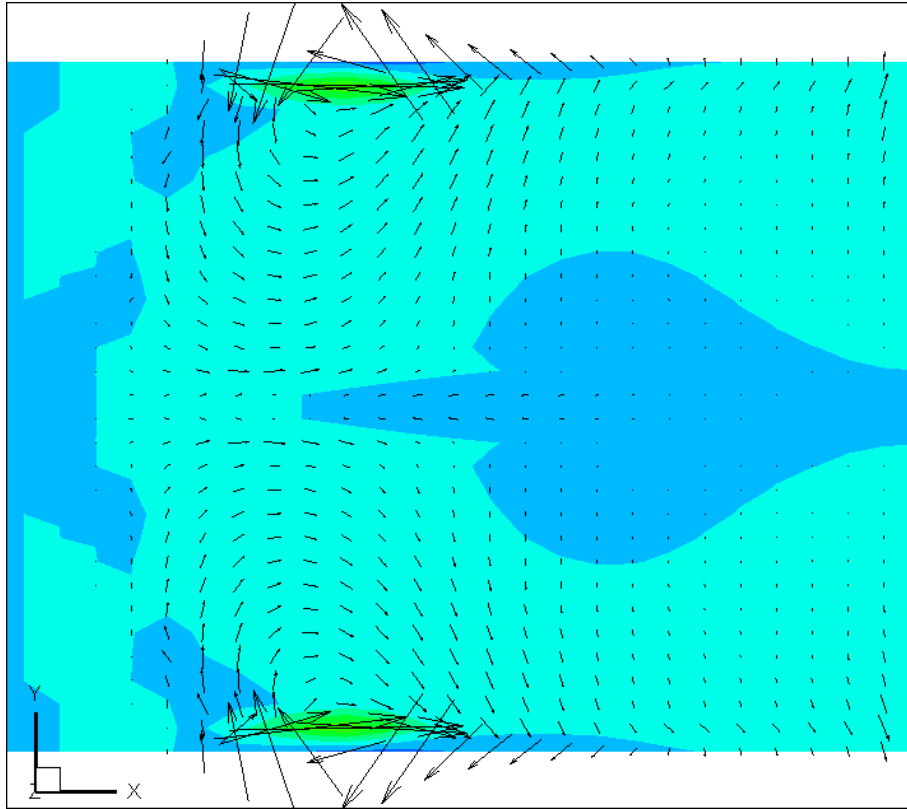


fig.3.187 xy 平面電流密度①

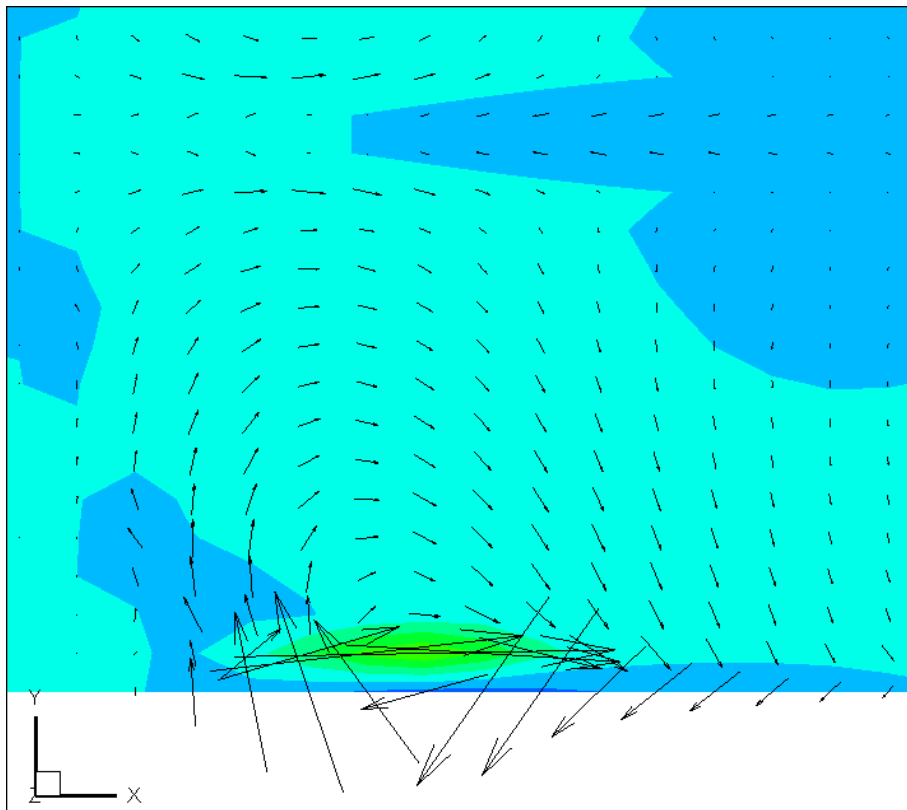


fig.3.188 xy 平面電流密度①

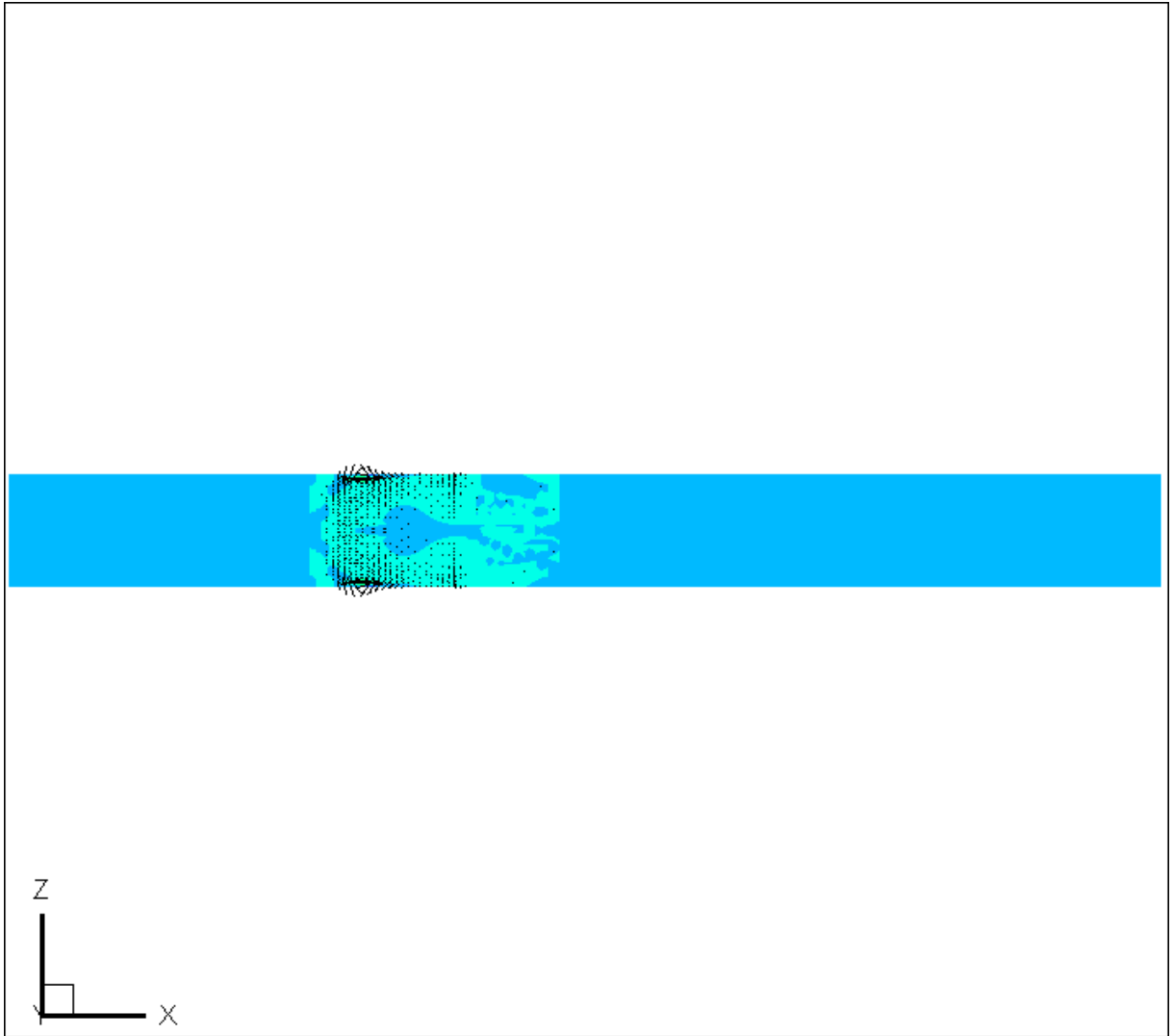


fig.3.189 zx 平面電流密度①

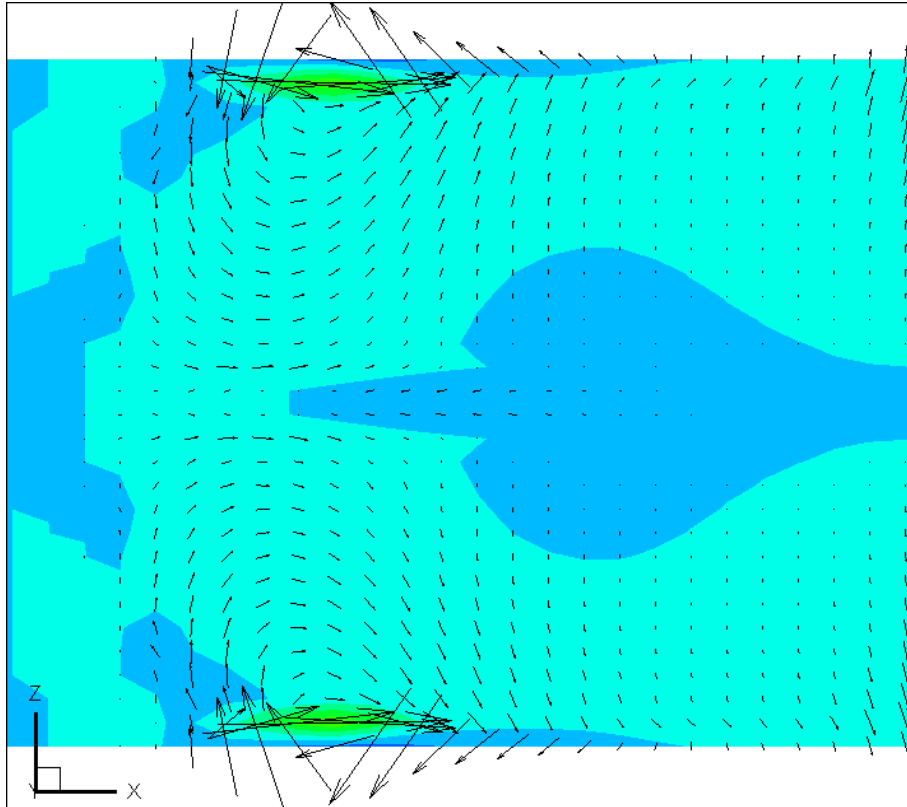


fig.3.190 zx 平面電流密度①

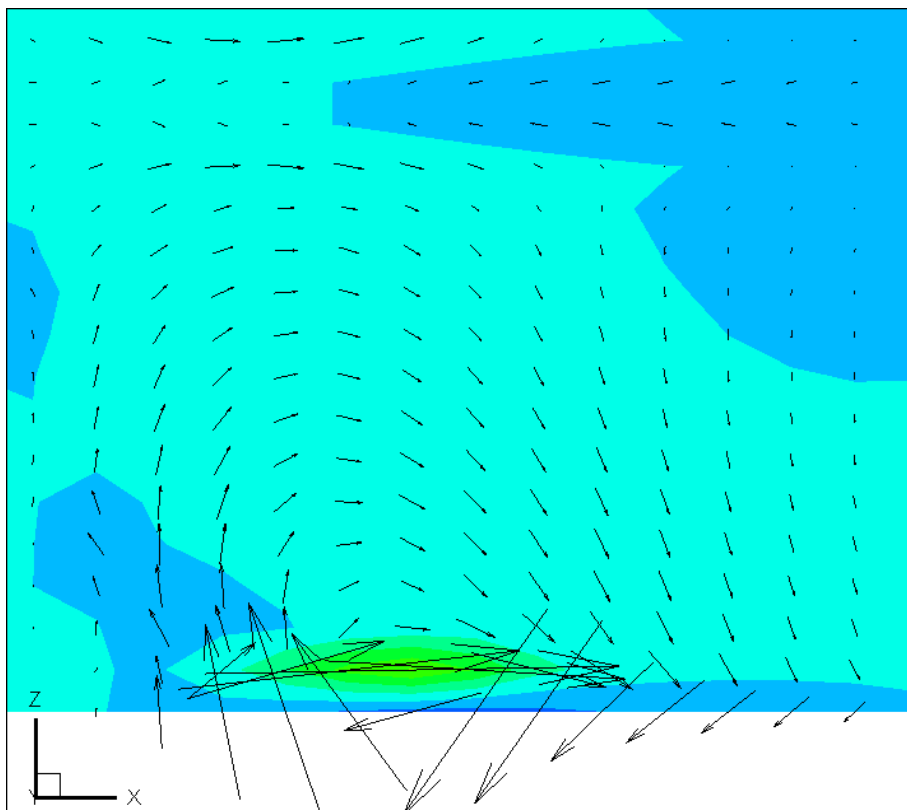


fig.3.191 zx 平面電流密度①

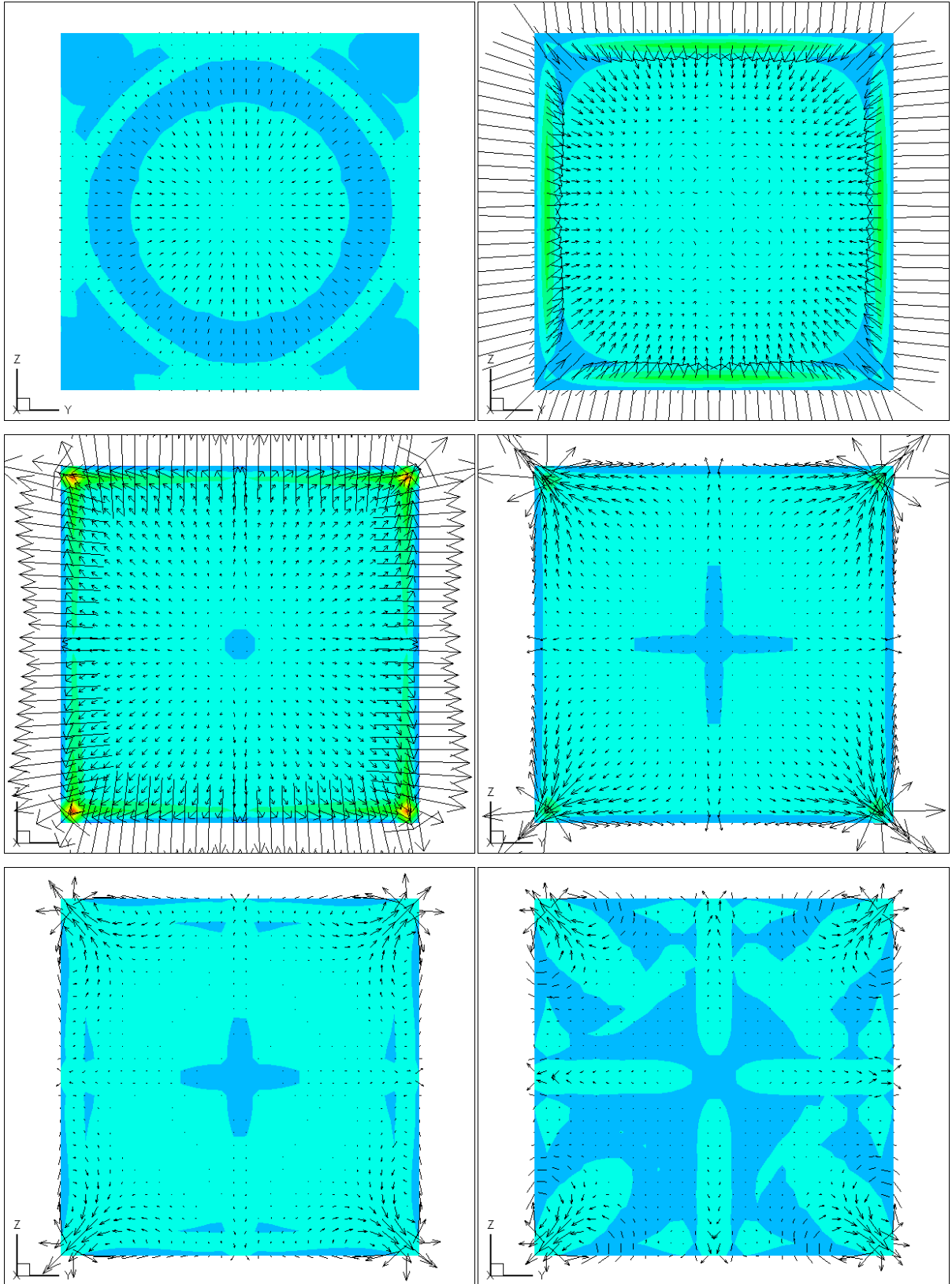


fig.3.192 yz平面電流密度

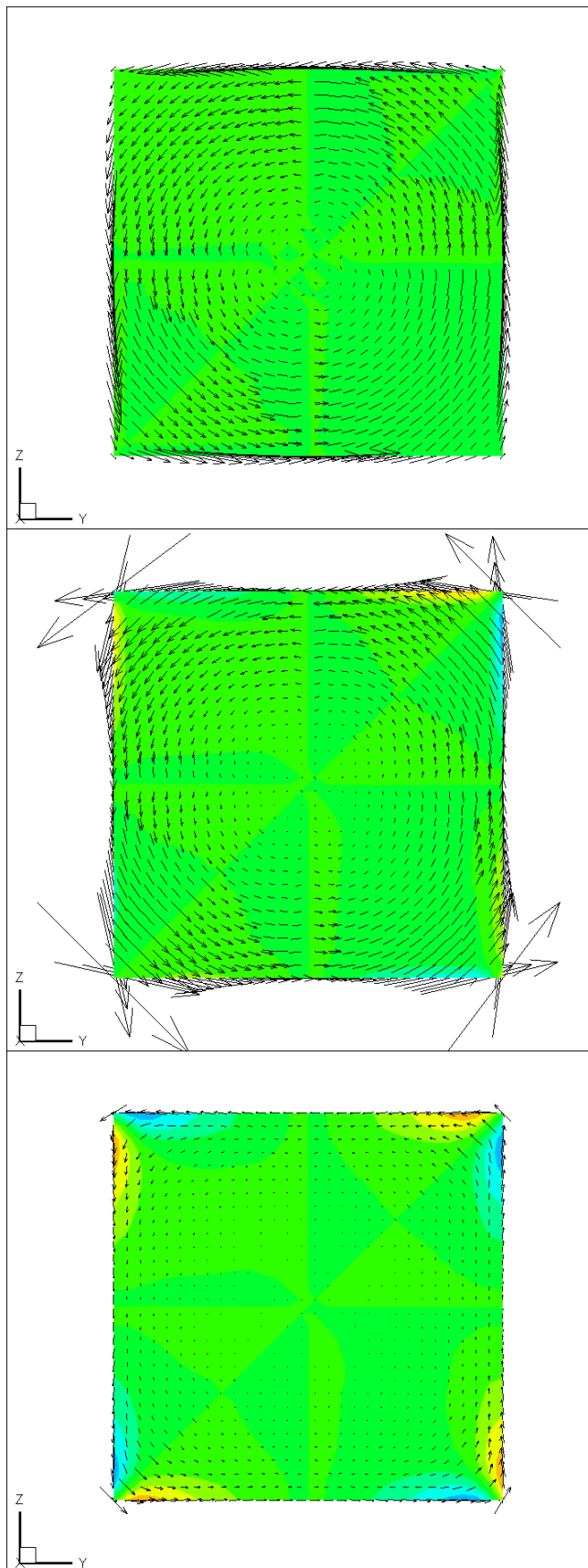


fig.3.193 磁束密度

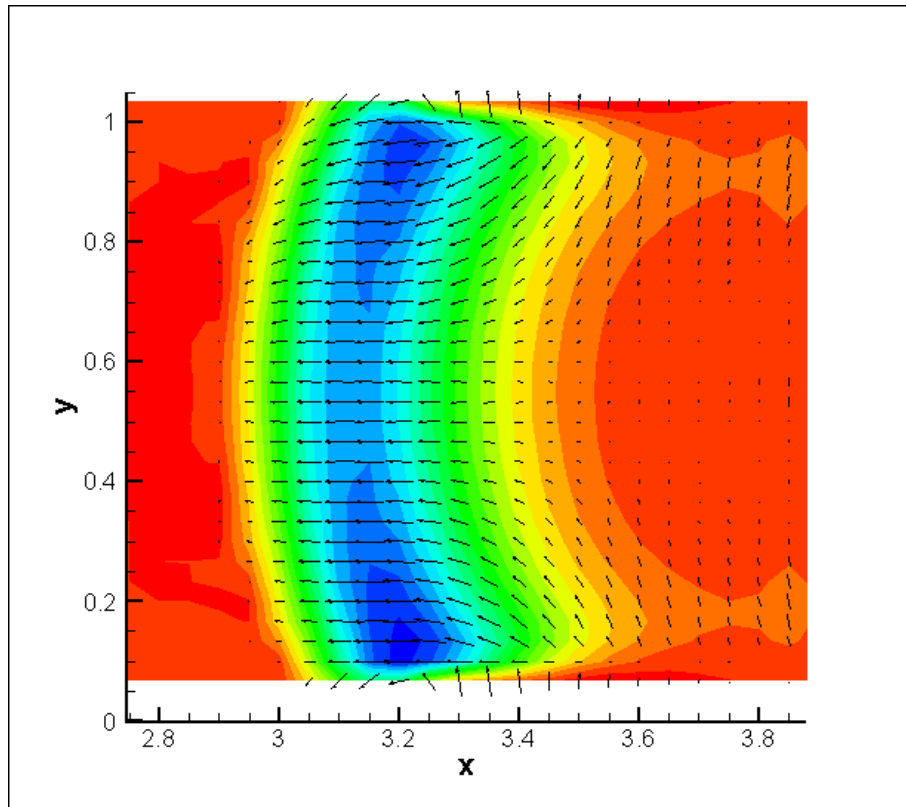


fig.3.194 $z = 1$ 平面での表面電流密度

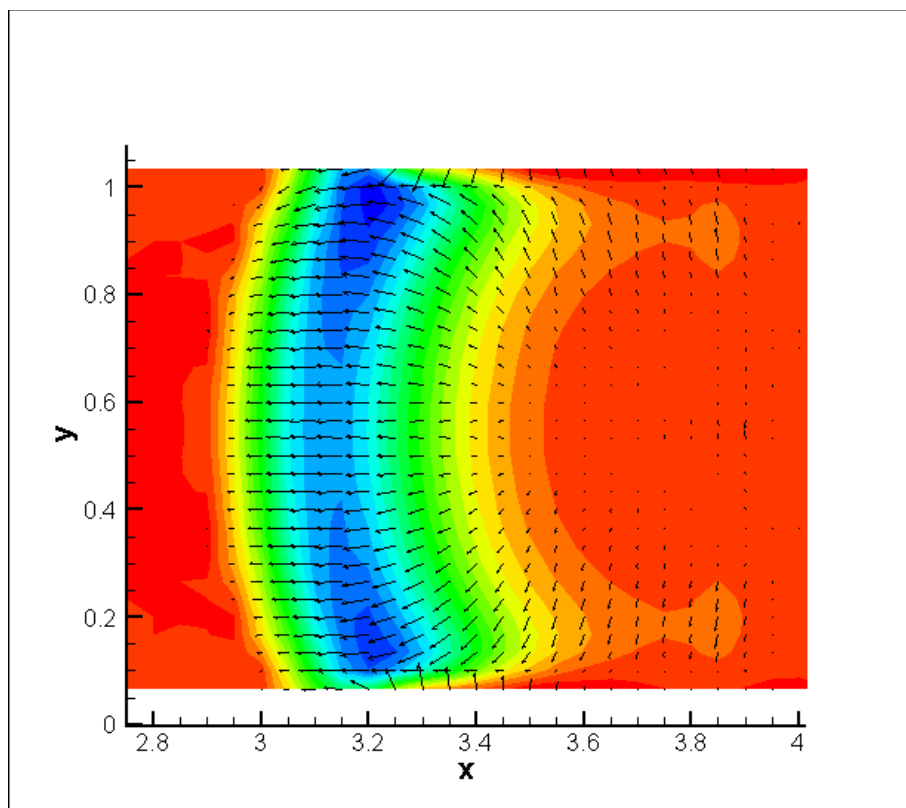


fig.3.195 $z = 30$ での表面電流密度

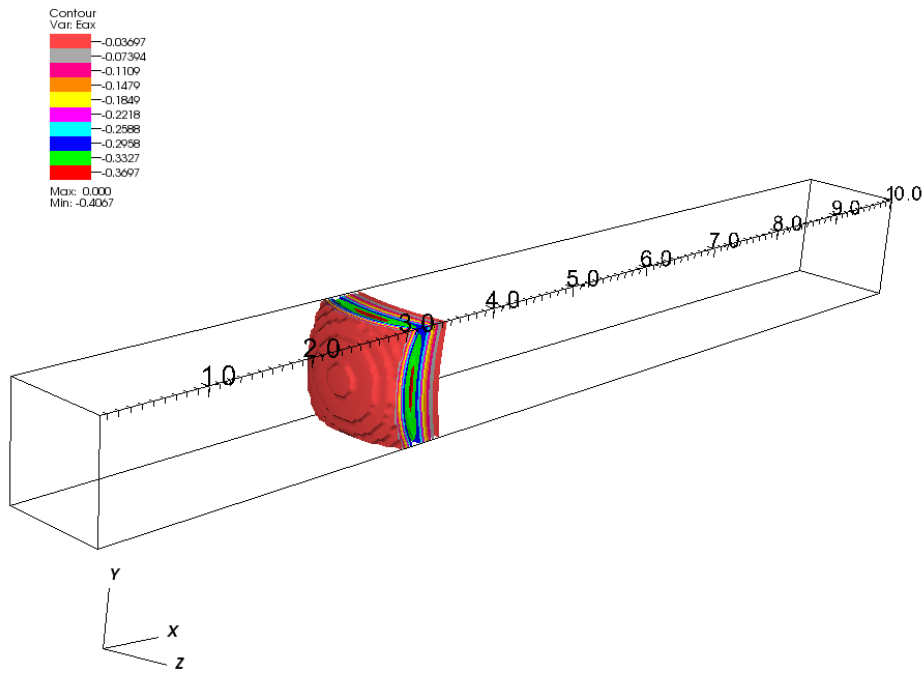


fig.3.196 3次元 x 方向兩極性電場

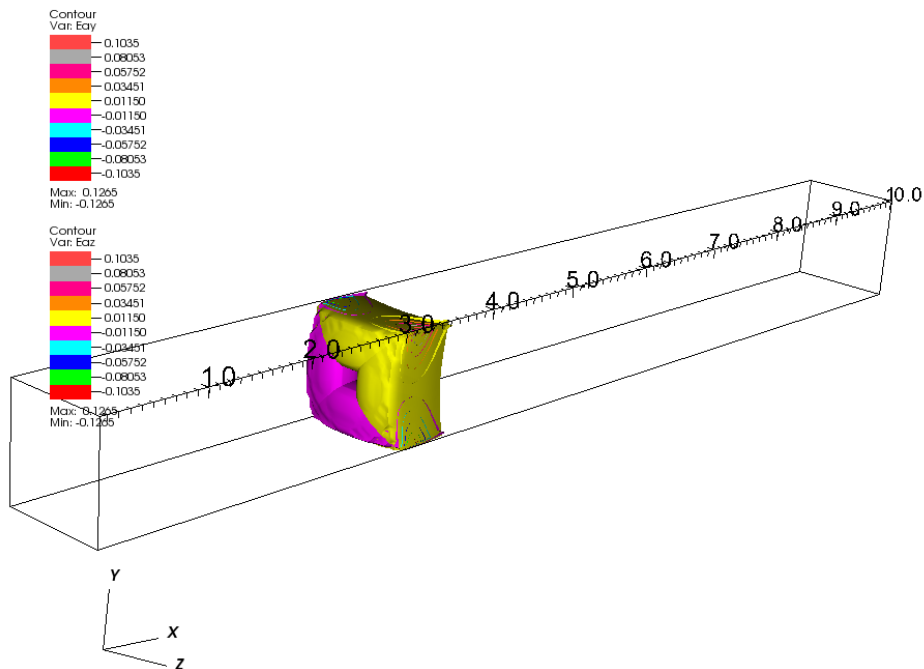


fig.3.197 3次元 yz 方向兩極性電場

