数値解析による有限ピッチ翼列の
旋回失速に関する研究

西　澤　敏　雄

数値解析による有限ピッチ翼列の旋回失速に関する研究

西　澤　敏　雄

目　次

第３章　単独翼列に発生する旋回失速 ……58

第４章　案内羽根付き動翼列に発生する旋回失速 ……119

第５章　振動翼列に発生する旋回失速 ……153

第1章　序論

1－1　本研究の背景

軸流圧縮機や軸流ファン等の回転機械に発生する旋回失速や失速フラッタの現象は回転機械の作動の不安定をもたらすだけでなく、翼列中の翼が共振や疲労により破損に至るという点で安全性、信頼性の面でも重要な問題である。近年、航空用として高圧力比、大流量の軸流圧縮機やファンが開発されるに従って、翼は薄肉化、長大化される方向にあり、翼の疲労破損の問題はますます重要になってきている。旋回失速や失速フラッタは結局は翼の失速に起因する現象であり、旋回失速は翼列の失速特性と翼列周辺の非定常流れとの連成に基づいて発生する流体力学的自励振動現象であり、失速フラッタは翼の弾性振動と失速した翼周辺の流れ場との連成によって発生する空力弾性的な自励振動である。

これらの現象を原因とする翼の破損を避けるためには旋回失速や失速フラッタの発生を抑えれば良いわけであるが、このためにはまず旋回失速や失速フラッタの発生のメカニズムと限界を知ることが重要である。一方、旋回失速の発生は多段軸流圧縮機では起動時や停止時には避けられない事態であり、翼列中の翼が周期的な失速・非失速にさらされる時、翼に働く非定常空気力の変動の大きさや振動数を知ることが設計面からの要求である。最近では、ケーシングトリートメントやエアセパレーターなどによって失速マージンを拡大させる方法、旋回失速が一旦発生したあとの軸流圧縮機を正常な運転状態に回復させる方法、失速状態にある軸流圧縮機の動的な特性を推定する方法、あるいは圧縮機内流れの非定常な変動を常時検出し不安定を空力的に減衰させるアクティブ制御の方法などが議論されるようになってきているが、これらの場合にも旋回失速の失速セル数や伝播速度などの特性や、この現象の発生のメカニズムを知ることが重要である。

失速フラッタに関しては、最近の軸流圧縮機の軽量化によって翼の固有振動数や質量比が低下し、翼列は失速フラッタに陥りやすくなっていることから、その発生限界を知ることがますます重要となっており、また従来の構造的な防振に加えてミスチューニングによる防振技術などが研究されているが、この場合にも翼の振動モードや周期的に変動する非定常空気力の大きさや振動数などを明らかにする必要がある。

以上のような問題を根本的に解決するためには、何よりもまず軸流圧縮機等の回転機械において、翼列を通る流れが周期変動する場合、あるいは翼自身が周期的に振動する場合に、失速した翼列を通る激しい剥離を伴った流れの挙動を明らかにし、その上で、このような流れの挙動と、旋回失速や失速フラッタの発生メカニズムや発生限界、さらにこれらの現象が発生した後の失速セル数、伝播速度、および流れの変動の大きさや振動数などの特性との関係を理解することが基本的

に重要となる。

ところが、このように翼列内の非定常な剥離流れとの関連で旋回失速や失速フラッタの現象を解明しようとする基礎研究は、ほとんど進展していない状況にあると言うことができよう。理論的な面から見ると、この問題は非定常な境界層流れと非定常な後流を伴っている上に、さらに翼周辺流れの激しい剥離現象を含むものであり、これらがこの問題に対して本質的に重要な役割を果たすものと思われるが、それらを解析的に取扱うことは非常に困難であり、そのためこれまでの研究は実験結果に基づいて導入された仮定やパラメータを用いた半経験的なものがほとんどである。実験的な面でも同様なことが言え、非定常な剥離流れの複雑さや翼列を対象とすることによる問題の複雑さのため、現象の把握でさえ不十分な状況であり、現象を支配する重要な因子の解明までには至っていない。

単独翼に関しては、同様な事情が動的失速の問題として存在するが、ヘリコプターの分野におけるこの問題の重要性から研究の数は少なくはない。しかしその理論的研究について見ると、この問題も翼列の場合と同様に非定常な境界層と非定常な後流、激しい剥離現象を含んでおり、その解析的取扱いが困難であるため、半経験的なものがほとんどであるが、ようやく最近に至って、数値解析によって単独翼列における動的失速や失速フラッタの問題を取扱う研究が行われ、現象を支配する物理的要因の解明についても成果を挙げるようになって来ている。

本研究は、以上のような事情を踏まえ、軸流圧縮機に発生する旋回失速の現象および失速フラッタの現象を支配する物理的要因を解明するため、失速した翼列を通る非定常な流れの挙動、すなわち翼が失速状態と非失速状態を周期的に繰り返す場合の翼周辺の剥離流れの挙動を明らかにし、さらにこのような剥離流れの挙動が、旋回失速の発生メカニズムやその様相に及ぼす影響、失速フラッタのメカニズムやその現象に及ぼす影響、さらには旋回失速と失速フラッタの関連に対してどのように影響しているかという問題を調べることを目的とする。

1－2　旋回失速に関する従来の研究の概要

本節では、旋回失速に関する現在までの研究の概要を述べ、本論文の研究の背景を明らかにする。

旋回失速についてその重要性が認識されて系統的な報告が行われるようになったのは、Ｅmmonsら［1］，Ｈuppertら［2］，Ｒannieら［3］に始まる。Ｅmmonsらによると、旋回失速は定性的に次のように説明される。図１－１のように直線翼列に向かう主流の流れ角が大きくなり、翼列が失速に近い作動状態にある時、もし何らかの原因によって翼列中のある一つの翼が失速したとすると、剥離によるせき止め作用のため翼列上流では流れは局部的にその翼の上下にそれることになり、このため失速した翼の背面側の翼は迎え角がより大きくなるため新たに失速を起こし、反対に腹側の翼は迎え角がより小さくなるため失速から回復する方向に進む。このため失速した領域は翼列に沿って背面側に伝播するようになる。Ｅmmonsらは上述のせき止め作用を有効流路面積の考えで置き換え、微小変動理論を適用して流れの安定性を調べ、旋回失速の発生条件を示した。Ｅmmonsの理論は、後にＳtenningによって完成されることになるので、詳細はそこで述べることにする。

