

平成 24 年度 修士論文

固液 2 面角と界面エネルギーを考慮した深部地殻における
スラブ起源流体の移動過程

Numerical modeling of migrations of slab-derived fluid in the deep crust
based on the solid-liquid dihedral angle and energy consideration

平成 24 年 8 月

指導教員：徳永 朋祥 教授

東京大学大学院新領域創成科学研究科環境システム学専攻

学生番号：106807

大田 隼一郎

目次

1. 序論	(1)
1.1. はじめに	(1)
1.2. スラブ起源流体の流れを支配する物理	(1)
1.2.1. ダルシーの法則	(1)
1.2.2. 固液2面角	(3)
1.2.3. 流体の存在する空隙の形状	(5)
1.3. 本研究と関わる従来の研究	(6)
1.3.1. 観測的研究	(6)
1.3.2. 実験的研究	(7)
1.3.3. 理論的研究	(7)
1.3.4. 従来の研究の問題点	(9)
1.4. 本研究の目的	(9)
2. 固相の変形を考慮しない流動方程式	(10)
2.1. 物理的背景	(10)
2.2. 支配方程式の導出	(11)
3. 浸透率モデル	(13)
3.1. モデルの概要	(13)
3.1.1. モデル化の基礎となる理論	(13)
3.1.2. 粒子配置と界面エネルギーの関係	(15)
3.1.3. 癒着粒子の六方最密充填モデル	(17)
3.2. 計算手法	(19)
3.2.1. 流体体積分率の計算	(19)
3.2.2. 浸透率の計算	(21)
3.3. 結果	(26)
3.4. 考察とモデルの一般化	(26)
4. 固相の変形を考慮しない流動モデルの数値解析	(30)
4.1. 計算手法	(30)
4.1.1. 考慮する現象とその単純化	(30)
4.2.2. 計算領域	(30)
4.1.3. 計算領域における固液2面角分布	(32)
4.1.4. 計算アルゴリズム	(32)
4.1.4.1. 支配方程式の離散化	(32)
4.1.4.2. 安定条件	(33)

4.1.4.3. 流体体積分率の制限	(34)
4.1.5. 初期条件・境界条件	(34)
4.1.6. 物性値	(34)
4.2. 計算結果	(36)
4.3. 考察	(37)
5. 固相の変形を考慮した流動方程式	(58)
5.1. 物理的背景	(58)
5.2. 考慮する現象の定式化	(58)
5.2.1. 質量保存則	(58)
5.2.2. 運動量保存則	(59)
5.2.2.1. 圧縮性流体の変形に関する構成方程式	(61)
5.2.2.2. 固相フレームワークの変形に関する構成方程式	(62)
5.2.2.3. 流体の粘性抵抗を表す式	(64)
5.2.3. 支配方程式の導出	(64)
6. 固相の変形を考慮した流動モデルの数値解析	(67)
6.1. 計算手法	(67)
6.1.1. 考慮する現象とその単純化	(67)
6.1.2. 計算領域	(67)
6.1.3. 計算領域における固液2面角分布	(67)
6.1.4. 計算アルゴリズム	(67)
6.1.4.1. 支配方程式の離散化	(68)
6.1.4.2. Newton-Raphson 法による非線形問題の線型化	(69)
6.1.4.3. Newton-Raphson 法の連立漸化式の LU 分解法	(70)
6.1.4.4. Newton-Raphson 法の収束判定	(73)
6.1.4.5. 支配方程式の $f(x)$ およびヤコビ行列	(75)
6.1.5. 初期条件・境界条件	(77)
6.1.6. 物性値	(80)
6.2. 計算結果	(80)
6.3. 考察	(81)
7. 2つの数値解析結果の考察	(126)
8. 結論	(127)
謝辞	(128)
参考文献	(129)
Appendix 1	(133)
Appendix 2	(139)

図表一覧

図 1.1	スラブ起源流体概念図	(2)
図 2.2	(a) 粒子周りに分布する流体 (Wark and Watson, 1998). (b) 流路断面図. (c) 固液 2 面角の定義	(4)
図 1.3	高温高压実験による, かんらん岩-水系の固液 2 面角	(8)
図 1.4	高温高压実験による, 石英-長石-水系の 0.4 GPa における固液 2 面角 (Holness, 1995)	(8)
図 3.1	オストワルド成長と粒子の 癒着・合体. 中村 (2000) に加筆	(14)
図 3.2	固液 2 面角が 45° となるような温度・圧力条件 における, 粒子の癒着量に対する界面エネルギーの変化. Stephenson and White (1967) に加筆.	(16)
図 3.3	(a) 癒着粒子の六方最密充填モデル. (b) 3 粒子断面図. (c) 4 粒子に囲まれた空隙の内部構造	(18)
図 3.4	(a) 12 個の半球状キャップが切り取られた球. (b) 半球状キャップの高さ h の定義.		
図 3.5	(a) 流路形状の近似. (b) 短流路の概念図. (c) 正四面体の頂点方向に延びる流路と α の定義.	(22)
図 3.6	固液 2 面角 θ に対する k_S, ϕ_S の変化.	(27)
図 3.7	本モデルから計算された, $\theta = 20^\circ, 50^\circ, 58^\circ$ における $k-\phi$ 曲線	(29)
図 4.1	数値解析の計算領域.	(31)
図 4.2	初期条件, 境界条件.	(35)
表 4.1	境界条件地と物性値.	(35)
図 4.3	粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(38)
図 4.4	粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(40)
図 4.5	粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(42)
図 4.6	粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(44)
図 4.7	粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(46)
図 4.8	粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(48)
図 4.9	粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(50)

図 4.10	粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(52)
図 4.11	粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.	(54)
図 4.12	深度 3,000 m, 7,000 m における 粒径が変化したときの流体体積分率時間変化.	(56)
図 4.13	深度 3,000 m, 7,000 m における 粒径が変化したときの流速時間変化.	(56)
図 4.14	最上部の空間点における 粒径が変化したときの流体体積分率変化.	(56)
図 4.15	深度 3,000 m, 7,000 m における 境界条件が変化したときの流体体積分率時間変化.	(57)
図 4.16	深度 3,000 m, 7,000 m における 境界条件が変化したときの流速時間変化.	(57)
図 4.17	最上部の空間点における 境界条件が変化したときの流体体積分率変化.	(57)
図 6.1	計算フローチャート.	(74)
図 6.2	初期条件, 境界条件.	(79)
表 6.1	境界条件と物性値.	(79)
図 6.3	粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(84)
図 6.4	粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(86)
図 6.5	粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(88)
図 6.6	粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(90)
図 6.7	粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(92)
図 6.8	粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(94)
図 6.9	粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(96)
図 6.10	粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(98)
図 6.11	粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(100)
図 6.12	粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,		

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(102)
図 6.13 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(104)
図 6.14 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(106)
図 6.15 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(108)
図 6.16 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(110)
図 6.17 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(112)
図 6.18 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(114)
図 6.19 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(116)
図 6.20 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$, $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.	(118)
図 6.21 深度 3,000 m, 7,000 m における 粒径が変化したときの流体体積分率時間変化.	(120)
図 6.22 深度 3,000 m, 7,000 m における 粒径が変化したときの流速時間変化.	(120)
図 6.23 最上部の空間点における 粒径が変化したときの流体体積分率変化.	(120)
図 6.24 深度 3,000 m, 7,000 m における 境界条件が変化したときの流体体積分率時間変化.	(121)
図 6.25 深度 3,000 m, 7,000 m における 境界条件が変化したときの流速時間変化.	(121)
図 6.26 最上部の空間点における 境界条件が変化したときの流体体積分率変化.	(121)
図 6.27 深度 3,000 m, 7,000 m における 粒径が変化したときの流体体積分率時間変化.	(122)
図 6.28 深度 3,000 m, 7,000 m における 粒径が変化したときの流速時間変化.	(122)
図 6.29 最上部の空間点における 粒径が変化したときの流体体積分率変化.	(122)
図 6.30. 深度 3,000 m, 7,000 m における		

	境界条件が変化したときの流体体積分率時間変化. (123)
図 6.31	深度 3,000 m, 7,000 m における 境界条件が変化したときの流速時間変化. (123)
図 6.32	最上部の空間点における 境界条件が変化したときの流体体積分率変化. (123)
図 6.33	$\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの, 深度 7,000 m における 流体体積分率と流体流量の時間変化. (124)
図 6.34	$\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの, 深度 7,000 m における 流体圧力と浸透率の時間変化. (124)
図 6.33	$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの, 深度 7,000 m における 流体体積分率と流体流量の時間変化. (125)
図 6.34	$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの, 深度 7,000 m における 流体圧力と浸透率の時間変化. (125)

1. 序論

1.1. はじめに

地球上のプレートとプレートがぶつかり合うプレート収束境界のうち、日本列島などでは海洋プレートが大陸プレートの下に沈み込み、沈み込み帯を形成している。沈み込む海洋プレートを「スラブ」と呼ぶ。沈み込み帯では、造山活動や火成活動、地震などの地球科学的諸現象が活発に起こっており、活動的な場の一つである。

近年、これらの地球科学的諸現象に、地下深部に存在する水が深く関わっていることが明らかになってきた(図 1.1)。沈み込む海洋プレートには含水鉱物として水が含まれており、海洋プレートの地下深部への沈み込みに伴う温度・圧力の上昇によって含水鉱物からの脱水が起こり、上方へ水に富む流体を放出する (Iwamori, 1998)。このような流体は「スラブ起源流体」または「地殻流体」と呼ばれている。スラブ起源流体が上昇して大陸プレート下部にあるマンツルの高温部に達すると、マンツル岩石の融点を低下させ、水を含んだ部分溶融メルトを発生させる。部分溶融メルトは上昇し、マグマとなって火山フロントを形成する (Mibe et al., 1999)。一方、より浅いところで放出された流体はマンツルの高温部を通らずにそのまま大陸地殻へ達し、断層へ侵入すれば断層面をすべらせて地殻内地震を誘発するといわれている (趙, 2003)。また、スラブ起源流体は熱水鉱床の形成に関わっているという意見もある (Fujinaga et al., 2012)。

したがって、スラブ起源流体がどこをどのように流れ、どのように分布し、どのような組成をもっているかを明らかにすることは、これらの地球科学的諸現象を解明する鍵となると考えられる。しかし、スラブ起源流体は地下数十 km という場所に存在するため直接的な観測が難しい。また地下深部の環境は、地下浅部に比べて温度・圧力が極めて高いという点で、実験的な手法に基づく現象の把握も困難を伴う。さらに、地下深部で起こっていると予想される現象やスラブ起源流体の挙動には極めて多くの要素が複雑に関係しあっているため、スラブ起源流体の移動過程すべてを理論的に正確に記述することは現状極めて困難である。以上の理由から、スラブ起源流体の組成や状態、移動過程は現在でも部分的にしか明らかになっていない。したがって、多くの要素の一つ一つを検証し、それぞれの関係性を明らかにしていかなければならない。

1.2. スラブ起源流体の流れを支配する物理

1.2.1. ダルシーの法則

地下深部の環境は、温度・圧力が極めて高いという点で地下浅部と大きく異なっているため、スラブ起源流体の流れ様式は、地下浅部における流体の流れ様式とは異なっ

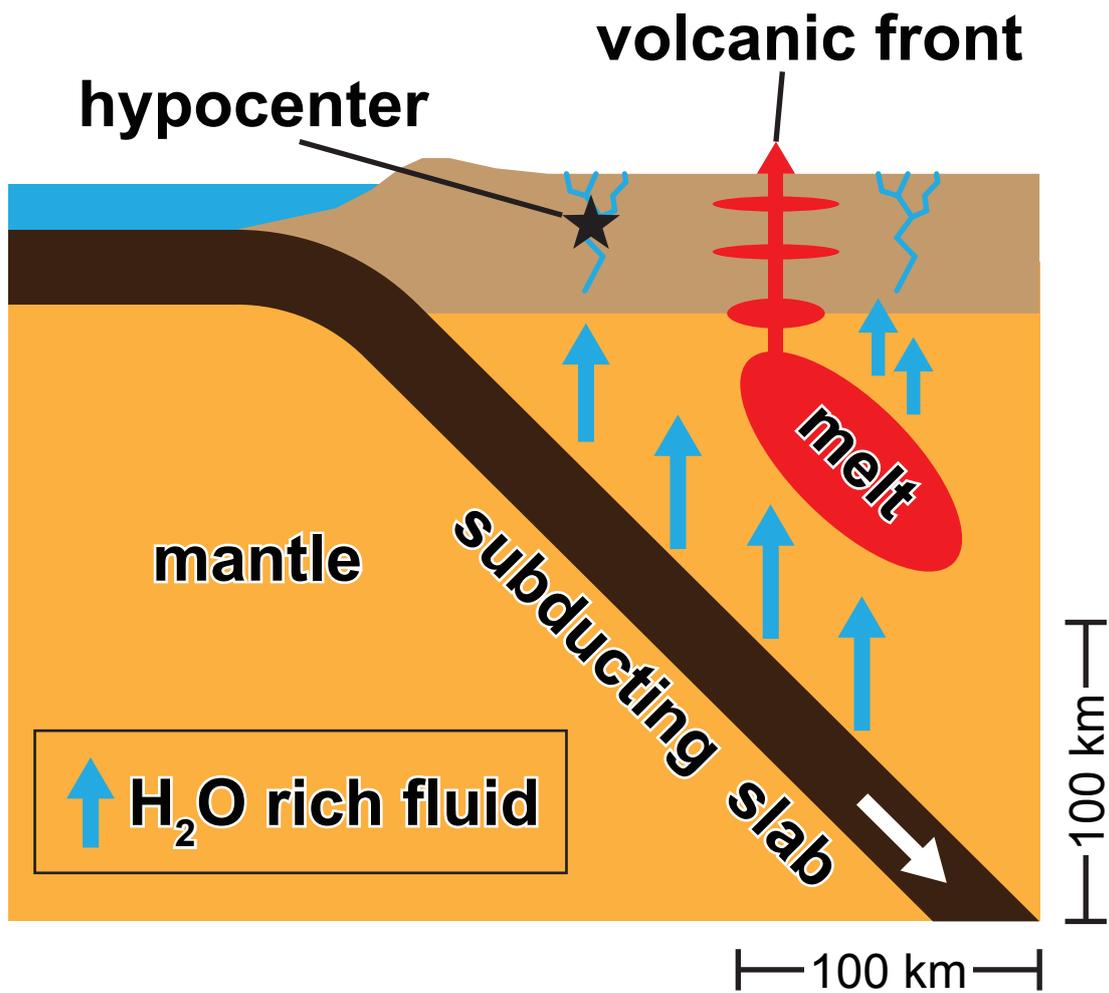


図 1.1 スラブ起源流体概念図.

くると予想される。地下浅部における流体として、例えば地下水を例にとると、地下水は土壌粒子の空隙や岩石中の大きなクラック、岩石粒界クラック中に存在し、一般には多孔質媒体流れとして取り扱うことができると考えられている (Turcotte and Schubert, 1982)。一方、深度約 15 km にある岩石の脆性-塑性転移帯以深では、高い温度・圧力により岩石粒子の塑性変形が支配的となるため、岩石中のクラックや岩石粒界クラックが閉じてしまう (Ohnishi and Shimizu, 2005) が、流体は 3 つの岩石粒子が会合するエッジ部分に浸透し、網目状の流路ネットワークを形成する (Bulau et al., 1979)。この場合も流体は多孔質媒体流れとしてとらえることが可能であるため、巨視的にみるとその流れは地下浅部における流れと同様に、基本的にはダルシーの法則式 (1.1) に従って流れると考えられる。

$$V = -\frac{k}{\phi_L \mu} \Delta\Phi \quad (1.1)$$

ここで、 V は巨視的な流体流速、 k は浸透率、 ϕ_L は流体体積分率 (間隙率)、 μ は流体の粘性率、 $\Delta\Phi$ は流体のポテンシャル勾配を表す。浸透率 k は多孔質媒体流れを支配する重要なパラメータの一つであるため、スラブ起源流体の移動過程を把握するためには、浸透率を定量的に評価する必要がある。浸透率は、多孔質媒体流れを巨視的に記述したダルシーの法則において、微視的内部構造の情報を含んでいる。すなわち、流体の存在する空隙構造が浸透率を決定しているといえる。したがって、浸透率を求めるためには、地下深部における空隙構造を議論する必要がある。

1.2.2. 固液 2 面角

脆性-塑性転移帯以深において、流体の存在する空隙構造に影響を与えるパラメータの一つは固液 2 相系の濡れ性、すなわち固液 2 面角である。固液 2 面角は、固相-固相界面張力と固相-液相界面張力のつり合いによって決定され、 σ_{SS} を固相-固相界面張力、 σ_{SL} を固相-液相界面張力とすると、

$$\frac{\sigma_{SS}}{\sigma_{SL}} = 2 \cos \frac{\theta}{2} \quad (1.2)$$

となる (図 1.2 (c)) (Bulau et al., 1979)。固液 2 面角は、固液 2 相系の温度・圧力および、液相に溶解している固相成分により決定される (清水, 2010) が、液相に溶解している固相成分が、ある温度・圧力における固相の液相への溶解度から求めることができるとすると、結果的に、固液 2 面角は固液 2 相系の温度・圧力によって決定されると考

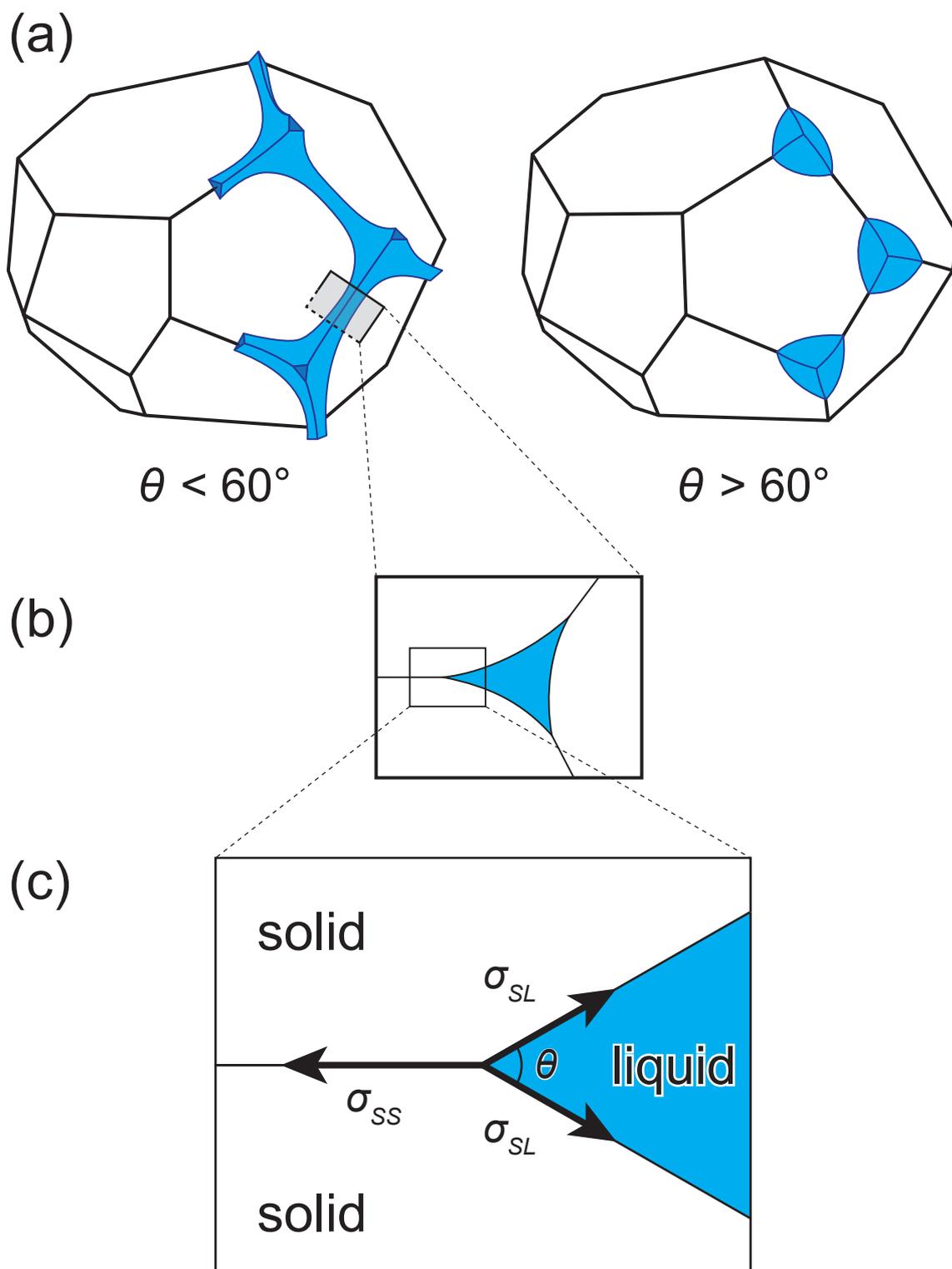


図 1.2 (a) 粒子周りに分布する流体 (Wark and Watson, 1998 に加筆). (b) 流路断面図. (c) 固液 2 面角の定義.

えることができる。

1.2.3. 流体の存在する空隙の形状

固液 2 相系において、系全体の界面エネルギーを最小化するように空隙構造が決まる条件下では、空隙構造は固液 2 面角と流体体積分率が与えられたとき、固液界面の平均曲率が一定、粒界の界面エネルギーが極小となるように規定される (中村, 2000)。固液界面に界面曲率の小さい部分と大きい部分がある場合、固相の溶解度は界面曲率の小さな部分の方が、大きな部分よりも大きくなることが知られている (中村, 2000)。この溶解度差によって界面曲率の平均化が駆動され、その結果、固液界面の平均曲率が一定になると考えられる。ここで重要なのは、界面曲率の平均化は、固相の溶解が飽和状態にある場合にも起こることである。飽和状態においては、界面曲率の小さな部分からは固相成分が溶解するが、溶解した分は界面曲率の大きな部分に沈殿するためである。また、固液界面曲率が平均化された結果、固相の溶解は飽和に達するが、固液間の溶解沈殿は同じ速度で常に行われており、見かけ上反応が停止したように見える。したがって、液相中における固相成分の拡散速度が、流体体積分率の変化や固相の変形に対して十分に速い場合、固液界面の平均曲率は常に一定となると考えてよいことになる。本研究では、このような条件を前提として議論を進める。

次に、固液 2 面角と流体体積分率が与えられると、粒界全体の界面エネルギーを極小が極小となる空隙構造が一つに決まる。ここで重要なのは、上述した 2 つの条件を考慮すると、固液 2 面角 $\theta = 60^\circ$ を境として、空隙形状が大きく変わることである (図 1.2 (a))。 $\theta < 60^\circ$ のとき、結晶粒界は濡れた方がエネルギー的に有利な状態となる。つまり、流体は結晶粒界のエッジにくまなく分布し、そのときの空隙構造は、粒界界面エネルギーが極小となる形状となる。この場合、流体は 3 次元の網目状流路ネットワークを形成し、多孔質媒体流れとして流れることになる。一方、 $\theta > 60^\circ$ のとき、結晶粒界が濡れると逆に界面エネルギーが増加してしまう。 $\theta > 60^\circ$ となる温度・圧力条件下では、結晶粒界中に流体が存在しない方がエネルギー的に有利となるが、この条件下で流体が存在した場合、その空隙形状は粒界界面エネルギーをできるだけ小さくするために、固液 2 面角にしたがいつつできるだけ球に近い形状になろうとする。この結果、 $\theta > 60^\circ$ のとき流体は接続した流路ネットワークをもたず、結晶粒子のコーナー部分に孤立する。したがって、流体は流れることができなくなる。このように、浸透率は多孔質媒体中の流体の流量などを支配するパラメータであるだけでなく、流体のネットワークの接続性の情報をもつ重要なパラメータであるということが出来る。

1.3. 本研究と関わる従来の研究

1.3.1. 観測的研究

スラブ起源流体が存在する場所は地下数十 km 以深であるため、直接的かつ詳細に観測することは困難を伴うが、間接的な観測手法として、地下の地震波速度分布および、電気比抵抗分布を計測して流体の存在場所と存在量を推定する方法が試みられている。

Zhao et al. (1996) と Zhao and Negishi (1998) は、兵庫県南部地震震源域における地殻内の地震波速度分布とポアソン比分布を決定した。その結果、震源域の下部地殻に低速度、高ポアソン比地震波速度が顕著に小さくなる領域が観察され、この領域に流体があることが示唆された。地殻内の流体は、水に富む水性流体、またはマグマであると考えられるが、阪神地域には高温の熱源が存在しない、つまりマグマが存在しないことが確認されている (大久保, 1993) ため、地震波速度分布により観測された低速度領域にある流体は水に富む流体であると結論付けられた (趙, 2003)。さらに、この領域の直上には、1995 年に発生した兵庫県南部地震の震源が位置している。この事実は、スラブ起源流体がこの地震に代表される地殻内地震の引き金になっていることを示唆していると結論付けられた (趙, 2003)。また、Uyeshima and Usui (2012) は跡津川断層帯における地殻内の電気比抵抗分布を測定し、地殻内の深度 15 ~ 20 km に電気伝導度が顕著に高い領域が存在することを見出した。この結果を見ると、プルーム状の流体が確認できる。また、彼らは地殻内では流体が接続した流路をもっていることを予測した。地殻内では、流体が接続している場合と、流体が接続せずに孤立している場合とでは、電気比抵抗の値が大きく異なってくる。彼らは流体が接続しているとするモデルを用いて流体体積分率を予測した方が合理的な解釈が得られることからつまり、地殻内における固液 2 面角は 60° より小さいと結論付けた。

上述した観測手法とは別に、地上からスラブ起源流体の痕跡を探る手法がある。Turner et al. (2000) はマグマが地上に噴出したもののウラン/トリウム比を測定し、スラブ起源流体が発生してマグマとなって地表に到達するまでの時間スケールを推定した。その結果、スラブ起源流体は、地殻とマンツルの境界面などにおける滞留時間を除くと、数十 cm ~ 数 m/年程度の速度で上昇していると推定された。ただし、Turner et al. (2000) の推定は水性流体とメルト (マグマ) を区別せずに扱っている。さらに、スラブ起源流体をより直接的に研究する手法として、岩石内の流体包有物を分析する手法がある。例えば、葛根田地熱発電所では、第四紀花崗岩中を深度 3,729 m まで掘削し、流体を採取した (Kasai et al., 1998)。その流体の圧力は 37 MPa に達し、流体に溶けている全塩濃度は NaCl 相当で 40 wt% に達することが明らかとなった (Kasai et al., 1998)。37 MPa の圧力下では純水は超臨界状態にあるが、溶質の割合が増加すると臨界点が上昇するため、より深部にあるスラブ起源流体も超臨界状態ではない可能性がある。

1.3.2. 実験的研究

Yoshino et al. (2002) は地殻の岩石を代表するものとして長石を含む石英岩を用い、それに水を浸透させた上で高温高压下に置き、0.4 GPa の圧力と様々な温度を与え、それぞれの条件下における固液 2 面角を測定した。その結果、地殻の温度・圧力条件では固液 2 面角は 60° より大きく、流体は接続した流路をもたないと結論付けた。この結果は、Uyeshima and Usui (2012) の結果と調和的でない。この原因としては、実験系において現実の鉱物組成を再現できていない可能性や、流体に溶けている成分を再現できていない可能性が考えられるが、現在も活発な議論が続けられており、解決を見ていない問題である。

高温高压実験による固液 2 面角の測定は、Yoshino et al. (2002) の他にもいくつか行われており、かんらん岩-水系 (Mibe et al., 1998; 1999; Watson et al., 1991) や石英-水系 (Holness, 1993)、石英-長石-水系 (Holness, 1995) などの固液 2 面角と温度、圧力の関係に関する情報がある程度蓄積されている (図 1.3, 1.4)。これらの実験のいずれにおいても、固液 2 面角は温度、圧力に対して減少関数となり、特に温度に対しては一次の減少関数となるという報告もなされている (Mibe et al., 1999)。

1.3.3. 理論的研究

一方、巨視的な理論的研究の例として、シミュレーションによってスラブ起源流体の移動と存在量を明らかにする研究が行われている。Iwamori (1998) は、含水鉱物の安定条件、流体とマントル岩石との反応、マントル中におけるスラブ起源流体の流動を多孔質媒体流れとして定式化して解き、スラブ上面から大陸地殻下部の間にあるマントル中における流体の位置と存在量を見積もった。その結果、東北地方の地下では、水が含水鉱物として深度約 150 km まで持ち込まれ、そこで含水鉱物が分解して流体が発生し、上昇して深度約 70 km 付近で部分熔融メルトを発生させることが明らかとなった。一方、九州地方などは東北地方に比べてスラブの温度が高いため、流体はより浅部 (深度約 50 km) で発生し、上昇することが明らかとなった。ただし、Iwamori (2000) では固液 2 面角の理論は用いられておらず、彼の研究結果に加えて、濡れ性 (固液 2 面角) も考慮していかなければならないと述べている。

また、多孔質媒体の微視的構造を考慮せずに大きな空間スケールで流れをとらえた研究がある。Gerya and Yuen (2003) は沈み込むスラブ直上に発達した水を含む低密度層が Rayleigh-Taylor 不安定を起こして上昇流を発生させることを明らかにした。Rayleigh-Taylor 不安定とは、密度の小さな流体が密度の大きな流体の下にあるとき、界面の微小な凹凸から擾乱が発達することで上昇流が生まれる現象である。この現象は多孔質媒体流れよりも大きな空間スケールで働く現象である (岩森, 2012)。ただし、Gerya and Yuen (2003) による研究は、固相中の流体の流れを考慮していない。この

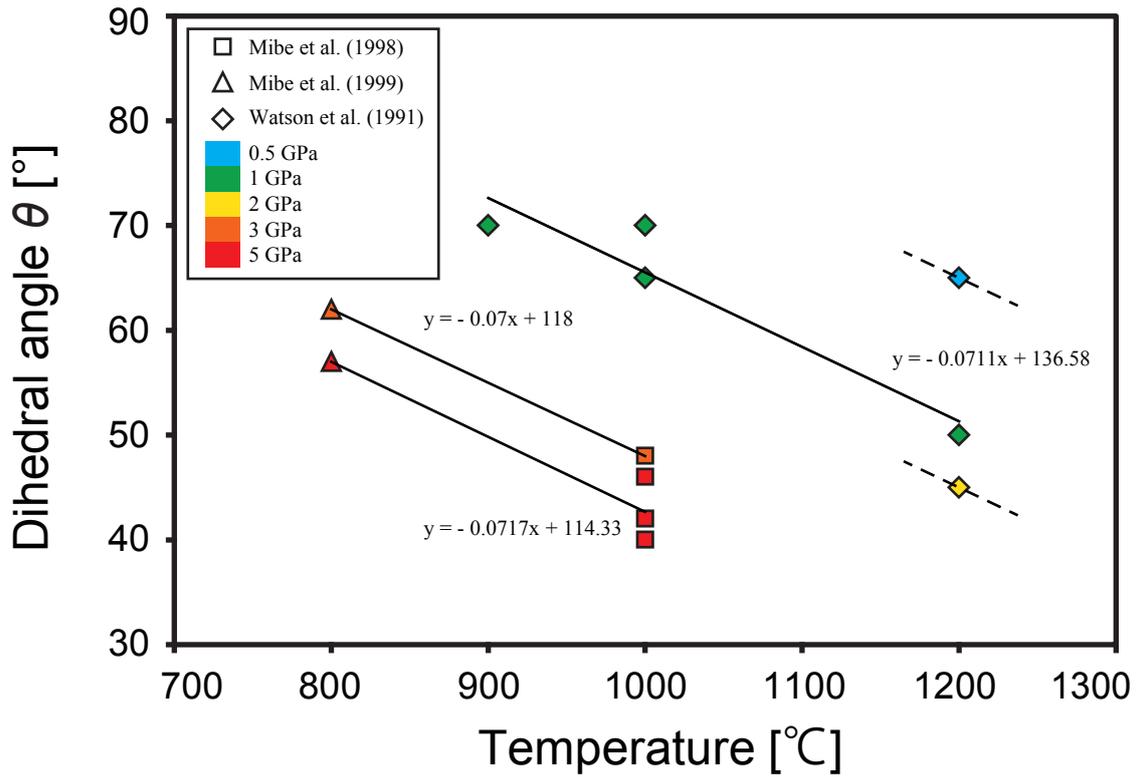


図 1.3 高温高压実験による，かんらん岩 - 水系の固液 2 面角.

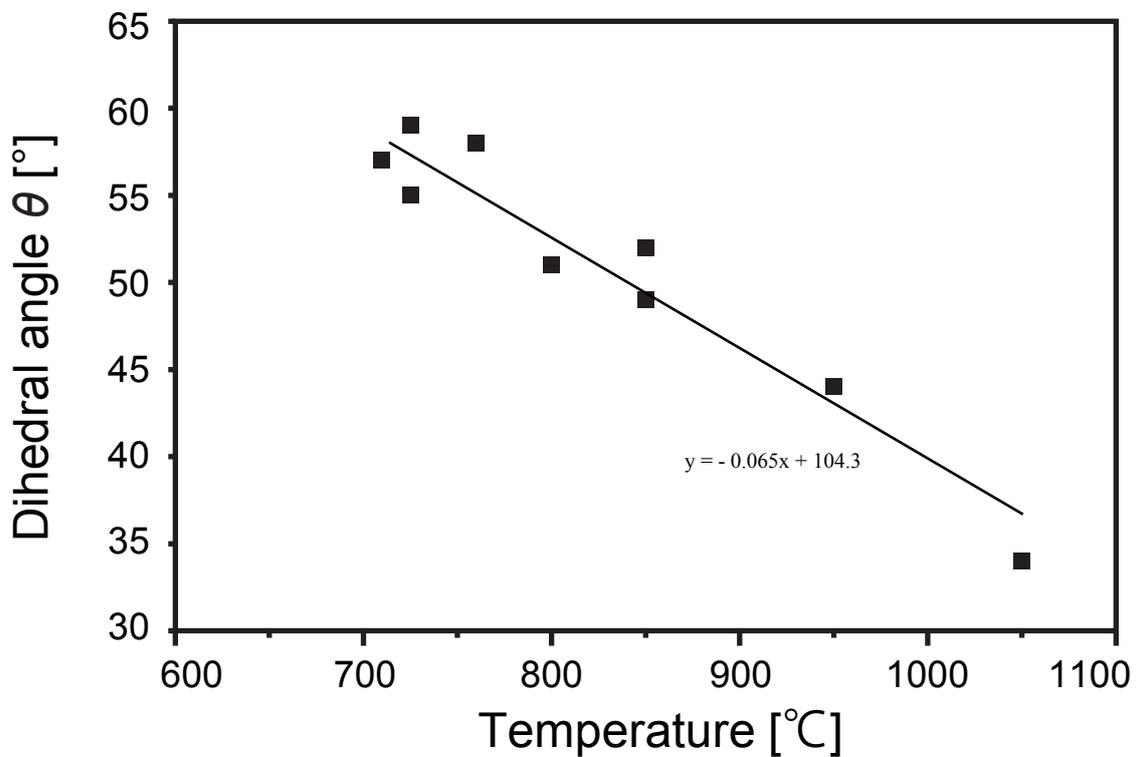


図 1.4 高温高压実験による，石英 - 長石 - 水系の
0.4 GPa における固液 2 面角 (Holness, 1995).

Rayleigh-Taylor 不安定は、大局的な流体移動に関与していると考えられている（岩森, 2012）

微視的な理論的研究として、Park and Yoon（1985）は菱型十二面体のエッジ部分に分布する流体の形状を3次元的にモデル化し、いくつかの固液2面角において、流体体積分率を変えたときの界面エネルギーを計算した。その結果、固液2面角が与えられたとき、粒界界面エネルギーを最小にする特定の流体体積分率が存在することを見出した。また、Jurewicz and Watson（1985）は液相焼結理論を用いて、粒界界面エネルギーが最小となる流体体積分率を計算し、この粒界界面エネルギー最小条件下における固液2面角と流体体積分率の関係を明らかにした。Von Bargen and Waff（1986）はいくつかの固液2面角において、切頂八面体のエッジ部分に分布する流体の形状を、平均界面曲率が一定となるように数値的に計算し、その空隙を流れる流体の浸透率を計算した。

1.3.4. 従来の研究の問題点

従来の研究の最大の問題点は、固液2面角の理論と巨視的なスラブ起源流体の移動が関連付けられていない点である。例えば、上述した巨視的な流体移動に関する研究では、固液2面角の理論は用いられていない。一方、微視的な研究では固液2面角と流体の存在量、浸透率の関係が徐々に明らかになりつつあるが、これらの研究結果は、変化する流体体積分率と固液2面角に対して連続的な結果ではないため、巨視的な流体移動と微視的な構造を結びつけるためには、微視的な構造を十分に考慮した上で一般化し、定式化して数値解析などに用いることができるようにしなければならない。スラブ起源流体の移動過程の全体像は、地下深部における多様で複雑な要素を統合して初めて理解されると考えられるため、これまでに蓄えられてきた個々の要素に関する知見をつなぐ方法論を確立し、要素の相互作用によってどのような現象が起こり、それがどのように地球科学的現象に関わってくるかを明らかにしていかなければならない。

1.4. 本研究の目的

本研究では、固液2相系の濡れ性（固液2面角）の、巨視的なスラブ起源流体移動における役割を明らかにすることを目的として、まず、固液2面角と流体体積分率、浸透率の関係の定式化を行う。次に、固相の変形を考慮しない簡略化されたスラブ起源流体移動のモデルに組み込んで数値解析を行う。そして、最後に固相の変形も考慮した流体移動モデルに固液2面角を考慮した浸透率を組み込んで数値解析を行うことで、それによってどのような物理的現象が発生し、それが現実に観測されるスラブ起源流体の特徴をどのように説明できるかについて議論を行う。

2. 固相の変形を考慮しない流動方程式

2.1. 物理的背景

1.2 節で、スラブ起源流体は基本的にダルシーの法則によって記述されることを述べた。ここでは、地殻深部におけるスラブ起源流体の流れの特徴をさらに反映させ、式 (1.1) のダルシーの法則を書き換える。

ダルシーの法則は多孔質媒体である固相に対する流体の相対流量を表す式である。地下深部の脆性-塑性転移帯以深では、高い温度・圧力により固相は塑性変形を示す。したがって、地質学的時間スケールで見ると、固相は多結晶体としての特徴を保ちつつ非常に粘性の高い流体として振舞うと考えることができる。このような条件下では、流動する固相と液相の2相流として方程式が記述されるが、液相の流動については、固相が多結晶体としての特徴を保つため、依然として多孔質媒体流れとして記述できるものと考えられる (小屋口, 2000)。ここで注意すべきことは、流体の流れが流体の粘性に支配されたものになるか、固相の粘性に支配されたものになるかは、固相の変形速度と流体の変形速度に依存することである。固相の変形速度が流体の変形速度よりも早い場合、流体の流れは流体の粘性に支配される。逆に固相の変形速度が流体の変形速度よりも遅い場合、流体の流れには固相の粘性も大きく関わってくる。ここでは、まず問題を簡単にするために前者のような条件を仮定する。このとき、流れが非常に遅い場合、準静的問題と考えることができ、2相が静力学的に釣り合っているとすると、流れが流体の圧力を固相の圧力と同じとして近似することができる。その結果、流体の駆動力を浮力として記述することができることになる。また、固相は変形のため重力によって下方へ流れ、液相は浮力によって固相の結晶粒界中を移動すると考えられるため、式 (1.1) を式 (2.1) のように書き換えることができる (Turcotte and Schubert, 1982)。

$$V_L - V_S = -\frac{k}{\phi_L \mu_L} \left(\frac{\partial p_L}{\partial z} + \rho_L g \right) \quad (2.1)$$

ここで V_L , V_S はそれぞれ固定座標系における液相速度、固相速度を表し、 ρ_L は液相密度を表す。また、 μ_L は液相の粘性率、 g は重力加速度である。ここで、流れが液相と固相の2相流で、液相が浮力によって駆動されることを考慮すると、固相密度 ρ_S を用いて、

$$V_L - V_S = \frac{k}{\phi_L \mu_L} (\rho_S - \rho_L) g \quad (2.2)$$

と書き換えることができる。

2.2. 支配方程式の導出

式 (2.2) を用いて支配方程式を導出する。鉛直上向きを正とし、流体が鉛直方向のみに流れる 1 次元問題を考える。まず dx , dy , dz の大きさをもつ微小領域を考える。この領域における液相、固相の非圧縮性を仮定し、それぞれの物質収支をとると、

$$-\left(q_L + \frac{\partial q_L}{\partial z} dz\right) dx dy dt + q_L dx dy dt = d\phi_L dx dy dz \quad (2.3)$$

$$-\left(q_S + \frac{\partial q_S}{\partial z} dz\right) dx dy dt + q_S dx dy dt = d\phi_S dx dy dz \quad (2.4)$$

となる。ここで q_L , q_S はそれぞれ固定座標系における液相の体積流量、固相の体積流量を表し、 ϕ_L , ϕ_S はそれぞれ液相体積分率、固相体積分率を表す。これらの式を整理すると、微小領域における各相の物質収支式

$$-\frac{\partial q_L}{\partial z} = \frac{\partial \phi_L}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$-\frac{\partial q_S}{\partial z} = \frac{\partial \phi_S}{\partial t} \quad (2.6)$$

を得る。ここに、固相と液相の占める体積は常に変化しないという条件を加え、 ϕ_S を

$$\phi_S = 1 - \phi_L \quad (2.7)$$

と書き、式 (2.6) に代入して式 (2.5) と式 (2.6) を足し合わせると、2 相に関する物質収支式

$$\frac{\partial q_L}{\partial z} = -\frac{\partial q_S}{\partial z} \quad (2.8)$$

を得る。以上より

$$q_L + q_S = 0 \quad (2.9)$$

となり,

$$\phi_L V_L + (1 - \phi_L) V_S = 0 \quad (2.10)$$

であるから, 式 (2.1) と式 (2.10) を用いて V_S を消去して V_L に関する式に整理し, それを式 (2.5) に代入すると支配方程式

$$\frac{\partial \phi_L}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{k}{\mu_L} (1 - \phi_L) (\rho_S - \rho_L) g \right\} \quad (2.11)$$

を得る.

3. 浸透率モデル

本章では、固液2面角と流体体積分率、浸透率の関係の定式化を目的として微視的構造に着目したモデルを構築し、数値解析に用いることができるような一般化された浸透率の式を導く。

3.1. モデルの概要

モデル化を行うにあたって、まず問題を簡単にするために界面エネルギー最小条件下における固液2面角、流体体積分率、浸透率の関係の定式化を行う。以下でモデル化の手順について述べる。

3.1.1. モデル化の基礎となる理論

Jurewicz and Watson (1985) は、液相焼結理論を用いて2次元における粒子配置モデルを構築し、界面エネルギー最小条件下における固液2面角と流体体積分率の関係を定式化した。液相焼結理論とは材料科学において用いられる理論で、流体を含んだ粉末における、固相の液相中への溶解、液相中での移動、固相への沈殿によって界面移動が起こり、粒子の粗粒化と緻密化が促進される現象を表している。この理論が示す現象は、流体を含む岩石の微視的構造が成立する過程と共通点が多く、微視的構造を議論する際に有効な理論であるとされている(中村, 2000)。液相焼結は、(1) 粒子再配置、(2) オストワルド成長、(3) 粒子の合体・癒着、の3つの過程によって説明される(Jurewicz and Watson, 1985)。これらの個々の液相焼結過程と、モデル化を行う微視的構造の形成過程の関連性について詳説する。

(1) 粒子再配置

流体が粒界に入り込むと、粒子は界面移動によって滑動するように移動し、地下の圧力に対して最も安定した粒子配置になるように粒子の再配置が起こる(中村, 2000)。液相焼結理論においては、この前段階として、粉末の粒子がその周りにある液相の表面張力によって粒子同士がひきつけられ、粒界の粗粒化が起こる過程があるが、このような過程は地下の岩石では起こらないと考えられる(Jurewicz and Watson, 1985)。

(2) オストワルド成長

オストワルド成長とは、小さな粒子から大きな粒子へ液相を通して固相が移動し、結果大きな粒子が成長する現象である(図 3.1)(Ostwald, 1900)。小さな粒子と大きな粒子が液相中に存在したとき、2つの粒子は再配置によって互いに接触する。界面曲率の

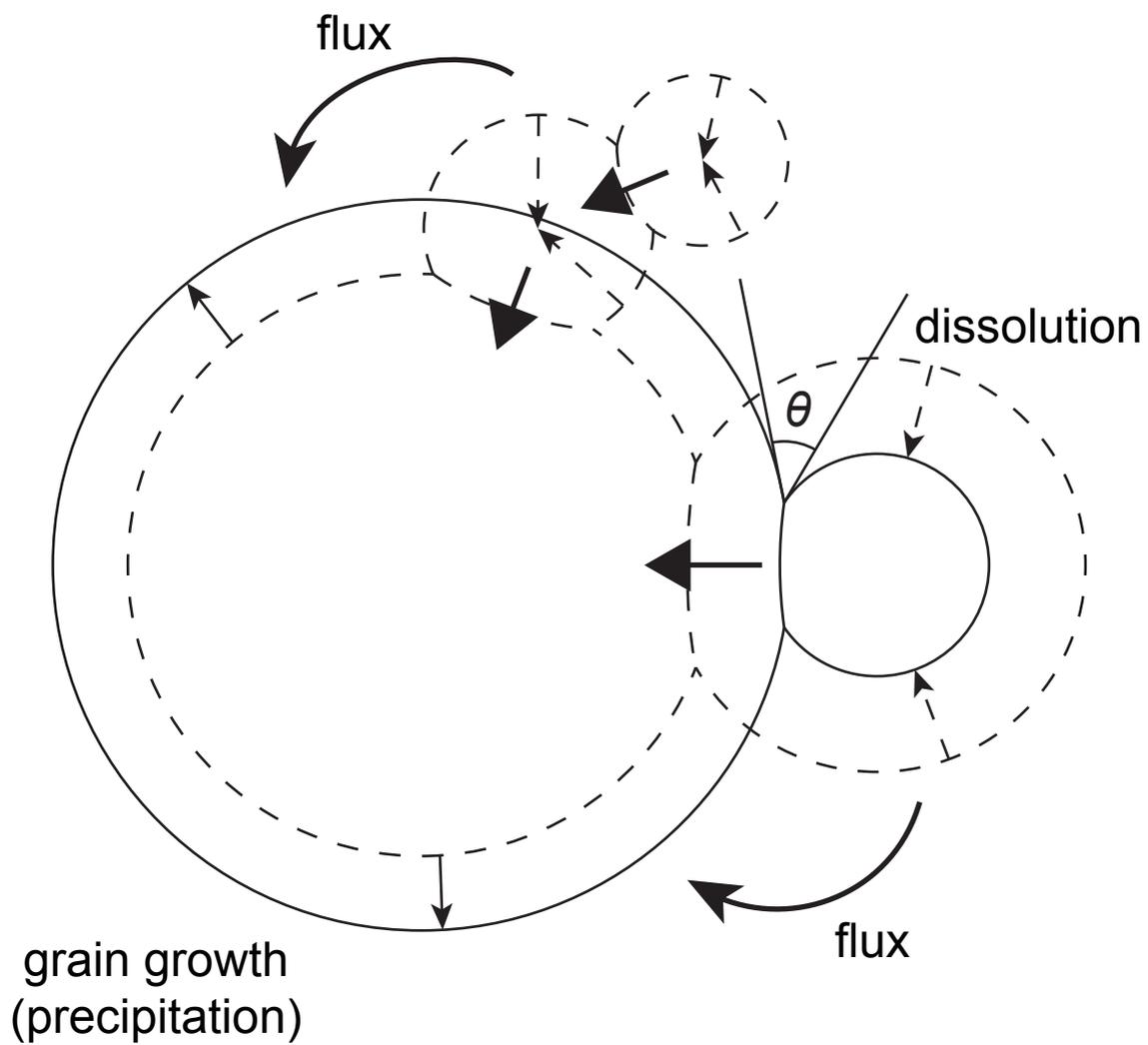


図 3.1 オストワルド成長と粒子の癒着・合体.
中村 (2000) に加筆.

小さな界面は大きな界面に比べて大きな溶解度をもつため、小さな粒子の表面の溶解度は大きな粒子の表面の溶解度より相対的に大きくなる。したがって、このような2粒子が液相中で接触すると小さな粒子の表面から固相が溶解して液相中を移動し、大きな粒子の表面に沈殿することで界面移動が起こる。

(3) 粒子の合体・癒着

オストワルド成長の結果、小さな粒子が大きな粒子に取り込まれるような形となり、一つの大きな粒子となって、結果、粒子の粗粒化が駆動される (図 3.1)。粒子径が不均質な岩石粒界中に液相が存在すると、上述したように全体的な粗粒化が進行する。結晶粒界は、その界面の面積が小さくなると界面エネルギーが低下し、エネルギー的に有利となるといえるが、粗粒化が進行すると、粒界界面面積は小さくなるため、粒子の合体・癒着による粗粒化は、界面エネルギーを低下させる方向に向かう現象であるといえる。オストワルド成長と粒子の合体・癒着はわずかな粒径の差であっても起こる (中村, 2000) ため、粒径分布が完全に均質でない限り、進行し続けると考えられる。粒径分布が完全に均質でこれらの現象が進行しない状態は、準安定状態と考えることができる。また、粒成長による粒径の増加は時間の2乗または3乗に反比例することが実験的に明らかとなっているため (引用)、ある程度粒成長が進行した後の状態では、短い時間においては粒成長が止まったように見えると考えることもできる。

3.1.2. 粒子配置と界面エネルギーの関係

液相焼結理論における (1) ~ (3) の過程において、液相を含む岩石粒子は互いに癒着し、粒子の間に液相が存在する形となる。このとき、1つの粒子とそれに癒着している粒子のそれぞれの表面がつくる角度は、以下に述べるようにそのときの固液2面角となることが示されている。Stephenson and White (1967) は、固相-固相界面張力と固相-液相界面張力がそれぞれある値をもつ条件下において、液相中に存在する2つの球粒子がさまざまな角度で癒着するときの全界面エネルギーを計算した結果、2つの球粒子の癒着面の半径と球粒子半径の比と、癒着する2粒子の表面がつくる角度が式 (3.1) の関係となるとき、全界面エネルギーが最小となることを見出した (図 3.2)。

$$\frac{y}{r} = \sin \frac{\varphi}{2} \quad (3.1)$$

ここで y は2つの球粒子の癒着面の半径、 r は粒径、 φ は癒着する2粒子の表面がつくる角度を表す。式 (3.1) の関係が成り立つときの φ では、そのときの固相-固相界面張力と固相-液相界面張力から計算される固液2面角と一致する。つまり、2粒子が固液2面角にしたがって癒着するとき、系の全界面エネルギーは最小となる。また Stephenson

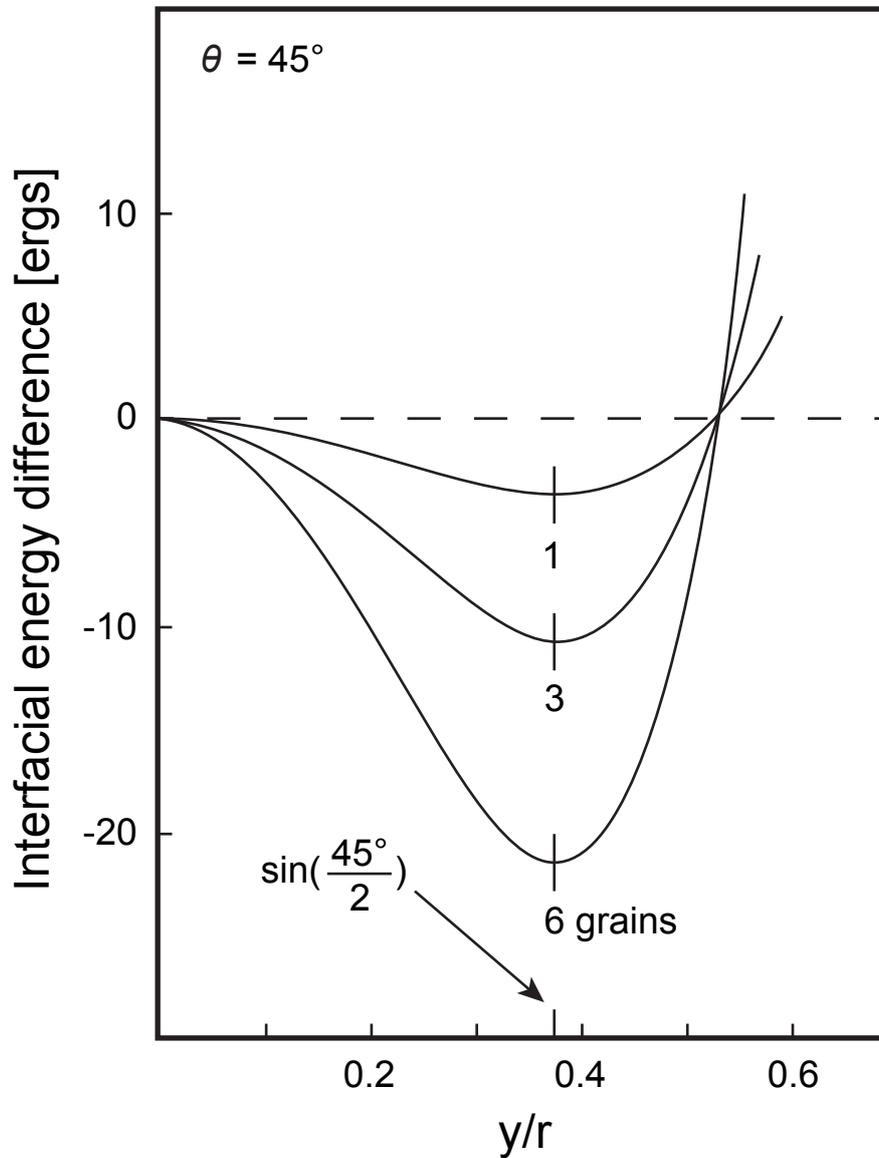


図 3.2 固液 2 面角が 45° となるような温度・圧力条件における，粒子の癒着量に対する界面エネルギーの変化. Stephenson and White (1967) に加筆.

and White (1967) は、1つの粒子に癒着する粒子数と界面エネルギーの関係についても言及している。図 3.2 を見ると、1つの粒子に癒着する粒子数が 1 個、3 個、6 個となるにつれて全界面エネルギーの最小値が低下することが分かる。この結果から、1つの粒子に癒着する粒子数が多いほど、全界面エネルギーが低下すると考えられる。

3.1.3. 癒着粒子の六方最密充填モデル

3.1.1, 3.1.2 項で述べた理論に基づき、Jurewicz and Watson (1985) の 2 次元モデルを拡張して、粒子配置の 3 次元モデルを構築する。

まず、モデル化を簡単にするためにいくつかの簡略化を行う。(1) 液相を媒介とした固相の溶解、移動、析出は流体の流速と体積分率の変化に対して十分に速く起こり、1つの粒子の界面曲率は常に一定となると仮定する。この仮定の下では、1つの粒子を球とみなすことができる。(2) 液相焼結理論における粒子再配置、オストワルド成長、粒子の合体・癒着は流体の流速と体積分率の変化に対して十分に速く起こり、考慮する時間スケールにおいてこれらの過程が停止したように見える状態にすばやく達すると仮定する。この仮定の下で粒径分布を均質とみなし、粒子配置はある一定の配置を保つとみなせる。(3) 流体を含む多結晶体の固液 2 相系は、ある固液 2 面角が与えられたとき、系の全界面エネルギーを低下させるように構造が決まる。この条件の下では、粒子は固液 2 面角にしたがって近接粒子と癒着し、1つの粒子と癒着する粒子数ができる限り多くなるような粒子配置となる。この条件が常に達成されるとみなすためには、(2) の仮定が前提条件となる。

次に、粒子配置について考える。粒子配置を考慮するときは、さまざまな球充填パターンを考え、上述した仮定に基づいて最も適切な球充填パターンを採用すればよいと考えられる。球充填には正規充填と非正規充填があり、正規充填には体心立方格子配置、面心立方格子配置、六方最密充填配置がある。非正規充填とは、球を 1 つずつ無作為に追加していった圧縮した時の配置であり、圧縮に対して安定していることが知られている (Chaikin, 2007)。自然の岩石粒子は非正規充填構造をとる場合もあると考えられるが、ここでは、モデル化を簡単にするために正規充填を採用する。正規充填のうち、近接粒子数が最も多い配置は、面心立方格子配置と六方最密充填配置の 12 個である。ここで、球充填においては、これら 2 つの充填率はともに約 74% で等しい値をもつ。さらに、面心立方格子配置と六方最密充填配置のそれぞれの単位格子の違いは、同様の配列球の切り出し方の違いであるため、両者は同一の配置であるとみなすことができる。本モデル化では、計算を容易にするために六方最密充填配置を採用する。

図 3.3 に以上の議論に基づいて構築した癒着粒子の六方最密充填モデルの概念図を示す。球粒子は隣接 12 粒子と固液 2 面角にしたがって癒着し、六方最密充填配置となる。図 3.3 (b) は Jurewicz and Watson (1985) の 2 次元モデルに加筆した、3 粒子断面図を表しており、3 粒子間に流路が形成されることがわかる。このモデルにおいて、ある固

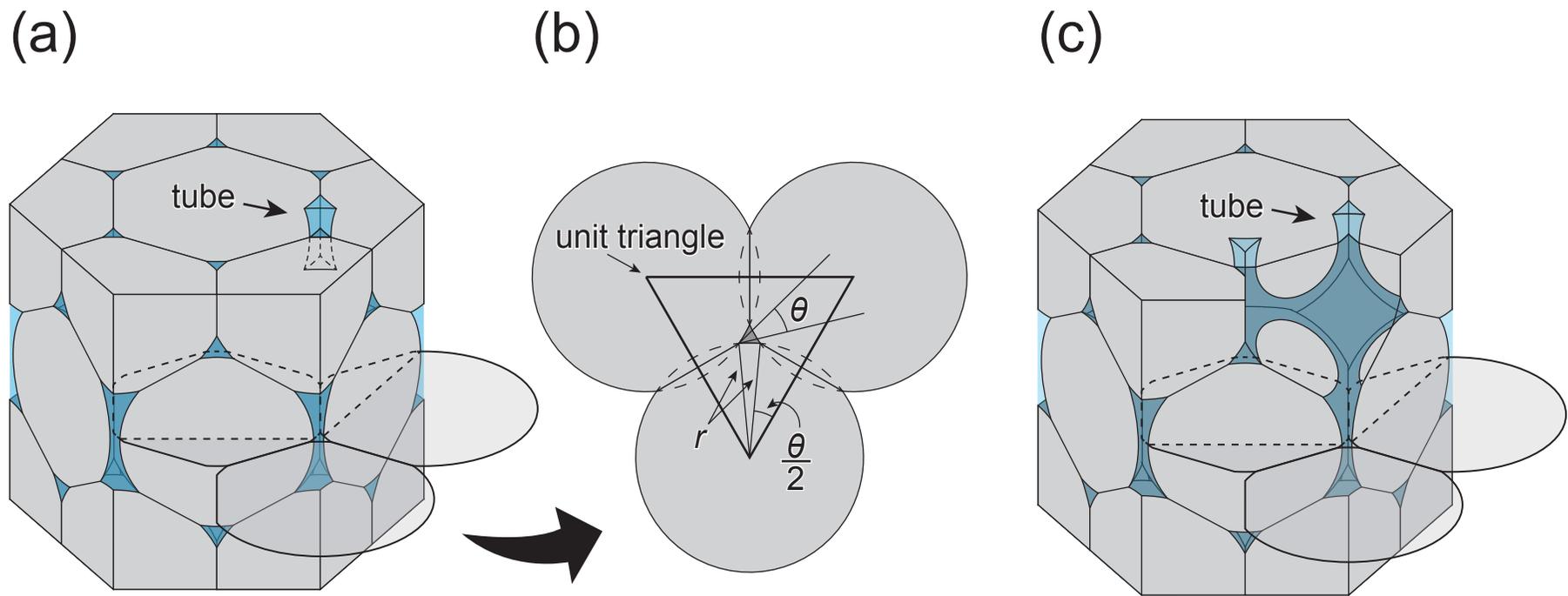


図 3.3 (a) 六方最密充填モデル. (b) 3 粒子断面図. (c) 4 粒子に囲まれた空隙の内部構造.