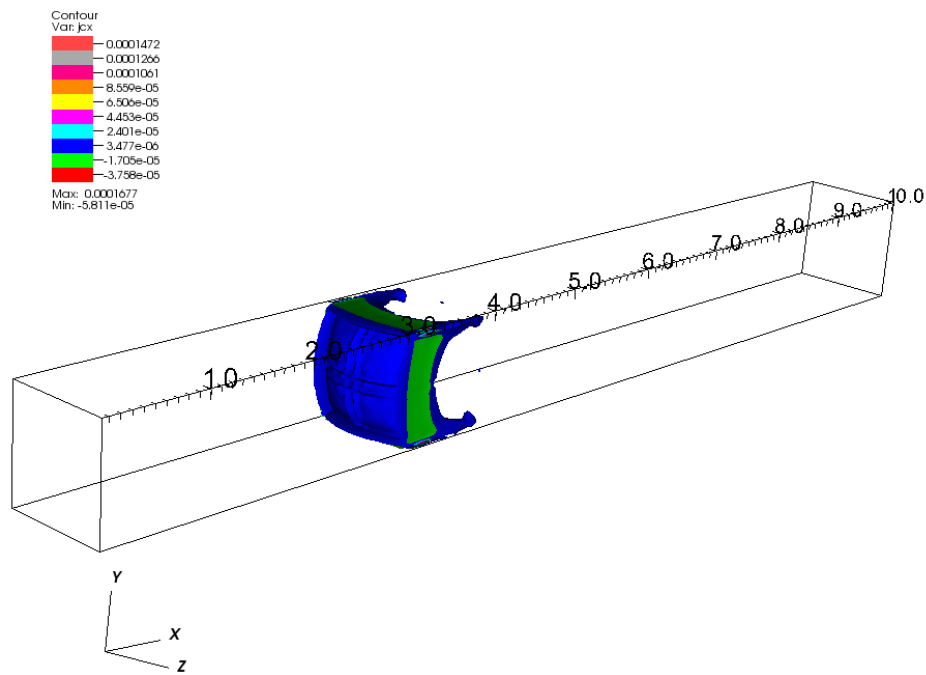


fig.3.198 3次元 x 方向電流密度

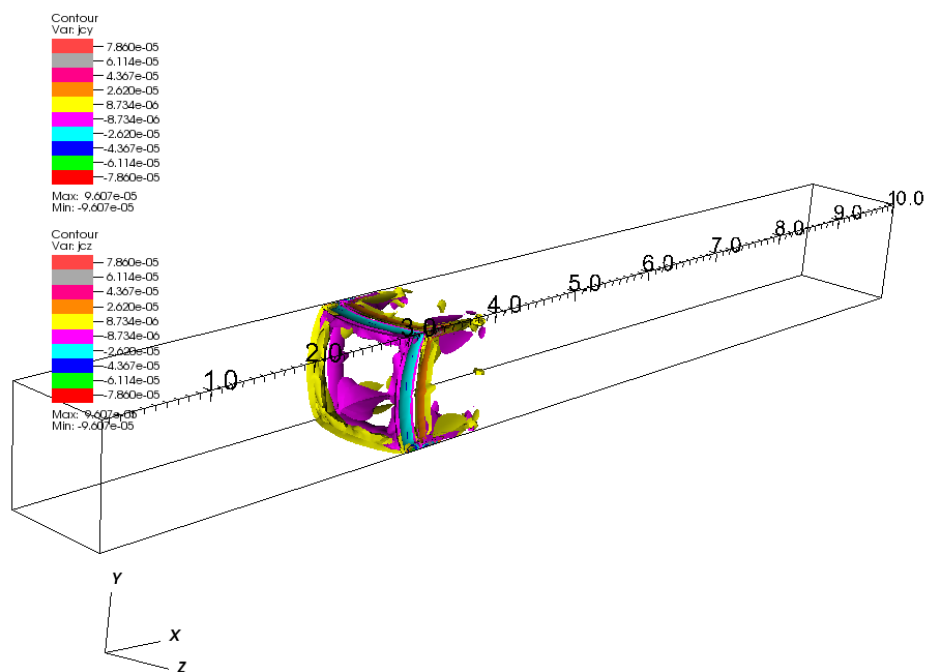


fig.3.199 3次元 yz 方向電流密度

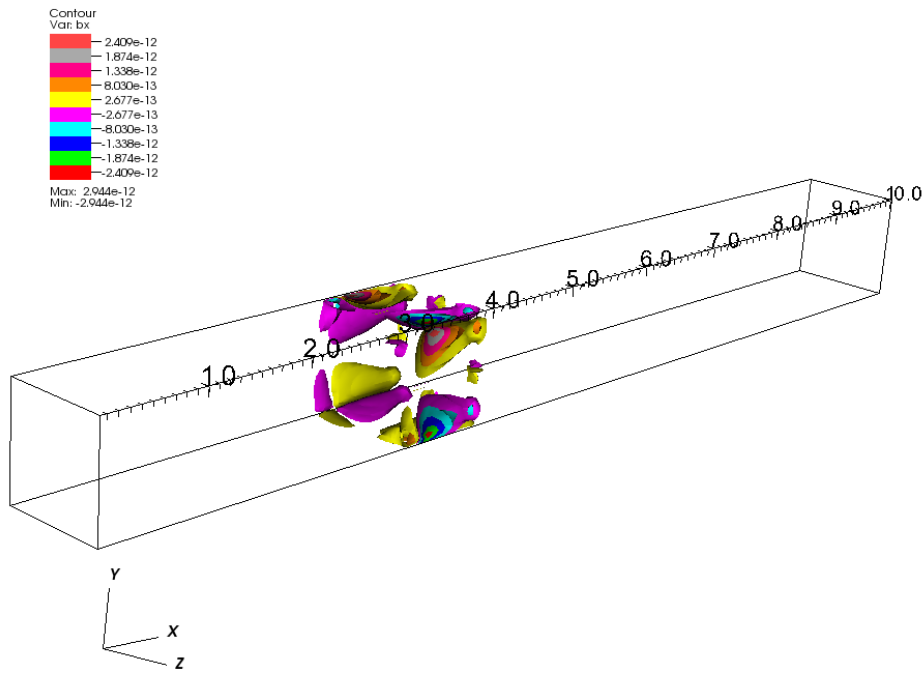


fig.3.200 3次元 x 方向磁束密度

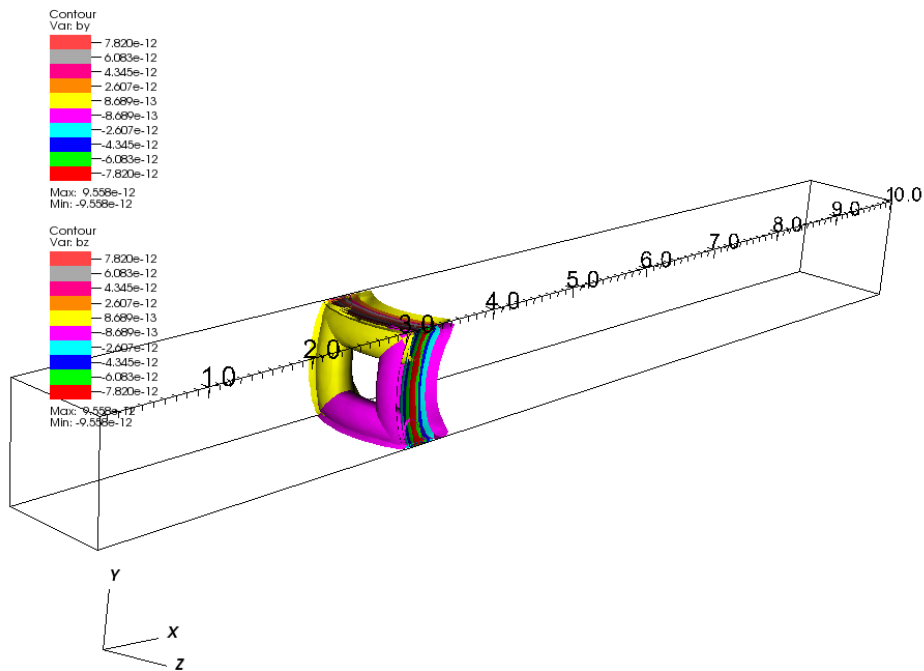


fig.3.201 3次元 yz 方向磁束密度

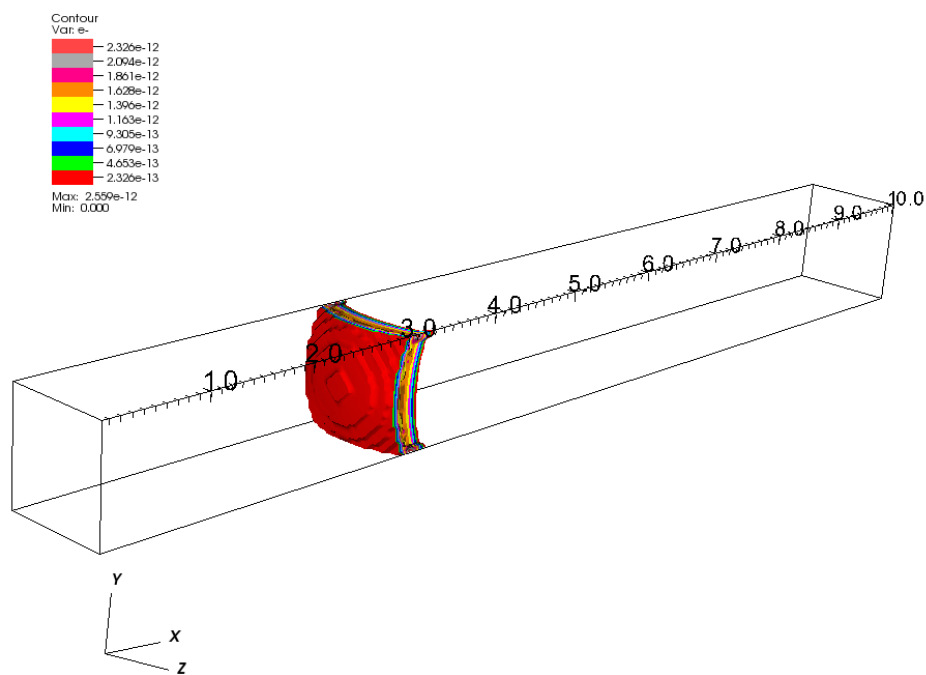


fig.3.202 e⁻ 密度分布

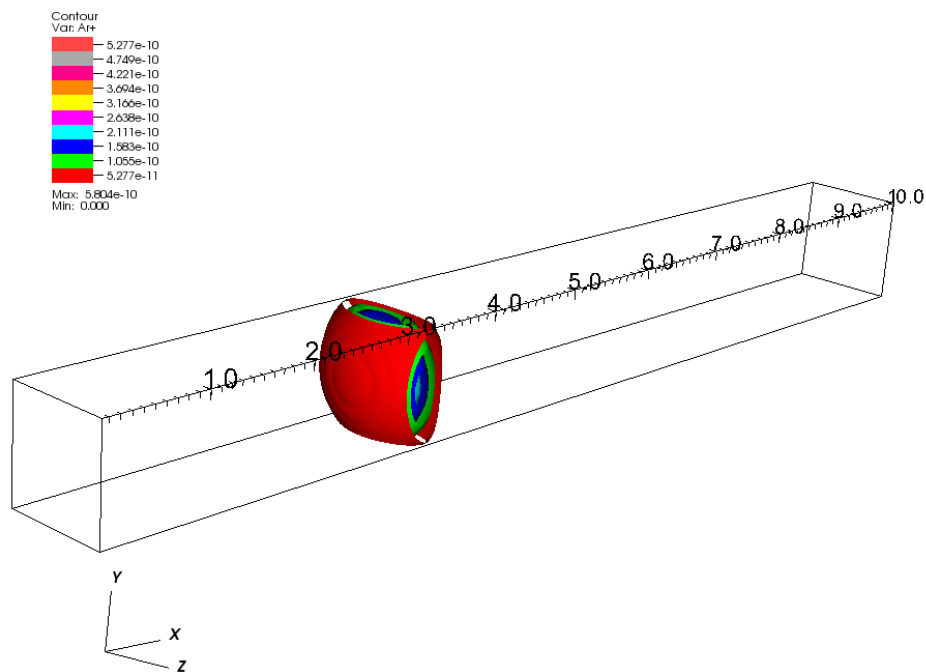


fig.3.203 A⁺ 密度分布

3.3 考察

各電気伝導度において比較した密度, 圧力, 温度, 及び速度には大きな差は見られず両極性電場による電磁流体効果の影響は見られない. これは, 両極性電場の時間変化が両極性電場そのものが最大値のオーダーが 10^{-4} と非常に小さいことから小さく, したがって, 式(2.10)における磁場の生成項にほとんど寄与せず, 最大値のオーダーが $10^{-10} \sim 10^{-12}$ と非常に小さいものとなってしまう, その結果, 両極性電場からの変位電流と磁場から受けるローレンツ力が運動量の生成項に寄与しないためであると考えられる. また, 各電気伝導度における電流密度の最大値は, fig3.54, 55, 102, 103, 148, 149, 198, 199 