一方、Ｒannieら［3］は３段の軸流圧縮機について旋回失速の系統的な実験を行って、実験的な知識を大きく高めた。圧縮性が無視できるような低回転数で運転しながら流量を減らしていくと、圧縮機の圧力上昇が最大となる流量を僅かに越えたところでボスから平均半径付近まで広がった失速領域（以下では失速セルと呼ぶ）が１個だけ生じ、それがローター回転速度の約３８％の速度でローターと同じ方向に回転する。更に流量を絞ると失速セルの数が２，３と増え、それらはお互いに円周上をほぼ等分する位置を占めながら旋回するが、旋回速度は前とあまり変わらない。この種の旋回失速は、翼のスパンの一部にしか発生していないことからpartial span stallと呼ばれる。流量をもっと減少させると突然ある流量でスパン全体にわたる旋回失速が発生する。これはfull span stallと呼ばれ、一旦この状態に入ると流量を絞っても旋回失速の様子はあまり変化せず、失速部分の円周方向の広がりが大きくなっていくだけである。Full span stallの失速セルは円周上に１個だけで、ローター回転速度の２０～３０％の速度で旋回する。流量を増加させた場合には上とほぼ逆の順序で変化するが、full span stallとpartial span stallの間には大きなヒステリシスがあり、partial span stallの消えるところにも僅かなヒステリシスが認められるということが示された（図１－２）。上述の旋回失速の状況は他の実験にも共通するほぼ一般的な事柄であって、ただ翼列の設計その他の条件の違いにより失速セル数や伝播速度が異なったり、partial span stallやfull span stallなどの現れ方が異なったりする程度の差があるだけである。この他、Ｒannieの実験で興味深い点は、三段圧縮機で最終段の静翼を取り外すと上述のセル数の多いpartial span stallは現れなくなるということで、その影響が予想外に大きいということである。

旋回失速の理論としては、Sears［4］がairfoil theoryと呼ばれるものを示したが、これは上下流に無限に広がった非圧縮流中におかれた単独の無限直線翼列をアクチュエータディスクとして取り扱い、翼から放出される渦による誘導速度と翼の循環変化がちょうど釣り合うような条件を探すというものである。実際の計算に当たっては、翼列下流の渦のある流れ場を解くことは非常に困難なので、線形化を行っている。翼が失速している場合に、翼の迎え角の変化と境界層の剥離との間にある位相差を考えると、非対称な流れが可能であることが示された。しかし翼列を通して平均流の方向が変化せず、翼が失速しても全圧損失が生じないとするなど疑問の点も多かった。この点について、Rannieは自らの実験結果に基づいて、翼列特性として全圧損失と流出角を用いれば、旋回失速の様相を最も良く表すことができ、また全圧損失特性の非線形性によって変動の振幅を決めることができるのではないかと提案している［3］。

Sears［5］はこの提案に基づいたchannel theoryを示した。これは、翼列上流は無限上流で全ての変動が消滅するような渦無し流れとし、翼列下流では全圧分布が一定でないために生じる渦のある流れを考え、運動方程式を線形化し、無限下流でも速度変動が有限に留まるとしてポアソン方程式を解き、そして上下流の解を翼列特性によって結び付けて非対称な流れが存在する条件とそのときの伝播速度を求めるものである。以後この方法は旋回失速の理論解法の典型的な例となったが、運動方程式、翼列特性とも線形化して扱っているので、旋回失速の振幅や波形、波長など非線形な特性には一切触れることができなかった。これらの理論においてSearsは、主として境界層の剥離の時間遅れを原因とする位相遅れが旋回失速を支配する要因であると考えたのであるが、逆にこの位相遅れが決まらなければ発生条件も伝播速度も決まらないことになる。

Marble［6］は、上述の問題に対して、翼面境界層の時間遅れに加えて、翼列上下流の流体の慣性の効果を取り入れ、波長の長い旋回失速では後者の非定常効果の方がより支配的になると考えた。また、図１－３に示すように翼列の圧力上昇特性を失速領域と非失速領域とに分け、それぞれの内部では線形化できるが両者の間には不連続があるとした微小変動理論を示した。そして、このpiece-wise linearの理論によって伝播速度の他、失速セルの円周方向の広がりが迎え角によってどのように変化するかを一応示すことができた。Fabriら［7］は、Marbleの理論と同様に不連続な翼列特性を用いたpiece-wise linearの理論を示し、同時に、失速セル中では流速零とし、失速セルの境界に沿って速度一定とするなどの特殊な仮定をおいて、有限振幅の変動に対して拡張された理論を示した。しかし、この理論と実際との比較に関しては疑問があり、また微小変動でなくても扱えると言うだけで失速セル数などについては依然として触れることができなかった。

Stenning［8］は前述のEmmonsの理論を発展させ、翼列外部の流体の慣性や境界層の時間遅れの他に翼列流路内流体の慣性を考慮した微小変動理論により、旋回失速の波長が翼弦長に比べてあまり大きくない場合をも含めて考えることができる様にした。ここでは翼列をアクチュエーターディスクで置き換える代わりに

一連のchannelで置き換えており、従って翼弦長という長さの次元が取り入れられ、これによって旋回失速の波長についてもある程度言及できるようになっている。ただし翼列方向に諸量が連続的に変化すると考える点ではアクチュエーターディスク理論と同じである。またここでは境界層の遅れを表すのにSearsのように位相遅れではなく、有効流路面積が迎角に対して１次遅れの性質を持つとしてある一定の時定数によって表している。この理論によって、一般に波長が大きくなると伝播速度も大きくなること、および境界層時間遅れは伝播速度を小さくする方向に働くことが示され、また旋回失速発生点における波長は境界層遅れと流路内流体の慣性による遅れとの比で決まることが示された。

