

して種々の管理を行っているが、多分に経験に基づくものが多く、実際の立坑投入鉱石の物性や粒度分布の変化に対応しきれない場合もある。わが国の大規模石灰石鉱山で多用される設計直径が5~6mの鉱石立坑の場合、インターロッキングアーチの発生を防ぐために投入鉱石の最大径を約1m以下に規制するのが普通である。実際の運用に際しては、ローダーのオペレーターがバケット幅を基準にしてダンブトラックへの積み込みの際に選別を行ったり、立坑投入口にグリズリーバーを設置したりする。このようにして小割り作業が必要となる大塊が分離されるが、この発生率が起砕鉱石の5%を超えるようなら発破設計そのものを見直しを行う<sup>1)</sup>。このように、立坑投入鉱石の最大粒径はかなり人為的に制御することが可能である。

一方、粘着性アーチの発生は、立坑投入鉱石中の微粒分（粘土分）の粘着力に起因する。微粒分は、発破やさく岩などによる鉱石の物理的な粉砕によっても生じるが、特に石灰石鉱床では夾雑物や鉱床内のドリーネ中の充填物としてかなりの量の粘土分を胚胎することが多い。このように鉱床内に胚胎する粘土分は多くの場合、塊状鉱石と共に立坑に投入されるが、その賦存量を事前に推定することはかなり困難である。また、鉱床を覆う表土も、その量が少なくあえて堆積場を作るまでもない場合には鉱石と共に立坑に投入処理される。このように粘土分の立坑総投入量は、一旦採掘に入ってしまうと人為的にコントロールすることが難しい。このため、立坑径はある程度余裕を持って設計されるが、実際の運用に当たっては粘土分をなるべく分散して投入することが重要で

ある。粘土分が大量にまとまって投入されたような場合は言うに及ばず、粘土分が少量でも常に立坑の特定の側の壁面に沿って投入されるような状態が続くと、粘土分の投入される側の坑壁にいつきが発生し立坑閉塞を誘発する可能性がある<sup>2)</sup>。

一旦閉塞が起きるとこれを解除するために特殊な作業が必要となる。立坑内で閉塞が起きた場合には、最も近い目貫で発破をかけその振動でアーチの崩落を誘発する方法が最も簡単かつ一般的である。アーチが強固で間接的な発破振動では崩落が誘発されない場合には、ヘリウムガスを充填したバルーンに爆薬を張り付けたものを、閉塞箇所より下にある目貫から立坑内を通じて閉塞箇所まで上昇させ起爆する方法が用いられる。またこのような方法以外にも、立坑へ注水する方法、閉塞していると思われる箇所に向けてボーリングを行い直接閉塞箇所に注水、あるいは発破を行う方法などがある。坑内掘りの金属鉱山でよく使用される中、小規模の鉱石立坑では、立坑内にチェーンを垂らしておき、詰まりが発生したらこれを動かして閉塞を解除させるシステムを持つものもある。また、海外の金属鉱山ではサブレベルストーピングなどのハングアップ対策として、専用のロケット弾を用いる場合もある。シュートの出口など、比較的人が近づき易いところで大塊によるインターロッキングアーチが発生した場合には、その大塊に直接穿孔して小割りする方法が用いられる。

本章ではまず、立坑閉塞の発生条件をその主要な発生機構毎に分けて検討した。インターロッキングに起因する閉塞の場合、アーチ内部の応力伝達経路が

問題となり、これを連続体として取り扱えないため、ここでは実験に基づく経験則を紹介するにとどめた。一方、微粒分の粘着力により形成されるアーチやパイプは静止状態では連続体と見なすことができるため、土質力学的な観点からそれらの形成条件について考察を加えた。また、アーチの形成条件に含まれる立坑投入鉱石の物性を求めるため、ある程度の硬さを含む粉粒体の物性が測定可能な一面剪断試験機を新たに開発した。さらに、立坑内における鉱石の圧密履歴を左右する主働応力状態の応力分布を表すJanssenの式、及び、アーチの初期破壊点の位置を示す受働応力状態に遷移した瞬間の応力状態を、ジョイント要素を組み込んだFEM解析により検証した。

## 6-2 立坑の閉塞条件

### (a) インターロッキングアーチ

粒子は一般に大きくなればなるほど、粒子の挙動に及ぼす自重の影響が粒子表面の付着力の影響に比べ相対的に大きくなる。このため、ある程度大きな粒子では粒子接触点に作用する付着力あるいは粘着力はアーチ形成の主な原因とはならない。立坑内の岩塊のうち比較的粒径の大きなものでは、岩塊どうしのかみ合いによって、各岩塊の自重が隣接する岩塊に伝えられ最終的に壁面に隣接する岩塊を経て壁面にかかる。壁面における反力がアーチを崩壊させず、支持力（摩擦支持力あるいは壁面の凹凸と岩塊のかみ合いによる支持力）がアーチ上方の岩塊の自重と等しい場合、fig. 6-3 のような静的なアーチを形成し立坑詰まりを引き起こすことがある。このような静的なアーチのことをインターロッキングアーチと称する。立坑内でのインターロッキングアーチの発生は、立坑投入鉱石の立坑径に対する相対的な粒度や、個々の粒子の形状、立坑の坑壁の状態などに依存する確率事象である。インターロッキングアーチが形成された後には、アーチより上に存在する岩塊と立坑の間に力学的な鈎合関係が成り立っているが、実際の岩塊の形状がきわめて不規則なためこのような岩塊間の応力伝達経路はfig. 6-4 に示すように複雑で、これを特定することは現実的には不可能である。

インターロッキングアーチが発生する確率に影響すると考えられる要因は、粒子の大きさ（粒度分布）と形状、流動経路の流体半径（立坑断面の形状と大



きさ)、アーチが発生する部分の応力状態、壁面の状態、流動経路の絞り込みの度合い、流動方向の変化のようすなどである。インターロッキングアーチの発生に関する実験的研究はこれらの要因のうち主に、粒子の大きさ、形状あるいは物性、流動経路の流体半径の3点に注目して行なわれてきた。

Roseらはスリット及び円形オリフィスにおける限界アーチの寸法(それぞれ $W_c$ 、 $D_c$ で表す)に関して、

$$\frac{W_c}{D_*} = 1.8 + 0.038 \psi^{1.5} \quad (6-1)$$

$$\frac{D_c}{D_*} = 2.3 + 0.071 \psi^{1.5} \quad (6-2)$$

のような実験式を提案している<sup>3)</sup>。ここで $D_*$ は粒子の比表面積径、 $\psi$ は粒子の代表径として円相当径 $D_0$ を用いた比表面積形状係数(すなわち $\psi = \frac{D_0 S}{V}$ 、 $S$ は粒子の表面積、 $V$ は粒子の体積)である。

また、砂や砂利などの粗粒体に対して、

$$L = \left[ \frac{1+\beta}{2\beta} \right] k (D_p + 0.081) \tan \phi \quad (6-3)$$

のような実験式もある<sup>4)</sup>。ただし $L$ は、円形孔の場合は直径、正方形の場合は1辺の長さ、矩形の場合は短辺の長さ、 $\beta = (\text{長辺の長さ}) / (\text{短辺の長さ})$ 、 $k$ は係数で、粒径の揃っている材料で2.6、他の一般の粒体で2.4、 $D_p$ は最大及び最小粒子の算術平均径、 $\phi$ は内部摩擦角で自由流動性の材料では安息角で代用することができる。 $\phi > 50^\circ$ のような場合は $\phi = 50^\circ$ として計算する。

粒子の物性を表すのに、式(6-1)、(6-2)では形状関数の一種である $\psi$ (原論文では、表面積係数/体積係数で表されている)を、また式(6-3)では $\phi$ を用いており、どちらの式も同じような傾向を示すが、 $\psi$ 、 $\phi$ の双方とも現実の粉粒体においてはその値に幅のある曖昧な物性値である。インターロッキングアーチの形成が確率事象であるのは、このように物性値を初めとする諸条件が時間や位置に関して一定ではなく、ある幅を持って常に変動しているからに他ならない。このような諸条件の変動の定量化がインターロッキングアーチの発生に関する確率論的アプローチの第一歩となるものと思われる。

実際の立坑の設計においては、実験的あるいは現場的な経験から求められた、インターロッキングアーチが形成される確率と立坑径あるいは流出口の径に対する粒子の大きさの関係が参考にされる。Peelleはシュートの直径が投入される最大の粒子の直径の約3倍以上なら閉塞が防げるとしている<sup>5)</sup>。Aytaanの砂を用いた実験では、パイプ径が粒子の最大メッシュ幅の4.21倍あれば確実に詰まらないという結果が得られている<sup>6)</sup>。Jenikeの比較的粒度の揃っている粉粒体に対するチャートによると、閉塞を防ぐための流出口の大きさは粒子の平均的な大きさの3~6倍という数字が得られる<sup>7)</sup>。Kvapilの研究では、立坑の径が最大粒径の5倍あればほとんどの場合閉塞は起きないという結果が得られている<sup>8)</sup>。また、最近の研究にはLiraのものがあり、並立立坑の直径と最大の粒子の径の比率が6以上であればインターロッキングアーチは形成されないとされている<sup>9)</sup>。

このように過去の研究の結果では、インターロッキングアーチの発生を防ぐのに必要な粒径に対する経路径の比率はおおむね3~6である。わが国の石灰石鉱山の立坑の直径は、立坑投入鉱石の最大粒径の5~6倍で設計されるのが普通である。

しかし、通常鉱山で扱われる形状が不規則な岩塊では何をもちいて粒径とすることについても議論の分かれるところである。多くの場合、立坑投入以前に小割りが必要かどうかの判断はローダーのオペレーターに任されている。ローダーのオペレーターはローダーのバケットの大きさに対する岩塊の最長部の長さで判断するのが一般的である。また、立坑投入口にグリズリーバーを設置し、そのバーの間隔を通過する岩塊の最大粒径と考える場合もあるが、この場合そのバーの間隔は必ずしもこれを通過する岩塊の最長部の長さとは一致しない。最長部の長さを岩塊の直径と考えるのが安全サイドであるのは言うまでもないが、この場合最長部の長さが基準値を越えるかどうかの判断は目視によらざるを得ないのが現実である。

さらに、立坑投入鉱石の粒度管理を厳密に行っても、立坑坑壁の大規模な剥離や崩落により大塊が立坑内に入りインターロッキングアーチを形成するケースもある。このような坑壁の剥離や崩壊は鉱石投入時の坑壁への衝突により引き起こされる場合が多い。このような鉱石の坑壁への衝突を和らげるため、立坑は極力満鉱状態で管理されることが望ましい。

#### (b) 粘着性アーチ

立坑内で粘着性アーチが形成されるかどうかは、主に立坑投入鉱石中の微粒子の物性と立坑のサイズに依存する。インターロッキングアーチを形成するような大きな岩塊と異なり、粘着性アーチを形成するような微小な粒子の場合、内部の応力伝達経路が問題になることはほとんどなく、アーチ全体を一つの連続体と考えることができる。このため、立坑内での粘着性アーチの形成を防止する基本的な発想は、fig. 6-5 のようなアーチにおいて、アーチの自重がW、壁面から受ける垂直方向の支持力がTのとき、

$$W > T \quad (6-4)$$

とすることである。(6-4)式は、立坑断面積をA、アーチの厚みをh、アーチの外周をU、かさ比重を $\rho$ 、壁面に沿った剪断応力を $\tau$ とすると、

$$\rho A h > \tau h P \quad (6-5)$$

のように表わせる。また(6-5)式は立坑の流体半径を用いて

$$\frac{A}{U} > \frac{\tau}{\rho} \quad (6-6)$$

$$\left[ \frac{A}{U} : \text{流体半径 (Hydraulic radius)} \right]$$

のように書ける。立坑断面が円形か正方形の場合、Dを立坑の直径または一辺の長さとする、流体半径はD/4になる。つまり(6-6)式の左辺は立坑の幾何学的特性に、右辺は立坑内にある物質の物性に関連している。この(6-6)式をもとに、立坑内の物質の物性に応じた、粘着性アーチを発生させな



いために必要な最小立坑径を求める。いま fig. 6-6a のような、アーチの足の部分におけるアーチの接線が水平面から角度  $\beta$  であるアーチを考えると、(6-6) 式における  $\tau$  は、fig. 6-6b のようなアーチの足の部分における力の釣合から  $\sigma_1$  と  $\beta$  で表わすことができる。つまり

$$\sigma_n = \sigma_1 \cdot \cos^2 \beta$$

なので

$$\begin{aligned} \tau &= \sigma_1 \cdot \sin \beta \cos \beta \\ &= \left[ \frac{\sigma_1}{2} \right] \cdot \sin 2\beta \end{aligned} \quad (6-7)$$

となる。(6-6) 式の流体半径を  $D/4$  で表わし、 $\tau$  に (6-7) 式を代入すると

$$\frac{D}{4} > \frac{\sigma_1 \cdot \sin 2\beta}{2\rho} \quad (6-8)$$

のようになる。いま、アーチ下面近傍において立坑水平断面の接線方向の応力が中間主応力であるとし、これが近傍の降伏条件に寄与しないと仮定すれば、fig. 6-6b の  $\sigma_1$  が立坑内物質の一軸圧縮強度である  $\sigma_c$  に等しくなるとアーチ下面近傍において降伏が生じる。このため、(6-8) 式の右辺が

$$\frac{\sigma_c \cdot \sin 2\beta}{2\rho}$$

以上になるときは粘着性アーチは自立しない。つまり立坑径  $D$  が

$$D > \frac{2\sigma_c \cdot \sin 2\beta}{\rho} \quad (6-9)$$

ならば、静的な粘着性アーチは発生しないことになる。(6-9) 式において問題なのは、アーチ構成物質の一軸圧縮強度  $\sigma_c$  とアーチの足の角度  $\beta$  の特定である。アーチ構成物質の物性が、受けた応力履歴に依存する問題を別にして、粉体状の物質について一軸圧縮強度を求めるのは困難である。そこで (6-9) 式を、実験的にも求めやすい粘着力  $c$  と内部摩擦角  $\phi$  を用いて表わすことを考える。アーチ構成物質の降伏条件としてモール・クーロンの降伏条件を仮定すれば、 $\sigma_c$  は粘着力  $c$  と内部摩擦角  $\phi$  を用いて

$$\sigma_c = \frac{2c \cdot (1 + \sin \phi)}{\cos \phi} \quad (6-10)$$

のように表わされる。(6-10) 式を (6-9) 式に代入すると、

$$D > \frac{4c \cdot (1 + \sin \phi) \cdot \sin 2\beta}{\rho \cos \phi} \quad (6-11)$$

が得られる。 $\beta$  の値が特定できないため、実際の設計に際しては  $\sin 2\beta = 1$  として考える。つまり、

$$D > \frac{4c \cdot (1 + \sin \phi)}{\rho \cos \phi} \quad (6-12)$$

とする。

モール・クーロンの降伏条件下においては、 $\sigma_1 = \sigma_c$  のとき、 $\sigma_1$  の作用する面から、

$$\theta = \left[ \frac{\pi}{4} \right] + \left[ \frac{\phi}{2} \right]$$

だけ傾いた面に沿って降伏が起きる。Pariseauらは工学的見地からアーチの破壊が壁面に沿って起きると仮定してよいとしている<sup>10)</sup>。このように粘着性アーチの崩壊が立坑壁面に沿って発生するものと仮定すると $\theta = \beta$ 、つまり

$$\beta = \left[ \frac{\pi}{4} \right] + \left[ \frac{\phi}{2} \right]$$

となるため、(6-11)式の $\sin 2\beta$ は

$$\sin 2\beta = \cos \phi \quad (6-13)$$

となる。(6-13)を(6-11)に代入すると、

$$D > \frac{4c(1 + \sin \phi)}{\rho} \quad (6-14)$$

のように、(6-12)式より緩やかな条件が得られる。

立坑内の物質の粘着力 $c$ 、内部摩擦角 $\phi$ 、かさ比重 $\rho$ が既知であるとき、粘着性アーチの発生を防ぐためには立坑径 $D$ を(6-12)式あるいは(6-14)式を満たすように定める必要がある。また逆に立坑径 $D$ が決まっている場合には、立坑内に投入する物質の物性が(6-12)式あるいは(6-14)式を満たすように投入物を選択混合することが必要である。

### (c) バイピング

流動経路の断面が減少する部分では、その上部にfig. 6-1のようなパイプ状の死領域が形成される。このような現象をその形状にちなんでバイピングある

いはラットホーリングと称する。坑壁に粘土分が付着して行くにつき現象も、その内部の応力状態はバイピングのそれに準じるものと考えられる。バイピングが生じると実質的な流動経路断面が小さくなり、閉塞を引き起こす可能性が高くなる。

いくつかの前提のもとで、理論的な最大パイプ高さ $z$ とパイプを構成する物質の物性の関係を求めてみる。パイプは連続体と見なすことができ内部の応力状態は主働応力状態にある。その水平断面内の応力状態が一樣であると仮定すると、fig. 6-7の斜線で示す微小範囲の力の釣合から

$$(\sigma_v + \delta \sigma_v) A - \sigma_v A + \tau U \delta z - A \rho \delta z = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_v: \text{垂直方向の応力} \\ \tau: \text{パイプと立坑壁面との間の剪断応力} \\ A: \sigma_v \text{の作用するパイプの断面積} \\ U: \text{立坑の周辺長} \\ \rho: \text{パイプ構成物質のかさ比重} \end{array} \right.$$

ここで、

なので、

$$\frac{d\sigma_v}{dz} + \frac{U\tau}{A} - \rho = 0 \quad (6-15)$$

という釣合方程式が得られる。(6-15)式には2つの応力項 $\sigma_v$ と $\tau$ が含まれるので、これを1つにまとめることを考える。臨界高さに達したパイプの崩壊が立坑壁面における滑りに起因するものと仮定し、鉱石パイプの高さが臨界状態にある時の釣合を考えると、粘着性アーチの時と同様に、中間主応力が降



伏条件に影響しないモール・クーロンの降伏条件から

$$\tau = \sigma_H \tan \phi' + c' \quad (6-16)$$

ここで、 $\left\{ \begin{array}{l} \phi' : \text{鉋石と立坑壁面間の摩擦角} \\ c' : \text{鉋石の立坑壁面に対する粘着力} \\ \sigma_H : \text{立坑壁面に垂直に作用する応力} \end{array} \right.$

となる (fig. 6-8 参照)。fig. 6-8 に示すように  $\sigma_H$  とそれに直交する  $\sigma_v$  の間には、

$$\sigma_H = \sigma_v - 2\tau \tan \phi' \quad (6-17)$$

という関係があるので、これを (6-16) 式に代入して

$$\tau = \frac{\sigma_v \cdot \tan \phi' + c'}{1 + (2 \cdot \tan^2 \phi')} \quad (6-18)$$

となり、 $\tau$  が  $\sigma_v$  の関数として表わされる。この関係を用い (6-15) 式の釣合方程式を表わすと

$$\frac{d\sigma_v}{dz} + \frac{U(\sigma_v \tan \phi' + c')}{A\{1 + (2 \cdot \tan^2 \phi')\}} - \rho = 0 \quad (6-19)$$

となる。これは、主動応力状態にあるパイプ中の水平断面内の応力状態が一様で、その応力状態がモール・クーロンの降伏条件を満たしたときに立坑壁面との間に破壊が発生するとしたときの、臨界状態における釣合方程式である。

ここで

$$K_1 = \left[ \frac{U}{A} \right] \cdot M \cdot \tan \phi'$$

$$K_2 = \rho - \left[ \frac{U}{A} \right] \cdot M \cdot c'$$

$$M = \frac{1}{1 + 2 \cdot \tan^2 \phi'}$$

とすると、(6-19) 式は

$$\frac{d\sigma_v}{dz} + K_1 \cdot \sigma_v = K_2 \quad (6-20)$$

となり、これを  $\sigma_v$  について解くと

$$\sigma_v = \left[ \frac{K_2}{K_1} \right] + K_3 \cdot \exp(-K_1 z) \quad (6-21)$$

となる。鉋石パイプの最上部  $z = 0$  における境界条件は  $\sigma_v = 0$  なので、(6-21) 式から

$$K_3 = -\frac{K_2}{K_1}$$

よって

$$\sigma_v = \left[ \frac{K_2}{K_1} \right] \{ 1 - \exp(-K_1 z) \} \quad (6-22)$$

である。これで  $\sigma_v$  が  $z$  の関数として表された。

$\sigma_v$  はパイプの下部に行くほど大きくなり、パイプの下端、つまり  $z = h$  に

おいて最大となる。このときの  $\sigma_v$  は  $D_H = \frac{A}{U}$  として

$$\sigma_v = \frac{\rho D_H - M c'}{M \cdot \tan \phi'} \cdot \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{M \cdot \tan \phi' \cdot h}{D_H}\right] \right\} \quad (6-23)$$

である。 $D_H$  が大きく、 $\sigma_v$  に対する壁面の摩擦力の影響が無視し得るほど小さい場合、 $\sigma_v$  は自重のみで決まるはずである。ロピタルの定理を使うと、 $D_H$  が

∞のとき(6-22)式は

$$\sigma_v = \rho z$$

となり、このような場合には $\sigma_v$ が $z$ と $\rho$ だけで決まることがわかる。

$\sigma_1$ を最大主応力、 $\sigma_3$ を最小主応力とすると、パイプの内側における応力状態は $\sigma_1 = \sigma_v$ 、 $\sigma_3 = 0$ である。このためモール・クーロンの降伏条件を仮定し、かつ降伏条件が中間主応力に依存しないものとする、パイプ内側の $\sigma_v$ が一軸圧縮強度 $\sigma_c$ になると降伏が生じパイプは崩壊する。よってパイプ下端における $\sigma_v$ が $\sigma_c$ になるときの $h$ が最大パイプ高さであるといえる。このような $h$ (実際には無次元化した $h/D$ )を求めてみる。円形立坑の場合を考えると、

$$D_n = \left[ \frac{D}{4} \right] \left\{ 1 - \left[ \frac{D_0}{D} \right]^2 \right\}$$

なので、 $D_n = D D_n'$ のような $D_n'$ を導入すると(6-23)式は

$$\sigma_v = \frac{\rho D D_n' - M c'}{M \cdot \tan \phi'} \cdot \left\{ 1 - \exp \left[ \frac{h}{D} \cdot \frac{-M \cdot \tan \phi'}{D_n'} \right] \right\} \quad (6-24)$$

となる。(6-24)式において $\sigma_v = \sigma_c$ と置き、 $\frac{h}{D}$ について解くと、

$$\frac{h}{D} = - \frac{D_n'}{M \cdot \tan \phi'} \cdot \ln \left\{ 1 - \frac{\left[ \frac{\sigma_c}{\rho D} \right] \left[ \frac{M \cdot \tan \phi'}{D_n'} \right]}{1 - \left[ \frac{M c'}{\rho D D_n'} \right]} \right\} \quad (6-25)$$

となり、パイプの臨界高さが求まる。

### 6-3 立坑投入鉱石の物性

#### (a) 粘着力と内部摩擦角

粉粒体は無論厳密には連続体ではないが、内部の応力伝達経路が問題にならない程度に粒度が小さい場合には連続体と見なせる。この場合、粉粒体は弾塑性体と見なすことができ、その重力流動は降伏条件を満たす塑性流動と解釈される。しかし降伏条件としてTrescaあるいはvon Misesの条件を静水圧に依存するように拡張したものを仮定すると、塑性ひずみ増分の直交性の条件(normality condition)から、流れの際に定期的に体積膨張(あるいはかさ密度の減少)が起きることになる。しかし、流動状態にある粉粒体の体積は状況に応じて増減することが知られている。このため、粉粒体にはfig.6-9に示すような静水圧方向に閉じた降伏曲面を仮定することが多い<sup>(1)</sup>。このような降伏曲面の大きさは、かさ密度、静的な圧密状態におかれた時間、温度、粉粒体の含水率の関数である。流動状態にあるときには静的な圧密時間は零、温度と含水率は一定で、かさ密度はその位置の応力状態の関数であると考えられる。

流動状態にある粉粒体の最大及び最小主応力の比は、

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1 + \sin \delta}{1 - \sin \delta} \quad (6-26)$$

に近づくことが実験的に確かめられているため、このときのかさ密度(圧密度合い)は最大主応力のみの関数となる。流れの際の降伏曲面の大きさもまた最大主応力のみの関数となる。降伏曲面の大きさと最大主応力の関係を表す



(6-26)式のような関数を有効降伏曲線 (effective yield locus、以降EYLと称する) という<sup>12)~13)</sup>。また、(6-26)式中の $\delta$ 、つまりEYLの $\sigma$ 軸との角度は有効摩擦角 (effective angle of friction) と称し、粉粒体の流れ易さの目安となる。

流れの際、粉粒体内の応力状態はfig. 6-10に示すようなEYLに接するモール円で表されるが、別の角度からみると、流れの際の粉粒体は常にこのような応力状態のもとで瞬間的な圧密を受けながら降伏しているものと考えられる。静的な粉粒体の物性を表す降伏曲線 (yield locus、以降YLと称する) は、土などと同様にその受けた圧密の履歴に依存する<sup>14)~15)</sup>。fig. 6-11に示すように、圧力 $\sigma_1'$ 、 $\sigma_3''$ で瞬間的な圧密を受けた粉粒体のYLは、EYLに接する最大主応力がそれぞれ $\sigma_1'$ 、 $\sigma_3''$ のモール円に、その端部で接する曲線となる。

静止と重力流動を繰り返す鉱石立坑内のアーチの形成を議論する際には、流動状態の応力状態を表すEYLではなく、ある応力状態、温度、含水率のもとで一定時間圧密を受けた粉粒体のYLが問題となる。YLは、特に粉粒体のアーチ形成で問題となる非常に低い応力レベルにおいては、一般的に上に凸な曲線であるが、モール・クーロンの降伏条件においてはこれを直線で近似し、粘着力 $c$ と内部摩擦角 $\phi$ で表す。

#### (b) 安息角

安息角は定義が難しい非常に曖昧な概念である。一般的には粉粒体のパイルの頂上上部から静かに粉粒体を落下堆積させたときのパイルの陵の水平面からの傾斜のことを言う。しかし大塊を含む立坑投入鉱石の場合、大塊が斜面を転がることによる粒度偏析を起こしやすく、そのような偏析が起きるとパイルの陵の傾斜角はその高さに依存するようになる。また、落下堆積の方法によっても値が変わる可能性がある。しかしながら、もし特定の条件下での安息角が粉粒体の物性の1つであるとする、その計測が非常に容易なことから工学的な価値が大きい。事実Metcalfeは非常に厳密な条件のもとで種々の粉粒体の安息角を計測し、それが密充填状態の内部摩擦角に等しくなることを実験的に確認している<sup>16)</sup>。また、石灰石鉱山の立坑下のホッパー部における観測から、立坑投入鉱石中の粘土分の割合が多く、しかも適当な含水率になり流動状態が悪くなるとホッパー中の安息角も大きくなる傾向があることが知られている。