液 2 面角を与えたときの流体体積分率，浸透率を計算することで，界面エネルギー最小条件における固液 2 面角と流体体積分率，浸透率の関係を明らかにすることができる。

3.2. 計算手法

3.2.1. 流体体積分率の計算

本モデルにおいては，1つの球粒子は癒着によって半球状のキャップが切り取られた形状となる（図 3.4）。このような粒子の，六方最密充填構造への充填率を計算することで，流体体積分率を求めることができる。

球をある 1つの平面で切り取った部分の体積は，その高さを h ，球の半径を r とすると，

$$\frac{1}{3}\pi h^2(3r - h) \quad (3.2)$$

となるため，12個のキャップが切り取られた1つの球粒子の体積は，

$$\frac{4}{3}\pi r^3 - 4\pi h^2(3r - h) \quad (3.3)$$

となる。ここで，キャップの高さ h （図 3.4）は，

$$h = r \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right) \quad (3.4)$$

であるから，式 (3.3) に式 (3.4) を代入して h を消去すると，

$$\frac{4}{3}\pi r^3 - 4\pi r^3 \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right)^2 \left(2 + \cos \frac{\theta}{2}\right) \quad (3.5)$$

となる。ここで，六方最密充填構造の単位六角柱の体積を r と θ とを用いて書くと，

$$24\sqrt{2}\cos^3 \frac{\theta}{2} \quad (3.6)$$

となる。六方最密充填構造の単位六角柱には 6 個の球粒子が含まれるため，単位六角柱

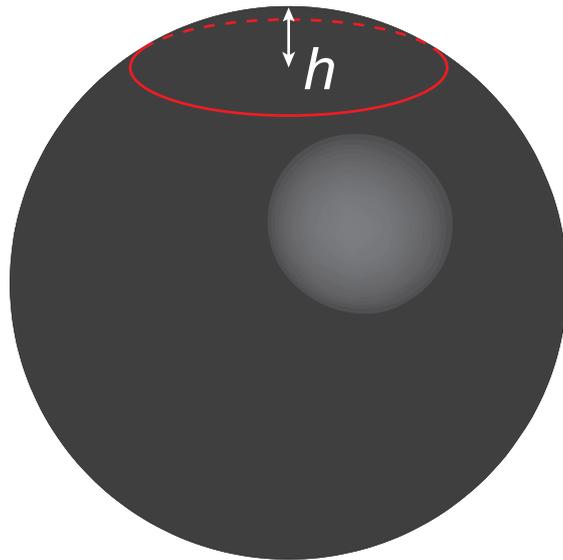
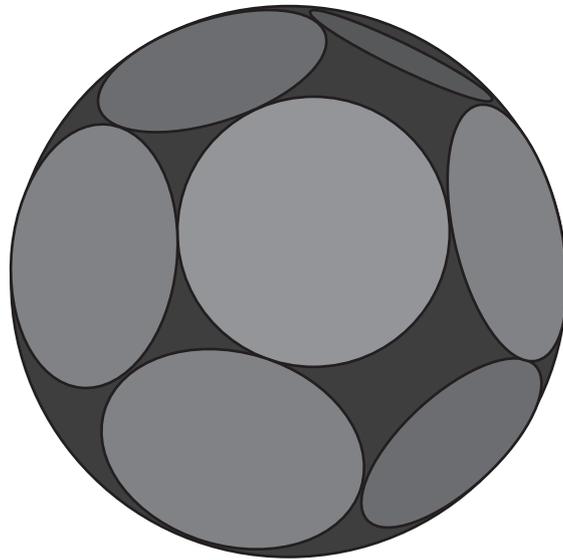


図 3.4 (a) 12 個の半球状キャップが切り取られた球.
(b) 半球状キャップの高さ h の定義.

に対する球粒子の充填率は,

$$\frac{\frac{1}{3}\pi - \pi \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right)^2 \left(2 + \cos \frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{2} \cos^3 \frac{\theta}{2}} \quad (3.7)$$

となる. したがって, 界面エネルギー最小条件下における流体体積分率 ϕ_{LS} は,

$$\phi_{LS} = 1 - \frac{\frac{1}{3}\pi - \pi \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right)^2 \left(2 + \cos \frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{2} \cos^3 \frac{\theta}{2}} \quad (3.8)$$

となり, 粒径によらず θ のみの関数となる.

3.2.2. 浸透率の計算

本モデルの浸透率は, 粘性力が流れを支配する条件下において本モデルの空隙を流れる流体の単位面積当たりの流量を計算し, ダルシーの法則と比べることで求めることができる.

最初に Unit triangle を定義する (図 3.3 (b)). この 3 粒子断面図を見ると流路は規則的に配置されているが, ここで 3 粒子の中心を繋いで Unit triangle を定義すると, 1 つの Unit triangle を 1 つの流路が貫いており, また Unit triangle で平面を埋めることができる. したがって, 1 つの流路における流体流量を求め, それを Unit triangle の面積で割ることによって, 単位面積当たりの流量を求めることができる.

次に流路を流れる流体の流量を計算する. 本モデルの流路は, 図 3.3 (b) にあるように内側に凸の円弧三角形の断面をもち, 中心部分が狭くなるように円状のテーパのついた流路である. この流路の断面を同じ断面積をもつ三角形に近似すると (図 3.5 (a)), 断面周長は内側に凸の円弧三角形より小さくなるが, その差は $\theta = 0^\circ$ のときには 70% にもなるが, θ が大きくなるにしたがって減少し, $\theta = 55^\circ$ のときで 5% 程度である. 流体は壁からの摩擦抵抗を受けるため, 流量の差もこの程度になると考えられる. したがって本研究で求める浸透率は, θ が小さいときは現実の浸透率の再現性に乏しくなってしまう可能性がある. しかし, 1.3 項で取り上げた固液 2 面角の測定実験結果と, 本研究で対象とする地殻深部の温度が 500°C を下回らないことから, 現実に 0° に近い固液 2 面角が達成されるとは考えにくい. したがって, 本研究では, 計算を簡単にするために, 流路の断面を同じ断面積をもつ正三角形に近似する. 三角形断面を流れる粘性流体の流量は Landau and Lifshitz (1959) により与えられている式を用いて

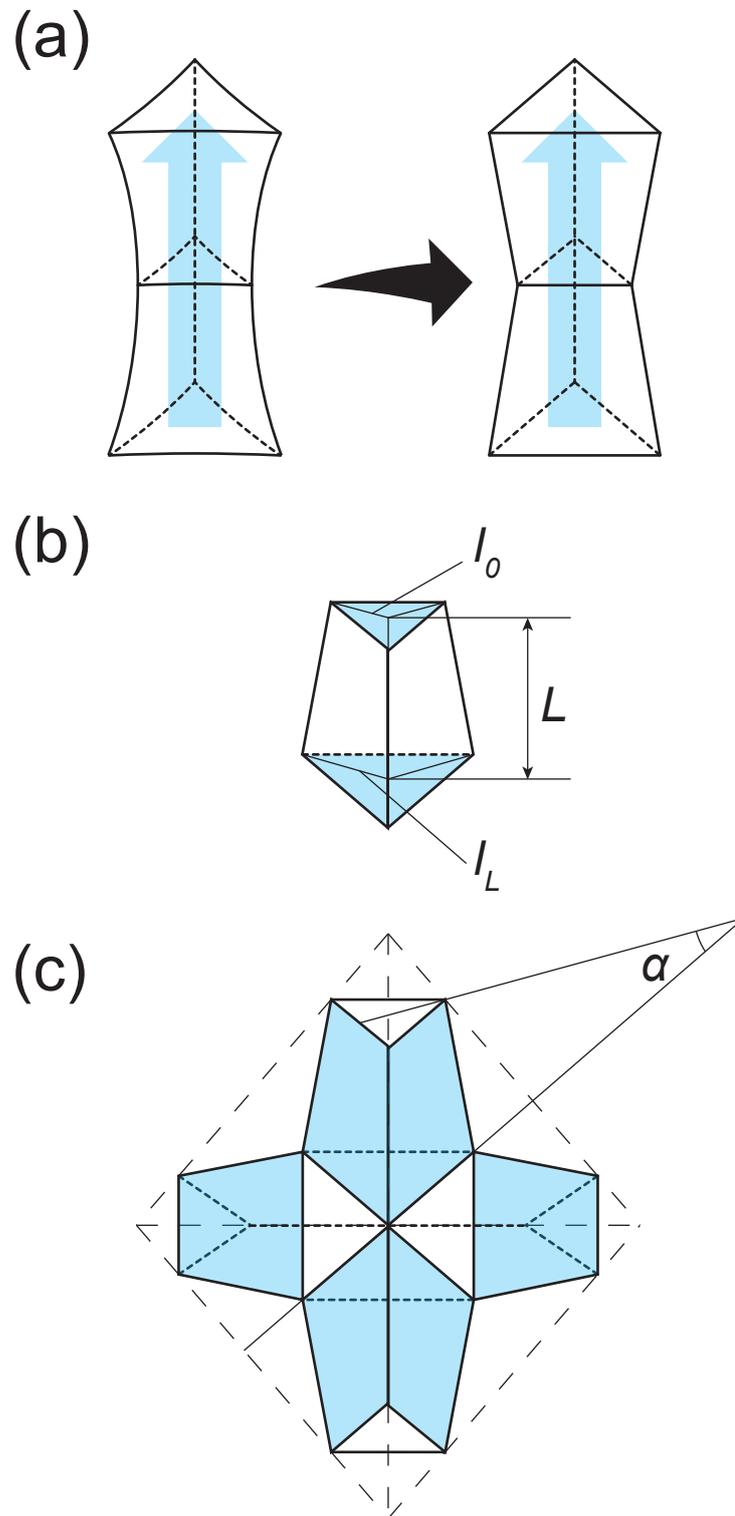


図 3.5 (a) 流路形状の近似. (b) 単位流路の概念図.
(c) 正四面体の頂点方向に伸びる流路と α の定義.

$$Q_{\Delta} = -\frac{A_{\Delta}^2}{20\sqrt{3}\mu_L} \frac{dP}{dz} \quad (3.9)$$

と表すことができる. ここで Q_{Δ} は流路を流れる粘性流体の流量, A_{Δ} は流路の断面積, $\frac{\partial P}{\partial z}$ は流路の軸方方向の圧力勾配を表す. 流路の断面積は流路全体で変化するが, 流量は質量を保存するために流路全体で一定となるから, 式 (3.9) を書き換えて

$$dP = -20\sqrt{3}\mu_Q Q_{\Delta} \frac{1}{A_{\Delta}^2} dz \quad (3.10)$$

とかける. ここで, 正三角形に近似した流路断面の内心から各頂点までの距離を l とおくと (図 3.5 (b)),

$$A_{\Delta} = \frac{3\sqrt{3}}{4} l^2 \quad (3.11)$$

となるから, 式 (3.10) は

$$dP = -\frac{320\sqrt{3}\mu_Q Q_{\Delta}}{27} \frac{1}{\{l[z]\}^4} dz \quad (3.12)$$

となる. ここで, この式の両辺を積分して整理すれば, 流路を流れる流体の流量を求めることができるが, $l[z]$ は深度に対して非線形な変化を示し, 解析的に積分することができない. そのため, ここでは問題を簡単にするために, l が z に対して線形的に変化すると仮定すると,

$$\frac{dl}{dz} = \frac{l_L - l_0}{L} \quad (3.13)$$

となる. 式 (3.13) の L は単位流路の長さ, l_L は流路の最大断面における l , l_0 は流路の最小断面における l を表す (図 3.5 (b)). したがって式 (3.12) は,

$$dP = -\frac{320\sqrt{3}\mu_Q Q_{\Delta}}{27} \frac{L}{l_L - l_0} \frac{1}{l^4} dl \quad (3.14)$$

となるから、流路の最大断面における圧力を P_L 、流路の最小断面における圧力を P_0 として式 (3.14) を積分すると、

$$\int_{P_0}^{P_L} dP = -\frac{320\sqrt{3}\mu Q_\Delta}{27} \frac{L}{l_L - l_0} \int_{l_0}^{l_L} \frac{1}{l^4} dl \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_0 - P_L}{L} &= -\frac{320\sqrt{3}Q_\Delta}{27} \frac{1}{3(l_L - l_0)} \left(\frac{1}{l_0^3} - \frac{1}{l_L^3} \right) \\ &= \frac{320\sqrt{3}Q_\Delta}{27} \frac{1}{l_0^4} \frac{\left(\frac{l_L}{l_0}\right)^2 + \frac{l_L}{l_0} + 1}{3\left(\frac{l_L}{l_0}\right)^3} \end{aligned} \quad (3.16)$$

となる。以上より、流路を流れる流体の流量は、流路の最小断面積 $A_{\Delta 0}$ を用いて、

$$Q_\Delta = -\frac{A_{\Delta 0}^2}{20\sqrt{3}\mu_L} \frac{\left(\frac{l_L}{l_0}\right)^2 + \frac{l_L}{l_0} + 1}{3\left(\frac{l_L}{l_0}\right)^3} \frac{dP}{dz} \quad (3.17)$$

と書くことができる。ここで $\frac{l_L}{l_0}$ について考える。本モデルでは4本の流路が正四面体の頂点方向にのびる構造を持つため、図 3.5 (c) のように α を定義すると、

$$l_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} r \cos \frac{\theta}{2} - r \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} l_L &= \frac{1}{\sqrt{3}} r \cos \frac{\theta}{2} - r \sin \frac{\theta}{2} \cos \alpha \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} r \cos \frac{\theta}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} r \sin \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

となるから、

$$\lambda = \frac{l_L}{l_0} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}r \cos \frac{\theta}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}r \sin \frac{\theta}{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}r \cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2}} \quad (3.20)$$

とすれば,

$$Q_{\Delta} = \frac{A_{\Delta 0}^2}{20\sqrt{3}\mu_L} \frac{3\lambda^3}{\lambda^2 + \lambda + 1} \frac{dP}{dz} \quad (3.21)$$

となる. 次に, 式 (3.21) よりバルクの浸透率を求める. Unit triangle の面積を A_U とすると, 本モデルにおける単位面積当たりの流量は,

$$Q_{\Delta} = \frac{A_{\Delta 0}^2}{20\sqrt{3}\mu_L A_U} \frac{3\lambda^3}{\lambda^2 + \lambda + 1} \frac{dP}{dz} \quad (3.22)$$

となるから, 式 (1.1) のダルシーの法則と比べると, 界面エネルギー最小条件下における浸透率 k_S は,

$$k_S = \frac{A_{\Delta 0}^2}{20\sqrt{3}\mu_L A_U} \frac{3\lambda^3}{\lambda^2 + \lambda + 1} \quad (3.23)$$

となる. ここで A_U は

$$A_U = r^2 \sqrt{3} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.24)$$

である. また A_L は図における 3 粒子に囲まれた部分の面積であるから, Unit triangle の面積から, 固相部分の面積を引いて,

$$A_L = r^2 \left\{ \sqrt{3} \cos^2 \frac{\theta}{2} - 3 \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} (60^\circ - \theta) \right\} \quad (3.25)$$

となる. したがって, k_S を θ の関数として表すと

$$k_s = \frac{r^2 \left\{ \sqrt{3} \cos^2 \frac{\theta}{2} - 3 \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} (60^\circ - \theta) \right\}^2}{60 \cos^2 \frac{\theta}{2}} \frac{3\lambda^3}{\lambda^2 + \lambda + 1} \quad (3.26)$$

となり, r^2 に比例する関数となる.

3.3. 結果

本モデルを用いて計算した固液 2 面角 θ に対する流体体積分率と浸透率の変化を図 3.6 に示す. 浸透率は θ が増加するにしたがって減少する. θ が 60° に近づくと浸透率は急激に低下し, $\theta = 60^\circ$ で浸透率は 0 となる. このとき, 流路の最小断面積部分 はつぶれ, 流体は流ることができなくなる. 流体体積分率も θ の増加に伴って減少するが, $\theta = 60^\circ$ のときにも 0 とはならず, 3.64% 程度残ることがわかる. これは, 流体が 4 粒子のつくる空隙部分に取り残されるためである. 従来の固液 2 面角の理論が取り入れられていなかった浸透率モデルには, 流路の形状を円柱または平板としたモデルがあり, それぞれ流路の半径, 厚さを, 流体体積分率を用いて書き換えることによって, 浸透率を流体体積分率の関数として表しているため, 流路が閉じているかどうかの情報を含まない. 本モデルでは流体体積分率と浸透率を独立に扱うことで, 流路が閉じることで流体体積分率に関わらず浸透率が 0 になることを表現することができる.

3.4. 考察とモデルの一般化

これまでの本モデルによる計算結果は, 界面エネルギー最小条件下におけるものであるため, ある固液 2 面角が与えられると, 浸透率と流体体積分率がそれぞれ 1 つに決定される. しかし, 実際には流体の出入りによって様々な流体体積分率が与えられ得る. 本項では, 界面エネルギー最小条件化のモデルを, 先行研究の結果と比べることにより拡張し, 固液 2 面角, 流体体積分率, 浸透率の関係をより一般化する.

Wark and Watson (1998) は, 水を浸透させた石英岩を高温高压下に数時間置き, 室内に戻した後に固液 2 面角を測定し, 流体を浸透させて浸透率を測定した. その結果からは, 浸透率 k は流体体積分率 ϕ_L と粒子直径 d を用いて一般的に,

$$k = \frac{d^2 \phi_L^n}{C} \quad (3.27)$$

と表される. ここで C は定数である. n は流路の形状を反映した定数であり, 円断面流路モデルで 2, 平板モデルで 3 となることが知られている (Turcotte and Schubert, 1982).

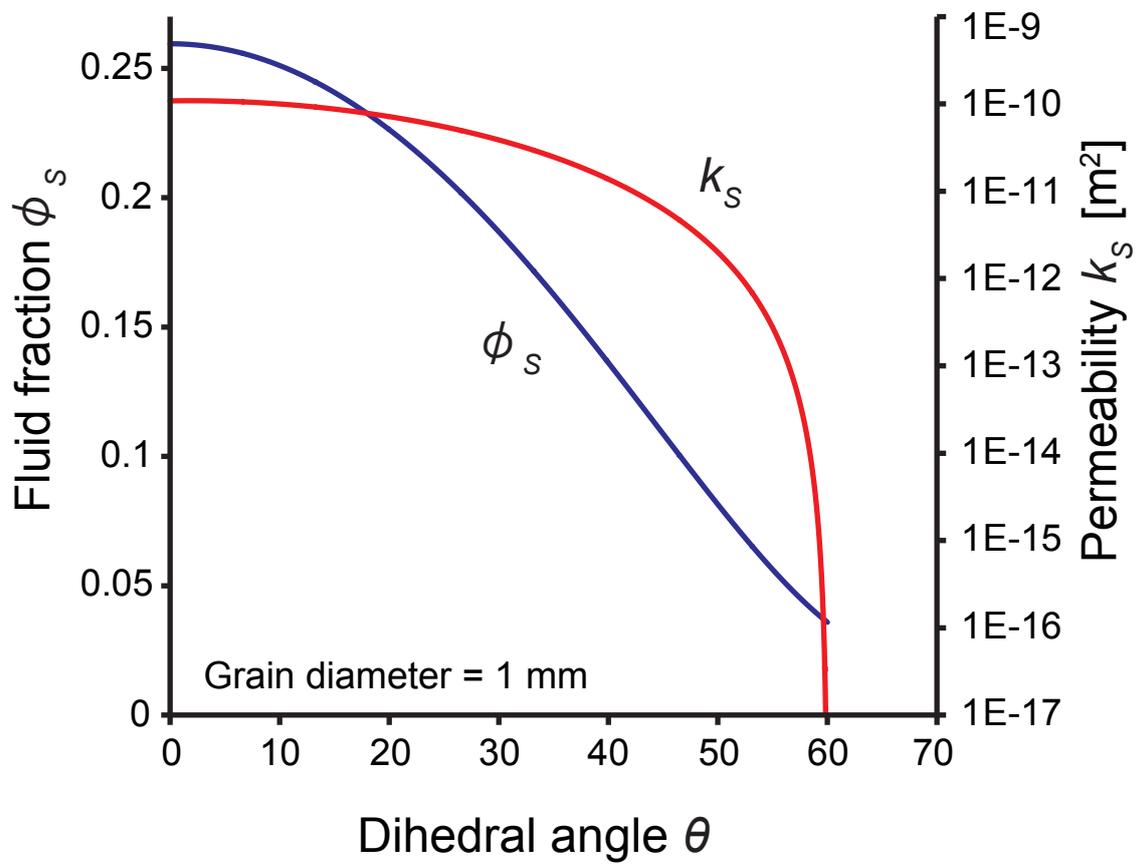


図 3.6 固液 2 面角 θ に対する k_s , ϕ_s の変化.

Wark and Watson (1998) は水を浸透させた石英岩を、 $\theta = 50^\circ$ となる温度圧力条件に数時間置き、固液 2 面角の測定と室内での浸透実験の行った結果、 $\theta = 50^\circ$ における浸透率を表す式は、

$$k_{50} = \frac{d^2 \phi_L^3}{200} \quad (3.28)$$

となるとした。式 (3.28) の粒径を 1 mm とした場合の k - ϕ_L 曲線を図 3.7 に示した。ここに、本モデルから計算した、界面エネルギー最小条件下における k_S , ϕ_{LS} を、 $\theta = 50^\circ$, $r = 1$ mm として図 3.7 にプロットすると、式 (3.28) の曲線付近にあることがわかる。また、界面エネルギー最小条件下における k_S , ϕ_{LS} を、 $\theta = 50^\circ$, $d = 2r = 1$ mm としてそれぞれ式 (3.27) の k および ϕ_L に代入し、 n を式 (3.28) と同様に $n = 3$ として C を決定すると、 $C = 67$ となる。次に $n = 3$, $C = 67$ として k - ϕ_L 曲線を描くと、式 (3.28) とほぼ一致する曲線が描かれる。このことから、 $n = 3$ とした場合、ある固液 2 面角における k - ϕ_L 曲線は、その固液 2 面角での界面エネルギー最小条件下における k_S , ϕ_{LS} が示す点を通る曲線として近似的に表すことができると考えられる。

以上のことから、定数 C は式 (3.27) から k_S , ϕ_{LS} を用いて、

$$C = \frac{d^2 \phi_{LS}^3}{k_S} \quad (3.29)$$

と表せる。これを式 (3.27) に代入すると、ある固液 2 面角において様々な流体体積分率が与えられたときの浸透率 $k_{\theta\phi}$ を k_S , ϕ_{LS} を用いて、

$$k_{\theta\phi} = \frac{\phi_L^3}{\phi_{LS}^3} k_S \quad (3.30)$$

と表すことができる。

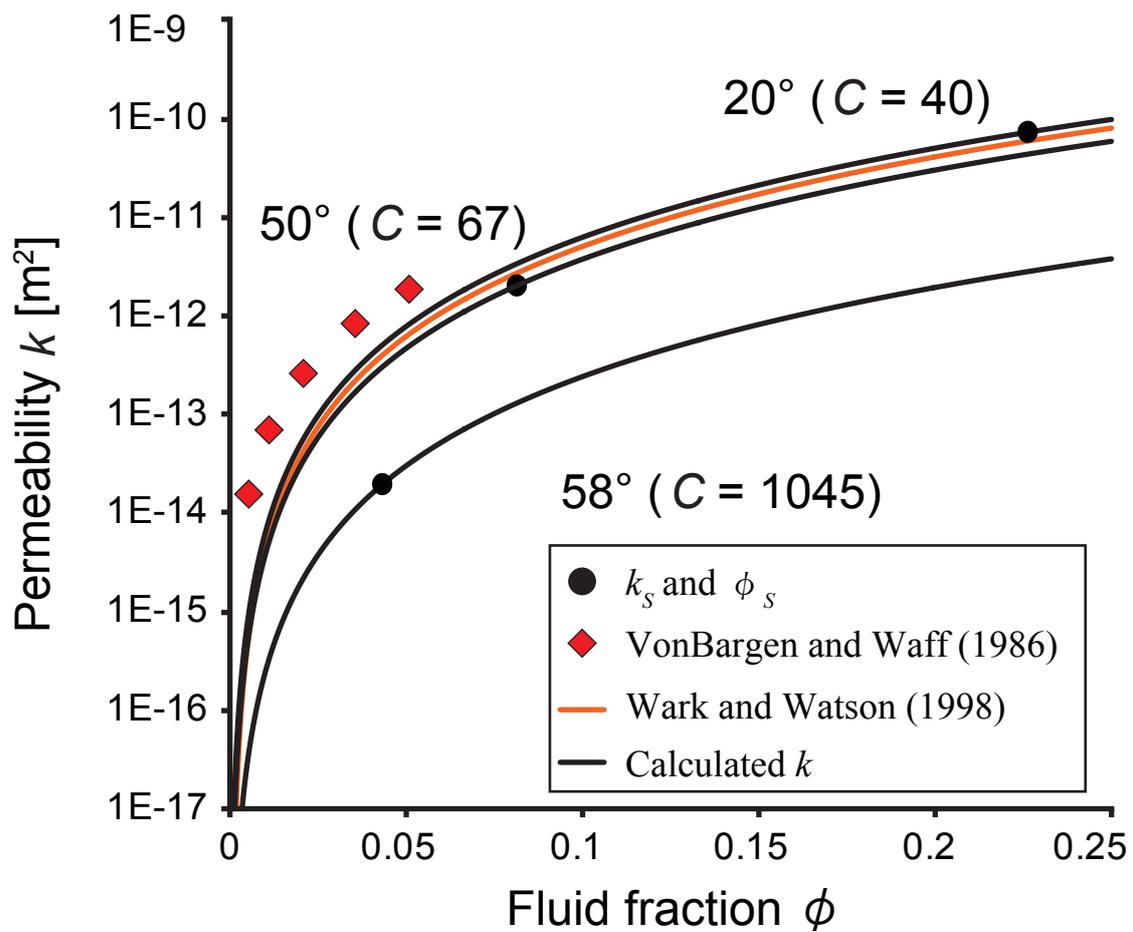


図 3.7 本モデルから計算された、 $\theta = 20^\circ$, 50° , 58° における k - ϕ 曲線.

4. 固相の変形を考慮しない流動モデルの数値解析

4.1. 計算手法

4.1.1. 考慮する現象とその単純化

最初に、考慮する現象とそれを単純化する手法について、前章までに述べたことに基づいて説明する。

本研究では固相と液相を共に粘性流体として扱い、固相と液相の密度差に起因する浮力によって液相の上方への流れが駆動され、それに対して固相は下方へ流れるという現象を扱う。ただし、本章では固相の変形は考慮しない、つまり固相の粘性は流れに影響を与えないという簡略化を行う。また、固相は粘性流体であると同時に多結晶体としての微細構造を保ち、液相はその空隙中を流れる。さらに、微小領域における液相の出入りによる流体体積分率の変化に対しても固相は十分に早く変形すると仮定し、微小区間における流体体積分率の変化に対する固相の粘性抵抗は考慮しない。したがって、流れに対する抵抗力は流路を流れる液相の粘性抵抗のみとなる。固相の微細構造については、液相の存在下では界面移動が流れに対して十分に早く起こり、3章でモデル化したような構造を常に保つとする。つまり、浸透率はすべての領域において式 (3.30) で表せるものとする。なお、本章では単純な流れにおける固液2面角の、流れに対する影響を明らかにするため、固相-液相間での熱のやり取りや液相による熱輸送は考慮しない。また、各相の密度と液相の粘性は一定とする。

4.1.2. 計算領域

数値解析を行うにあたって対象とした領域は、地殻の最深部である深度 20 ~ 30 km の領域である (図 4.1)。地殻内の深度約 15 km 以深においては、流体の接続性に関する各研究間にある矛盾について議論が活発に行われている (例えば, Yoshino et al., 2002; Uyeshima et al., 2012) が、いまだ解決をみていない。また、深度 15 ~ 25 km の領域には、流体体積分率が大きく、水塊状となった領域が存在し、この領域の流体体積分率は 40% 近くに達するとの報告がある (Uyeshima et al., 2012) が、そのような領域の形成メカニズムはわかっていない。この深度 20 ~ 30 km の領域に本研究の浸透率モデルを適用することで、上述した矛盾を解決できる糸口が見つかる可能性が考えられる。それに加え、流体体積分率が 40% に達するメカニズムを明らかにできるかもしれない。本研究ではこの領域における鉛直 1 次元の数値解析を行い、領域における流体体積分率および流体流速の時間変化を明らかにする。

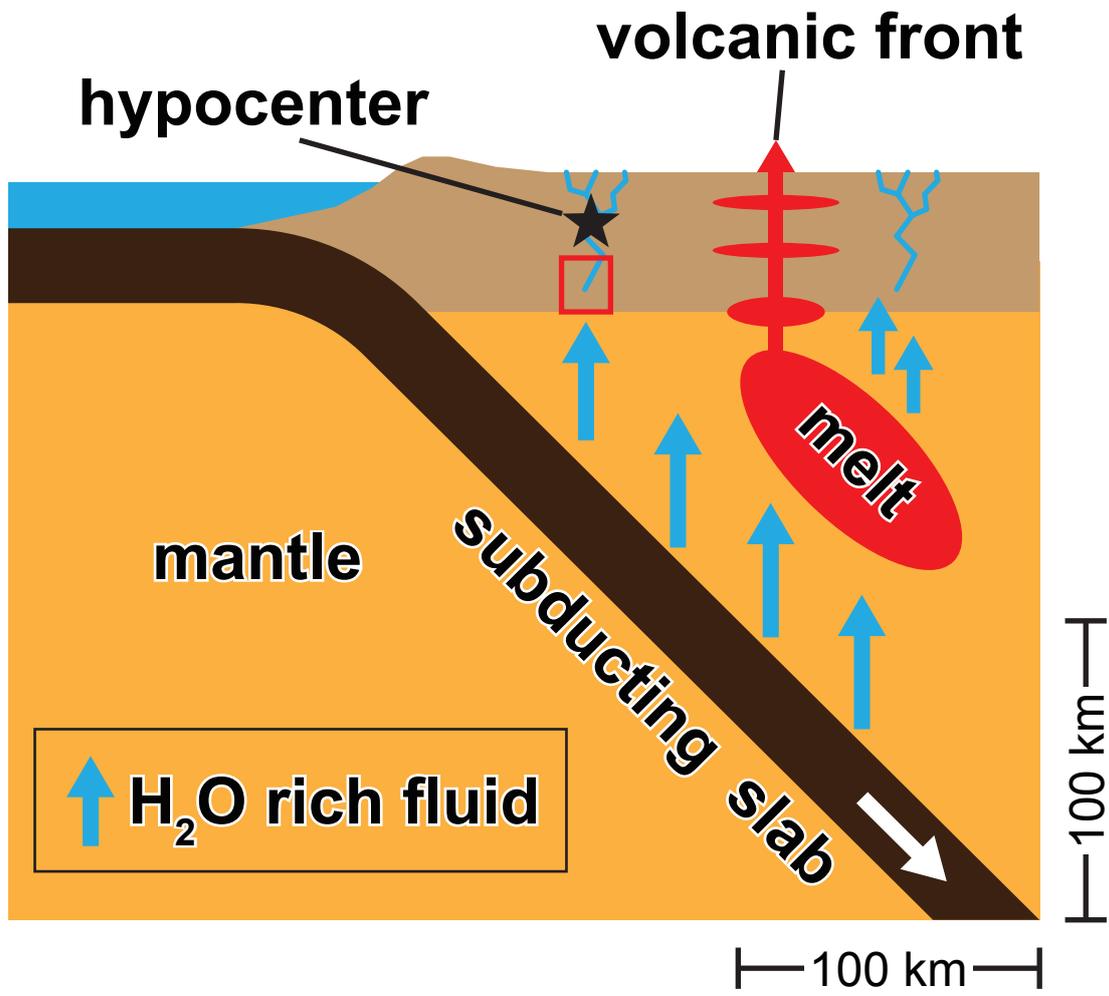


図 4.1 数値解析の計算領域.

4.1.3. 計算領域における固液 2 面角分布

計算を行うにあたって、まず地殻内における固液 2 面角分布の情報が必要となる。固液 2 面角は上述したように温度と圧力により決定されるとされている (清水, 2010) が、固液 2 面角の温度・圧力の関数としての定式化ははまだ未完成の状態であり、地殻内の温度・圧力から固液 2 面角を厳密に決定することは難しい。しかし、1 章で述べたように温度・圧力の変化に対する固液 2 面角の変化は、地下深部の環境を再現した高温高压実験から、温度・圧力に対して減少関数となることが明らかとなっている (Mibe et al., 1998; 1999; Watson et al., 1991)。特に温度に対しては線型的な減少関数となる (Mibe et al., 1999)。さらに、固液 2 面角の値は温度・圧力以外にも固相と液相の種類によっても変わってくるが、上述したような固液 2 面角の変化の特徴は固相と液相の種類によらないと考えられている (清水, 2010)。そこで本章の解析では、固液 2 面角が温度に対して線型的な減少関数となること、固液 2 面角の変化の特徴は固相と液相の種類によらないこと、対象とする領域の深度に対する温度変化が線型的とみなせること (Abers et al., 2006; Li, 2011) から、固液 2 面角が深度 20 km から 30 km にかけて 60° から 50° まで深度に対して線型に変化するとして計算を行う。このような固液 2 面角分布は実際の地殻深部における固液 2 面角分布を正確には反映していないと考えられるが、このような単純な条件においても、固液 2 面角影響を与える流体移動の時間変化の特徴を議論することができると考えられる。

4.1.4. 計算アルゴリズム

4.1.4.1. 支配方程式の離散化

前項で述べた単純化に基づいて解くべき式を導き、その数値解析手法について説明する。式 (2.11) に式 (3.30) の浸透率を代入すると、本章で解くべき式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_L[z, t]}{\partial t} &= -\frac{(\rho_S - \rho_L)g}{\mu_L} \frac{\partial}{\partial z} (1 - \phi) k_{\theta\phi} \\ &= -\frac{(\rho_S - \rho_L)g}{\mu_L} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\{\phi_L[z, t]\}^3 (1 - \phi_L[z, t]) k_S[z]}{\{\phi_{LS}[z]\}^3} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

となる。ここで k_S , ϕ_{LS} は初期固液 2 面角分布としてあらかじめ与えられるため、未知数が ϕ_L のみの非線形偏微分方程式となる。

本章では、式 (4.1) を有限差分法によって数値的に解く。式 (4.1) の差分方程式化手法には、計算の簡単さ、速さを重視し、陽解法を用いる。空間の領域を空間点 z_1, \dots, z_j で区分し、時間の領域を時刻 t_1, \dots, t_n で区分する。空間点の間隔を Δz , 時刻の間隔を Δt とし、時刻 t_n に前進差分、空間点 z_j に前進差分を用いて式 (4.1) の微分を差分商に

置き換えると差分方程式,

$$\frac{\phi_{Lj}^{n+1} - \phi_{Lj}^n}{\Delta t} = -\frac{(\rho_S - \rho_L)g}{\mu_L} \times \left(\frac{\{\phi_{Lj+1}^n\}^3 (1 - \phi_{j+1}^n) k_{Sj+1}}{\{\phi_{LSj+1}\}^3} - \frac{\{\phi_{Lj}^n\}^3 (1 - \phi_{Lj}^n) k_{Sj}}{\{\phi_{LSj}\}^3} \right) \frac{1}{\Delta z} \quad (4.2)$$

が得られる. この差分方程式の左辺の ϕ_{Lj}^n を右辺へ移行すれば, 時刻 t_n における隣接 2 空間点の値から時刻 t_{n+1} における 1 つの空間点の値を決める隣接 2 項間漸化式,

$$\phi_{Lj}^{n+1} = \phi_{Lj}^n - \frac{(\rho_S - \rho_L)g}{\mu_L} \times \left(\frac{\{\phi_{Lj+1}^n\}^3 (1 - \phi_{j+1}^n) k_{Sj+1}}{\{\phi_{LSj+1}\}^3} - \frac{\{\phi_{Lj}^n\}^3 (1 - \phi_{Lj}^n) k_{Sj}}{\{\phi_{LSj}\}^3} \right) \frac{\Delta t}{\Delta z} \quad (4.3)$$

が得られる. すなわち, 時刻 t_n における空間点 z_{j+1} , z_j の値から, 時刻 t_{n+1} における空間点 z_j の値を決め, 時刻 t_n における全ての空間点の値を決定した後, 次の時間ステップに移るという計算過程となる.

4.1.4.2. 安定条件

陽解法を用いる場合, 解となる物理量の伝達速度が情報の伝達速度よりも早くなると解が数値的に発散してしまう問題がある (高橋, 1991). 解が収束するためには, 時刻間隔 Δt は, 流体がある空間点からその隣の空間点に達する時間よりも小さくなければならない. これを Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件といい, 本解析の CFL 条件は,

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} > -\frac{(\rho_S - \rho_L)g}{\mu} \frac{\{\phi_{Lj}^n\}^3 (1 - \phi_{Lj}^n) k_{Sj}}{\{\phi_{LSj}\}^3} \quad (4.4)$$

である. CFL 条件の適合性の判定は, すべての空間点についてすべての時間ステップにおいて行われることが望ましいが, 本章の解析において最も流速が早い空間点は固液 2 面角が最も小さく, k_S の最も大きな空間点, すなわち計算領域の最下部の点であると予想できる. なぜなら, 計算領域における物質量が保存されるため, 計算領域における流量をほぼ一定と考えると, k_S の最も大きな空間点における流体体積分率が最も小さ

くなり、したがって Q_L/ϕ_L で求められる流速が最も速いと考えられるからである。この点において CFL 条件を満足していれば、計算領域にあるすべての空間点において CFL 条件を満足すると考えられる。また、最下部の空間点は境界条件が与えられる点であるため、CFL 条件を満足できるように境界条件と空間点間隔、時刻間隔を設定すればよいことになる。

4.1.4.3. 流体体積分率の制限

流体体積分率 ϕ_L は、必ず 0~1 の値をとり、微小領域における流体体積分率の増加分は、その領域に入る流体量から出る流体量を差し引いた量として表される。しかし、固液 2 面角が 60° となる空間点では浸透率が 0 となり、流体が出て行かないため、入ってくる流体が際限なく溜まり続けることになる。その結果、流体体積分率が 1 を超えるような物理的にあり得ない状態が出現しうる。これを回避するための手法として以下のような手法を用いる。まず、空間点 z_j を考える。 z_j における流体体積分率の増加分は、 z_{j-1} から入ってくる流体量と z_{j+1} へ出て行く流体量の差で決まる。ここで、空間点 z_j における流体体積分率が時刻 t_n において 1 に近く、次の時間ステップ t_{n+1} において 1 を超える場合、時刻 t_{n+1} における空間点 z_j の流体量増加分は、1 から時刻 t_n における流体量を引いた値となる。すなわち、空間点 z_j において流体体積分率が 1 を超える部分の流体は空間点 z_j に入らず、 z_{j-1} の空間点から出ずに留まることになる。これは、流体で完全に満たされた領域には流体がそれ以上入ることはないというイメージを簡単に表現したアルゴリズムである。

4.1.5. 初期条件・境界条件

計算の初期条件として、すべての空間点における初期流体体積分率は 0 とする。計算領域の最上部の空間点における固液 2 面角を 60° とすると浸透率は 0 となるため、この空間点における流量を 0 とする。また計算領域の最下部の空間点には一定流量の流入を設定する。この流量は、Iwamori (1998) のシミュレーションにおけるプレートの沈み込み速度、プレートの含水量、プレートに含まれる水の放出量から単位面積当たりの流量を計算した値 $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}^2$ を用いる。また、境界条件の違いが計算結果に及ぼす影響を見積もるために、流入量がこの値の 0.5 倍、2 倍であった場合の計算も行う。初期条件、境界条件について図 4.2 にまとめる。

4.1.6. 物性値

物性値としては、液相および固相の密度、液相の粘性率が必要である。これらの物性値としては、計算対象領域である深部地殻の温度・圧力条件における値を与える必要がある。固相密度については、地震波を用いて地球内部の物性分布を予測した地球内部標

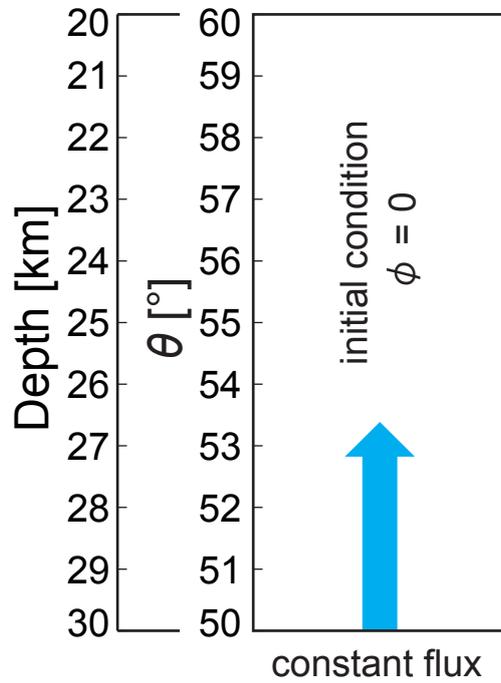


図 4.2 初期条件，境界条件.

grain diameter	0.5, 1.0, 2.0 mm
constant flux	1.59×10^{-11} , 3.17×10^{-11} , 6.34×10^{-11} m ³ /s/m ²
ρ_s	3000 kg/m ³
ρ_L	800 kg/m ³
μ_L	10^{-4} Pa·s
g	9.8 m/s ²
Δz	100 m
Δt	1 yr

表 4.1 境界条件値と物性値. 粒子径と境界条件値はそれぞれ 3 種類与え，それぞれについて計算を行う.

準モデル (Dziewonski and Anderson, 1981) により, $3,000 \text{ kg/m}^3$ とした. また, このモデルから, 深部地殻の圧力はおよそ 0.5 GPa である. さらに, 深部地殻の温度には推定方法や沈み込み帯の場所によってばらつきがあるが, およそ $500 \sim 800^\circ\text{C}$ の範囲である (Abers et al., 2006; Li, 2011). このような温度圧力条件における純水の相図 (Ingebritsen et al., 2006) から, 液相密度を 800 kg/m^3 , 液相粘性率を $10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ とした. 岩石粒子の直径については, 本章の数値解析結果は粒子直径に対して敏感であると考えられるため, 粒子直径の違いが結果に及ぼす影響を議論するために, $0.5, 1.0, 2.0 \text{ mm}$ の3つの場合について計算を行う. 用いた物性値について表 4.1 にまとめる.

4.2. 計算結果

図 4.3 ~ 図 4.11 に計算結果を示す. 粒径 1.0 mm , $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}^2$ のときを基本として結果 (図 4.7) を全体的に見ると, 流体体積分率の深度分布は, 4 kyr までは深度が浅くなるにしたがって徐々に増加していくが, 5 kyr で流体の先端が $\theta = 59^\circ$ となる深度に到達すると, 浸透率の急激な低下に伴って流体体積分率は急激に上昇する. 深度ごとの流体体積分率の時間変化を見ていくと, 流体の先端がある深度に到達したとき流体体積分率は急激に上昇するが, その深度における流量が領域下部からの流入量と等しくなる流体体積分率となってからは一定値となり時間変化しなくなる. しかし, 最上部の空間点では浸透率が 0 となり, 流出する流量が 0 となるため流体が徐々にたまっていき, 時間を経るにしたがって流体体積分率が増加する. 最上部の空間点では 120 kyr で流体体積分率が 1 となり, それ以降の時間からは最上部の一つ下の空間点において流体体積分率が増加し始める. したがって, 120 kyr 以上の長い時間が経過すると, 領域の最上部に水で完全に満たされた空間が形成されることになる. また, 流速の深度分布を見ていくと, 流速は Q_L/ϕ_L で求められるため, 流体体積分率と逆の変化を示す. 時間変化に関しても同様である.

次に, 領域最上部から深度 0 m , $3,000 \text{ m}$, $7,000 \text{ m}$ の空間点における流体体積分率および流速の時間変化を見ていく (図 4.12 ~ 4.17). 深度 0 m 以外の点においては, 流体が到達すると流体体積分率が急激に上昇し, すぐに時間変化しない一定の値となる. しかし, 深度 0 m の最上部の空間点においては, 流体の到達後時間に対して線型的に流体体積分率が増加し, やがて流体体積分率は 1 となる.