Stenningはまた、円形翼列風洞を製作して実験を行い、シュリーレン写真および熱線流速計を用いた計測を行っている。この実験は、流入角を変えるための案内羽根がついていることを除けば、単独翼列の場合にかなり近い実験であり、本論文でも比較の対象として取り上げている。そして、上述の理論によって境界層遅れを無視して得られる伝播速度の理論値は、節弦比があまり大きくない場合には実験値と大体一致するとしているが、節弦比の大きい場合にはあまり合っていないようである。しかし、前述のEmmonsの理論やこのStenningの理論で最も問題となるのは、翼列出口で静圧一定と仮定しているために下流の流れ場の影響が取り入れられていないことであり、このために伝播速度は下流を考慮した場合の約２倍の大きさとなるが、Stenning自身はその方が実験の良い近似となるとしている。このほかStenningは流れ場の観察から、境界層遅れの時定数と流路内流体の慣性の時定数の比（第３章でｎで表される量）は１／２以下であろうと推定している。

実験的な研究では、Costilowら［9］はボス比０．９の比較的２次元性の良い軸流圧縮機を用いて単独ローターに発生する旋回失速の実験を行っている。翼列への相対流れ角を次第に大きくしていくと失速セル数２個、３個及び１個のfull span stallがこの順に現れ、それぞれの伝播速度はローター回転速度の６４％、６８％、及び４４～５０％、また速度変動の振幅は主流の約４０％、６０％、及び１００％となっているという。前の二者では速度変動はローターから軸方向に離れるとともに急減衰するのに対し、最後の場合にはほとんど減衰せず、また失速セル中では大きく逆流していることが分かっている（図１－４）。

CostilowとHuppert［10］は、さらに案内羽根や静翼をつけ加えた場合の影響について広範囲に調べたが、系統的な結果を得ることはできず、結局、旋回失速が動翼の相対流入角だけでは決まらず、上下流の翼列その他との干渉があるとしながら、その本質については触れることができなかった。

その後、Sovran［11］はボス比０．６９の軸流圧縮機で、案内羽根翼列の出口流出角と案内羽根翼列と動翼列との間の距離によって、伝播速度、失速セル数、及び旋回失速の発生点などが系統的に変化することを見いだした。そして、出口流出角を－６２°として案内羽根と動翼の間隔を変えると、間隔が小さくなるほど現れる失速セル数が多くなることを示した（図１－５）。Sovranはこの現象を

説明するのに、翼列間隔が小さくなると波長の大きな旋回失速が起こりにくくなるためとしている。この実験は、旋回失速の様相が他の翼列との干渉によってかなり変化するという現象を始めて明瞭に示したものであるが、この問題はその後も多段翼列に対する線形解析や非線形解析でも重点的に調べられ、また本論文でもとりあげる課題の一つである。

Rockett［12］は単段軸流圧縮機の実験で複数の失速セルがある場合には、それが必ずしも円周を等分する位置にあるわけではなく平均位置の周りに低い周波数で時間的にmodulateされる場合があることを明らかにした。この場合には伝播速度も一定では無く、小振幅ではあるが変動していることになる。この他Rockettは動翼と静翼が大きく離れている場合に、流量が比較的大きい領域で発生する旋回失速では、動翼と静翼とでセル数や伝播速度が互いに異なったものが伝播することがあると報告している。

理論的な研究に戻ってみると、Yeh［13］はスパン方向に有限の長さを持った3次元翼列で円周方向とスパン方向の波動を解析し、円周方向の波数に比べスパン方向の波数が少ない範囲では、純粋に円周方向の波動が最初に不安定となることを示した。Dixon［14］は円周方向、スパン方向ともに波数が非常に多い場合には、ある特定の波数の組み合わせを持った変動が最も早く不安定になる可能性があることを示した。YehにしろDixonにしろ、圧縮機内流れの3次元性が旋回失速の波長を決める重要な因子と考えたのである。

前述のStenningの動的応答特性にしろ、YehやDixonの3次元性にしろ、旋回失速の波長を決める根拠となっているのは、線形理論から求められた失速発生点のほんの僅かな遅早であって、これが実際の波長の決定にどれほど重要であるかは疑問が多い。この点は、本節でこれまでに示した線形理論に共通する欠点のひとつである。

これに対して高田［15］は、前述したRannieやSovranの実験結果にも現れていたように、翼列間の干渉効果が旋回失速のセル数を決める重要な支配因子であると考えた。まず実験では、単段の軸流圧縮機で入口案内羽根、動翼、静翼の各軸方向間隔を翼弦長の2．5倍にした場合、流量を徐々に絞っていくと、はじめセル数3の比較的変動の小さい旋回失速が発生し動翼の約70％の回転数で旋回する。もう少し流量を減らすとセル数は4．5個と増えるが変動振幅はあまり変わらない。しかしある流量から先は僅かに絞っただけで状況は不連続的に変化し、突然約40％の速さで旋回する1セルの大変動の旋回失速に移り変わる。これより先は流量を絞っても変化が小さい。流量を増加する場合にはこれと逆の順序で変化するが、大変動の1セルから小変動の5セルに不連続的に戻る流量、各セル数の現れる境界、および旋回失速発生点と消滅点の間にはヒステリシスが認められる（図1－6）。上述のような不連続的な変化は、前述のRannieの実験やCostilowの実験で認められた傾向とも良く似ていて、高田は2種類の旋回失速をsmall stall, large stallとして区別した。翼列間隔が上記と異なる場合にもこれと同様の過程で旋回失速は変化し、ただsmall stallのセル数が若干異なってくる