このようなことから、特定の条件下で測定された安息角は粉粒体の流動のしやすさを表す何らかのファクターである可能性が高い。

#### (c) 一面剪断試験

一般的に粉粒体のYLは一面剪断試験により求められる。一面剪断試験は、まずベッセル内の試料に任意の垂直方向の応力 $\sigma_{nc}$ を加え圧密した後、 $\sigma_{nc}$ より十分に小さな一定の垂直方向の応力 $\sigma_n$ のもとで水平方向に剪断し、剪断強度 $\tau$ を求めるものである。同じ圧密条件の試料に対し、いくつかの $\sigma_n$ に対す

る剪断強度 $\tau$ を求めると、 $\sigma_N$ と $\tau$ の関係がその圧密条件の時のY Lとなる。

一面剪断試験の圧密過程において、ベッセル内の粉粒体が常に限界応力状態にあるものと考え、ベッセル内の応力状態は圧密とともにfig. 6-12のモール円で示したように変化する。圧密過程の間、ベッセルの壁面に摩擦支持力が発生せず、かつ、ベッセル内の応力分布が均一だとすると、垂直方向の応力が $\sigma_{nc}$ になったときのベッセル内の応力状態は、最大主応力が $\sigma_{nc}$ でE Y Lに接するモール円で表される。このような圧密を受けた粉粒体のY Lはfig. 6-12に示すように、その端部で、最大主応力が $\sigma_{nc}$ でE Y Lに接するモール円に接する曲線となる。

$\sigma_{nc}$ を変えるとfig. 6-13に示すような一連の降伏曲線群が得られる。それぞれの降伏曲線の任意の点で降伏曲線に接するモール円は、それぞれの場合の剪断破壊時の剪断面近傍の応力状態を表している。 $\sigma_{nc}$ で圧密された試料の降伏曲線の終点で、これに接するモール円の最大主応力は $\sigma_{nc}$ となる。つまりこの状態の剪断では剪断破壊時に剪断面近傍で、圧密に要した鉛直方向の応力 $\sigma_{nc}$ （これは圧密時の最大主応力であると考えられる）と同じ大きさの最大主応力が剪断面からある角度傾いた方向に加わっていることになる。 $\sigma_{nc}$ の鉛直方向の応力で圧密した試料に、その試料の降伏曲線の終点の垂直応力より大きな垂直応力をかけて剪断を行うと、剪断破壊にいたる前に剪断面近傍の応力状態が限界状態に達するため、圧密が進行し、試料の物性、つまりY Lの形が変わってしまう。

#### (d) 実験装置

立坑投入鉱石には $\mu$ mオーダーの微粒分からmオーダーの大塊まで幅広い粒度の粒子が含まれるが、粘着性アーチの形成に寄与するのは比較的粒度の小さい粒子であり、ある程度大きい粒子は受動的な役割しか果たさない。粘着性アーチの形成に寄与する粒子の粒径の上限については種々の意見がある。Jenikeは粒径が0.25mm以下の粒子を含まない粉粒体は粘着性アーチを形成せず、0.84mm以上の粒子は粘着性アーチの形成に関わる粉粒体の物性にほとんど影響しないとしている<sup>17)</sup>。一方Valentinは10mm程度の粒子まで物性に影響するとしている<sup>18)</sup>。

立坑投入鉱石の一面剪断試験はそのうちの細粒分について行うが、実験試料に含まれる粒子の大きさの上限は一面剪断試験機の剪断箱の大きさと規制される。一般的に円形の剪断箱の場合、その直径が試料の最大粒径の5倍以上、かつ平均粒径の20倍以上あることが望ましいとされている<sup>19)</sup>。

立坑投入鉱石のうち20mm以下の細粒分に対する一面剪断試験を行うために開発した試験機をfig. 6-14に示す。以下に試験機及びその測定用周辺機器のスペックを述べる。

上下ベッセル内径：200mm 有効深さ：100mm

上下ベッセルの間のクリアランス：0.2mm

ピストン厚み：80mm ベッセルとのクリアランス：0.02～0.03mm



垂直荷重用油圧ポンプ：理研製MP-2B

油圧制御方式：メカニカル油圧制御バルブ

剪断荷重用油圧ポンプ：理研製手動油圧ポンプ

垂直及び剪断荷重用油圧ラム：理研製単動シリンダーS1-150

ストローク150mm、最大荷重10t/700kg/cm<sup>2</sup>

垂直及び剪断荷重測定用ロードセル：共和電業製LC-5TF

定格出力3000 $\mu$ ストレイン/5t

下部ベッセル内垂直土圧測定用土圧計：共和電業製BE-10KC

定格出力500 $\mu$ ストレイン/10kg/cm<sup>2</sup>以上

変位測定：直流型作動トランス式変位計

変位計用電源：直流安定化電源SS-TDS-BH 定格出力5V

測定用アンプ：共和電業製DPM601A

#### (e) 実験結果

今回の一面剪断試験は、実際の立坑投入鉱石の物性を求めるというより試験機の試運転といった性格が強かったため、最小限の種類の条件のもとでのみ実験を行った。実験に使用した試料は、新潟県田海鉱山の立坑投入鉱石を20mmの篩いで篩ったもので、実験の直前に105°Cで24時間乾燥させた。

実験条件及び結果をまとめてTable.6-1に示す。また、実験結果を $\sigma_w$ - $\tau$ グラフ上にプロットし有効摩擦角 $\delta$ を求めたところ、fig.6-15に示すように約

32°であった。このように、今回の試料の有効摩擦角が一般の石灰石(50mm以下、含水率4%)の値(約45°<sup>20)</sup>)に比べ小さい値を示したのは、今回の試料の粒度が20mm以下で、含水率が実質的に0%であったためであると考えられる。含水率を実際の立坑内の鉱石の状態である2~5%にすれば、有効摩擦角の値は大きくなるものと考えられる。

## 6-4 立坑内の応力分布

## (a) 坑底圧の算出

鉱石が満たされた立坑内の応力分布は、鉱石が静止状態であるか流動状態であるかによってまったく異なる。静止状態の時の応力状態は主働応力状態と呼ばれ、最大主応力が鉛直に近い方向を向いている。また、定常な重力流動状態の時の応力状態は受働応力状態と呼ばれ、最大主応力の方向が中心において水平でアーチ状に湾曲する。ここでは鉱石が立坑に投入され静置された状態、つまり主働応力状態の坑底圧について考察する。立坑の坑底における垂直方向の圧力は鉱石の投入にともない上昇するが、流体の場合と異なり投入量には比例せずある値に収束していく。これは坑壁による摩擦支持力が発生するためである。このような摩擦支持力の発生の機構は複雑でよく説明されていないが、立坑への鉱石の投入プロセスと密接な関わりがある。

鉱石の立坑内への投入プロセスを概念的に表すfig. 6-16に示すようなモデルを用いて、摩擦支持力の発生機構について考えてみる。このモデルでは鉱石が、投入前の体積と自重 ( $W$ ) が等しい個々のブロック毎に順次立坑内に投入される。便宜上個々のブロックは自重では圧密しないものとする。いちばん最初に投入されたブロックに着目すると、このブロックが投入された時点の坑底の支持力はこのブロックの自重  $W$  に等しい。2番目のブロックが投入されると、最初のブロックは、後から投入されたブロックの自重により内部の応力状態が限界応力状態となり圧密される。この際、ブロックと坑壁の間でも降伏が起

きる。ブロックと坑壁との間が剪断的に降伏する強度  $T$  は坑壁に対する垂直応力に比例する。限界応力状態においては、垂直方向の応力 (最大主応力  $\sigma_1$ ) に比例した水平方向の応力 (最小主応力  $\sigma_2$ ) が発生しており、これが坑壁に対する垂直応力となる。また、立坑内では閉塞が起きないことが前提であるため、常に  $T < W$  であるものとする。さらに、ブロックと坑壁との境界もブロック自身と同様に、降伏後はひずみ硬化もひずみ軟化も示さない完全塑性体的な挙動をするものと考え、2番目のブロックが投入されたとき、最初に投入されたブロックと坑壁の間には、このブロック内の垂直方向の応力に比例した摩擦支持力  $T_1$  が発生することになる。このため、坑底の支持力は  $2W$  ではなく、 $2W - T_1$  となる。3番目のブロックが投入されると、こんどは2番目のブロックと坑壁の間に摩擦支持力  $T_2$  が発生する。最初のブロックには当初かかっていた  $W$  より大きな ( $2W - T_1$ ) の荷重がかかるためさらに圧密が進み、坑壁との間に  $T_2 > T_1$  のような摩擦支持力  $T_2$  が発生する。このため坑底の支持力は  $3W - (T_1 + T_2)$  となる。このように次々にブロックを投入していくと、最初のブロックと坑壁との間に発生する摩擦支持力が限りなく  $W$  に近づいてくるため、坑底の支持力はある一定の値に収束する。

Janssen<sup>21)</sup> はサイロ内の粉体の応力状態を考えるに当たって、以下の仮定をした。

- 1) 最大主応力の方向は鉛直方向で、水平断面内の応力分布は均一である。
- 2) 壁面の摩擦による支持力は壁面に対する垂直応力に、また、壁面に対する



垂直応力は最大主応力に比例する。つまり、摩擦による支持力は鉛直方向の応力に比例する。

このとき fig. 6-17 に示すような立坑内における鉛直方向の力の釣合は、

$$\frac{\pi}{4} D^2 \sigma_v + \frac{\pi}{4} D^2 \rho \delta z = \pi D K \sigma_v \delta z + \frac{\pi}{4} D^2 (\sigma_v + \delta \sigma_v) \quad (6-27)$$

(ただし仮定より  $\tau = K \sigma_v$  とした。)

となる。(6-27)式から、

$$d \sigma_v = \left[ \rho - \frac{4K}{D} \sigma_v \right] dz \quad (6-28)$$

という微分方程式が得られるので、これを  $z=0$  で  $\sigma_v=0$  という境界条件の下で解くと、

$$\sigma_v = \frac{D \rho}{4K} \left\{ 1 - \exp \left[ - \frac{4Kz}{D} \right] \right\} \quad (6-29)$$

という Janssen の式が得られる。係数  $K$  は鉱石の物性や壁面の状態によって決まる値で実験的に求める必要がある。鉱石の投入と共に大きくなる坑底圧が、立坑内の鉱石の高さに依存しなくなった時点の坑底圧を  $\sigma_{v\text{const}}$  とすると、この時点では坑底から単位高さまでの壁面と鉱石との間に単位高さ当たりの鉱石の自重とつりあう摩擦抵抗が発生しているものと考えられるため、

$$K = \frac{D \rho}{4 \sigma_{v\text{const}}} \quad (6-30)$$

となる。

石灰石鉱山の鉱石立坑はほとんどの場合が素掘りであるため、立坑投入鉱石

と坑壁の間の有効摩擦角は、立坑投入鉱石自身の有効摩擦角  $\delta$  に等しいものと考えられる。このような前提のもとで、主働応力状態にある立坑内が一様に限界応力状態にあるものと仮定すると、壁面の剪断応力  $\tau$  は壁面に対する垂直応力  $\sigma_H$  と立坑投入鉱石の有効摩擦角  $\delta$  を用いて、

$$\tau = \sigma_H \tan \delta \quad (6-31)$$

で表される。また、立坑内の任意の部分の応力状態を表すモール円は  $\sigma$  軸に対し  $\delta$  の傾斜を持った EYL に接するため、

$$\sigma_H = \frac{1 - \sin \delta}{1 + \sin \delta} \sigma_v \quad (6-32)$$

が成り立つ<sup>22)</sup>。このため、

$$K = \frac{1 - \sin \delta}{1 + \sin \delta} \tan \delta \quad (6-33)$$

となる。この際の  $\delta$  と  $K$  の関係を fig. 6-18 に示す。  $K$  の値は  $15^\circ < \delta < 50^\circ$  の範囲では  $0.174 \pm 0.018$  の範囲にあり、あまり  $\delta$  に依存しないことがわかる。しかし、過去に実測された  $\tau / \sigma_H$  の値は、それぞれの場合に剪断試験によって得られた  $\tan \delta$  の値に比べ  $-5\% \sim +47\%$  の範囲で異なるため、粉粒体の物性値から正確な  $K$  を求める方法は明かでないのが現状である<sup>23)</sup>。

便宜上 (6-33) 式が成り立つものとして、 $\delta$  の値として新潟県田海鉱山のホッパー部で計測されている立坑投入鉱石の安息角の値 (約  $40^\circ$ ) を用い、 $\rho = 1.9 (\text{t/m}^3)$  とすると、種々の径の立坑内の垂直方向と水平方向の応力の分布

はそれぞれfig. 6-19及びfig. 6-20に示すようになる。また、(6-29)式の $z$ を $\infty$ にしたときの $\sigma_v$ の値を坑底圧と見なすと、坑底圧は立坑径に直線的に比例することになる。

(6-29)式は最大主応力の方向が壁面においても鉛直方向であるという仮定のもとに成り立つ式であるが、同じく(6-29)式の仮定である、主応力に比例する摩擦による鉛直方向の支持力が壁面に発生すると、主応力の方向は壁面近傍では鉛直方向から傾くはずである。このため垂直方向の応力は、厳密には水平断面内で一様ではない。このような垂直方向の応力の半径方向の分布を考慮した修正式もあるが<sup>2,4)</sup>、粉体槽内の応力状態がいたるところで限界応力状態であること、及び同一深さにおいて水平方向の応力が半径位置に無関係に一定であることを仮定しているため、石灰石鉱山の鉱石立坑のように立坑投入鉱石と坑壁の有効摩擦角と立坑投入鉱石自身の有効摩擦角にそれほど差がない場合については、中心部と周辺部における垂直方向の応力の差を過大に考慮する結果になる傾向がある。

#### (b) ジョイント要素を用いたFEM解析

鉱石で満たされた立坑内部の応力状態をさらに詳しく考察するためFEMによる数値解析を試みた。立坑の形状としては垂直な円形立坑のみを解析の対象とした。

立坑内部の鉱石と坑壁の接触面は力学的に不連続であると考えられるため、

連続体を対象として開発されたFEMやBEMは、そのままではこのような解析には適さない。不連続体に関する数値解析については未だに一般的な手法が確立されていないが、不連続面を表現する特殊な要素を有限要素と組み合わせで解析するいくつかの方法が提案されている。Ngo, Scordelisら<sup>25)</sup>、<sup>26)</sup>は要素と要素の間に互いに直交する2つのバネからなる結合要素を挿入して、鉄筋とコンクリートの滑りを考慮した鉄筋コンクリートの梁の解析を行った。また、Goodmanら<sup>27)</sup>、<sup>28)</sup>は岩盤の不連続面を2種類の分布バネによって構成されるジョイント要素により表現し不連続岩盤の解析を行った。

結合要素は一对の集中バネであるため不連続面が岩塊の回転などによって点接触する場合には適切なモデルである。しかし、応力とひずみの関係で表された不連続面の特性を直接解析手順に組み込むことができない。一方、ジョイント要素は分布バネから構成されているために、応力とひずみの関係で表された不連続面の特性を直接解析手順に組み込むことが可能であり、不連続面の滑りや剥離現象を微視的に表現でき、かつ、容易に面接触の状況を表現することができる。結合要素とジョイント要素に共通な欠点としては、不連続要素の増加と共に未知数の数が著しく増え計算機のメモリを消費することである。しかし昨今の計算機の飛躍的な進歩により、現在では16ビットのMS-DOSマシン上で実用上十分な精度の解析が行える。

立坑内の鉱石と坑壁の間の力学的不連続を表す数値モデルとしては、結合要素よりもジョイント要素の方が妥当であると考えられるため、本解析において

はジョイント要素を用いることにした。ジョイント要素はもともと平面問題に対して開発されたものである。このため、円形立坑のような軸対称体の解析に適用するためには若干の修正が必要である。解析に使用したプログラムは、山富<sup>29)</sup>・<sup>30)</sup>の開発した弾塑性解析プログラムに、喬<sup>31)</sup>が不連続面の剪断滑りを表現するためのジョイント要素を組み込んだものを、立坑内の鉱石と坑壁の力学的不連続を表す垂直なジョイント要素を含む軸対称体に適用できるように書き換えたものである。

#### 1. ジョイント要素の概念

長さが $l$ のジョイント要素は、fig. 6-21に示すように、4つの節点 $i, j, k, l$ をもち、辺 $ij$ と辺 $kl$ との間に剪断バネと垂直バネが連続的に配置されている。これらのバネは分布バネでそれぞれの単位剛性率を $k_s$ 及び $k_n$ で表す。また、これらのバネは長さを持っていないので、ジョイント要素の厚みは零である。このようなジョイント要素は通常の有限要素と共に用いられ、4つの節点は通常の有限要素の節点と共有される。ジョイント要素が変形するとバネに応力が生じる。fig. 6-22は、辺 $ij$ に作用するこのようなバネの応力を示したものである。実際の解析においては不連続面が垂直方向に変形しないようにするため、便宜上ジョイント要素の垂直剛性の値として非常に大きな値を与える。

ジョイント要素内の応力とひずみの関係は

$$\{\sigma\} = [k] \{w\} \quad (6-34)$$

のように定義される。ここで、

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_s \quad \sigma_n]$$

$$\{w\}^T = [w_s \quad w_n]$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix}$$

であり、 $\sigma_s$ と $\sigma_n$ は連続面上の剪断応力と垂直応力、 $w_s$ と $w_n$ は辺 $ij$ と $kl$ の相対変位ベクトルの剪断成分と垂直成分である。

辺 $ij$ 上及び辺 $kl$ 上の変位が、その両端において節点変位となるように線形的に分布すると仮定すると、相対変位 $\{w\}$ は線形内挿公式を用い、節点変位 $\{UN'\}$ によって

$$\{w\} = \frac{1}{2} [B_j] \{UN'\} \quad (6-35)$$

のように表される。

ここで、

$$\{UN'\}^T = [U_i' \quad V_i' \quad U_j' \quad V_j' \quad U_k' \quad V_k' \quad U_l' \quad V_l']$$

$$[B_j] = \begin{bmatrix} -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A & 0 \\ 0 & -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A \end{bmatrix}$$

$$A = 1 - \frac{2x'}{L}, \quad B = 1 + \frac{2x'}{L}$$

であり、節点変位はジョイント要素の座標系におけるものである。



## II. ジョイント要素の剛性マトリックス

ジョイント要素の剛性マトリックス  $[Kj]$  を導くために仮想仕事の原理を利用する。要素は平衡状態にあるものとし、要素表面の境界条件を乱すことのない仮想変位  $\{\delta U\}$  を与えたとする。これに対応して生じる仮想節点変位と仮想ひずみは、それぞれ  $\{\delta UN'\}$ 、 $\{\delta w\}$  である。また、この要素に作用している全ての外力を等価節点力に換算すると、節点力は  $\{FN'\}$  となる。

仮想仕事の原理によれば、仮想変位による仕事は零である。つまり、

$$\int \{\delta w\}^T \{\sigma\} d\Omega_e - \{\delta UN'\}^T \{FN'\} = 0 \quad (6-36)$$

ということである。ここで、

$$\{\delta w\} = \frac{1}{2} [Bj] \{\delta UN'\}$$

を (6-36) 式に代入すると、

$$\frac{1}{2} \{\delta UN'\}^T \int [Bj]^T \{\sigma\} d\Omega_e = \{\delta UN'\}^T \{FN'\}$$

が得られる。この関係はいかなる仮想変位に対しても成立するので、

$$\frac{1}{2} \int [Bj]^T \{\sigma\} d\Omega_e = \{FN'\} \quad (6-37)$$

となる。(6-37) 式の左辺に (6-34) 式と (6-35) 式を代入すると、

$$\frac{1}{2} \int [Bj]^T \{\sigma\} d\Omega_e = \frac{1}{4} \int [Bj]^T [k] [Bj] \{UN'\} d\Omega_e$$

$$= \frac{1}{4} \int [Bj]^T [k] [Bj] d\Omega_e \cdot \{UN'\} \quad (6-38)$$

となる。ジョイント要素の剛性マトリックス  $[Kj]$  を、

$$[Kj] = \frac{1}{4} \int [Bj]^T [k] [Bj] d\Omega_e \quad (6-39)$$

のように定義すると、(6-37) 式は、

$$[Kj] \{UN'\} = \{FN'\} \quad (6-40)$$

となる。

(6-39) 式で示される剛性マトリックスはジョイント要素の座標系におけるもので、全体座標に変換するために回転しなければならない。どの節点でも、

$$\begin{Bmatrix} FN_x' \\ FN_y' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} FN_x \\ FN_y \end{Bmatrix} \quad (6-41)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right]$$

が成り立つ。ベクトル表示では、

$$\begin{Bmatrix} \{FN'\} \\ \{UN'\} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \{FN\} \\ \{UN\} \end{Bmatrix} \quad (6-42)$$

ここで、

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

である。[T]<sup>-1</sup>=[T]<sup>T</sup>なので(6-40)式を書き直すと、

$$[T]^T [Kj] [T] \{UN\} = \{FN\} \quad (6-43)$$

あるいは、

$$[Kj_{xy}] \{UN\} = \{FN\} \quad (6-44)$$

となる。

(6-39)式の積分内のマトリックス[Bj]<sup>T</sup>[k][Bj]は書き下すと、

$$[Bj]^T [k] [Bj] = \begin{bmatrix} A^2 k_n & 0 & ABk_n & 0 & -ABk_n & 0 & -A^2 k_n & 0 \\ 0 & A^2 k_n & 0 & ABk_n & 0 & -ABk_n & 0 & -A^2 k_n \\ ABk_n & 0 & B^2 k_n & 0 & -B^2 k_n & 0 & -ABk_n & 0 \\ 0 & ABk_n & 0 & B^2 k_n & 0 & -B^2 k_n & 0 & -ABk_n \\ -ABk_n & 0 & -B^2 k_n & 0 & B^2 k_n & 0 & ABk_n & 0 \\ 0 & -ABk_n & 0 & -B^2 k_n & 0 & B^2 k_n & 0 & ABk_n \\ -A^2 k_n & 0 & -ABk_n & 0 & ABk_n & 0 & A^2 k_n & 0 \\ 0 & -A^2 k_n & 0 & -ABk_n & 0 & ABk_n & 0 & A^2 k_n \end{bmatrix} \quad (6-45)$$

のようになる。平面応力または平面ひずみの場合、

$$\left\{ \begin{array}{l} \int A^2 d\Omega_e = \int_{-L/2}^{L/2} \left[ 1 - \frac{2x'}{L} \right]^2 dx' = \frac{4L}{3} \\ \int B^2 d\Omega_e = \int_{-L/2}^{L/2} \left[ 1 + \frac{2x'}{L} \right]^2 dx' = \frac{4L}{3} \\ \int AB d\Omega_e = \int_{-L/2}^{L/2} \left[ 1 - \frac{2x'}{L} \right] \left[ 1 + \frac{2x'}{L} \right] dx' = \frac{2L}{3} \end{array} \right. \quad (6-46)$$

なので、(6-45)式に代入すると[Kj]は、

$$[Kj] = \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 \\ 0 & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n \\ k_n & 0 & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n & 0 \\ 0 & k_n & 0 & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n \\ -k_n & 0 & -2k_n & 0 & 2k_n & 0 & k_n & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 & 2k_n & 0 & k_n \\ -2k_n & 0 & -k_n & 0 & k_n & 0 & 2k_n & 0 \\ 0 & -2k_n & 0 & -k_n & 0 & k_n & 0 & 2k_n \end{bmatrix} \quad (6-47)$$

となる。このように平面状態の場合には、ジョイント要素の剛性マトリックスの値はジョイント要素の位置座標と関係なく、その長さ、剪断剛性、垂直剛性のみによって決まる。

軸対称体で、回転軸から半径方向に $r_0$ の位置に $90^\circ$ 傾いた、つまり鉛直方向に滑るジョイント要素を含む場合、(6-46)式はそれぞれ、

$$\left\{ \begin{array}{l} \int A^2 d\Omega_e = \int_{-L/2}^{L/2} 2\pi r_0 \left[ 1 - \frac{2x'}{L} \right]^2 dx' = \frac{8\pi r_0 L}{3} \\ \int B^2 d\Omega_e = \int_{-L/2}^{L/2} 2\pi r_0 \left[ 1 + \frac{2x'}{L} \right]^2 dx' = \frac{8\pi r_0 L}{3} \\ \int AB d\Omega_e = \int_{-L/2}^{L/2} 2\pi r_0 \left[ 1 - \frac{2x'}{L} \right] \left[ 1 + \frac{2x'}{L} \right] dx' = \frac{4\pi r_0 L}{3} \end{array} \right. \quad (6-48)$$

となるため[Kj]は、

$$[Kj] = \frac{2\pi r_0 L}{6} \begin{bmatrix} 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 \\ 0 & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n \\ k_n & 0 & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n & 0 \\ 0 & k_n & 0 & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n \\ -k_n & 0 & -2k_n & 0 & 2k_n & 0 & k_n & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 & 2k_n & 0 & k_n \\ -2k_n & 0 & -k_n & 0 & k_n & 0 & 2k_n & 0 \\ 0 & -2k_n & 0 & -k_n & 0 & k_n & 0 & 2k_n \end{bmatrix}$$

(6-49)

のようにジョイント要素の長さ、剪断剛性、垂直剛性のみでなく、その位置座標にも依存するようになる。

しかし、いずれの場合にもジョイント要素の剛性マトリックス  $[Kj]$  は対称性を持っているので、系全体の剛性マトリックスに組み込んでもそれは対称性を失わない。

### Ⅲ. ジョイント要素の特性

坑壁に対する垂直応力が一定の場合の立坑投入鉱石の坑壁に対する剪断応力と剪断変位の関係は一般的に非線形なものであるが、計算に際しては便宜上、剪断応力と剪断変位の間に直線関係があるものとした。また、ジョイント要素の剪断破壊は考慮しないことにした。ジョイント要素の法線方向の変位を抑制するため、その垂直剛性には非常に大きな値を与える。また、鉱石と坑壁間の不連続面は引張応力を伝達できないものとの考えから、ジョイント要素の垂直応力が引張応力になった場合には、ジョイント要素に関してZienkiewiczら<sup>32)</sup>の方法にならったno-tension解析を行った。

### Ⅳ. 結果と考察

前述の通り(6-29)式で表されるJanssenの式は立坑内の応力分布が一様であることを前提とした1次元の力の釣合である。しかし摩擦支持力は坑壁に沿って働くため、坑壁近傍では最大主応力の方向が鉛直方向からずれる。このことにより立坑内の任意の水平断面に作用する鉛直方向の平均応力も(6-29)式からずれてくる。以下ではまず、このような壁面の支持力による応力場の乱れの坑底圧への影響を検証する。

解析に際しては直径8mの円形立坑に、坑底から高さ50mまで鉱石が充填されている状態を想定し、fig. 6-23に示すような要素分割を行った。節点数は210、要素数は通常の要素が320、ジョイント要素が20である。fig. 6-23において、左端が回転の中心軸で右端が坑壁との境界である。ジョイント要素の厚みは常であるがfig. 6-23では便宜上長方形で表した。変位の拘束条件をfig. 6-24に示す。