から電気伝導度の値が低い程大きい値となっており, 自己誘起磁場の最大値もまた, fig.3.56, 57, 104, 105, 150, 151, 200, 201 から電気伝導度の値が低い程強くなっている. これは, 式(2.10)の磁場の生成項における変位電流の項が電気伝導度の -1 乗に比例している為であると考えられる. このことから電気伝導度を小さくなるしていくことで誘導磁場の値が大きくなり, それにより運動量に寄与するローレンツ力が流れ場に対して影響を及ぼしだすと考えられる. また, 本研究では, 電気伝導度をパラメトリックに変化させ, 電磁場の影響を検証したが, 電気伝導度が 600 を下回ると計算が不安定となり, 結果として計算が破綻してしまうことが分かった. これは, 式(2.6)からも分かるように, 磁場の粘性項に対しても電気伝導度が -1 乗で作用していることが原因であると考えられ, 数値解法を最適化していくことにより解決できると考えられる. また, 電流密度のベクトルは, 全ケースにおいて壁面付近で渦状のベクトルとなっている様子が確認でき, 表面電流密度のベクトル方向からも渦電流となっていることが分かる. これにより, 誘導磁場の磁束密度ベクトルは右ネジの進む方向が $+x$ 方向に向くように渦状のベクトルとなっていることが分かり, これは両極性電場の時間変化によって生じる変位電流を打ち消す方向に電流が流れるように誘導磁場が生じることを示している.

第4章 結論