だけであった。そしてこのsmall stallのセル数は動翼と静翼との間隔には無関係で、入口案内羽根と動翼の間隔に対して系統的に変化したという（表1－1）。また、small stallは環状部分の外周付近のみで変動が大きい partial span stallとなるのが普通であり、またlarge stallではfull span stallとなっている。案内羽根や静翼の取付角を変えて動翼と静翼の失速点の相対関係を変えると、流量減少時にどちらが主として失速するかによって発生する旋回失速の様子が大きく異なったものになることが示されている。

さらに高田は、多段の翼列に対しても有効な線形理論によって、翼列干渉の問題を論じ、実験結果との比較を行った。しかしながら、以上の微小変動理論によっては、旋回失速発生点の遅早と有限な振幅を持った実際の旋回失速のセル数との関係はまだ明かではないし、もちろん旋回失速の波形や変動の大きさなどに関する議論は不可能である。これらの問題を解決するためにはどうしても有限振幅の変動を取り扱うことのできる非線形な理論を考える必要がある。

永野ら［16-18］は、翼列をセミアクチュエーターディスクで置き換えた上で、非線形な翼列特性を用い、さらに翼列の上下流の流れ場を支配する運動方程式を非線形な形のまま取り扱う理論によって旋回失速の解析を行った（図1－7）。この際、現象の過渡的な変化を見るため、変動が時間的にも変化し得るものとして運動方程式を非定常な形で取り扱っている。非線形非定常な運動方程式を解析的に解くことは今日でも不可能であって、水野らは差分法と時間進行法によって数値的に解析している。これによって発生点や伝播速度だけでなく、旋回失速の非線形な成長の様子、変動の大きさや波形、ヒステリシス現象などが示された。

また、small stallとlarge stallの区別を生じさせる機構やセル数を決定する機構についても、先に述べた高田による単段軸流圧縮機の実験結果［15］や、Sovranによる実験結果［11］と比較して定性的に良い一致を得ている。それによると、これらの機構に関しては翼列特性や運動方程式の非線形性、翼列特性の動的応答効果、下流の流れ場（下流境界条件）、3次元性の効果などは、それだけでは影響がなく、逆に翼列間干渉の影響が大きいことが明らかにされた。すなわち、動翼と静翼の失速点が近い組み合わせの場合に、流量を徐々に減らしていくと始めから変動の大きなlarge stallが発生する。これに対して両翼列の失速点が離れている場合には、一方の翼列だけが失速の主たる原因になっている間は比較的変動の小さいsmall stallにとどまっているが、更に流量が減少して2つの翼列がともに失速するような状況になるとlarge stallへ移行する。このようにsmall stallとlarge stallの相違が生じる原因は、損失特性を持つ2つの翼列間の干渉によるものであって、一方が案内羽根のように損失の小さい翼列の場合にはこの相違は生じない。また、失速セル数は2つの翼列の軸方向間隔と変動の波長の比を通して決まってくるものであって、したがって軸方向間隔内の流れ場を無視するとセル数の変化は起こらない。セル数を増加させようとする作用は、案内羽根のような増速翼列や失速点から離れた作動状態にある減速翼列など、全圧損失の流入角に対する変化の割合が小さい翼列とその後方の損失のある減速翼列との間の干渉によって生じる。反対に全圧損失が流入角によって変化する翼列では、その後

方の減速翼列との干渉の効果はセル数を増加させる作用を持たない。また、翼列の動的応答の効果は失速セルの分裂を妨げる働きを持っており、結局実際の旋回失速のセル数はこれらの作用の釣合によって決まってくることが示された。しかし同時に、実験結果との比較でいえば、単独翼列においても失速セル数が変化する現象のあることも知られており、上述の非線形理論によってもなお単独翼列における失速セル数の決定機構等、議論することができない面のあることも明らかとなった。

圧縮機の運転面では、旋回失速から回復するための対策の確立が望ましく、このために多段圧縮機の失速セルにおける流れの構造や、旋回失速発生中の動的な作動特性を知ることに主眼をおいた研究も行われている。DayとCumpsty [21], Dasら [22], Breugelmansら [23] は、多段の軸流圧縮機に発生する旋回失速の流れの構造を実験的に調べている。Dayらは、失速セルがほぼ軸方向に広がっているという点で、単独翼列における失速セルの構造とは大きく異なることを明らかにした。またDayら [24] は、旋回失速発生中の多段圧縮機の圧力上昇特性を予測する半経験的な方法を示し、更にfull span stallとpartial span stallのどちらが発生するかを予測する指標を示した。多段の翼列に対する線形解析は前述の高田 [15] に始まるが、Moore [25] は圧力上昇特性を用いた微小変動解析を行い、さらにこの理論は有限攪乱の場合に拡張され [26,27]、旋回失速発生時の流速、圧力の時間変動の様子、旋回失速による平均圧力特性の変化、失速から回復する流量係数の大きさなどが求められている。

圧縮系全体の動的安定の問題に関する基本的な解析はEmmons [1] に始まるが、後にGreitzer [28,29] は圧縮系全体の不安定作動の非線形解析および実験との比較を行い、管路の等価有効長さ、管路のヘルムホルツ共鳴周波数、および圧縮機周速によって表される指標（Bパラメータ）を用いることによって、旋回失速とサージのどちらが発生するかを予測できるとした。さらにMooreとGreitzer [30,31] は、非線形な方程式を用いて失速後の系全体の動的な解析を行い、これによってサージまたは旋回失速が落ちついた平衡状態になると互いに他の変動が生じても減衰してしまって安定であることや、サージと旋回失速を分ける指標として等価有効長さと羽根車半径との比（ℓ_cパラメータ）が重要で、Bパラメータもこの影響を受けることなどが示された。