立坑内の鉱石は、投入時に上部の鉱石の自重により限界応力状態となり応力レベルに応じて圧密されるが、 $\rho = 1.9t/m^3$ 、 $\delta = 40^\circ$ としたときの(6-29)式及び(6-33)式から計算される上記の立坑の坑底圧は約0.2MPaと小さいため、圧密によるかさ密度の変化は無視し得るものとする。このためかさ密度は立坑内全域にわたって $0.01863MN/m^3$  ( $1.900t/m^3$ )とした。ヤング率は、立坑内でそれが均一で、かつ、応力状態のみを問題にし変位を問題にしない場合どんな値でもかまわないが、便宜上かさ密度約 $1.9t/m^3$ でシリンダー内に充填さ



れた石灰岩の砕石の見かけヤング率である1600MPa<sup>33)</sup>とした。鉋石と坑壁の境界面には鉋石が立坑に投入される過程において、Janssenの式の仮定から

$$\tau = \frac{D\rho}{4} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{4Kz}{D} \right] \right\} \quad (6-50)$$

で表される摩擦支持力が発生するが、この際境界面は限界応力状態で剪断方向に塑性変形しているため、剪断方向の変位と摩擦支持力の間には弾性的な関係はない。このためジョイント要素の剪断剛性は零として剪断方向の動きを自由にし、ジョイント要素の内側の節点に、鉋石の上表面からの距離 $z$ に応じ(6-50)式で表される摩擦支持力を上向きの節点力として与えた。

また、摩擦支持力が坑壁に対する垂直応力と(6-31)式で表されるような関係にあるものとする、坑壁に対する垂直応力 $\sigma_H$ の分布は

$$\sigma_H = \frac{D\rho}{4 \tan \delta} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{4Kz}{D} \right] \right\} \quad (6-51)$$

のようになる。弾性計算において坑壁に対する垂直応力、つまりこの場合ジョイント要素の垂直応力は鉋石の見かけポアソン比に依存する。(6-51)式で表される $\sigma_H$ の分布と最も適合するジョイント要素の垂直応力の分布が得られる見かけポアソン比は0.18であったので、これを鉋石の見かけポアソン比の値とした。(6-51)式で表される $\sigma_H$ の立坑軸方向の分布と、見かけポアソン比を0.18としたときに計算により得られた各位置のジョイント要素の垂直応力をfig. 6-25に示す。

上記のような条件により計算された応力分布をfig. 6-26に示す。壁面における摩擦支持力により坑壁近傍では最大主応力の方向が鉛直方向から傾いていることがわかる。fig. 6-27に(6-29)式(Janssenの式)による理論的な垂直方向の応力分布と、計算された各水平断面内の垂直方向の平均応力を併せて示す。摩擦支持力による応力場の乱れは垂直方向の平均応力の分布には余り影響せず、坑底圧の推定はJanssenの式で実用的には十分な精度が得られることがわかる。

次に、坑底での変位の軸方向の拘束が解放され、鉋石が弾性範囲内で受働応力状態に移った瞬間の応力の釣合について考えてみる。鉋石の物性は変えず、変位の拘束条件をfig. 6-28に示すようにする。また、ジョイント要素の剪断剛性は、田海鉋山の立坑投入鉋石を用いて行った一面剪断試験における、降伏する剪断応力の50%の応力レベルまでの平均剪断剛性の平均値(30MPa)とした。計算の結果得られた応力分布をfig. 6-29に示す。fig. 6-29から明らかなように、立坑内の鉋石が自重と壁面の剪断抵抗でつりあっている場合、立坑内の応力レベルは壁面に近づくほど高くなる。このため粘性アーチの崩壊は、粘性アーチの発生条件の導出の際仮定したように、まず立坑壁面近傍で発生するものと考えられる。

## 6-5 結論

立坑が閉塞するメカニズムには大きく分けて、大塊相互のかみ合いと附着性のある微細粒子の粘着があり、それぞれのメカニズムに応じた閉塞防止の基準が提案されている。前者については立坑径を立坑投入鉱石の最大粒径の3~8倍以上にすれば閉塞する確率が十分に低くなることが実験的に求められている。後者については、立坑内の鉱石の物性と圧密履歴に依存する降伏曲線が便宜上直線であると仮定し、降伏曲線の形状を表す代表値として粘着力 $c$ 及び内部摩擦角 $\phi$ を用いると、立坑内の仮想アーチの自重と坑壁の摩擦支持力との釣合から、閉塞を防止する基準として(6-12)式あるいは(6-14)式が導かれる。また、完全な閉塞ではないが、閉塞にいたる前段階として閉塞現象の一形態と考えられるバイピングについても、パイプ内の応力の釣合方程式から求められた垂直方向の応力分布を表す式を用い、(6-25)式のような、パイプの臨界高さ $h$ と $c$ 、 $\phi$ の関係を表す式が導かれる。

広範な粒度分布を持つ立坑投入鉱石の場合、粗粒分はその物性にあまり影響を与えないといわれており、 $c$ や $\phi$ の値に影響する粒度の上限については諸説がある。しかし、どの説もおおむね10mm以下である。本研究ではある程度余裕を見て20mmまでの礫を含む試料を試験できる直径200mmのベッセルを備えた一面剪断試験機を開発した。

前述のように立坑内の鉱石の降伏曲線は、その受けた応力履歴(あるいは最大圧密)にも依存する。降下の際、静止と重力流動を繰り返す立坑内の鉱石の

場合、静止時、つまり主働応力状態の立坑内の応力分布がわかれば、立坑内の鉱石が受ける圧密の状態がわかり、一面剪断試験の結果と合わせ、立坑内の任意の部分の鉱石の物性を推定することができる。主働応力状態にある貯槽内の垂直方向の応力の分布を表す式としてはJanssenの式があり、これは、最大主働力の方向が鉛直方向で、水平断面内の応力分布が均一であること、及び、壁面の摩擦による支持力が壁面に対する垂直応力に、また、壁面に対する垂直応力が最大主働力に比例すること、つまり、摩擦による支持力が鉛直方向の応力に比例することを前提としている。ジョイント要素を組み込んだFEM解析により、主働応力状態にある立坑内の最大主働力の方向が坑壁に近づくに従って鉛直方向からずれるようすが確認されたが、このずれは垂直方向の応力の分布にはあまり影響がなく、実用上Janssenの式で十分な精度が得られることがわかった。また、主働応力状態にある立坑の坑底の軸方向変位の拘束が解放され、立坑内の鉱石が坑壁の摩擦支持力のみで支えられる状態、つまり、立坑内が主働応力状態から弾性範囲内で受働応力状態に移った際の立坑内の応力分布を求めた結果、壁面に近いほど応力状態が高く、粘着性アーチが崩壊する際には、まず壁面近傍から崩壊することがわかった。

## 参考文献

- 1) Sen G. C., Mensah J., Fragmenting Oversize Boulders, Proc. of the 15th Conference on Explosives and Blasting Technique, Louisiana, USA, (1989)
- 2) 茂木源人, 楠木寛, 茂田井壱, 立坑詰まりのケーススタディー, 日本鉱業会昭和63年度春期大会講演要旨集, pp331-332. (1988)
- 3) Langmaid R. N., Rose H., E., Arch Formation in a Non-Cohesive Granular Material, Journal of the Institute of Fuel, Vol.30, No.195, pp.166-172. (1957)
- 4) Pikon J., Sasiadek B., Drozd M., Process Technology International, Vol.17, pp.888. (1972)
- 5) Peele R., Mining Engineer's Handbook-Third Edition, John Wiley & Sons, pp.10-(403). (1941)
- 6) Aytaman V., Causes of "Hanging" in Ore Chutes, Canadian Mining J., Vol.81, pp.77-81. (1980)
- 7) Jenike A. W., Gravity Flow of Solids, Univ. Utah, Engng. Experiment Station Bulletin, No.108, pp.309. (1961)
- 8) Kvapil R., Gravity Flow of Granular Materials in Hoppers and Bins II Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.2, pp.277-304. (1965)
- 9) Li D., Zhang Z., Guo B., The Design and Practice of Tunnel Ore-Pass System in Open Pit, 1st Int. Mine Planning and Development Symposium, Beidaihe, China, Sep. 1980
- 10) Hambley D. F., Pariseau W. G., Singh M. M., Guidelines for Open-pit Ore Pass Design; Vol.1: Final report, submitted to U.S. Bureau of Mines by Engineers International Inc., pp.47. (1983)
- 11) Jenike A. W., Shield R. T., On the Plastic Flow of Coulomb Solids Beyond Original Failure, J. of Appl. Mech., Vol.27, pp.599-602, (December 1959)
- 12) Jenike A. W., Gravity Flow of Solids, Univ. Utah, Engng. Experiment Station Bulletin, No.108, pp.5. (1961)
- 13) Jenike A. W., Storage and Flow of Solids, Univ. Utah, Engng. Experiment Station Bulletin, No.123, pp.11-14, (1964)
- 14) 山口柏樹, 土質力学-改訂増補版, 技報堂出版, pp.199-200. (1975)
- 15) 前掲12), pp.9-22
- 16) Metcalf J. R., Angle of Repose and Internal Friction, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.3, pp.155-161, (1966)
- 17) 前掲13), pp.26
- 18) Reisner W., M. von Eisenhart Rothe, Bins and Bunkers for Handling Bulk Materials, Trans Tech Publications, pp.28. (1971)



- 19)土質学会編, 土質試験法改訂版, pp.382, (1969)
- 20)前掲18), pp.125
- 21)Janssen H. A., Versuche über Getreidedruck in Silozellen,  
Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, Vol.39, No.35,  
pp.1045-1049, (1895)
- 22)久保輝一郎他編, 粉体—理論と応用—改訂2版, 丸善, pp.633-634, (1979)
- 23)Reisner W., von Eisenhart Rothe M., Bins and Bunkers for Handling  
Bulk Materials, Trans Tech Publications, pp.44-49, (1971)
- 24)前掲22), pp.636-637
- 25)Ngo D., Scordelis A. C., Finite Element Analysis of Reinforced  
Concrete Beams, Journal of American Concrete Institute, Vol.64,  
No.3, pp.152-163, (1967)
- 26)Nilson A. H., Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the  
Finite Element Method, Journal of American Concrete Institute,  
Vol.65, No.9, pp.757-766, (1968)
- 27)Goodman R. E., Taylor R. L., Brekke T. L., A Model for the  
Mechanics of Jointed Rock, Journal of Soil Mechanics and  
Foundations Division, Proceedings of the ASCE, Vol.94, No.SM3,  
pp.637-659, (1968)

- 28)Goodman R. E., St. John C., Finite Element Analysis for  
Discontinuous Rocks, Numerical Methods in Geotechnical Engineering,  
Ed. by Desai C. S. and Christian J. T., McGraw-Hill, pp.148-175,  
(1977)
- 29)山富二郎, 下谷高瀬, 山口梅太郎, ひずみ軟化を考慮した弾塑性解析法, 日  
本鉱業会誌, Vol.95, No.1100, pp721-726, (1979)
- 30)山富二郎, 東京大学博士論文, pp.260-285, (1984)
- 31)喬春生, 東京大学博士論文, pp.139-156, (1988)
- 32)Zienkiewicz O. C., Valliappan S., King I. P., Stress Analysis of  
Rock as a 'no-tension' Material, Geotechnique, Vol.18, pp.56-66,  
(1968)
- 33)山口梅太郎, 破砕した岩石の力学的挙動に関する研究, 昭和61年度科学研  
究費補助金一般研究(B)研究成果報告書, pp.17-21, (1988)

$\sigma_{sc}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_N$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tau$ kg/cm <sup>2</sup>
1.91	0.64	0.54
	1.11	0.69
	1.59	0.79
4.77	1.27	1.16
	2.55	1.31
	3.82	1.37
7.83	3.82	2.86
	3.98	3.05
	5.70	2.30
	7.99	5.08

table.6-1 Conditions and results of the shear test.

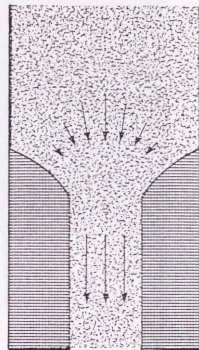


fig.6-1 Schematic diagram of piping.

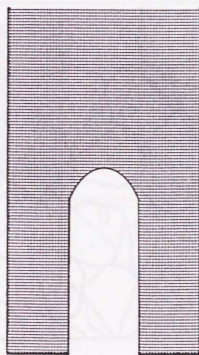


fig.6-2 Schematic diagram of doming.

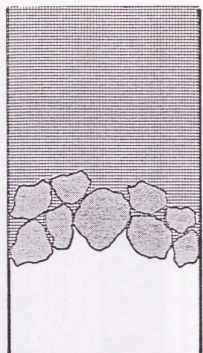


fig.6-3 Schematic diagram of an interlocking arch.

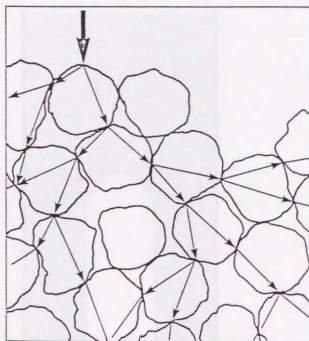


fig.6-4 Schematic diagram of the pressure transmission pass.

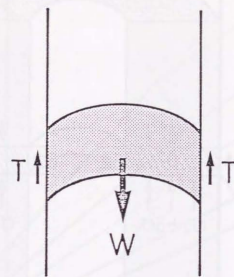


fig.6-5 Schematic diagram of a cohesive arch in ore pass.

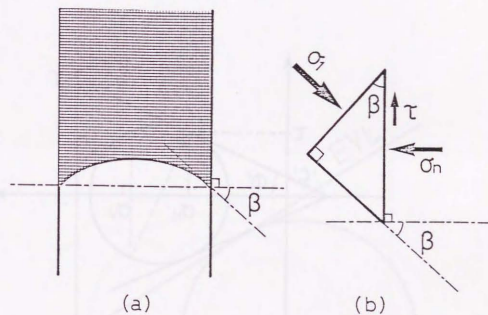


fig.6-6 Stress state at the abutment of the cohesive arch.



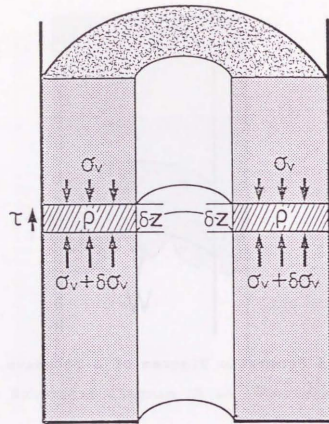


fig.6-7 Stress condition in the pipe.

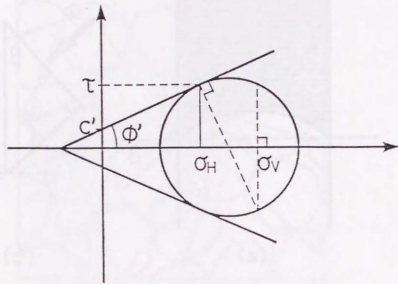


fig.6-8 Mohr's circle of the stress in the pipe.

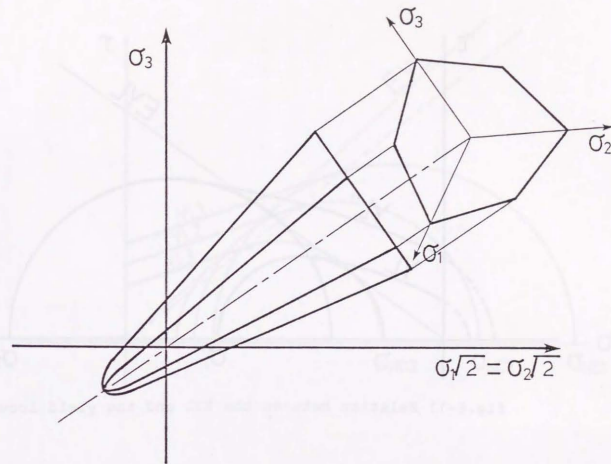


fig.6-9 Yield surface.

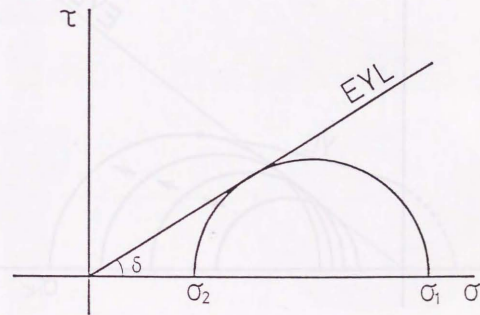


fig.6-10 Stress state during flow of bulk solids.

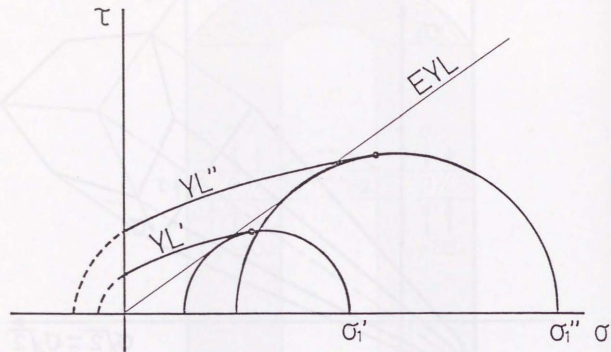


fig.6-11 Relation between the EYL and the yield locus.

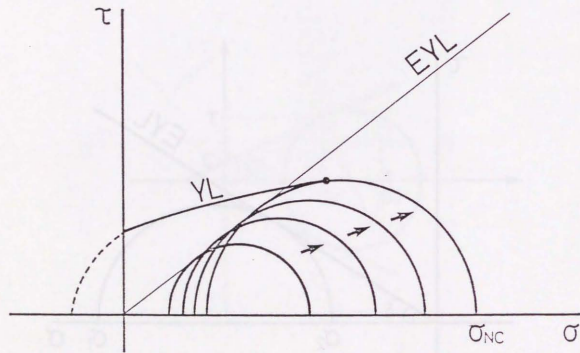


fig.6-12 Stress state variation during consolidation.

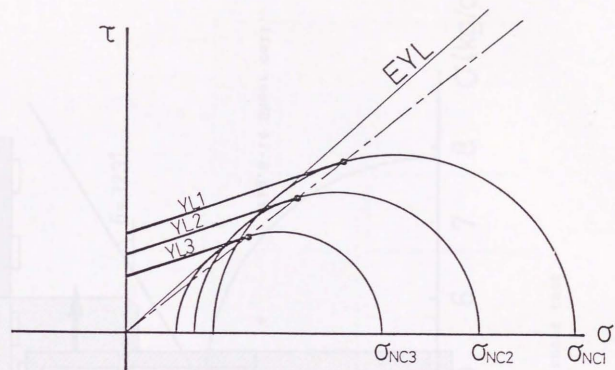


fig.6-13 Family of yield loci and the effective yield locus.

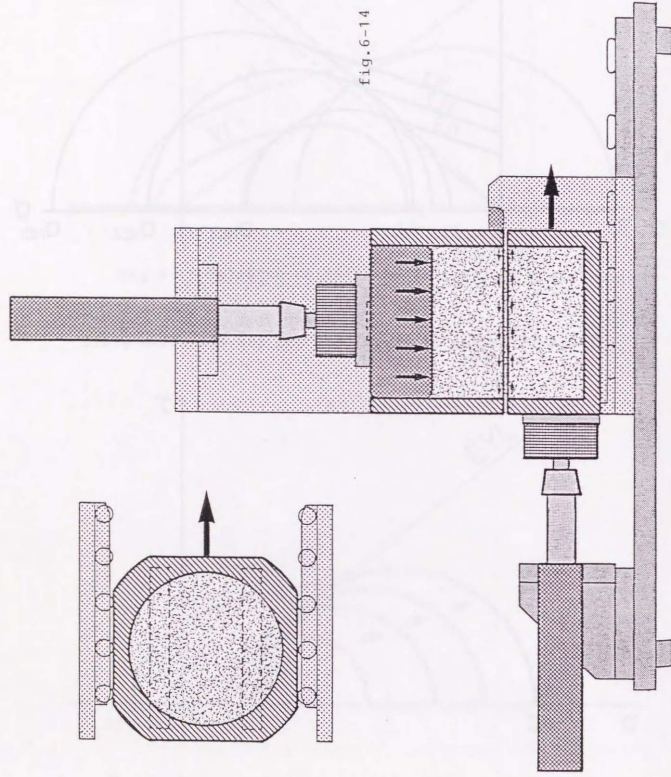


fig.6-14 Shear cell.

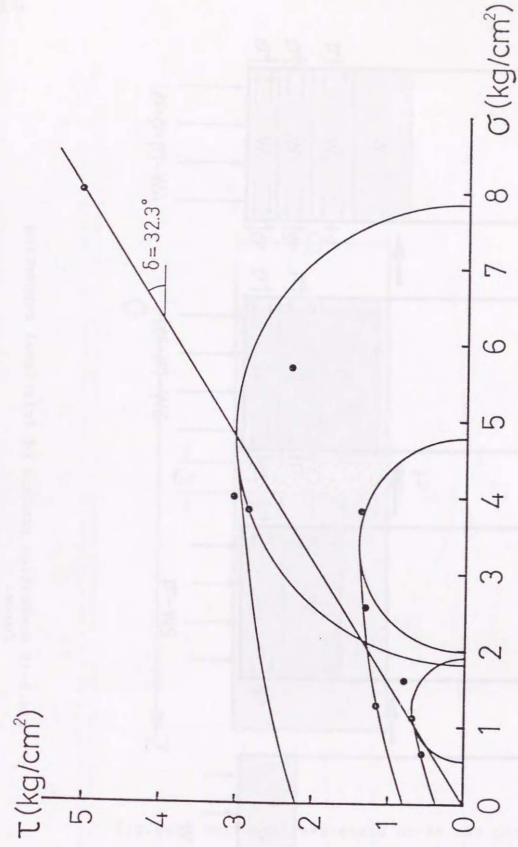


fig.6-15 Results of the shear test.



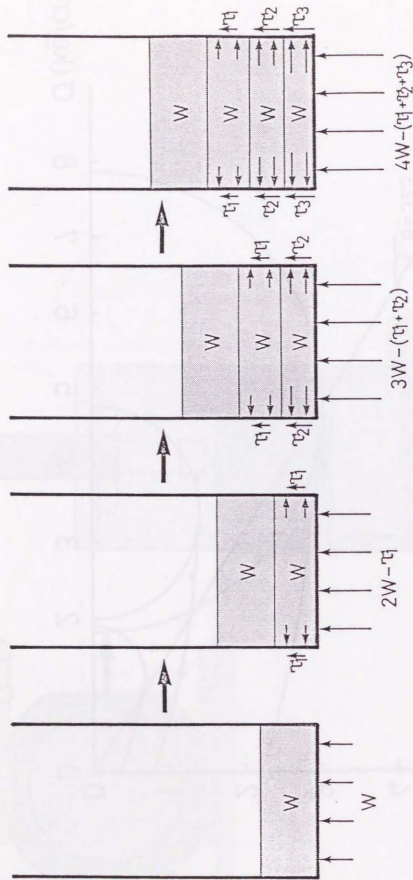


fig.6-16 Generation process of frictional supporting force.

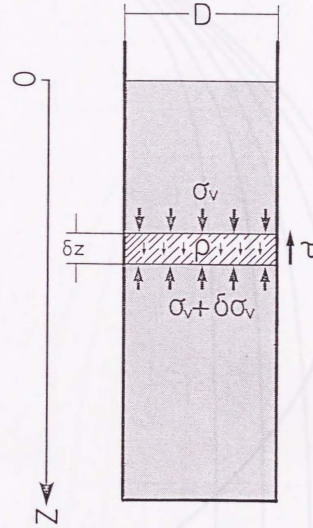


fig.6-17 Active stress state in an ore pass.

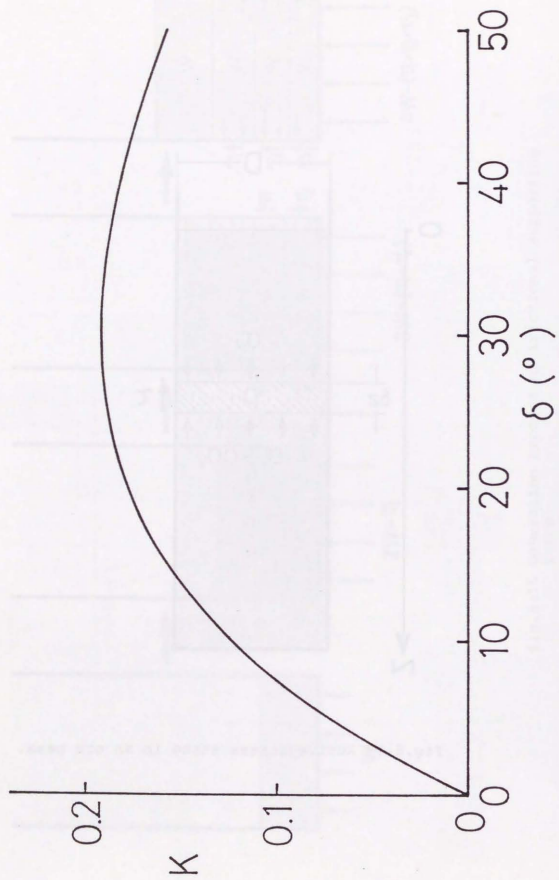


fig.6-18 Relationship between delta and K.

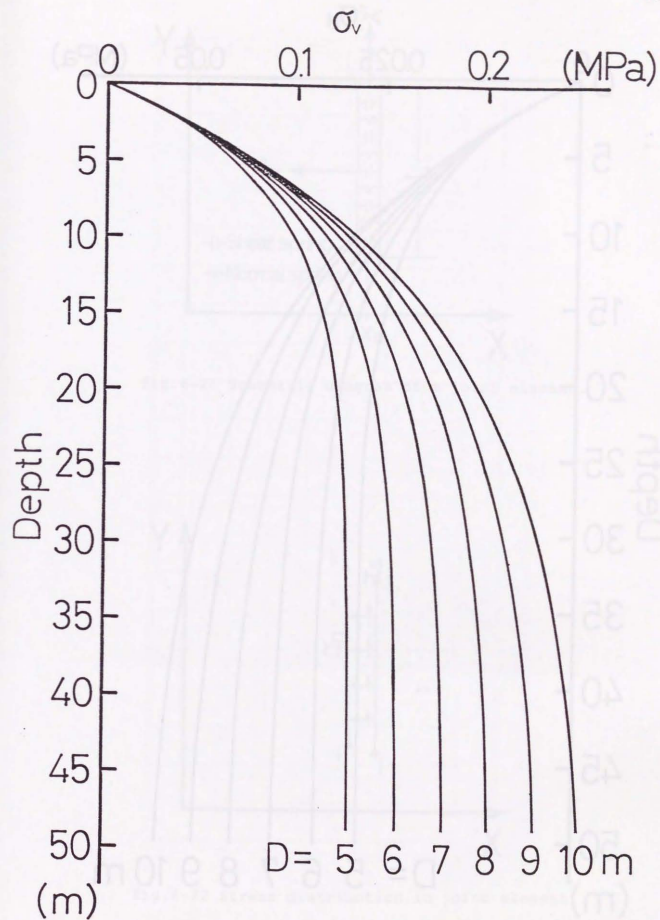


fig.6-19 Vertical stress distribution in an ore pass.