また, 与える粒径と境界条件の結果に対する影響を見る. 境界条件を $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}^2$ に固定し, 粒径の変化に対する結果の変化 (図 4.12 ~ 4.14) を見ると, 深度 $3,000 \text{ m}$, $7,000 \text{ m}$ においては, 粒径が 2 倍になると, 定常状態のときの流体体積分率は $2/3$ 程度になることが分かる. 一方, 定常状態のときの流速は粒径が 2 倍になると 1.5 倍程度増加する. したがって, この深度では粒径の増加は, 流速に対して増加させる方向に働き, 流体体積分率に対しては減少させる方向に働くことが分かる. 深度 0 m の点

においては、粒径の違いは流体の到達時間の違いとして現れ、その後の流体体積分率の時間変化率には違いが見られない。

粒径を 1 mm に固定し、境界条件の変化に対する結果の変化（図 4.15～4.17）を見ると、深度 3,000 m, 7,000 m においては、境界条件が 2 倍になると、定常状態のときの流体体積分率はおよそ 1.3 倍となる。また、定常状態のときの流速はおよそ 1.6 倍となる。深度 0 m の空間点においては、境界条件が大きくなると流体の到達時間が流速の増加に伴って早くなり、流体到達後は境界条件で与えた流量の流体がたまっていくため、流体体積分率の時間変化率は大きくなる。したがって、領域の下部からの一定流量の増加は、流速、流体体積分率ともに増加させる方向に働くことが分かる。

4.3. 考察

計算結果からわかるように、本解析結果は境界条件より粒径に対して感度が高い。これは、3 章で導いた浸透率が粒径の 2 乗に比例する関数であることからわかる。したがって、領域内に流入する流体流量を制約することができれば、これまでの地震波速度構造や電気伝導度分布を用いた地殻深部の流体量の推定と、本解析結果を合わせていくことで、流体が存在する領域における粒径分布をある程度予測することができるかもしれない。

また、本研究で行ったような数値解析は、地殻深部における流体体積分率の変化の途中過程を見ることができるといえる点で重要である。例えば、地殻深部において流体体積分率が 40% に達すること（Uyeshima et al., 2012）のメカニズムは次のように説明できる、固液 2 面角が増大し、固液 2 相系の濡れ性が低下してくると、浸透率が低下するが、深部から一定流量で流体が供給されているとすると、質量保存を満たすために領域の流体体積分率が増大し、40% 程度の流体体積分率を達成しうる。従来の地下深部流体シミュレーションに用いられていた浸透率には、固液 2 面角の概念が用いられていないため、本研究の数値解析結果が示したような、流体体積分率数%から 100% に至る変化の途中過程は見ることができないとも解釈できる。

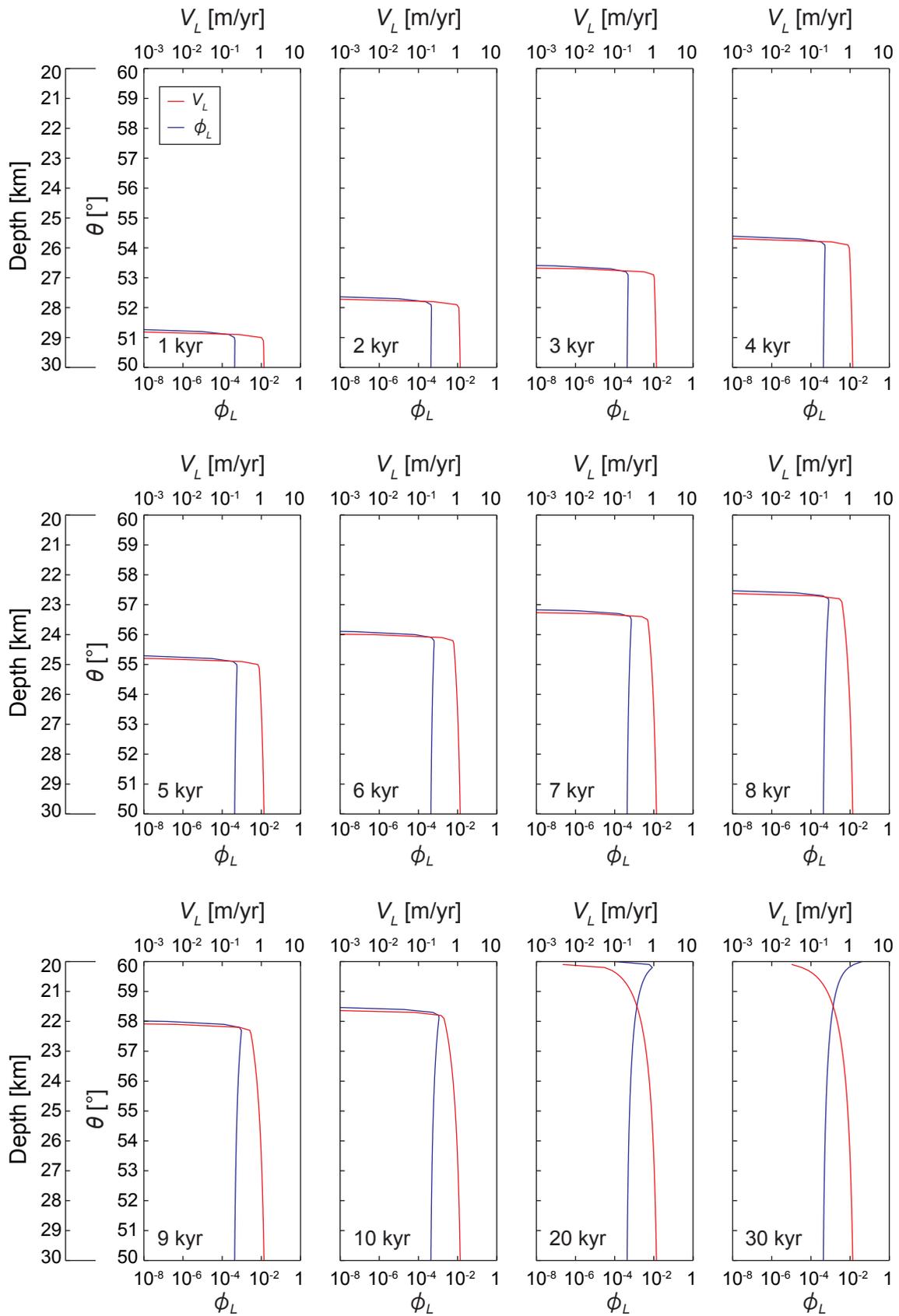


図 4.3 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

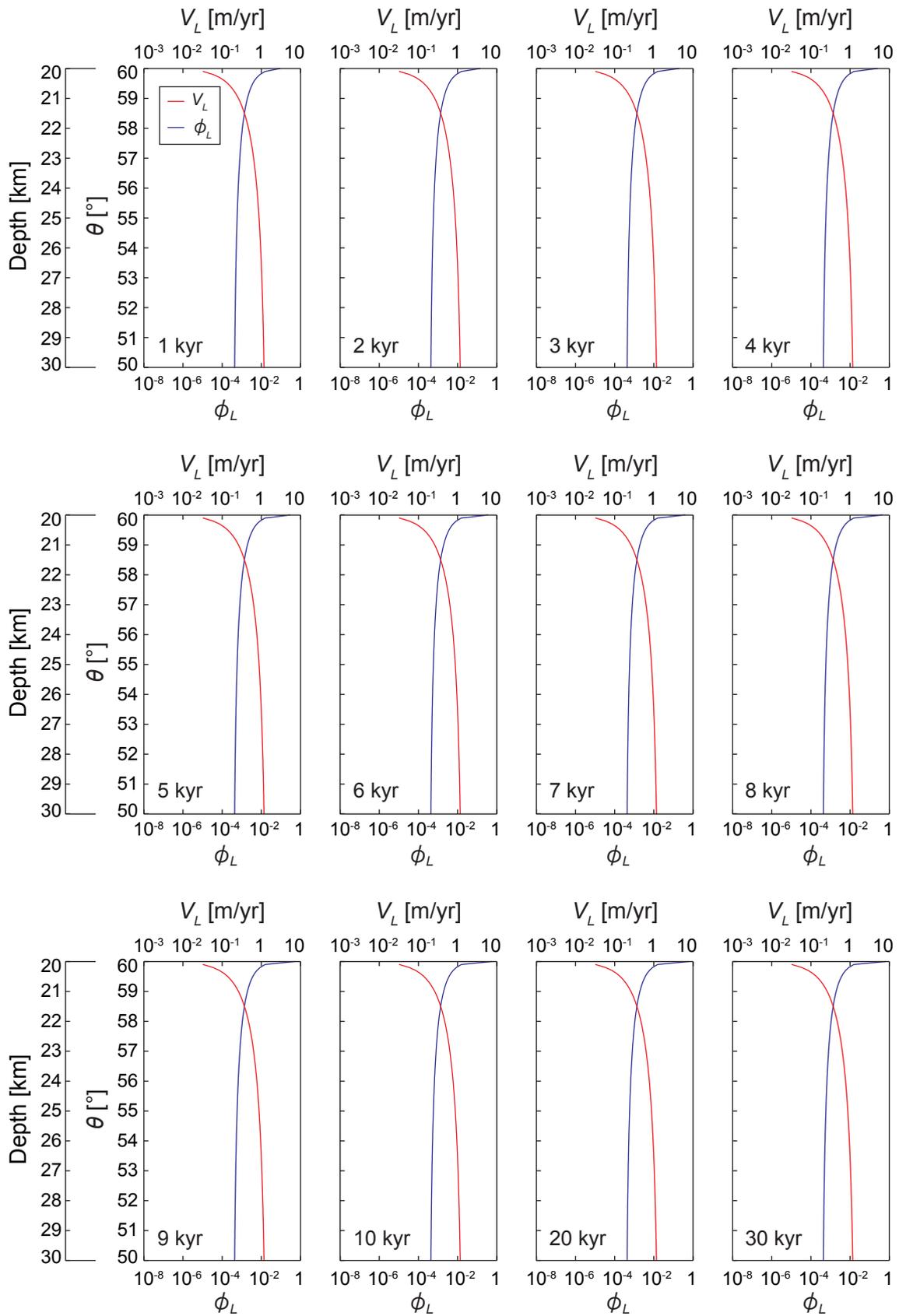


図 4.3 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

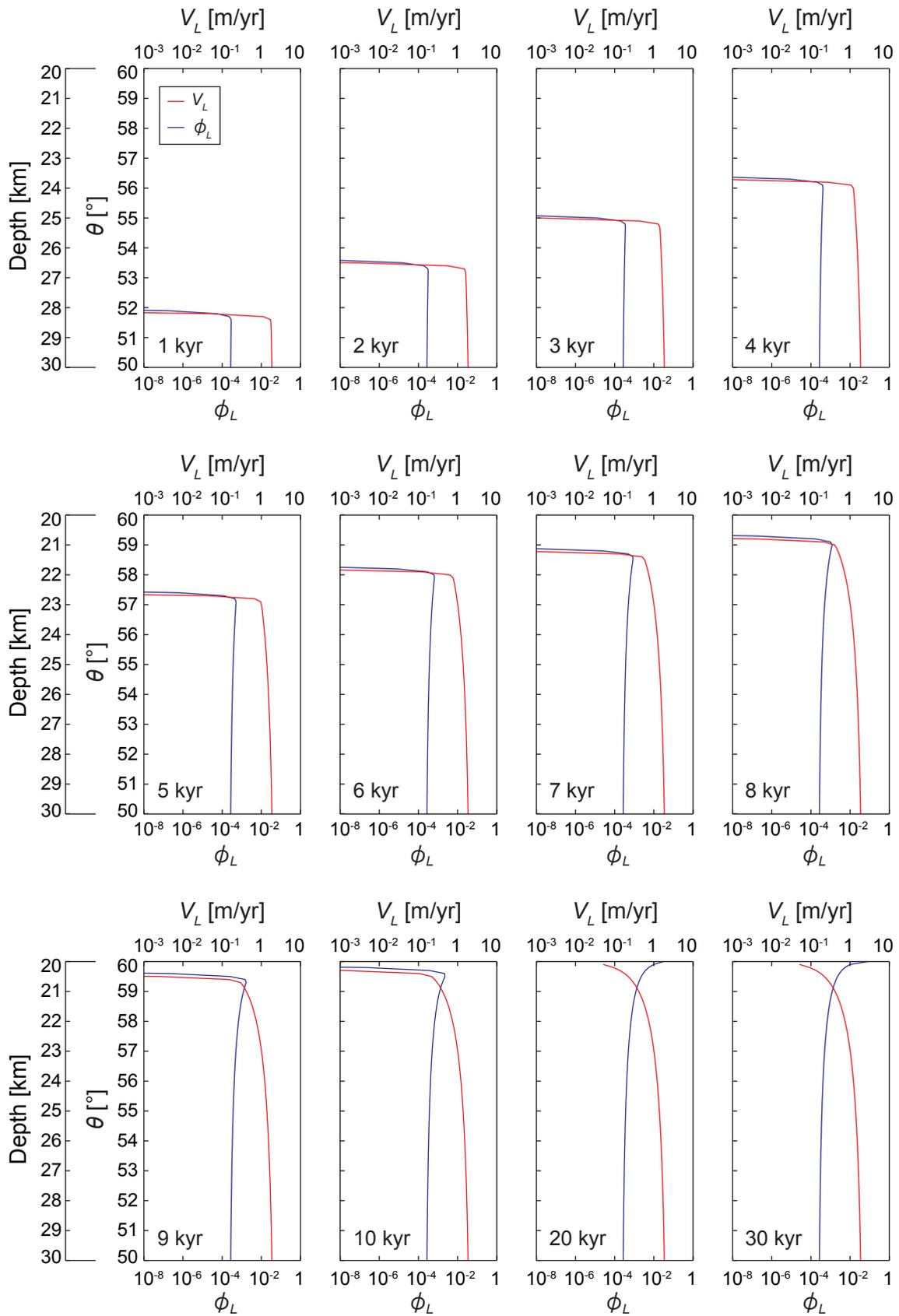


図 4.4 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

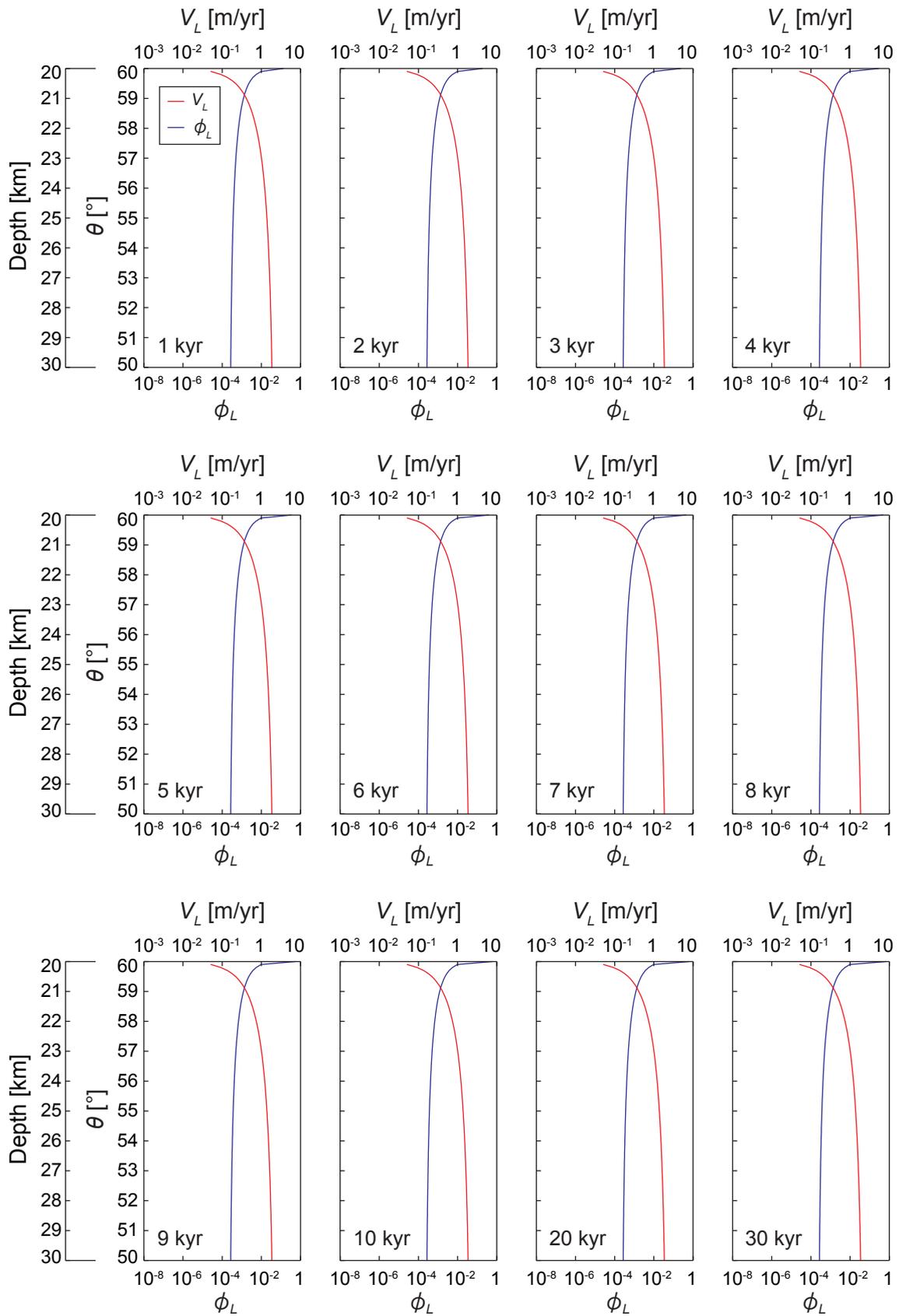


図 4.4 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

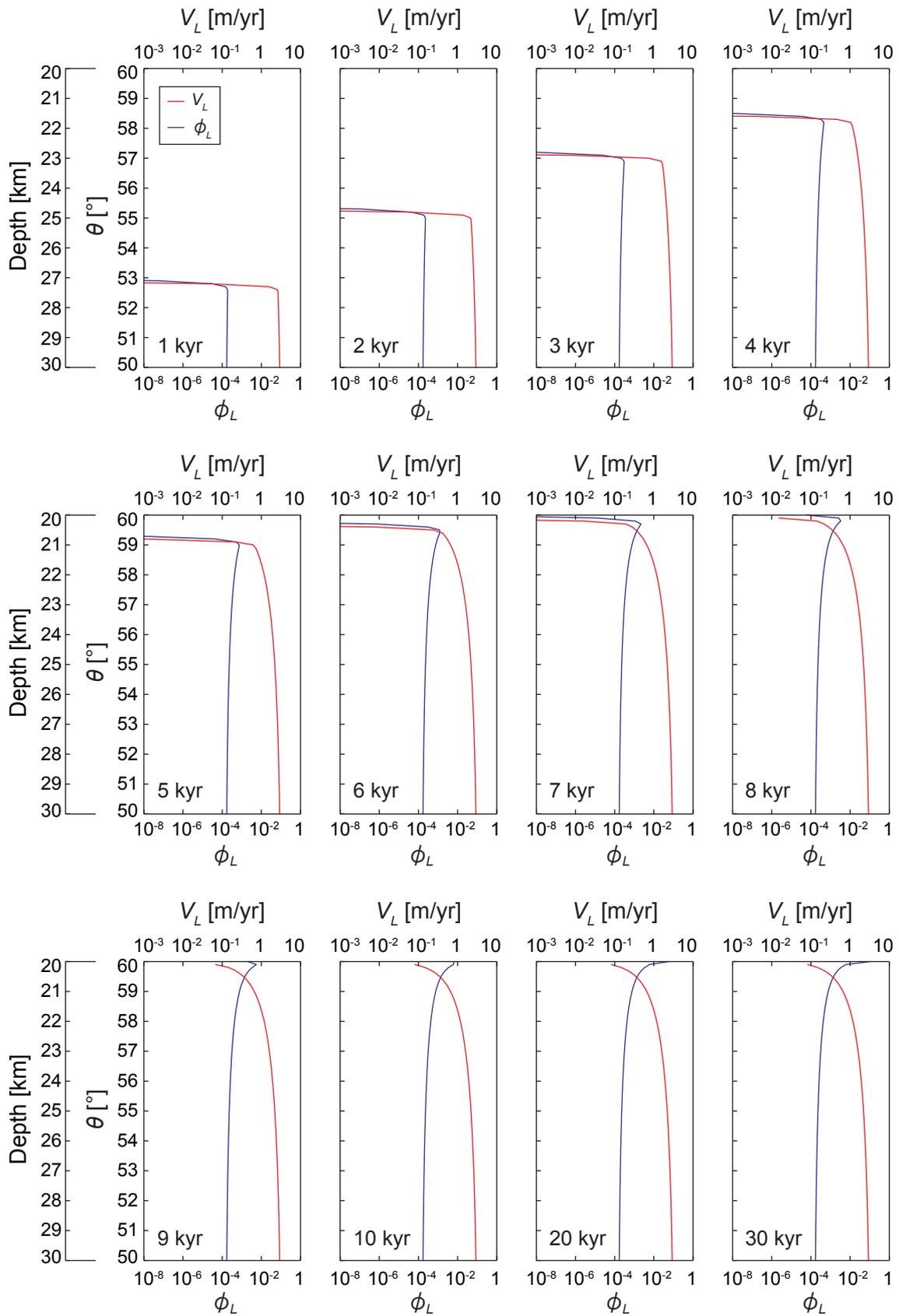


図 4.5 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

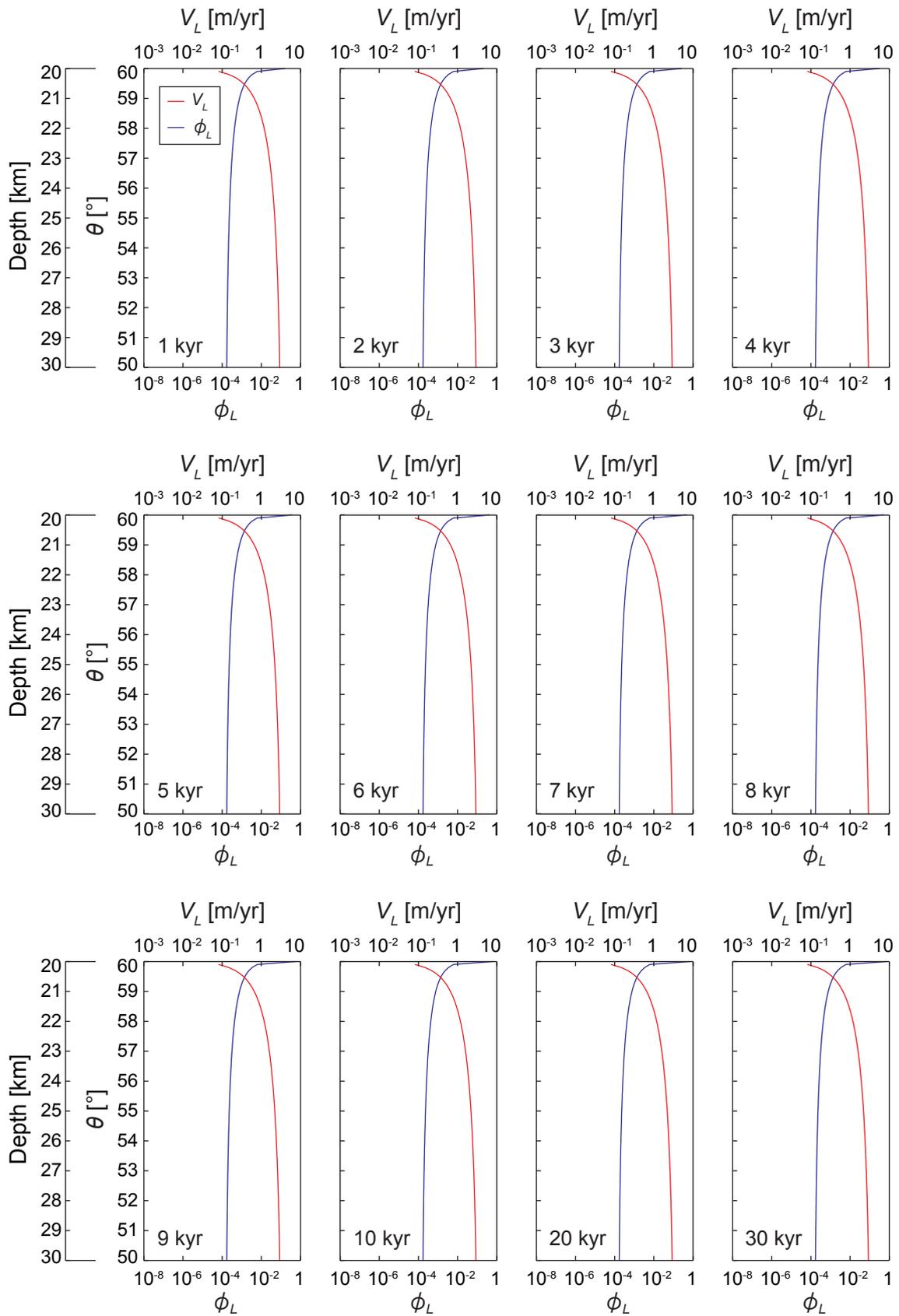


図 4.5 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

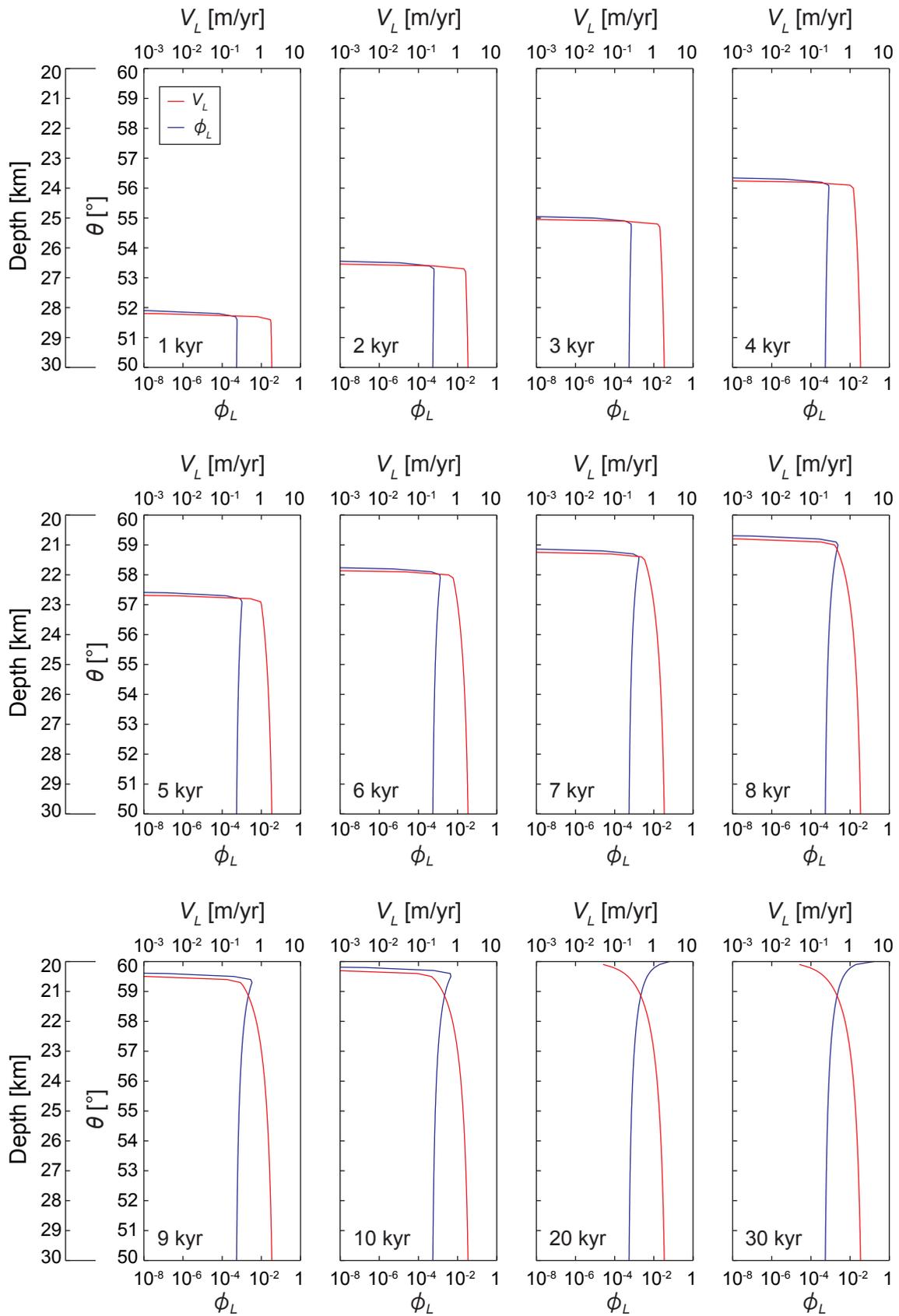


図 4.6 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

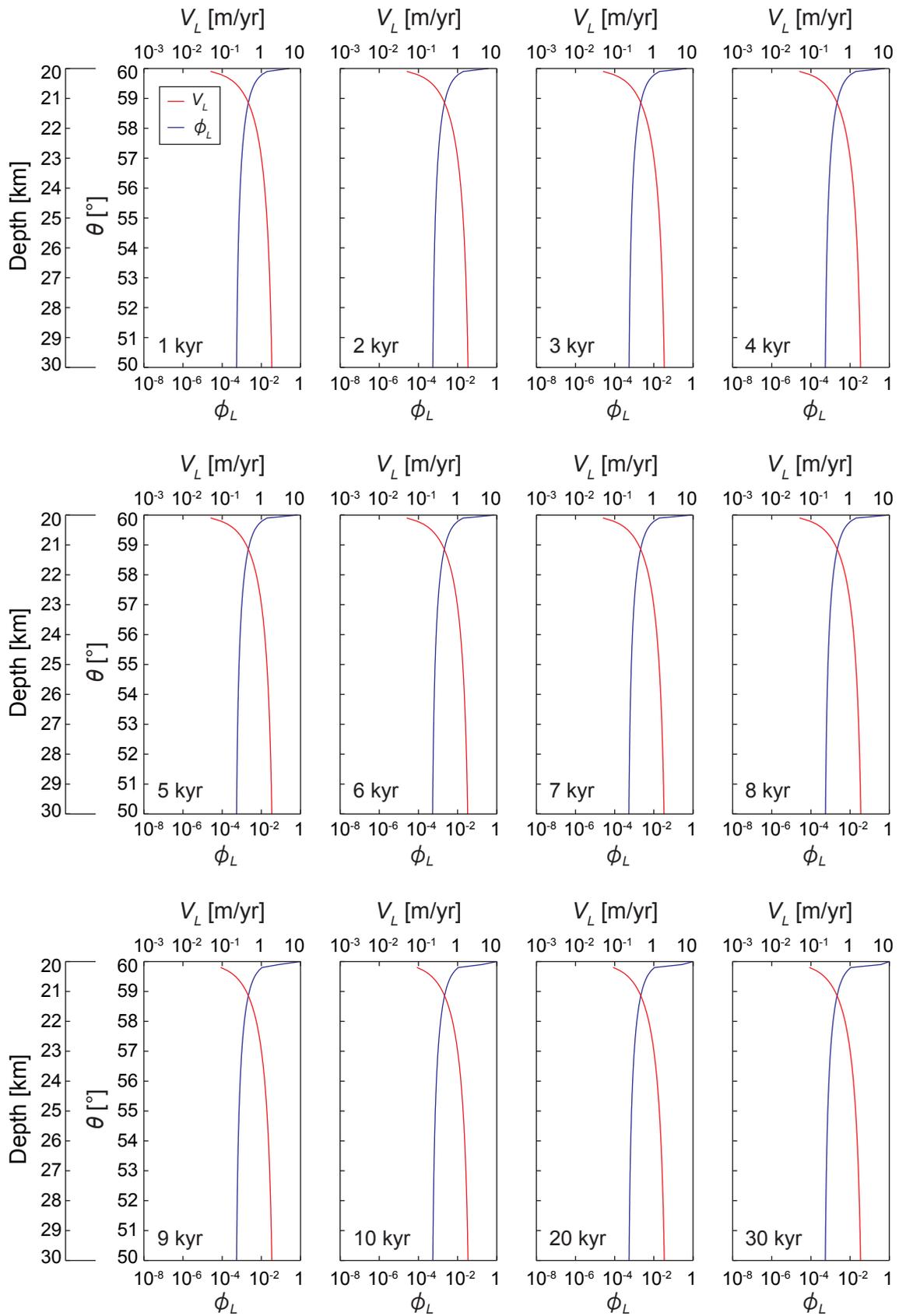


図 4.6 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

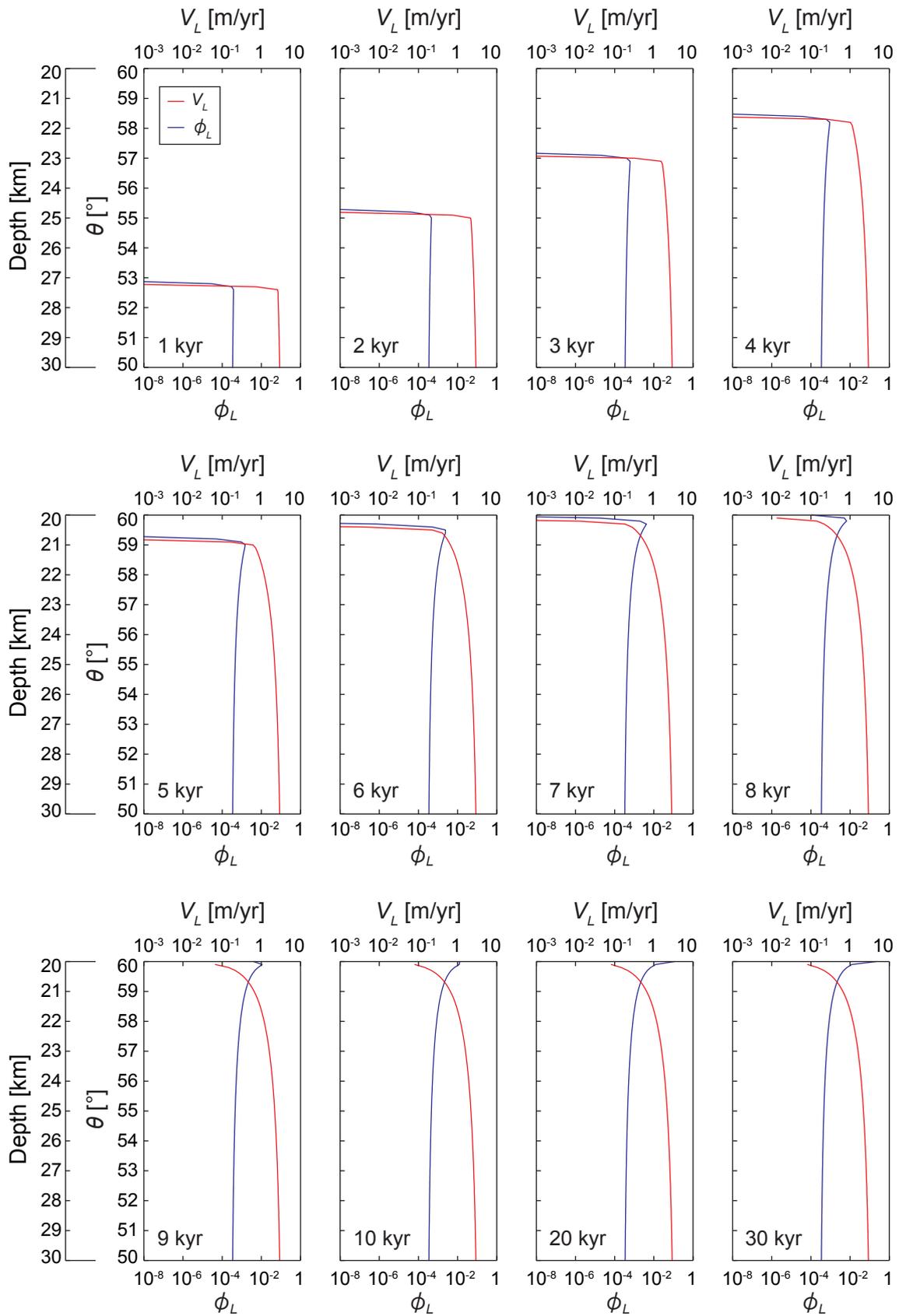


図 4.7 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

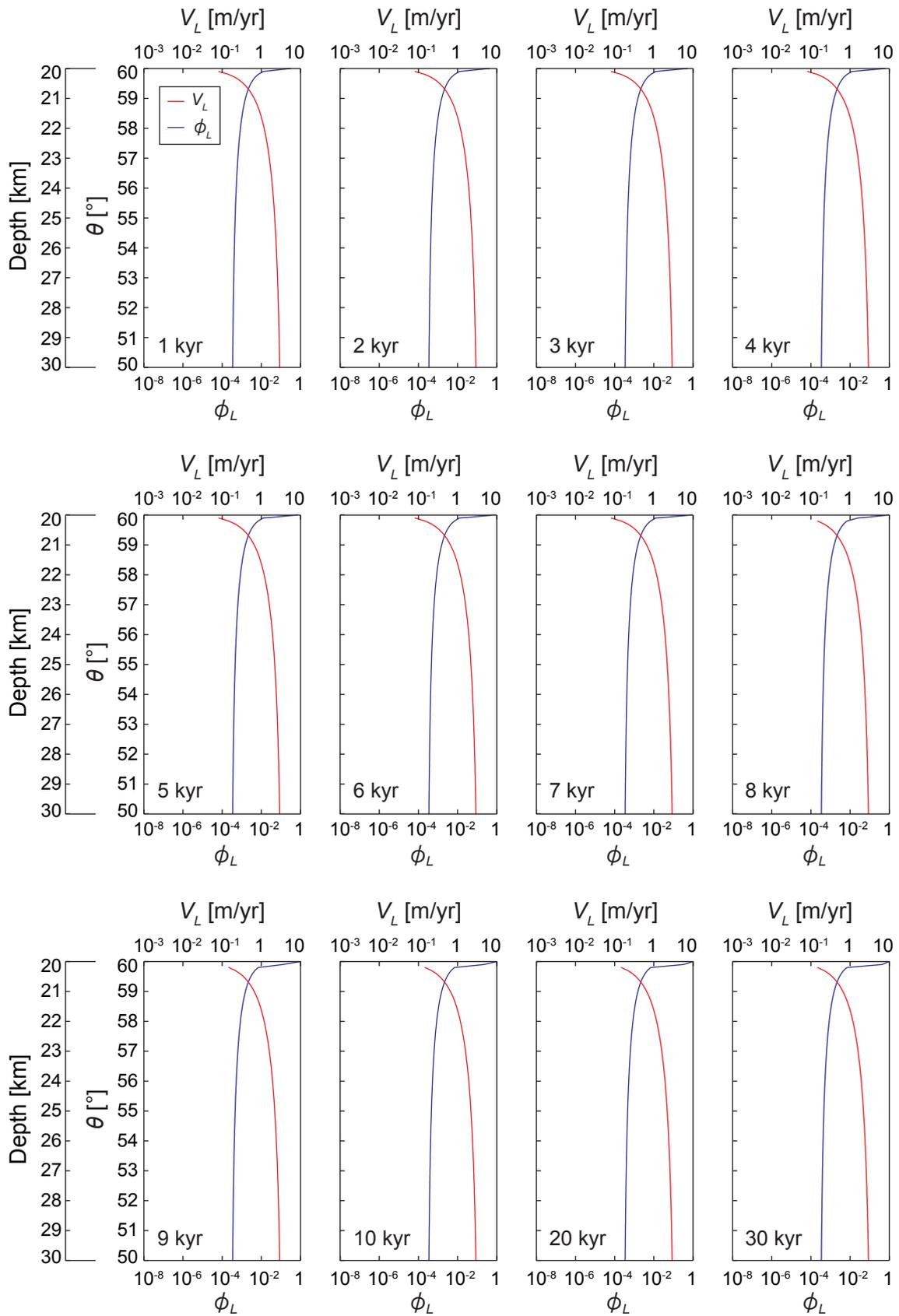


図 4.7 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

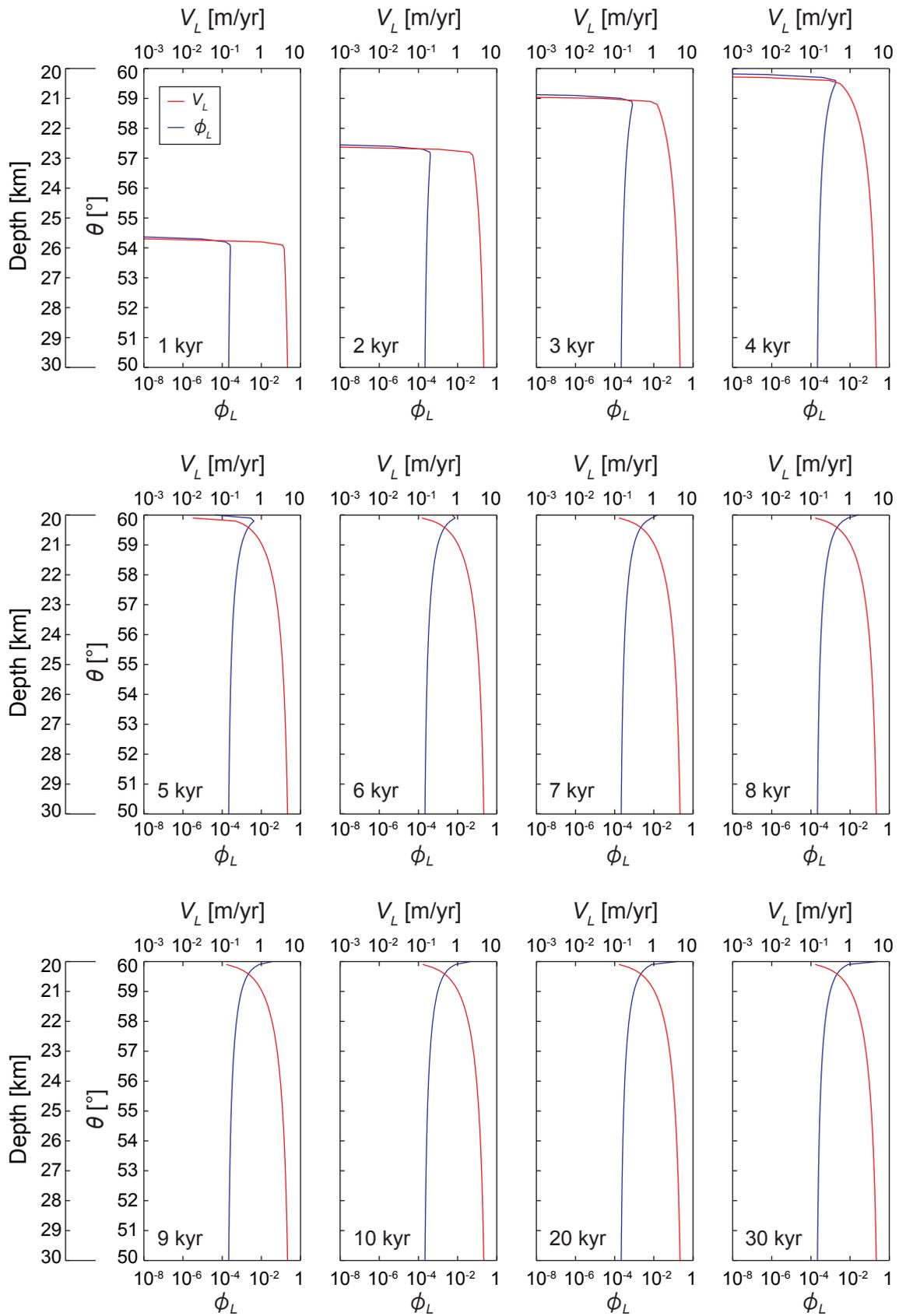


図 4.8 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

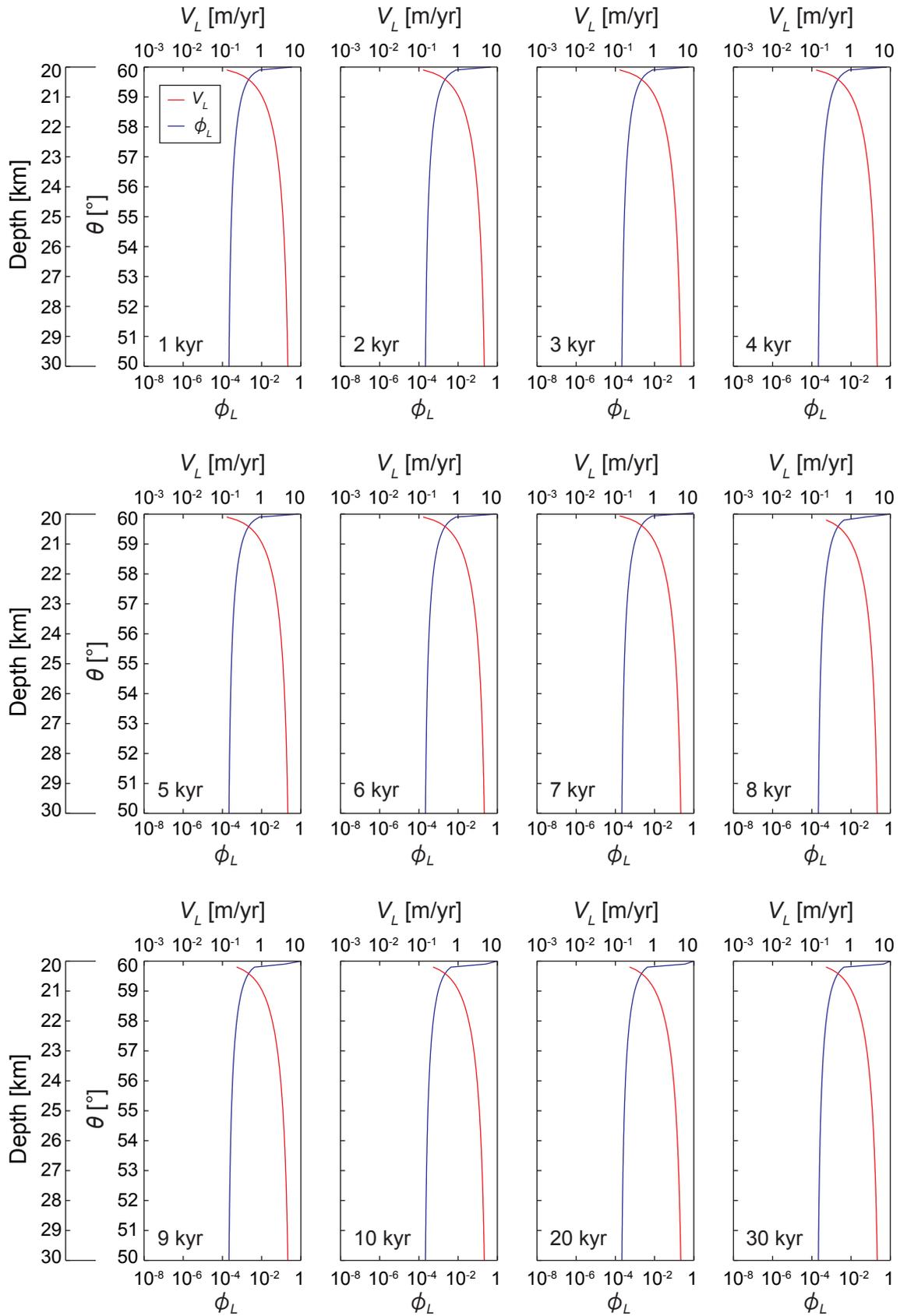


図 4.8 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

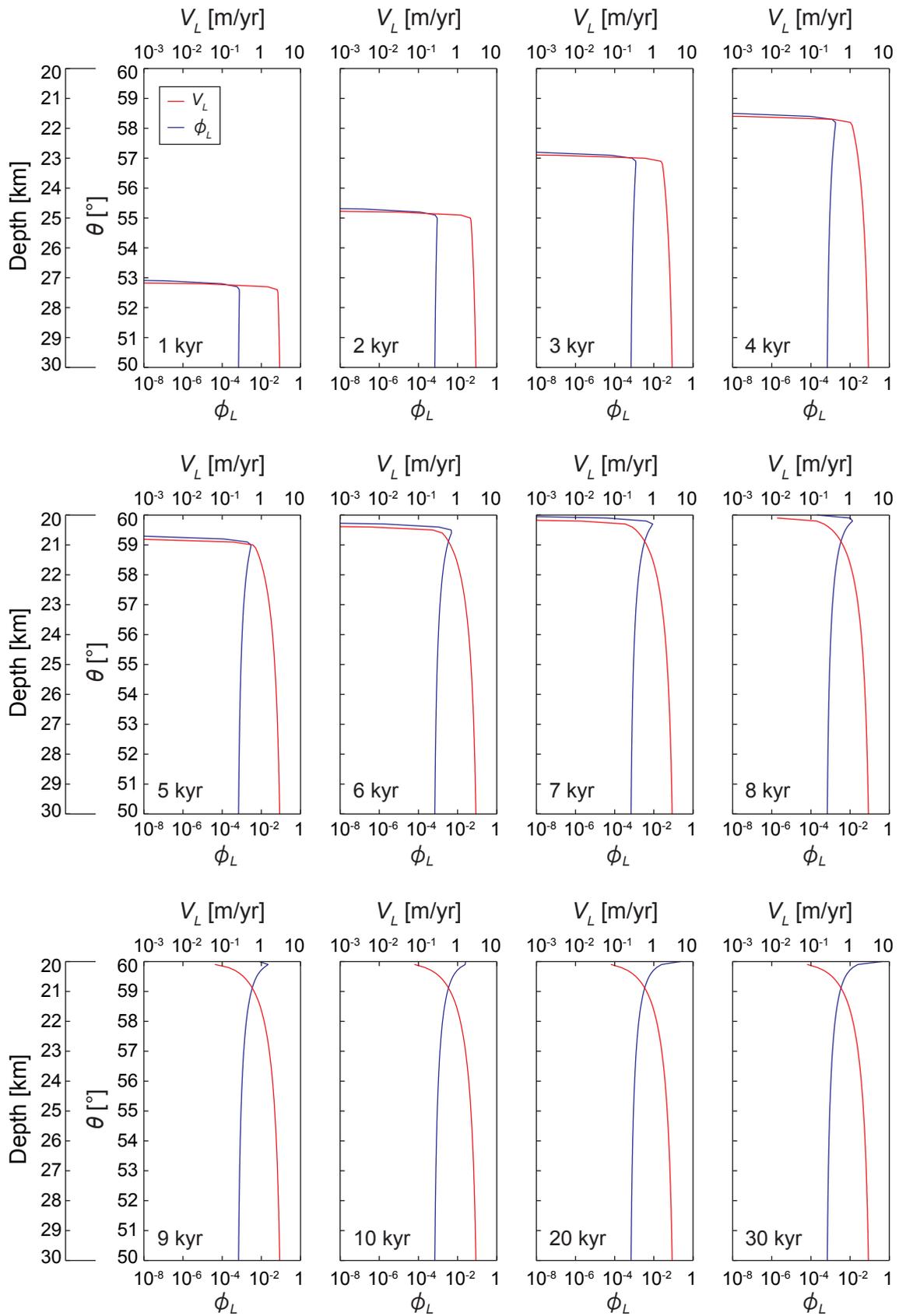


図 4.9 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

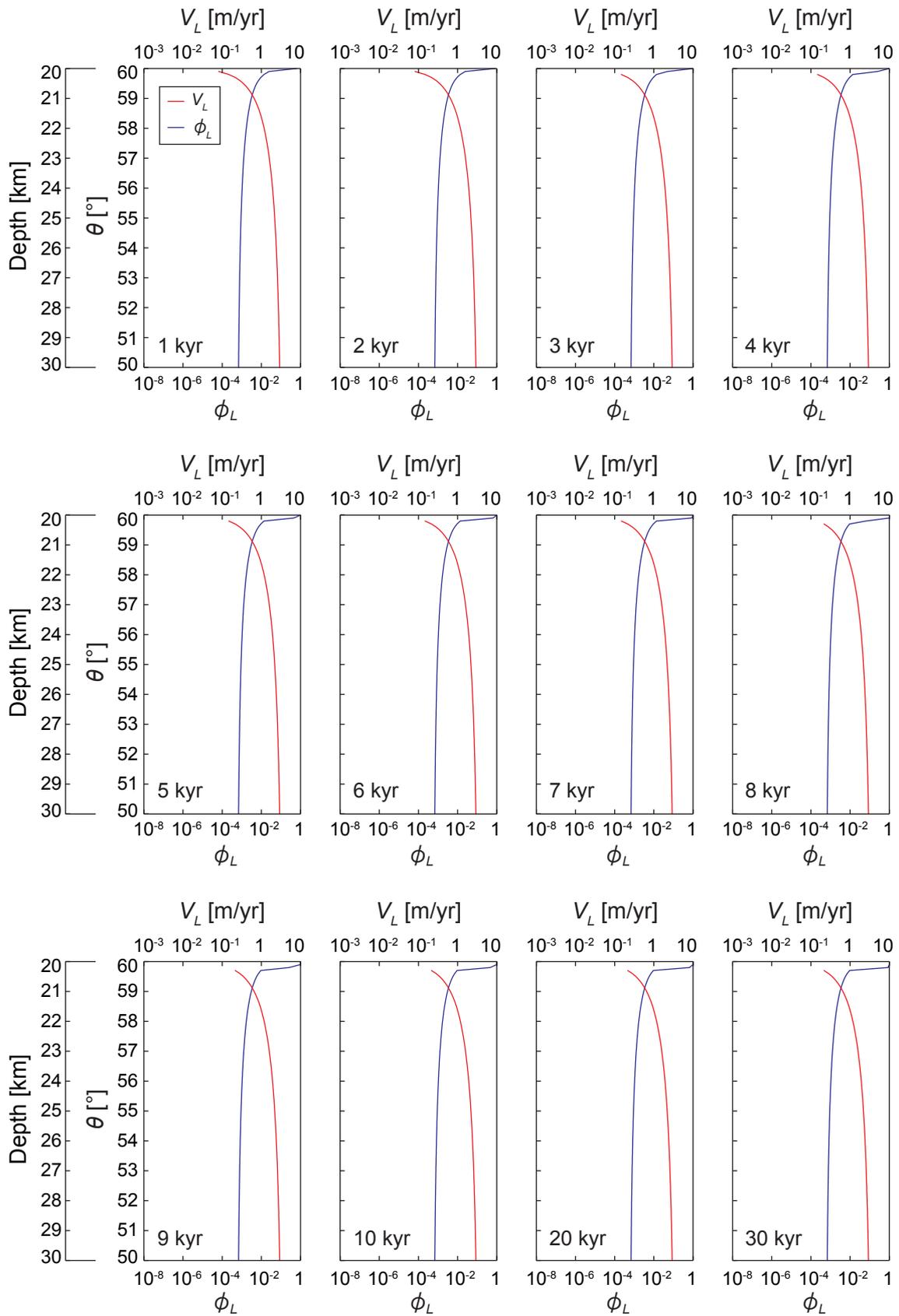


図 4.9 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

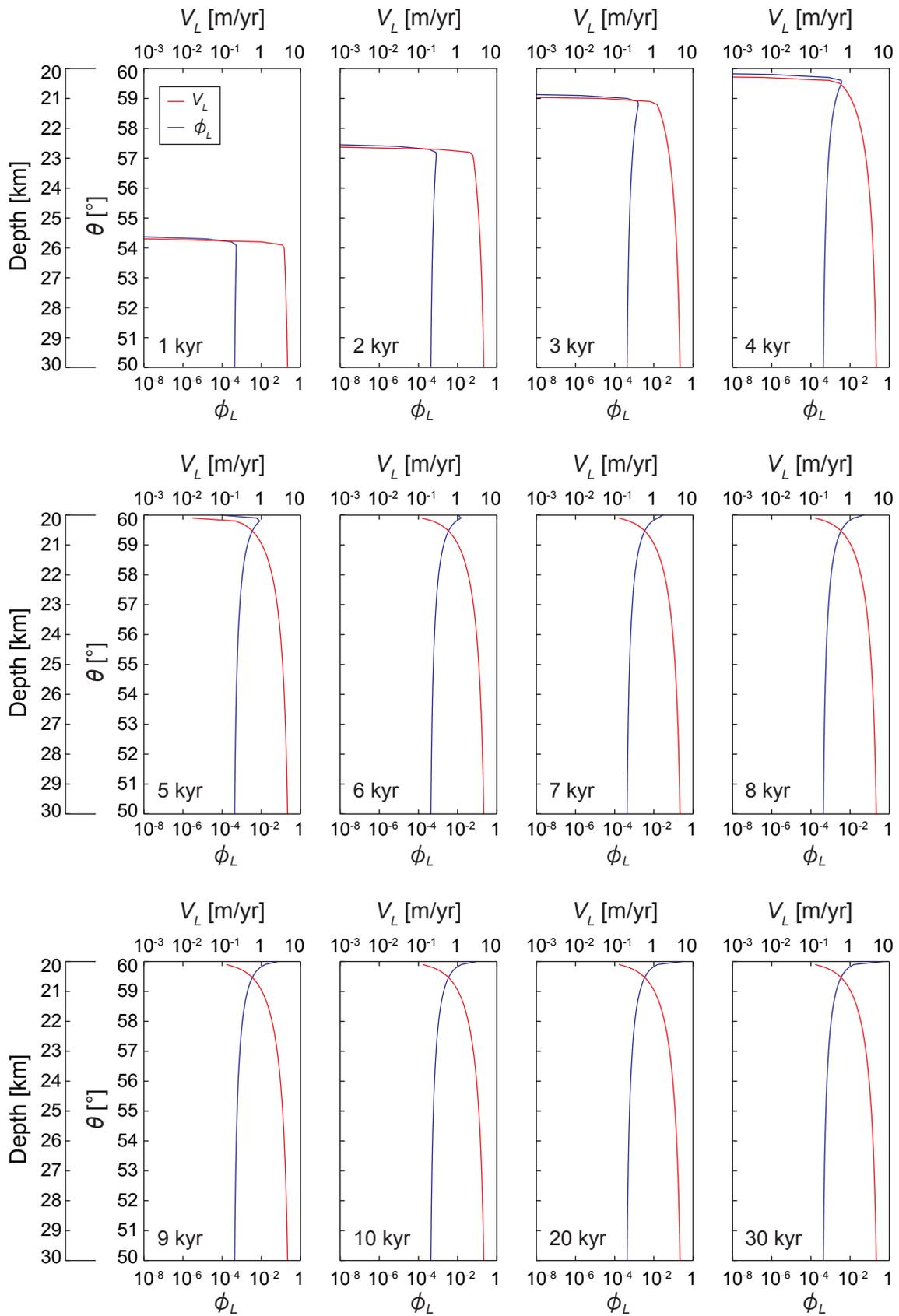


図 4.10 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

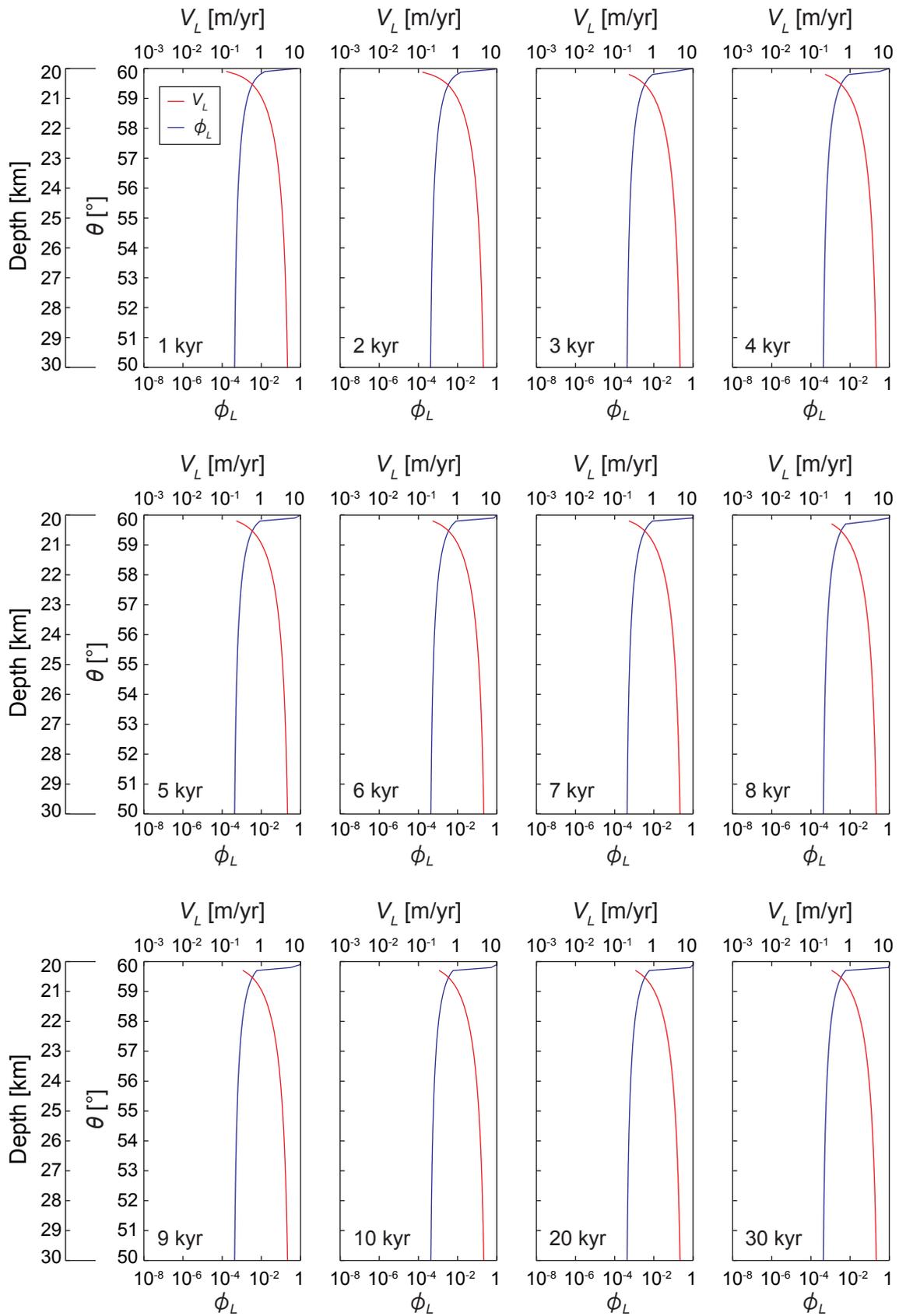


図 4.10 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

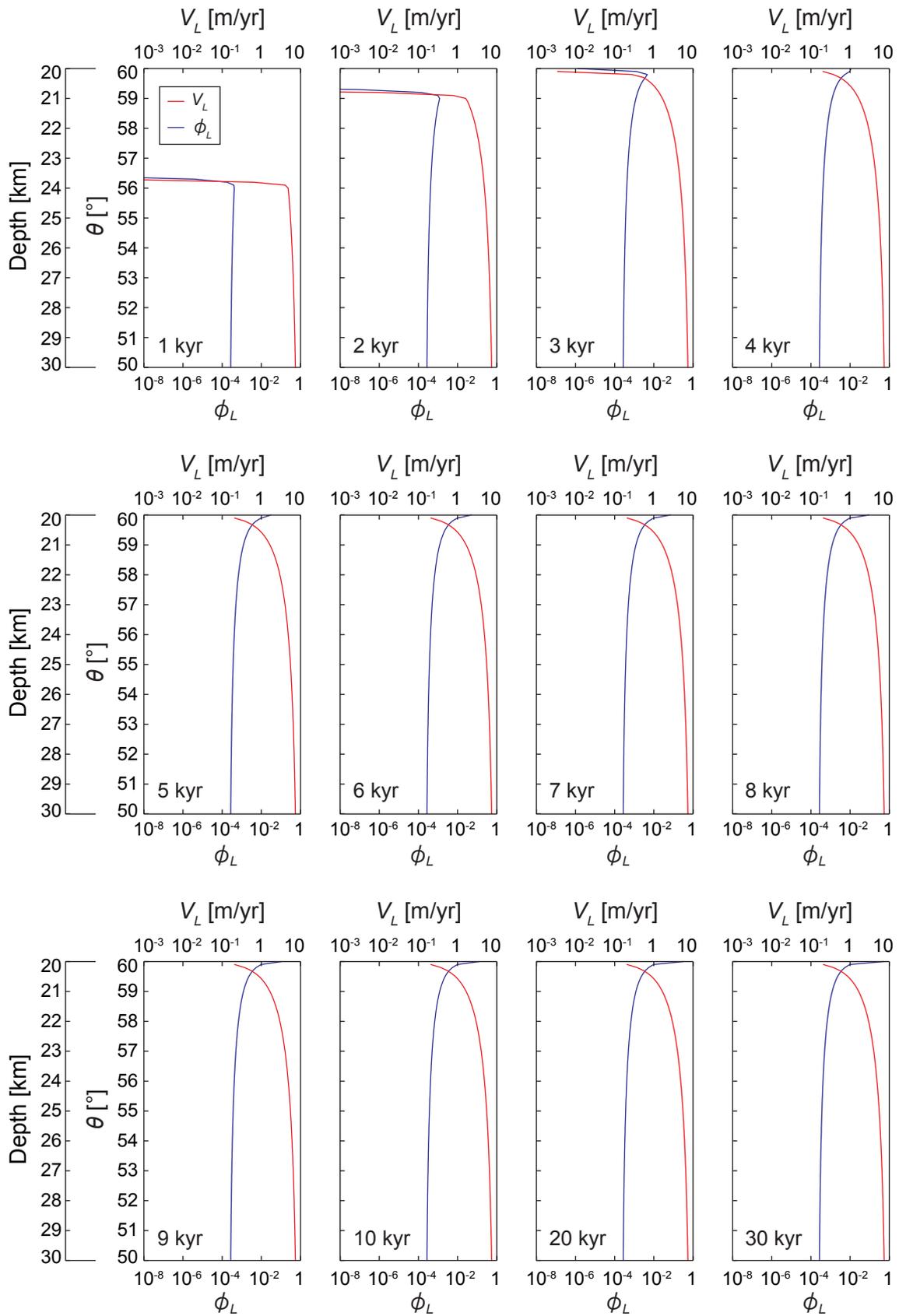


図 4.11 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果.