以上に述べてきた理論解析では、いずれにしても全圧損失または圧力上昇特性および流出角などの翼列特性やその動的な応答特性をあらかじめ与える必要があり、これらは実験結果などをもとに推定されているが、これに対する実験的な研究は十分ではないという問題点がある。また全圧損失特性や動的遅れを生じさせる流れの実態についても未知な部分が多い。これらの問題を根本的に解決するには、有限ピッチの翼列の理論によって失速した翼列中の個々の翼周辺の流れ場を取り扱うことが必要である。

旋回失速に関する有限ピッチ翼列理論の初期のものとして、Kriebel [32] の

渦モデルの理論がある。Kriebelは、Stenning [8] と同じ円形翼列で行われた旋回失速の実験のシュリーレン写真及び干渉計写真から、翼が失速セルに入るとほとんど完全に循環を失って翼から1個の強い渦が放出され、その渦が徐々にくずれながら下流に流れていくことを見いだし、この事実を基にして図1－8に示すような渦モデルを考えた。失速セルに入る時に翼はその循環を全て放出し、失速セルから出る時にその循環を完全に回復して逆向きの渦を放出し、それらの2種類の渦が翼列下流の場にそのまま流されるとすると、図1－8に示されたような2列の渦列が形成され、その間の領域が失速セルになると考えられる。Kriebelは、この渦列による誘導速度および翼列下流の速度三角形から伝播速度を求めるための関係式を導いた。またこの渦モデルでは、失速セル数が増える機構についても次のような定性的な説明がなされている。すなわち、渦列が翼列下流の有限なところで終わっている場合には、失速セルの幅が広くなるとその中央付近では渦列による逆向きの誘導速度が小さくなるので、次第に正常な流れに戻ることになり、このため失速セルが2つに分裂するというものである。

しかしこの渦モデルは、翼から放出される渦の強さや放出時期などに触れることができないこと、そして翼周辺の剥離流れとの関連がつかめていないことなどの点が、重大な欠点と考えられる。また、実際に伝播する失速セル数はこの理論からだけでは決まってこないし、伝播速度が翼列上流や翼列特性とは無関係に下流の速度三角形だけから決まってしまうことになるなど問題点が多く、したがって、このような簡単な仮定から理論を更に発展させて旋回失速の様相を広く説明することは困難であろうと思われる。しかし定量的な面はともかく、旋回失速発生中の翼周辺の渦流れの挙動を実験結果として明瞭に捉え、定性的な理解を深めたという点では貴重である。

有限ピッチ理論では境界層の剥離やその後の渦の挙動を考えることが本質的に重要であるが、このような流れを厳密に取り扱うことのできる理論は現在でも存在せず、どうしても数値解析的にならざるを得ない。このような研究として、最近になって、離散渦法を2次元翼列に適用した旋回失速の数値解析がSpalart [33] によって発表されている。その後Sistoら [34,35] は同じ計算コードを用いて、翼枚数、流入角、食違角、および翼の反り角等を変えた数値解析や実験との比較を行っている。離散渦法は物体周りの高Re数の剥離流れを定性的に理解するためには有効な方法であると思われ、特に単独物体回りの流れの分野で大きな成果を挙げている [36]。しかしこの方法は本質的に非粘性流れに対する解法であって、それ故に物体から放出される剥離渦の強さやその導入点の決定方法に曖昧な点があり、渦度の拡散の取扱いの合理性も一般に不十分であった。Spalartの方法でも渦点に粘性渦の構造を持たせた上で誘起速度の算出を行っているものの、乱流や粘性による渦度の拡散を取り扱うことができておらず、定量的に改善の余地が多い。またその結果を見ると、旋回失速の伝播が見られるのは流入角が非常に大きい場合のみであり、しかも狭い流入角範囲に限られている。しかしながら、実際の旋回失速はむしろかなり広い範囲の流入角で起こる現象であって、定性的にも問題点があると思われる。Sistoら自身は、この計算結果は計算上旋

回失速の波長を決めてしまうことに原因があり、流入角と波長とが適当な組み合わせの場合のみ旋回失速が存在し得ると考えている。しかし一般に単独翼列に発生する旋回失速には波長の選択に関してそのように強い性質があるとは考えられない［15-18］。

上述の様な不合理な結果は、主としてＳistoらの用いた離散渦法の欠点によって生じるものと思われるが、単独翼周りの流れに関しては、時末ら［63-65］は、境界層理論をこの方法と組み合わせ、同時に簡単ながら乱流モデルを持ち込むことによって離散渦法の問題点を解決し、非定常な剥離を伴う流れの数値解析に有効な方法を示した。時末らは、この方法を動的失速の問題に適用し、実験結果と比較して良い一致を得ている。今のところこの方法は、激しい剥離を伴う翼周辺の非定常な流れを実用的な計算時間で比較的精度良く解くことのできる唯一の方法であると考えられ、本論文も数値計算の手法の点ではこの研究の延長上にあり、この方法を有限ピッチの翼列の場合に拡張して用いている。

一方、数値解析によって旋回失速を調べるという立場から言えば、将来的にはＮavier-Ｓtokes方程式をモデル化せずに直接離散化して解く方法が用いられる事になろう。最近Ｄavoudzadehら［37］は２次元圧縮性ＮＳ方程式を差分近似する方法によって数値解析を行っている。Ｒｅ数を6×10^4とし、乱流モデルとして混合長モデルを用いているが、同時に空間方向の中心差分に人口粘性項による数値拡散を加えて安定化を施している。時間方向は陰的に取扱うが、線形化した後にＡＤＩ法によって解いている。そして、翼後縁近傍の剥離領域や後流中に流速のやや遅い部分が現れ、それが翼列方向に伝播する様相を得ている。しかしもっと大きな流入角で発生すると考えられる大振幅の流れの変動や激しい剥離を伴う旋回失速についてまでは解析を進めることができていない。旋回失速のように大きな剥離を伴った非定常な流れのためのＮＳ方程式による数値解析法が実用されるためには、解法の精度、分解能に対する計算機の能力、そして乱流や境界層の遷移の取扱いなど問題点も多く、現状の計算機ではまだ不可能と考えられ、前述の時末らの方法のように、何らかの実用的な数値解析法を開発する必要があるものと思われる。