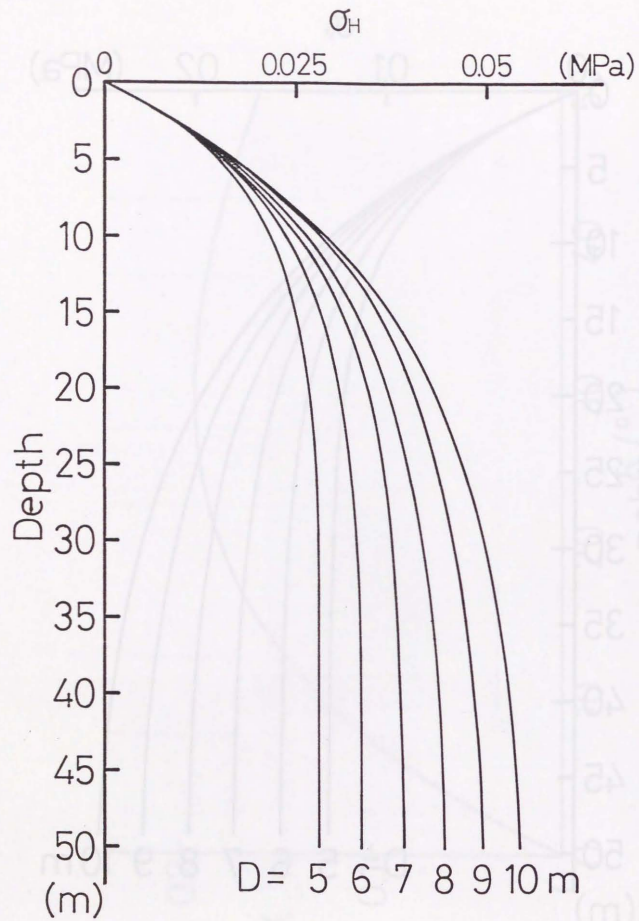


fig.6-20 Horizontal stress distribution in an ore pass.

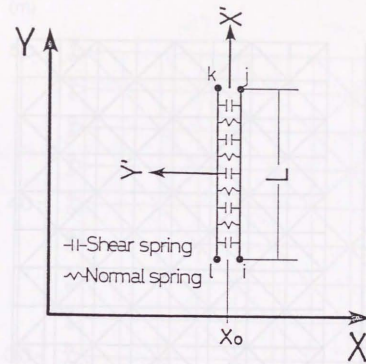


fig.6-21 Schematic diagram of a joint element.

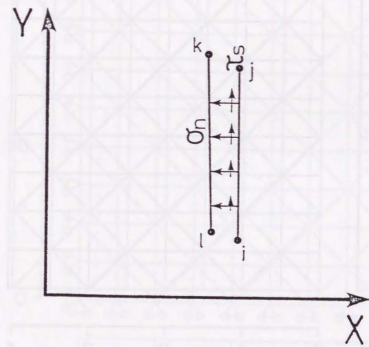


fig.6-22 Stress distribution in joint element.



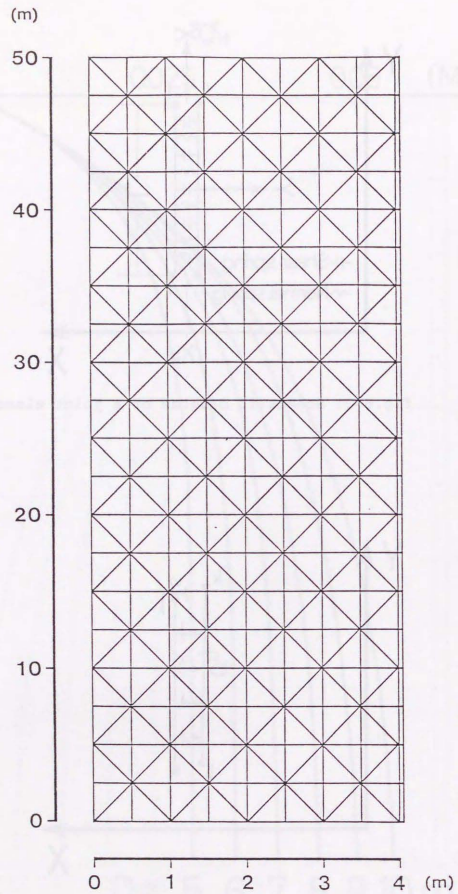


fig.6-23 Mesh for analysis of stress distribution in ore pass.

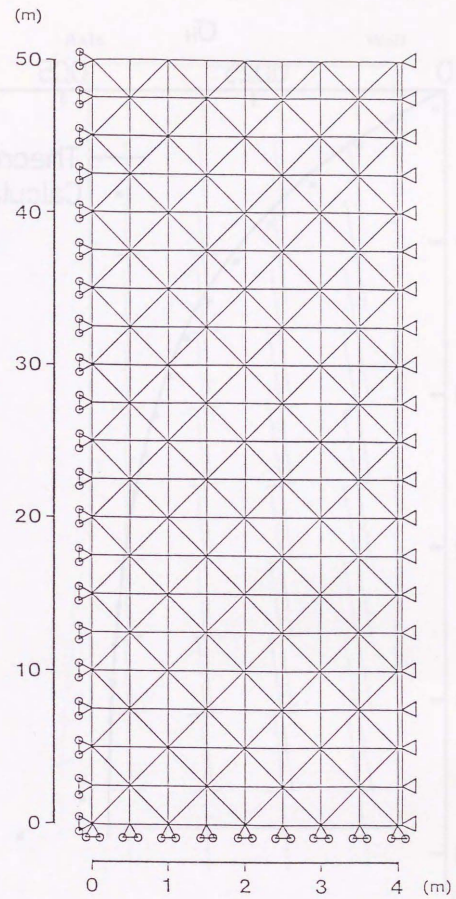


fig.6-24 Condition of displacement restriction.

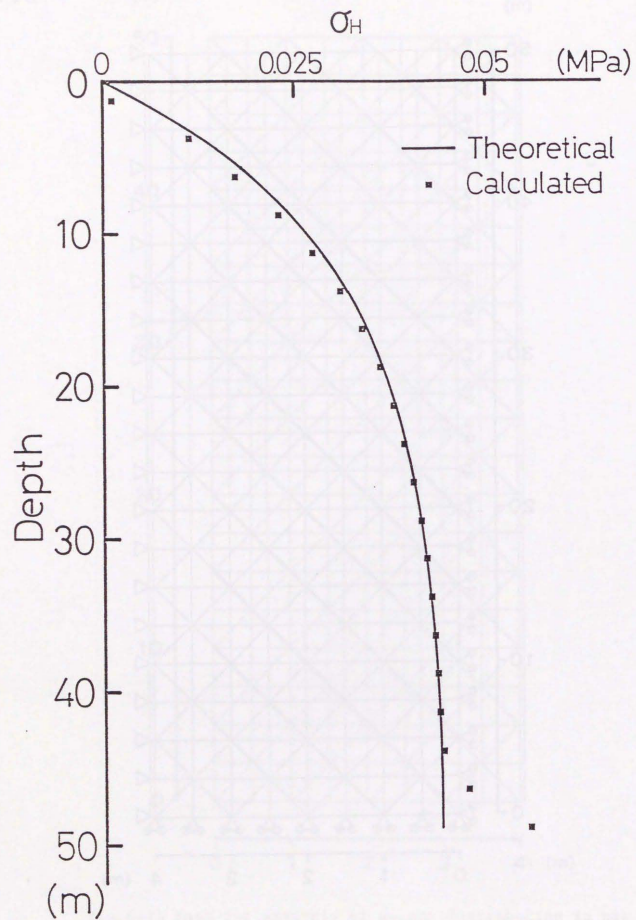


fig.6-25 Theoretical and calculated horizontal stress.

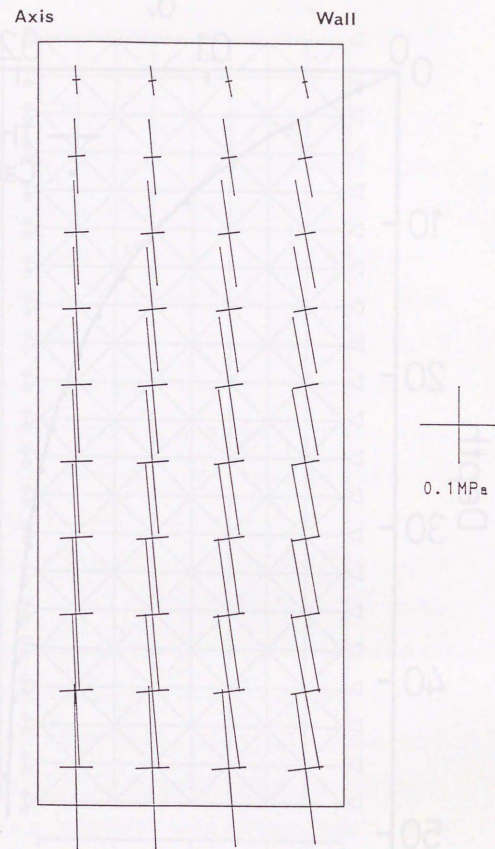


fig.6-26 Calculated stress distribution in ore pass.



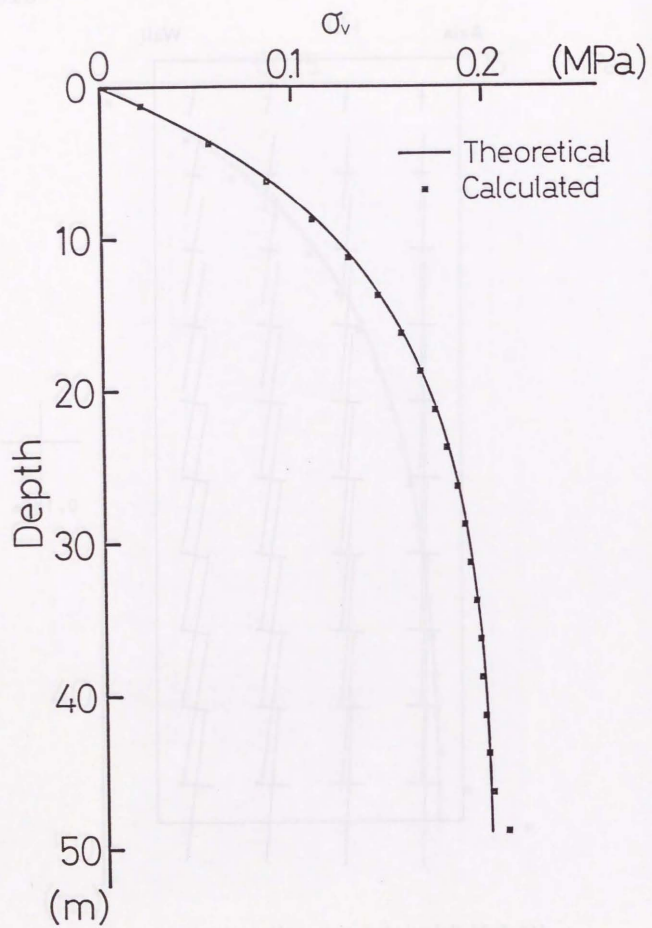


fig.6-27 Theoretical and calculated vertical stress.

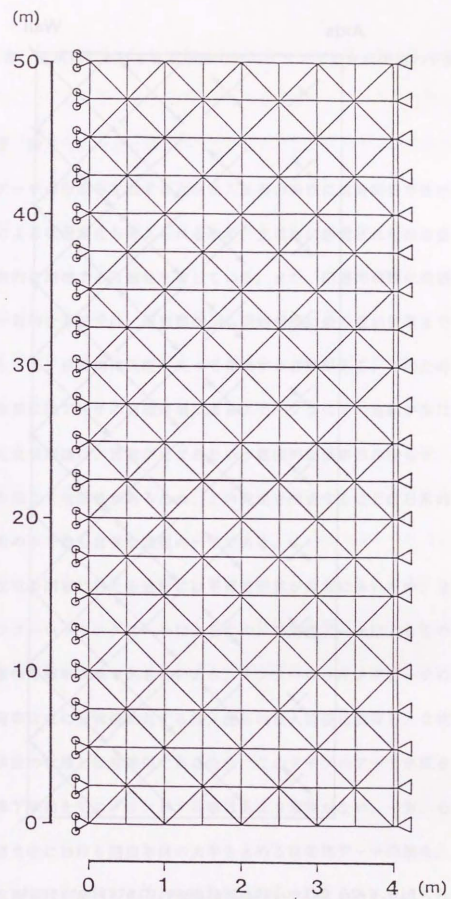


fig.6-28 Condition of displacement restriction.



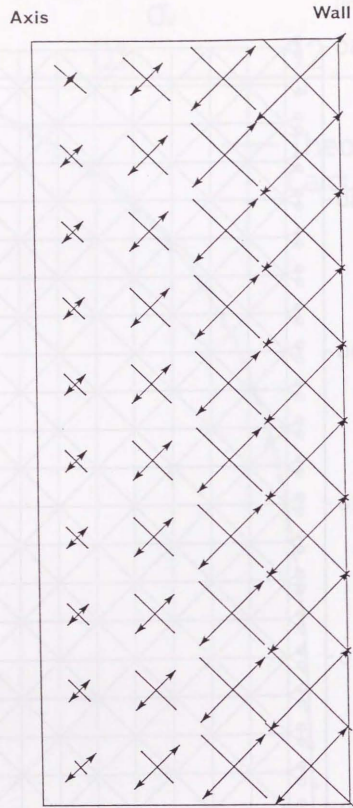


fig.6-29 Calculated stress distribution in ore pass.

## 第7章 立坑内における鉱石挙動のモニタリングと立坑閉塞の予防

### 7-1 序論

粘着性アーチの形成を左右する立坑投入鉱石の物性には時間依存性がある上、降雨などによる状況変化も考えられるため、立坑内に形成された粘着性アーチは常に自発的に崩壊する可能性を有している。また、閉塞の解除に発破振動を利用する一般的な方法では、閉塞箇所から閉塞箇所にもっと近い目貫までの立坑内を空にした上、目貫内に人間が入って作業する必要がある。このため立坑閉塞の解除作業にはアーチの自然崩壊によるエアブラストの危険が常に伴う。このように立坑閉塞は、出鉱が止まるという直接的な損害のみならず、人的災害をも引き起こす危険性があるため、この発生を防止することは日常的な鉱石立坑の運用の中で最も重要な課題の一つである。

実際の立坑が閉塞にいたる過程には不確定要素が非常に多いため、立坑閉塞現象はインターロッキングアーチによるもの、粘着性アーチによるものを問わず、ある意味で確率事象であるといえる。インターロッキングアーチの場合、その形成確率は主に立坑径に対する投入鉱石の最大粒径に依存し、立坑内の鉱石の降下挙動の状態とは無関係であるため、このタイプのアーチ形成を予防するために降下挙動をモニタリングする事はあまり意味がない。一方、石灰石鉱山の大規模立坑における閉塞事例の大半を占める粘着性アーチの場合、その定量的な形成確率は立坑内の鉱石の流動状態にリンクしていると考えられる。つ

まり、鉱石の流動状態は流れるか詰まるかといった二者択一的な単純なものではなく、粘着性アーチが形成される可能性がほとんど無く非常にスムーズに低下している状態から、いつ閉塞してもおかしくないような状態まで連続的に変化する。このため、立坑内の鉱石の降下挙動や安息角のモニタリングを行うことにより、任意の時点における定性的な形成確率をリアルタイムで把握できるようになる可能性がある。

立坑内における粘着性アーチの形成確率、あるいは鉱石の流動状態を左右する物性は、主に鉱石中の微粒分の比率と含水率に依存する。粘着性アーチの形成を防ぐという観点からは、表土や石灰石鉱床のドリーネ中の泥などの立坑への投入は極力避けるべきであるが、特に石灰石鉱山の場合、これらの泥分の処理コストは通常の鉱石と立坑に混合投入することにより大幅に圧縮されるため、経済的な観点からはできる限り鉱石とともに投入した方が望ましいという背景がある。現在、立坑内の鉱石の流動状態の判断は、現場の担当者の経験に基づく主観に頼っているためある程度の曖昧さがあり、人為的な意志により都合よく解釈できる余地がある。客観的にみて非常に詰まりそうな流動状態でも、ある程度同じ状態が持続すると慣れてしまい危機意識が薄れ、特に、処理すべき泥の量が多い場合にはなるべく多く投入したいという潜在意識も働き、状況を改善する努力、つまり、泥分の投入を制限するなどの処置が行われなくなる危険性がある。鉱石の降下挙動や安息角のモニタリングを行うことによって、現場の担当者により客観的な判断材料を提供することができるため、粘着性ア

ーチの形成を未然に防止できる可能性が高まる。

降下挙動に関する具体的なモニタリングの項目は、目貫間の挙動の伝播速度、各目貫における挙動回数及び挙動の大きさ等である。挙動は目貫における瞬間的な気圧変動として観察される<sup>1)</sup>。また安息角は、立坑に投入された鉱石が初めて坑壁による拘束から解放される立坑下のホッパー部において連続的に測定することができる<sup>2)</sup>。

今回開発したモニタリングシステムを用いて、新潟県田海鉱山の鉱石立坑において、過去1年以上にわたって降下挙動及び安息角のモニタリングが行われており、その間に粘着性アーチによるものと思われる3回の閉塞が発生している。本章では、このモニタリングシステムの詳細について述べ、得られたデータ、特に実際の閉塞時前後に得られたデータについて考察を行う。



## 7-2 モニタリングシステム

## (a) 降下挙動のモニタリング

立坑内の鉱石の降下挙動は静止と瞬間的な重力流動を繰り返す不連続挙動である。鉱石が立坑内をスムーズに降下しているのか、あるいは粘着性アーチの形成により閉塞する危険性が高い状況にあるのかといった判断は、主にその重力流動のようすに基づいて行っている。

長大な鉱石立坑においては、立坑内の鉱石が全て同時に重力流動状態になるわけではなく、第2章で述べたように、立坑下部で発生した動的領域、つまり重力流動状態にある限定された領域が、fig. 7-1 に示すように上部に向けて50~100m/sの速さで伝播していくことがわかっている。個々の鉱石の動きに着目してみれば、鉱石の比重が粘着力に比べ充分に大きい場合、動的領域の立坑上部への移動はfig. 7-2 に示すような、動的領域上端における個々の鉱石の連続分離現象と考えることができる。引張応力下にある岩石の場合、引張破壊にいたる時間は載荷されている応力の引張強度に対する比率に依存することが知られている<sup>2)~6)</sup>。立坑内の動的領域とその上部の静止領域との境界にある鉱石には、自重により落下しようとする力と、鉱石間の微粒分の粘着力による抵抗力が働いている。立坑投入鉱石の粒度分布が変わらない場合、個々の鉱石の平均的な自重は等しいと考えることができるため、これらの個々の鉱石が互いに分離するのに要する時間は、微粒分の粘着力が大きいほど長くなるものと推定される。つまり、粘着性アーチの形成確率を左右する微粒分の粘着力と重力流

動の立坑上部への伝播速度の間には逆相関があるものと考えられる。

重力流動の伝播速度を知るためには、立坑内を上昇する動的領域が任意の2つの地点を通過する時間差を測定すればよい。動的領域が立坑に通じる目貫の前を通過する際、目貫に圧力変動を引き起こす。目貫内の気圧は、目貫の入り口が密閉されている状態では、目貫に面している立坑内にある鉱石のかさ密度の変動に追随するものと考えられるが、坑道に開口した通常目貫では、fig. 2-4aに示すように動的領域が通過した後共振状態になる。このような共振の第1波は動的領域の下端が目貫の前を通過すると同時に発生するものと考えられるため、各目貫においてこの第1波が発生する時間差を測定すれば、重力流動が各目貫の間を伝播する速度を求めることができる。また、各目貫における挙動間隔や圧力変動の大きさも鉱石の流動状態を知る上で重要なデータとなる。

リアルタイム、かつ連続的な降下挙動のモニタリングを行うためfig. 7-3のような観測システムを開発した。圧力変動のセンサーとしては、一種のひずみゲージ差圧計である共和電業製の風圧計PGW-10GB、20GB、50GBをそれぞれの目貫で観測される圧力変動の大きさに応じて使用した。それぞれの風圧計の最大容量は水柱で10mm(10GB)、20mm(20GB)、50mm(50GB)で、固有振動数はいずれも300Hz以上、定格出力は0.4mV/V(800 $\mu$ ストレイン)以上が保証されている。システムのメンテナンス上の問題から坑内には風圧計のみを設置し、アンプ、A-Dコンバーター、パソコンなどは全て坑外の中央操作室内に設置した。アンプと各目貫に設置された風圧計を結



ぶために必要なケーブルの長さは、554mLのものまでが4,257m、710mLのものまでが5,391m、878mLのものまでが6,018m、878mLのものまでが6,529mである。このため、アンパにはセンサーとの間のケーブルを長く延長しても誤差の少ない測定が可能な定電流ブリッジ電源式の共和電業製CDA-230C（応答周波数0~200kHz）を使用した。アンパと風圧計を結ぶケーブルには、比較的ノイズを拾いにくい2mm<sup>2</sup>の4芯シールド線を、坑道内に敷設されている高圧電源ラインから極力離して敷設したが、各チャンネルにfig.7-4に示すような大きなノイズが乗った。測定対象となる圧力変動の周波数は5 Hz前後なので、ノイズを取り去るためセンサーと増幅回路の間に100Hz以上をカットするローパスフィルターをかけた。その結果、定常的なノイズは問題ないレベルまで低減することができた。

アンパからの信号はA-D変換されパソコンで処理される。パソコンは設定された閾値（スレッショールドレベル）を越える信号がA-D変換された時点で、そのチャンネルに信号が入ったことを認識する。閾値のレベルがバックグラウンドノイズのレベルより高くなければならないことはいうまでもないが、非常に小さい挙動まで漏れなく検出したり、圧力変動波の緩慢な立ち上がりによる挙動発生時刻の測定誤差を少なくするためには、なるべく閾値とバックグラウンドノイズレベルとの差を小さく設定することが望ましい。チャンネルによっては、坑内の変圧施設から発生すると思われるスイッチングノイズや電源ノイズを拾う場合があるため、このような場合にはさらに低い、例えば10

Hz以上をカットするローパスフィルターをかける必要がある。

風圧計は本体が設置されている地点と、本体からのばしたビニールチューブの先端の背圧の取り入れ口の差圧を計測する一種の差圧計であるため、背圧の取り入れ口の位置を変えることにより、見かけ上の感度を変えることが可能である。つまり、背圧の取り入れ口を本体に近づければ見かけ上の感度が下がり、逆に本体から離せば見かけ上の感度は上がる。実際の設置に当たっては最大級の圧力変動がちょうど風圧計の最大容量程度になるように背圧の取り入れ口の位置を決めた。その結果、554mLの目貫を除き、背圧の取り入れ口が坑道内に設置されることになったため、坑道通気の影響を避けるために取り入れ口にfig.7-5のような簡単な風防をかぶせた。また、風圧計の本体は、希に発生する立坑からのエアブラストに伴う飛び石による破損を防ぐため、適切な設置位置を選定した上、さらに気密性の無い木製のケースで保護した。554mLの目貫は鉱石が連続的に降下しているシュートから非常に近い位置にあり、挙動の発生間隔が他の目貫に比べ短い。このため圧力変動の大きさが小さく、最も感度の高い風圧計を用いても測定することが困難であった。そこで、目貫の入り口を密閉しチャンバーを設け、圧力変動の減衰を抑え測定を行った。

1つの挙動が各目貫の前を通過するときの、それぞれの目貫における圧力変動の測定例をfig.7-6に示す。

(b) 安息角のモニタリング

立坑の投入口からホッパー抽出口にあるエアロンフィーダーまでの経路の中で、鉱石が坑壁から解放される種の安息角が形成される唯一の地点はホッパー上部である。しかし、ここでの安息角はモデルシステムにおけるガラスビーズの場合と同様、常に変動している。しかし平均的にみれば、立坑投入鉱石中の粘土分の割合が多く、しかも適当な含水率になり流動状態が悪くなると、ホッパー内における鉱石の安息角も大きくなる傾向があることが経験的に知られている。また、安息角は粉粒体の密充填状態の内部摩擦角や流れ易さの指標になることが指摘されている<sup>7)~9)</sup>。

ホッパー内の鉱石の任意の時点の安息角 $\phi_a$ は、fig. 7-7 に示すように、ホッパー上面に2.95mの間隔で設置された2台の超音波レベル計から鉱石の表面までのそれぞれの距離 $d_1$ (m)、 $d_2$ (m)を用い、

$$\phi_a = \arctan \left[ \frac{d_2 - d_1}{2.95} \right]$$

によって求められる。鉱石の物性との関連を議論する場合、瞬間の安息角の値は余り意味を持たず、ある程度の時間の平均安息角が問題となる。

超音波レベル計にはミカサコウキ製のUMK-341とUMK-322-1Bを使用した。これらのレベル計のうち1台は既存のものを使用したため、新たに設置したレベル計が既存のものと同流出方向に平行な同じ線上に来るように、ホッパー上面の中心線からややずれた線上に設置した(fig. 7-8 参照)。これらのレベル計の出力は4-20mAのアナログ出力であるため、これを通常の制御ラ

インの一部に乗せ中央操作室まで送信する。中央操作室において4-20mAのアナログ電流信号を0-5Vのアナログ電圧信号に変換した後、降下挙動のモニタリングシステムと同じA-Dコンバーターに入力しパソコンで処理する。

#### (c) システム制御プログラム

このモニタリングシステムでは、風圧計及び超音波レベル計からのデータは、最終的に全てA-D変換され、単一のパソコンでリアルタイム処理される。パソコンにはNEC製PC-9801シリーズ(クロック数10MHz以上で動作可能な機種)を使用し、GP-IBインターフェースを通して共和電業製の高速型マルチチャンネルA-DコンバーターADC-116Cを制御する。

ADC-116Cは分解能12bit、16チャンネルのA-Dコンバーターで、1チャンネル分のA-D変換に要する時間は20 $\mu$ sである。今回は風圧計4チャンネル、超音波レベル計2チャンネルの計6チャンネル使用しているため、最初のチャンネルのデータが変換されてから最後のチャンネルのデータが変換されるまでに要する時間(最大測定誤差)は0.1msである。

今回開発したシステム制御プログラムは基本的には通常のBASIC言語で書かれており、実際の使用に際してはこれを中間コードにコンパイルして用いている。A-Dコンバーターからパソコンへのデータ転送速度は通常のBASIC言語を用いた場合、コンパイルしてもデータ当たり約2.5msを要するため、6チャンネル分のデータ転送には約15ms必要である。このため、パソコン内での通常



ルーチンの処理時間約6msを考慮すると、サンプリング速度の設定段階の関係上、リアルタイムで処理可能な最高サンプリング速度は20Hz(50ms)となってしまう。そこで本プログラムではデータ転送部にマシン語のルーチンを使用し、データ転送速度をデータ当たり0.3msとした。この結果、6チャンネル分のデータ転送時間を含めた通常ルーチンの処理速度が8ms以下となり100Hz(10ms)のサンプリング及びそのリアルタイム処理が可能になった。