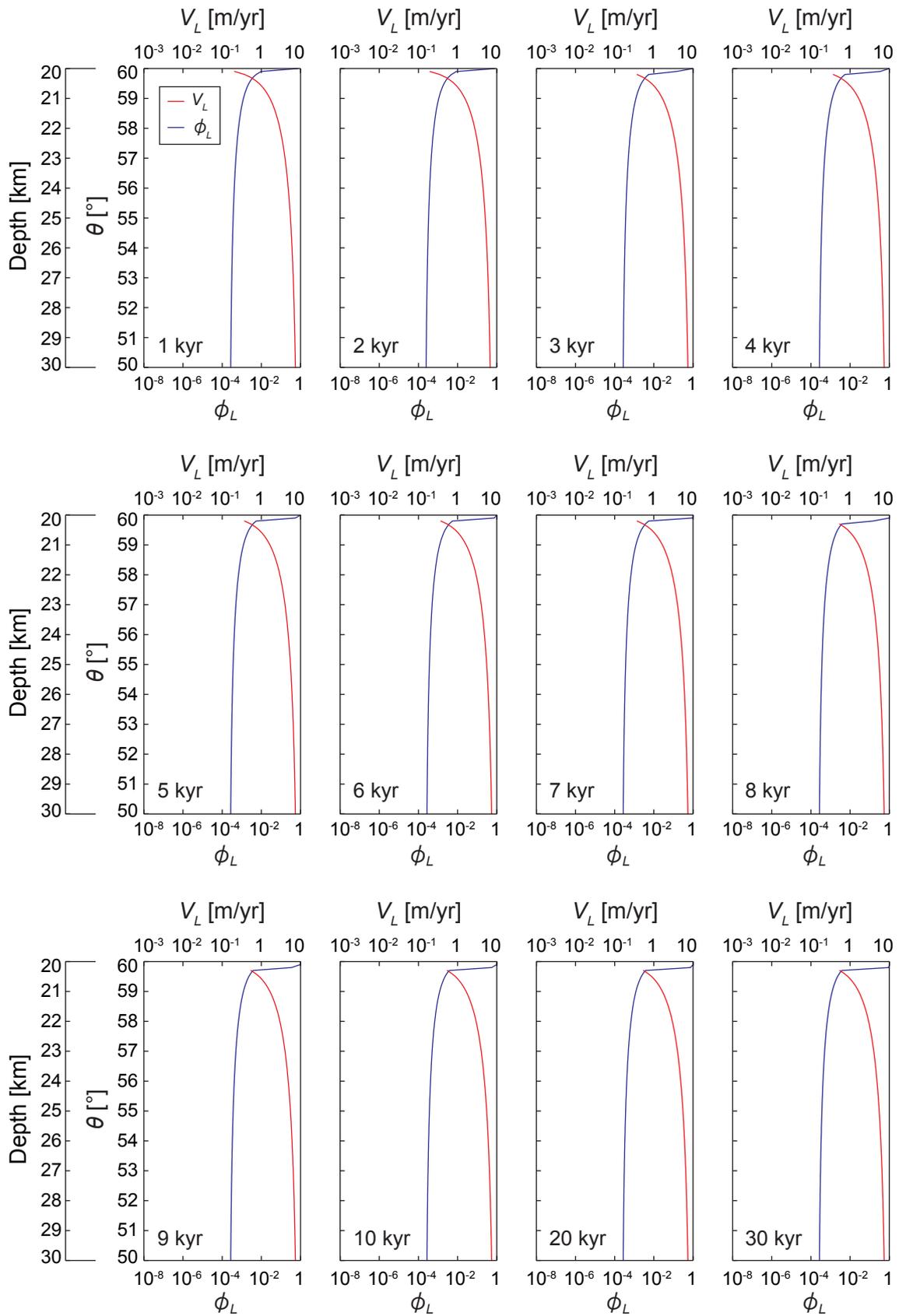


図 4.11 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$ のときの結果 (続き).

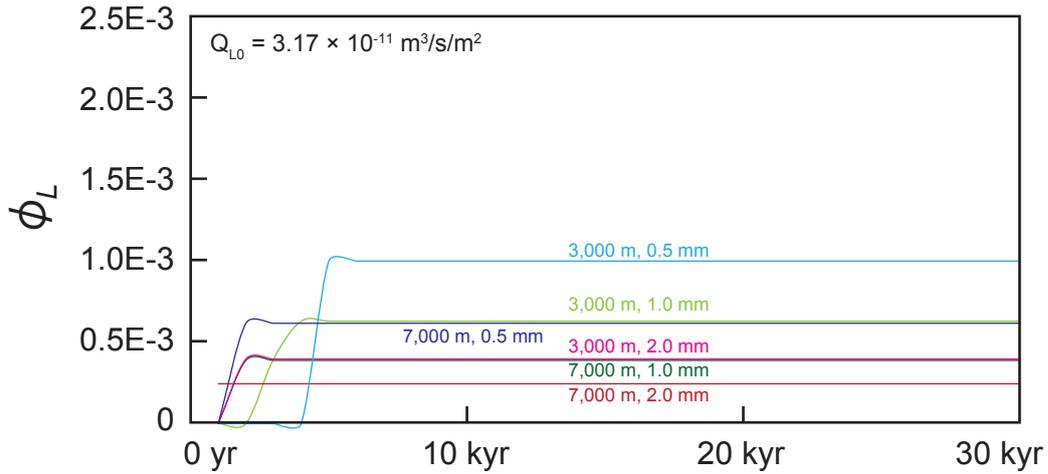


図 4.12 深度 3,000 m, 7,000 m における粒径が変化したときの流体体積分率時間変化.

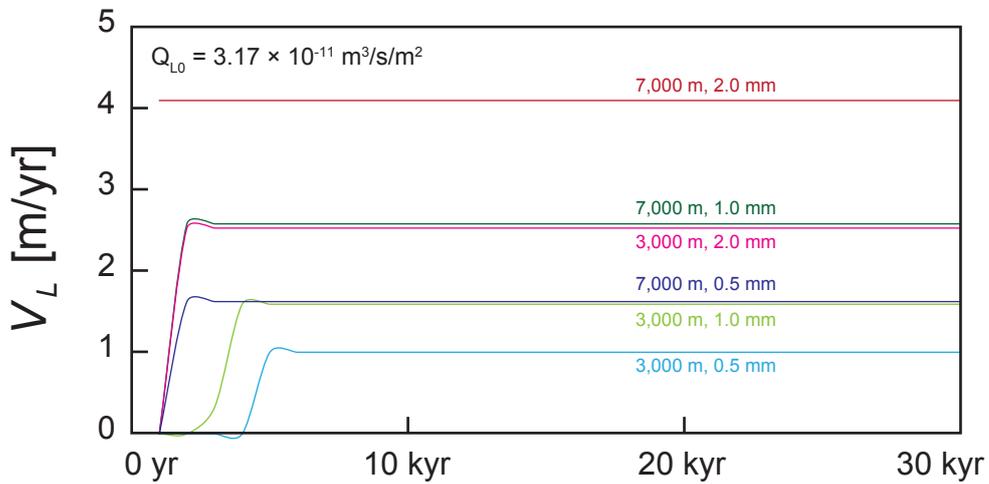


図 4.13 深度 3,000 m, 7,000 m における粒径が変化したときの流速時間変化.

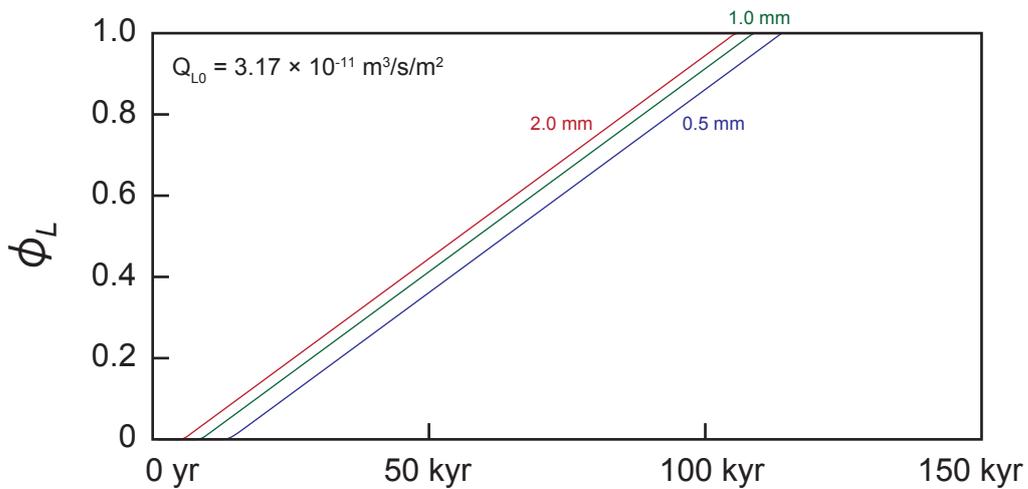


図 4.14 最上部の空間点における粒径が変化したときの流体体積分率変化.

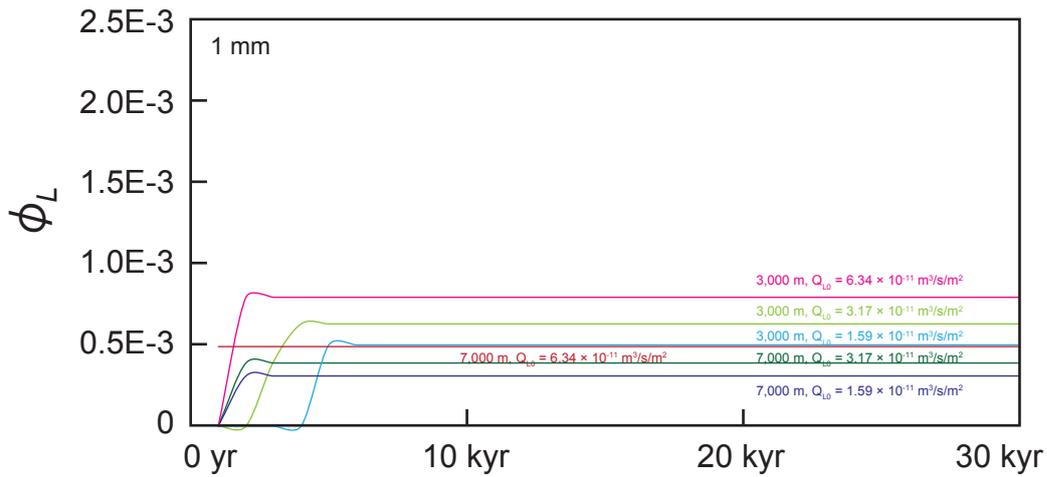


図 4.15 深度 3,000 m, 7,000 m における境界条件が変化したときの流体体積分率時間変化.

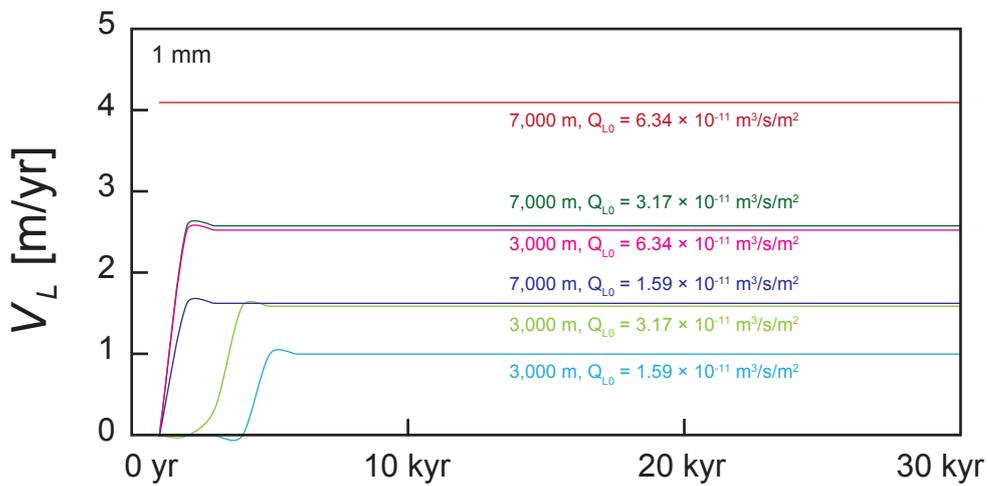


図 4.16 深度 3,000 m, 7,000 m における境界条件が変化したときの流速時間変化.

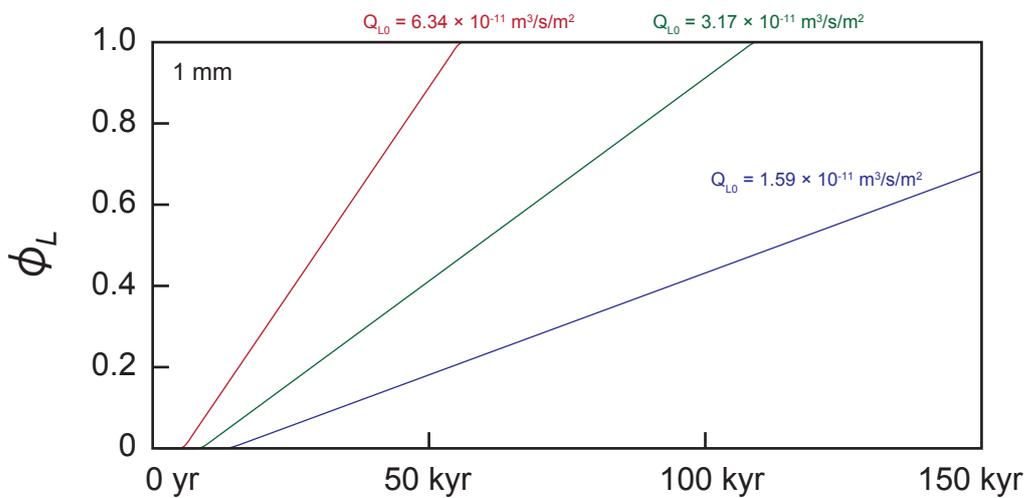


図 4.17 最上部の空間点における境界条件が変化したときの流体体積分率変化.

5. 固相の変形を考慮した流動方程式

5.1. 物理的背景

2章, 4章では, 固相の変形速度が流体の流速よりも早く, 流体の流れは流体の粘性に支配されることを仮定し, 固相の変形を無視して定式化及び計算を行った. しかし, 実際には固相の粘性は液相に比べて極めて大きく, 例えばマンツルの粘性が10の21乗程度であるのに対し, 4章の数値解析では液相の粘性を 10^4 と設定しており, 25ものオーダーの違いがある. したがって, スラブ起源流体の移動は, その大部分が固相の粘性に支配されると考えられる. 本章では固相の変形を考慮した定式化を行う.

2章で述べたように, スラブ起源流体の流動は, 液相を含む固相粒子のフレームワークの変形によって液相が吸い込まれ, 絞り出されることによって移動する現象としてモデル化できる(小屋口, 2000). このとき, 固相と液相は非圧縮性流体と仮定すると, 固相のフレームワークは固相粒子自体の非圧縮性を保ったまま, 変形によって空隙の大きさを変えることができる. つまり固相のフレームワークは圧縮性をもち, 固相のフレームワークの体積変化が液相の吸い込み, 絞り出しを駆動しているといえる. したがって, 固相の変形を考慮した式には, 多結晶体の空隙中を流れる流体の流れに関する式と固相のせん断変形, 固相が構成するフレームワークの体積変化を記述する式が含まれることになる. 具体的には, 2相の流れの抵抗力として, 多結晶体の空隙を流れる流体の粘性抵抗力と固相の粘性抵抗力, 固相フレームワークの体積変化に対する抵抗力が含まれることになる. 次項からこれらのことを踏まえて定式化を行う.

5.2. 考慮する現象の定式化

5.2.1. 質量保存則

本項では考慮する現象の定式化を行う. まず, 固相フレームワークと液相の2相に関する質量保存の式として,

$$\frac{\partial(\phi_k \rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\phi_k \rho_k V_{kj})}{\partial x_j} = 0 \quad (5.1)$$

が2相それぞれについて2つ得られる. ただし, 2相間の相変化は考慮しない. 添え字の k は k 相を表し, 液相を L , 固相フレームワークを F の添え字で表す. また, 2相の体積分率については, 2章と同様に

$$\phi_L + \phi_F = 1 \quad (5.2)$$

が成り立つ.

5.2.2. 運動量保存則

次に、各相についての運動量保存の式を導く. Δx_1 , Δx_2 , Δx_3 の大きさをもつ微小領域を考える. 時間 Δt の間に x_1 方向の運動によって運ばれる領域内における x_1 方向の運動量変化は、領域内における運動量の流入と流出の差をとることで、

$$\rho_k V_{k1} \Delta t \Delta x_2 \Delta x_3 V_{k1} - \left(\rho_k + \frac{\partial \rho_k}{\partial x_1} \Delta x_1 \right) \left(V_{k1} + \frac{\partial V_{k1}}{\partial x_1} \Delta x_1 \right) \Delta t \Delta x_2 \Delta x_3 \left(V_{k1} + \frac{\partial V_{k1}}{\partial x_1} \Delta x_1 \right) \quad (5.3)$$

となる. また、時間 Δt の間に x_2 方向の運動によって運ばれる領域内における x_1 方向の運動量変化は、

$$\rho_k V_{k1} \Delta t \Delta x_1 \Delta x_3 V_{k1} - \left(\rho_k + \frac{\partial \rho_k}{\partial x_2} \Delta x_2 \right) \left(V_{k2} + \frac{\partial V_{k2}}{\partial x_2} \Delta x_2 \right) \Delta t \Delta x_1 \Delta x_3 \left(V_{k1} + \frac{\partial V_{k1}}{\partial x_2} \Delta x_2 \right) \quad (5.4)$$

となる. 式 (5.4) と同様にして、時間 Δt の間に x_3 方向の運動によって運ばれる領域内における x_1 方向の運動量変化が得られ、これら 3 つの式を加えると、領域内に流入する x_1 方向の運動量は、

$$- \left(\frac{\partial \rho_k V_{k1} V_{k1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho_k V_{k1} V_{k2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho_k V_{k1} V_{k3}}{\partial x_3} \right) \Delta t \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \quad (5.5)$$

となる. また、時間 Δt の間における領域内の x_1 方向の運動量の変化は、

$$\begin{aligned} & \left(\rho_k + \frac{\partial \rho_k}{\partial t} \Delta t \right) \left(V_{k1} + \frac{\partial V_{k1}}{\partial t} \Delta t \right) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 - \rho_k V_{k1} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \\ &= \frac{\partial \rho_k V_{k1}}{\partial t} \Delta t \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \end{aligned} \quad (5.6)$$

である.

領域に働く力を考える. この力には面積力と体積力があり、面積力として x_1 方向に

向く面に働く応力ベクトルを τ_1 , その x_1 成分を τ_{11} とする. また, x_2 方向に向く面に働く応力ベクトルを τ_2 , その x_1 成分を τ_{21} とする. 同様にして, x_3 方向に向く面についても同様に応力ベクトルを定義する. すると, 領域に働く x_1 方向の面積力は,

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left(\tau_{k11} + \frac{\partial \tau_{k11}}{\partial x_1} \Delta x_1 \right) - \tau_{k11} \right\} \Delta x_2 \Delta x_3 \\
& + \left\{ \left(\tau_{k21} + \frac{\partial \tau_{k21}}{\partial x_2} \Delta x_2 \right) - \tau_{k21} \right\} \Delta x_1 \Delta x_3 \\
& + \left\{ \left(\tau_{k31} + \frac{\partial \tau_{k31}}{\partial x_3} \Delta x_3 \right) - \tau_{k31} \right\} \Delta x_1 \Delta x_2 \\
& = \left(\frac{\partial \tau_{k11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{k21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{k31}}{\partial x_3} \right) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3
\end{aligned} \tag{5.7}$$

となる. ここで, x_1 方向の体積力を F_1 とすれば, 領域に働く x_1 方向の体積力は,

$$F_{k1} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \tag{5.8}$$

となるから, 時間 Δt の間における領域に働く x_1 方向の力積は, 式 (5.7) および式 (5.8) を用いて,

$$\left(\frac{\partial \tau_{k11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{k21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{k31}}{\partial x_3} + F_{k1} \right) \Delta t \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \tag{5.9}$$

とかける. したがって, 領域内に流入する運動量 (式 (5.5)) と力積 (式 (5.9)) の和が, 領域内の運動量変化 (式 (5.6)) と等しいことから, x_1 方向の運動量保存式,

$$\frac{\partial(\phi_k \rho_k V_{k1})}{\partial t} + \frac{\partial(\phi_k \rho_k V_{k1} V_{k1})}{\partial x_1} = \frac{\partial(\phi_k \tau_{k11})}{\partial x_1} + F_{k1}$$

が得られる. これを, 各方向について立てると, 各相についての運動量保存式,

$$\frac{\partial(\phi_k \rho_k V_{kj})}{\partial t} + \frac{\partial(\phi_k \rho_k V_{ki} V_{kj})}{\partial x_j} = \frac{\partial(\phi_k \tau_{kij})}{\partial x_j} + F_{ki} \tag{5.10}$$

が得られる. 式 (5.10) の左辺第 1 項は, Navier-Stokes 方程式の時間項に相当し, 左辺

第2項は移流項，右辺第1項は圧力項，粘性項，右辺第1項は外力項に相当する．ここで，外力には2相間の相互作用による運動量輸送と重力が含まれるから，

$$F_{ki} = M_{ki} + \phi_k \rho_k g \delta_{3i} \quad (5.11)$$

と表せる．ここで， M_{ki} は2相間の相互作用による運動量輸送を表し， δ_{3i} はクローネッカーのデルタである．以上の式に加えて， τ_{kij} と M_{ki} 記述する式が必要となる．

5.2.2.1. 圧縮性流体の変形に関する構成方程式

まず， τ_{kij} について考える．圧縮性流体について， τ_{ij} は一般的に変形速度テンソル e_{kl} を用いて，

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \quad (5.12)$$

という線型関係として書くことができる． C_{ijkl} は比例係数となる4階テンソルである．ここで，考慮している物質が力学的性質に等方的であると仮定すると， τ_{ij} は軸方向の変形速度テンソル e_{kk} と，せん断方向の変形速度テンソル e_{ij} を用いて，

$$\tau_{ij} = (-p + \lambda_V e_{kk}) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (5.13)$$

と書くことができる． μ はずり粘性率であり，せん断変形に対する抵抗力を表す． λ_V は第2粘性率と呼ばれる物性値である．また，ここでは物質が静止しているとき，つまり変形速度テンソルが0のときに圧力 p をもつことが考慮されている．変形速度テンソル e_{ij} は

$$e_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.14)$$

であるから，式 (5.13) は，

$$\tau_{ij} = \left(-p + \lambda_V \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.15)$$

となり，この対角成分の和をとると，

$$\tau_{ii} = 3 \left\{ -p + \left(\lambda + \frac{3}{2} \mu \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right\} \quad (5.16)$$

となる．ここで $\frac{\partial V_i}{\partial x_i}$ は軸方向の変形速度であるから， τ_{ii} は物質の体積変化に抵抗する応力であり，その比例係数である体積粘性率 μ^V は，

$$\mu^V = \lambda + \frac{3}{2} \mu \quad (5.17)$$

となる．この体積粘性率を用いて式 (5.15) を書き換えると，変形に関する構成方程式

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \left(\mu^V - \frac{3}{2} \mu \right) \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.18)$$

が得られる．

5.2.2.2. 固相フレームワークの変形に関する構成方程式

液相を含む固相フレームワークについて，その微視的内部構造より十分に大きく，かつ液相と固相の面積比がそれらの体積分率に一致するような面をとると，その面全体に働く応力 τ_{Mij} は，変形速度テンソル e_{Fki} を用いて

$$\tau_{Mij} = -p_M \delta_{ij} + \left(\mu_M^V - \frac{3}{2} \mu_M \right) \frac{\partial V_F}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu_M \left(\frac{\partial V_{Fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{Fj}}{\partial x_i} \right) \quad (5.19)$$

となり，変形に関する構成方程式を得ることができる．ここで添え字の M は固相と液相の混合物 (Mixture) を表す．また，液相および固相フレームワークの応力をその面で平均化すると，

$$\tau_{Mij} \equiv \phi_L \tau_{Lij} + \phi_F \tau_{Fij} \quad (5.20)$$

となる．さらに，変形のない静止状態では液相と固相フレームワークが力学的に釣り合っていると考えられるため，液相と固相フレームワークの静止状態における圧力 (静圧) をそれぞれ p_L , p_F とすると，

$$p_M = p_L = p_F \quad (5.21)$$

となる. 式 (5.19) のずり粘性率 μ_M および体積粘性率 μ_M^V は液相を含む固相フレームワークの変形に関する物性値であるから, これらは固相フレームワーク自体の変形に関する物性値と, フレームワークの変形に対する液相の抵抗力に関する物性値を含むはずである. しかし, 液相の粘性が固相フレームワークの粘性に比べて極めて小さいことを考慮すると, 液相を含む固相フレームワークの変形に対する抵抗のほとんどは固相フレームワークが受け持ち, したがって μ_M および μ_M^V は固相フレームワークの物性を反映したものとなることが予想される.

液相および固相フレームワークのそれぞれについて, 式 (5.21) を考慮して変形に関する構成方程式を立てると,

$$\tau_{Lij} \cong -p_L \delta_{ij} \quad (5.22)$$

$$\tau_{Fij} = -p_L \delta_{ij} + \left(\mu_F^V - \frac{3}{2} \mu_F \right) \frac{\partial V_{Fk}}{\partial x_{Fk}} \delta_{ij} + \mu_F \left(\frac{\partial V_{Fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{Fj}}{\partial x_i} \right) \quad (5.23)$$

となる. ここでは, 液相の粘性が固相フレームワークの粘性より極めて小さいことを考慮し, 液相の変形に関する項を無視している. 式 (5.20) と式 (5.22) から

$$\tau_{ij}^{\text{tot}} \cong -\phi_L p_L \delta_{ij} + \phi_F \tau_{Fij} \quad (5.24)$$

を得る. さらに, 両辺に $p_L \delta_{ij}$ を加え, 式 (5.2) を考慮すると,

$$\tau_{ij}^{\text{tot}} + p_L \delta_{ij} = \phi_F (\tau_{Fij} + p_L \delta_{ij}) \quad (5.25)$$

となる. 式 (5.25) を考慮して, 式 (5.23) と式 (5.19) を比較すると,

$$\begin{cases} \mu_M^V = \phi_F \mu_F^V \\ \mu_M = \phi_F \mu_F \end{cases} \quad (5.26)$$

という関係が得られる. つまり, 液相を含む固相フレームワークの変形は, 固相フレームワークの物性に, その体積分率を掛けたもので表すことができる. μ_F は多結晶体としての固相の粘性を表すが, 予測されているマントルなどの粘性は, 多結晶体としての粘性に相当するため, μ_F に対して予測されているマントルなどの粘性を用いることができる. それに対して, 岩石の体積変化に対する抵抗力の程度を表す μ_F^V を測定することは困難であると考えられる. ここで, 固相フレームワークは多数の粒子からなる多結

晶体であり、固相フレームワークの体積変化は個々の粒子のせん断変形によって粒子間の空隙が広がることによってもたらされると考えられる (小屋口, 2000). また、固相フレームワークのせん断変形も、個々の粒子のせん断変形によってもたらされる. したがって、固相フレームワークの体積粘性率 μ_F^V とずり粘性率 μ_F に近い値をもつことが予想される (小屋口, 2000).

5.2.2.3. 流体の粘性抵抗を表す式

これまで、変形に関する定式化を行ってきたが、多結晶体の空隙を流れる流体による粘性抵抗を記述する式の定式化も行う必要がある. 2相間の相互作用による運動量輸送 M_{ki} について考えると、まず作用反作用の法則から、

$$M_{Li} + M_{Fi} = 0 \quad (5.27)$$

であるから、 M_{Li} だけを定式化すればよい. 次に、本研究では流れの非常に遅い準静的問題を扱うため、液相についての式 (5.10) の左辺の非定常項、慣性項を無視すると、力の釣り合い式

$$\begin{aligned} M_{Li} &= -\frac{\partial(\phi_L \tau_{Lij})}{\partial x_j} + \phi_L \rho_L g \delta_{3i} \\ &= \phi_L \frac{\partial p_L}{\partial x_j} + p_L \frac{\partial \phi_L}{\partial x_j} + \phi_L \rho_L g \delta_{3i} \end{aligned} \quad (5.28)$$

が得られる. ここで、液相が多結晶体としての特徴を保ちつつ流動する固相中を多孔質媒体流れとして流れることを表した式 (2.1) と式 (5.28) から、

$$M_{Li} = -M_{Fi} = -\frac{\mu_L \phi_L^2}{k} (V_L - V_S) + p_L \frac{\partial \phi_L}{\partial x_j} \quad (5.29)$$

と定めることができる. したがって、多結晶体の空隙を流れる流体の粘性抵抗を考慮できたことになる.

5.2.3. 支配方程式の導出

以上の定式化を整理して、解くべき方程式を導出する. 準静的問題を扱うことを考慮して式 (5.10) の非定常項、慣性項を無視し、2相についての式を足し合わせると、2相に関する力の釣り合い式、

$$\frac{\partial \tau_{ij}^{\text{tot}}}{\partial x_j} - (\phi_L \rho_L + \phi_F \rho_F) g \delta_{3i} = 0 \quad (5.30)$$

が得られる。この式に式 (5.19) を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{\partial p_L}{\partial x_i} + \rho_L g \delta_{3i} \right) \\ & = - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu^{V, \text{tot}} - \frac{3}{2} \mu^{\text{tot}} \right) \frac{\partial V_F}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu^{\text{tot}} \left(\frac{\partial V_{Fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{Fj}}{\partial x_i} \right) \right\} \\ & \quad + \phi_F (\rho_F - \rho_L) g \delta_{3i} \end{aligned} \quad (5.31)$$

となり、さらに式 (2.1) を代入すれば、2相系の運動方程式

$$\begin{aligned} \phi_L (V_L - V_S) = & - \frac{k}{\mu_L} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu^{V, \text{tot}} - \frac{3}{2} \mu^{\text{tot}} \right) \frac{\partial V_F}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu^{\text{tot}} \left(\frac{\partial V_{Fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{Fj}}{\partial x_i} \right) \right\} \right. \\ & \left. - \phi_F (\rho_F - \rho_L) g \delta_{3i} \right] \end{aligned} \quad (5.32)$$

が得られる。

本研究では鉛直 1 次元の数値解析を行うため、支配方程式を z 軸について書き下す。まず、質量保存を表す式 (5.1) について、各相の密度が一定であることを考慮すると、

$$\frac{\partial \phi_L}{\partial t} = - \frac{\partial (\phi_L V_{Lz})}{\partial z} = \frac{\partial \{(1 - \phi_L) V_{Fz}\}}{\partial z} \quad (5.33)$$

となり、この式と式 (2.10) から質量保存式は、

$$\frac{\partial \phi_L}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial z} \quad (5.34)$$

と書ける。 Q は固相に対する液相の相対的な流量である。また、式 (5.32) を z 軸について書き下すと、

$$Q = \frac{k}{\mu_L} \left[(1 - \phi_L) (\rho_S - \rho_L) g + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1 - \phi_L) \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) \frac{\partial Q}{\partial z} \right\} \right] \quad (5.35)$$

と書ける。したがって、支配方程式は式 (5.34) と式 (5.35) となり、 Q は

$$Q = \phi_L(V_L - V_S) = -\frac{k}{\mu_L} \left(\frac{\partial p_L}{\partial z} + \rho_L g \right) \quad (5.36)$$

である。また、 V_L は式 (2.10) および式 (5.36) より、

$$V_L = \frac{1 - \phi_L}{\phi_L} Q \quad (5.37)$$

である。

6. 固相の変形を考慮した流動モデルの数値解析

6.1. 計算手法

6.1.1. 考慮する現象とその単純化

本章の数値解析では、4章と同様に固相と液相をともに粘性流体として扱い、固相と液相の密度差に起因する浮力によって液相の上方への流れが駆動され、それに対して固相は下方へ流れるという現象を扱う。本章では4章とは異なり、固相の変形を考慮する。すなわち、固相の下方への流れに対する抵抗力の程度を表すパラメータとして固相のずり粘性が存在し、固相フレームワークの体積変化に対する抵抗力の程度を表すパラメータとして、固相フレームワークの体積粘性率が存在する現象を扱うことになる。ただし、本章においても4章と同様に、固相は粘性流体であると同時に多結晶体としての微細構造を保ち、液相はその空隙中を流れるものとする。また、固相の微細構造については、液相の存在下において界面移動が流れに対して十分に早く起こり、3章でモデル化した構造を保つとする。すなわち、浸透率はすべての領域において式 (3.30) で表せるものとする。なお、本章では固相-液相間での熱のやり取りや液相による熱輸送は考慮しない。また、各相の密度と粘性は一定とする。

6.1.2. 計算領域

数値解析を行うにあたって、4章で行った数値解析結果との比較を行うために、4章の数値解析と同様の地殻の最深部である深度 20 ~ 30 km の領域を計算領域とした (図 4.1)。脆性-塑性転移帯以深であるこの領域では、高い温度・圧力のために岩石は塑性流動すると考えられており、したがってこの領域を流れるスラブ起源流体の流れには、下部地殻岩石の粘性が大きく影響していると考えられる。本章では、この領域における鉛直 1 次元の数値解析を行い、固相の粘性を考慮した場合の流体体積分率および流体流速の時間変化を明らかにする。

6.1.3. 計算領域における固液 2 面角分布

本章の数値解析では、4章で行った数値解析結果との比較を行うために、固液 2 面角分布は4章の数値解析で設定した分布と同様とする。

6.1.4. 計算アルゴリズム

本章では4章と同様に、支配方程式の偏微分項を離散化し、有限差分法によって解く。

6.1.4.1. 支配方程式の離散化

支配方程式である式 (5.34) および式 (5.35) に、式 (3.30) の浸透率を代入すると、解くべき方程式、

$$\frac{\partial \phi_L}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial z} \quad (6.1)$$

$$Q = \frac{\phi_L^3 k_S}{\mu_L \phi_{LS}^3} \left[(1 - \phi_L)(\rho_S - \rho_L)g + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1 - \phi_L) \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) \frac{\partial Q}{\partial z} \right\} \right] \quad (6.2)$$

が得られる。ここで k_S , ϕ_{LS} は固液 2 面角の関数として与えることができ、時間変化しないため、未知数は Q および ϕ_L となる。

本章では式 (6.1) および式 (6.2) を有限差分陰解法によって解く。陰解法は陽解法とは異なり、CFL 条件を考慮することなく計算を行うことができる。空間の領域を空間点 z_0, \dots, z_{n+1} で区分し、時間の領域を時刻 t_0, \dots, t_m で区分する。空間点の間隔を Δz 、時刻の間隔を Δt とし、時刻 t_i に後退差分、空間点 z_j に 1 階微分には風上差分となる後退差分、2 階微分には中央差分を用いて式 (6.1) および式 (6.2) の微分を差分商に置き換えると差分方程式、

$$\begin{aligned} (\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj}^i) \frac{1}{\Delta t} = & \left\{ Q_j^{i+1} (\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj-1}^{i+1}) \right. \\ & \left. - (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) (Q_j^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}) \right\} \frac{1}{\Delta z} \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} Q_j^{i+1} = & \frac{k_{Sj}}{\mu_L (\phi_{LSj})^3} \\ & \times \left[(\phi_{Lj}^{i+1})^3 (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) (\rho_S - \rho_L) g \right. \\ & + \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) (\phi_{Lj}^{i+1})^3 \left\{ (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) (Q_{j+1}^{i+1} - 2Q_j^{i+1} + Q_{j-1}^{i+1}) \right. \\ & \left. \left. - (\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj-1}^{i+1}) (Q_j^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}) \right\} \frac{1}{\Delta z^2} \right] \end{aligned} \quad (6.4)$$

が得られる。したがって、時刻 t_i において空間点 z_1, \dots, z_n について式 (6.3) および

式 (6.4) を立てれば, $2n$ 個の未知数 $Q_1^{i+1}, \dots, Q_n^{i+1}, \phi_{L_1}^{i+1}, \dots, \phi_{L_n}^{i+1}$ からなる $2n$ 個の非線形連立方程式となり, これを解くことで時刻 t_{i+1} における未知数の値を求めることができる.

6.1.4.2. Newton-Raphson 法による非線形問題の線型化

本章では非線形問題を線型問題にして解くために, Newton-Raphson 法を用いる. Newton-Raphson 法とは, ある関数 $f(x) = 0$ が解をもつとき, その解を近似的に求める方法である. ある空間点 x_n における $f(x)$ の接線と x 軸との交点を x_{n+1} とし, さらに x_{n+1} における $f(x)$ の接線を求める. この操作を無限回繰り返すことで, x_n は $f(x) = 0$ の解 x に収束する. つまり, x_n における $f(x)$ の接線の方程式は,

$$y = f'(x_n)(x - x_n) + f(x_n) \quad (6.5)$$

となるから, x_n と x_{n+1} の漸化式,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (6.6)$$

を解き, $x_n \leftarrow x_{n+1}$ として同じ漸化式を解くことを繰り返すことになる. 数値解析では x_n と x_{n+1} の差がある値以下になったときに操作を打ち切ってそのときの x_{n+1} を近似解とする. Newton-Raphson 法は, 適切な初期値をとれば 2 次収束となって非常に早く収束することが知られている. この手法を連立非線形方程式に適用する.

n 個の変数をもつ n 個の非線形関数 $f_1(x_1, \dots, x_n) = 0, \dots, f_n(x_1, \dots, x_n)$ が解をもつとき, x_{1n}, \dots, x_{nn} におけるそれぞれの関数の接線の傾きは,

$$\begin{cases} f_1'(x_{1n}, \dots, x_{jn}) = \frac{\partial f_1(x_{1n}, \dots, x_{nn})}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_1(x_{1n}, \dots, x_{nn})}{\partial x_n} \\ \vdots \\ f_n'(x_{1n}, \dots, x_{jn}) = \frac{\partial f_n(x_{1n}, \dots, x_{nn})}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_n(x_{1n}, \dots, x_{nn})}{\partial x_n} \end{cases} \quad (6.7)$$

となる. したがって, それぞれの関数の接線の方程式を, 行列を用いて表すと,

$$y = J(x^{(n)})(x - x^{(n)}) + f(x^{(n)}) \quad (6.8)$$

と表せる. ここで, $J(x^{(n)})$ は $x^{(n)}$ におけるヤコビ行列であり, その要素は,

$$J(\mathbf{x}^{(n)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x}^{(n)})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x}^{(n)})}{\partial x_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_j(\mathbf{x}^{(n)})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_j(\mathbf{x}^{(n)})}{\partial x_j} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

である。したがって、この非線形方程式系に対する Newton-Raphson 法の漸化式は、

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} - J(\mathbf{x}^{(n)})^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)}) \quad (6.10)$$

となり、連立非線形方程式を解く問題は、 $J(\mathbf{x}^{(n)})$ の逆行列を求める線型問題に帰着される。

6.1.4.3. Newton-Raphson 法の連立漸化式のLU分解法

本章では $J(\mathbf{x}^{(n)})$ の逆行列を求める代わりに、より簡単で計算の速い方法とされている $J(\mathbf{x}^{(n)})$ のLU分解法を用いて式 (6.10) の $\mathbf{x}^{(n+1)}$ を求める。LU分解法とは、行列 J を、

$$J = LU \quad (6.11)$$

を満たすように下三角行列 L と、対角成分が 1 である上三角行列 U を求め、連立方程式を解く手法である。

まず、行列 J , L , U を、

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \begin{bmatrix} j_{0,0} & j_{0,1} & \cdots & j_{0,n} \\ j_{1,0} & j_{1,1} & \cdots & j_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ j_{n,0} & j_{n,1} & \cdots & j_{n,n} \end{bmatrix} \\ L = \begin{bmatrix} l_{0,0} & & & 0 \\ l_{1,0} & l_{1,1} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ l_{n,0} & l_{n,1} & \cdots & l_{n,n} \end{bmatrix} \\ U = \begin{bmatrix} 1 & u_{0,1} & \cdots & u_{0,n} \\ & 1 & \cdots & u_{1,n} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \cdots & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (6.12)$$

と表し,

$$\left\{ \begin{array}{l} j_1^C = \begin{bmatrix} j_{1,0} \\ j_{2,0} \\ \vdots \\ j_{n,0} \end{bmatrix}, j_1^R = [j_{0,1} \quad j_{0,2} \quad \cdots \quad j_{0,n}], J_1 = \begin{bmatrix} j_{1,1} & j_{1,2} & \cdots & j_{1,n} \\ j_{2,1} & j_{2,2} & \cdots & j_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ j_{n,1} & j_{n,1} & \cdots & j_{n,n} \end{bmatrix} \\ l_1^C = \begin{bmatrix} l_{1,0} \\ l_{2,0} \\ \vdots \\ l_{n,0} \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} l_{1,1} & & & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ l_{n,1} & l_{n,2} & \cdots & l_{n,n} \end{bmatrix} \\ u_1^R = [u_{0,1} \quad u_{0,2} \quad \cdots \quad u_{0,n}], U_1 = \begin{bmatrix} 1 & u_{1,2} & \cdots & u_{1,n} \\ & 1 & \cdots & u_{2,n} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (6.13)$$

とおくと, 式 (6.11) は,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} j_{0,0} & j_1^R \\ j_1^C & J_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_{0,0} & 0 \\ l_1^C & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_1^R \\ 0 & U_1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l_{0,0} & l_{0,0}u_1^R \\ l_1^C & l_1^C u_1^R + L_1 U_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.14)$$

と書くことができる. したがって, 式 (6.14) の恒等関係から,

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{0,0} = j_{0,0} \\ l_1^C = j_1^C \\ u_1^R = \frac{j_1^R}{l_{0,0}} \\ J_1 = l_1^C u_1^R + L_1 U_1 \end{array} \right. \quad (6.15)$$

を満たすように L および U を決めればよいことになる. 式 (6.15) の第1式, 第2式より, $l_{0,0}$ と l_1^C を決定することができ, さらに $l_{0,0}$ を用いて u_1^R を決定することができる. ここで J_1 を,

$$J_1 \Leftarrow J_1 - l_1^C u_1^R \quad (6.16)$$

と改めることで,

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{L}_1 \mathbf{U}_1 \quad (6.17)$$

とすることができ、この \mathbf{J}_1 に対して同様の操作を行い、これを繰り返すことで \mathbf{L} および \mathbf{U} を求めることができる。

\mathbf{LU} 分解を行うことで、連立方程式を簡単に解くことができる。まず、式 (6.10) から、

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^{(n+1)} - \mathbf{x}^{(n)} \quad (6.18)$$

として、式 (6.10) を、

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)}) \delta \mathbf{x} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)}) \quad (6.19)$$

と書き換え、 $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)})$ を下三角行列 \mathbf{L} と、上三角行列 \mathbf{U} で表すと、

$$\mathbf{LU} \delta \mathbf{x} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)}) \quad (6.20)$$

となる。ここで、

$$\mathbf{y} = \mathbf{U} \delta \mathbf{x} \quad (6.21)$$

とすれば、

$$\mathbf{L} \mathbf{y} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)}) \quad (6.22)$$

$$\mathbf{U} \delta \mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (6.23)$$

の2式を順に解くことで $\delta \mathbf{x}$ を求め、さらに $\mathbf{x}^{(n+1)}$ を求めることができる。まず、式 (6.22) は、

$$\begin{bmatrix} l_{0,0} & & & 0 \\ l_{1,0} & l_{1,1} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ l_{n,0} & l_{n,1} & \cdots & l_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_0(\mathbf{x}^{(n)}) \\ f_1(\mathbf{x}^{(n)}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}^{(n)}) \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

とかけるから、 \mathbf{y} は

$$\begin{cases} y_0 = -\frac{f_0(\mathbf{x}^{(n)})}{l_{0,0}} \\ y_1 = \frac{(-f_1(\mathbf{x}^{(n)}) - l_{1,0}y_0)}{l_{1,1}} \\ \vdots \\ y_n = \frac{(-f_n(\mathbf{x}^{(n)}) - \sum_{k=0}^{n-1} l_{n,k}y_k)}{l_{n,n}} \end{cases} \quad (6.25)$$

となり, y_0 から y_n へ順に計算していくことで \mathbf{y} を求めることができる.

次に, 求めた \mathbf{y} を用いて式 (6.23) から $\delta\mathbf{x}$ を求める. 式 (6.23) は,

$$\begin{bmatrix} 1 & u_{0,1} & \cdots & u_{0,n} \\ & 1 & \cdots & u_{1,n} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_0 \\ \delta x_1 \\ \vdots \\ \delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

とかけるから, $\delta\mathbf{x}$ は,

$$\begin{cases} \delta x_n = y_n \\ \delta x_{n-1} = y_{n-1} - u_{n-1,n}\delta x_n \\ \vdots \\ \delta x_0 = y_0 - \sum_{k=1}^n u_{0,k}\delta x_k \end{cases} \quad (6.27)$$

となり, δx_n から δx_0 へ順に計算していくことで $\delta\mathbf{x}$ を求めることができる. 最後に求めた $\delta\mathbf{x}$ と式 (6.18) から漸化式の $\mathbf{x}^{(n+1)}$ を求めることができる.

6.1.4.4. Newton-Raphson 法の収束判定

計算の全体的な流れを, 図 6.1 に示す. ある時刻 t_n における未知数の値から, 時刻 t_{i+1} における未知数の値を求めるためには, 時刻 t_i において式 (6.10) の漸化式を, LU 分解法を用いて解き, $\mathbf{x}^{(n)} \leftarrow \mathbf{x}^{(n+1)}$ として繰り返し解いていく. このとき初期値として時刻 t_i における未知数の値を $\mathbf{x}^{(n)}$ に代入する. 計算を繰り返し行った後, $\delta\mathbf{x}$ がある値以下になったときに解が収束したものとみなし, その時の $\mathbf{x}^{(n+1)}$ の値を時刻 t_{i+1} における未知数の値として, 次の時間ステップへ移る. 本章の数値解析では, 解が収束したとみなす条件は, すべての空間点において, 条件式,

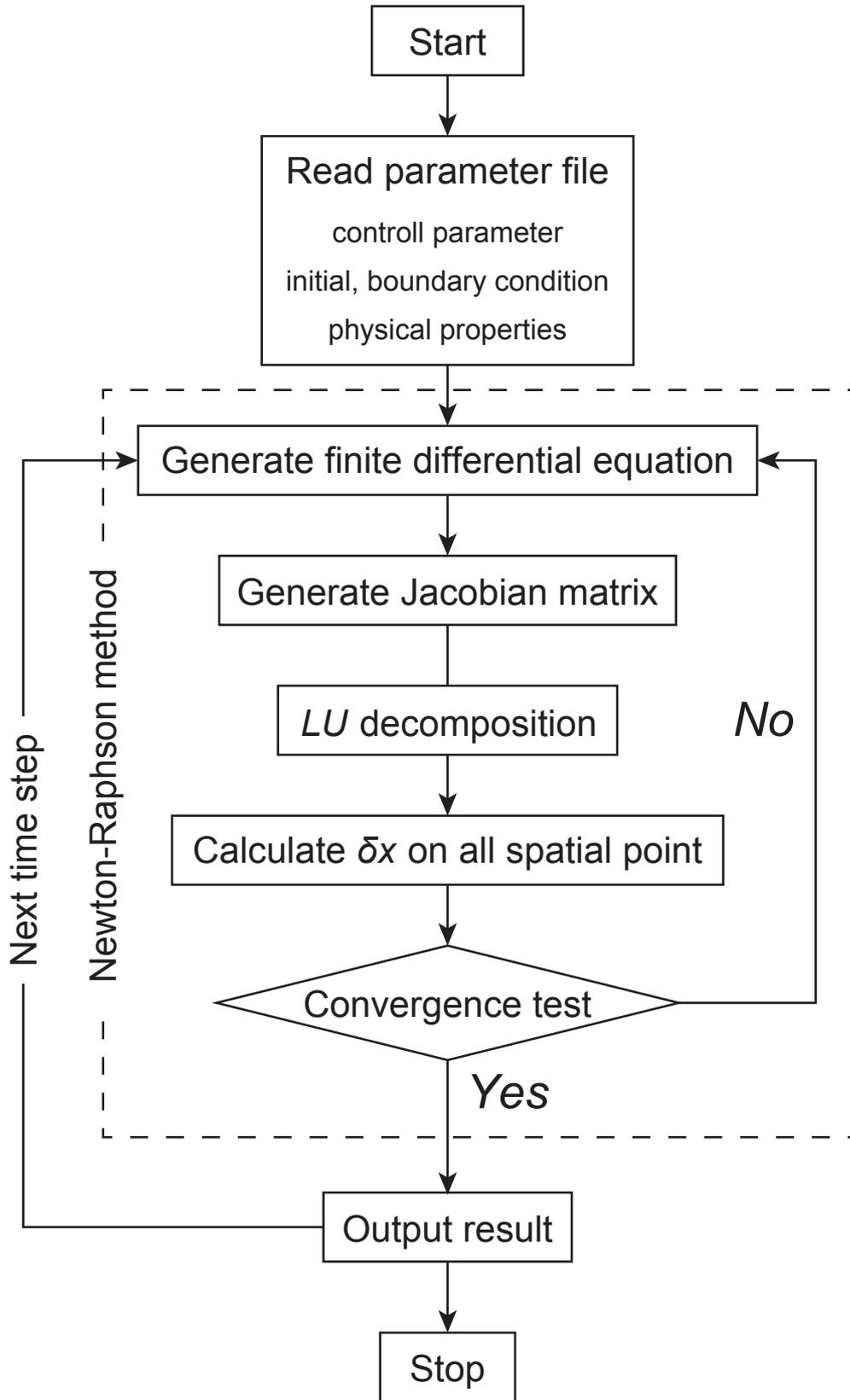


図 6.1 計算フローチャート.

$$\delta \mathbf{x}_{i+1} < 10^{-4} \times \mathbf{x}_i \quad (6.28)$$

が満たされていることであるとする.