最後に旋回失速に関する研究の最近の話題について述べると、ＭcＤougallら［39］、Ｇarnierら［40］は旋回失速が発生するかなり以前から翼列の周辺に周方向に伝播する振幅の小さい波動を見いだし、しかもそれはその後に成長する大変動の旋回失速へ、位相に関しても振幅に関してもほぼ連続的につながっていくという実験結果を示している。その波動の振幅は旋回失速の振幅の１～５％程度で、位相速度も旋回失速の伝播速度にかなり近いということである。このような波動は、もし存在するとすれば、この節の始めに述べた線形理論で取り扱っている非定常変動の固有モードに相当するものと考えられる。最近研究が進められている旋回失速のアクティブコントロール［41,42］は、圧縮機の作動中、非定常な変動を常時検出することによって旋回失速の兆候をごく初期に検出し、これを用いてフィードバック制御するもので、これによって旋回失速やサージの発生を回避し、今まで不安定であった領域においても圧縮機を安定に作動できるようにしようというものである。もし、旋回失速がその発生時にいつも上に述べたような微小変動の兆候を示すものならば、アクティブコントロールには非常に有利である。現在のところこのような波動が翼列中の翼の失速現象とどのように関係したものであるかはまだ不明であり、旋回失速の発生とその成長の過程を調べるという観点からの研究を進める必要がある。

以上、旋回失速に関する従来の研究について、主として現象の理解という面に主眼をおいたものを中心に述べてきたが、このほか解説論文としては、初期のものではＥmmons［43］、Ｓtenning［44］、Ｆabri［45］、高田［15］の序論など、１９８１年頃までについてＧreitzer［46］、その後については文献［47］など、また最近の制御技術等に関してはＧreitzer［48］、高田［49］などがある。

1－3　失速フラッタに関する従来の研究の概要

一般に、失速フラッタは非失速フラッタよりもフラッタ限界速度が小さく危険であるとされている。しかし、失速フラッタに関する研究は、旋回失速の場合と同様に非定常な境界層と非定常な剥離流れの問題を含んでおり解析的な取扱いが困難であるとともに、現象自体が複雑であるため、特に翼列に関しては実験的な面でも理論的な面でも本格的な研究はまだ十分に行われていない。

単独翼に発生する失速フラッタについては、田中ら［50-52］によって一連の研究が行われており、翼型やレイノルズ数などを変化させて、翼の失速形態とフラッタ特性との関係が調べられ、さらに異なった失速特性をもつ翼に対して広い流入角範囲で角振動時の非定常空力特性が求められている。

他に、振動する単独翼の失速現象は動的失速の問題としても取り上げられ、多くの研究が行われている［53-57］。理論解析の多くは、半実験的な方法によって非定常空気力やそのヒステリシスを求めるというものであったが、最近では数値解析によってこれを求めようとすることも行われている。このうち、時間依存レイノルズ方程式による数値解析の初期の例として、Mehtaら［58,59］はＲｅ＝10^{3}程度の層流の計算を、Ｓankarら［60,61］は層流（Re=5×10^{3}）および乱流（Re=2.5×10^{6}）の計算を行っているが、流れ場の計算法自体がまだ開発途上という類のものであり、計算結果の精度や信頼性については検討の余地が多い。最近では磯貝［62］によってＴＶＤスキームを用いた高Ｒｅ数乱流の解析が行われ、亜音速および遷音速の動的失速現象やショックストールフラッタの現象が捉えられている。翼周辺の非定常剥離流れの現象の解明という面では、前述の時末ら［63,64］は、時間依存レイノルズ方程式に立脚して考案された渦モデルを用いた数値解析によって失速渦の放出現象を捉えることに成功し、この現象が動的失速時の非定常空力特性に与える影響について明らかにし、同時に失速フラッタの現象に対して実験を行い、この失速渦放出現象の周期性と翼の振動数との同期現象がフラッタの発生に対して重要であることを示した［65］。

さて翼列に関しては、一般に亜音速の翼列に発生する失速フラッタはねじりモードの振動が多いとされており、実験的にも理論的にも角振動する翼列翼を対象とした研究が多い。まず実験的な研究として、八島ら［66,67］は翼が角振動する直線翼列について、歪ゲージを用いて翼に働く非定常モーメントを測定した。非定常モーメントの測定精度を高くするため、作動流体として水を用いている。励振モーメントの無次元振動数と翼間位相差に対する変化、さらに翼型、食い違い角、迎え角、および振動中心による影響が系統的に調べられ、これによって失速フラッタでは非失速フラッタに比べて危険領域が無次元振動数の大きい方へ移動し、翼に働く励振仕事もはるかに大きくなることが示された。またタービン翼列では、背面側隣接翼が位相遅れの状態で失速フラッタが起こりやすいが、圧縮機翼列では無次元振動数の小さいところでは背面側位相遅れでフラッタが起こりやすく、無次元振動数が大きくなるにつれて背面側位相進みの方が起こりやすくなるが、全体としては背面側位相遅れのフラッタの方が起こりやすい傾向があることなどが明らかにされた。八島らの実験は、失速フラッタに関して系統的に調べられた実験としては唯一のものであり、本論文でも数値解析結果の比較の対象として取り上げている。

Ｃartaら［68］は角振動中の翼面圧力分布を測定し、これを積分することによって非定常揚力、モーメント、および励振力などを求め、翼間位相差が0～45°の範囲で調べて、翼間位相差が安定性に重要な影響を持つことを示した。

理論的な研究に目を転じると、谷田ら［73］はセミアクチュエータディスク理論による解析を行い、失速フラッタに関して定性的には重要な知識を提供した。しかし、前節で旋回失速について既に述べたように、翼列特性は理論的には求めることができず、外から与えなければならないが、その実験データが不十分であること、節弦比の大きい翼列の場合にはアクチュエータディスクの仮定が不適当であること、さらにはねじれモードの振動や翼間位相差が大きい場合（逆位相に近い場合）への応用が困難であること、フラッタ限界などの定量的な面でも問題があること等の欠点を有している。