ADC-116Cは16Kワード分のバッファメモリを内蔵しており、100Hz(10ms)でサンプリングを行う場合でも、本体内に26.9秒間分のデータを蓄積できる。このため、非正常ルーチンに使用できる処理時間は、非正常ルーチンに分岐する頻度が平均毎分1回程度あるとしても約2.5秒もあり、通常の画像及びデータ処理に使用できる時間としては充分である。

Fig. 7-9 に本プログラムのフローチャートを示す。フローチャートにおける終了の判定以下の左側の列が通常ルーチン、右側の列が非正常ルーチンである。非正常ルーチンは大きく分けて、圧力変動データの処理ルーチンと安息角データの処理ルーチンに分かれている。

任意の目貫の風圧計からの信号が閾値を越えると重力流動が発生したものとみなし、圧力変動データの処理ルーチンに移る。重力流動の目貫間の伝播に要する時間が20秒を越える(最も間隔の長い554mLと710mLの目貫間で、平均伝播速度が7.8m/s以下という状況)ことはないものとし、これを越えるものは別の独立した挙動として扱うことにした。重力流動の伝播は立坑内で止まること

も、また、必ずしも立坑の下部からではなく途中から始まることもある。このため、圧力変動データの処理ルーチンでは、最も上部にある878mLの目貫からの信号が閾値を越えてから20秒経過するか、最後に信号が閾値を越えてから20秒経過するかした時点で一回の挙動が終了したものと判断し、挙動が観測された各目貫の前の挙動から今回の挙動までの経過時間、挙動が観測された各目貫間の挙動伝播速度等を計算し、データをディスクにセーブすると同時に、重力流動の監視画面を更新する。パソコンの画面の左半分を占める重力流動の監視画面には立坑の模式図が描かれており、その模式図の中に各目貫間の挙動伝播速度、各目貫における圧力変動の最大値等の最新データが視覚的に表示される。

安息角のデータは5秒毎にそれまでに測定された500個のデータが平均され、瞬間安息角として画面に表示される。また2分毎に、それまでに求められた24個の瞬間安息角のデータがさらに平均され、ディスクにセーブされると同時に、その値に基づき安息角の監視画面が更新される。パソコン画面の右半分を占める安息角の監視画面にはホッパー部を横からみた断面図が模式的に描かれており、ホッパー内の鉱石の量と鉱石上面の傾斜角度が視覚的に把握できるようになっている。



## 7-3 計測結果と立坑閉塞

## (a) 総論

モニタリングシステムから得られるデータは、各目貫における挙動発生時刻、前回の挙動からの間隔、圧力変動の最大値、累積挙動回数、上下に隣接する目貫間の挙動発生時間差、挙動の伝播速度、2分毎の各レベル計の平均測定値及び平均安息角である。システムは毎日午前8時に自動的に起動し、翌朝7時までのデータを重力流動用と安息角用の2種類のファイルに蓄積する。1日分のデータ量は2つのファイルを合わせると60~70KB(田海鉱石の場合、年間でディスクケット約18枚分)である。この1日分のデータから、専用処理ソフトを用いて、休憩時間帯の安息角データや明らかにノイズと思われる挙動データを削除し、平均値、標準偏差等を求め、既存の出鉱鉱石の成分分析データ(立坑システムの出口における含水率、非CaCO<sub>3</sub>成分含有率)、投入鉱石のデータ(低品位鉱石投入比率)、立坑システムの出口における目視判定項目(水分の多さ、泥分の多さ、大塊の多さ)、気象データ(山頂総雨量、雨の強さ)とともにデータベースに入力する。以下、このようにして1989年4月1日から1990年3月31日までの1年間に蓄積されたデータについて検討する。

田海鉱石の1989年4月1日から1990年3月31日までの出鉱日数は301日、1日の平均出鉱量は7.405tで、月別出鉱量と1989年4月1日からそれぞれの月末までの累積出鉱量はtable. 7-1に示す通りである。最も出鉱量が多いのは11月で逆に最も出鉱量が少ないのは2月である。当該期間中の測定システムの主

な変更は、7月22日に805mLと878mLの目貫の風圧計を、同じ型式のものでより感度の高いものに変えたことと、9月5日から6日の間に554mLの目貫の入り口の密閉の気密性をより高めたことである。

各目貫で観測された1日当たりの平均挙動回数は、554mLが121.6回、710mLが92.2回、805mLが68.6回、878mLが52.3回であった。立坑径を8m、鉱石のかさ密度を1.9t/m<sup>3</sup>とすると、1回の重力流動で鉱石が降下する距離はそれぞれの位置で平均0.64m、0.84m、1.13m、1.48mである。ただし、554mLの目貫の密閉を強化し、より小さな圧力変動が測定可能となった9月6日以前の、5月から8月までの流動状態のよい期間には、挙動の間隔が極めて短いため個々の挙動にともなうチャンパー内の圧力変動の大きさが小さく挙動として観測されず、見かけ上挙動間隔が非常に長く見えることがあった。平均挙動回数の算出の際、このような日のデータは除外した。

立坑内における鉱石の流動性は主に鉱石中の微粒分の比率と含水率に依存する。立坑内で鉱石自身が破碎、摩耗する事により発生する単位鉱石量当たりの微粒分の量は年間を通してほぼ一定であると考えられるため、鉱石中の微粒分の量は低品位鉱石中に多く含まれる表土などの泥分の投入量に比例する。また泥分はほとんどCaCO<sub>3</sub>を含まないため、非CaCO<sub>3</sub>成分含有率も泥分の多さの目安となる。fig. 7-10に、年間を通じた低品位鉱石投入率及び非CaCO<sub>3</sub>成分含有率の、またfig. 7-11に、目視による泥分の多さの判定結果(泥分ランク)及び参考までに大塊の多さの判定結果(大塊ランク)の推移を示す。泥分ランク及

び大塊ランクは、現場担当者が各方の見回りの際、エアロンフィーダーのところの鉱石の泥分あるいは大塊含有量が、多いと判定したときにはランク2、少ないと判定したときにはランク1と評価し、1日分の平均をとったものである。低品位鉱石投入率は立坑投入段階のデータで、非CaCO<sub>3</sub>成分含有率及び目視による判定は立坑システムの出口におけるデータであるため、その変動には40,000t~45,000tの位相差がある。fig. 7-10及びfig. 7-11の出鉱量軸は後に述べる重力流動の伝播速度や安息角の変動と重ねて比較できるように、878mLの目貫と805mLの目貫の中間点である841.5mLに位相が合うように補正してある。非CaCO<sub>3</sub>成分含有率の変動は、非CaCO<sub>3</sub>成分が低品位鉱石中だけではなく通常の鉱石中にも含まれる、立坑システム内である程度の混合が起きる、サンプリングの際に人為的に極端なサンプルを避ける、等の理由により、低品位鉱石投入率の変動に比べ連続的で変動幅も少ない。年間を通じた低品位鉱石投入率の平均は4.44%、標準偏差は2.95%、非CaCO<sub>3</sub>成分含有率の平均は2.80%、標準偏差0.61%である。泥分ランク及び大塊ランクの年間平均はそれぞれ1.34、1.20で、平均的な泥分あるいは大塊の多さの時にはランク2ではなくランク1と評価することの方が相対的に多いことを示している。非CaCO<sub>3</sub>成分含有率及び泥分ランクはほぼ同様の変動を示し、5月から10月にかけて漸減し11月に一旦上昇した後、1月を中心に12月から2月にかけて再び低くなり3月に上昇に転じていることがわかる。大塊ランクはこれらと逆相関の関係にあるように見えるが、これはあくまで目視の結果なので泥分が多いと大塊が見えにくくなるといった

点を考慮する必要がある。一方、低品位鉱石投入率は12月までは、大局的には非CaCO<sub>3</sub>成分含有率及び泥分ランクと同様の変動を示すが、12月から2月にかけて低下する傾向はみられない。12月から2月にかけては低品位鉱石中の特に泥分の投入を意図的に抑制していたものと考えられる。

立坑内鉱石の含水率は降雨や降雪だけではなく、鉱石に混ざって投入される雪や立坑壁面からの地下水の流入量にも影響され、季節的な変動がある。fig. 7-12に、出鉱鉱石の含水率と目視による水分の多さの判定結果（水分ランク）の年間を通じた変化を示す。含水率は出鉱鉱石の成分分析の結果であり、水分ランクは現場担当者が各方の見回りの際、エアロンフィーダーのところの水分の多さに応じてランク1から3（ランクが高いほど水分が多い）で評価し、1日分の平均をとったものである。含水率の年間平均及び標準偏差はそれぞれ3.30%、1.09%である。水分ランクの平均値は1.69となり、泥分ランクや大塊ランクと同様若干低めに評価する傾向がみられる。出鉱量軸はfig. 7-10及びfig. 7-11と同じく841.5mLに位相が合うように補正してある。含水率と水分ランクは非常に似通った変動傾向を示し、絶対値の比較はできないものの人間の感覚が実際の値の変動をよく反映していることがわかる。含水率の変動は大局的には鉱石中の微粒分含有率の変動と逆相関しており、含水率が高くなると泥分の投入を控えて立坑内の流動性を確保するよう人為的に鉱石の投入管理が行われている事実と合致する。

878mLの目貫と805mLの目貫の間の立坑区間を区間A、805mLの目貫と710mLの



目貫の間を区間B、710mLの目貫と554mLの目貫の間を区間Cとすると、各区間の重力流動の伝播速度は、各区間内にある鉱石の平均的な物性に依存するものと考えられる。鉱石は出鉱とともに立坑内を降下するので、各区間の伝播速度の変動には、立坑径を8m、鉱石のかき密度を $1.9\text{t/m}^3$ とすると、区間AとBの間で約8,022t、区間BとCの間で約11,986tの位相差があるはずである。重力流動の伝播速度を鉱石の物性の1つと考え、これが $v_1$ であるような鉱石で各区間が満たされているところに、ある時点からこれが $v_2$ であるような鉱石10,000tが区間Aにさしかかり、以降それぞれの物性の鉱石が10,000tずつ交互に区間Aの上端より供給されるものとする、各区間における伝播速度の変動はfig.7-13のようになるものと推定される。

1年を通した各区間の伝播速度とホッパー部における安息角の変動のようすをfig.7-14に示す。各区間の伝播速度及び安息角のデータはそれぞれ区間Aの中心である841.5mLに位相が合うように出鉱量軸を補正してある。7月22日の昼頃に805mLと878mLの目貫に設置してあった風圧計をより感度の高いものに変えたため、測定される圧力変動波の立ち上がりが急になり、同じ挙動でもより速くトリガーされるようになった。このため7月22日（累積出鉱量658,237t）前後の伝播速度には系統的なずれがみられる。このことを考慮すると、各区間の伝播速度には年間を通じて強い相関があり、また伝播速度と安息角には強い逆相関があることがわかる。4月を除き5月から8月までは伝播速度が速く安息角も小さい、いわゆる「流動性がよい状態」が続いているが、累積出鉱量が

920,000tになった9月初めの時点まで境に伝播速度が遅くなり、安息角も大きくなっていくことがわかる。fig.7-14中の矢印は閉塞が起きた10月4日の時点を表す。10月4日前後は、大局的にみると9月から11月にかけて各区間の伝播速度が低下した状態の最も底に当たる。ただし、閉塞が起きた直後は直ちに泥分の投入をストップし立坑内のクリーニングを行っているため、一時的に流動性が回復している。10月4日の閉塞は原因が比較的明確にわかっていたため、閉塞後、立坑内のクリーニングが終了した時点から、また9月と同じような状態で投入鉱石の管理が続けられた。12月に入ると降雪のため含水率が急激に上昇するが、これにともない立坑下部の抽出設備近傍で鉱石が液状化するのを防ぐため泥分の投入が大幅に制限された。この結果流動状態が非常によくなり、その状態は2月末まで続いた。

鉱石の降下挙動が連続的な流動から静止と重力流動を繰り返す不連続挙動に移行する立坑内の位置は、立坑下端（シュート部上端）である533mLと出鉱時に不連続挙動が観測される554mL（最も下部にある目貫のレベル）の間の極めて短い区間内にあるものと考えられるため、554mLの目貫の挙動間隔を重力流動の発生間隔と見なしてよい。554mLの目貫に、より気密性の高いチャンパーを設置し、挙動間隔が短く圧力変動が小さな挙動も正確に観測されるようになった9月6日以降の554mLの目貫の挙動間隔と安息角との間、あるいは区間Cの伝播速度との間にはそれぞれ相関がみられる（10月以降のデータに関する相関係数はそれぞれ0.466、0.403）。原則的には流動性がよい程、重力流動の発



生間隔が短いと考えてよいことを示している。しかし、710mLと805mLの目貫の挙動間隔と、それぞれの目貫の上部区間の伝播速度の間にはいずれもまったく相関がみられず、重力流動の立坑上部への伝達比率は流動性に依存しないことがわかる。

立坑内の鉱石の流動性は含水率と微粒分含有率の複雑な関数であるため、単純な相関関係は求められないが、現場においては経験的に含水率に応じた微粒分の投入管理を行い流動性をある水準に保っている。しかし、安息角と含水率の間には、安息角と非CaCO<sub>3</sub>成分含有率との間に比べはるかに高い正の相関がある（1年分のデータの相関係数はそれぞれ0.451と0.059）。これは、鉱石中の水分が増えた場合に泥分の投入を、水分が増える以前の流動状態を維持するに充分なだけ減らすことはしないため、流動性を若干犠牲にしても、つまり閉塞の危険性を増大させても、切羽の泥分をある程度立坑に投入処理せざるを得ない状況を反映している。冬場に泥分の投入を減少せざるを得ないのは、含水率が4%を超えるような場合、泥分がある水準以上含まれていると立坑下部において鉱石が液状化し非常に危険な状況になるという特殊事情によるもので、含水率が極端に高くなった場合のやむにやまれぬ選択であるといえる。

#### (b) 1989年10月4日の閉塞

10月4日の操業中、昼頃から立坑内の鉱石の挙動がおかしくなり、午後3時頃、出鉱しているにも関わらず立坑が満鉱状態となり鉱石が降下しないことか

ら鉱石の投入を中止し、17時40分、878mLの目貫において閉塞を確認した。18時には出鉱も停止した。閉塞箇所は910mLの少し上と推定されている。9月1日から10月30日までの各区間の伝播速度及び安息角の変動をfig. 7-15に示す。9月から10月にかけては流動状態が悪くなってはいたが閉塞するほどではなかった。閉塞の直接の原因となったのは、10月3日にダンパ4台分以上投入された表土分の多い鉱石であると考えられている。10月3日に投入された鉱石約8,000tが、それぞれの区間の中心に到達すると考えられる範囲をfig. 7-15中に網掛けで示す。fig. 7-16、fig. 7-17に閉塞前後の区間Aにおける1日の伝播速度分布の変化を示す。伝播速度の個々の区間は5m/sで、縦軸は、最もデータ数の多い区間のデータの個数N<sub>max</sub>に対するそれぞれの区間のデータの個数Nの比率である。伝播速度が極端に遅い（45m/s以下）ものは、圧力変動の波形観測の結果、ほとんどが非常に小さい挙動、あるいは下部の目貫においては大きな挙動だったにも関わらず878mLと805mLの間で上昇の止まってしまった挙動による圧力変動の第2波以降をとらえたため、目貫間の挙動時間差が見かけ上非常に大きくなってしまったものであることが判明した。また、10月5日に見られる、伝播速度が極端に速い（120m/s以上）データは全て、閉塞解除作業のため閉塞地点より下の鉱石の上端面を878mL以下に下げてから、つまり878mLの目貫の前には鉱石が無い状態の時に観測されたものである。このため、平均値及び標準偏差の計算の際には45~120m/sの範囲外にあるデータは全て除外した。

これからも、10月4日の閉塞が前日までは何の前兆もなく当日突然発生したことがわかる。10月4日の閉塞は、前後の鉱石と物性が極端に異なる特異な鉱石の3m程度の層が直接の原因となっている上、閉塞箇所もモニタリング範囲の外であるため、区間Aの伝播速度データの変化から事前に閉塞を予知することは不可能であったと考えられる。

#### (c) 1990年5月27日の閉塞

1990年3月頃から切羽に赤茶色の風化粘土が出現したため、通常の鉱石とともに立坑に投入処理していた。4月から5月にかけて、季節的な要因により鉱石中の水分が減少するに従い降下挙動が徐々に不安定になってきたが、風化粘土及び表土分の投入量をほぼ一定に保っていたため、ついに閉塞に至った。閉塞の主な原因は立坑投入鉱石中の含水率の変化にともなう風化粘土の物性の変化と考えられている。閉塞は5月27日の採業中に確認された。閉塞箇所は1989年10月4日の時とほぼ同じ位置であると推定されている。このため、閉塞を引き起こした鉱石は5月25日から26日にかけて投入されたものと考えられる。

任意の時点で投入された異質な鉱石の影響が、区間Aの伝播速度のデータに現れるのは投入後13,000t程度出鉱してからである。1日当たりの出鉱量は年間を通じてさほど変化しないため、影響は投入後約2日経ってから現れるということになる。fig. 7-18、fig. 7-19に閉塞前後の区間Aにおける1日の伝播速度分布の変化を示す。fig. 7-16及びfig. 7-17と同様に、データ数、平均値、標

準偏差は45~120m/sの範囲にあるデータのものである。5月22日の段階では1989年10月4日の前後とほぼ等しい伝播速度分布を示しているが、23日には分布のピークは60~65m/sの区間にあり、伝播速度の平均は60.5m/sにまで低下している。さらに、5月24日の段階では分布のピークは50~55m/sの区間になり、平均伝播速度は59.2m/sである。1989年8月以降1990年3月31日までの間に平均伝播速度が60m/sより低い数値を記録したのは閉塞が起きた10月4日と10月26日だけである。ヒストグラムを詳細に調べると、5月24日には50~55m/sの区間以外の区間のデータがそれ以前の日に比べ少なく、伝播速度の値がこの範囲に集中していることがわかる。このようなことから、5月23日あるいは24日の出鉱が終了した段階で伝播速度分布の検討を行い、翌朝から粘土分の投入を制限していれば5月27日の閉塞は回避できたものと考えられる。閉塞を引き起こした鉱石は5月29日のデータにまで影響している。5月30日以降には、閉塞が確認された27日以降に投入された粘土分の少ない鉱石のデータが現れている。

#### (d) 1990年6月14日の閉塞

5月27日の閉塞にともなう立坑のクリーニングが終了したと判断された5月30日から風化粘土の投入を再開した。6月14日に878mLと805mLの間で閉塞が起きていることが確認された。

6月に入ってからは切羽のレベルダウンのため立坑回りの口切り作業を行っ



ていた。このため、立坑口周辺の鉱石を $3\text{m}^3$ 程度ずつブルドーザーで立坑に投入していたが、6月12日前後に立坑に面したドリーネ中に溜まっていた表土がかなりの量混入して投入された可能性があり、これが閉塞の直接の原因と考えられている。6月15日には自然落鉱し閉塞は解除された。fig. 7-20、fig. 7-21に閉塞前後の区間Aにおける1日の伝播速度分布の変化を示す。伝播速度分布の変化から、6月14日の閉塞はどちらかという1989年10月4日のパターンに近い突発的な閉塞であることがわかる。6月12日の段階でかなり挙動がおかしくなっているが、閉塞した位置から考えて、仮にこの時点で泥分の投入を制限しても閉塞を回避できたかどうかは定かでない。しかし、いずれにしてもこの時点で泥分の投入制限を行うべきであったことは確かである。

#### 7-4 結 論

粘着性アーチの形成確率を左右する立坑内における鉱石の流動状態が、重力流動領域の立坑内伝播速度及びホッパー部における安息角のモニタリングを行うことにより、ある程度定量的に把握できる可能性が示された。4カ所の目貫に設置した風圧計、及びホッパー上部に設置した2台の超音波レベル計による過去1年半に及ぶモニタリングの結果から、重力流動領域の立坑内伝播速度と同じ鉱石のホッパー部における安息角との間には定性的に負の相関があり、いずれも泥分の量や含水率に依存する立坑内における鉱石の流動状態と密接な関係があることがわかった。さらに、モニタリングを行っている期間中に発生した3回の閉塞事例を検討した結果、人為的な要因あるいは大規模な坑壁の剥離等により突発的に発生する閉塞を除き、モニタリング結果をフィードバックさせた適切な泥分の投入管理を行うことによってある程度閉塞を予防することが可能であることがわかった。具体的には、徐々に立坑投入鉱石の物性が悪化して閉塞に至るケースの場合、まず805mLと878mL間の重力流動の伝播速度が低下し始めるため、適切な段階で泥分の投入制限などの対策を講ずれば閉塞を未然に防ぐことが可能となる。

1990年9月現在田海鉱山では通常、78tダンプ1台に対し、 $1.2\text{m}^3$ のバケット容量を持つバックホーにて、5杯の低品位鉱石と1杯の風化粘土を混合投入しているが、徐々に投入鉱石の物性が悪化し閉塞に至った1990年5月27日の閉塞事例から、805mLと878mL間の重力流動領域の伝播速度のヒストグラムに着



目し、そのピークが60~65m/sの区間に入り、かつ、流動状態が悪化すると多くみられるようになる、20~30m/sの挙動が多発する場合には要注意として、低品位鉱石の投入量を78tダンプ1台に対し1.2m<sup>3</sup> バケツ3~4杯に制限する。さらに、ヒストグラムのピークが55~60m/sの区間に入った場合には、閉塞の危険性が極めて高くなったと判断し、低品位鉱石の投入量を78tダンプ1台に対し1.2m<sup>3</sup> バケツ2杯に制限する。このような2段階の泥分投入管理を行うことにより、1990年6月14日以来立坑閉塞の発生は未然に回避されている。

しかし、現在採用している管理基準が必ずしも最適であるという保証はなく、今後ともデータの蓄積が必要なことはいまでもない。さらに、投入鉱石の物性の変化をより早期に把握するため、立坑口と最上部の目貫間における重力流動の伝播速度測定を行うことを考える必要がある。

## 参考文献

- 1) 茂木源人, 山口梅太郎, 鉱石立坑内の鉱石の流れに関する研究(第1報) - 立坑内における鉱石の重力流動と混合 -, 資源・素材学会誌, Vol.106, No.2, pp.60-64, (1990)
- 2) 茂田井查, 籙木寛, 茂木源人, 立坑内原石挙動観測システムの開発, 石灰石, No.239, pp.10-21, (1989)
- 3) 西松裕一, 山口勉, 岩石の引っ張り遅れ破壊寿命の分布特性に関する確率過程論的研究, 材料, Vol.29, No.317, pp192-197, (1980)
- 4) 西松裕一, 山口勉, 大久保誠介, 岩石の破壊過程の計算モデルとその遅れ破壊への応用, 日本鉱業会誌, Vol.96, No.1111, pp.593-598, (1980)
- 5) 福井勝則, 東京大学博士論文, pp.218-282, (1990)
- 6) Chugh Y. P., Viscoelastic Behaviour of Geologic Materials Under Tensile Stress, Transactions of SME, Vol.256, pp.259-284, (1974)
- 7) Metcalf J. R., Angle of Repose and Internal Friction, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.3, pp.155-161, (1966)
- 8) Carr R. L., Evaluating Flow Properties of Solids, Chem. Engng., pp.163-168, (1965)
- 9) Carr R. L., Classifying Flow Properties of Solids, Chem. Engng., pp.69-72, (1965)

月	出鉱量(ton)	累積出鉱量(ton)
4	176,295	176,295
5	152,484	328,779
6	183,257	512,036
7	199,771	711,807
8	190,474	902,281
9	200,091	1,102,372
10	220,142	1,322,514
11	234,871	1,557,385
12	208,578	1,765,963
1	142,393	1,908,356
2	121,368	2,029,724
3	199,048	2,228,772

table.7-1 Monthly and accumulated production of Toumi quarry.

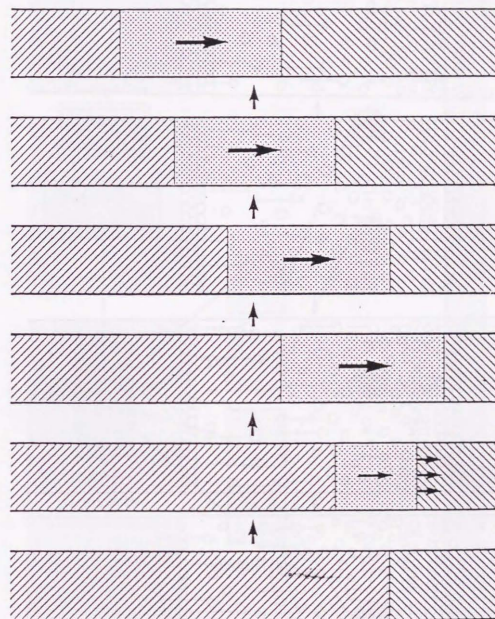


fig.7-1 Propagation of the dynamic region.



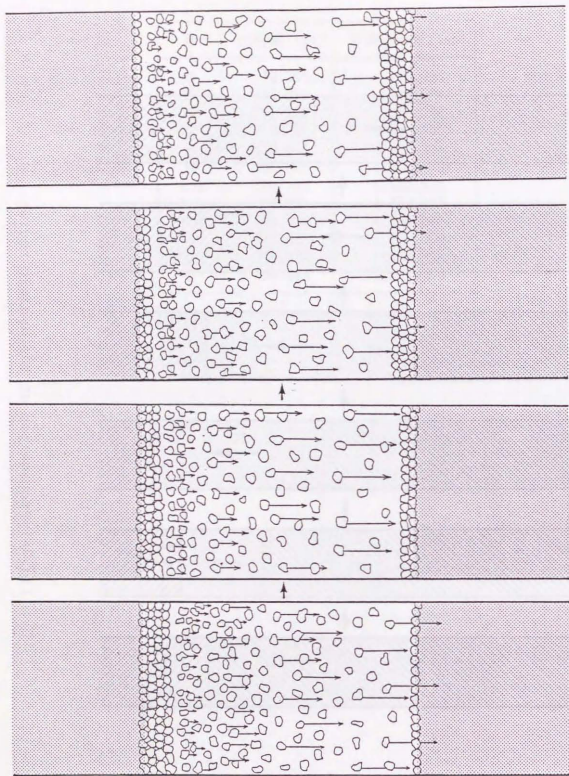


fig.7-2 Continuous collapse of the dynamic arch of ore.

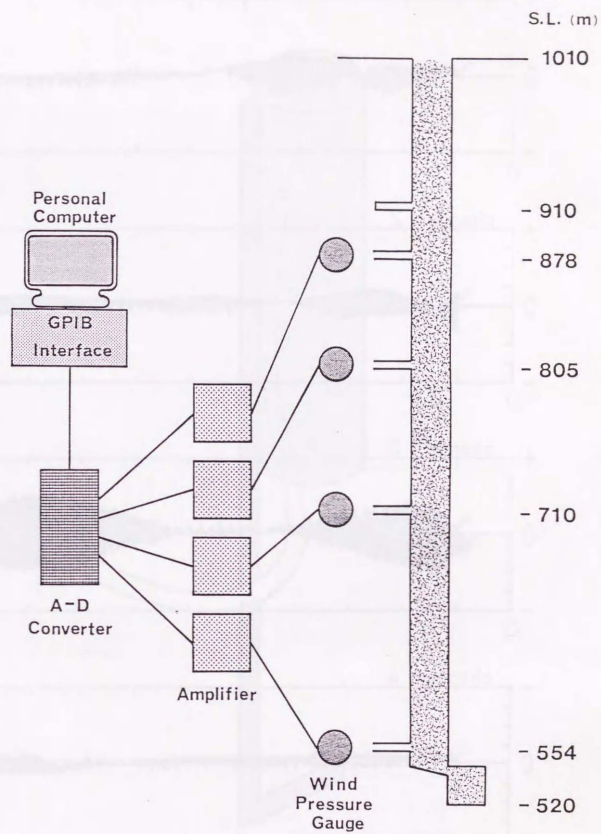


fig.7-3 Monitoring system of the gravity flow.