本研究では, 衝撃波管内において生じる両極性電場に着目し, それにより生じた電磁場が衝撃波管内の流れ場にどのような影響を与えるかということをも熱化学非平衡流体の数値流体解析を用いて調べた. また本計算では, 電気伝導度の値を変化させ, それぞれにおける密度, 圧力, 温度, 及び速度を MHD 効果を見ない計算結果と比較した. 本研究で得られた知見を以下へ示す.

- ・電気伝導度が $\sigma \geq 610$ の範囲で値を取る時, MHD 効果は顕著に現れず比較対象である MHD 効果を見ない計算結果と大きな差は見られなかった. このことから, 電気伝導度がおよそ 600 より大きい範囲において両極性電場による MHD 効果は流れ場に影響を与えないことが分かった.

- ・電気伝導度が低くなるにつれ電流密度は大きくなり, それによる自己誘起磁場も大きくなることが確認された.

第5章 課題と展望

本研究を通して得られた知見から見える課題と展望を以下へ示す。

- ・本研究では、並進・回転温度のみを使用した1温度モデルを用いており、これを多温度モデル(2温度モデル, 3温度モデル)とすることで、より現実に近い化学反応過程を模擬することができると考えられる。

- ・本研究では、電子密度を両極性電場の分布から逆算する形で求めており、したがって、電子の運動方程式を直接的に解いていない為、電子の運動方程式を導入することで両極性電場の時間変化による電流密度だけでなく、電子の熱拡散による電流密度を求めることができると考えられる。

- ・本研究では、仮定として電子とイオンは両極性拡散をしているとし両極性電場を直接的にプラズマ密度から求めており、両極性拡散から両極性電場ができる過程を無視している為、両極性拡散によって両極性電場が作られる過程を導入することにより、実際に生じる両極性電場に近い現象を模擬できると考えられる。