このような問題に対処するためには、やはり有限ピッチの理論が必要となってくる。Ｓisto［74］は、加速度ポテンシャルを用いた有限ピッチ理論による解析を行っているが、ここでは無限下流の非定常擾乱圧力を振動位相差によらず常に零とし、後流境界の湾曲を無視しているなどの点に問題がある。

八島ら［66,67］は、各翼がねじれ振動する平板翼列について剥離点が前縁に固定されると仮定した有限ピッチ理論を示した（図１－９）。これは、転向角の大きい場合に対応した解析であり、剥離後流の非定常擾乱圧力は場所的に変化することが許されている。解析の結果は前述の実験結果と定性的には良く一致しているが、定量的には実験値の方が危険領域が広くなるという不一致が生じている。この原因について八島らは、カルマン渦との同期現象によるエネルギー流入の効果が理論には入っていないこと、実験の振幅が理論の微小振幅に対してやや大きいこと、理論では平板翼としていることなどを挙げている。またこの理論について非定常境界条件の線形化の際に剥離境界の曲率を無視していること、また隣接翼の非定常干渉を単一の渦で近似しているため、節弦比の比較的大きい場合に限られることなどの欠点が指摘されている。西山ら［75］は、加速度ポテンシャル法による有限ピッチ理論を用いて八島らの方法の欠点を補い、また剥離点を翼面上の任意の位置に固定できるようにし、これによって転向角の小さい場合、大きい場合について解析を行っている。

上述の有限ピッチ理論は、いずれも剥離点が前縁に、あるいは任意の点でよいとしても一点に固定された場合に限られたものであるが、実際の失速フラッタでは剥離点が周期的に翼背面上を移動する現象や、剥離泡が成長・崩壊する現象が発生し、またそのような場合が危険であるとされている。これに対してＳistoら［76］は剥離点や剥離泡の再付着点の移動を取り入れることが可能な半経験的な

理論解析を行っているが、実際の問題を説明するにはまだ不十分である。
結局、以上の有限ピッチ理論では、いずれにしても剥離点の位置やその移動、剥離領域の形状などについて仮定された部分が多く、非定常境界層の挙動や非定常剥離流れの挙動と失速フラッタの発生機構などの関係を議論するためには、実際の現象に対する知識をさらに蓄積する必要があろうと思われる。

最後に、失速フラッタの現象を数値的に扱った最近の研究について述べる。Ｓistoら［77,78］は、前節で旋回失速について述べた離散渦法による数値解析法を、翼が角振動および並進振動する翼列に適用し、渦流れの様子や揚力変動などを求めた。ただし、翼間位相差は１８０°のみについて調べられ、従って翼列方向の周期性は２ピッチを仮定している。揚力変動の周波数分析を行って、剛翼列の場合や翼の振動振幅が小さい場合には、旋回失速の伝播速度に対応する周波数成分が大きく現れ、逆に翼の振動振幅が大きくなるにつれて旋回失速の成分は減少し、翼振動と同じ周波数成分が大きくなることを示し、旋回失速の振動数が翼の振動数へ引き込まれる可能性があることを示唆している。
更にＳistoら［79,80］は、この数値解析法をバネで支持されてねじりモードで自由振動する翼に拡張して用いた計算を行った。翼の固有振動数はパラメータとして与えられるが、翼間位相差は計算の結果として決まることになる。翼列方向の周期性は３ピッチおよび６ピッチについて調べている。これによると、翼の固有振動数と旋回失速の変動周波数が近い場合には、旋回失速の伝播速度が翼振動に引き込まれて翼は大振幅で角振動するようになり、反対に両者が離れている場合には、剛翼列の場合とほぼ同じ伝播速度で伝播する旋回失速が発生し、翼の角振幅は非常に小さくなるという現象が示されている。この結果は、翼列の失速フラッタの現象では流れの変動をもたらす原因は翼の振動によって生じる剥離現象や渦の非定常な挙動だけではなく、流れ自身のもつ周期性、すなわち旋回失速の現象が重要となり得ることを示している。ただし、この解析から得られる翼の振動の翼間位相差は背面側隣接翼が１２０°の位相遅れとなっていて、一般に実験等で観察されるように背面側位相進みで振動する失速フラッタの方が発生しやすいという傾向を説明することはできない。しかし、最も大きな欠陥は、前節の旋回失速の項で述べたように、この数値解析法によって旋回失速が捉えられるのは流入角が非常に大きい場合のみであって、しかも狭い流入角範囲に限られており、実際の旋回失速の現象と定性的にも矛盾があること、従ってまた失速フラッタの現象を扱おうとする場合にも、最も問題とされている流入角が失速点付近にある場合に発生するフラッタを取り扱うことができないということである。
最後に、失速フラッタの研究の資料や今後の研究の問題点を含めた翼列フラッタについての全般的な問題が、花村［81］、田中［102］、および文献［47］で解説されている。