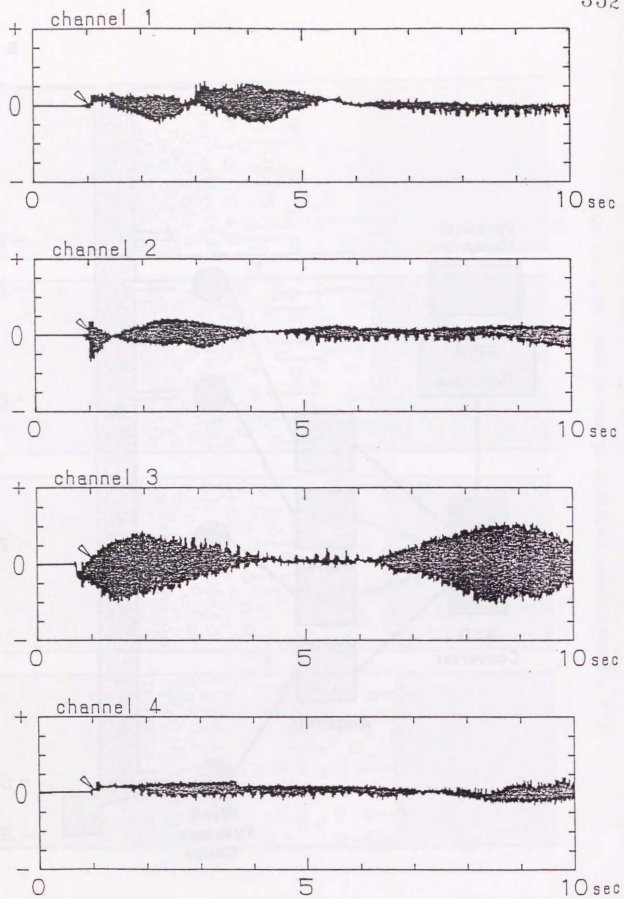


fig.7-4 An example of constant noise without low pass filter.

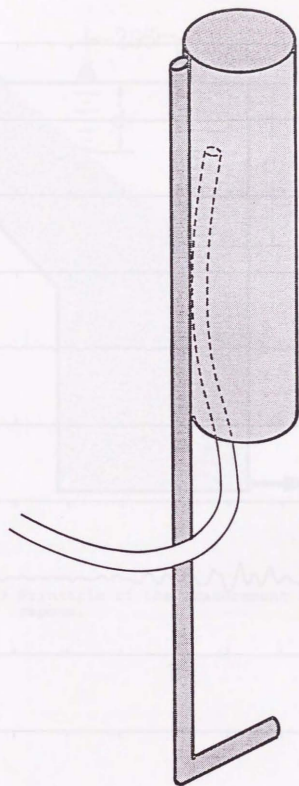


fig.7-5 Windbreak.

PRESSURE VARIATION

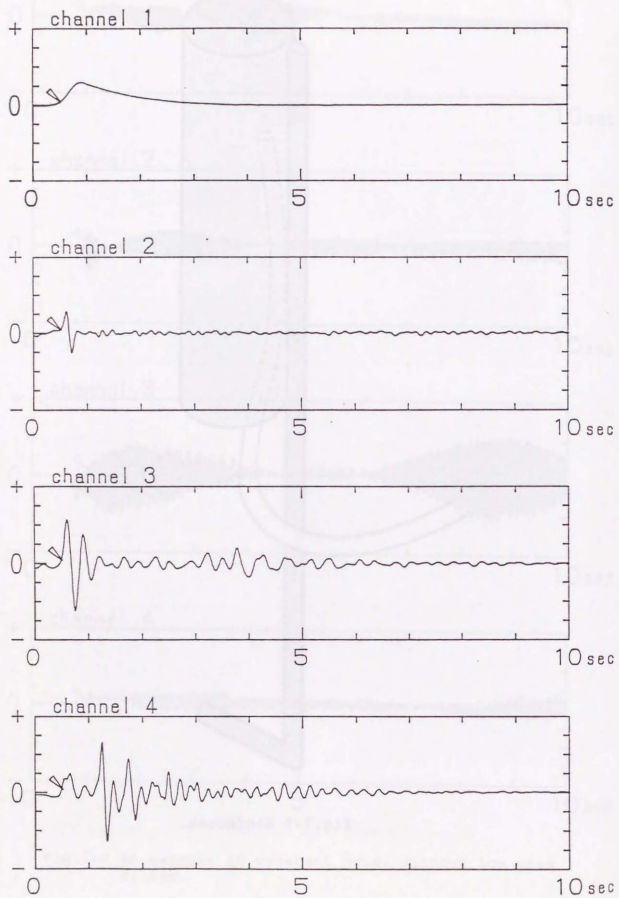


fig.7-6 An example of the pressure variation at each cross cut.

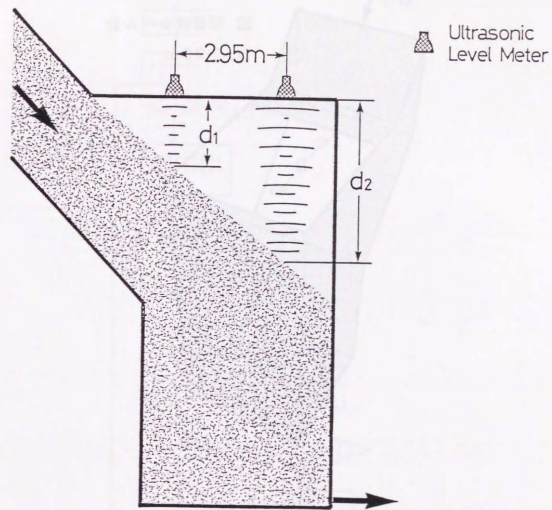


fig.7-7 Principle of the measurement of the angle of repose.





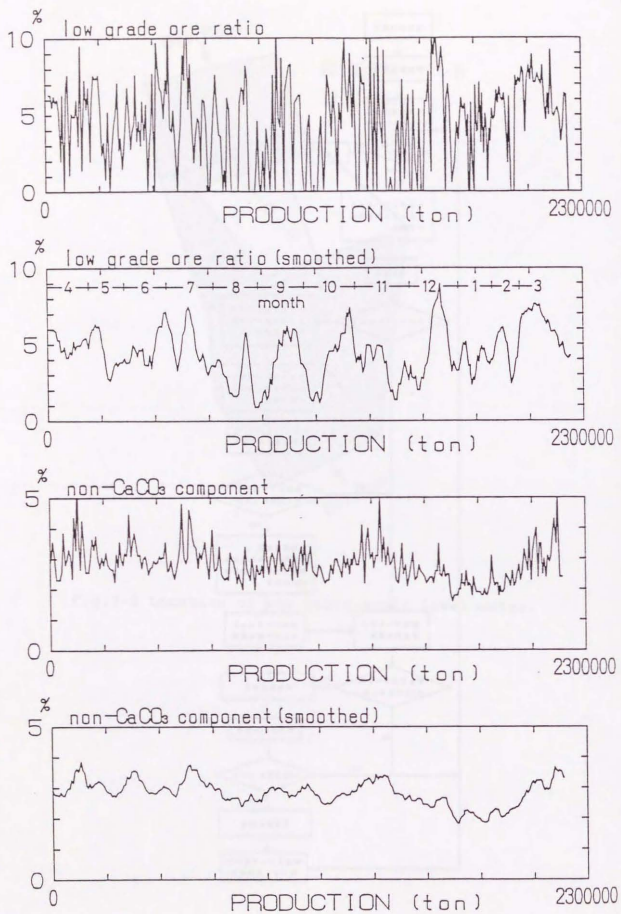


fig.7-10 Variations of the low grade ore ratio and non-CaCO<sub>3</sub> component ratio.

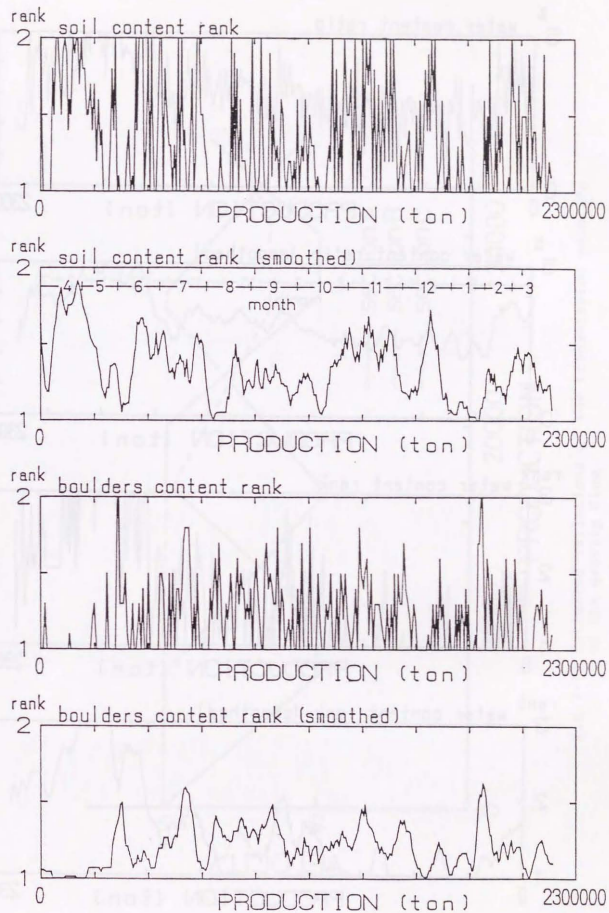


fig.7-11 Variations of the soil and boulders content ranks.

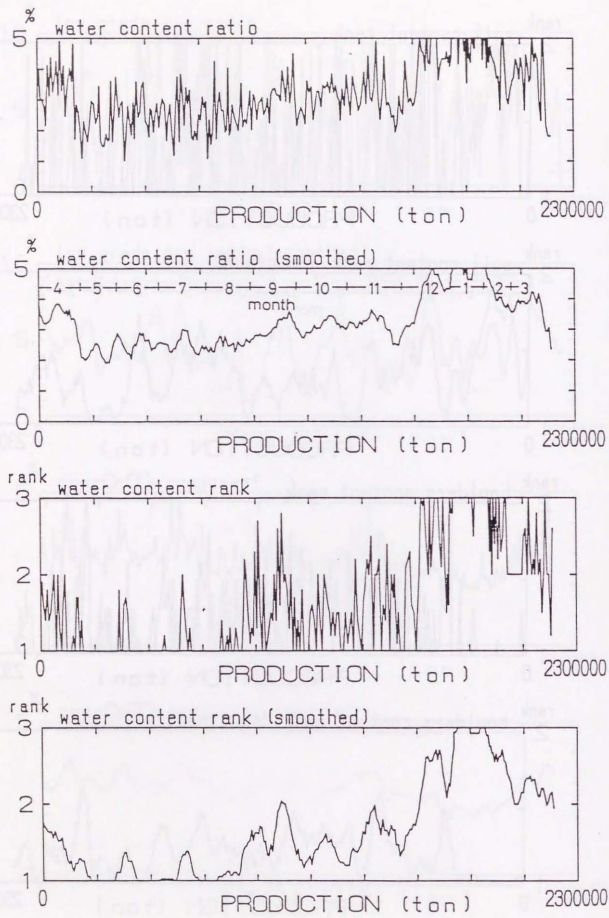


fig.7-12 Variation of the water content.

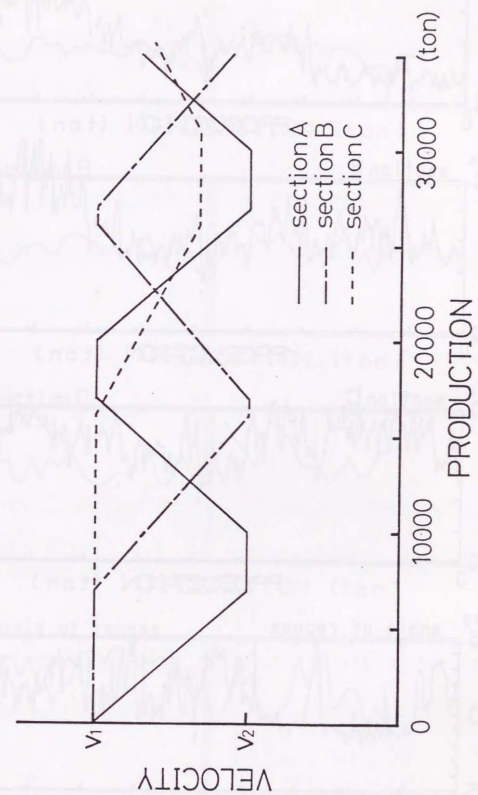


fig.7-13 Estimated variations of the transmission velocity of the gravity flow.



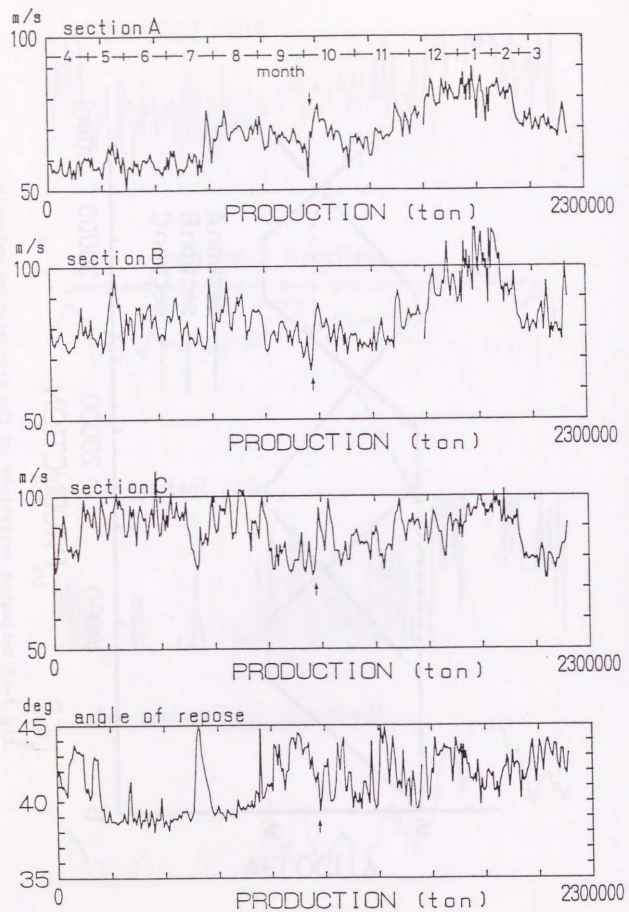


fig.7-14 Variations of the measured transmission velocity and the angle of repose. (1989.4.1-1990.3.31)

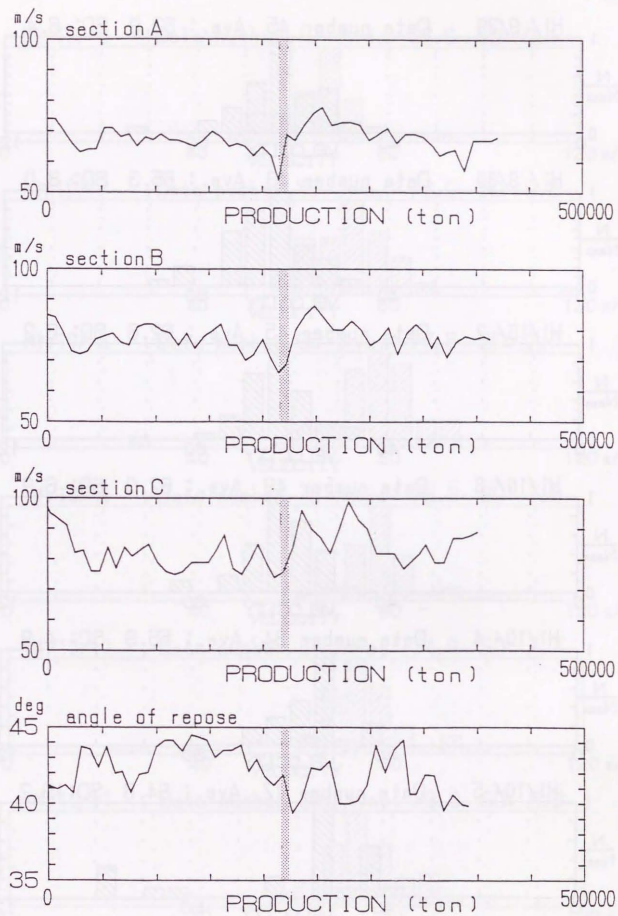


fig.7-15 Variations of the measured transmission velocity and the angle of repose. (1989.9.1-1989.10.30)



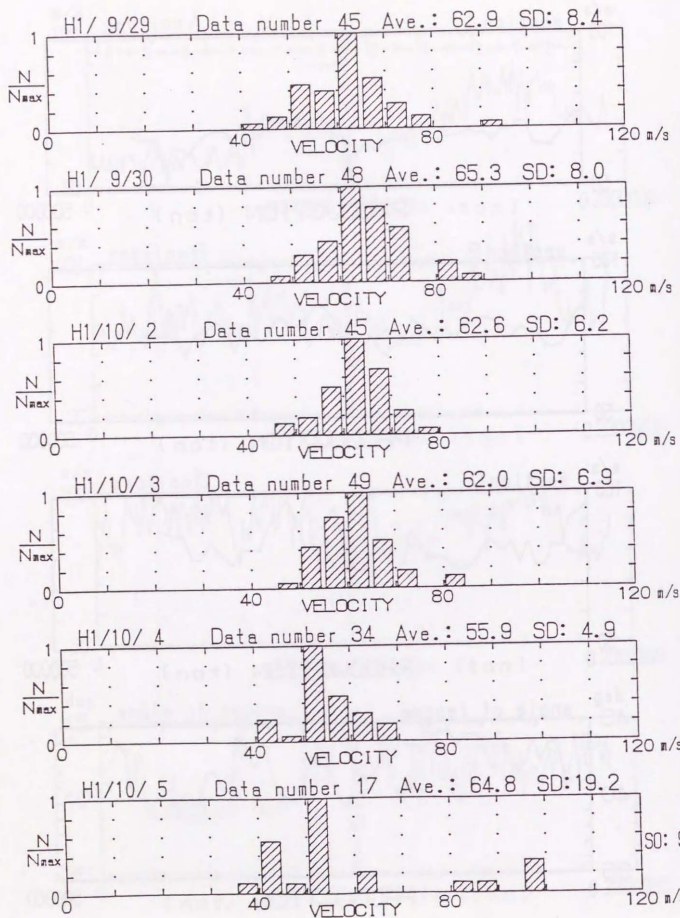


fig.7-16 Variation of the transmission velocity distribution. (9.29-10.5)

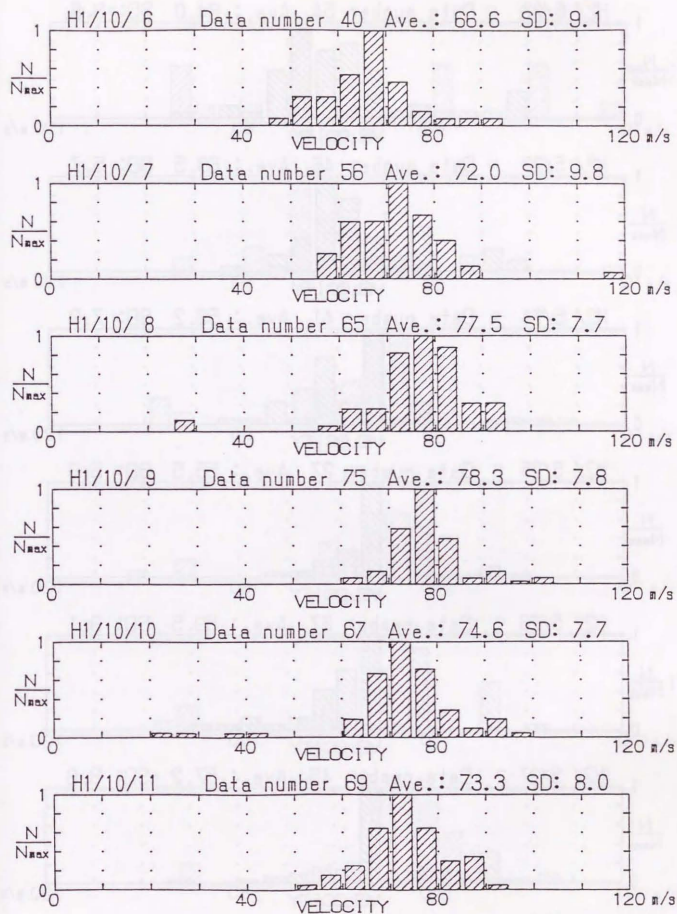


fig.7-17 Variation of the transmission velocity distribution. (10.6-10.11)

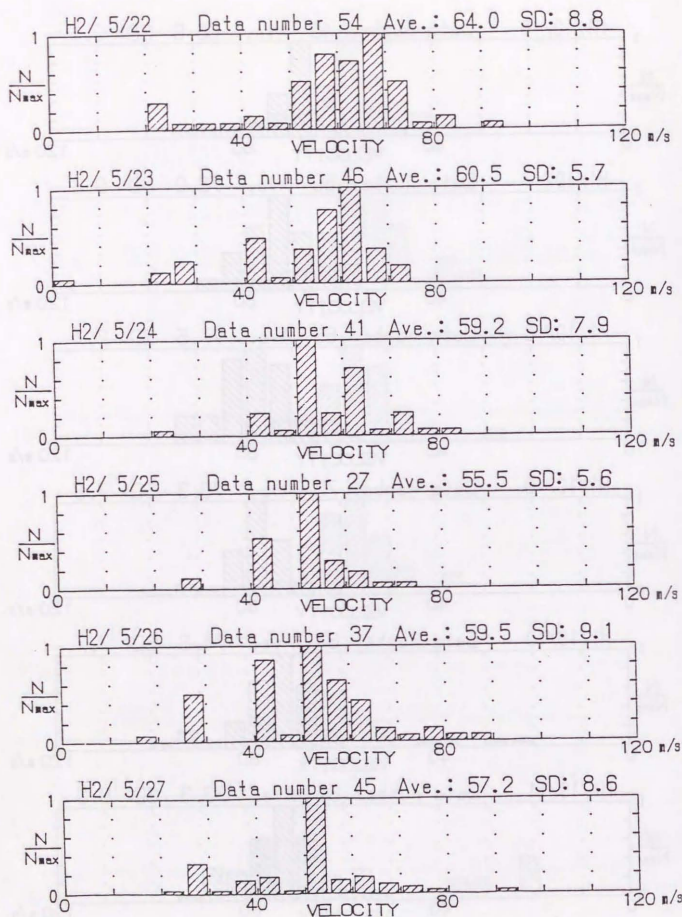


fig.7-18 Variation of the transmission velocity distribution. (5.22-5.27)

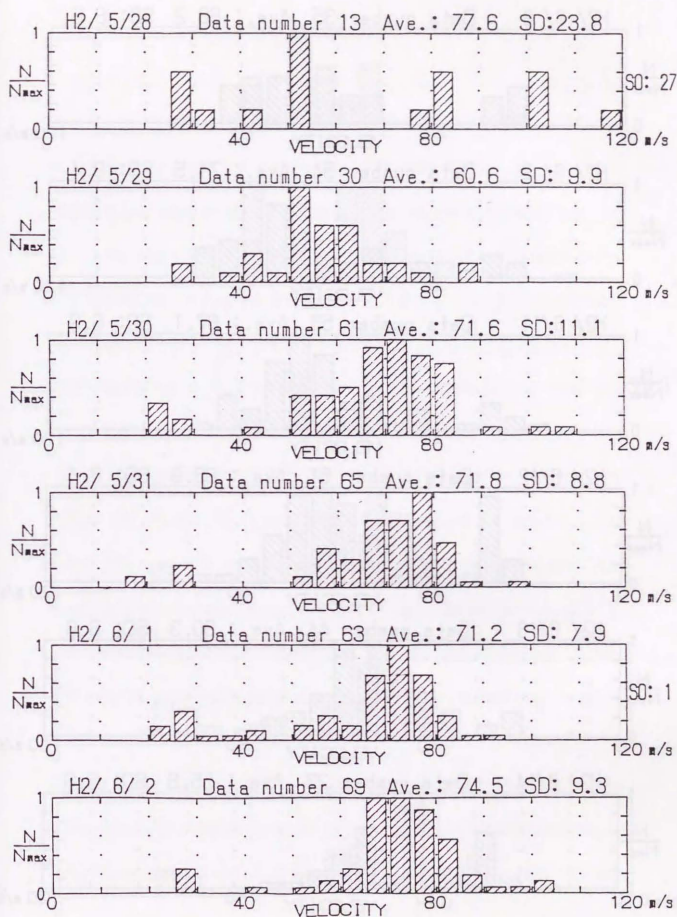


fig.7-19 Variation of the transmission velocity distribution. (5.28-6.2)



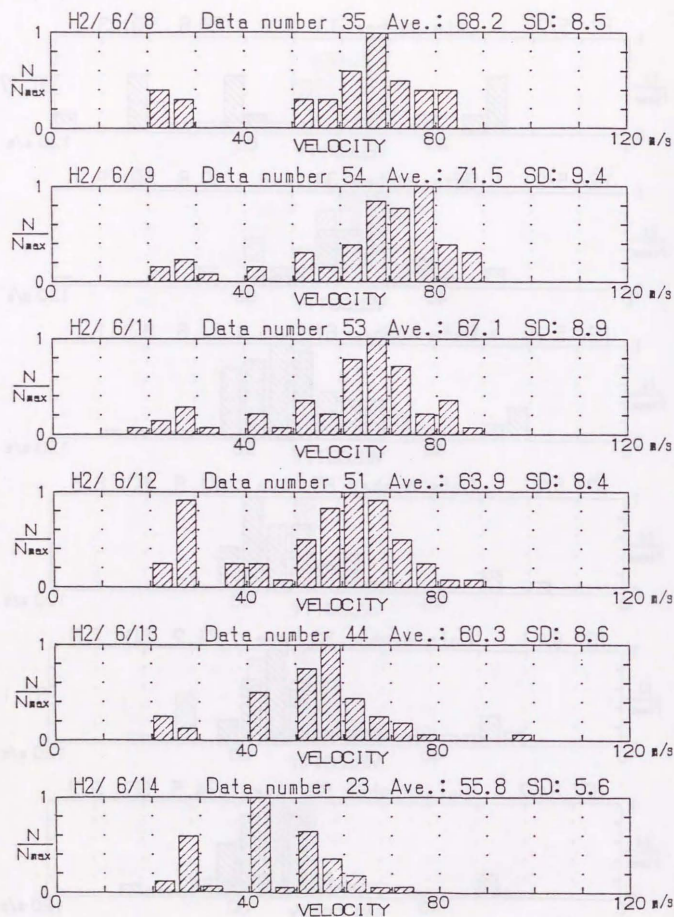


fig.7-20 Variation of the transmission velocity distribution. (6.8-6.14)