6.1.4.5. 支配方程式の $f(\mathbf{x})$ およびヤコビ行列

本項では, 支配方程式の差分方程式である式 (6.3) および式 (6.4) を Newton-Raphson 法で解くときの $f(\mathbf{x})$ およびヤコビ行列を書きだしておく. まず, $f(\mathbf{x})$ については, 空間点 z_j における式 (6.3) および式 (6.4) の左辺を右辺に移項し,

$$\begin{aligned} & f_j(\mathbf{Q}^{(i+1)}, \boldsymbol{\phi}_L^{(i+1)}) \\ &= \frac{k_{Sj}}{\mu_L (\phi_{LSj})^3} \\ & \times \left[(\phi_{Lj}^{i+1})^3 (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) (\rho_S - \rho_L) g \right. \\ & + \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) (\phi_{Lj}^{i+1})^3 \left\{ (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) (Q_{j+1}^{i+1} - 2Q_j^{i+1} + Q_{j-1}^{i+1}) \right. \\ & \left. \left. - (\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj-1}^{i+1}) (Q_j^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}) \right\} \frac{1}{\Delta z^2} \right] - Q_j^{i+1} \end{aligned} \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} & g_j(\mathbf{Q}^{(i+1)}, \boldsymbol{\phi}_L^{(i+1)}) \\ &= \left\{ Q_j^{i+1} (\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj-1}^{i+1}) \right. \\ & \left. - (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) (Q_j^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}) \right\} \frac{1}{\Delta z} - (\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj}^i) \frac{1}{\Delta t} \end{aligned} \quad (6.30)$$

とすると, $\mathbf{Q}^{(i+1)}, \boldsymbol{\phi}_L^{(i+1)}$ におけるヤコビ行列は,

$$\begin{bmatrix}
\frac{\partial f_1}{\partial Q_1^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial Q_n^{i+1}} & \frac{\partial f_1}{\partial \phi_{L_1}^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \phi_{L_n}^{i+1}} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\frac{\partial f_n}{\partial Q_1^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial Q_n^{i+1}} & \frac{\partial f_n}{\partial \phi_{L_1}^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \phi_{L_n}^{i+1}} \\
\frac{\partial g_1}{\partial Q_1^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial Q_n^{i+1}} & \frac{\partial g_1}{\partial \phi_{L_1}^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial \phi_{L_n}^{i+1}} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\frac{\partial g_n}{\partial Q_1^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial g_n}{\partial Q_n^{i+1}} & \frac{\partial g_n}{\partial \phi_{L_1}^{i+1}} & \cdots & \frac{\partial g_n}{\partial \phi_{L_n}^{i+1}}
\end{bmatrix} \quad (6.31)$$

となる．それぞれの微分に対応する方程式は，

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial f_j}{\partial Q_{j+1}^{i+1}} = \frac{k_{Sj}}{\mu_L (\phi_{LSj})^3} \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) (\phi_{Lj}^{i+1})^3 (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) \frac{1}{\Delta Z^2} \\
\frac{\partial f_j}{\partial Q_j^{i+1}} = \frac{k_{Sj}}{\mu_L (\phi_{LSj})^3} \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) (\phi_{Lj}^{i+1})^3 \\
\quad \times \left\{ -(\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj-1}^{i+1}) - 2(1 - \phi_{Lj}^{i+1}) \right\} \frac{1}{\Delta Z^2} - 1 \\
\frac{\partial f_j}{\partial Q_{j-1}^{i+1}} = \frac{k_{Sj}}{\mu_L (\phi_{LSj})^3} \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) (\phi_{Lj}^{i+1})^3 \\
\quad \times \left\{ (\phi_{Lj}^{i+1} - \phi_{Lj-1}^{i+1}) + (1 - \phi_{Lj}^{i+1}) \right\} \frac{1}{\Delta Z^2}
\end{array} \right. \quad (6.32)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial f_j}{\partial \phi_{L_j}^{i+1}} &= \frac{k_{S_j}}{\mu_L (\phi_{LS_j})^3} \\ &\times \left[(\phi_{L_j}^{i+1})^2 (3 - 4\phi_{L_j}^{i+1}) (\rho_S - \rho_L) g \right. \\ &+ \left. \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) (\phi_{L_j}^{i+1})^2 \right. \\ &\times \left. \left\{ (3 - 4\phi_{L_j}^{i+1}) (Q_{j+1}^{i+1} - 2Q_j^{i+1} + Q_{j-1}^{i+1}) \right. \right. \\ &\left. \left. - (4\phi_{L_j}^{i+1} - 3\phi_{L_{j-1}}^{i+1}) (Q_j^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}) \right\} \frac{1}{\Delta Z^2} \right] \\ \frac{\partial f_j}{\partial \phi_{L_{j-1}}^{i+1}} &= \frac{k_{S_j}}{\mu_L (\phi_{LS_j})^3} \left(\mu_F^V + \frac{4}{3} \mu_F \right) (\phi_{L_j}^{i+1})^3 (Q_j^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}) \frac{1}{\Delta Z^2} \end{aligned} \right. \quad (6.33)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial g_j}{\partial Q_j^{i+1}} &= (2\phi_{L_j}^{i+1} - \phi_{L_{j-1}}^{i+1} - 1) \frac{1}{\Delta Z} \\ \frac{\partial g_j}{\partial Q_j^{i+1}} &= (1 - \phi_{L_j}^{i+1}) \frac{1}{\Delta Z} \end{aligned} \right. \quad (6.34)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial g_j}{\partial \phi_{L_j}^{i+1}} &= (2Q_j^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}) \frac{1}{\Delta Z} - \frac{1}{\Delta t} \\ \frac{\partial g_j}{\partial \phi_{L_{j-1}}^{i+1}} &= -\frac{Q_j^{i+1}}{\Delta Z} \end{aligned} \right. \quad (6.35)$$

である。

6.1.5. 初期条件・境界条件

計算の初期条件として、境界の空間点 z_0, z_{m+1} を除くすべての空間点において、

$$\begin{cases} Q_j = 0 \\ \phi_{L_j} = 0 \end{cases} \quad (j = 1, \dots, m) \quad (6.36)$$

とする。計算領域最上部の空間点 z_{m+1} における固液 2 面角は 60° 以上であるため、この空間点における境界条件として、

$$\begin{cases} Q_{j+1} = 0 \\ \phi_{L_{n+1}} = 0 \end{cases} \quad (6.37)$$

を与える。計算領域最下部からは常に一定流量の流体が供給されるとし、最下部の空間点 z_0 における境界条件を設定する。一定流量は4章と同様に Iwamori (1998) のシミュレーションに基づいて計算した値を用いるが、このとき得られるのは Q_{L_0} であるため、 Q_{L_0} から Q_0, ϕ_{L_0} を計算し、これらを境界条件として与える。式 (5.36) および式 (5.37) より、

$$Q_0 = \frac{1}{1 - \phi_{L_0}} Q_{L_0} = -\frac{k_{\theta\phi}}{\mu_L} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_L g \right) \quad (6.38)$$

であるから、この式に式 (3.30) を代入して整理すると、

$$(\phi_{L_0})^4 - (\phi_{L_0})^3 - \frac{\mu_L (\phi_{LS_0})^3}{k_{S_0}} \frac{1}{\left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_L g \right)} = 0 \quad (6.39)$$

となる。ここで、準静的問題を解くことを考慮すると、固相の静圧と液相の静圧が等いとすることができるため、式 (6.39) の $\frac{\partial p}{\partial z}$ を書き換えると、

$$(\phi_{L_0})^4 - (\phi_{L_0})^3 + \frac{\mu_L (\phi_{LS_0})^3}{k_{S_0}} \frac{1}{(\rho_S - \rho_L)g} = 0 \quad (6.40)$$

となり、この式を解けば、境界条件 ϕ_{L_0} を求めることができる。しかし、この式を解析的に解くことは困難であるため、Newton-Raphson 法によって近似的に ϕ_{L_0} を求める。Newton-Raphson 法による反復計算の結果、

$$\delta x < 10^{-8} \times x^{(n)} \quad (6.41)$$

を満たしたとき、解が収束したとみなし、このときの $x^{(n+1)}$ を ϕ_{L_0} とする。 ϕ_{L_0} が決まれば、式 (6.38) より Q_0 が決まる。

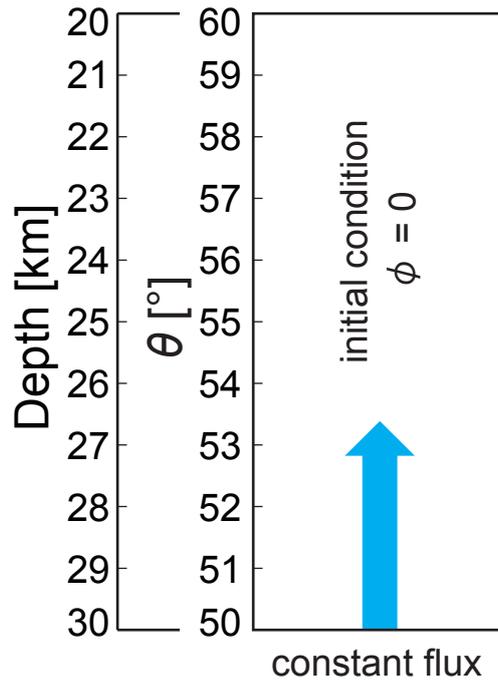


図 6.2 初期条件，境界条件.

grain diameter	0.5, 1.0, 2.0 mm
constant flux	1.59×10^{-11} , 3.17×10^{-11} , 6.34×10^{-11} m ³ /s/m ²
ρ_S	3000 kg/m ³
ρ_L	800 kg/m ³
μ_L	10 ⁻⁴ Pa·s
μ_F	10 ¹⁹ , 10 ²⁰ Pa·s
μ_L^V	= μ_F
g	9.8 m/s ²
Δz	100 m
Δt	100 yr

表 6.1 境界条件値と物性値．粒子径と境界条件値はそれぞれ 3 種類与え，それぞれについて計算を行う．

6.1.6. 物性値

物性値としては4章と同様のものを与えるが、本章では固相フレームワークのずり粘性率と体積粘性率の値が必要となる。計算対象領域の温度条件におけるずり粘性率は、地殻の岩石を構成する鉱物である石英でおよそ $10^{18} \sim 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、斜長石でおよそ $10^{19} \sim 10^{21} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ である (Burgmann and Dresen, 2008)。本章の数値解析では、中間の値として $10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、 $10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の値を用い、ずり粘性率の違いによる結果への影響を議論する。また、固相フレームワークの体積変化は、個々の結晶のせん断変形によってもたらされると考えられるため、固相フレームワークの体積粘性率はずり粘性率と同程度の値をもつと考えることができる (小屋口,2000)。したがって、本研究では固相フレームワークのずり粘性率と体積粘性率は同程度であるとみなし、

$$\mu_F^V \cong \mu_F \quad (6.42)$$

のように近似する。

6.2. 計算結果

計算結果を図 6.3~6.20 に示す。まず、粒径 1.0 mm、 $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}^2$ のときを基本として全体の結果を見ていく。

$\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のとき (図 6.7)、流体体積分率の深度分布は、4 kyr までは深度が浅くなるにしたがって徐々に増加していくが、5 kyr で流体の先端が $\theta = 59^\circ$ となる深度に到達すると、浸透率の急激な低下に伴って流体体積分率は急激に上昇する。深度ごとの流体体積分率の時間変化を見ていくと、流体の先端がある深度に到達したとき流体体積分率は急激に上昇するが、その深度における流量が領域下部からの流入量と等しくなる流体体積分率となってからは一定値となり時間変化しなくなる。しかし、最上部の空間点では浸透率が 0 となり、流出する流量が 0 となるため流体が徐々にたまっていき、時間を経るにしたがって流体体積分率が増加する。図 6.7 の条件では、全体的な流体体積分率、流速の時間変化の様子は、固相の変形を考慮しなかった場合 (図 4.7) とほぼ同様である。ただし、図 6.7 の結果では図 4.7 と異なり、流体の先端部分周辺の流体体積分率、流速の変化がなだらかになっている。

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のとき (図 6.16) は、 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときとは異なった結果の様子がみられる。浸透率の低下に伴って流体体積分率が増加する点は同様であるが、流体の先端が最上部に達する 20 kyr から 150 kyr までの間で、最上部の流体体積分率が図 4.7 のときほど大きく変化せず、最上部の流体体積分率は 1 に達しない。また、図 4.7 では最上部への流体の到達後、最上部の空間点のみ流体体積分率が増加し、やがて 1 に達したが、固相の変形を考慮した場合、最上部の空間点だけでなく、その下部にあるいくつ

かの空間点で同時に流体体積分率が上昇していく。その結果、計算領域の上部には、数%程度の流体体積分率をもつ、厚さ 1 km 程度の空間が形成されることがわかる。さらに、図 6.16 の結果を特徴づけるものの一つは、1 ~ 10 kyr のとき流体体積分率と流速の深度分布に波打つような変化が見られることである。この波打つ変化の時間変化を見てみると、1kyr で最初の大きなくびれが出現し、3 kyr で 2 つ目の大きなくびれが出現する。4 kyr ではなだらかな変化となるが、5 kyr からは流体の先端が浸透率の低い部分に達して流速が低下した結果、発生したくびれが圧縮されてより顕著となる。やがて 20 kyr ではくびれは消滅するが、深度 1 km 程度が顕著な不連続面となり、それより上部に流体を多く含む領域が形成される。

次に、領域最上部から深度 0 m, 3,000 m, 7,000 m の空間点における流体体積分率および流速の時間変化を見ていく(図 6.21 ~ 6.32)。 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のとき(図 6.21 ~ 6.26)、流体が各空間点に到達すると、流体体積分率は急激に上昇するが、上昇後に一度流体体積分率の顕著な正のピークが現れる(図 6.21)。その直後には流体体積分率は時間変化しない一定の値となる。このピークは深度 3,000 m の空間点において、粒径を 0.5 mm としたときに最も顕著となり、ピークが下がった直後に小さな負のピークが確認できる。流速の時間変化にも同様の正のピークが現れるが、流体体積分率ほど顕著ではない。各空間点における流体体積分率と流速を全体的に見れば、固相の粘性を考慮しない場合と概ね一致する時間変化となる。

また、同様の空間点において、 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のとき(図 6.27 ~ 6.32)の流体体積分率、流体流速の時間変化を見ると、流体が空間点に到達した後、流体体積分率は定常状態となったときの値の 2 倍程度にまで増加する極めて大きなピークを示す(図 6.27)。その後は負のピークと正のピークを繰り返しながら次第に減衰し、やがて定常状態となる。このような特徴は、粒径と境界条件をどのように与えても現れる。このように、 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときは流体体積分率に減衰する振動現象が現れる。一方、流体流速は流体体積分率とは逆のピークを示し、流体体積分率と同様の減衰する振動現象が見られる。なお、粒径の変化と境界条件の変化に対しては、深度 3,000 m, 7,000 m の空間点においては、4 章の結果と同様に粒径の増加が流速に対して増加させる方向に働き、流体体積分率に対しては減少させる方向に働く。また境界条件の増加は、流速、流体体積分率ともに増加させる方向に働く。

6.3. 考察

本章の数値解析結果の大きな特徴は、 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ としたとき、流体体積分率および流体流速の時間変化に減衰振動現象が見られることである。まず、この振動が数値的なものであるかを確認するために、時間刻み Δt と空間点間隔 Δz 変えて計算を行ったところ、同様の特徴が現れた。したがって、変化させて計算しても現れること、 $\mu_F = 10^{19}$

$\text{Pa}\cdot\text{s}$ としたときに、粒径および境界条件をどのように変化させても現れないことから、固相粘性率の変化が働くことによってもたらされている物理的現象である可能性が高い。

このような現象をより詳細に見ていくために、深度 7,000 m の空間点における流体体積分率と流体流量、流体圧力、浸透率の時間変化を見ていく (図 6.33 ~ 6.36)。これら 4 つの物理量の時間変化を $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合 (図 6.33, 6.34) について同時に見ていくと、流体が空間点に到達して流体体積分率が增加する直前に流体圧力が急激に上昇する。その直後に流体体積分率は上昇し始め、流体圧力は急激に低下する。その後、流体圧力が負のピークを示すときには流体体積分率、流体流量、浸透率に正のピークが見られる。全体的には、流体体積分率、流体流量、浸透率が減衰振動現象を示し、流体圧力はそれらとは逆のピークをもつ減衰振動現象を示す。さらに流体圧力がピークを示す時間は、その他の 3 つの物理量がピークを示す時間よりもわずかに早い。一方、 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合についてみると、 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合に見られたような極端な特徴は見られず、流体圧力にわずかに振動現象が見られ、その他の物理量には正のピークがわずかに現れるだけである。このような特徴の違いは、上述したように固相の粘性率によってもたらされていると考えられる。以上のことから、 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合に見られる減衰振動現象は、次に述べる物理的現象として定性的に表現できると考えられる。流体の存在しない空間点に流体が到達すると、その空間点における浸透率は限りなく 0 に近いために流体が入ることができず、流体圧力が急激に上昇する。流体圧力が上昇すると、その圧力によって固相フレームワークが変形し、流体が入り込むことができる。その結果流体体積分率が大きくなってくると、浸透率は流体体積分率の 3 乗に比例するため、流速および流量が増大し、流体圧力が一気に解放される。このとき流体に生じた急激な減圧は、固相フレームワークの空隙を縮めるように働く。その結果、流体体積分率が低下し、浸透率が低下することによって再び流体が入りにくい状態が生じ、流体圧力が急激に増加する。その後長い時間が経てば、固相の体積変化の振動に対して、固相の体積粘性が抵抗力として働くことで振動現象は減衰し、定常状態へ向かうと考えられる。また、流れの様子が $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合と $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合とで大きく異なってくる理由は次のように説明できる。 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合は、流体到達後の流体圧増加に対して、固相フレームワークが比較的速やかに応答して変形することで、空隙がすみやかに形成される。その結果、流体圧力の上昇は抑えられ、したがって振動現象も抑えられると考えられる。 $\mu_F = 10^{18} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ から $\mu_F = 10^{21} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の間であると考えられる (Burgmann and Dresen, 2008) ため、深部地殻においては、条件によって流れの様子が大きく変わる可能性がある。もし、深部地殻の固相粘性率が 10^{19} より大きいとすると、上述したような振動現象が起こる可能性がある。これまでに電気比抵抗分布 (Uyeshima and Usui, 2012) や地震波速度分布 (Zhao et al., 1996; Zhao and Negishi, 1998) から推定された流体の分布状態は、固相粘性率が大きい場合における現象としては次のように説

明できる。深部地殻のより浅い部分では、温度が比較的低いため、固相粘性率は比較的高いと予想される。このとき、深部地殻の下部から流体が入ってくると、振動現象によって、流体を多く含む領域が形成される。その領域が上昇していくと、固液2面角の層に伴って浸透率が低下し、やがて上昇が停止する。その結果、 $\theta = 60^\circ$ となる面の下部に流体を多く含む領域が形成され、長い時間をかけて流体がその領域に流入することで、Uyeshima and Usui. (2012) が示したような、流体体積分率が数十%達するような領域が形成されると考えられる。