- ・本研究では、前章で先述したように方程式の性質上、低電気伝導度において安定した計算結果を得ることができなかつたことから、低電気伝導度において安定した計算が可能な方程式系を考えることにより、MHD効果が顕著に現れる範囲の計算ができるようになる為、明確なMHD効果の影響を評価することができると考えられる。

- ・本研究では、管壁の厚さを無限に薄いと仮定し、管壁を流れる電流は管壁表面を流れる表面電流のみであるという前提で計算を行っており、管壁内部を流れる電流を無視している為、管壁に厚さを持たせ、管壁内部にも計算領域を設定することにより

管壁内部を流れる電流密度を評価することができるようになる為、壁面付近における電磁場をより現実に近い状態で模擬できると考えられる。

Appendix : 化学反応検証

ここでは、本研究に用いた計算コードにおける化学反応についての妥当性を検証する。本研究では、反応モデルの部分で先述したように、 A_r の電離反応を考慮しており、この電離反応により生成された A_r^+ と e^- によって両極性電場は形成される為、この電離反応による電離度が妥当であるかどうかを検証することは非常に重要であると言える。以下に検証計算に用いた計算条件と計算結果、及び考察を示す。

1. 計算条件

検証計算には、以下に示すように1次元において実験流体 A_r と駆動流体 H_e を用いた反応流衝撃波管問題を用いた。以下へ初期条件を示す。

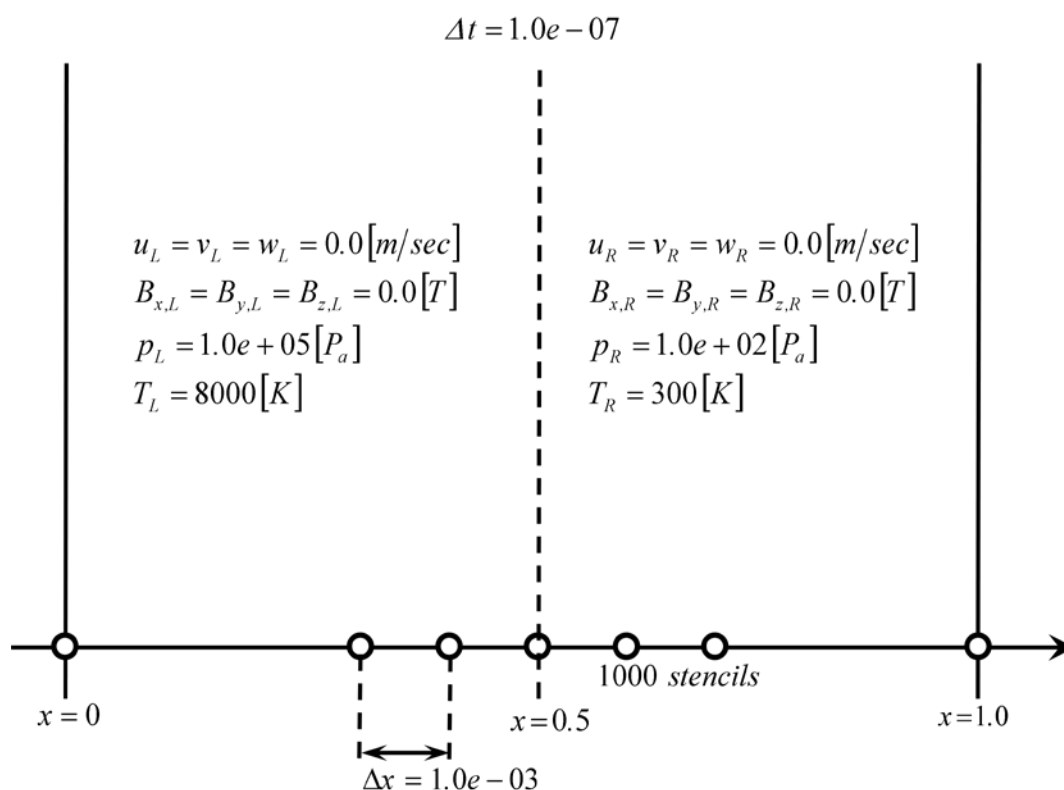


fig.4.1 初期条件

2. 計算結果

以下へ検証計算による密度, 圧力, 及び温度の結果を示す.