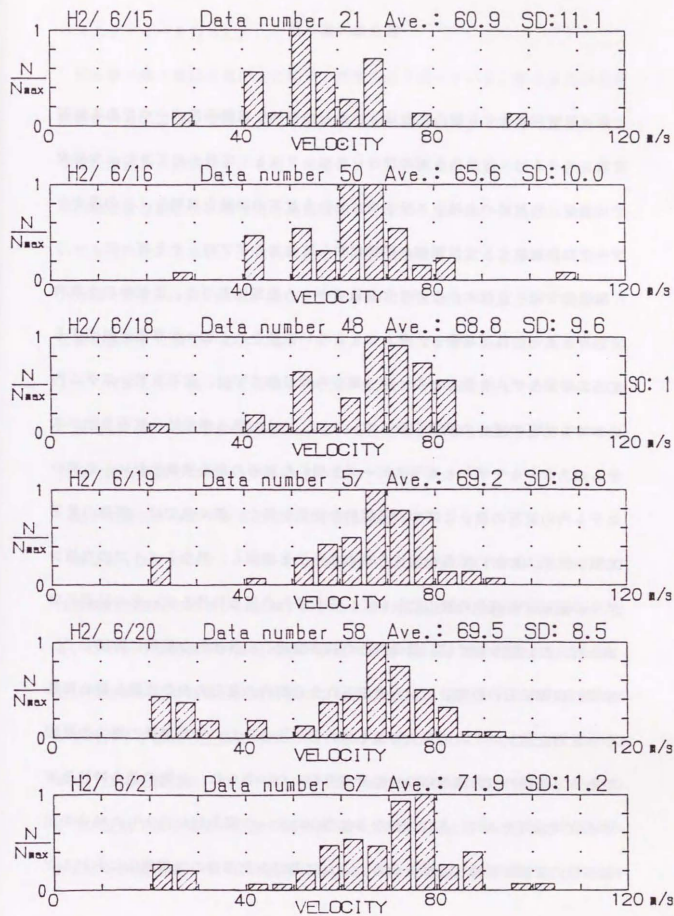


fig.7-21 Variation of the transmission velocity distribution. (6.14-6.21)



## 第8章 総括

年々規模が拡大する鉱山における、最も効率的な運搬手段の一つである鉱石立坑システムは、従来ある種のブラックボックスとして扱われてきた。本研究ではまず、出鉱中の立坑システム内における鉱石の挙動を解明し、その混合と、アーチの形成による立坑閉塞の問題に対して独自のアプローチを行った。

第2章では、立坑につながる目貫坑道からの観測に基づき、出鉱中の立坑内における鉱石の降下挙動と、それにともない観測される種々の事象を説明する鉱石の挙動モデルを提案した。第3章から第5章までは、鉱石立坑システム内における鉱石の混合の問題を扱っている。このうち第3章では、鉱石立坑システムのスケールモデルとガラスビーズを用いた鉱石の混合実験を行い、立坑システム内の鉱石の混合に関する基礎的な知見を得た。第4章では、実際の鉱石立坑システムにおいて混合特性を求める手法を提案し、異なるタイプの立坑システムを有する複数の鉱山において、それぞれの混合特性を求めその結果の考察を行った。第5章では、混合特性の品質管理への具体的な応用に関連して、まず、起砕鉱石の粒度分布から推定される立坑内の鉱石のかさ比重と混合特性から鉱石立坑システムの有効容量を求める手法を示し、有効容量の増大の原因である立坑径の拡大機構について考察を行った。さらに、任意の混合特性を有する立坑システムに、品位の異なる鉱石をステップ関数状に投入した場合の出鉱品位の変動を計算する式を導き、これに基づき北海道の狼朗鉱山におけるケ

ースタディーを行った。

第6章と第7章は立坑閉塞に関する問題を取り扱っている。第6章では立坑閉塞のメカニズムを整理し、粘着力に起因する閉塞に関する基礎理論を土質力学的な観点から検討した。また、粘着性アーチの場合に問題となる、投入鉱石中の礫を含む微粒分の粘着力と内部摩擦角を求めるための一面剪断試験機についても述べた。さらに、立坑内の鉱石の圧密状態を左右する主働応力状態の応力分布を表すJanssenの式、及び、アーチの初期破壊点の位置を示す受働応力状態に遷移した瞬間の応力状態を、ジョイント要素を組み込んだFEM解析によって検証した。第7章では既存の立坑内における閉塞を防止するために独自に開発し、既に新潟県の田海鉱山において1年以上稼働し実績を挙げている、立坑内鉱石挙動モニタリングシステムについて述べた。

以下に第2から第7までの各章の主要な結論を記す。

第2章：エアロンフィーダーにより制御された鉱石の降下挙動は立坑下部では連続的な流れであるが、上部では静止と重力流動を繰り返す不連続挙動となる。このような出鉱中の鉱石の降下挙動の観測の結果、重力流動が生じる際、立坑内全域が同時に重力流動状態になるのではなく、限定された重力流動領域が立坑内を下部から上部に向かって約80m/secで伝播していくことがわかった。また、立坑上部においては下部に比べ重力流動が発生する周期が長いことがわかり、立坑下部で発生した重力流動領域が、立坑内を上昇中に消滅する場合があることが確認された。この結果に基づき、鉱石の重力流動の際の二次的動作

や局所的な微小アーチの形成による立坑内の鉱石の局所的なかさ比重の変化を考慮した、立坑内における降下挙動様式の概念モデルを提案し、ホッパーからの連続的な出鉱にともなう立坑下部における連続的な降下挙動が、立坑内で断続的な重力流動に遷移する機構を説明した。このモデルでは、局所的に重力流動が生じている範囲、つまり動的領域が、その上端の動的アーチ（ここでは動的ブロックと称している）の連続的崩壊により立坑内を上昇していく。このため、降下挙動の際の目貫における気圧変動、つまり息つき現象は、このような動的領域が目貫を通過する際の立坑内の目貫に面した部分のかさ比重の変化に目貫近傍の気圧が追随し、さらに近傍の坑道との間で気流の脈動が生じる現象として説明することができる。また、重力流動にともなう鉱石の二次的動作により、立坑内で局所的なかさ比重の変化が起きることを前提とし、立坑内のある区間においてかさ比重が減少する領域の存在を仮定することによって、動的領域が立坑内を上昇する際にこれが消滅する機構を説明した。

第3章：鉱石立坑システムのスケールモデルとガラスビーズを用いた実験においては、出鉱の際の静止と重力流動を繰り返す降下挙動は再現できなかったものの、ファンネルフローに起因する混合に関していくつかの知見が得られた。

モデルシステム内において最外周の列は粒径の揃ったビーズに固有の挙動を示すため、これを除いた部分の混合について検討を加えた結果、混合は立坑部が傾斜している場合には立坑上部においても若干みられるが、ほとんど立坑下部のファンネルフロー領域内で起きていることがわかった。ファンネルフロ

ー領域内に、降下速度が下盤側から上盤側に向かって一次的に大きくなり、かつ下盤側の降下速度が出鉱口に近づくにつれ一次的に減衰するような速度場を仮定したときに予想される混合特性曲線は、変数がファンネルフロー領域の高さのみであるにも拘らず、よく実験結果に適合させることができる。それぞれの粒径のものの最外周を除いた部分の混合特性から推定されるファンネルフローが始まる高さは、粒径/立坑径が大きくなると高くなる傾向がある。インターロッキング作用の大きさは粒径/立坑径とともに大きくなると考えられることから、インターロッキング作用が大きいほどファンネルフローが始まる高さが高くなり混合が促進されることが予想される。

斜坑内で断続的な重力流動が発生する場合、上盤側の見かけ降下速度が下盤側に比べ速くなり、このため混合が起きることが考えられるが、今回のモデル実験ではビーズの降下挙動は拘束された連続流動であり、このような断続的な重力流動に起因する斜坑特有の混合は起こらなかった。それにもかかわらず、立坑部の直径が100.2mmの場合、垂直のシステムより75°のものの方が混合がやや促進される傾向がみられた。これはファンネルフロー領域の大きさや領域内における速度場が若干立坑部の形状にも依存することを示している。しかしながら、その度合いは小さく、立坑部の直径が88.5mmの場合には立坑部の傾斜による混合の度合いの系統的な差はほとんど見られなかった。

第4章：着色鉱石を満鉱状態の立坑上部水平断面に敷き詰め、そのδレスポンスを見る測定法が、実際の立坑システムの混合特性を求める手段としても有



効であることがわかった。このような方法を用いて、田海、香春、甲州、武甲、巖朗の各鉱山の立坑システム及び風戸鉱山のホッパーの混合特性を求めた。

混合特性の測定を行った立坑システムのうち、田海鉱山と巖朗鉱山のシステムは、シュート、ホッパー部の構造及び推定される立坑部の径が等しく、また、同じような粒度分布を持つ鉱石を投入しているが、後者の方が立坑部の長さが大幅に短いにも拘らず、より混合が促進される傾向がみられた。これは、鉱石の降下挙動様式から推定されていた斜坑特有の混合が実際に起こっていることを示すものである。

斜坑システム内の降下速度場は、斜坑内における鉱石の不連続降下挙動と斜坑の傾斜に基づき生じる斜坑内速度場と、シュート、ホッパー近傍のファンネルフローに起因する下部速度場が合成されたものであるが、巖朗鉱山の場合、斜坑部の上盤方向とホッパーの抽出方向が一致しており、任意の水平断面内で相対的に上盤側にある鉱石が必ず先に出鉱するため、システム全体の混合特性を表す混合特性曲線と下部速度場に起因する混合特性を表す混合特性曲線との出鉱量軸方向の差が、斜坑内速度場に起因する混合特性となる。

巖朗鉱山のシステムの混合特性と田海鉱山のシステムの混合特性の出鉱量軸方向の差を巖朗鉱山の斜坑内速度場に起因する混合特性と考え、これに直線的な速度分布の仮定に基づく混合特性を適合させたところ、変数が1つであるにもかかわらず非常によく適合させることができた。このことから、斜坑内の降下速度分布として、近似的には直線的な速度分布を仮定して差し支えないこと

がわかった。

前述のように、スケールモデルによる実験の結果からファンネルフロー領域内の速度場を表す式が推定されているが、田海鉱山の混合特性に当てはめを試みたところ、やはり変数が1つであるにも関わらずよく適合させることができ、このような速度場が実際の立坑システムの下部速度場を表すものと考えてよいことがわかった。このように、斜坑内速度場と下部速度場を表す式がそれぞれ提案されたため、これらに基づき、巖朗鉱山においてベンチダウンにともない斜坑の長さが変化した際のシステムの混合特性を推定することが可能になった。また、提案された速度場の式は類似する斜坑システムの混合特性を推定する際にも有効であると考えられる。

第5章：混合特性から立坑システムの有効容量を推定するには立坑投入鉱石のかさ密度の値を知る必要がある。従来見かけ密度が約 $2.7\text{t}/\text{m}^3$ の石灰石のバルク状態のかさ密度は約 $1.6\text{t}/\text{m}^3$ とされてきたが、これは比較的程度の揃った物の値であり、広範な粒度分布を持つ立坑投入鉱石のかさ密度はより大きいものと考えられる。本章ではまずガラスビーズの粒度分布と空隙率の関係から、田海鉱山と巖朗鉱山の立坑投入鉱石についてかさ密度の推定を行い、それぞれのかさ密度の推定下限値として、 $1.78\text{t}/\text{m}^3$ 、 $1.82\text{t}/\text{m}^3$ という数値が得られた。田海鉱山におけるバケットローダーを用いた容積測定により推定される立坑投入鉱石のかさ密度の上限値が $2.06\text{t}/\text{m}^3$ であること、現場担当者の子視による推定過積率、立坑内における不連続降下挙動による二次的な締め固め効果の影響



などを考慮すると、一般的な石灰石鉱山における立坑投入鉱石のかさ密度としては、 $1.9 \sim 2.0 \text{ t/m}^3$ 程度の値が妥当であると考えられる。

1年程度の間隔をおいて測定された田海鉱山における混合特性から、上記のような結果に基づき計算した推定立坑容量の値と、立坑径の拡大が主に鉱石の打撃などの衝撃による坑壁の剥離によると考えた、立坑半径と累積出鉱量の関係を比較した。この立坑径拡大理論が定常状態の立坑径の拡大過程を表すのに適当かどうかを判断するためには、更に累積出鉱量が増えた段階で混合特性の測定を行い、その時点の立坑径を求めて確認する必要がある。

投入鉱石のステップ関数状の品位変動と立坑システムの混合特性から出鉱品位の変動を計算する式を求め、これに基づき峯明鉱山におけるケーススタディを行った結果、出鉱品位の変動パターン、及び、鉱山における品質管理を考える上で最も重要な指標である出鉱品位の最大変動幅が、管理単位ロット内の鉱面の投入順序、管理単位ロットの大きさ、立坑システムの混合特性に依存することが確認された。

第6章：立坑が閉塞するメカニズムには大きく分けて、大塊相互のかみ合いによるものと附着性のある微細粒子の粘着によるものがあり、それぞれのメカニズムに応じた閉塞防止の基準が提案されている。前者については、立坑径を立坑投入鉱石の最大粒径の3~6倍以上にすれば閉塞する確率が十分に低くなることが実験的に求められている。後者については、立坑内の鉱石の物性と圧密履歴に依存する降伏曲線が便宜上直線であると仮定し、降伏曲線の形状を表す

代表値として粘着力 $c$ 及び内部摩擦角 $\phi$ を用いると、立坑内の仮想アーチの自重と坑壁の摩擦支持力との釣合から、閉塞を防止するために必要な最小立坑径が求められる。また、完全な閉塞ではないが、閉塞にいたる前段階として閉塞現象の一形態と考えられるパイピングについても、パイプ内の応力の釣合方程式から求められた垂直方向の応力分布を表す式を用い、パイプの臨界高さ $c$ 、 $\phi$ の関係を表す式が導かれる。

広範な粒度分布を持つ立坑投入鉱石の場合、粗粒分はその物性にあまり影響を与えないといわれており、 $c$ や $\phi$ の値に影響する粒度の上限については諸説がある。どの説もおおむね10mm以下であるが、本研究では、ある程度余裕を見て、20mmまでの礫を含む試料を試験できる直径200mmのベッセルを備えた一面剪断試験機を開発した。

降下の際、静止と重力流動を繰り返す立坑内の鉱石の場合、静止時、つまり主働応力状態の立坑内の応力分布がわかれば、立坑内の鉱石が受ける圧密の状態がわかり、一面剪断試験の結果と合わせ、立坑内の任意の部分の鉱石の物性を推定することができる。主働応力状態にある貯槽内の垂直方向の応力の分布を表す式としてはJanssenの式がある。これは、最大主応力の方向が鉛直方向で水平断面内の応力分布が均一であること、及び壁面の摩擦による支持力が壁面に対する垂直応力に、また、壁面に対する垂直応力が最大主応力に比例すること、つまり、摩擦による支持力が鉛直方向の応力に比例することを前提としている。ジョイント要素を組み込んだFEM解析により、主働応力状態にある

立坑内の最大主応力の方向が、坑壁に近づくに従って鉛直方向からずれるようすが確認されたが、このずれは垂直方向の応力の分布にはあまり影響がなく、実用上Janssenの式で十分な精度が得られることがわかった。また、主働応力状態にある立坑の坑底の軸方向変位の拘束が解放され、立坑内の鉱石が坑壁の摩擦支持力のみで支えられる状態、つまり、立坑内が主働応力状態から弾性範囲内で受働応力状態に移った際の立坑内の応力分布を求めた結果、壁面に近いほど応力状態が高く、粘着性アーチが崩壊する際には、まず壁面近傍から崩壊することがわかった。

第7章：粘着性アーチの形成確率を左右する立坑内における鉱石の流動状態が、重力流動領域の立坑内伝播速度及びホッパー部における安息角のモニタリングを行うことにより、ある程度定量的に把握できる可能性が示された。4カ所の目貫に設置した風圧計及びホッパー上部に設置した2台の超音波レベル計による過去1年半に及ぶモニタリング結果から、重力流動領域の立坑内伝播速度と同じ鉱石のホッパー部における安息角との間には定性的に負の相関があり、いずれも泥分の量や含水率に依存する立坑内における鉱石の流動状態と密接な関係があることがわかった。さらに、モニタリングを行っている期間中に発生した3回の閉塞事例を検討した結果、人為的な要因あるいは大規模な坑壁の剝離等により突発的に発生する閉塞を除き、モニタリング結果をフィードバックさせた適切な泥分の投入管理を行うことによって、ある程度閉塞を予防することが可能であることがわかった。

以上の結果に基づく具体的な鉱石立坑システムの設計、及び運用のガイドラインを以下にまとめて示す。

#### 設計関係

##### 1) 断面形状

断面形状は掘削方法や、鉱石立坑に人道などを隣接するかどうかなどにより、矩形にする場合と円形にする場合が考えられる。円形の流体半径が矩形のそれに比べ大きいことから、閉塞を防止するのに必要な最低断面積は円形の方が矩形に比べ小さくて済むため、単位長さ当たりの掘削量の観点からは円形立坑の方が有利である。また、水平方向の地圧が大きい場合などに問題となる構造的な強度の観点からは、円形が最も有利である。さらに矩形の場合、どうしても角にいつきが発生し易いため、有効容量の観点からも断面形状は円形が有利である。以下、立坑の断面形状は円形であるものとし議論を進める。

##### 2) 立坑径

立坑径は小さければ小さいほど掘削に要する経費は少なくて済むが、投入する鉱石の最大粒度や物性などによりその下限値が規定される。また、当然のことながら貯鉱容量は立坑径の2乗に比例して大きくなるが、通常の立坑システムにおいて、貯鉱は副次的な意味しか持たないため、貯鉱容量の観点から立坑径が規定されることはほとんど無いといってよい。素掘りの立坑の場合、立坑径は使用とともに拡大し、閉塞の危険性は徐々に低くなる。

インターロッキングアーチの発生確率は、立坑径と投入される鉱石の最大粒



径の比に依存し、経験的にこれが5より大きい場合には、インターロッキングアーチが形成されることはほとんど無いとされている。大塊の発生率は岩盤の物性や発破設計に依存するため、小割りせずに処理される鉱石の最大粒度は個々の鉱山によって異なるが、一般的に大規模な露天掘りの鉱山では1m程度までの鉱石はそのまま処理されることが多い。

一方、垂直立坑内での粘着性アーチの形成を防止するためには、立坑径Dが

$$D > \frac{4c(1 + \sin\phi)}{\rho}$$

を満たす必要がある。ここでcとφは立坑投入鉱石の粘着力と内部摩擦角、ρはかさ密度である。投入鉱石の物性は粒度分布、含水率、圧密の度合いなどに依存するため立坑の設計段階で正確な値を把握することは難しい。このため立坑径はある程度余裕を持って設計されるのが普通である。

### 3) 傾斜、方向及び長さ

立坑の傾斜、方向及び長さは主に鉱床の形状や位置、あるいは周辺岩盤の状況により決定されることが多いが、ある程度選択の余地がある場合も少なくない。一般的に斜坑は垂直立坑に比べ混合が促進されるため、種類の異なる鉱石をステップ関数状に投入した場合の出鉱品位の変動を抑える、つまり立坑システム内でブレンディングを行うのに有利である。ただし、シュート、ホッパー部からの鉱石の出鉱方向が斜坑の下盤から上盤に向かう方向と等しくない場合、この効果は減少する。特に出鉱方向が斜坑の上盤から下盤に向かう方向に等し

い場合、システム全体として見かけ上ほとんど混合が起こらないという状態になることも考えられる。また斜坑はその断面が同じ場合、垂直立坑に比べ閉塞が発生しにくいという利点もある。一方、単一の立坑を種々の用途別の鉱石の運搬経路として使用する場合、その切り替えロスはできるだけ少ない方が好ましいが、このためには混合が相対的に少ない垂直立坑の方が有利である。このように立坑の傾斜及び方向は、ある程度選択の余地がある場合、その使用目的に応じて決定されることが望ましい。

また、立坑の傾斜によっては混合特性がその長さにも依存するため、立坑の長さも鉱床の位置や必要な有効容量の確保といった観点からのみならず、混合特性の面からも立坑の傾斜と関連して検討をする必要がある。

### 4) 周辺岩盤とライニング

ライニングは、坑壁及び立坑の下部構造の保護と、いつき及び坑壁と鉱石間のインターロッキングの軽減を目的として施される。しかしどのようなライニングも使用とともに摩擦するため定期的な改修作業が必要となり、初期投資だけでなくかなりのメンテナンスコストがかかる。特に大規模な立坑の場合、立坑内全面にライニングを施すことは特殊な場合を除き経済的でない。大規模な立坑システムの場合、その下部構造にのみライニングが施されるのが普通である。立坑部のライニングの有無に関わらず、ある程度規模の大きな立坑は坑壁の保護のため満鉱状態で運用されるが、この際掘削の坑壁は使用とともにほぼ均等に摩擦し鋭い凹凸がなくなるため、いつきとインターロッキングを軽減



するというライニングを施す目的の一つは時間とともにある程度達成される。また、立坑は断層、破砕帯などを避けた位置に掘削するのが原則であるため、溝鉱管理を行っている限り、インターロッキングアーチを形成し立坑閉塞に直結するような大規模な坑壁の剥離が発生することは希である。さらに、貯鉱容量や閉塞防止の観点からはむしろある程度立坑径が拡大した方が好ましい上、一般的に立坑径の拡大は径が大きくなるにつれ緩やかなものとなり、無制限に拡大するものではないため、溝鉱管理ができる立坑システムにおいては、種々の事情から立坑径の拡大が極端に制限される場合や、周辺岩盤及び餅混入の問題がある場合を除き、立坑部のライニングは必要ないと考えられる。

#### 5) 立坑の屈曲

溝鉱状態での管理が難しい小規模な立坑の場合、投入鉱石によるシュートへの衝撃を緩和するため立坑底近傍で立坑を屈曲させることがある。大規模立坑においては溝鉱管理が原則なので、シュートへの衝撃を緩和する意味合いは小さく、立坑途中の屈曲は、むしろ岩盤の悪い領域などを回避するための手段の一つと考えられている。一般的に、屈曲の顎の部分には他の部分に比べ摩擦が激しく、また、顎と反対側にはいつきが発生し易くなる。このようないつきは立坑閉塞のきっかけとなることがあるため、屈曲は必要最小限にとどめるのが好ましい。

#### 6) 下部構造

立坑と下部構造との結合部では流動断面や流動方向が変化するが、このよう

な不整合が大きすぎると立坑内の屈曲と同じ問題が発生する。また、流動断面の減少や流動方向の変化はファンネルフローを発生させ、それによる混合を促進する。このため、混合を抑えるためには立坑と下部構造との結合部や下部構造自体をできるだけ単純化し、流動断面や流動方向の変化を必要最小限にとどめる必要がある。逆に複数のシュートの設置など下部構造の複雑化は閉塞の危険性を増大させるものの、混合の促進に寄与する場合がある。

#### 7) モニタリング用の目貫

鉱石立坑に投入される鉱石の粒度や物性は一定ではなく、立坑内における鉱石の流動状態は刻一刻と変化している。これは見方を変えると鉱石立坑の設計の余裕度が刻一刻と変化しているということである。このため、立坑閉塞を未然に防ぐために流動状態のリアルタイムモニタリングを行うことが望ましい。立坑の有効容量が少なく、投入と出鉱の位相のズレが小さいシステムの場合、立坑下部における安息角の測定が有効であるが、ある程度以上の長さの立坑の場合、立坑上部における重力流動領域の伝播速度のモニタリングが必要になる。このためには立坑上部に、立坑に貫通する目貫が少なくとも2カ所以上必要である。一般的に100mを越えるような立坑の場合、掘削時の必要性から途中で複数の目貫が存在するが、もし立坑部にまったく目貫がない場合には、適当な位置にモニタリング用の目貫を開削するか、立坑に貫通するボーリングをうつことが望ましい。また、圧力変動の目貫間の相互干渉を避ける意味から、目貫間は最低50m程度以上離れていることが望ましい。

## 運用関係

## 1) 品質管理

鉱山における品質管理は従来、余掘りや上下盤の剥離などによる研混入を如何に制御し目的の品位を出すかということに主眼がおかれてきた。しかし、近年の鉱山の大規模化、切羽の集約による鉱石の管理単位ロットの増大は、新たに出鉱品位の変動制御の必要性を提起している。逆に出鉱品位の変動が問題となり切羽の集約が進まない事態も考えられる。

鉱石立坑システムを導入している鉱山の出鉱品位の変動は、立坑投入鉱石の品位変動と立坑システムの混合特性に依存する。鉱石立坑システムの混合特性は、特に斜坑を有するシステムの場合、ベンチダウンにともなう立坑長の減少や、使用にともなう立坑径の拡大などの立坑形状の変化に影響されるため、一定期間毎にシステムの混合特性の測定を行い、常に現時点の混合特性を把握しておく必要がある。そして、それぞれの時点での混合特性に基づく最適な投入順序及び管理単位ロットの大きさを決め採掘計画を立てることが好ましい。

多成分の管理を行う場合を除き、最適な鉱面の投入順序は比較的簡単に決定されるが、最適な管理単位ロットの大きさは、許容し得る品位の最大変動幅や切羽展開上の制約などに基づく総合的な判断により決定されるべきである。

また、起砕鉱石の粒度分布の測定も逐次行いバルク状態の立坑投入鉱石のかさ密度を求め、これと混合特性から立坑システムの有効容量を常に把握しておくことも重要である。

## 2) 閉塞防止

立坑閉塞の主要な原因としては、インターロッキングアーチの形成によるものと粘着性アーチの形成によるものがあるため、立坑閉塞を防止するための投入鉱石の管理には2系統の管理体系が必要である。

一方はインターロッキングアーチの形成を防止することを目的としたもので、これはいうまでもなく大塊の投入管理が主体となる。最も簡単な方法は立坑投入到にグリズリーバーを設置することであるが、インビットクラッシャーを導入し、投入前段階で鉱石の一次破碎を行うのが最も確実である。また、近年盛んに開発が行われている、道路補修用ミールンマシンを改良したサーフェスマイナーを始めとする機械掘削機の導入は、このような観点からも有効である。さらに、ある程度規模が大きな立坑の場合、満鉱管理を行い投入鉱石の衝撃による大規模な壁面の剥離を極力防止することも重要である。