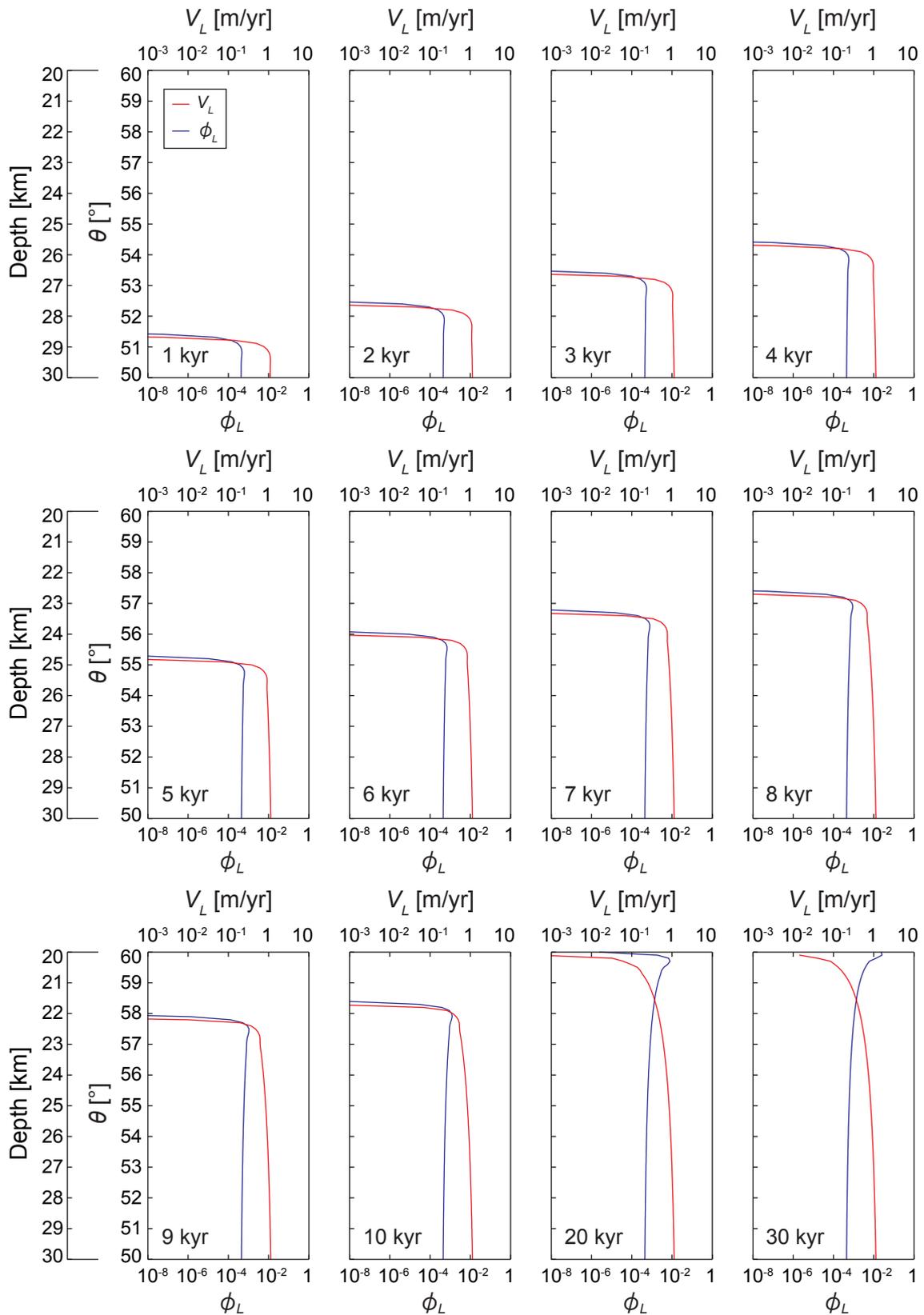


図 6.3 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

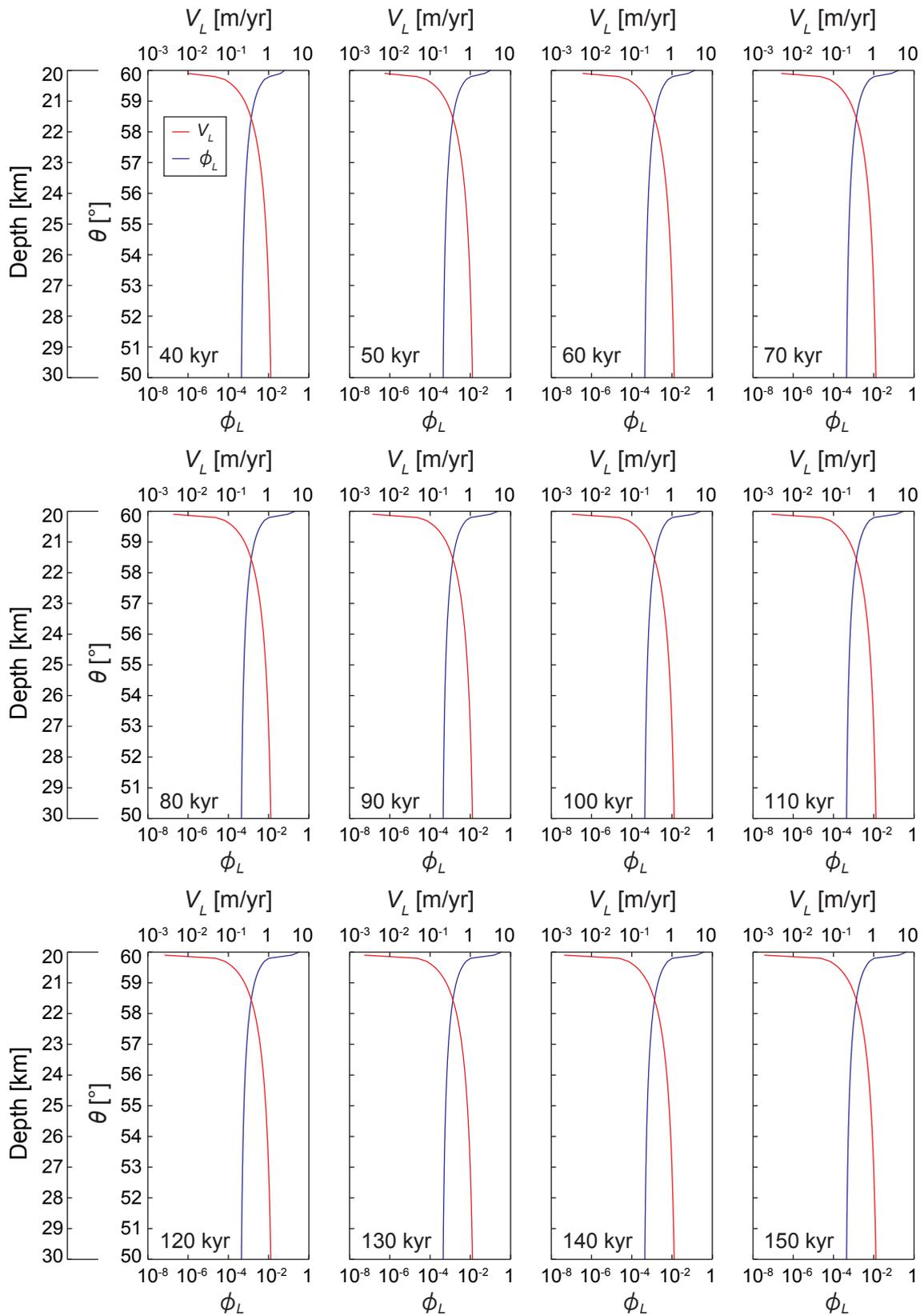


図 6.3 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

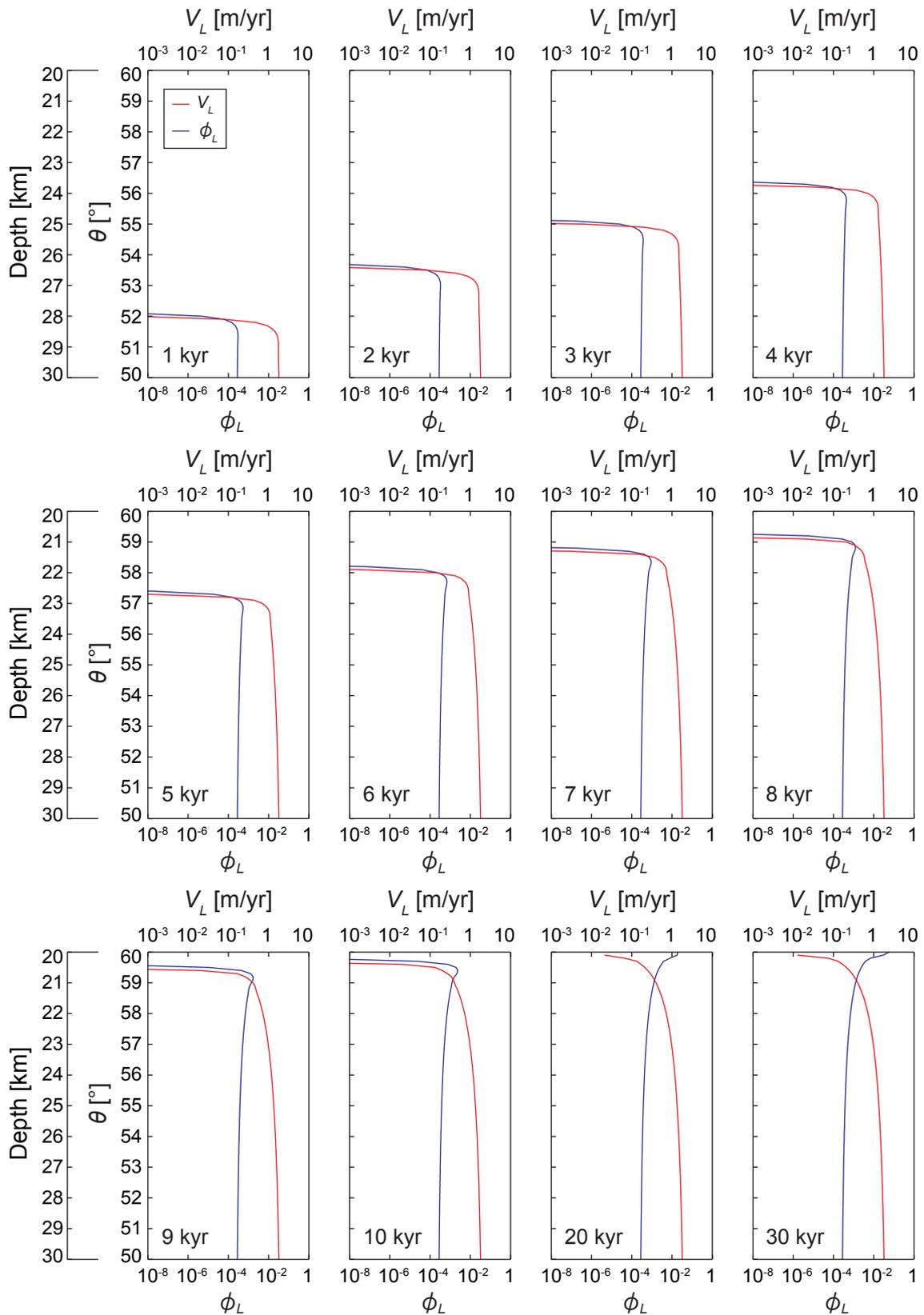


図 6.4 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,

$\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

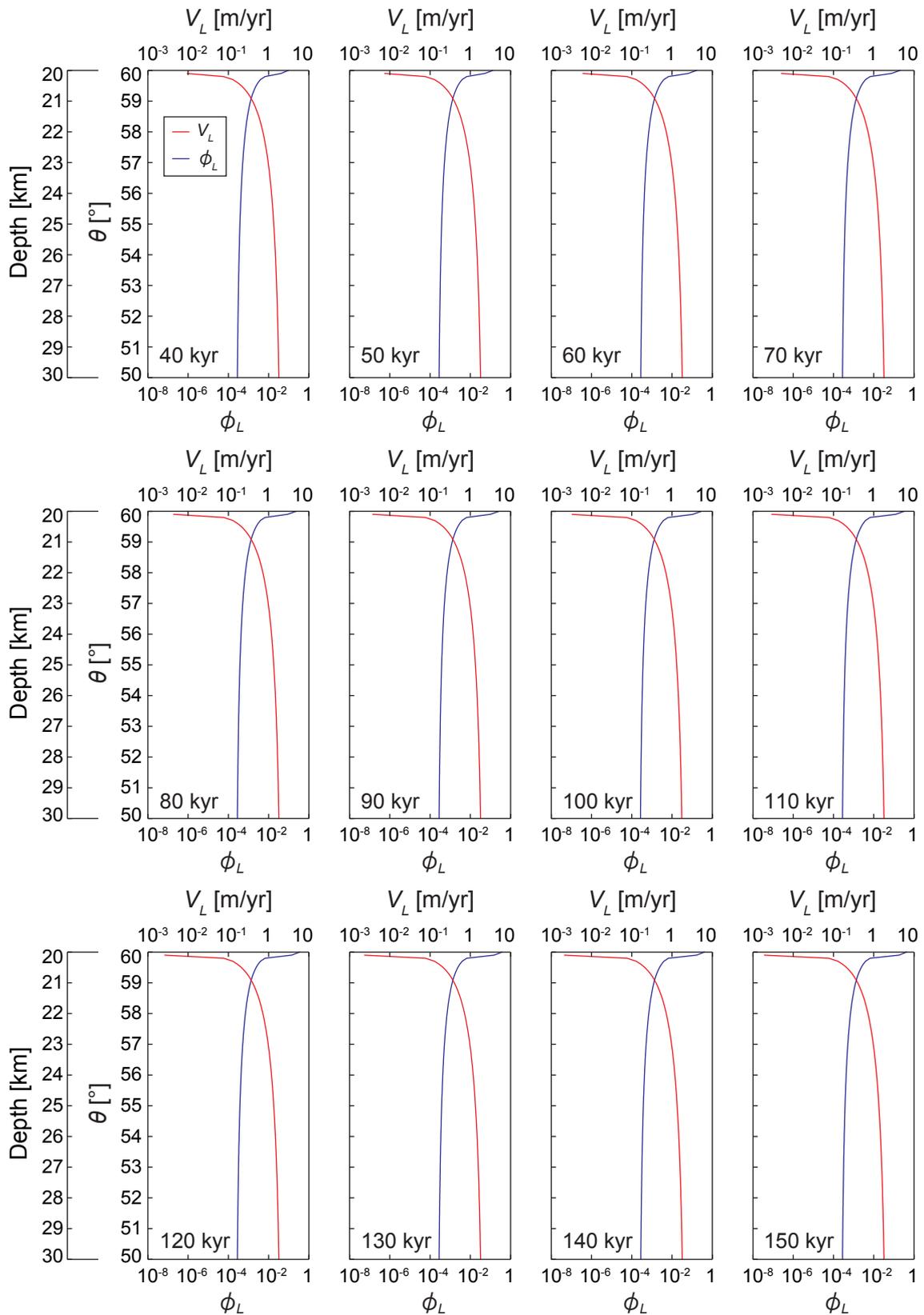


図 6.4 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

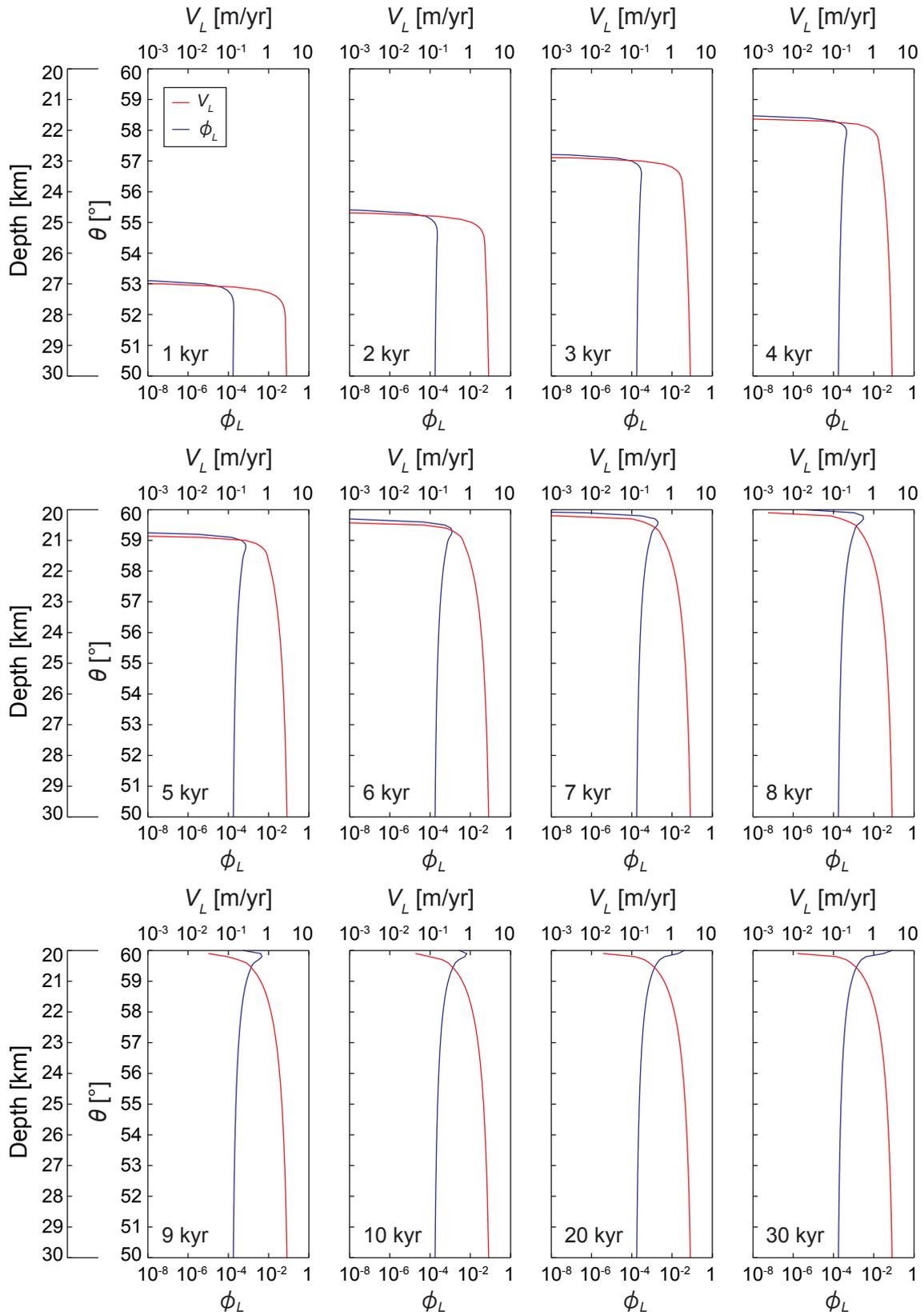


図 6.5 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,

$\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

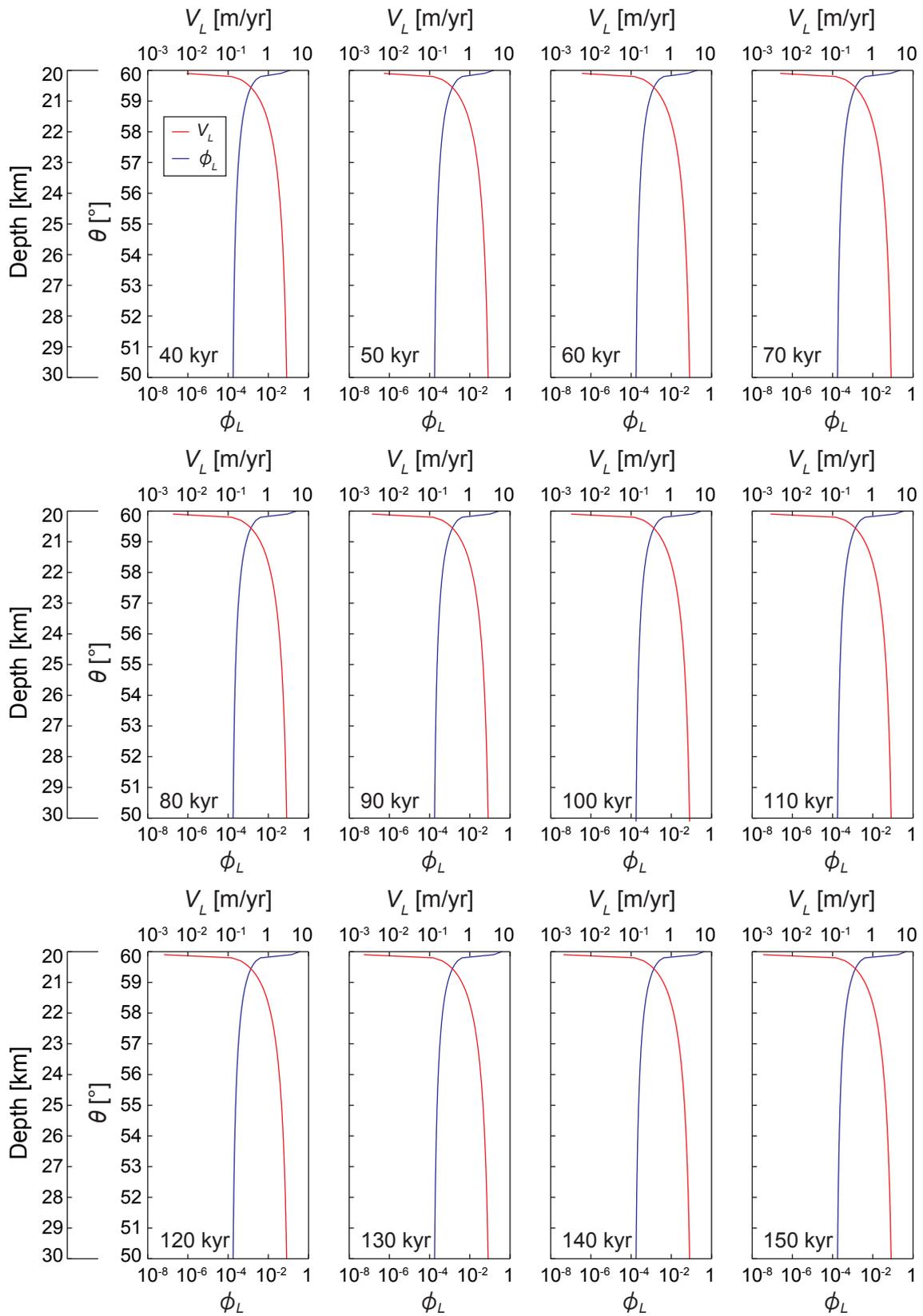


図 6.5 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

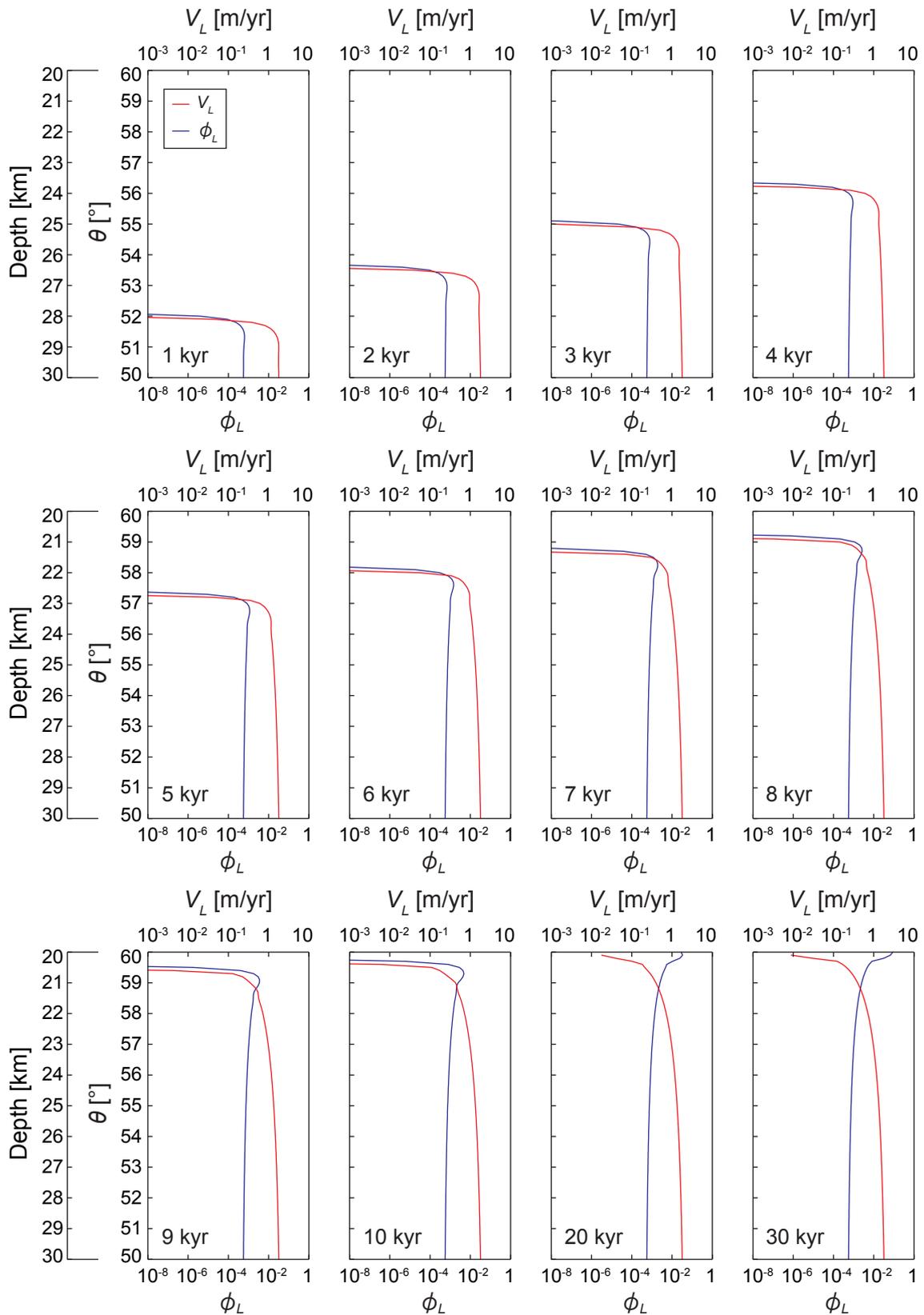


図 6.6 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

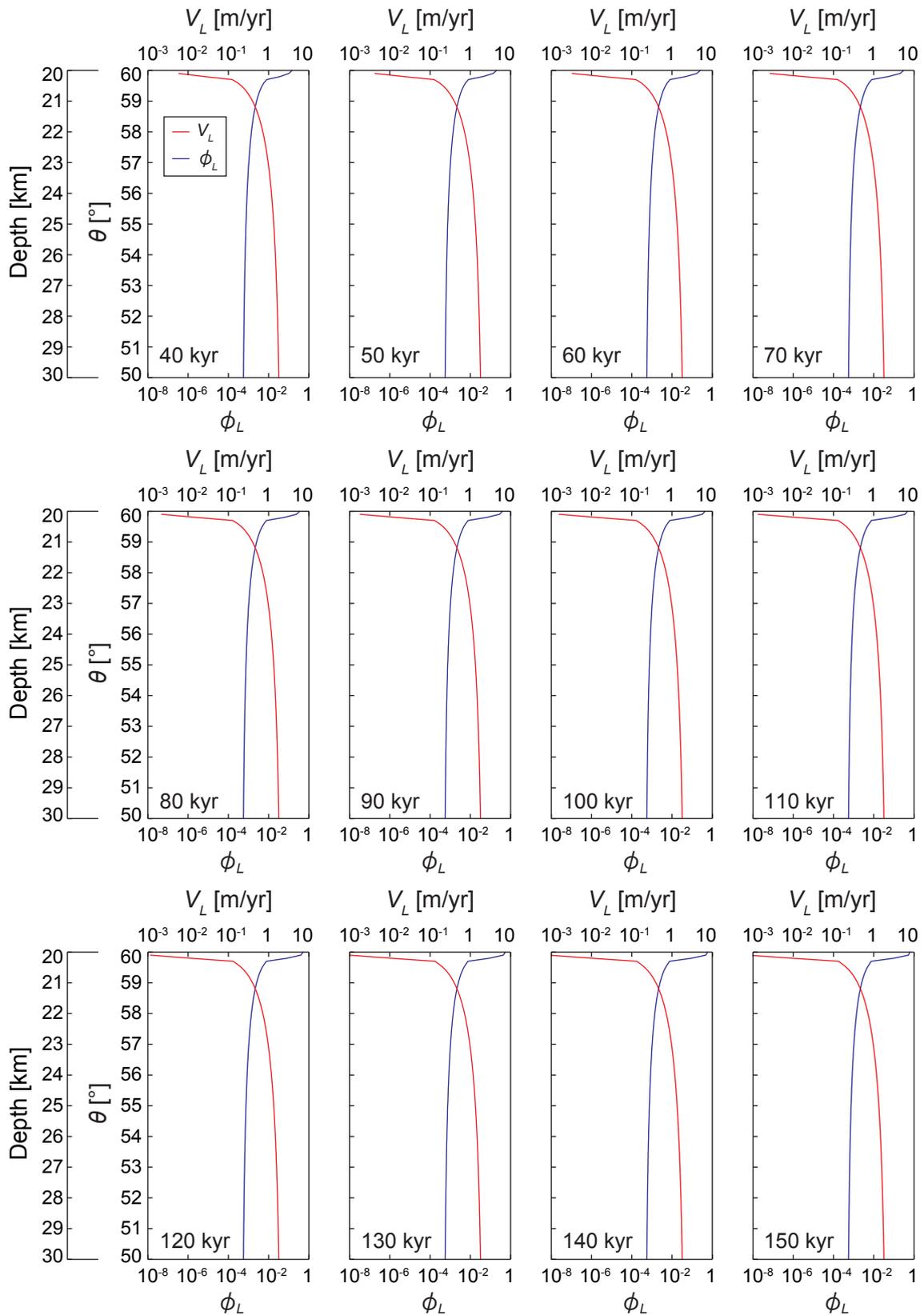


図 6.6 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

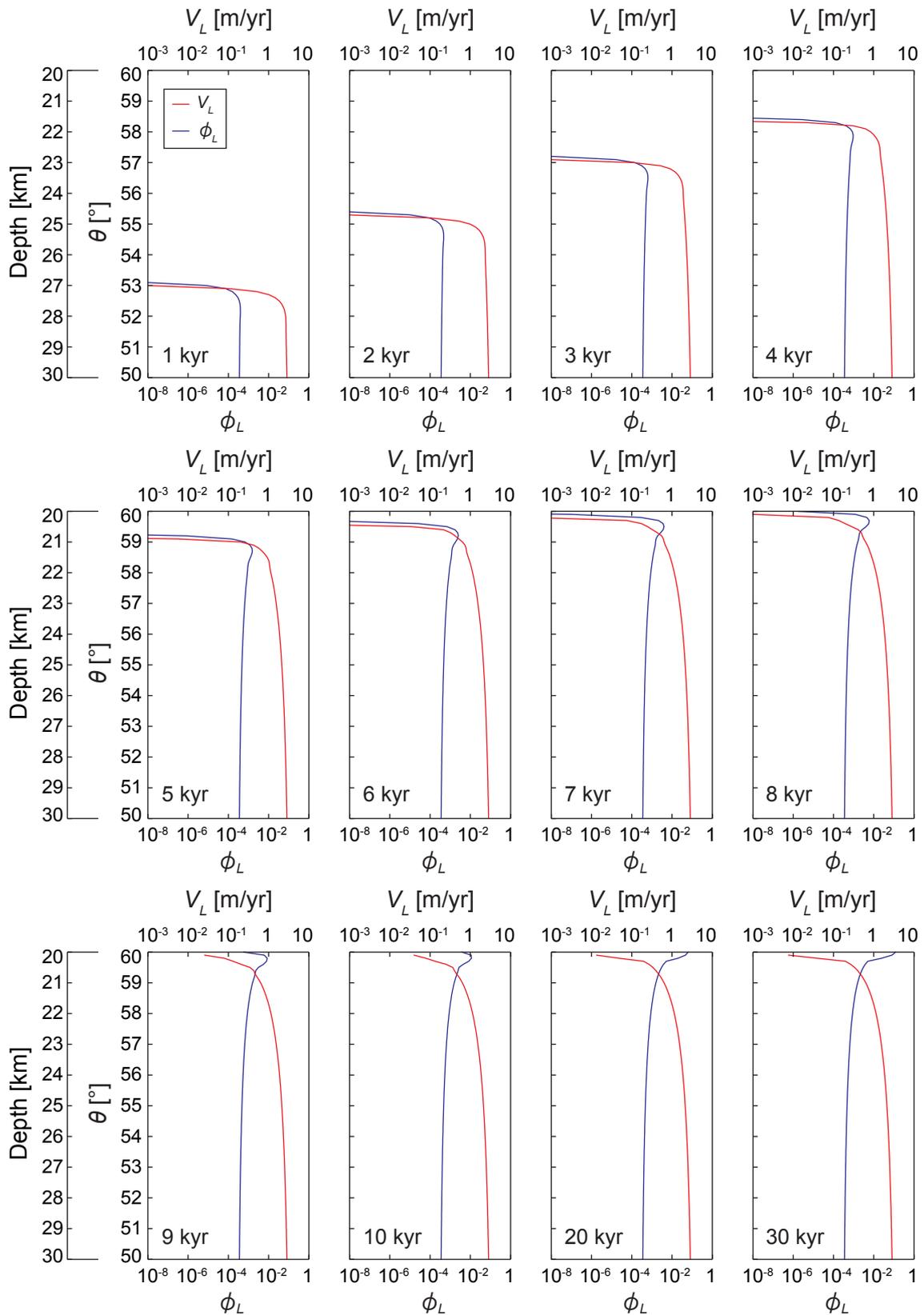


図 6.7 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

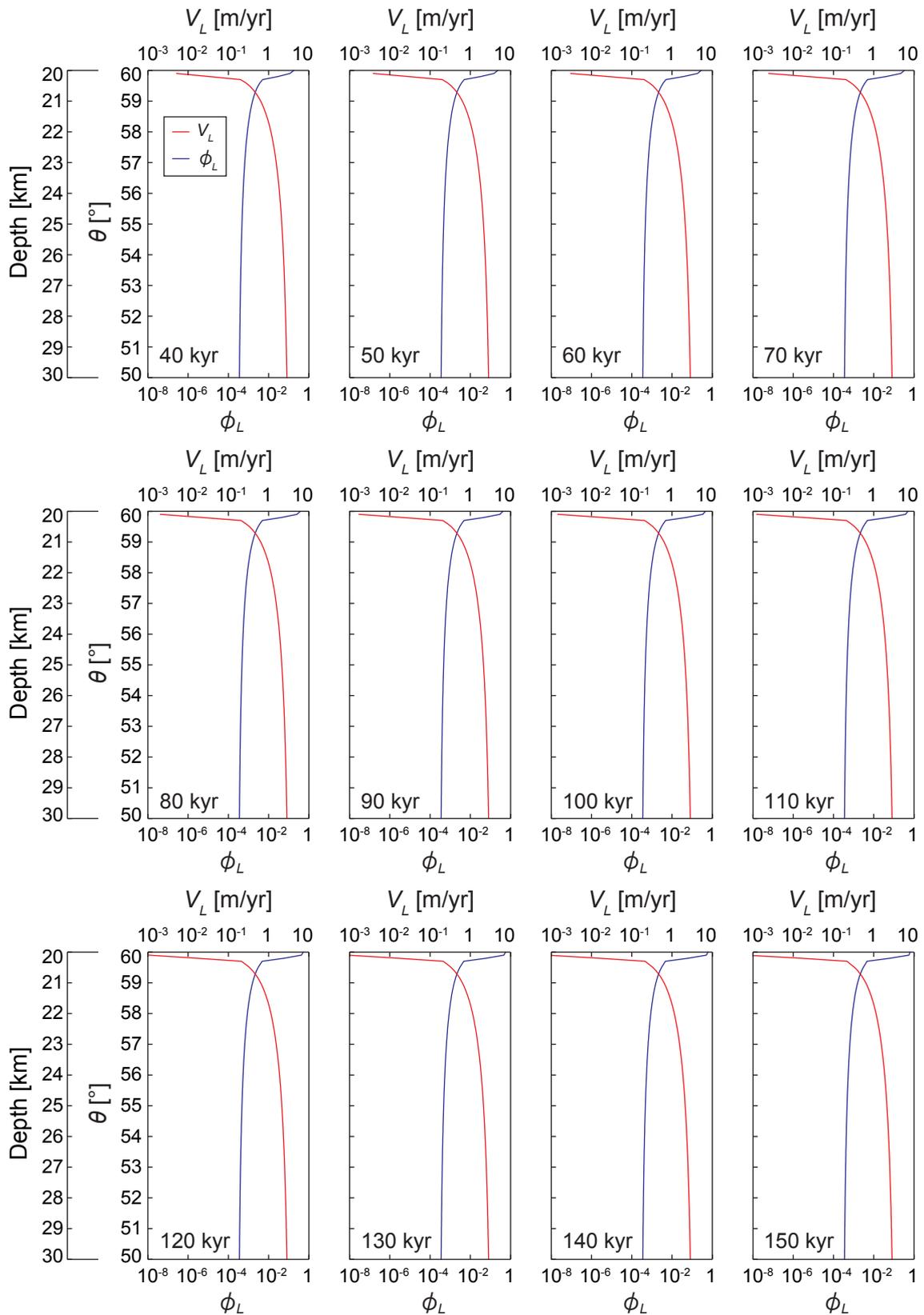


図 6.7 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

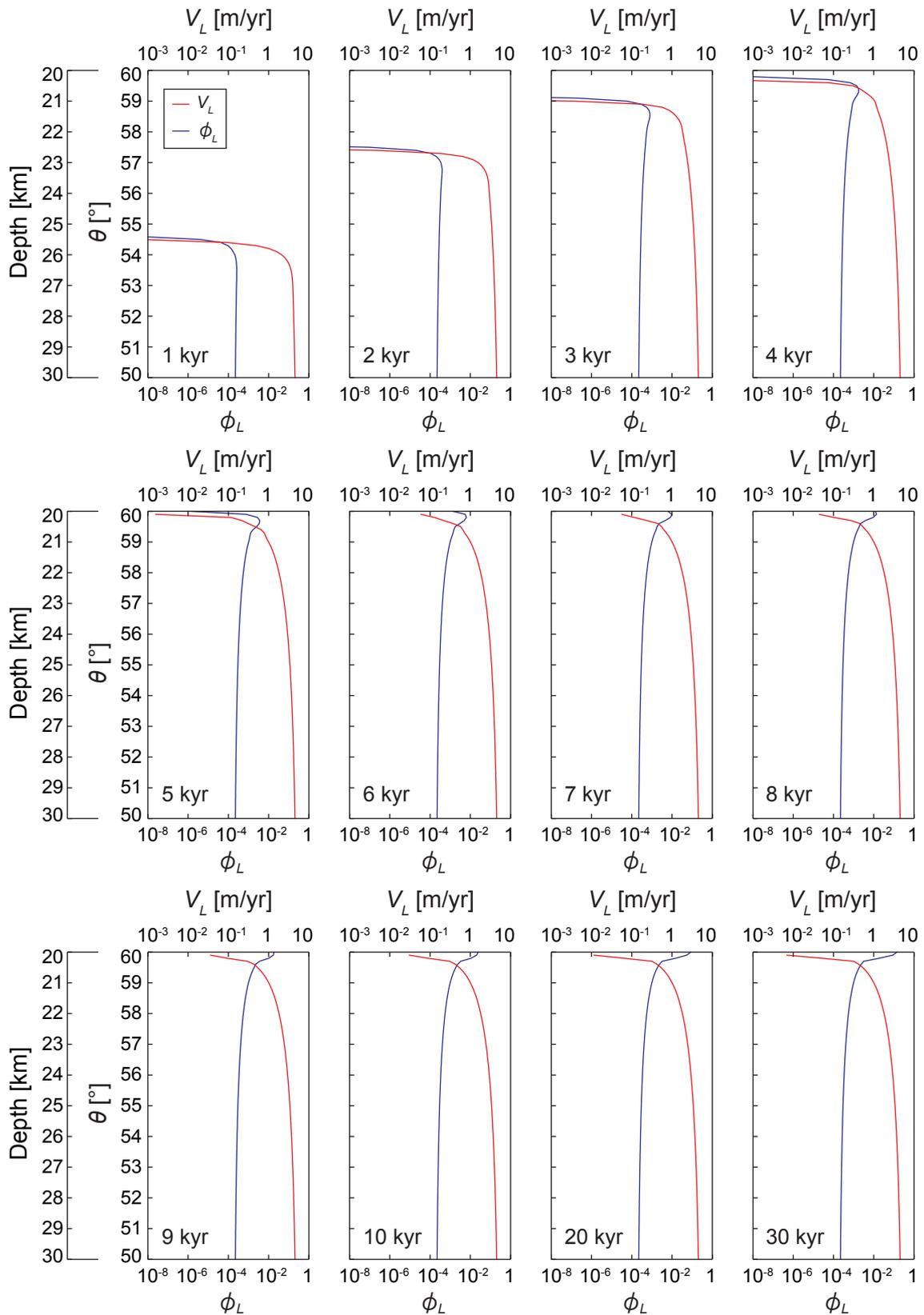


図 6.8 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

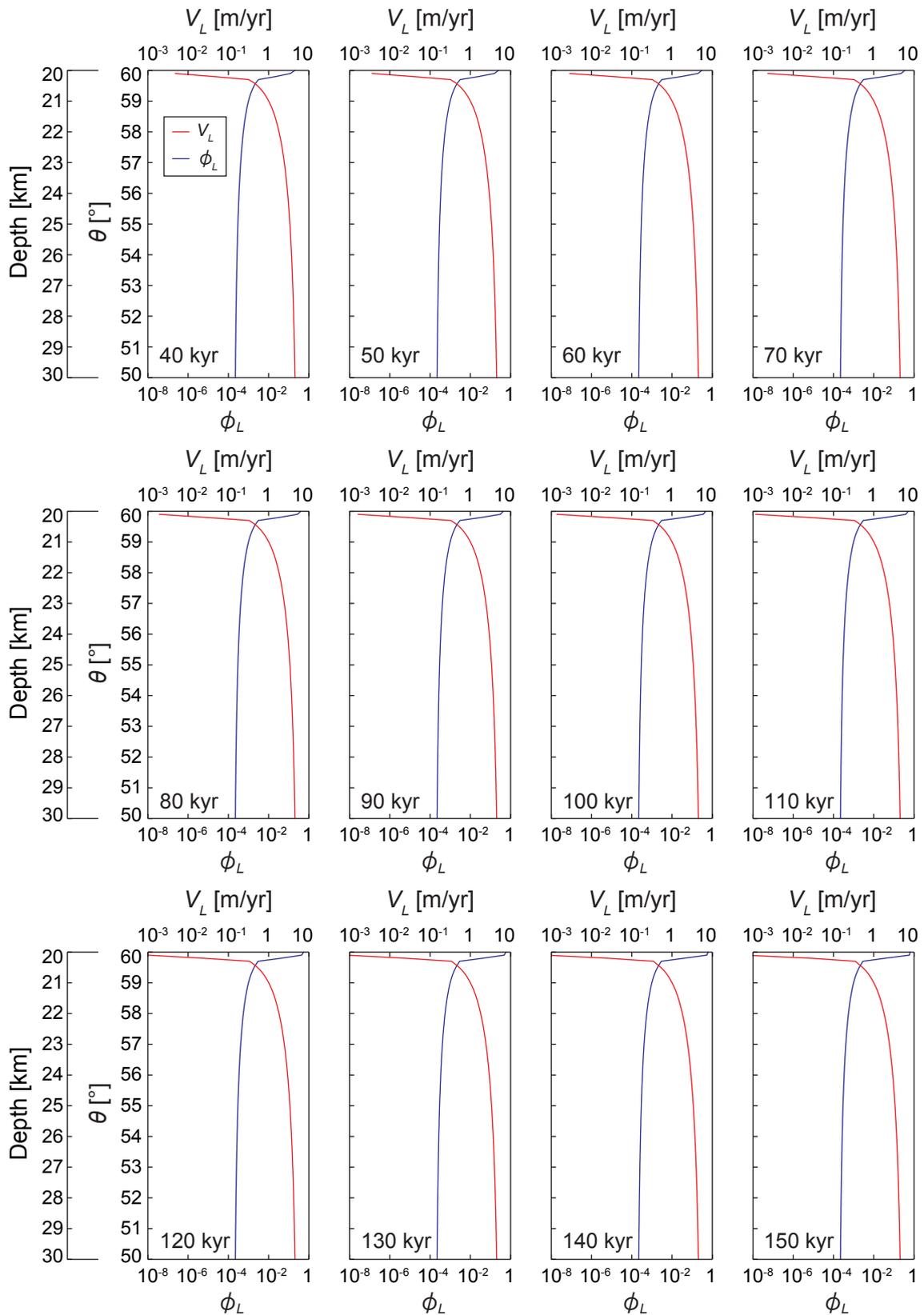


図 6.8 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

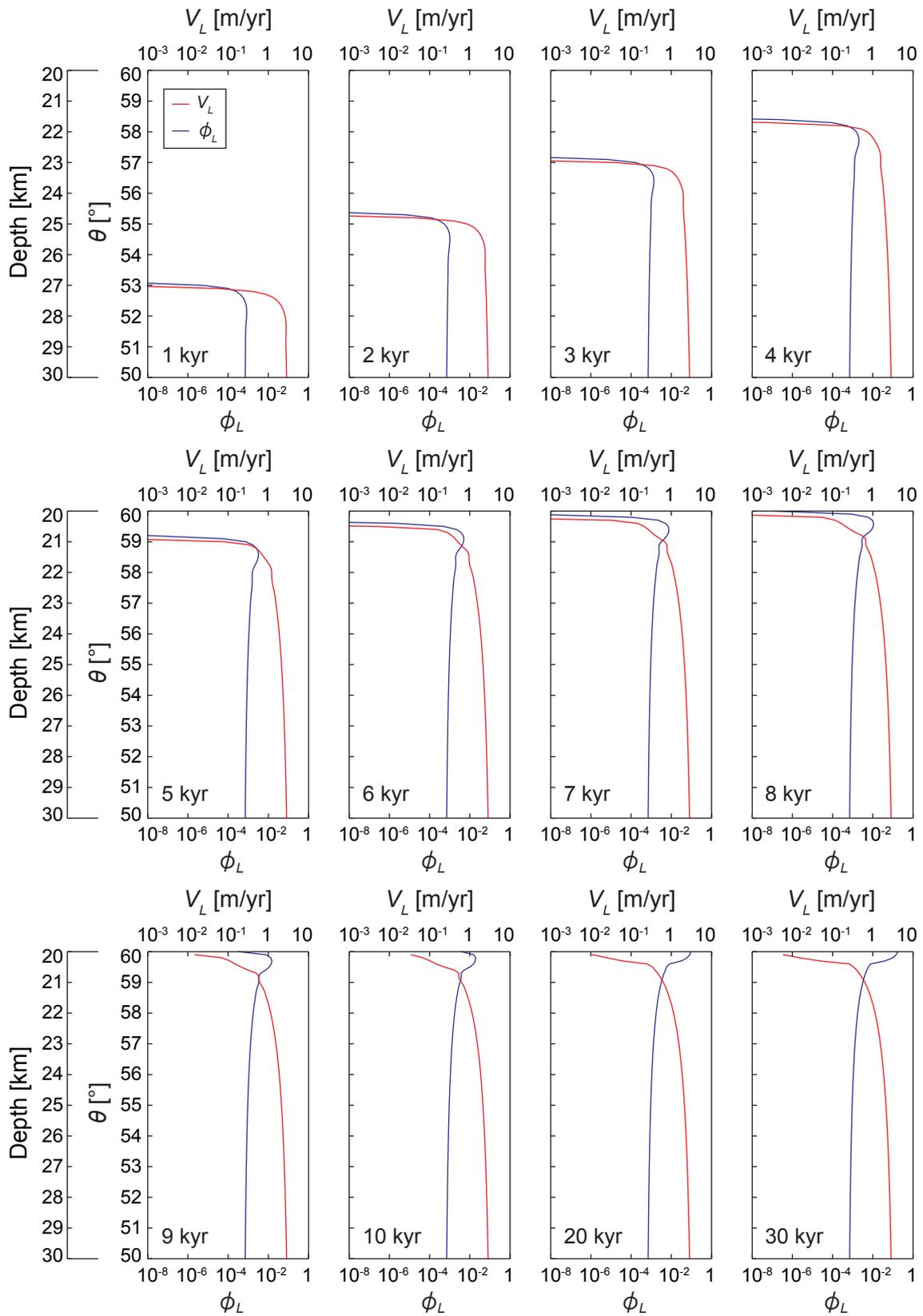


図 6.9 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

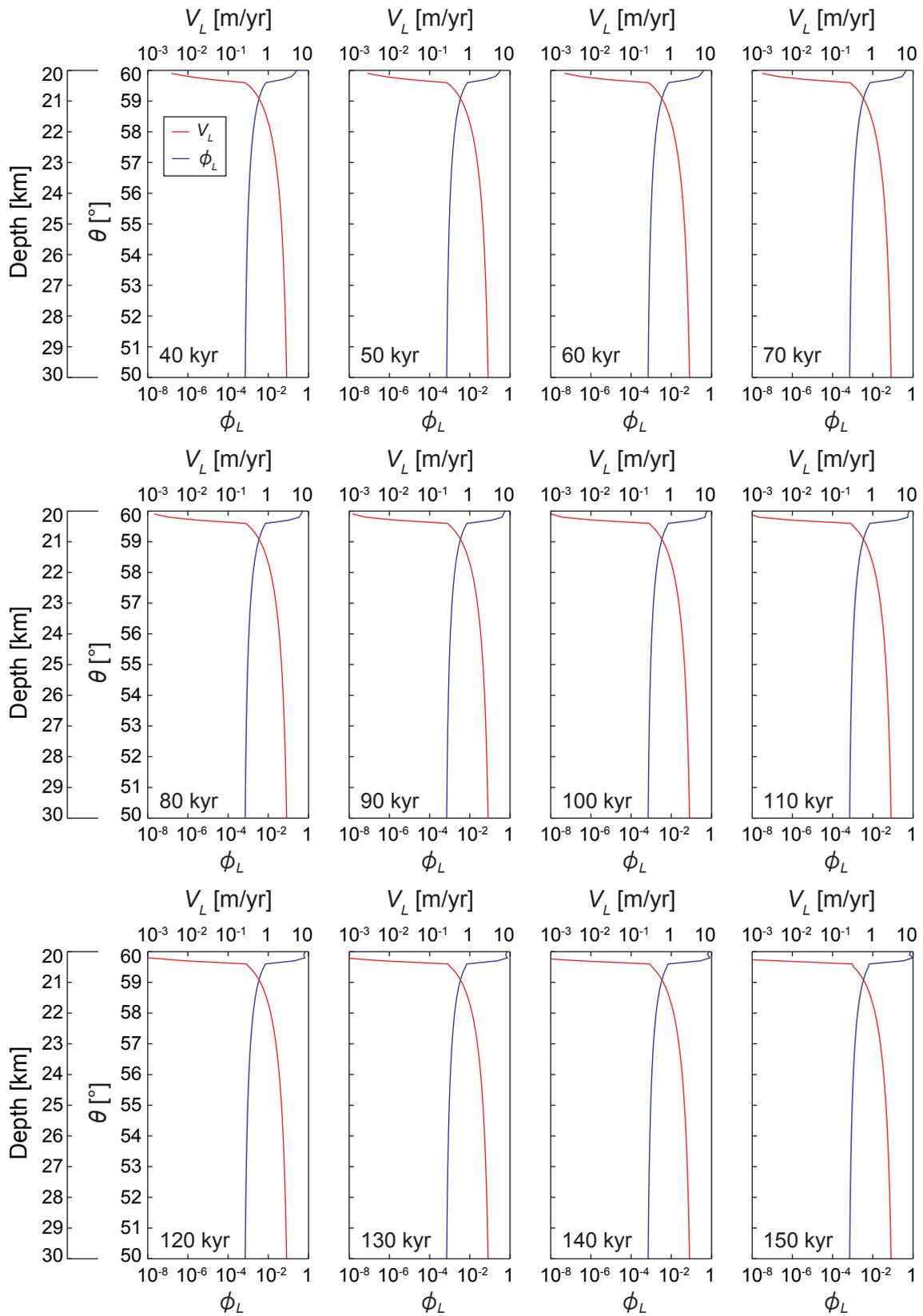


図 6.9 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

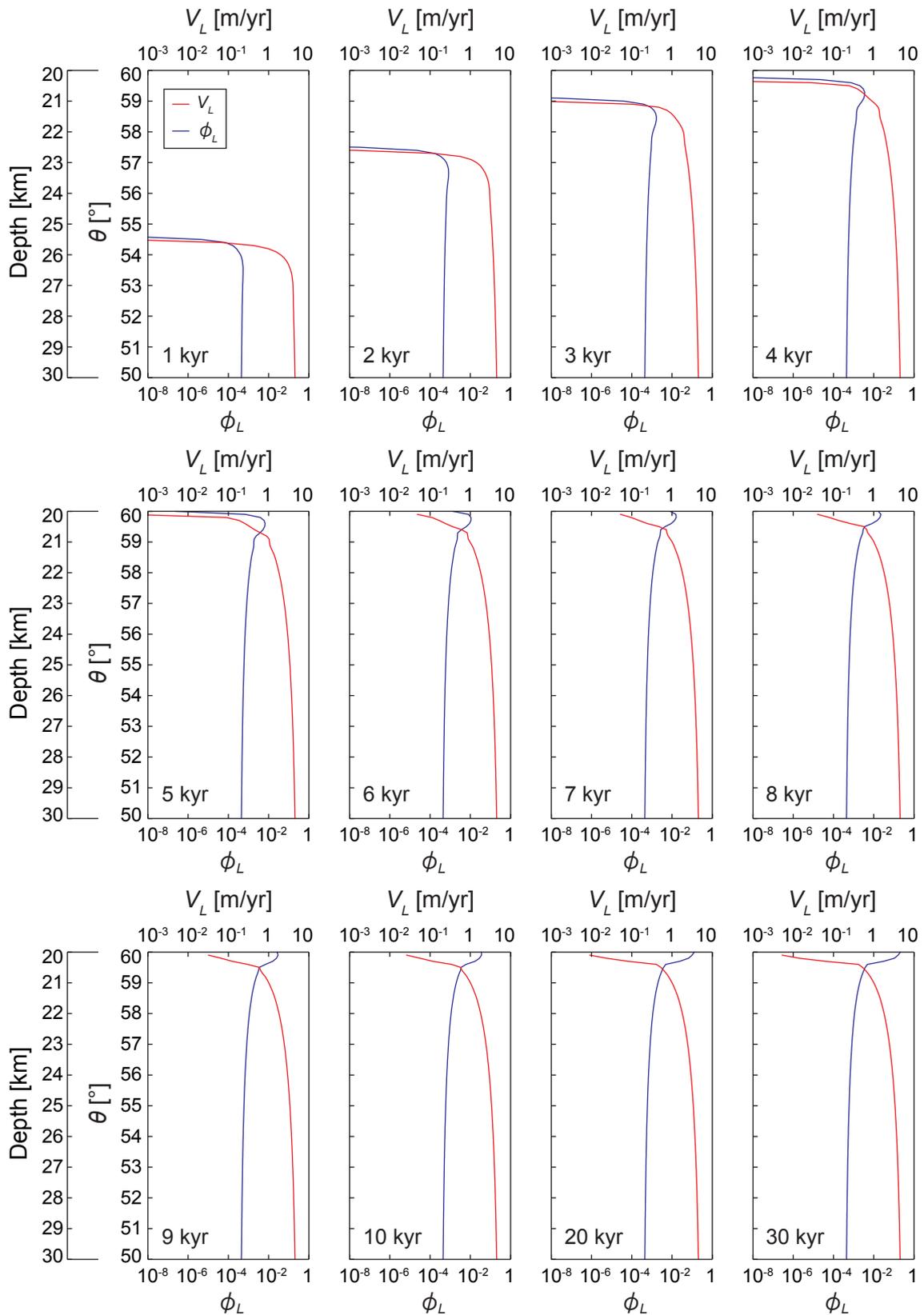


図 6.10 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

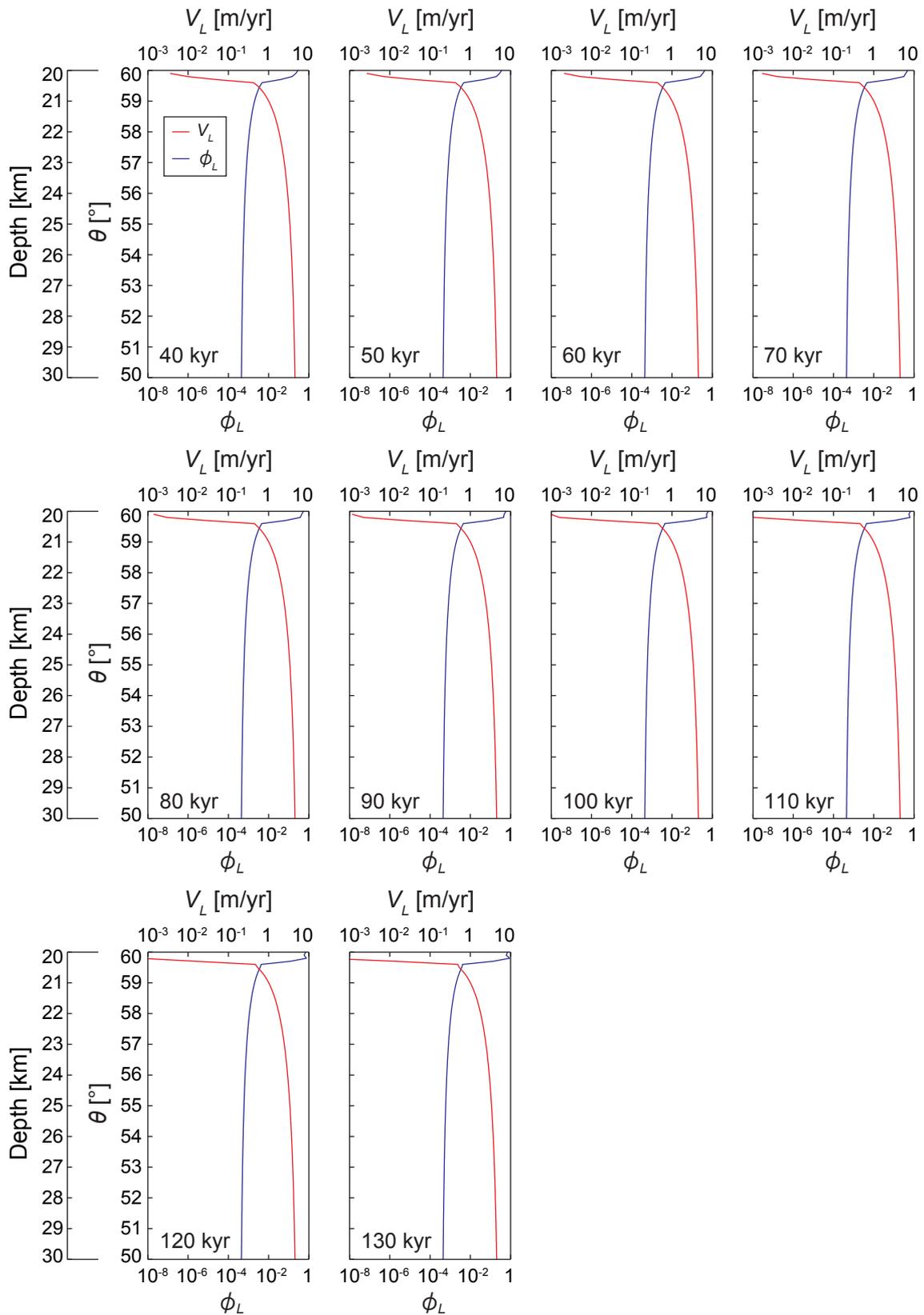


図 6.10 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

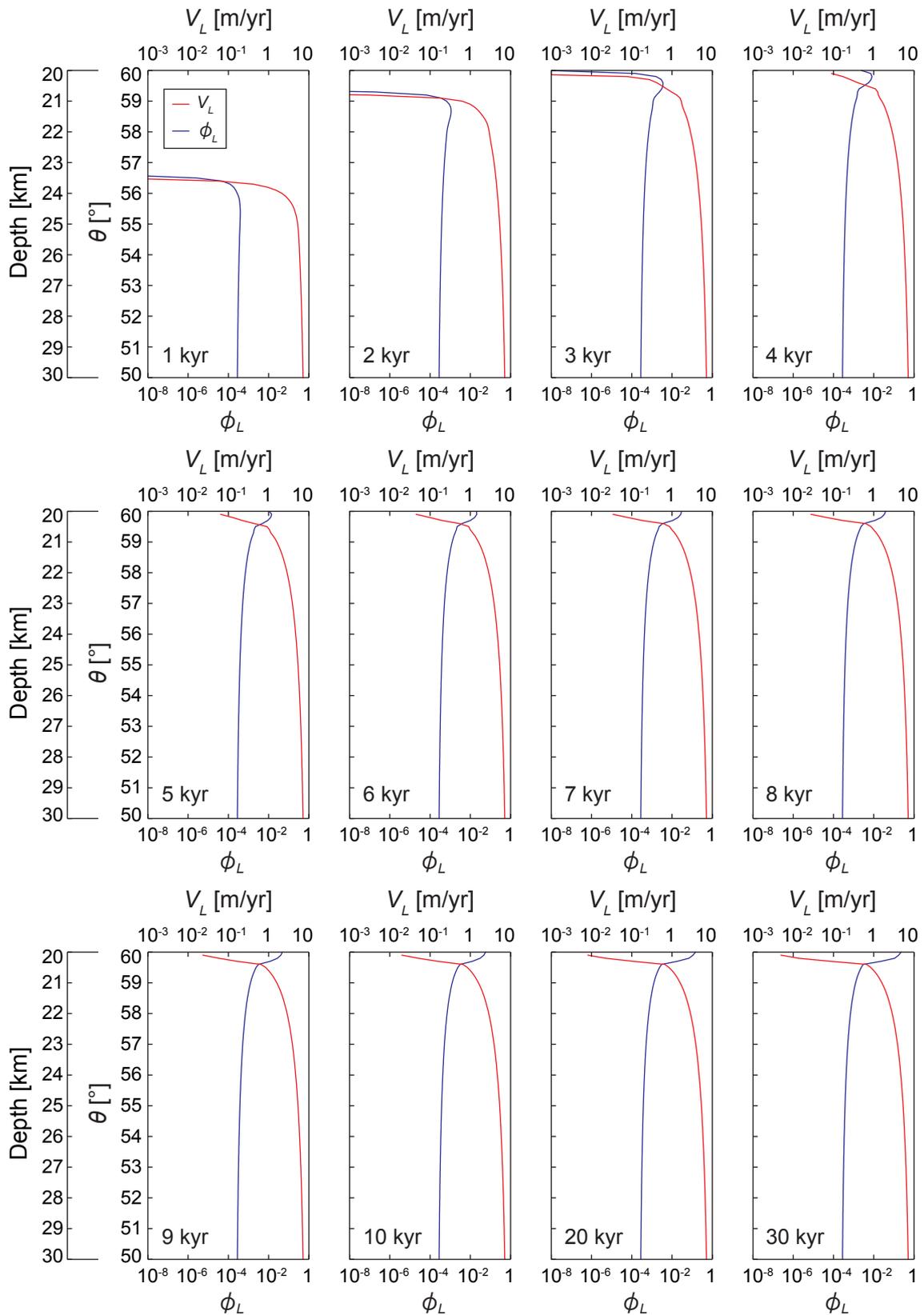


図 6.11 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

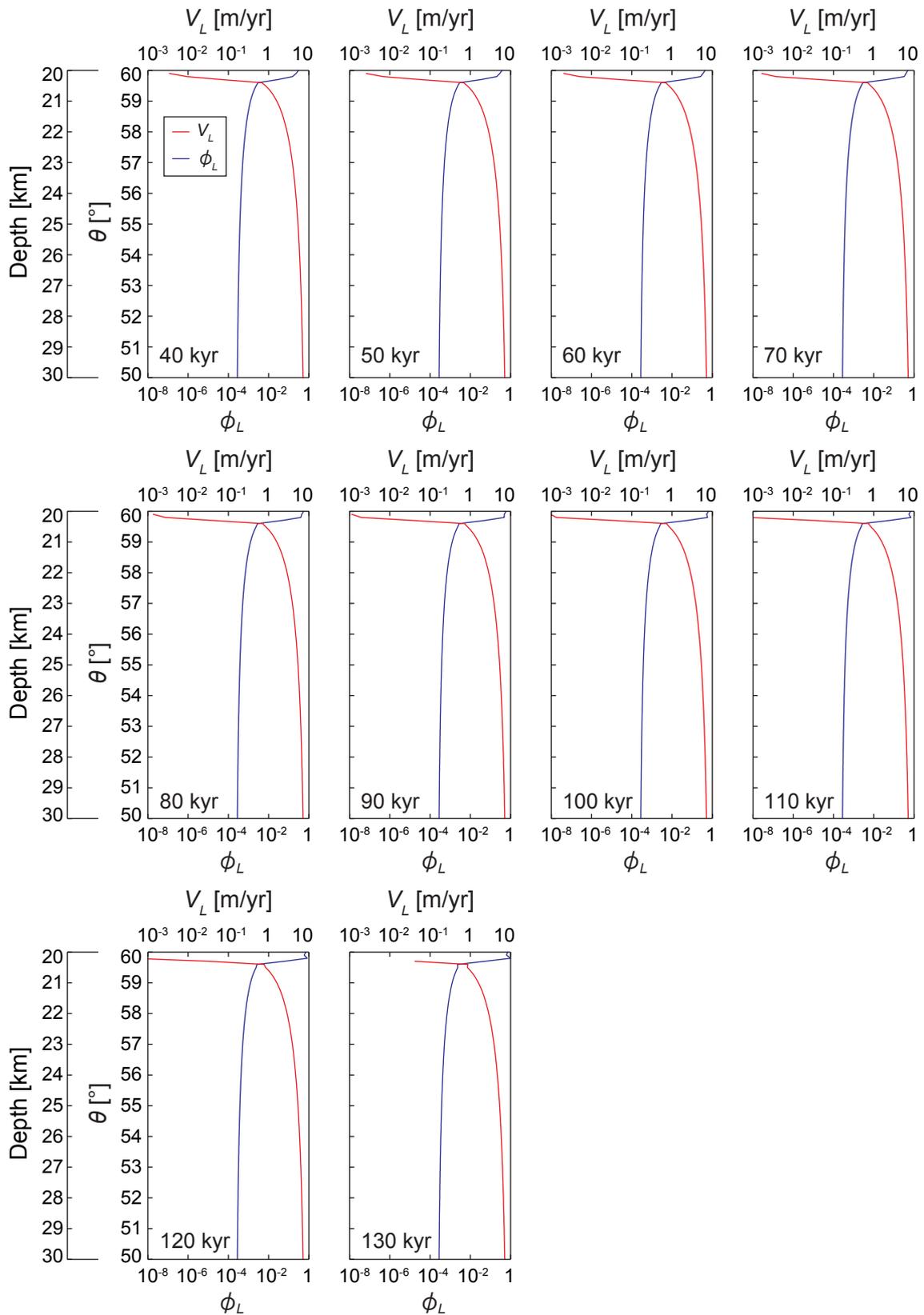


図 6.11 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

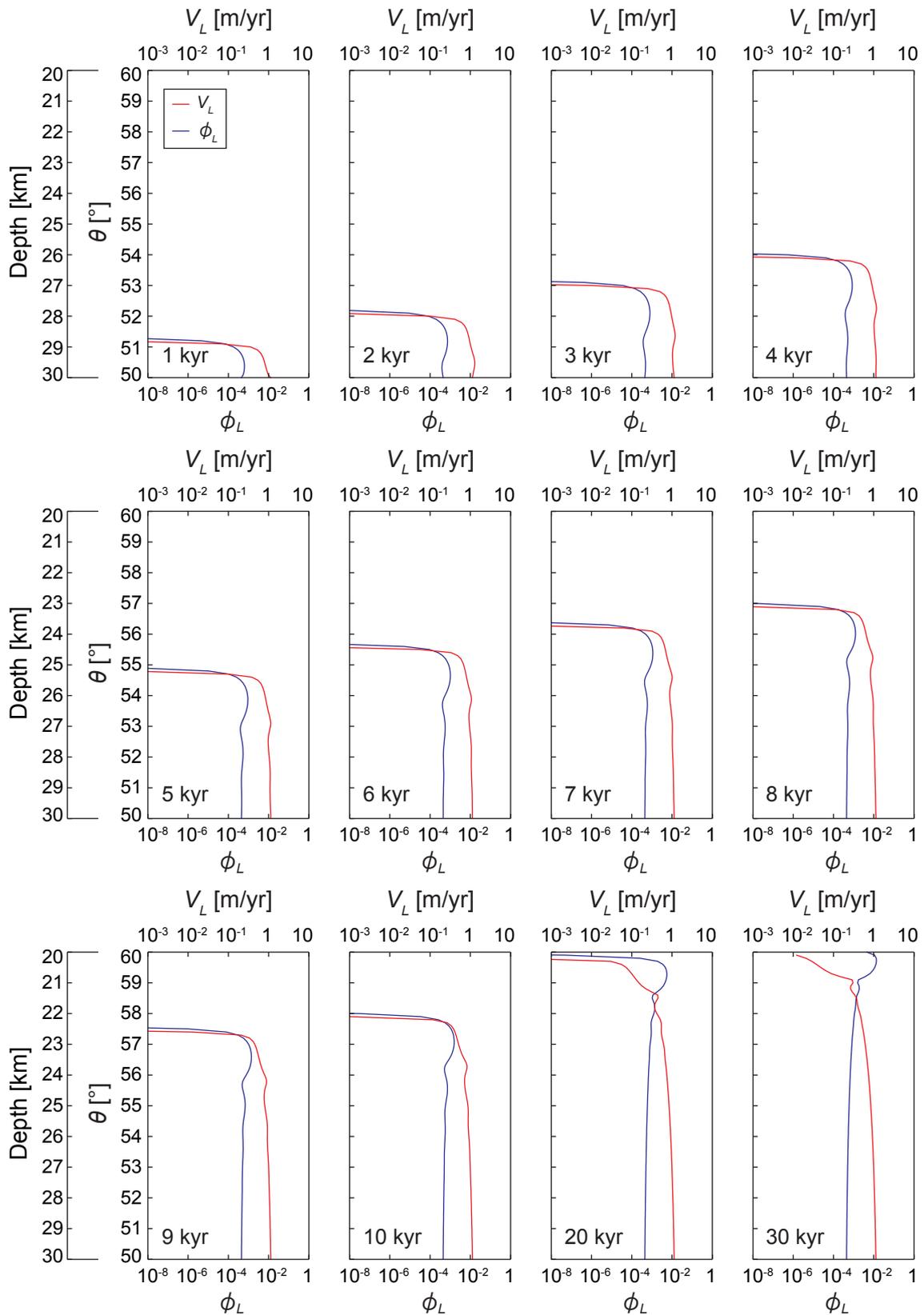


図 6.12 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

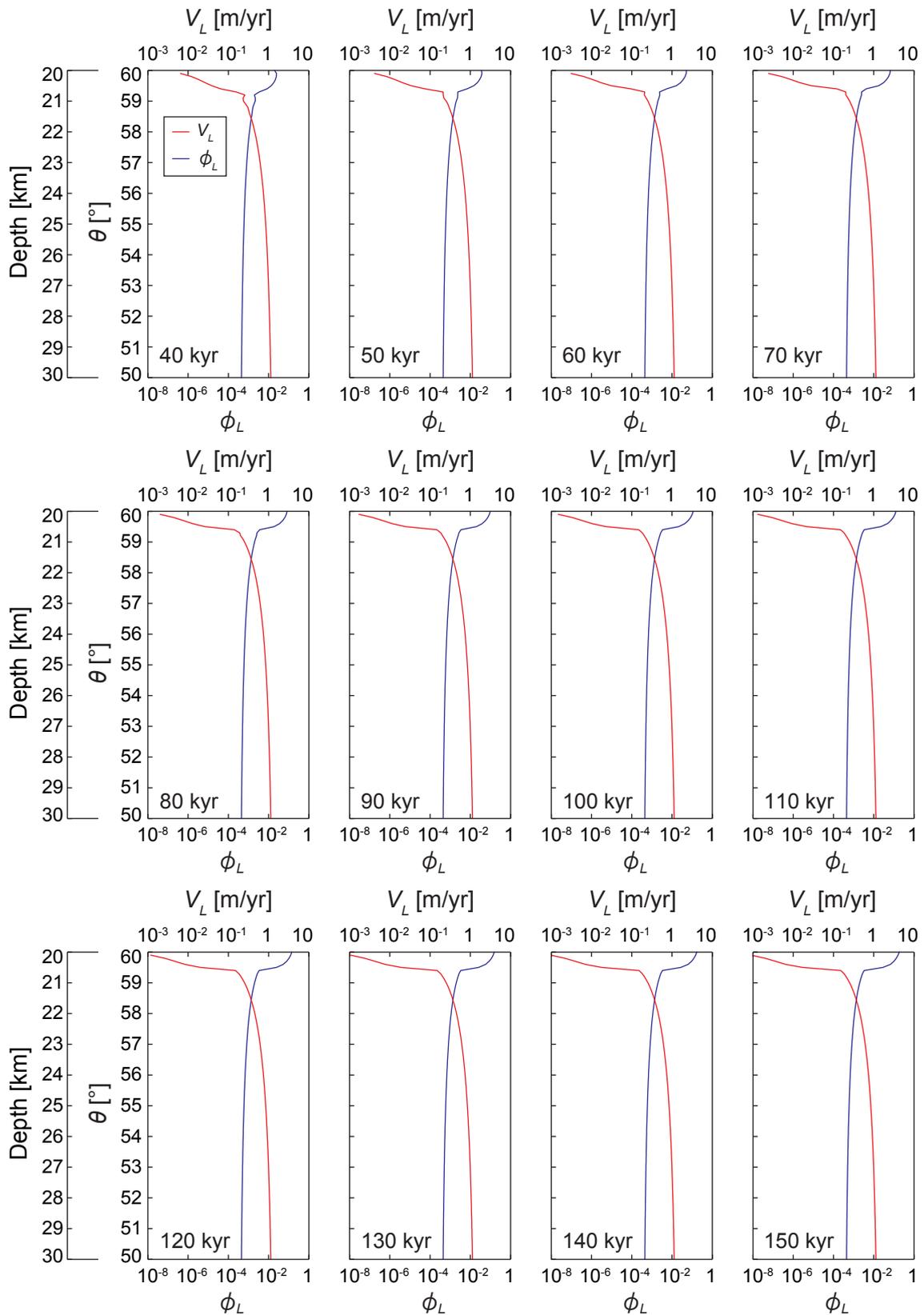


図 6.12 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

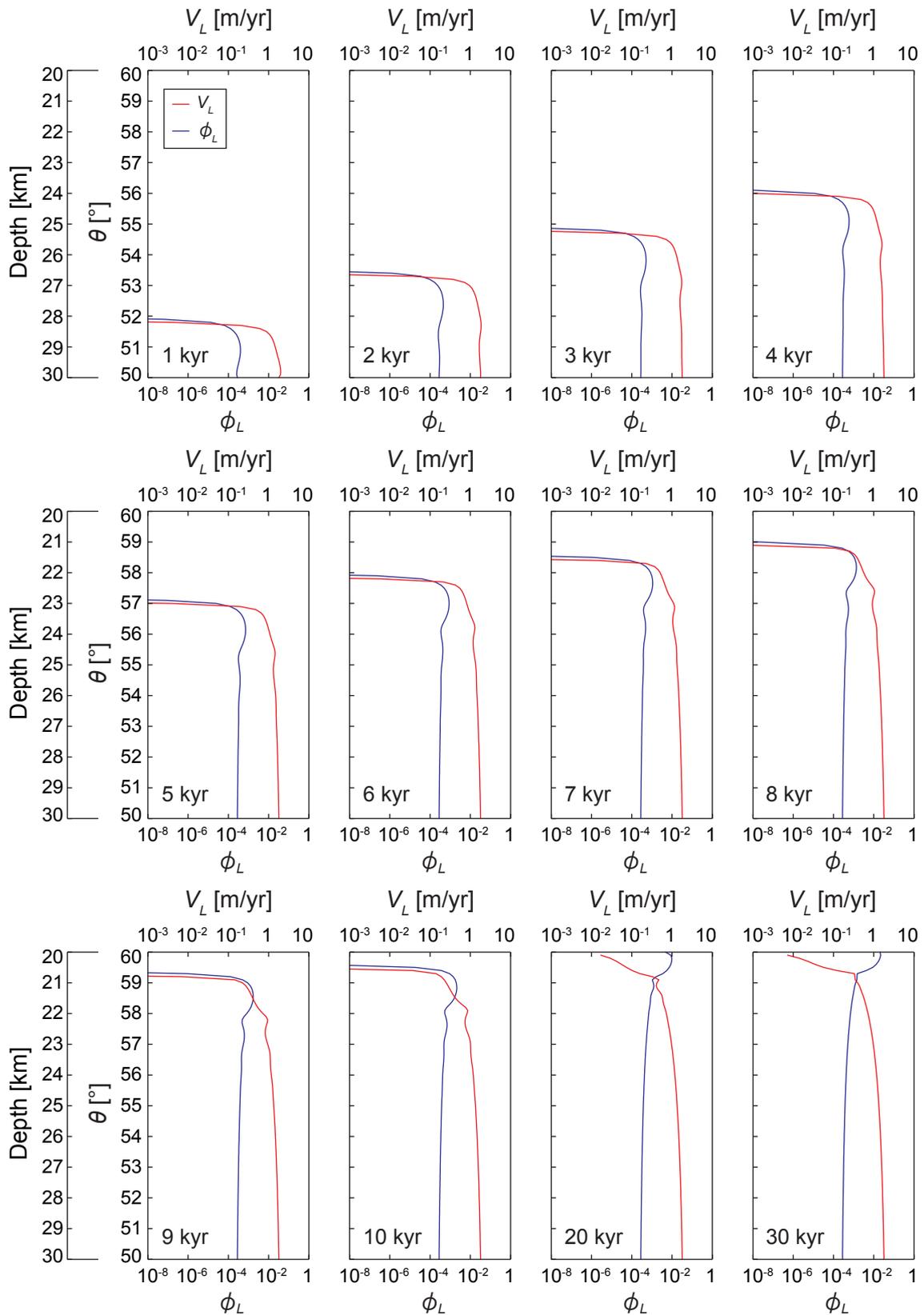


図 6.13 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

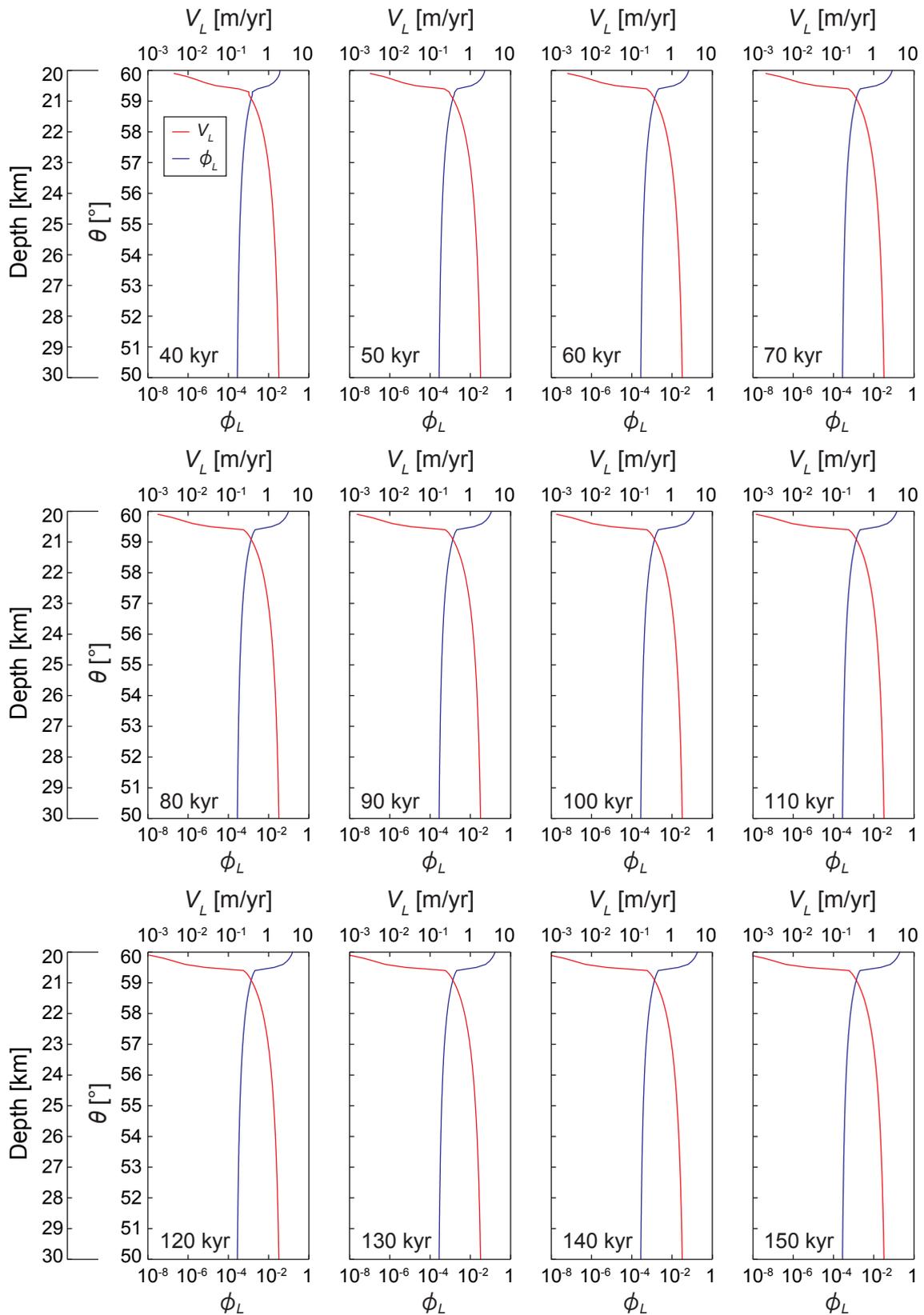


図 6.13 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

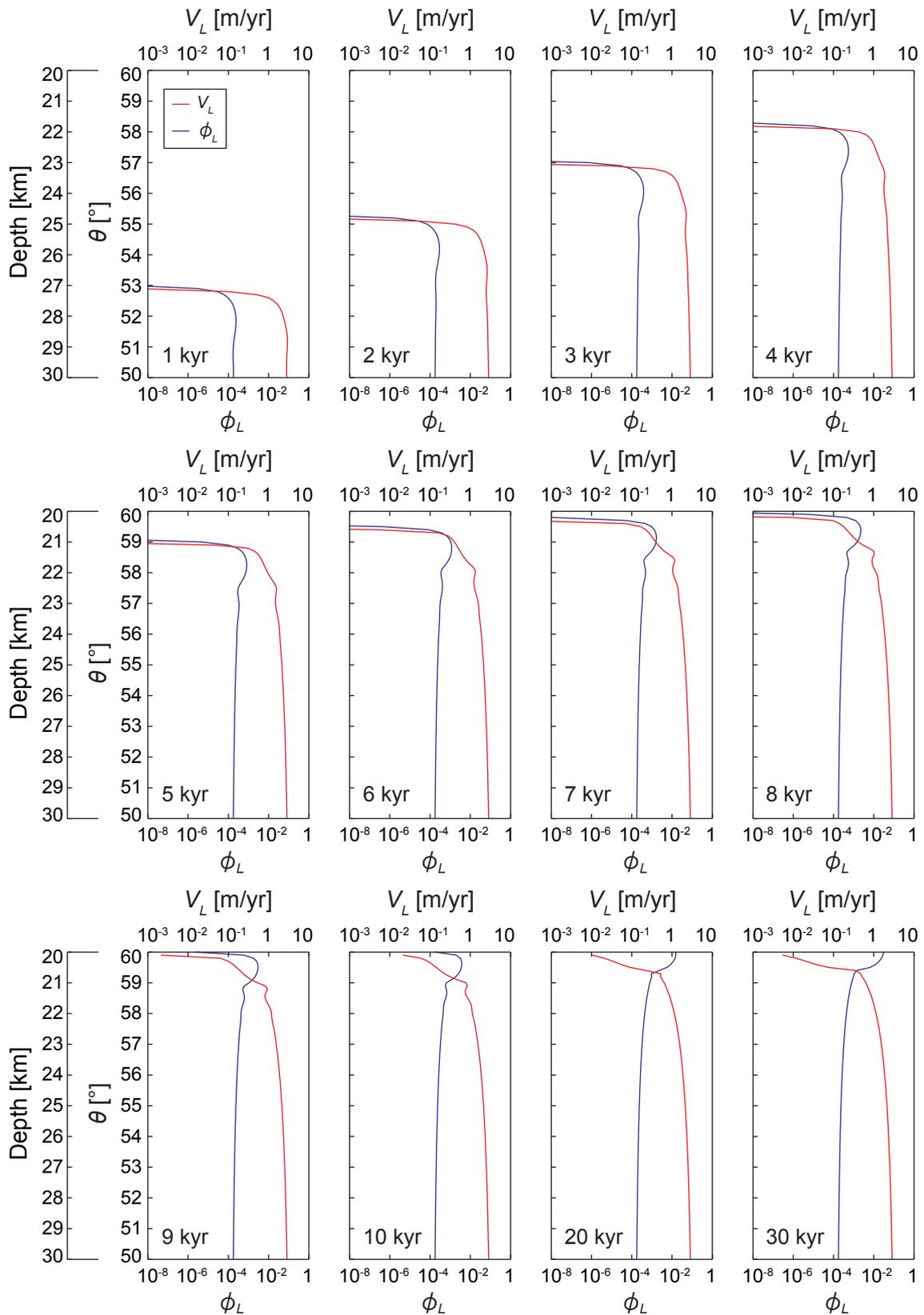


図 6.14 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

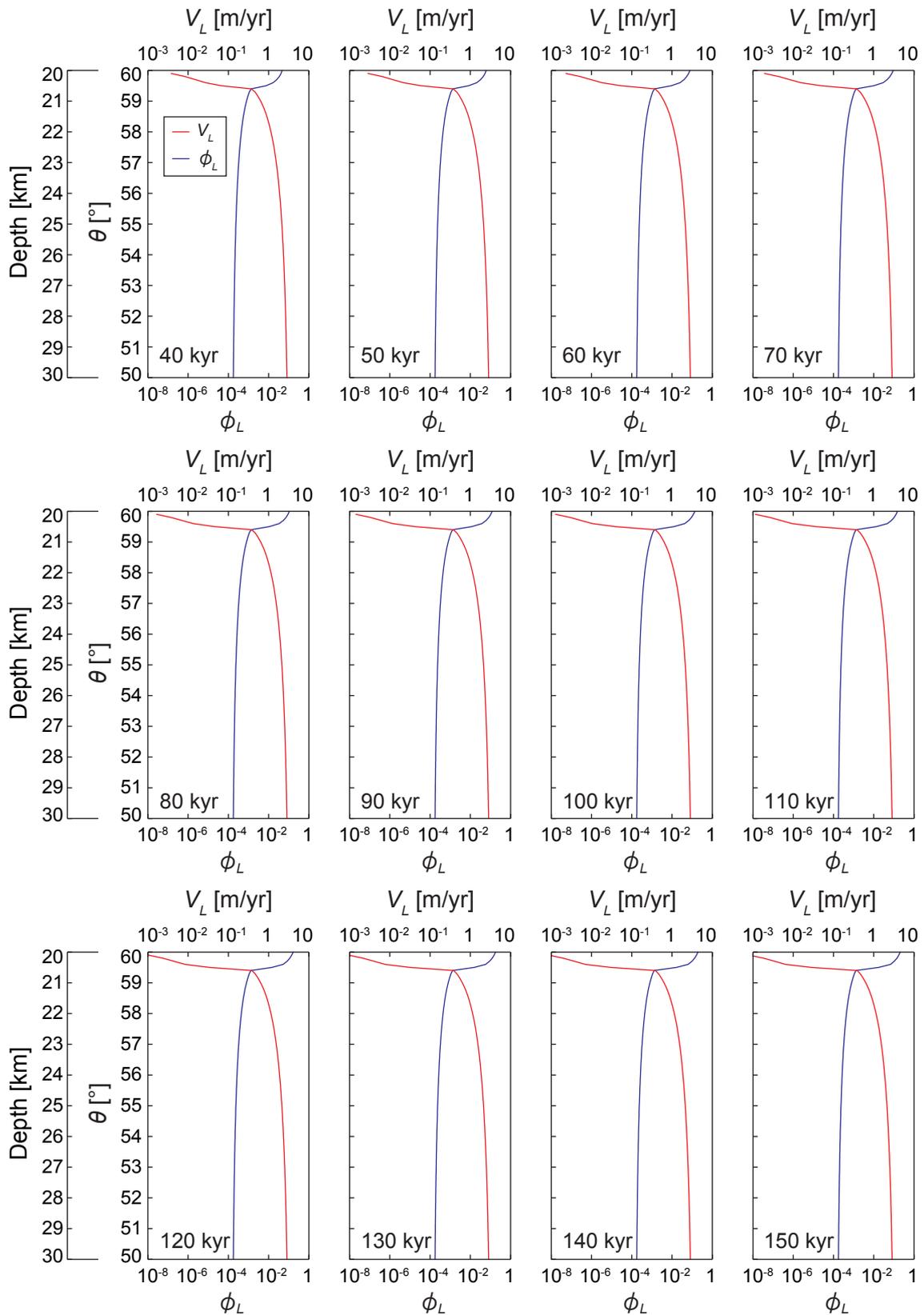


図 6.14 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 1.59 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