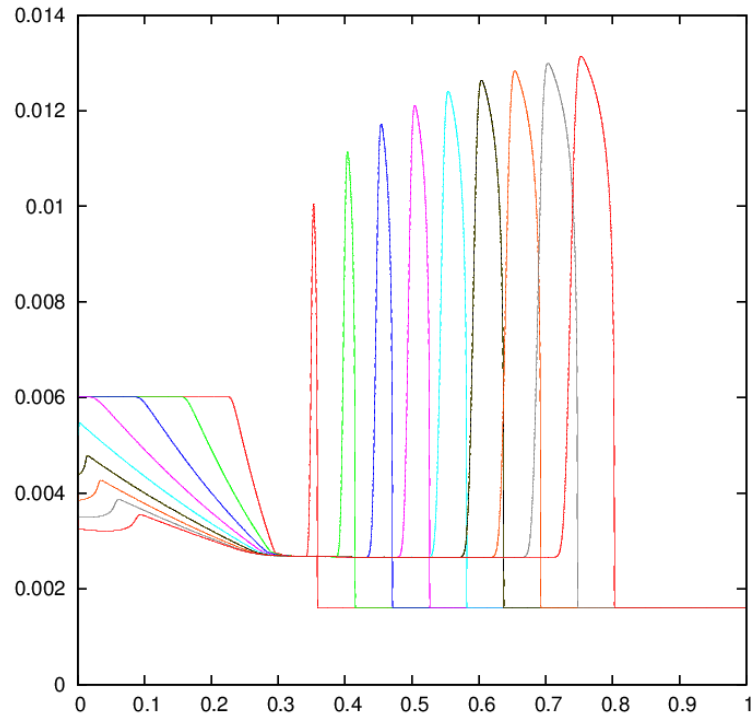


fig.4.2 10000ステップ~90000ステップまでの全密度

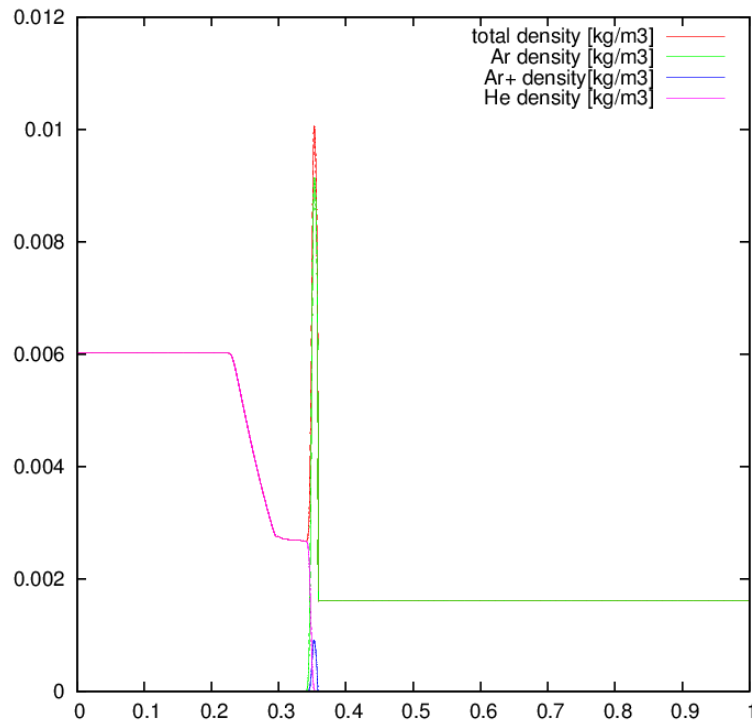


fig.4.3 10000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

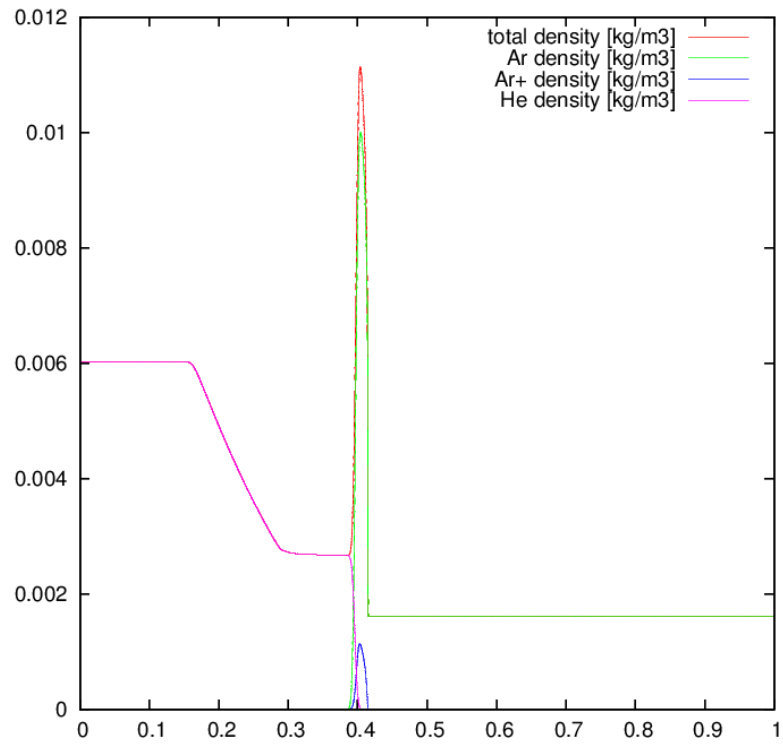


fig.4.4 20000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

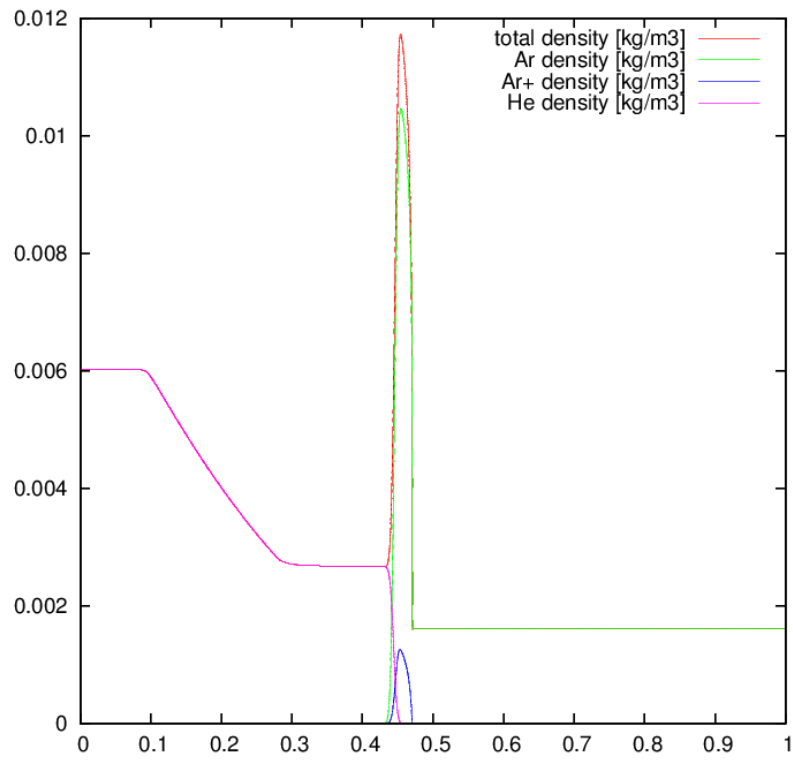


fig.4.5 30000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

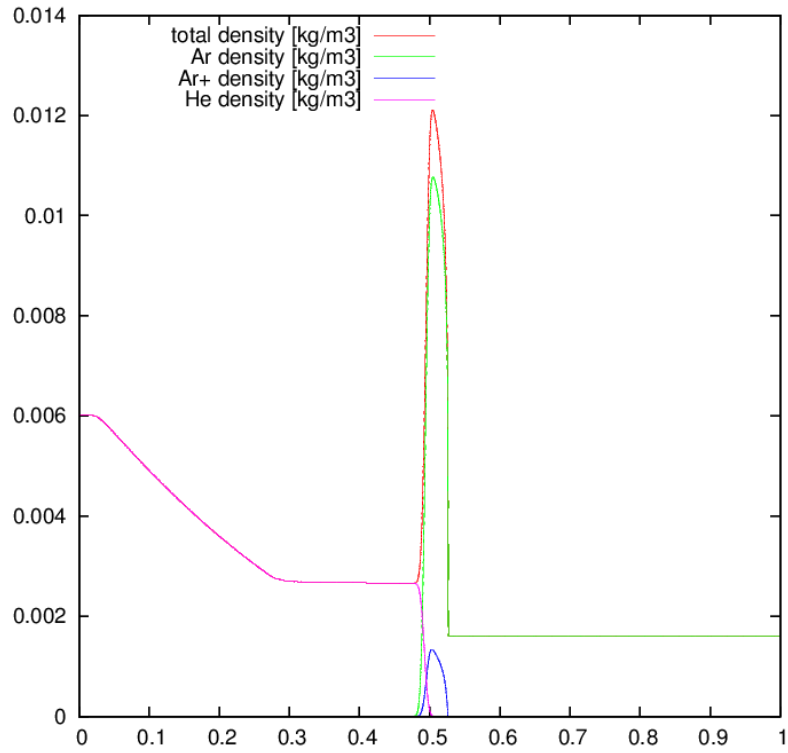


fig.4.6 40000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

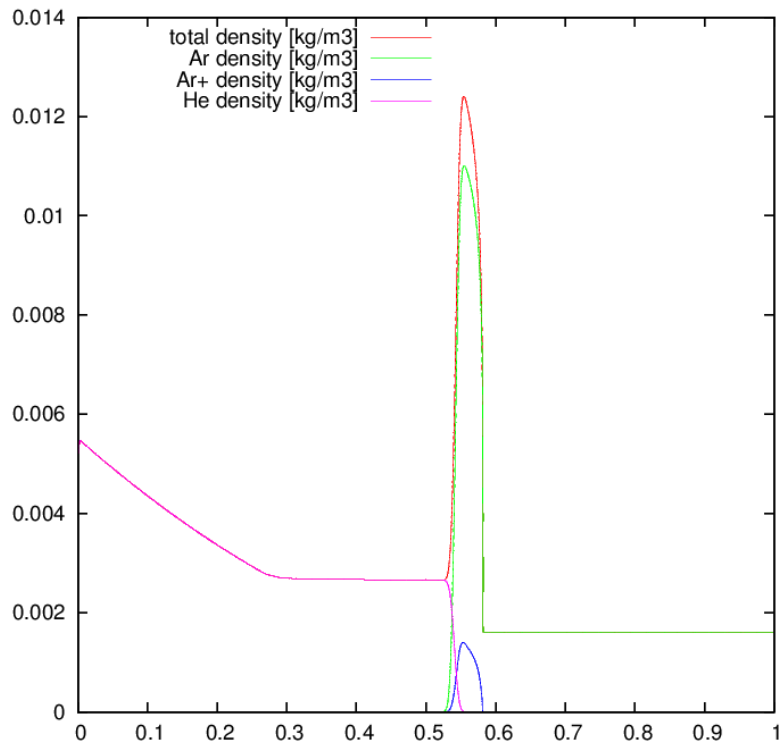


fig.4.7 50000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

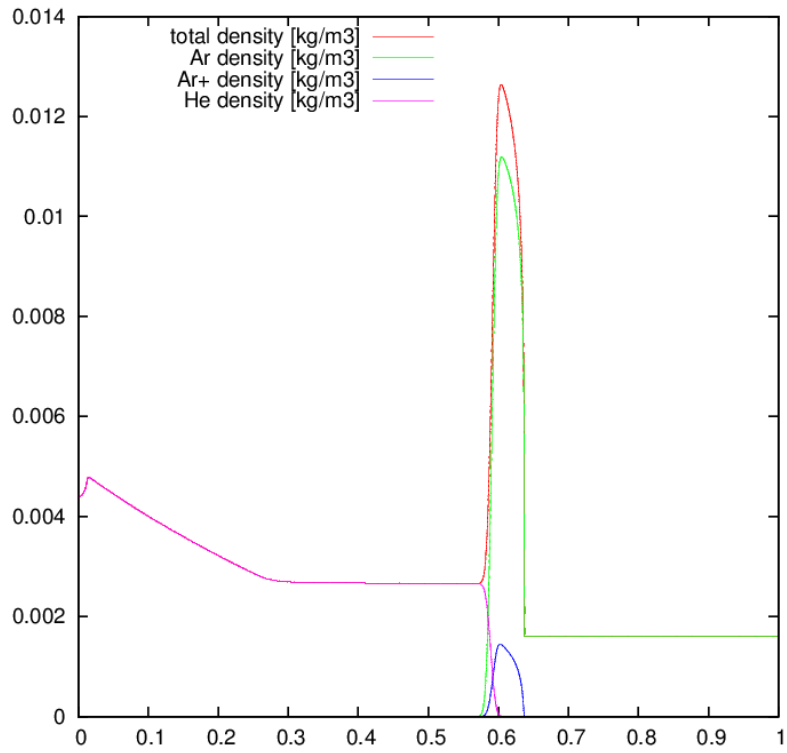


fig.4.8 60000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

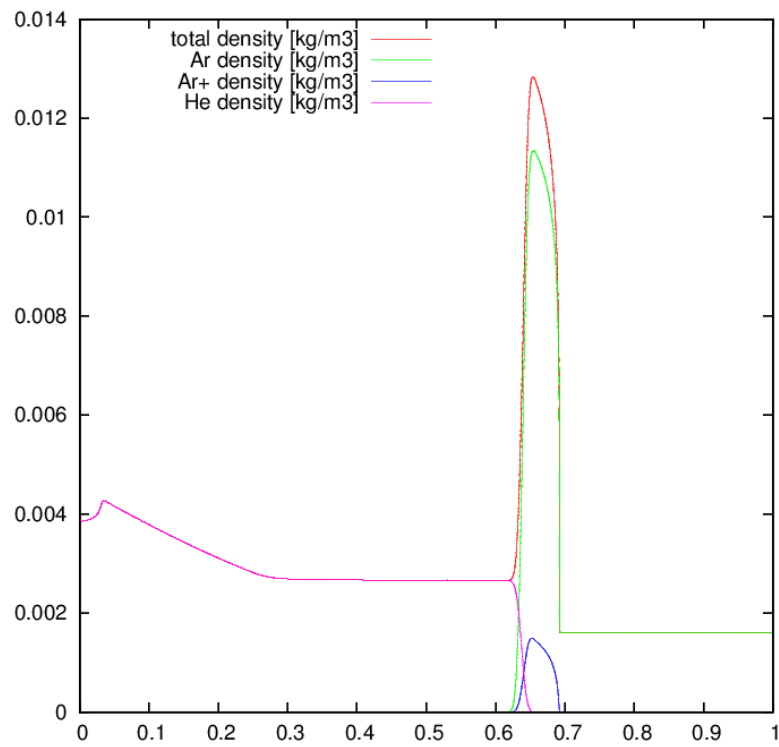


fig.4.9 70000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