もう一方は粘着性アーチの形成を防止することを目的としたもので、泥分の投入管理が主体となる。たいていの場合、長期的に見た、投入すべき泥分の総量は規定されているため、天候や地下水の状態による投入鉱石中の含水率の変動に対応した投入管理を行うのが普通である。このためには、鉱石の微粒分の物性の含水率依存性を定量的に把握しておくことも重要である。また、泥分を大量にまとめて投入するようなことは絶対に避けるべきであるが、少量でも常に立坑の特定の側の壁面に沿って投入されるような状態が続くと、泥分の投入される側の坑壁に集中的にいつきが発生し、立坑閉塞を誘発する可能性がある。



泥分の投入に関しては立坑内における混合を期待せず、投入口におけるブレンディングを実施すべきである。

また、立坑内の鉱石の流動状態を客観的に把握するため、重力流動の伝播速度、あるいは立坑が短い場合、安息角のモニタリングを行い、その結果を泥分の投入管理にフィードバックすることが望ましい。しかし、モニタリングに関してはまだ実績が少なく、現在田海鉱山において採用している管理基準が必ずしも最適であるという保証はないため、今後ともデータの蓄積が必要なことはいうまでもない。さらに、投入鉱石の物性の変化をより早期に把握するため、立坑口と最上部の目貫間における重力流動の伝播速度測定を行うことも考える必要がある。

## 謝 辞

本研究を結ぶにあたり、まず小生が学生の頃より終始変わらず大局的見地から公私にわたって心温まる御指導と御助言を賜った東京大学工学部資源開発工学科の山口梅太郎教授に深甚なる感謝の意を表します。また、山口先生とともに小生の学生時代の指導教官であられた同学科故下谷高瀧助教授には、特に小生が本学に奉職して以来、公私にわたり御世話になり、奉職当時学問とは無縁の身であった小生に、学術研究に携わる者としての基礎を御教授戴きました。心より感謝致すとともに改めて御冥福を御祈り申し上げます。下谷先生の後を引き継がれた同学科の山富二郎助教授には、以前より個人的に大変御世話になっていましたが、本論文を纏めるにあたって、短い期間の間に数多くの貴重かつ適切な御助言を戴き改めて心より感謝致します。同学科岩石工学科の高須剛志技官には、実験室実験及び現場実験の両方を通じて献身的な御協力を戴き、杉浦匡子技官には日頃の業務を遂行する上で数々の便宜を計って戴きました。心から感謝致します。

東京大学工学部資源開発工学科の教職員の皆様からは様々な御援助を受けました。中でも西松裕一教授及び井上外志雄教授からは幾多の有益な御教示と御助言を賜り、岡野靖彦助教授、大久保誠介助教授からは研究を遂行する上での貴重な御示唆を数多く戴きました。厚く御礼を申し上げます。

わが国の大学の厳しい経済状況の中にあって、小生の拙い研究を最後まで遂



行する事ができましたのは、偏に日本セメント株式会社の御厚意の賜物であります。同社資源事業部の皆様には現場における貴重なノウハウを数多く御教示戴きましたが、わけても同社楠木寛氏及び明星セメント株式会社の茂田井彦氏には、現場実験及び現場における数多くの討論を通して貴重な御示唆を戴いた上、個人的にも終始変わらぬ御厚情を賜り感謝に堪えません。また、明星セメント株式会社糸魚川工場鉱業課（田海鉱山）、日本セメント株式会社上磯工場採掘課（巖間鉱山）、同社香春工場採掘課、同社土佐工場採掘課、武甲鉱業株式会社武甲鉱業所、風戸鉱業株式会社風戸鉱業所、甲州採石株式会社初狩鉱業所の皆様及び西日本産業株式会社古川治彦氏には、現場実験に際して小生の数限りないわがままを聞き、かつ、実験の遂行にこの上ない便宜を計って戴きました。深く感謝を申し上げます。

最後に、東京大学及び同大学院の卒業生、中川哲夫、安永薫、佐野隆昭、松田龍介、大塚和也、米谷達也、久米真司、佐藤洋の諸氏は卒業論文研究の一環として本研究に協力されました。御協力に感謝致します。

#### Appendix.1 斜坑における真の混合特性に関する一考察

平均粒径 $\bar{k}$ のものの混合特性が、理論的に真の混合特性に等しくなるための条件について考察する。出鉱量 $G'$ に対する粒径 $k$ のものの混合特性を $q(k, G')$ 、その粒径の鉱石が全体に占める割合を $p(k)$ とすると、全体の混合特性 $Q(G')$ の逆関数 $G'(Q)$ は、それぞれの粒径のものの混合特性の逆関数 $g(k, Q)$ の加重平均となるため、

$$G'(Q) = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} g(k, Q) \cdot p(k) \, dk \quad (A1-1)$$

と表される。また、平均粒径 $\bar{k}$ は

$$\bar{k} = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k \cdot p(k) \, dk \quad (A1-2)$$

で定義される。

平均粒径 $\bar{k}$ のものの混合特性が、全体の混合特性に等しくなるためには

$$G'(Q) = g(\bar{k}, Q) \quad (A1-3)$$

または、

$$\int_{k_{\min}}^{k_{\max}} g(k, Q) \cdot p(k) \, dk = g\left(\int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k \cdot p(k) \, dk, Q\right) \quad (A1-4)$$

が成り立てばよい。

粒度分布関数 $p(x)$ は、

$$\int_{k_{\min}}^{k_{\max}} p(k) dx = 1 \quad (\text{A1-5})$$

なので、任意のQにおいてkとg(k,Q)の間に

$$g(k,Q) = \alpha k + \beta \quad (\text{A1-6})$$

のような線形関係があれば、(A1-4)式の左辺は、

$$\int_{k_{\min}}^{k_{\max}} (\alpha k + \beta) \cdot p(k) dk = \alpha \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k \cdot p(k) dk + \beta \quad (\text{A1-7})$$

となり、(A1-6)式の関係から(A1-4)式が成り立つ。

平均等体積球相当径が $k_1$ の大塊と $k_2$ の小塊の混合特性が求められている場合、大塊と小塊それぞれの混合特性曲線の任意のQに対する $G'$ をそれぞれ $g_1$ 、 $g_2$ とし、kとg(k,Q)の間に線形な関係が保たれているものとする、そのQに対する真の $G'$ 、 $g_{\text{real}}$ は、

$$g_{\text{real}} = \frac{K(g_1 - g_2) + k_1 g_2 - k_2 g_1}{k_1 - k_2}$$

となる。ここでKは立坑投入鉱石の平均等体積球相当径である。

## Appendix.2 バッキング(充填)の基礎理論

同じ粉粒体でも、条件により充填の状態は千差万別である。一般的に、充填に影響を及ぼす因子としては、

a) 粒子に関するもの

形状、大きさ、粒度分布、量、弾性係数、形状回復力、表面物性

b) 容器に関するもの

形状、大きさ、弾性係数、表面物性

c) 投入に関するもの

投入速度、投入方法

d) 充填後の処理に関するもの

振動による締りめ、圧密

など、実に様々なものがある<sup>1)</sup>。これら全てを考慮することは到底無理で、全てを包括するような理論はない。ここでは理想的な条件のもとにおけるいくつかの基礎的な理論について述べる。

粒径も密度も等しい球を充填する場合、空隙率(あるいはかさ密度)は球の配列方式により決まる。配列方式の代表的なものをfig.A-1a-cに示す。これら以外にも、立方体の各頂点に球の中心が配置される単純立方型や、正四面体の各頂点とその重心に球の中心が配置される立方ダイヤモンド型など色々なものが考えられる。全体が、それぞれの配列方式だけで充填された場合の理論的な

空隙率を table. A-1 に示す。実際には充填された球の配列は一樣ではなく、また、粒子間のインターロッキング作用による局部的なアーチ構造（空隙）なども存在するため、理論的に空隙率を推定することは極めて難しい。しかし、同一条件で繰り返し充填を行った場合、かさ密度の再現性はかなり高いのが普通である。

それでは、何種類かの粒径のものを混合して充填する場合、空隙率はどうなるのであろうか。粉粒体の粒度分布と空隙率の関係は、戦前から、骨材によるコンクリートの比重コントロールのため数多く研究された。理想的な条件のもの以外については、ほとんどが実験に基づく経験式である。一般的には、粒径の異なる何種類かの球を混合して充填する場合、単一粒径の球の充填よりかさ密度が大きくなる。一例として、単一粒径の球により充填されている隙間を埋めるように粒径の充分に小さな球を配置すれば、全体の体積が増えることなく小さな球の分だけ重量が増えるので、かさ密度は増大する。粒径  $d$  の球で最密充填されている空隙を、体積を増大させずにそこに入れることができる最も大きな球で2次充填し、更にその空隙を、体積を増大させないような最も大きな球で3次充填するといったことを繰り返す場合の、高次充填される球の相対的な大きさと高次充填にともなう空隙率の変化を table. A-2 に示す。

今度はもう少し現実的な視点から、大きさの違う粒子の混合により空隙率を減少させることを考えてみる。fig. A-2 に示すように、密度  $\rho_p$  で大きさの異なる粒子  $P_i$  ( $i = 1 \sim n$ ) が、それぞれ容積  $v_i$  の容器に同じ空隙率  $\gamma$  で充填

されているものとする、個々のかさ密度  $\rho_b$  は  $v_i$  によらず一定で、

$$\rho_b = (1 - \gamma) \rho_p$$

と表わされる。これらが混合されずに独立して存在するとすると、全体の体積  $V$  は、

$$V = \sum v_i = \frac{V_p \rho_p}{\rho_b}$$

( $v_p$  は粒子だけの総体積)

である。それぞれの容器の  $P_i$  が最も密になるように混合される、つまり、小さい粒子が大きい粒子の空隙に完全に入り込んで、全体の体積が変わらないような混合が起きるとすれば、全ての粒子を混合した際の体積  $V_c$  は  $v_i$  に等しく、

$$V_c = v_i = \frac{V_{p_i} \rho_p}{\rho_b}$$

( $v_{p_i}$  は粒子  $P_i$  だけの体積)

である。実際には、大きさの違う粉粒体どうしを混合した場合、全体の体積  $V_c$  は  $V$  と  $v_i$  の間の任意の値をとることが知られている。そこで

$$y = \frac{V - V_c}{V - v_i}$$

とすると、

$$V_c = V - y (V - v_i)$$

$$= \rho_p \{ v_p - y (v_p - v_{p_i}) \} / \rho_b$$

となる。混合後のかさ密度  $\rho_c$  は、



$$\begin{aligned}\rho_c &= \frac{V_p \rho_p}{V_c} \\ &= \frac{V_p \rho_p}{\rho_p \{v_p - y (v_p - v_{p1})\} / \rho_b} \\ &= \frac{\rho_b}{1 - \{y (v_p - v_{p1}) / v_p\}}\end{aligned}$$

で表わされる。 $\rho_p$ 、 $\tau$ 、 $v_{p1}$ が一定とすると、 $\rho_b$ はおのずと一定になるの  
で、空隙率を下げる、つまり $\rho_c$ を大きくするためには、 $y$ を1に近づけるか、  
 $v_p$ を大きくすればよいことが分かる。 $n$ が大きくなると $v_p$ は大きくなるが、  
 $y$ は減少することが経験的に知られている<sup>1)</sup>。

fig. A-3 のように混合するものとすれば $v_p$ は、

$$v_p = (1 - \tau^n) v_1$$

のように $n$ の関数になる。また、粒子 $P_i$ が粒径 $d_i$ の球のとき、

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_3}{d_2} = \frac{d_n}{d_{n-1}} = K^{1/(n-1)} = k$$

とすると、 $n=2$ の系においては

$$y = 1.0 - 2.62k + 1.62k^2$$

の関係があることが知られている<sup>1)</sup>。このような $y$ と $n$ の関係は実験によってし  
か求めることができない。しかしこのように、 $v_p$ も $y$ も $n$ の関数として表わ  
すことができれば、粒子の大きさや量の組合せと空隙率の関係を計算すること

も可能になる。

#### 参考文献

- 1) Gray W. A., The Packing of Solid Particles, Chapman and Hall LTD, London, (1968)
- 2) 森本信男, 砂川一郎, 都城秋穂: 鉱物学, 岩波書店, (1975)

## Appendix 3 線形及び非線形最小二乗法

最小二乗法は、実験等により得られた  $n$  個の測定値の組  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 、 $\dots$ 、 $(x_n, y_n)$  に対して、ある関数  $f(x, \{z_i\})$  を当てはめるとき、最もよく当てはまるようなパラメータの組  $\{z_i\}$  を求めるための有力な手段である。ここでは便宜上ある関数  $f$  として  $x$  に関する 1 次方程式を考え、更に測定値  $(x_i, y_i)$  のうち  $x_i$  の値の方は正しいものとする。このような場合、パラメータ  $z_i$  は  $x^{(i)}$  の項の係数及び定数項を意味する。また、最もよく当てはまるとは、各測定値の誤差を考慮した上で、関数  $f$  に基づきそれぞれの  $x_i$  に関して計算した  $\hat{y}_i$  の尤度（もともらしさ）が最も大きくなるということである。これは具体的には、後ほど導かれるように、誤差が正規分布をしていると仮定した場合、関数  $f$  に基づきそれぞれの  $x_i$  に関して計算した  $\hat{y}_i$  と実測値  $y_i$  の差の二乗に、各測定値の誤差の大きさに基づく重み付けをしたものの和が最も小さくなることをいう。記号「 $\hat{\cdot}$ 」は真の値の推定値または真の値の推定値に基づき計算された値を意味する。

いま、各測定値の誤差がそれぞれ独立した分散  $\sigma_i^2$  をもつ正規分布をしていると仮定すると、関数  $f$  に基づき計算された  $\hat{y}_i$  の尤度は、

$$L(\hat{y}_i | y_i) = (2\pi\sigma_i^2)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2\sigma_i^2}\right\} \quad (\text{A3-1})$$

で表わされる。全計算値  $\{\hat{y}_i\}$  に対する尤度は (A3-1) 式の積、

$$L(\{\hat{y}_i\} | \{y_i\}) = \prod_{i=1}^n L(\hat{y}_i | y_i) \\ = (2\pi)^{-n/2} \left(\prod_{i=1}^n \sigma_i^2\right)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / \sigma_i^2\right\}$$

となるので、これをパラメータの推定値  $\{\hat{z}_i\}$  に関する尤度として書き直すと、

$$L(f(\{\hat{z}_i\}) | \{y_i\}) \\ = (2\pi)^{-n/2} \prod_{i=1}^n \sigma_i^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{y_i - f_i(\{\hat{z}_i\})\}^2 / \sigma_i^2\right] \quad (\text{A3-2})$$

となる。この (A3-2) 式が最大値をとる、つまり最ももともらしくなるようにパラメータの推定値の組  $\{\hat{z}_i\}$  を求める。このためには

$$S(\{z\}) \equiv \sum_{i=1}^n [y_i - f_i(\{z\})]^2 / \sigma_i^2$$

を最小にしてやればよいことがわかる。これを最小二乗条件という。ここで  $y_i - f_i(\{z\})$  を残差、 $1/\sigma_i^2$  を重み ( $\omega_i$ ) という。 $\omega_i$  は、最ももともらしい  $\{z_i\}$  を求める際に、誤差のばらつきが大きいデータの重みを軽くし、信頼性の高いデータに重きをおく役割を果たすものである。

具体的な例として、測定値の組  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 、 $\dots$ 、 $(x_n, y_n)$  に、

$$f_i(\{z\}) = z_1 x_i^2 + z_2 x_i + z_3$$

というモデルを当てはめるとき、最適なパラメータの組  $\{z_i\}$  を求める場合

について考える。

$$f_1(\{z\}) = \sum_{j=1}^3 A_{1j} z_j$$

とすると、 $A_{11} = x_1^2$ 、 $A_{12} = x_1$ 、 $A_{13} = 1$ である。ここで、

$$S(\{z\}) = \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^3 A_{1j} z_j)^2 / \sigma_1^2$$

が最小値をとるようにするということは、

$$\frac{\partial S(\{z\})}{\partial z_k} = 0 \quad (k=1 \sim 3)$$

ということである。

$$S(\{z\}) = \sum_{i=1}^n \{y_i - (A_{11} z_1 + A_{12} z_2 + A_{13} z_3)\}^2 / \sigma_1^2$$

なので、

$$\frac{\partial S(\{z\})}{\partial z_k} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^3 A_{1j} z_j) A_{1k} / \sigma_1^2 = 0$$

となる ( $k=1 \sim 3$ )。ここで  $z_1$  が未知数なのでこれについて整理すると、

$$\sum_{j=1}^3 \left( \sum_{i=1}^n A_{1j} A_{1k} / \sigma_1^2 \right) z_j = \sum_{i=1}^n (A_{1k} / \sigma_1^2) y_i \quad (k=1 \sim 3)$$

となる。これを  $k=1$  の場合について書き下すと、

$$\begin{aligned} & (A_{11} A_{11} / \sigma_1^2 + A_{21} A_{21} / \sigma_2^2 + \dots + A_{n1} A_{n1} / \sigma_n^2) z_1 \\ & + (A_{12} A_{11} / \sigma_1^2 + A_{22} A_{21} / \sigma_2^2 + \dots + A_{n2} A_{n1} / \sigma_n^2) z_2 \\ & + (A_{13} A_{11} / \sigma_1^2 + A_{23} A_{21} / \sigma_2^2 + \dots + A_{n3} A_{n1} / \sigma_n^2) z_3 \end{aligned}$$

$$= (A_{11} / \sigma_1^2) y_1 + (A_{21} / \sigma_2^2) y_2 + \dots + (A_{n1} / \sigma_n^2) y_n$$

$$\therefore (x_1^2 x_1^2 / \sigma_1^2 + x_2^2 x_2^2 / \sigma_2^2 + \dots + x_n^2 x_n^2 / \sigma_n^2) z_1$$

$$+ (x_1 x_1^2 / \sigma_1^2 + x_2 x_2^2 / \sigma_2^2 + \dots + x_n x_n^2 / \sigma_n^2) z_2$$

$$+ (1 \cdot x_1^2 / \sigma_1^2 + 1 \cdot x_2^2 / \sigma_2^2 + \dots + 1 \cdot x_n^2 / \sigma_n^2) z_3$$

$$= (x_1^2 / \sigma_1^2) y_1 + (x_2^2 / \sigma_2^2) y_2 + \dots + (x_n^2 / \sigma_n^2) y_n$$

となる。同様に  $k=2$ 、 $k=3$  の場合についても  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$  に関する式を

立て、3元連立方程式として解けばよい。

$\sigma_1^2$  はそれぞれの測定値の自己共分散である。つまり、 $x_1$  における測定値

が  $\{y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1L}\}$  のように  $L$  個ある場合、その平均値を  $y_1$  と

すると、

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (y_{1j} - y_1)^2 = \left\{ \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (y_{1j}^2) \right\} - y_1^2$$

$$\left( \text{ここで } y_1 = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L y_{1j} \right)$$

である。

測定値に当てはめようとする関数  $f(x, \{z_i\})$  が、例えば周期関数のような非

線形関数であるときには、上記で述べたような線形最小二乗法の解法では解が

特定できない。このような場合、なんらかの方法で推定されたパラメータの初

期値  $\{z_i\}^{(0)}$  から  $k$  回の反復改良によって得られた  $k$  次推定量  $\{z_i\}^{(k)}$  を、



更に改良することを考える。そして、改良による残差二乗和の減少が、残差二乗和に対して充分に小さくなったとき  $\{z_i\}$  の値は充分に改良されたものと見なし、これを正解と考える。これが非線形最小二乗法の基本的な考え方である。

いま、 $f(\{z\})$  を  $\{z_i\}^{(k)}$  のまわりでテーラー展開し一次近似をとると、

$$f(\{z\}) = f(\{z\}^{(k)}) + \left[ \frac{\partial f(\{z\})}{\partial \{z_i\}} \right]_{z=\{z_i\}^{(k)}} (\{z_i\} - \{z_i\}^{(k)}) \quad (i = 1 \sim m)$$

となる。より残差二乗和が少ない  $\{z_i\}^{(k+1)}$  を得るため、 $n$  組の測定値に対し、次式を最小にするような  $\Delta\{z\} = (\{z_i\} - \{z_i\}^{(k)})$  を求める。

$$S(\Delta\{z\}) = \sum_{i=1}^n \{y_i - f(\{z\})\}^2 / \sigma_i^2 \quad (A3-3)$$

パラメータ  $\{z_i\}$  の個数を  $m$ 、また  $y_i - f_i(\{z\}^{(k)}) = \Delta y_i$  とすると (A3-3) 式は、

$$S(\Delta\{z\}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \Delta y_i - \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial z_j} \Delta z_j \right\}^2 / \sigma_i^2 \quad (A3-4)$$

となる。 $\frac{\partial f_i}{\partial z_j}$  とは、 $\frac{\partial f}{\partial z_j}$  の  $x$  に  $x_i$  の値を代入したものを示す。

(A3-4) 式が最小となるためには、

$$\frac{\partial S(\Delta\{z\})}{\partial z_k} = -2 \sum_{i=1}^n \left\{ \Delta y_i - \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial z_j} \Delta z_j \right\} \frac{\partial f_i}{\partial z_k} / \sigma_i^2 = 0 \quad (k = 1 \sim m)$$

である必要がある。 $\Delta z_j$  が未知パラメータなので、これについてまとめると、

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial z_j} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial z_k} / \sigma_i^2 \right] \Delta z_j = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f_i}{\partial z_k} / \sigma_i^2 \right] \Delta y_i \quad (k = 1 \sim m)$$

となる。書き下すと、

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_1} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_1} \frac{\partial f_2}{\partial z_1} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_1} \frac{\partial f_n}{\partial z_1} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_1 \\ & + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_2} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_2} \frac{\partial f_2}{\partial z_1} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_2} \frac{\partial f_n}{\partial z_1} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_2 \\ & \dots \dots \dots \\ & + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_m} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_m} \frac{\partial f_2}{\partial z_1} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_m} \frac{\partial f_n}{\partial z_1} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_m \\ & = \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_1} / \sigma_1^2 \right] \Delta y_1 + \left[ \frac{\partial f_2}{\partial z_1} / \sigma_2^2 \right] \Delta y_2 + \dots + \left[ \frac{\partial f_n}{\partial z_1} / \sigma_n^2 \right] \Delta y_n \\ & \dots \dots \dots \\ & \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_1} \frac{\partial f_1}{\partial z_2} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_1} \frac{\partial f_2}{\partial z_2} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_1} \frac{\partial f_n}{\partial z_2} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_1 \\ & + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_2} \frac{\partial f_1}{\partial z_2} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_2} \frac{\partial f_2}{\partial z_2} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_2} \frac{\partial f_n}{\partial z_2} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_2 \\ & \dots \dots \dots \\ & + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_m} \frac{\partial f_1}{\partial z_2} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_m} \frac{\partial f_2}{\partial z_2} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_m} \frac{\partial f_n}{\partial z_2} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_m \\ & = \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_2} / \sigma_1^2 \right] \Delta y_1 + \left[ \frac{\partial f_2}{\partial z_2} / \sigma_2^2 \right] \Delta y_2 + \dots + \left[ \frac{\partial f_n}{\partial z_2} / \sigma_n^2 \right] \Delta y_n \\ & \dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_1} \frac{\partial f_1}{\partial z_m} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_1} \frac{\partial f_2}{\partial z_m} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_1} \frac{\partial f_n}{\partial z_m} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_1 \\
 & + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_2} \frac{\partial f_1}{\partial z_m} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_2} \frac{\partial f_2}{\partial z_m} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_2} \frac{\partial f_n}{\partial z_m} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_2 \\
 & \dots \dots \dots \\
 & + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_m} \frac{\partial f_1}{\partial z_m} / \sigma_1^2 + \frac{\partial f_2}{\partial z_m} \frac{\partial f_2}{\partial z_m} / \sigma_2^2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial z_m} \frac{\partial f_n}{\partial z_m} / \sigma_n^2 \right] \Delta z_m \\
 & = \left[ \frac{\partial f_1}{\partial z_m} / \sigma_1^2 \right] \Delta y_1 + \left[ \frac{\partial f_2}{\partial z_m} / \sigma_2^2 \right] \Delta y_2 + \dots + \left[ \frac{\partial f_n}{\partial z_m} / \sigma_n^2 \right] \Delta y_n
 \end{aligned}$$

となる。線形の場合と同様に、これで  $m$  元の連立方程式ができたので、これを解いて  $\Delta z_1$  を求め、

$$z_1^{(k+1)} = z_1^{(k)} + \Delta z_1$$

により改良された推定値  $z_1^{(k+1)}$  を求める。繰り返し計算の収束は、改良による残差二乗和の減少率  $\Delta S$  が改良前の残差二乗和  $S^{(k)}$  に対し、

$$\Delta S \leq (1 + S^{(k)}) \cdot 10^{-x}$$

となったかどうかで判定する。つまり  $\Delta S$  が  $S^{(k)}$  に対して充分小さくなったら正しい  $\{z_1\}$  が得られたものとする。  $x$  の値としては通常 4~5 程度を選ぶが、計算機の丸め誤差との関連においてケースバイケースで調節する。

## 参考文献

- 1) 中川徹, 小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, (1982)

配列方式	接触点の数	空隙率 %
最密充填型	12	25.95
体心立方型	8	31.98
単純立方型	6	47.64
立方ダイヤモンド型	4	65.99

table.A-1 Systematic assemblages of spheres<sup>2)</sup>.

	1次	2次	3次	4次	5次
充填される球の直径	d	0.414d	0.225d	0.177d	0.116d
個数の比率	1	1	2	8	8
空隙率 %	26.0	20.7	19.0	15.8	14.9

table.A-2 Hypothetical packings of spherical particles of different sizes<sup>1)</sup>.

fig.A-1b Cubic closest packing[2].

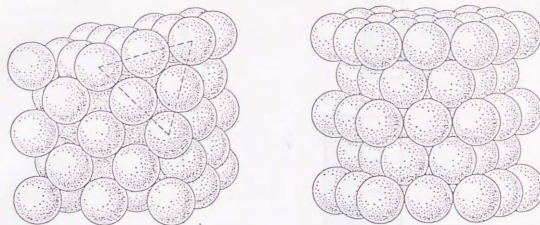


fig.A-1a Hexagonal closest packing[2].

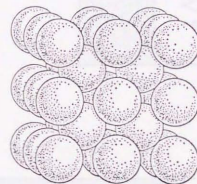


fig.A-1c Body centered type packing[2].



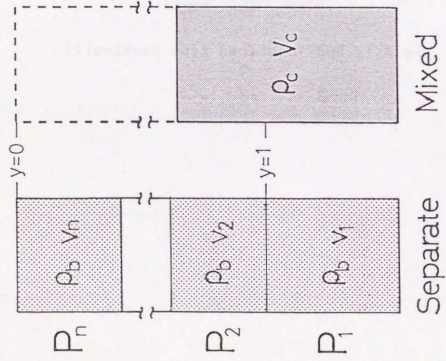


fig.A-2 State of packing before and after mixing.

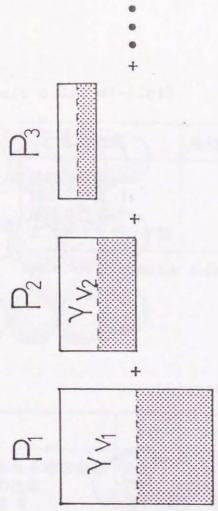


fig.A-3 An example of mixing.