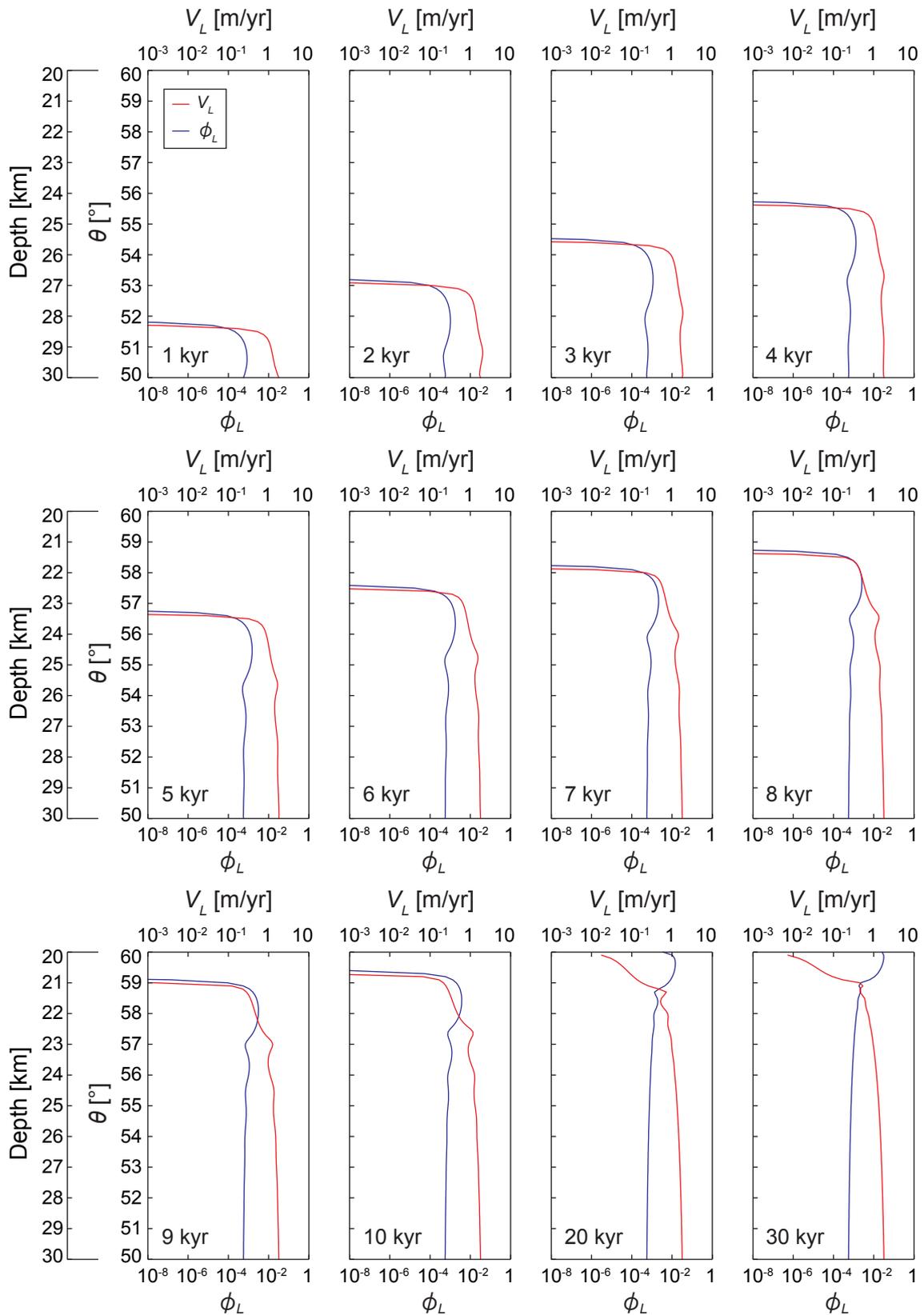


図 6.15 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

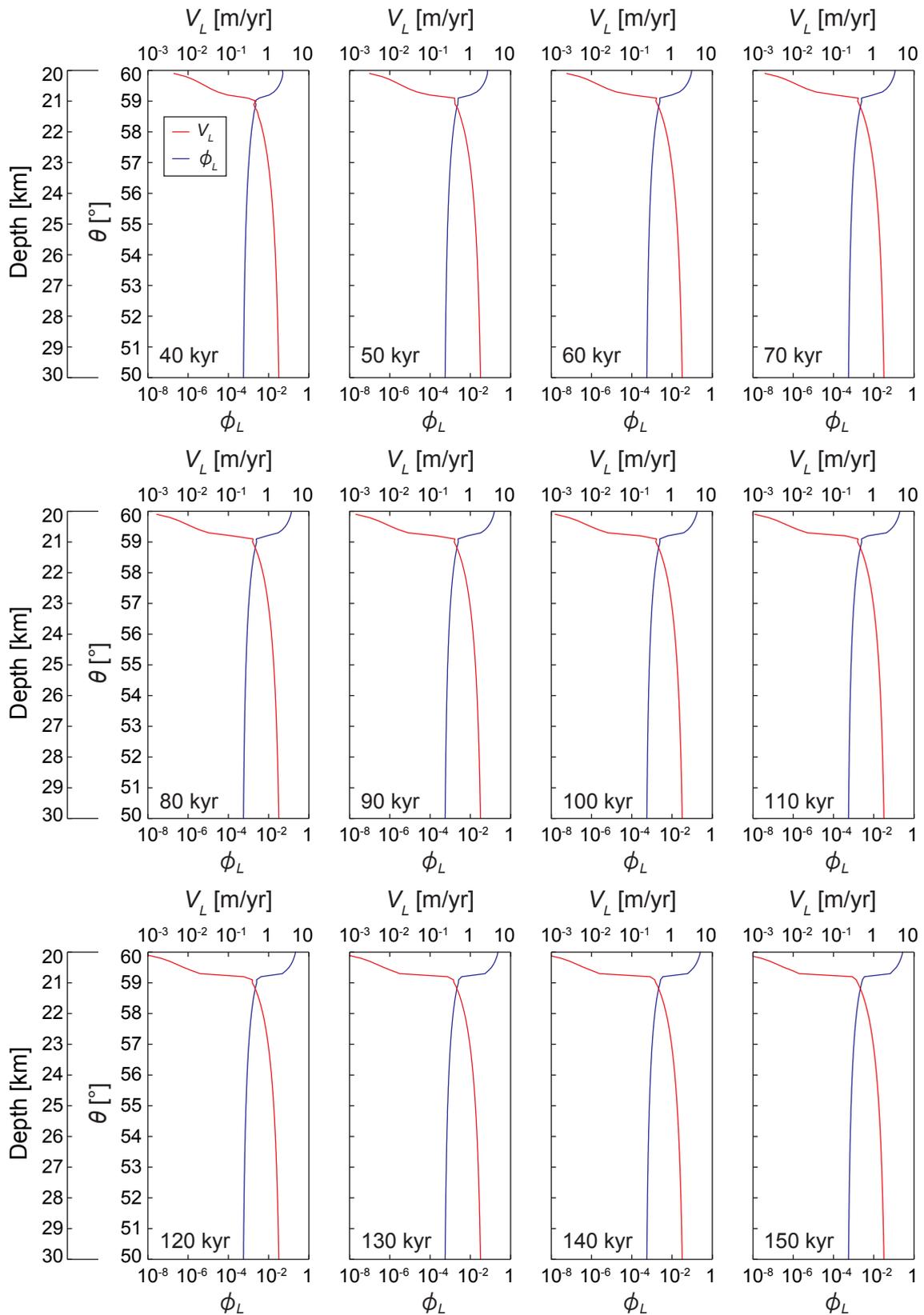


図 6.15 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

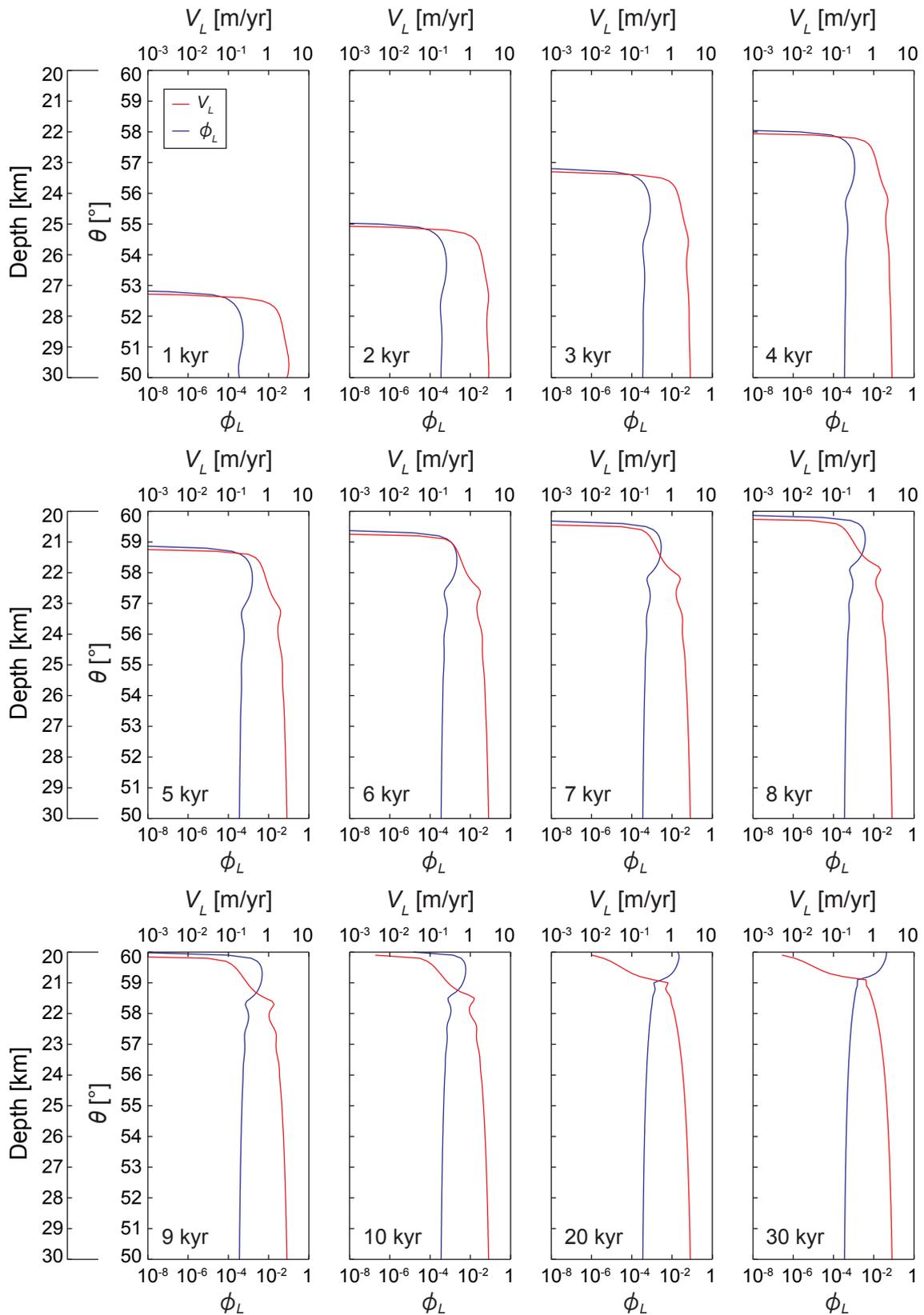


図 6.16 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

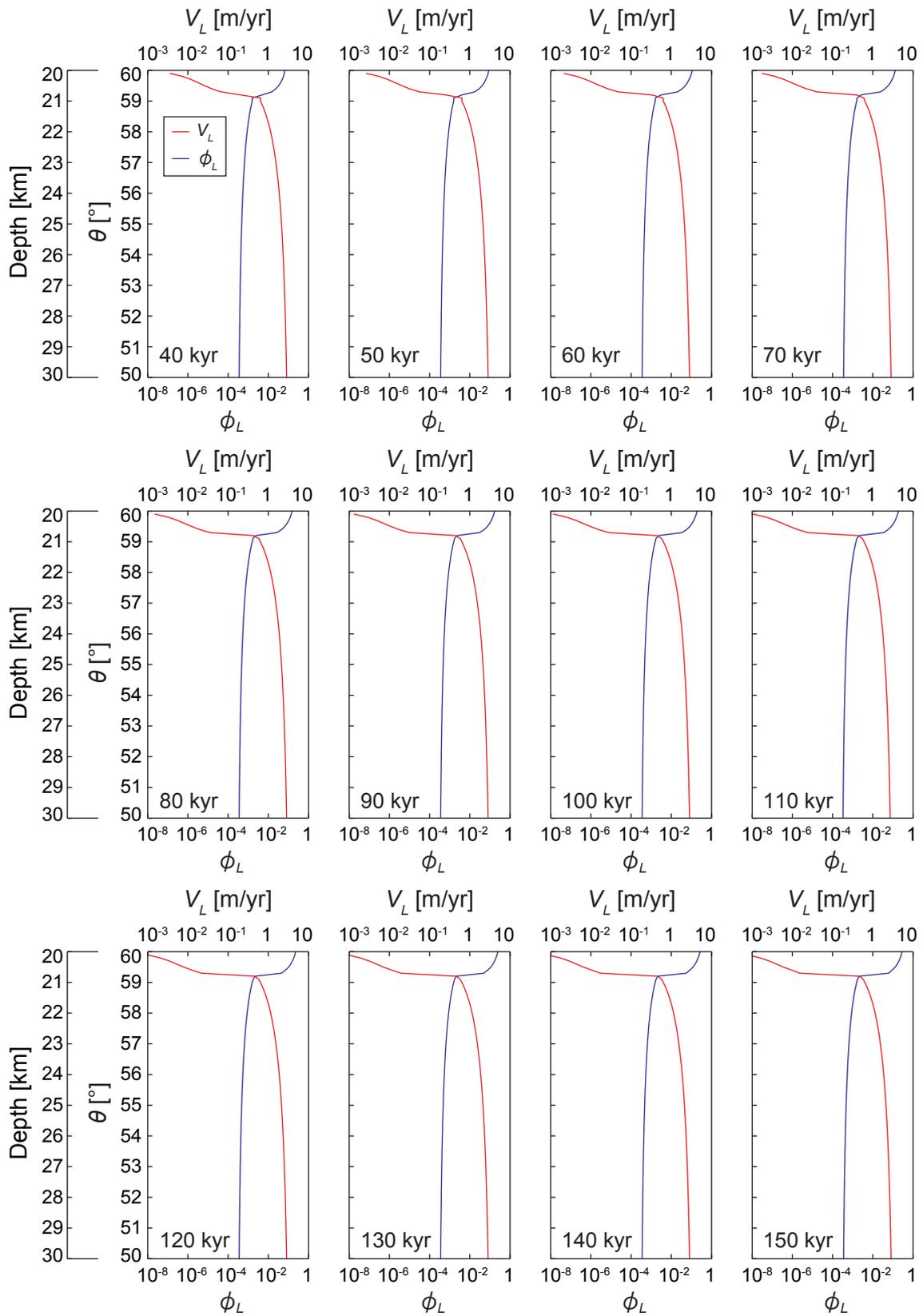


図 6.16 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

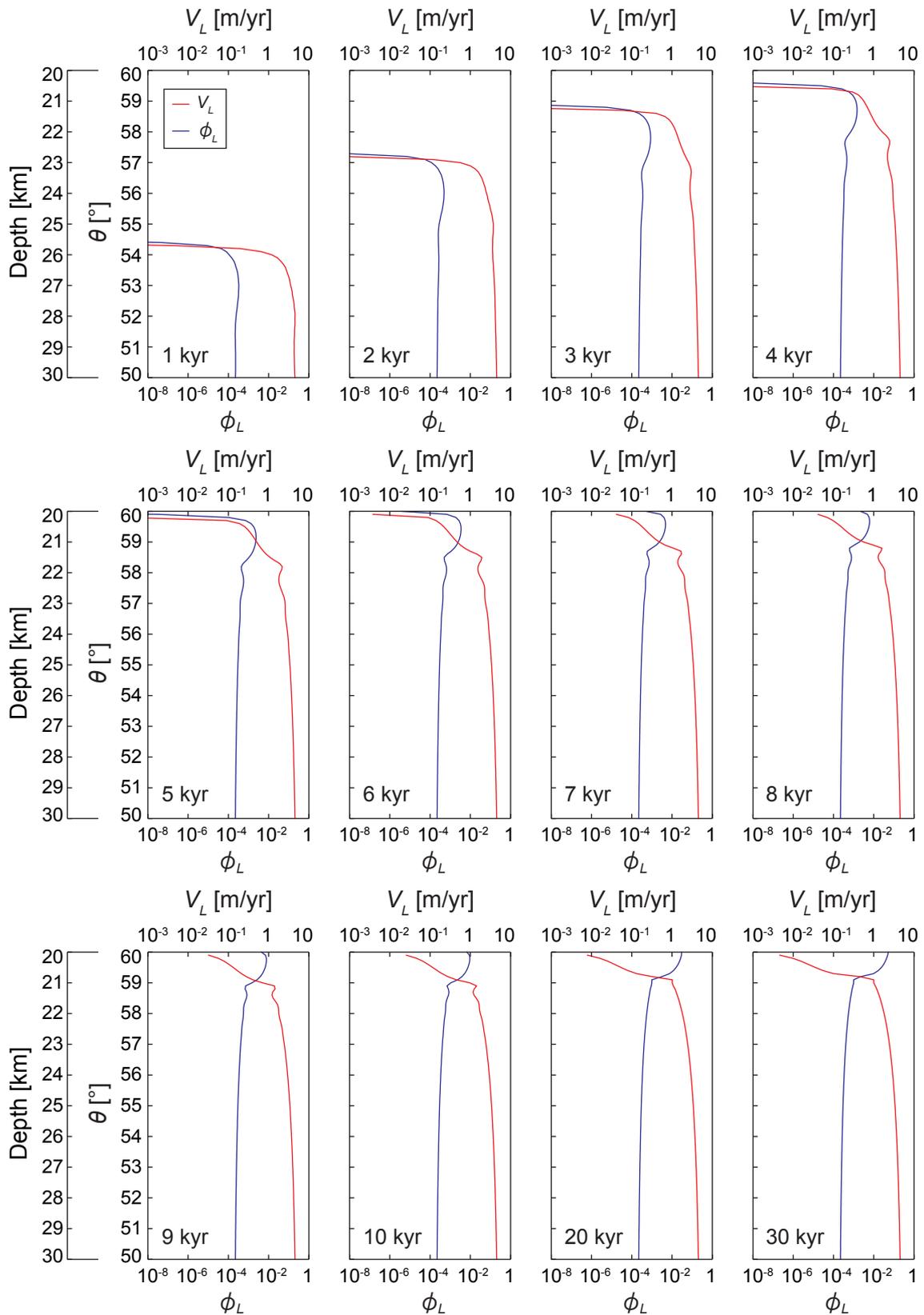


図 6.17 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

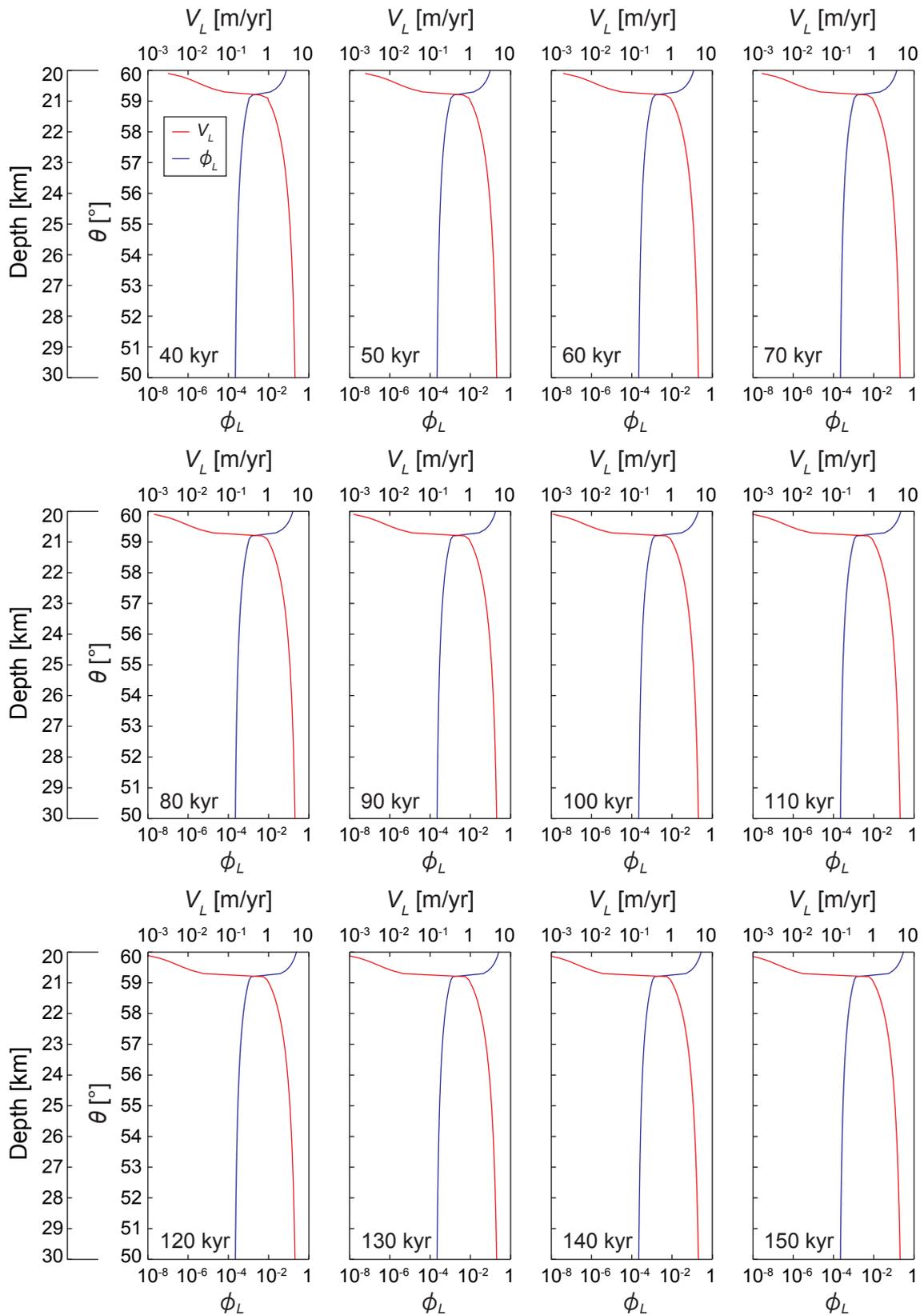


図 6.17 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 3.17 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

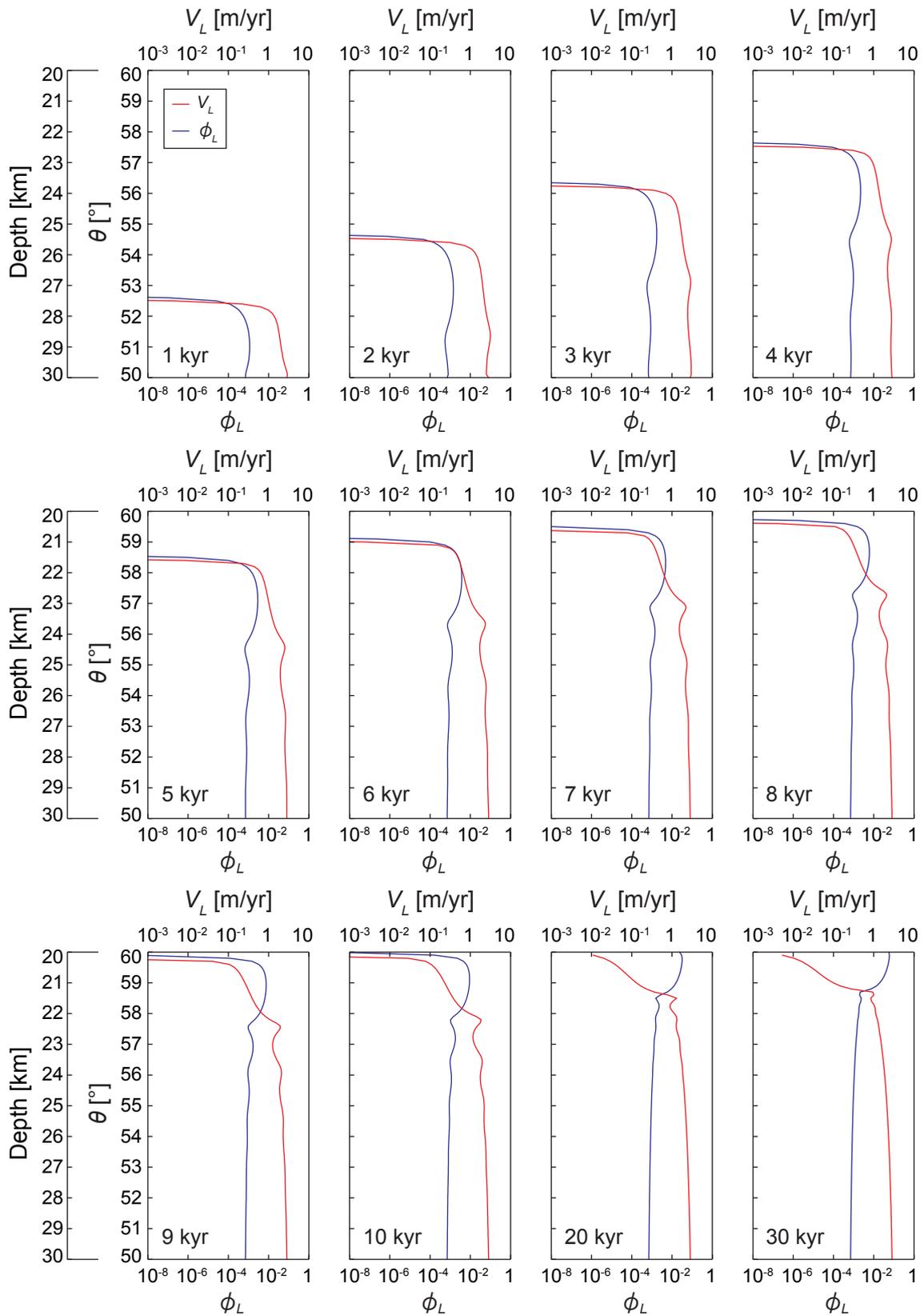


図 6.18 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

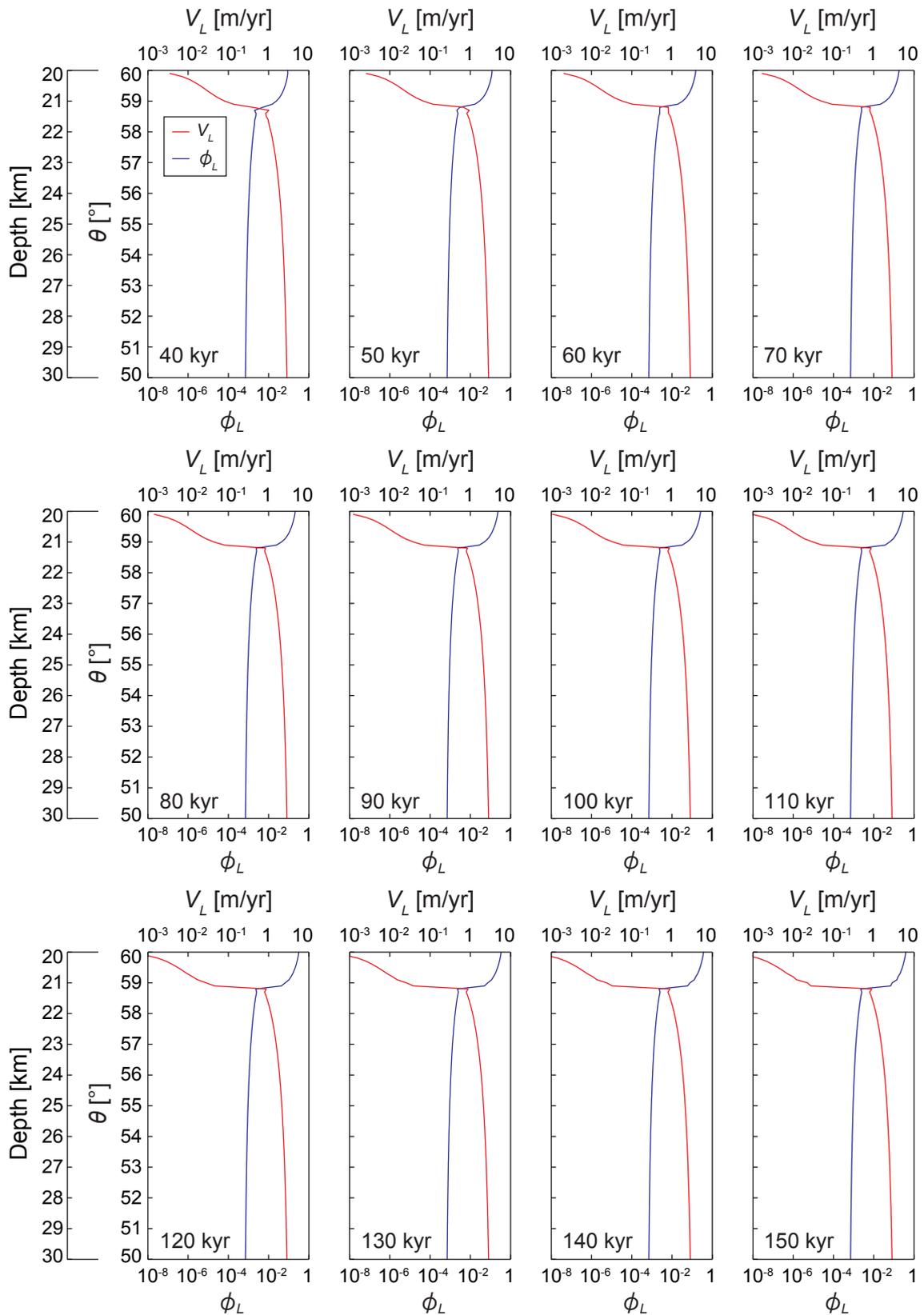


図 6.18 粒径 0.5 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

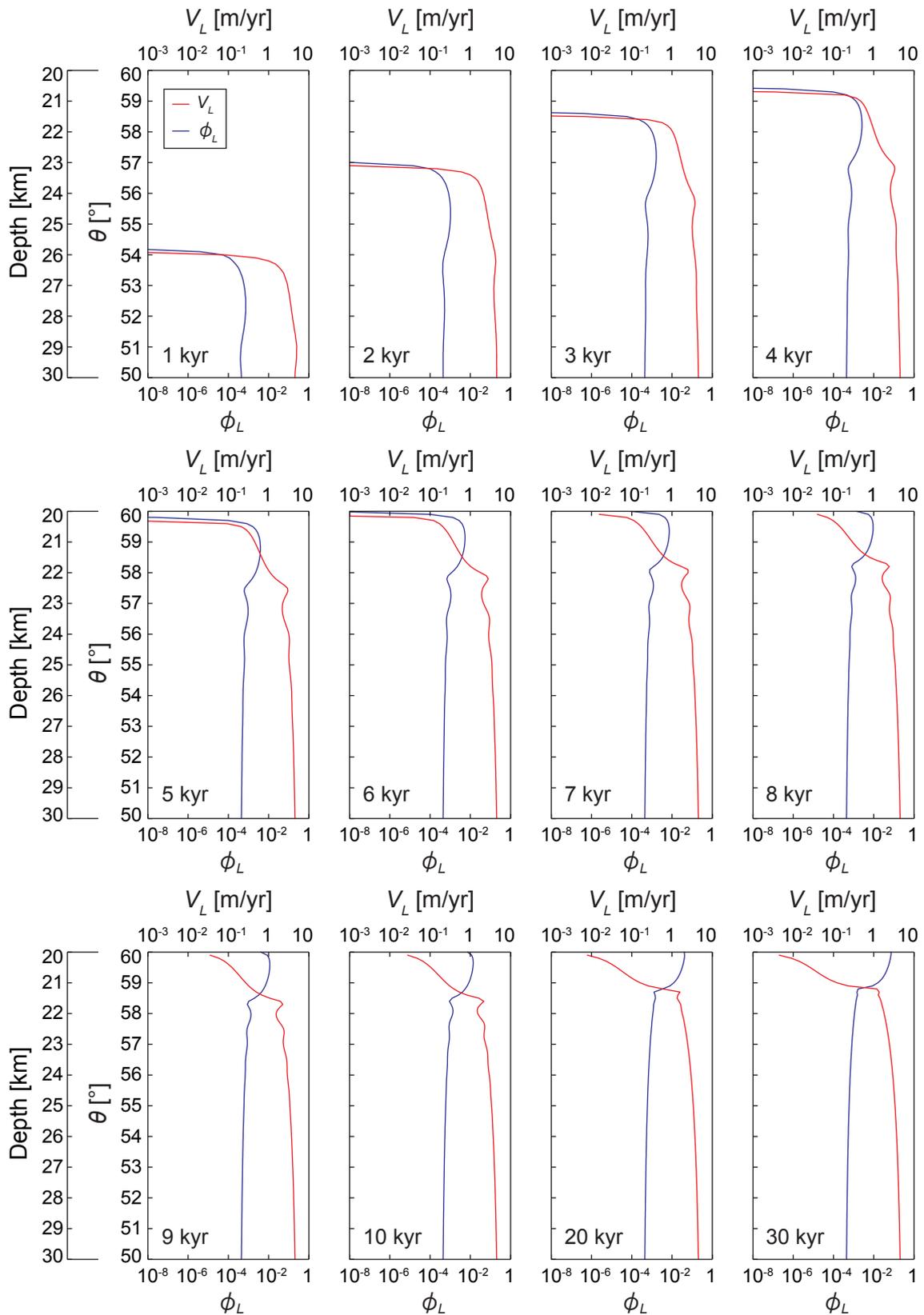


図 6.19 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

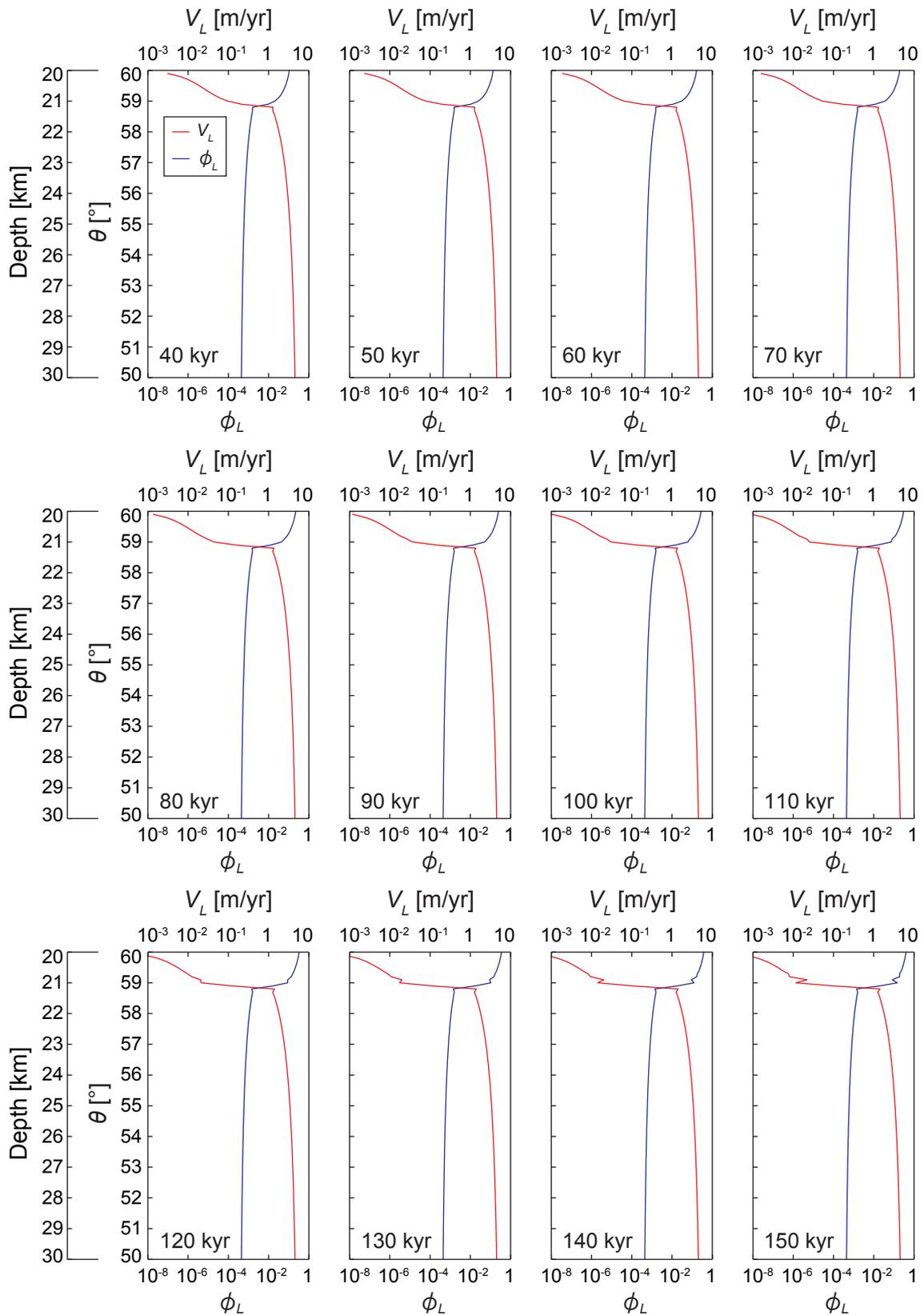


図 6.19 粒径 1.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

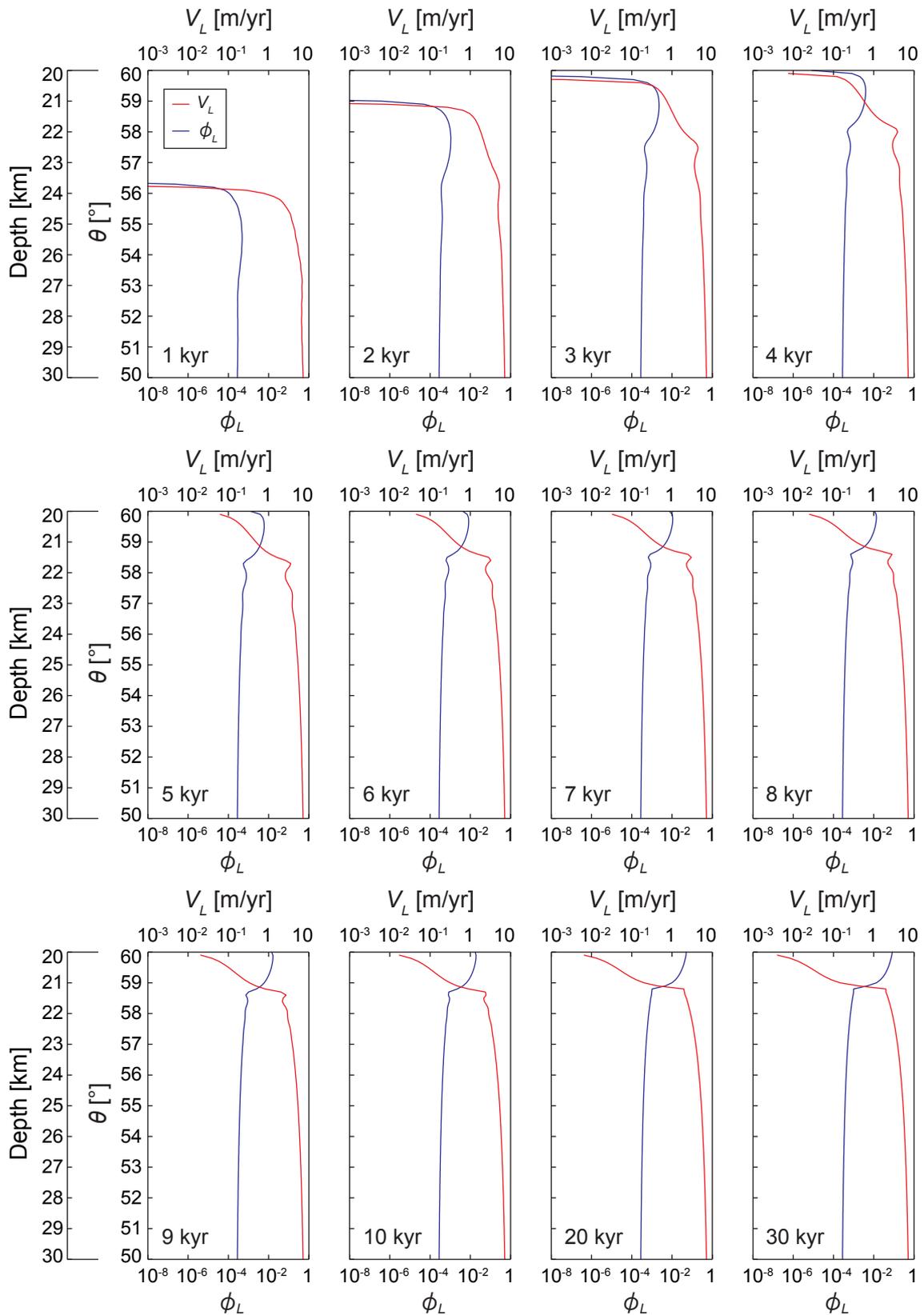


図 6.20 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,

$\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果.

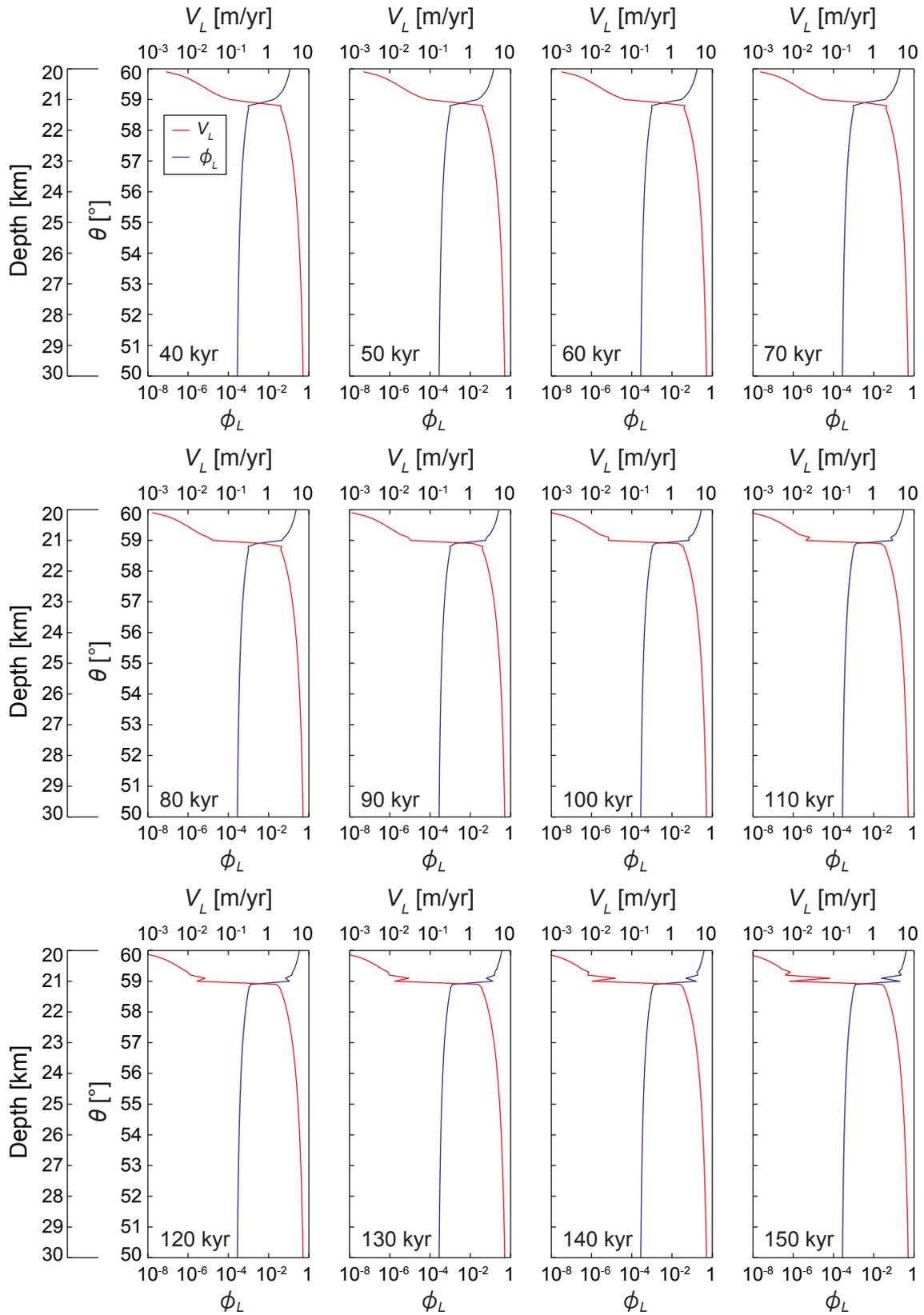


図 6.20 粒径 2.0 mm, $Q_{L0} = 6.34 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{yr}/\text{m}^2$,
 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの結果 (続き).

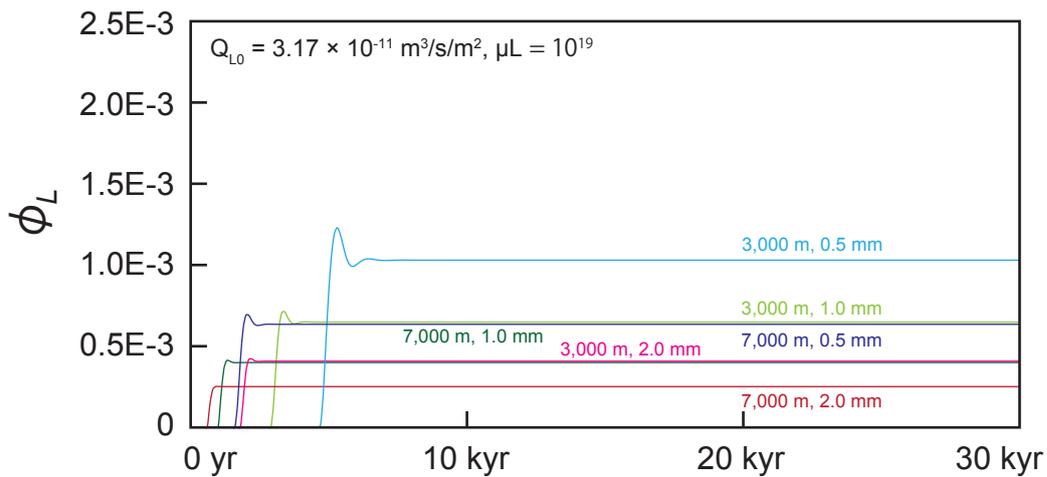


図 6.21 深度 3,000 m, 7,000 m における粒径が変化したときの流体体積分率時間変化.

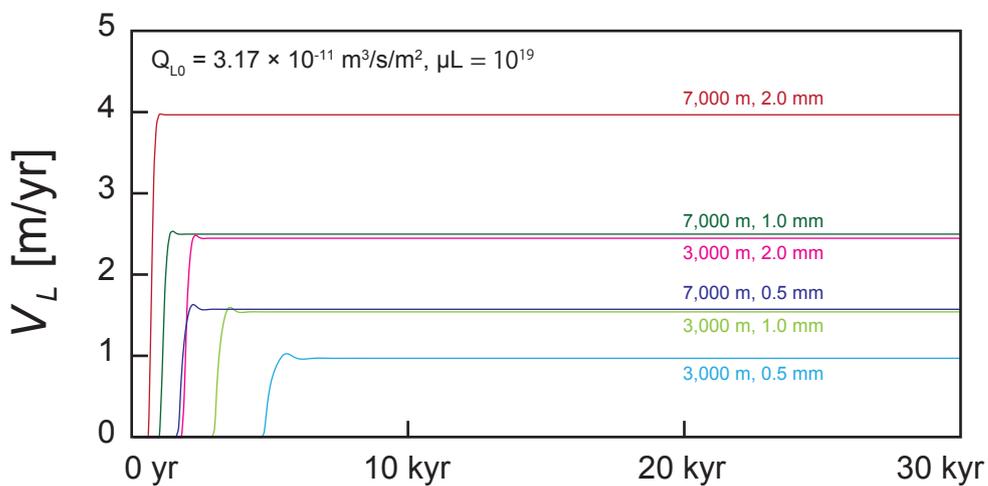


図 6.22 深度 3,000 m, 7,000 m における粒径が変化したときの流速時間変化.

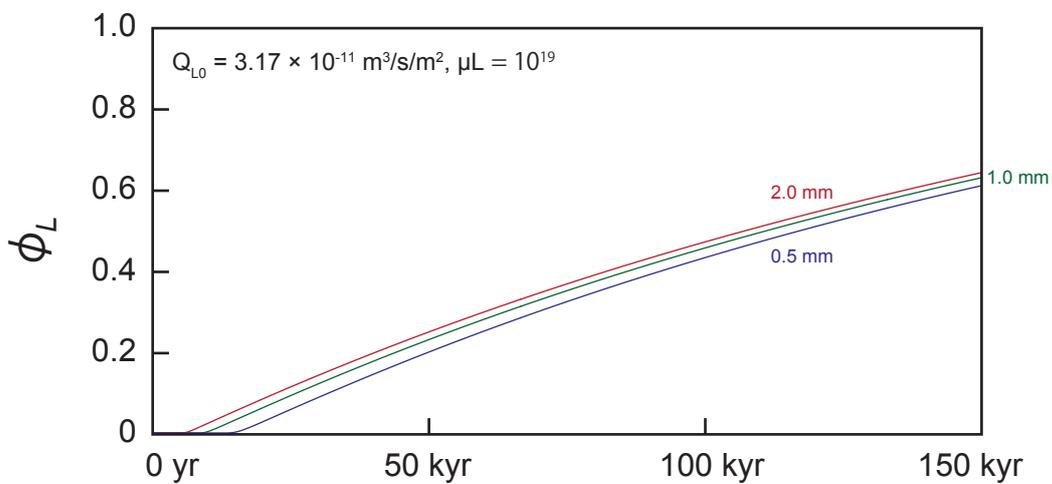


図 6.23 最上部の空間点における粒径が変化したときの流体体積分率変化.

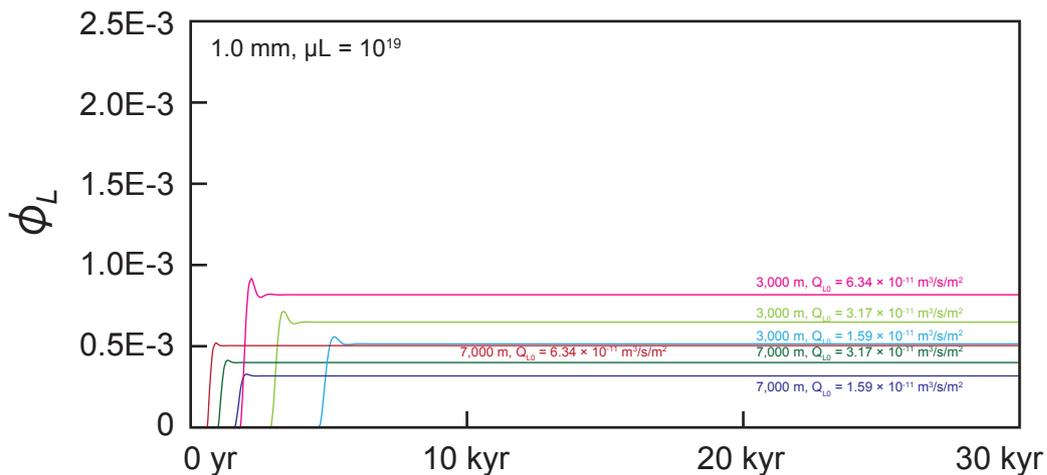


図 6.24 深度 3,000 m, 7,000 m における境界条件が変化したときの流体体積分率時間変化.