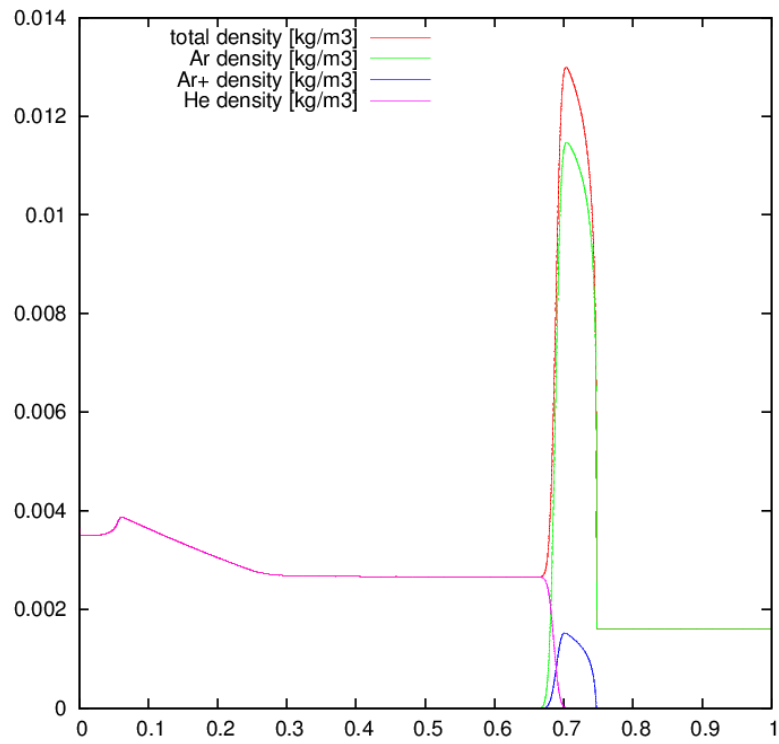


fig.4.10 80000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

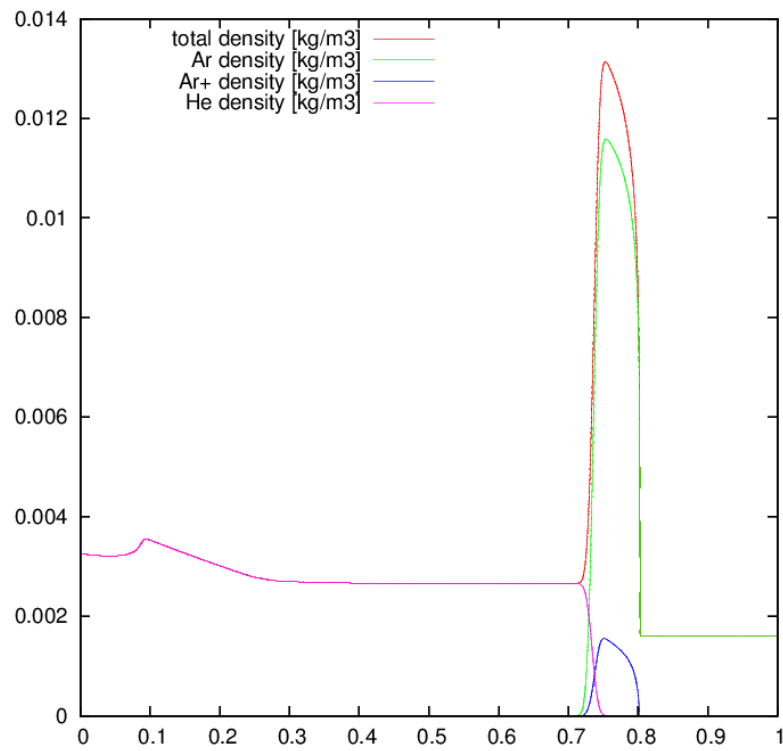


fig.4.11 90000ステップにおける密度と各化学種の密度構成

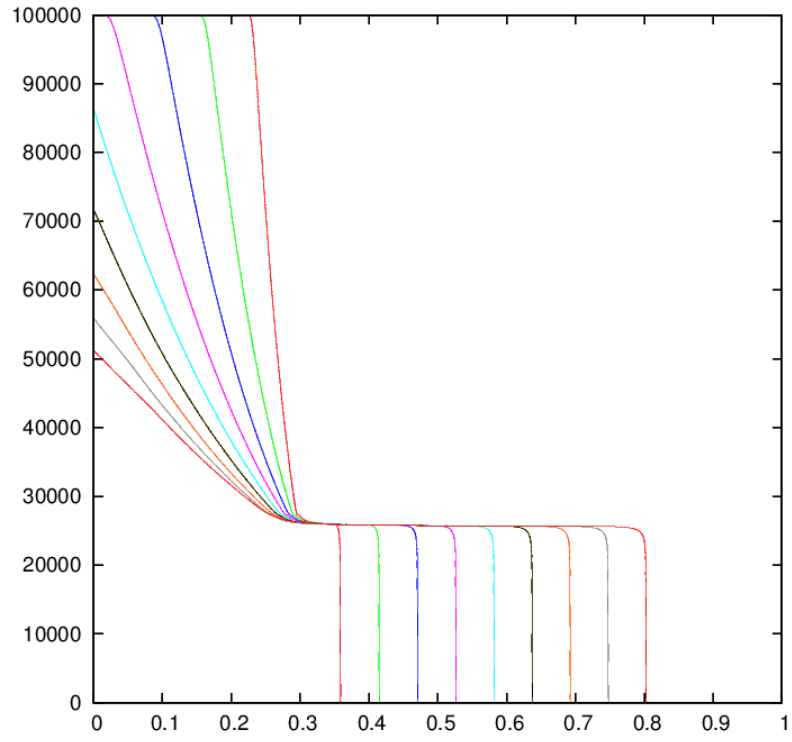


fig.4.12 压力

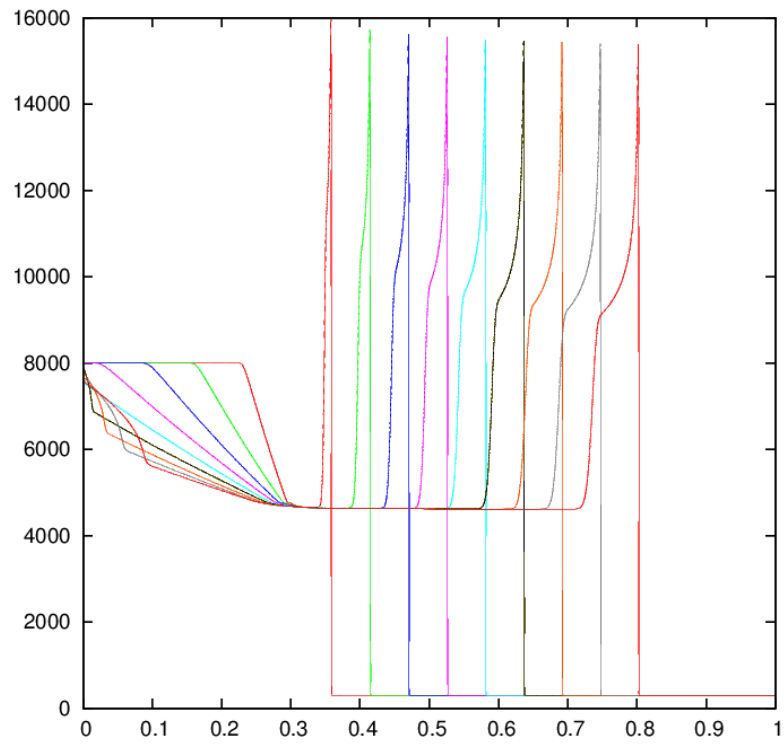


fig.4.13 並進・回転温度

また、本研究では、輸送モデルの部分で先述したように熱平衡を仮定しているため、使用する温度は並進・回転温度のみである。

3. 考察

Fig.4.1 ~ 4.11 より、駆動流体である H_e により実験流体である A_r が押され、その A_r によって衝撃波が形成されている様子が分かる。また、この衝撃波面における密度は駆動流体である H_e の初期密度よりも高くなっていることが分かる。これは、分子量が小さく音速の大きい H_e が自身よりも分子量の大きな A_r を押している為、 H_e が A_r を素早く押し退けようとするからである。また、衝撃波面のすぐ背後において A_r^+ が生成されているのが分かる。これは、fig.4.13 より並進・回転温度が衝撃波背後において非常に高くなっている為である。また、同図より 0.6 [m] 付近から先にかけて衝撃層の後ろ側における温度が徐々にフラットになっていく様子が分かる。これは、衝撃層の後ろ側において電離反応と再結合反応が徐々に平衡となっていることを示しており、この時、衝撃層内における電離度は、以下に示す電離度の式(式(4.1))からおよそ 8 [%] であることが分かり、これは、電離反応速度から求めた電離度の 8.37 [%] とほぼ一致する。

$$\text{電離度} : \alpha = \frac{n_{A_r^+}}{n_{A_r} + n_{A_r^+}} \quad (4.1)$$

参考文献

- [1] 久保田弘敏, 鈴木宏二郎, 綿貫忠晴, “宇宙飛行体の熱気体力学”, 東京大学出版会, 2002年10月21日初版.
- [2] 内田岱二郎, “プラズマ物理入門”, 丸善株式会社, 2008年7月10日第20版発行.
- [3] Ramakanth Munipalli, Vijaya Shankar, HyPerComp, Inc., “Development of Computational Capabilities in Real Gas MHD”, *AIAA2001-0198*.
- [4] Reiji Takeuchi, “Three Dimensional Computation of Thermochemical Nonequilibrium Flow over Reentry Vehicle”, Tohoku University.
- [5] 高橋正憲, “パイオニア・ビーナス探査衛星の金星大気圏突入シミュレーション”, 東北大学, 平成14年2月.
- [6] J.H.ファーツィガー, M.ペリッチ, “コンピュータによる流体力学”, Springer, 2007年2月28日初版第4刷.
- [7] Tahir Gökçen, “Computation of Hypersonic Low Density Flows with Thermochemical Nonequilibrium”, Department of Aeronautics and Astronautics Stanford University, June 1989.
- [8] Roop N. Gupta, Jerrold M. Yos, Richard A. Thompson, Kam-Pui Lee, “A Review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for an 11-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium Calculations to 30000 K”, *NASA Reference Publication* 1232, 1990.
- [9] Michael J. Wright, Eugene Levin, “Collision Integrals for Ion-Neutral Interactions of Air and Argon”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* Vol. 19, No. 1, January-March 2005.
- [10] Michael J. Wright, Deepak Bose, Grant E. Palmer, Eugene Levin, “Recommended Collision Integrals for Transport Property Computations, Part 1: Air Species”, *AIAA Journal* Vol. 43, No. 12, December 2005.

- [11] Hiroshi Osawa, “Study of Thermochemical Nonequilibrium Flowfield Concerning Radiative Heating and Surface Catalysis of Heatshield Material”, Department of Aerospace Engineering Tohoku University, July 16, 2010.
- [12] Chul Park, “Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics”, A Wiley-Interscience Publication.
- [13] Bonnie J. McBride, Sanford Gordon, “Computer Program for Calculating and Fitting Thermodynamic Functions”, *NASA Reference Publication* 1271, November 1992.
- [14] Sanford Gordon, Bonnie J. McBride, “Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications”, *NASA Reference Publication* 1311, October 1994.
- [15] Bonnie J. McBride, Sanford Gordon, “Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications, II . Users Manual and Program Description.”, *NASA Reference Publication* 1311, June 1996.
- [16] Kazuhisa Fujita, “Arc Column Behavior and Heat Loss Mechanism in a DC Arcjet Thruster”, Department of Aeronautics and Astronautics Faculty of Engineering University of Tokyo, December 1994.
- [17] Kenneth G. Powell, Philip L. Roe, Timur J. Linde, Tamas I. Gombosi, Darren L. De Zeuw, “A Solution-Adaptive Upwind Scheme for Ideal Magnetohydrodynamics”, *Journal of Computational Physics*, 154, pp.284-309, 1999.
- [18] Kenneth G. Powell, “ICASE, An Approximate Riemann Solver for Magnetohydrodynamics”, *NASA Contractor Report* 194902, AD-A280296, April 1994.
- [19] M. Brio, C. C. Wu, “An Upwind Differencing Scheme for the Equations of Ideal Magnetohydrodynamics”, *Journal of Computational Physics*, 75, pp.400-422, 1988.
- [20] Robert W. MacCormack, “A Computational Method for Magnetofluid Dynamics.”, *32nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference*, AIAA2001-2735, June 2001.
- [21] Patrick W. Canupp, “The Influence of Magnetic Fields for Shock Waves and Hypersonic Flows.”, *31st AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference*, AIAA2000-2260, June 2000.
- [22] J.S.Chang, R.M.Hobson, 市川幸美, 金田輝男, “電離気体の原子・分子過程”, 東京電機大学出版局, 1995年2月20日第1版第4刷発行.

- [23] A.V. Phelps, “Cross Sections and Swarm Coefficients for Nitrogen Ions and Neutrals in N_2 and Argon Ions and Neutrals in A_r for Energies from 0.1 eV to 10 keV.” , *J.Phys.Chem.Ref.Data*, Vol.20, No.3, 1991.
- [24] M.Hayashi, “Bibliography of Electron and Photon Cross Sections with Atoms and Molecules Published in the 20th Century – Argon.” , *National Institute for Fusion Science*, No. NIFS-DATA-72, January 2003.
- [25] J.A.S. Barata, “Integral and differential elastic collision cross-sections for low-energy A_r^+ ions with neutral A_r atoms.” , *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 580 (2007) 14-17.
- [26] A.V. Phelps, Chris H. Greene, J.P. Burke Jr., “Collision cross sections for argon atoms with argon atoms for energies from 0.01 eV to 10keV.” , *J.Phys.* 33(2000) 2965-2981.
- [27] R.A.サーウェイ, “科学者と技術者のための物理学Ⅲ 電磁気学” , 学術図書出版社, 2004年3月20日第1版第7刷発行.
- [28] Chul Park, Hyo-Keun Ahn, “Stagnation-Point Heat Transfer Rates for Pioneer-Venus Probes.” , *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.13, No.1, January-March 1999.
- [29] 棚橋隆彦, “計算電機・電子工学シリーズ8 電磁熱流体の数値解析 基礎と応用” , 森北出版株式会社, 1995年9月26日第1版第1刷発行.
- [30] George W. Sutton, Arthur Sherman, “Engineering Magnetohydrodynamics” , *Dover Publications, Inc.*, 2006.
- [31] Sang-Hoon Han, Jeong-Il Lee, Kyu Hong Kim, “High-order computations of MHD applications using 5th order MLP with AUSMPW+.” , *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition 5-8 AIAA2009-458*, January 2009.
- [32] Sang-Hoon Han, Jeong-Il Lee, Kyu Hong Kim, “Accurate and Robust Pressure Weight Advection Upstream Splitting Method for Magnetohydrodynamics Equations.” , *AIAA Journal*, Vol.47, No.4, April 2009.
- [33] Dongsu Ryu, T.W. Jones, Adam Frank, “Numerical Magnetohydrodynamics in Astrophysics: Algorithm and Tests for Multidimensional Flow.” , *The Astrophysical Journal*, 452:785-796, October 1995.

- [³⁴] Kyu Hong Kim, Chongam Kim, “Accurate, efficient and monotonic numerical methods for multi-dimensional compressible flows Part I : Spatial discretization.” , *Journal of Computational Physics*, 208 (2005) 527-569.
- [³⁵] Kyu Hong Kim, Chongam Kim, Oh-Hyun Rho, “ Methods for the Accurate Computations of Hypersonic Flows” , *Journal of Computational Physics*, 174 (2001) 38-80.
- [³⁶] A.Dedner, F.Kemm, D.Kroner, C.-D. Munz, T.Schnitzer, M.Wesenberg, “Hyperbolic Divergence Cleaning for the MHD Equations.” , *Journal of Computational Physics*, 175 (2002) 645-673.
- [³⁷] 藤井孝蔵, “流体力学の数值計算法” , 東京大学出版会, 2007年5月25日第6刷.
- [³⁸] Scott Eberhardt, Scott Imlay, “Diagonal Implicit Scheme for Computing Flows with Finite Rate Chemistry.” , *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.6, No.2, April-June 1992.
- [³⁹] H.F.Nelson, Chul Park, Ellis E.Whiting, “ Titan Atmospheric Composition by Hypervelocity Shock-Layer Analysis.” , *Journal of Thermophysics*, Vol.5, No.2, April-June 1991.

学会発表

- [1] ○錦野友太, 藤田和央, “電磁流体中における衝撃波形成”, 宇宙航行力学シンポジウム, 相模原, 平成23年12月19日
- [2] ○錦野友太, 藤田和央, “電磁流体効果が衝撃波管実験に与える影響”, 衝撃波シンポジウム, 東京大学柏キャンパス, 平成23年3月7日

謝辞

本研究の遂行にあたり、東京大学大学院新領域創成科学研究科先端エネルギー工学専攻准教授、宇宙航空研究開発機構研究開発本部未踏技術研究センター極限気体力学研究セクション主任研究員 藤田 和央 准教授には多大なる御指導、御支援、そして時には御叱咤、御激励を頂きました。特に数値流体計算コードの開発、及び本論文をまとめる際に頂きました御助言、御協力を通じて大変多くの知識を御教授頂きました。ここに、深く感謝の意を表します。

鈴木 俊之 氏、並びに小澤 宇志 氏には、数値流体計算の技術や化学反応流体に関する基礎からの御指導を賜りました。さらには、多くの御助言や文献などを頂きましたことは、本研究の遂行にあたりなくてはならないものでした。ここに深く感謝の意を表します。

高柳 大樹 氏には、衝撃波管に対する知識や生じる現象に関する基礎からの御指導を賜りました。さらには、衝撃波管の運用を直接御指導頂きましたことは、現象の理解を深めるにあたりなくてはならないものでした。ここに深く感謝の意を表します。

また、桧山 淳 氏には、描画ソフトの使用方法をご指導して頂き、また、様々なご助言も頂きました。ここに深く感謝の意を表します。

更に、研究や日常生活において多大な協力をして下さった研究室の鈴木 翔太郎 君と大久保 辰郎君に心より感謝致します。