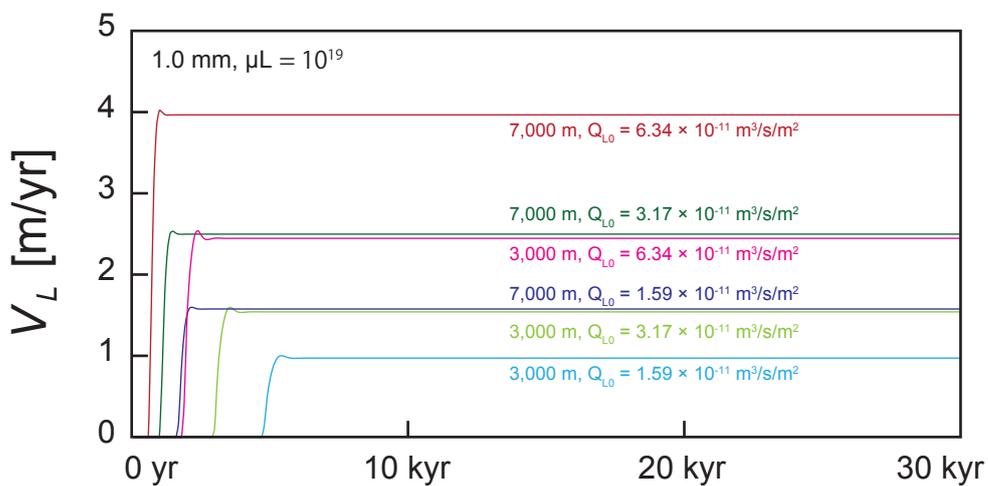


図 6.25 深度 3,000 m, 7,000 m における境界条件が変化したときの流速時間変化.

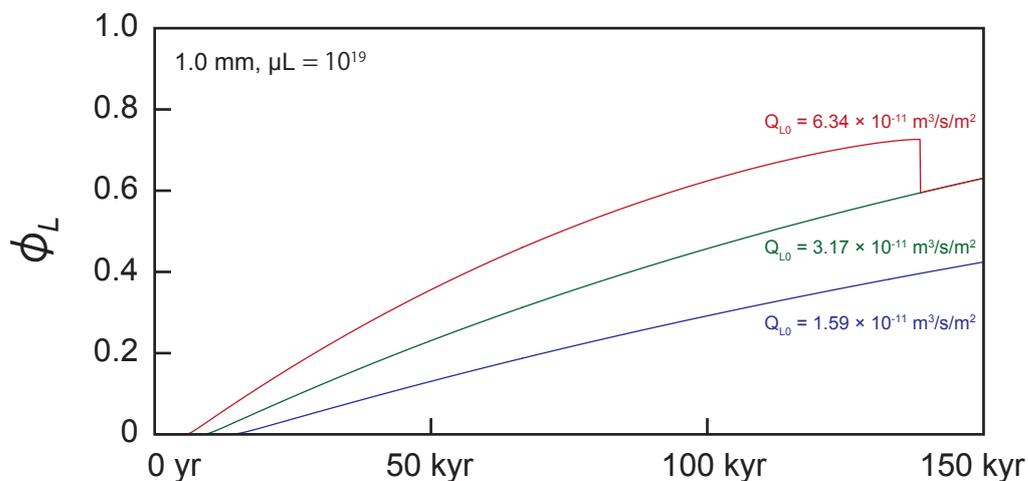


図 6.26 最上部の空間点における境界条件が変化したときの流体体積分率変化.

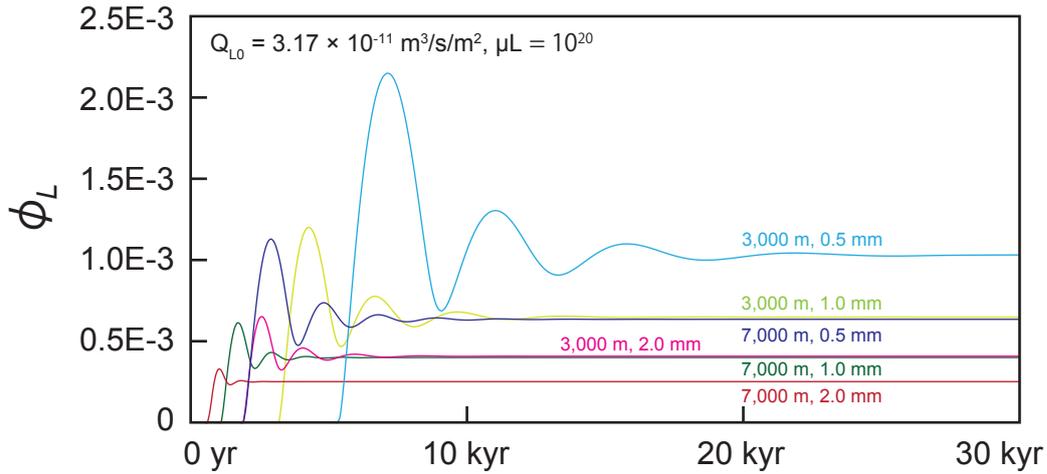


図 6.27 深度 3,000 m, 7,000 m における粒径が変化したときの流体体積分率時間変化.

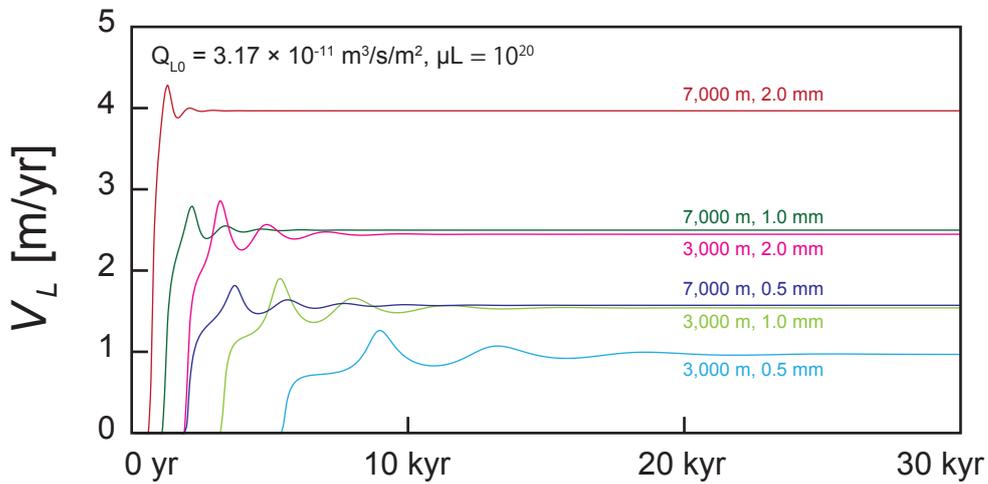


図 6.28 深度 3,000 m, 7,000 m における粒径が変化したときの流速時間変化.

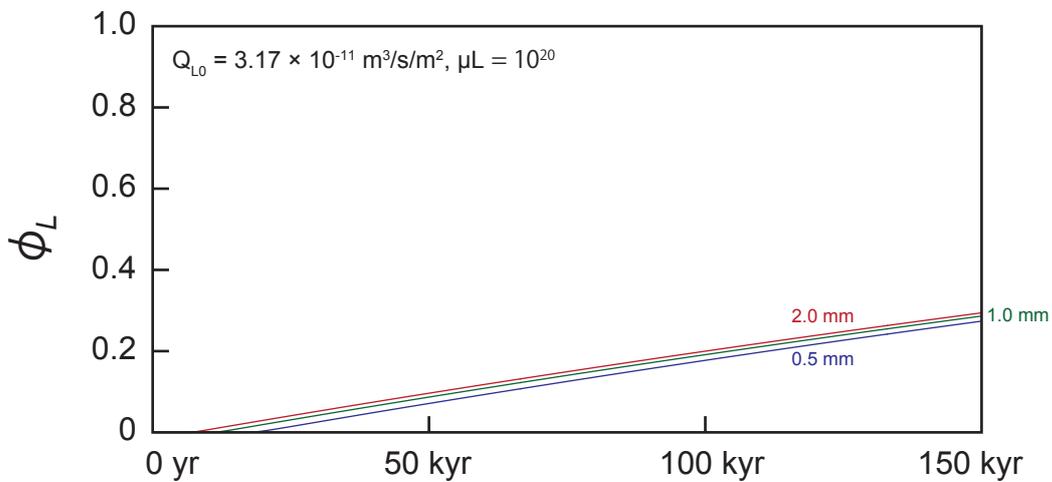


図 6.29 最上部の空間点における粒径が変化したときの流体体積分率変化.

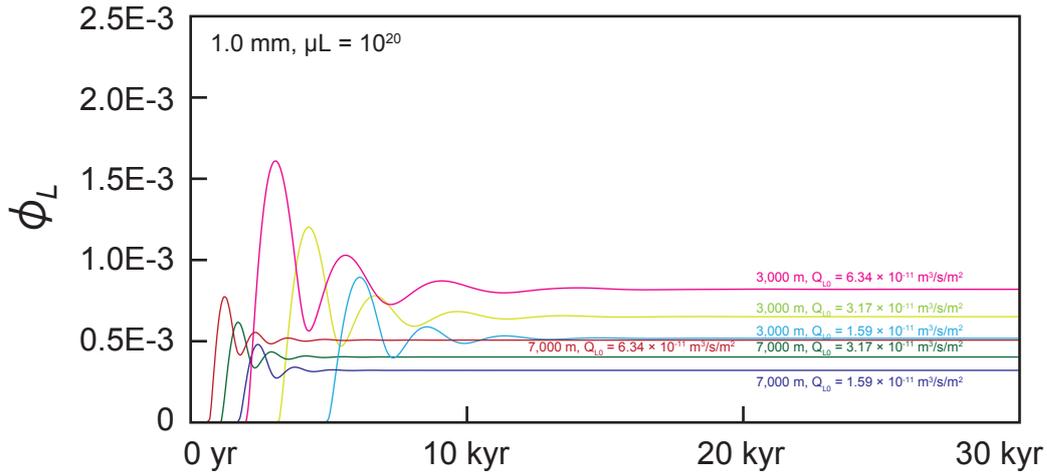


図 6.30 深度 3,000 m, 7,000 m における境界条件が変化したときの流体体積分率時間変化.

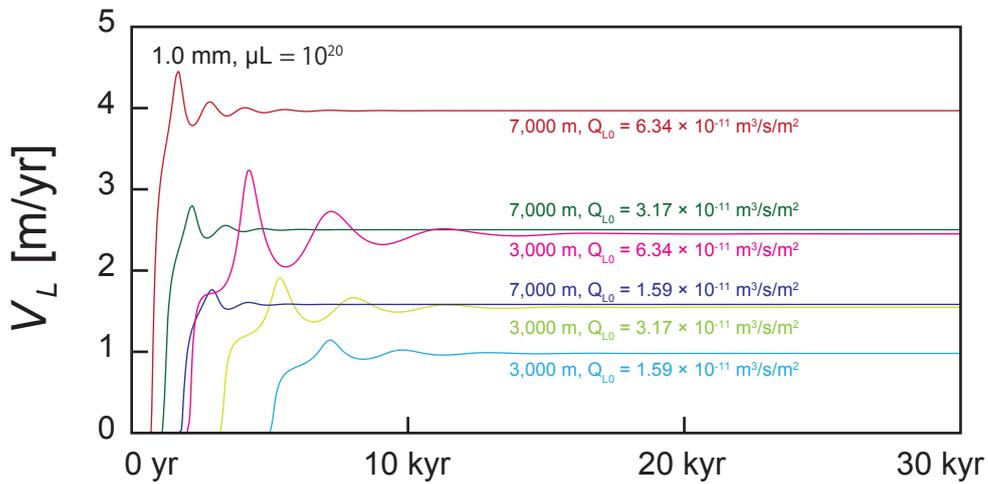


図 6.31 深度 3,000 m, 7,000 m における境界条件が変化したときの流速時間変化.

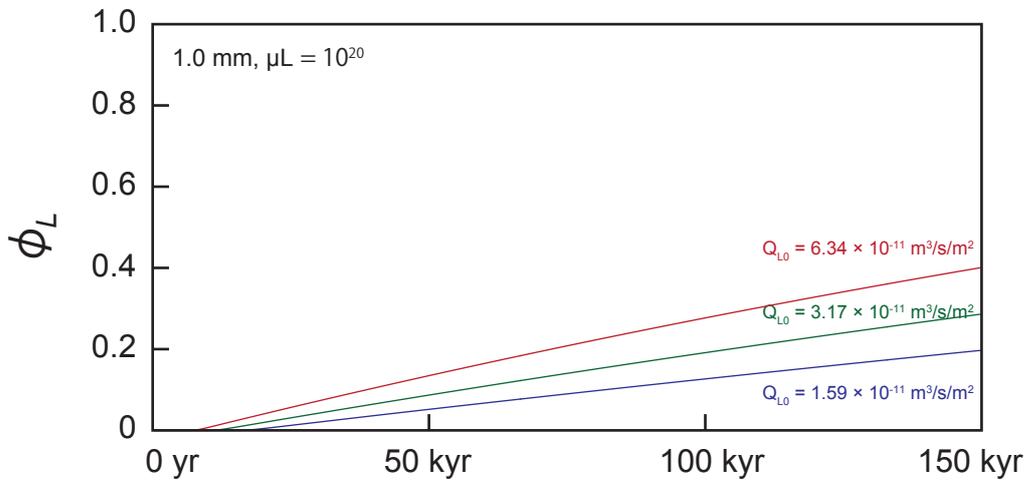


図 6.32 最上部の空間点における境界条件が変化したときの流体体積分率変化.

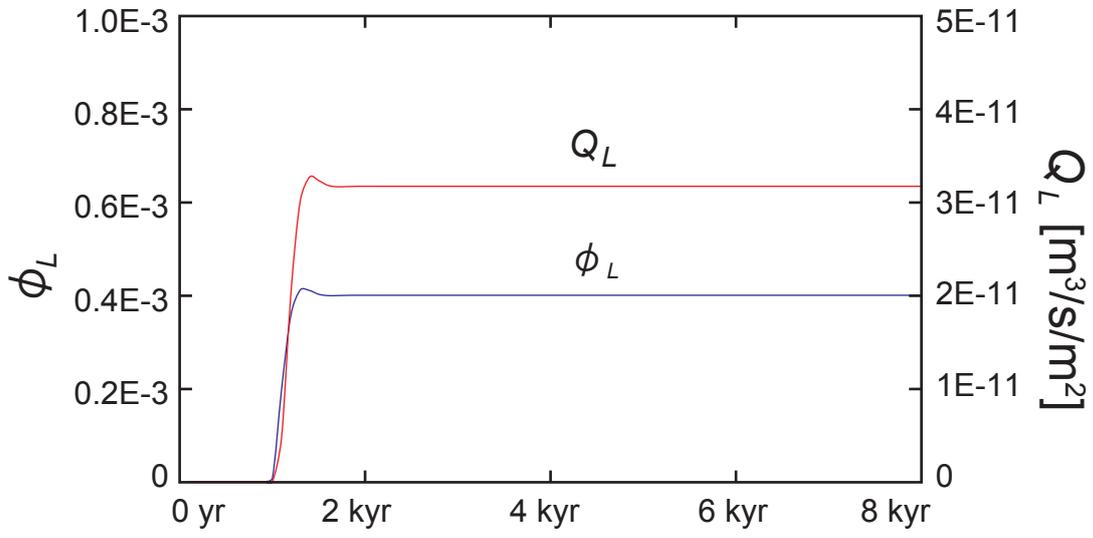


図 6.33 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの、深度 7,000 m における流体体積分率と流体流量の時間変化.

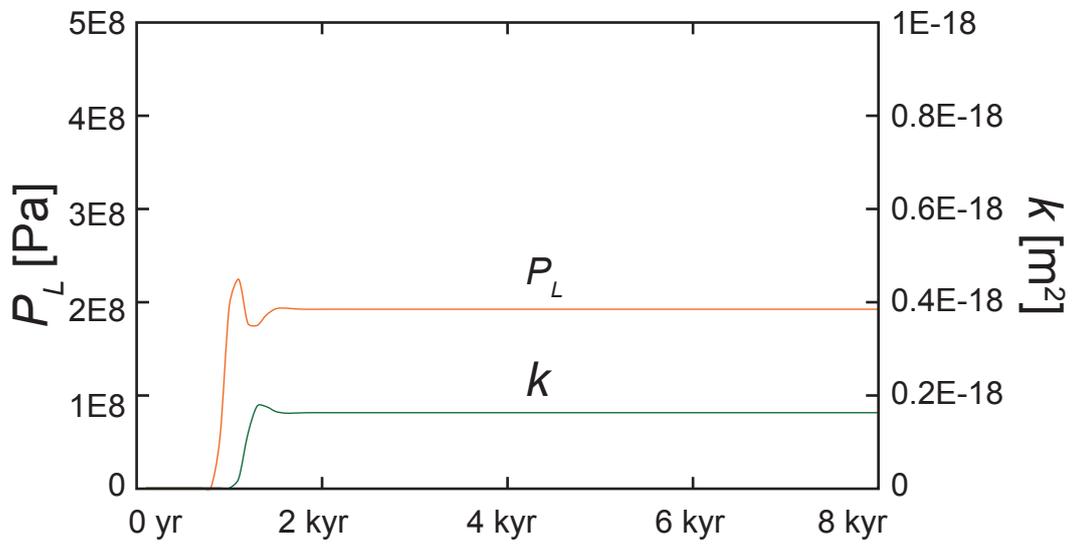


図 6.34 $\mu_F = 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの、深度 7,000 m における流体圧力と浸透率の時間変化.

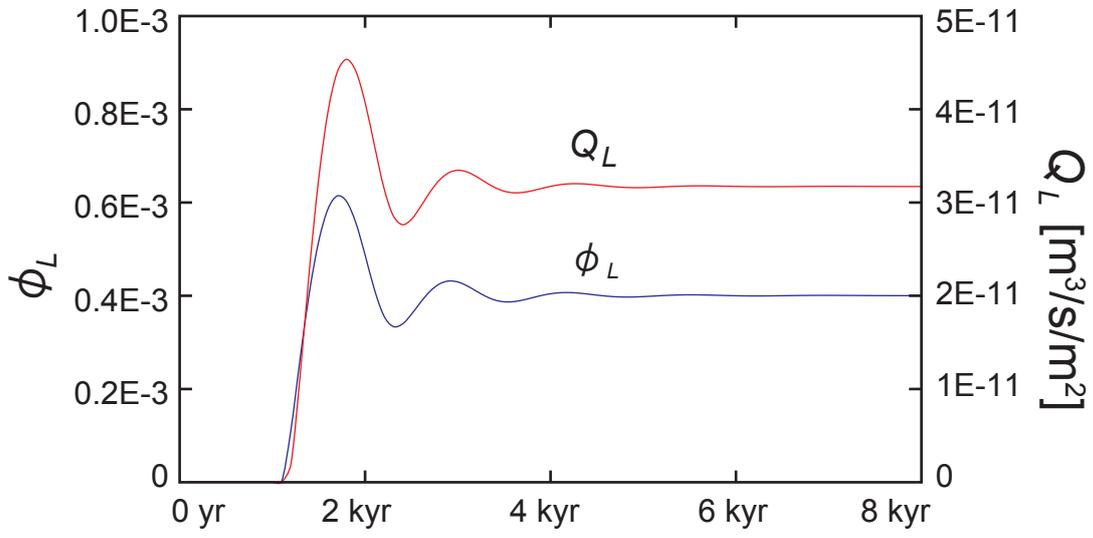


図 6.35 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの、深度 7,000 m における流体体積分率と流体流量の時間変化.

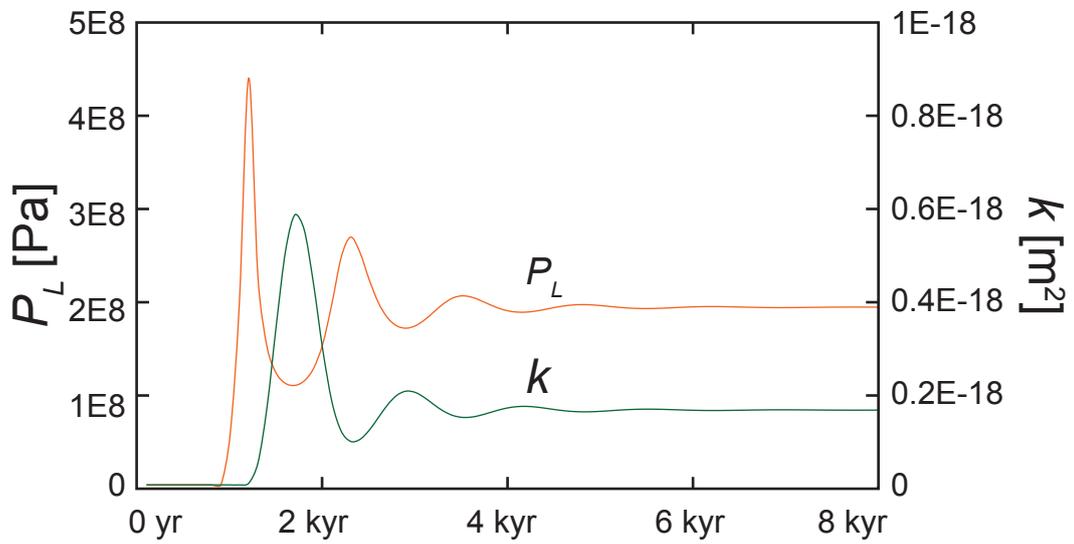


図 6.36 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のときの、深度 7,000 m における流体圧力と浸透率の時間変化.

7. 2つの数値解析結果の考察

本章では、固相の変形を考慮しない場合（数値解析 1）と考慮した場合（数値解析 2）の数値解析結果を比べて考察を行う。これら 2 つの数値解析の最も大きな違いは、固相の膨張収縮の振動現象の有無である。固相の変形を考慮した場合は、固相の粘性率によって振動現象の大きさが異なってくるが、固相の変形を考慮しない場合は振動現象が全く発生しない。固相の粘性を考慮しない場合の数値解析においては、流体体積分率の変化に対して固相がすみやかに変形すると仮定した。すなわち、流体体積分率の変化に対する抵抗力は存在しない。したがって 6 章の考察より、固相の変形を考慮しない場合の数値解析では、固相の変形を考慮したときに、固相粘性率を $\mu_F < 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ とした場合の計算を行ったことに相当すると考えられる。このことは、 $\mu_F < 10^{19} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合は、固相の変形を無視したとしても、妥当な解析結果が得られることを意味している。また、固相の変形を考慮しない場合と考慮した場合とでは、平均的な流体体積分率と流体流速は大きく変化しない。したがって、固相の変形は流体体積分率と流体流速そのものへの影響は小さく、それらの深度方向の分布状態により大きな影響を与えるものと考えられる。

8. 結論

癒着粒子の六方最密充填モデルを用いて固液2面角と流体体積分率、浸透率の関係の定式化を行った結果、従来の浸透率に関する研究結果を再現することができ、数値解析に用いることができる浸透率式を得ることができた。

固相の粘性を考慮しないスラブ起源流体の流動方を定式化し、本研究の浸透率式を組み込んで数値解析を行った結果、計算領域の $\theta > 59^\circ$ となる領域における浸透率の急激な低下に伴い、領域の物質保存を満たすために流体体積分率が急激に増加することが明らかとなった。

固相の粘性を考慮してスラブ起源流体の流動を定式化し、本研究の浸透率式を組み込んで数値解析を行った。その結果、固相の粘性率が $10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ より大きいとき、固相フレームワークの膨張収縮の振動現象が発生し、それによって流体を多く含む領域が計算領域上部に形成されることがわかった。また、流体を多く含む領域の大きさは、固相の粘性率が大きくなるほど大きくなることがわかった。

数値解析結果から、これまでに電気比抵抗分布 (Uyeshima and Usui., 2012) や地震波速度分布 (Zhao et al., 1996; Zhao and Negishi, 1998) から推定された流体の分布状態を次のように説明できる。 $\mu_F = 10^{20} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のとき、流体を多く含む複数のプルームが発生して上昇するが、固液2面角が大きくなってくると浸透率が低下するためプルームの上昇速度が急激に低下する。すると、発生した複数のプルームが合体して、数十%の流体を含む厚さ 1 km 程度の領域が形成されることになる。

本研究の今後の展望としては、流体による熱輸送、流体-固相間の熱のやり取りを考慮することで、流体の接続性が切り替わる $\theta = 60^\circ$ の面の深度が変化するかもしれない。しかし、熱に関して議論するためには、温度と圧力、固液2面角の関係の定式化がなされなければならない。本研究では問題を簡単にするために流体、固相とも等方的で均質な物質として扱ったが、現実的には流体中の溶質、粘性と密度の温度変化や、固相の組成と異方性なども議論していかなければならない。

謝辞

本研究は、東京大学大学院新領域創成科学研究科環境システム学専攻の徳永朋祥教授の指導により行われた。徳永朋祥教授には終始適切なお指導を頂き、研究に関する深い議論を通じて、本研究に対する理解を一層深めることができた。

東京大学大学院新領域創成科学研究科環境システム学専攻の影本浩教授には、数多くの示唆に富むご助言をいただいた。東京大学人工物工学センターの愛知正温特任助教授には、数値解析の面で多くのご助言、ご支援を頂いた。東京大学大学院新領域創成科学研究科環境システム学専攻特任研究員の陳華麗博士には、多くの示唆に富むコメントを頂き、議論を通じて多くの教唆を得た。東京大学大学院新領域創成科学研究科環境システム学専攻地圏環境システム学研究室の学生の方々は研究を進めていく上でかけがえのない大切な仲間であった。日頃の研究に関する示唆に富む議論は、本研究の大きな支えとなった。研究以外の面でも、常々楽しく励まし合いながら、共に研究室で過ごせたことを心から嬉しく思う。同専攻のその他諸先輩方には、日々多くのご指導やアドバイスを賜った。

以上、本研究を支えて下さった方々に深く謝意を表するとともに、心より御礼申し上げます。

参考文献

- Abers, G. A., van Keken, P. E., Kneller, E. A., Ferris, A., Stachnik, J. C. (2006) The thermal structure of subduction zones constrained by seismic imaging: Implications for slab dehydration and wedge flow. *Earth and Planetary Science Letters*, **241**, 387-397.
- Bulau, J. R., Waff, H. S., Tyburczy, J. A. (1979) Mechanical and thermodynamic constraints on fluid distribution in partial melts. *Journal of Geophysical Research*, **84**, 6102-6108.
- Burgmann, R. and Dresen, G. (2008) Rheology of the lower crust and upper mantle: Evidence from rock mechanics, geodesy, and field observations. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **36**, 531-567.
- Chaikin, P. (2007) Random thoughts. *Physics Today*, **60**, 8-9.
- Dziewonski, A. M., Anderson, D. L. (1981) Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **25**, 297-356.
- Fujinaga, K., Kato, Y., Hieda, Y., Takaya, Y., Tanimizu, M., Nakamura, H. and Iwamori, H. (2012) Pb isotopic compositions of hydrothermal deposits in the Japanese Island Arc as a tracer of slab-fluids. *Joint Symposium of Misasa-2012 and Geofluid-2 "Dynamics and Evolution of the Earth's Interior: special emphasis on the role of fluids"*, **P19-9**, Tottori, Japan (18-21, March 2012)
- Gerya, T. V. and Yuen, D. A. (2003) Rayleigh-Taylor instabilities from hydration and melting propel 'cold plumes' at subduction zones. *Earth and Planetary Science Letters*, **212**, 47-62.
- Holness, M. B. (1993) Temperature and pressure dependence of quartz-aqueous fluid dihedral angles: the control of adsorbed H₂O on the permeability of quartzites, *Earth and Planetary Science Letters*, **117**, 363-377.
- Holness, M. B. (1995) The effect of feldspar on quartz-H₂O-CO₂ dihedral angles at 4 kbar, with consequences for the behaviour of aqueous fluids in migmatites, *Contributions to Mineralogy and Petrology*, **118**, 356-364.
- Ingebritsen, S. E., Sanford, W. E., Neuzil, C. E. (2006) *Groundwater in Geologic Process*. Cambridge University Press, Cambridge
- Iwamori, H. (1998) Transportation of H₂O and melting in subduction zones. *Earth and Planetary Science Letters*, **160**, 1-2

- Jurewicz, S. R. and Watson, E. B. (1985) The distribution of partial melt in a granitic system - The application of liquid-phase sintering theory. *Geochimica Et Cosmochimica Acta*, **49**, 1109-1121.
- Kasai, K., Sakagawa, Y., Komatsu, R., Sasaki, M., Akaku, K., and Uchida, T. (1998) The origin of hypersaline liquid in the quaternary Kakkonda granite, sampled from well WD-1a, Kakkonda geothermal system, Japan. *Geothermics*, **27**, 631-645.
- Landau, L.D., Lifshits, E.M. (1959) Fluid mechanics. Pergamon Press, Oxford; New York.
- Li, C. (2011) An integrated geodynamic model of the Nankai subduction zone and neighboring regions from geophysical inversion and modeling. *Journal of Geodynamics*, **51**, 64-80.
- Mibe, K., Fujii, T., Yasuda, A. (1998) Connectivity of aqueous fluid in the Earth's upper mantle, *Geophysical Research Letters*, **25**, 1233-1236.
- Mibe, K., Fujii, T. and Yasuda, A. (1999) Control of the location of the volcanic front in island arcs by aqueous fluid connectivity in the mantle wedge. *Nature*, **401**, 259-262
- Ohnishi, C. T. and Shimizu, I. (2005) Microcrack networks in granite affected by a fault zone: Visualization by confocal laser microscopy. *Journal of Structural Geology*, **27**, 2268-2280.
- Ostwald, W., 1900. On the assumed isomerism of red and yellow mercury oxide and the surface-tension of solid bodies. *Zeitschrift Fur Physikalische Chemie--Stoichiometrie Und Verwandtschaftslehre*, **34**, 495-503.
- Park, H. H. and Yoon, D. N. (1985) Effect of dihedral angle on the morphology of grain in a matrix phase. *Metallurgical Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science*, **16**, 923-928.
- Stephenson, I. M. and White, J. (1967) Factors controlling microstructure and grain growth in two phase (one solid and one liquid) systems. *Transactions of the British Ceramic Society*, **66**. 443-483.
- Turcotte, D. L. and Schubert, G. (1982) Geodynamics. Cambridge University Press, Cambridge
- Turner, S. P., George, R. M. M., Evans, P. J., Hawkesworth, C. J., Zellmer, G. F. (2000) Time-scales of magma formation, ascent and storage beneath subduction-zone volcanoes. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, **358**. 1443-1464.
- Uyeshima, M. and Usui, Y. (2012) Deep resistivity structure beneath the Atotsugawa fault area

- in the Niigata Kobe tectonic zone revealed by a joint inversion combining wideband- and network-MT surveys. *Joint Symposium of Misasa-2012 and Geofluid-2 "Dynamics and Evolution of the Earth's Interior: special emphasis on the role of fluids"*, **O18B4**, Tottori, Japan (18-21, March 2012)
- VonBargen, N. and Waff, H. S. (1986) Permeabilities, interfacial-areas and curvatures of partially molten system - Results of numerical computation of equilibrium microstructures. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth and Planets*, **91**, 9261-9276.
- Wark, D. A. and Watson, E. B. (1998) Grain-scale permeabilities of texturally equilibrated, monomineralic rocks. *Earth and Planetary Science Letters*, **164**, 591-605.
- Watson, E. B., Brenan, J. M., Baker, D. R. (1991) DISTRIBUTION OF FLUIDS IN THE CONTINENTAL MANTLE, *Continental Mantle* (ed. Menzies M.), 111-125, Oxford University Press
- Yoshino, T., Mibe, K., Yasuda, A., Fujii, T. (2002) Wetting properties of anorthite aggregates: Implications for fluid connectivity in continental lower crust. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, **107**, 2027~2035.
- Zhao, D., Kanamori, H., Negishi, H., and Wiens, D. (1996) Tomography of the source area of the 1995 Kobe earthquake: Evidence for fluids at the hypocenter ?. *Science*, **274**, 1891-1894.
- Zhao, D., Negishi, H. (1998) The 1995 Kobe earthquake: Seismic image of the source zone and its implications for the rupture nucleation. *Journal of Geophysical Research*, **103**, 9967-9986.
- 岩森 光, 中村 仁美 (2012) 沈み込み帯での地殻流体の発生と移動のダイナミクス. 地学雑誌, **121**, 118-127.
- 大久保 泰邦 (1993) 日本列島の地温勾配分布図, 日本地熱学会誌, **15**, 12-22
- 小屋口 剛博 (2008) 火山現象のモデリング. 東京大学出版会, 東京
- 清水 以知子 (2010) 深部 H₂O 流体の連結性と界面の熱力学. 岩石鉱物科学, **39**, 208-219.
- 高橋 亮一, 棚町 芳弘 (1991) 差分法 : 数値シミュレーションの基礎 (計算力学と CAE シリーズ; 3). 培風館, 東京
- 趙 大鵬 (2003) 内陸の地震での水の関与. 笠原順三, 鳥海光弘, 河村雄行編: 地震発生と水-地球と水のダイナミクス, 東京大学出版会, 263-279.

中村 美千彦 (2000) 浸透的な流体移動の素過程. 地学雑誌, **109**, 208-209.

Appendix 1

数値解析 1 : プログラムソースコード

パラメータファイル

ファイル名 : parameter.common

使用言語 : fortran

説明 : 数値解析に必要なパラメータを与える入力用ファイル

```
C
C ===== 宣言 =====
C
      implicit real*8(a-g,k,o-z)
      implicit character*6(h)
      implicit integer*4(i,j,l,m,n)
C
C ===== 格子分割数 =====
C
      parameter(dist=10000)
      parameter(nz=100)
C
C ===== 境界条件 =====
C
      parameter(q0=3.17e-11)
C
C ===== 時間分割数 =====
C
      parameter(time=3.1536e7*1.5e5)
      parameter(ntstep=150000)
C
C ===== 物性値 =====
C
      parameter(rhos=3000)
      parameter(rhol=800)
      parameter(g=9.8)
```

```

parameter (vis=1e-4)
parameter (r=0.25e-3)
parameter (pi=3.141592)
C
C ==== データ抽出間隔 ====
C
parameter (nzint=1)
parameter (ntint=1000)
C
C ==== 2 面角範囲 ====
C
parameter (thrange=10)
C

```

数値解析プログラムファイル

ファイル名 : geofluid1.f

使用言語 : fortran

説明 : 偏微分方程式を陽解差分法で解くプログラムファイル

```

C *****
C 境界条件適切化、流体体成分率を 1 以下に制限
C 単位系 (M=[kg], L=[m], T=[s])
C *****
C
C ==== 宣言 ====
C
include 'parameter.common'
C
dimension z(0:nz), theta(0:nz), fai(0:nz), f(0:nz, ntstep), stb(0:nz)
dimension fais(0:nz), ks(0:nz), thrad(0:nz), q(0:nz, ntstep)
real a, b, lmd, lmdcef
C
C ==== 格子分割 ====
C
dz=dist/nz
z(0)=0

```

```

do i=1,nz
    z(i)=z(i-1)+dz
enddo
C
C ===== 固液 2 面角分布 =====
C
do i=0,nz
    theta(i)=60-z(i)*thrange/dist
    thrad(i)=theta(i)*pi/180/2
enddo
C
C ===== 初期条件 =====
C
do i=0,nz
    fai(i)=0
enddo
C
C =====  $\phi$  S 分布 =====
C
a=2
do i=0,nz
    fais(i)=1-(pi/3-pi*((1-cos(thrad(i)))**2)
&*(2+cos(thrad(i))))/(sqrt(a)*(cos(thrad(i)))**3))
enddo
C
C ===== kS 分布 =====
C
b=3
do i=1,nz
    lmd=0
    lmd=(1/sqrt(b)*cos(thrad(i))-sqrt(a)/sqrt(b)*sin(thrad(i)))
&/(1/sqrt(b)*cos(thrad(i))-sin(thrad(i)))
    lmdcef=3*lmd**3/(lmd**2+lmd+1)
C
    ks(i)=(r**2*sqrt(b)*cos(thrad(i)))**2
&-r**2*3*cos(thrad(i))*sin(thrad(i))

```

```

&-r**2*3/2*(60-theta(i))*pi/180)**2
&/ (20*sqrt(b)*r**2*sqrt(b)*cos(thrad(i))**2)
&*lmdcef
    enddo
    ks(0)=0
C
C ==== ks/φs^3 分布 ====
C
    do i=1,nz
        stb(i)=ks(i)/fais(i)**3
    enddo
C
C ==== ファイルオープン・入力値出力 ====
C
    open(30,file='result.txt')
C
    write(30,*) '##### control parameter #####'
    write(30,*) 'dintance[m]:',dist,'grid:',nz
    write(30,*) 'dz[m]=' ,dz
    write(30,*) 'calculation time[s]:',time,'step:',ntstep
    write(30,*) 'dt[s]=' ,time/ntstep
    write(30,*) '##### physical properties #####'
    write(30,*) 'solid density[kg/m3]=' ,rhos
    write(30,*) 'liquid density[kg/m3]=' ,rhol
    write(30,*) 'fluid viscosity[Pa*s]=' ,vis
    write(30,*) 'grain size[m]=' ,r
    write(30,*) '##### boundary condition #####'
    write(30,*) 'q0=' ,q0
    write(30,*) '##### result #####'
C
C ==== 時間ループ開始 ====
C
    dt=time/ntstep
C
    do j=1,ntstep
        do i=0,nz

```

```

        q(i,j)=(rhos-rhol)*g/vis*fai(i)**3*(1-fai(i))*stb(i)
    enddo
f(0,j)=fai(0)+q(1,j)*dt/dz
    if (f(0,j)>=1) then
        f(0,j)=1
        q(1,j)=(1-fai(0))*dz/dt
    end if
do i=1,nz-1
    f(i,j)=fai(i)+(q(i+1,j)-q(i,j))*dt/dz
    if (f(i,j)>=1) then
        f(i,j)=1
        q(i+1,j)=(1-(fai(i)-q(i,j))*dt/dz)*dz/dt
    end if
enddo
f(nz,j)=fai(nz)+(q0-q(nz,j))*dt/dz
do i=0,nz
    fai(i)=f(i,j)
enddo
enddo
C
C ===== 出力 =====
C
do j=ntint,ntstep,ntint
    write(30,*) '=====
&=====
    write(30,*) 'time step=',j
    write(30,*) 'time[yr]=' ,dt*j/60/60/24/365
    write(30,*) '=====
&=====
    write(30,'(4x,a,8x,a,9x,a,13x,a,14x,a)')
& 'z','theta','fai','q','v'
    write(30,*) '-----
&-----'
    do i=0,nz,nzint
        write(30,'(f8.1,2x,f8.1,2x,e15.5e3,e15.5e3,e15.5e3)')
& z(i),theta(i),f(i,j),q(i,j),q(i,j)/f(i,j)

```

```

        enddo
    enddo
C
C ==== 終了 ====
C
    close(30)
    stop
    end
C =====
C   浸透率  $\phi$  S 関数
C =====
    function ks(theta,nz,r)
C
    real a,x
C
    a=3
    x=theta(i)*pi/180/2
    ks=(r**2*(sqrt(a)*(cos(x))**2-3*cos(x)*sin(x)
&-3/2*(60-theta(i))*pi/180)**2/(20*3*r**2*(cos(x))**3)
C
    return
    end
C

```

1. Appendix 2

数値解析 2 : プログラムソースコード

パラメータファイル

ファイル名 : parameter3.common

使用言語 : fortran

説明 : 数値解析に必要なパラメータを与える入力用ファイル

```
C *****
C   parameter file
C *****
C
C ==== 宣言 ====
C
C   implicit none
C   integer n,ntstep,fopt,itint,nint
C   real btmdpt,dist,btmth,topth,time
C   real initfai,initq
C   real topbcfai,ql0,initbtmfai
C   real r,rhos,rhol,mus,muvs,mul,g
C
C ==== control parameter ====
C
C   parameter(n=1000)
C   parameter(btmdpt=30000)
C   parameter(dist=10000)
C   parameter(btmth=50)
C   parameter(topth=60)
C   parameter(time=1.5e5*3.1536e7)
C   parameter(ntstep=1500)
C   parameter(itint=1)
C   parameter(nint=10)
C
C ==== file option ====
```

```

C
    parameter (fopt=0)
C
C ==== physical properties ====
C
    parameter (r=0.5e-3)
    parameter (rhos=3000)
    parameter (rhol=1000)
    parameter (mus=1e20)
    parameter (muvs=1e20)
    parameter (mul=1e-4)
    parameter (g=9.8)
C
C ==== initial/boundary condition ====
C
    parameter (initfai=0)
    parameter (initq=0)
C
    parameter (topbcfai=0)
    parameter (ql0=3.17e-11)
    parameter (initbtmfai=1e-3)
C

```

数値解析プログラムファイル

ファイル名 : geofluid3.f

使用言語 : fortran

説明 : 連立偏微分方程式を Newton-Raphson 陰解法で解くプログラムファイル

```

C *****
C           単位系
C     meter, kilogram, second
C *****
C
    program geofluid3
C
    include 'parameter3.common'

```

```

C
C ===== 宣言 =====
C
      integer i,j,k,l,it
      real a,b,dz,dt,pi,lmd,lmdcef
      real btmfai,nbtmfai
      real z(0:n+1),theta(0:n+1),thrad(0:n+1)
      real fais(0:n+1),ks(0:n+1),stb(0:n+1)
      real fai(0:n+1),q(-1:n+1),tfai(0:n+1),tq(-1:n+1)
      real f1(n),f2(n)
      real dfailjdf1(n),dfaijdf1(n)
      real dq1jdf1(n),dqjdf1(n),dqj1df1(n)
      real dfailjdf2(n),dfaijdf2(n)
      real dq1jdf2(n),dqjdf2(n)
      real jcbfai1(n,n),jcbq1(n,n),jcbfai2(n,n),jcbq2(n,n)
      real jcb(n*2,n*2),f(n*2),x(n*2),xx(n*2)
      real ltm(n*2,n*2),utm(n*2,n*2)
      real d(n*2),dd(n*2),sumdd,sumd
      logical cnv(n*2)

C
      pi=4*atan(1.0)

C
C ===== 格子分割 =====
C
      dz=dist/n
      do i=0,n
          z(i)=dist-dz*i
      enddo

C
C ===== 固液 2 面角分布 =====
C
      do i=0,n
          theta(i)=btmth+(topth-btmth)/dist*dz*i
          thrad(i)=theta(i)*pi/180/2
      enddo

C

```

```

C ====  $\phi$  S 分布 ====
C
    a=2
    do i=0,n
        fais(i)=1-(pi/3-pi*((1-cos(thrad(i)))**2)
&(2+cos(thrad(i))))/(sqrt(a)*(cos(thrad(i))**3))
    enddo
C
C ==== kS 分布 ====
C
    b=3
    do i=0,n-1
        lmd=0
        lmd=(1/sqrt(b)*cos(thrad(i))-sqrt(a)/sqrt(b)*sin(thrad(i)))
&(1/sqrt(b)*cos(thrad(i))-sin(thrad(i)))
        lmdcef=3*lmd**3/(lmd**2+lmd+1)
C
        ks(i)=(r**2*sqrt(b)*cos(thrad(i))**2
&-r**2*3*cos(thrad(i))*sin(thrad(i))
&-r**2*3/2*(60-theta(i))*pi/180)**2
&/(20*sqrt(b)*r**2*sqrt(b)*cos(thrad(i))**2)
&*lmdcef
    enddo
    ks(n)=0
C
C ==== kS/ $\phi$  S^3 分布 ====
C
    do i=0,n
        stb(i)=ks(i)/fais(i)**3
    enddo
C
C ==== 初期条件 ====
C
    do i=1,n
        fai(i)=initfai
        qi(i)=initqi

```

```

        enddo
C
C ==== 境界条件 ====
C
        btmfai=initbtmfai
100  nbtmfai=btmfai
        &-(btmfai**4-btmfai**3+mul*q10/(stb(0)*(rhos-rhol)*g))
        &/(4*btmfai**3-3*btmfai**2)
        if (abs(nbtmfai-btmfai).gt.1e-8*btmfai) then
            btmfai=nbtmfai
            go to 100
        endif
C
        fai(0)=nbtmfai
        q(0)=q10/(1-nbtmfai)
        fai(n+1)=topbcfai
        q(n+1)=0
C
C ==== ファイルオープン・入力値出力 ====
C
        open(30,file='result.txt')
        if (fopt.eq.1) then
            open(40,file='jacobian.txt')
            open(50,file='ltm.txt')
            open(60,file='utm.txt')
            open(70,file='f.txt')
            open(80,file='xx&x.txt')
            open(90,file='tfai&tp.txt')
        end if
C
        write(30,*) '##### control parameter #####'
        write(30,*) 'dintance[m]:',dist,'grid:',n+1
        write(30,*) 'dz[m]=' ,dz
        write(30,*) 'calculation time[s]:',time,'step:',ntstep
        write(30,*) 'dt[s]=' ,time/ntstep
        write(30,*) '##### physical properties #####'

```

```

write(30,*) 'solid density[kg/m3]=' ,rhos
write(30,*) 'liquid density[kg/m3]=' ,rhol
write(30,*) 'fluid viscosity[Pa*s]=' ,mul
write(30,*) 'solid viscosity[Pa*s]=' ,mus
write(30,*) 'solid bulk viscosity[Pa*s]=' ,muvs
write(30,*) 'grain diameter[m]=' ,r*2
write(30,*) '##### result #####'

```

C

C ==== 初期条件・境界条件出力 ====

C

```

write(30,*) '====='
write(30,*) 'time step=0'
write(30,*) 'time[yr]=0'
write(30,*) '====='
write(30,'(5x,a,5x,a,9x,a,15x,a,15x,a)')
& 'z','theta','fai','q','stb'
write(30,*) '-----'
do i=0,n
    write(30,'(f8.1,f8.2,2x,e15.7,2x,e15.7,2x,e15.7)')
& z(n-i),theta(n-i),fai(n-i),q(n-i),stb(n-i)
enddo

```

C

C ==== 時間ループ開始 ====

C

```

dt=time/ntstep
do it=1,ntstep

```

C

```

write(30,*) '====='
write(30,*) 'time step=',it
write(30,*) 'time[yr]=' ,dt*it/60/60/24/365
write(30,*) '====='
write(30,'(5x,a,5x,a,9x,a,15x,a)')
& 'z','theta','fai','q'
write(30,*) '-----'

```

C

```

if (fopt.eq.1) then

```

```

        write(90,*) '=====
        write(90,*) 'time step=',it
        write(90,*) 'time[yr]=' ,dt*it/60/60/24/365
        write(90,*) '=====
    end if
C
C  ==== NRM 初期値代入 ====
C
        do i=0,n+1
            tfai(i)=fai(i)
        enddo
        do i=-1,n+1
            tq(i)=q(i)
        enddo
C
C  ==== 差分方程式 ====
C
200    do i=1,n                !ここから NRM ループ開始
        f1(i)=1/mul*stb(i)*tfai(i)**3
        &*((1-tfai(i))*(rhos-rhol)*g
        &+(muvs+4/3*mus)*((-1)*(tfai(i)-tfai(i-1))*(tq(i)-tq(i-1))
        &+(1-tfai(i))*(tq(i+1)-2*tq(i)+tq(i-1)))/dz**2)-tq(i)
        f2(i)=tq(i)*(tfai(i)-tfai(i-1))/dz
        &-(1-tfai(i))*(tq(i)-tq(i-1))/dz
        &-(tfai(i)-fai(i))/dt
        enddo
C
C  ==== ヤコビアン微分定義 ====
C
        do i=1,n
            dfaijdf1(i)=
            &3/mul*stb(i)*tfai(i)**2*(rhos-rhol)*g
            &-4/mul*stb(i)*tfai(i)**3*(rhos-rhol)*g
            &+1/mul*stb(i)*(muvs+4/3*mus)
            &*((3*tfai(i)**2*tfai(i-1)-4*tfai(i)**3)*(tq(i)-tq(i-1))
            &+(3*tfai(i)**2-4*tfai(i)**3)*(tq(i+1)-2*tq(i)+tq(i-1)))/dz**2

```

```

        dfaijdf1(i)=
&1/mul*stb(i)*(muv+4/3*mu)*tfai(i)**3*(tq(i)-tq(i-1))/dz**2
        dqjldf1(i)=
&1/mul*stb(i)*(muv+4/3*mu)*(tfai(i)**3-tfai(i)**4)/dz**2
        dqjdf1(i)=
&1/mul*stb(i)*(muv+4/3*mu)
&*((tfai(i)**3*tfai(i-1)-tfai(i)**4)-2*(tfai(i)**3-tfai(i)**4))
&/dz**2-1
        dqljdf1(i)=
&1/mul*stb(i)*(muv+4/3*mu)
&*((tfai(i)**4-tfai(i)**3*tfai(i-1))+(tfai(i)**3-tfai(i)**4))
&/dz**2
C
        dfaijdf2(i)=
&(2*tq(i)-tq(i-1))/dz-1/dt
        dfaijdf2(i)=
&-tq(i)/dz
        dqjdf2(i)=
&(2*tfai(i)-tfai(i-1)-1)/dz
        dqljdf2(i)=
&(1-tfai(i))/dz
        enddo
C
C   ==== ヤコビアン生成 ====
C
        jcbfail(1,1)=dfaijdf1(1)
        do i=2,n
            jcbfail(i,i-1)=dfaijdf1(i)
            jcbfail(i,i)=dfaijdf1(i)
        enddo
C
        jcbq1(1,1)=dqjdf1(1)
        jcbq1(1,2)=dqjldf1(1)
        do i=2,n-1
            jcbq1(i,i-1)=dqljdf1(i)
            jcbq1(i,i)=dqjdf1(i)

```

```

        jcbq1(i,i+1)=dqj1df1(i)
    enddo
    jcbq1(n,n-1)=dq1jdf1(n)
    jcbq1(n,n)=dqjdf1(n)
C
    jcbfai2(1,1)=dfaijdf2(1)
    do i=2,n
        jcbfai2(i,i-1)=dfailjdf2(i)
        jcbfai2(i,i)=dfaijdf2(i)
    enddo
C
    jcbq2(1,1)=dqjdf2(1)
    do i=2,n
        jcbq2(i,i-1)=dq1jdf2(i)
        jcbq2(i,i)=dqjdf2(i)
    enddo
C
    do i=1,n*2
        do j=1,n*2
            jcb(i,j)=0
        enddo
    enddo
    do i=1,n
        do j=1,n
            jcb(i,j)=jcbq1(i,j)
            jcb(i,j+n)=jcbfai1(i,j)
            jcb(i+n,j)=jcbq2(i,j)
            jcb(i+n,j+n)=jcbfai2(i,j)
        enddo
    enddo
C
C   ---- ヤコビアン出力 ----
C
    if (fopt.eq.1) then
        write(40,*) '-----'
        do i=1,2*n

```

```

        write(40,'(100e10.3)') (jcb(i,j),j=1,n)
    enddo
end if
C
C  ==== xn,fn の生成 ====
C
    do i=1,n
        x(i)=tq(i)
        x(i+n)=tfai(i)
        f(i)=f1(i)
        f(i+n)=f2(i)
    enddo
C
C  ---- f 出力 ----
C
    if (fopt.eq.1) then
        write(70,*) '-----'
        do i=1,2*n
            write (70,'(f15.5)') f(i)
        enddo
    end if
C
C  =====
C  ヤコビ行列の LU 分解から連立方程式を解くルーチン
C  =====
C
C
C  ==== LU 分解 ====
C
    do i=1,n*2
        do j=1,n*2
            ltm(i,j)=0
            utm(i,j)=0
        enddo
    enddo
    do i=1,n*2-1

```

```

do j=i,n*2
    ltm(j,i)=jcb(j,i)
enddo
do j=i,n*2
    utm(i,j)=jcb(i,j)/jcb(i,i)
enddo
do k=i+1,n*2
    do l=i+1,n*2
        jcb(k,l)=jcb(k,l)-ltm(k,i)*utm(i,l)
    enddo
enddo
enddo
ltm(n*2,n*2)=jcb(n*2,n*2)
utm(n*2,n*2)=1
do i=1,n*2
    utm(i,i)=1
enddo
C
C ---- LU 出力 ----
C
if (fopt.eq.1) then
    write(50,*) '-----'
    do i=1,2*n
        write (50,'(100e10.2)') (ltm(i,j),j=1,n)
    enddo
    write(60,*) '-----'
    do i=1,n
        write (60,'(100e10.2)') (utm(i,j),j=1,n)
    enddo
end if
C
C ==== Ldd=-f ====
C
do i=1,n*2
    dd(i)=0
enddo

```

```

dd(1)=(-1)*f(1)/ltm(1,1)
do i=2,n*2
  sumdd=0
  do j=1,i-1
    sumdd=sumdd+ltm(i,j)*dd(j)
  enddo
  dd(i)=((-1)*f(i)-sumdd)/ltm(i,i)
enddo
C
C  ==== Ud=dd ====
C
  do i=1,n*2
    d(i)=0
  enddo
  d(n*2)=dd(n*2)
  do i=1,n*2-1
    sumd=0
    do j=n*2+1-i,n*2
      sumd=sumd+utm(n*2-i,j)*d(j)
    enddo
    d(n*2-i)=dd(n*2-i)-sumd
  enddo
C
C  ==== x(n+1)=dx+x(n) ====
C
  do i=1,n*2
    xx(i)=d(i)+x(i)
  enddo
C
C  ---- xx,x 出力 ----
C
  if (fopt.eq.1) then
    write(80,*) '-----'
    do i=1,2*n
      write (80,'(2f15.5)') xx(i),x(i)
    enddo

```

```

        end if
C
C  ==== 値の更新 ====
C
        do i=1,n
            tq(i)=xx(i)
            tfai(i)=xx(i+n)
        enddo
C
C  ---- tfai,tq 出力 ----
C
        if (fopt.eq.1) then
            write(90,*) '-----'
            do i=1,n
                write (90,'(2f18.5)') tfai(i),tq(i)
            enddo
        end if
C
C  ==== 収束判定・次のNRMステップ ====
C
        do i=1,2*n
            cnv(i)=abs(xx(i)-x(i)).gt.1e-4*x(i)
        enddo
        if (any(cnv)) then
            go to 200
        end if
C
        do i=1,n
            fai(i)=tfai(i)
            q(i)=tq(i)
        enddo
C
C  ==== 出力・次のタイムステップ ====
C
        if (mod(it,itint).eq.0) then
            do i=0,n,nint

```

```

        write(30,'(f8.1,f8.2,2x,e15.7,2x,e15.7)')
& z(n-i),theta(n-i),fai(n-i),q(n-i)
        enddo
    end if
C
    enddo                !次のタイムステップへ
C
C ===== 終了 =====
C
    close(30)
    if (fopt.eq.1) then
        close(40)
        close(50)
        close(60)
        close(70)
        close(80)
        close(90)
    end if
    stop
end program
C

```