１－４　本論文の目的

旋回失速および失速フラッタの現象に関してこれまでに行われた研究を概観したところで、現在の段階でこれらの問題の研究課題となるべき点を整理し、本論文の目的について述べる。
まず、旋回失速に関する従来の理論的研究について考えてみると、線形理論にしろ非線形理論にしろ、主としてアクチュエータディスク理論（以後ＡＤ理論）または準アクチュエータディスク理論（以後ＳＡＤ理論）によって行われてきた。それは例えば発生条件、伝播速度、翼列幾何形状の影響、失速セルの非線形成長など、旋回失速の重要な特徴の解明に成果を挙げてきたものの、やはり、幾つかの本質的な限界があることは避けられない。すなわち、ＡＤ理論、ＳＡＤ理論では、翼列はそれを通る流れが不連続に変化するような一つの面に置き換えられるが、この時、翼列のピッチを無限小とした極限を考え、翼列方向には全ての流れの諸量は連続的に変化するものと仮定される。さらに翼列の上流および下流の非定常な流れ場・・・線形理論の場合には更にそれが主流に対して微小変動であると仮定される・・・を計算し、両者を翼列特性を用いて接続することによって全体の流れ場の解を得るというものである。したがってここでは、本来翼列の失速および失速からの回復に伴う最も特有な効果であると思われる個々の翼からの離散的な渦の放出を取り扱うことができず、アクチュエーターディスク面から流出する連続的な渦度の分布で置き換えられることになる。
翼列が流れ場に及ぼす影響は、翼列特性として理論中に導入されるが、これは例えば全圧損失係数と流出角［15-18］、あるいは圧力上昇係数と転向角［46］など、翼列特性を表す二つの量の、流入角あるいは流量係数に対する変化として表現される場合が多い。また、その際これらに対する非定常効果として、翼列流路中の流体の慣性や翼面境界層の挙動の遅れなどの要因が導入されることもある。しかしながら、上述の翼列特性や非定常要因の特性は、多かれ少なかれ仮想的に与えざるをえなかった。圧縮系全体の解析の場合にも圧縮機特性を与えなければならないという点では何等変わりがない。失速領域においては、作動特性を妥当に推定することは非常に困難であって、部分的に可能な定常流範囲での実験結果に基いて外挿などの手段により失速領域まで拡張して推定するか、あるいは逆に旋回失速発生中の実験結果から得られた動的な作動特性を、ある理論モデルに従って解析し、用いるべき翼列特性を推定するという方法が取られてきたのが現状である［81,82］。
ここで実際の旋回失速について考えてみると、有限ピッチで並んだ翼列中のある翼の周りの失速流れの状態が、ある一定時間後に同じ失速状態として背面側隣接翼に現れるという形をとおして旋回失速が伝播していっている筈である。また、旋回失速の流れ場の変動の大きさは、失速セル中では逆流が見られることがある程度に大きいのが普通であり、従って失速した翼は境界層の剥離やその周辺の流れの逆流、激しい乱流などを伴う非常に複雑な流れにさらされている筈であり、

また翼の失速や失速からの回復に伴って、離散的な渦の放出が起こっているものと考えられる。ＡＤ理論やＳＡＤ理論で用いられている翼列特性や非定常要因の特性は、上のような個々の翼から放出された渦の挙動や、各翼の周りの非定常な剥離流れの様相によって決まる性質のものであるので、本来は有限ピッチで配置された翼の周りの詳細な流れ場の検討に基づいてのみ調べることができる性質のものである。

一方、失速フラッタの現象についても、失速した翼から放出される渦の挙動は翼の非定常空力特性に重要な影響を持っていることが予想される。しかし従来のこの分野における研究は、主として翼の励振・減衰に注目して非定常空力特性を求めることに力が注がれてきた。すなわち翼の振動と流れ場の変動の位相関係や、無次元振動数や翼間位相差によって生じるその位相関係の変化、フラッタ危険速度や励振モーメントの推定など、翼に働く励振仕事そのものの様相を把握することに重点がおかれてきた。しかし、そのような励振仕事の様相を生じさせる流れの機構を、翼列中の翼周辺の非定常な流れの挙動と翼の振動との関係に基づいて調べようとする研究は、現在のところほとんど進んでいないと言うことができる。

理論的研究についてみると、失速フラッタに関しては有限ピッチの翼列による理論解析がいくつか行われてきていることは既に示した通りである。しかしこの場合にも剥離点の位置が前縁に、あるいは翼面上任意の点で良いとしても、それらは振動中常に固定されていなければならないという制限があることや、剥離点の移動を可能とする場合にもその決定法は半経験的なものであり、結局はその取扱いに限界があるという欠点を有していた。このような非定常な境界層の挙動を合理的に捉えるためには、やはり非定常境界層方程式に基づいて剥離流れを直接解析することが必要である。

また剥離流や後流の取扱いについては、非定常渦を考えることによって解析を行っているが、いまのところ理論的に解を求めることができるのは、ポテンシャル流れを仮定し、さらに非定常な擾乱の大きさが定常成分に対して微小であると仮定することによって線形化が可能な場合のみである。しかし、実際の失速フラッタの現象を考えてみると、翼が前縁から剥離する場合には剥離点からの強い渦の放出が行われ、このため流れの変動は必ずしも小さいとは言えず、剥離域や後流域は激しい乱流になっており、また放出された渦度は乱流や粘性によって拡散されており、非線形な要因が重要となると考えられる。したがって、このような渦流れの挙動を調べるには非線形な粘性流れの運動方程式に基づいて解析することが必要である。

結局、現在までのところ、失速した個々の翼のこのような作動状況に着目し、旋回失速や失速フラッタの流れ場を表わす非定常で非線形な運動方程式に基づいて取り扱っていこうとする理論解析というものはまだなく、また試みるにしても非常に困難であると考えられる。従ってどうしても数値解析の方法によって調べることが必要となろう。

既に述べたように、失速した翼列を通る流れに関して現在までに行われた数値解析については未解決な問題が多く、数値解析法の開発という面でも、現象の解

明という面でもさらに一段と研究を進める必要があることは明らかである。一方、時末ら [63-65] は、境界層理論と乱流モデルを持ち込むことによって離散渦法の問題点を解決し、激しい剥離を伴う乱れた流れの数値解析に有効な方法を示した。そして、この方法を単独翼の動的失速の問題に適用して、前縁失速した翼の周辺で発生する流れ場の挙動を明らかにし、固有の周期で失速渦の放出現象が発生することを見いだすと共に、その周期的性質が流れ場の挙動や翼の非定常空力特性を支配する重要な因子であることを明らかにした。また、失速フラッタの現象について実験結果の検討により、この失速渦放出現象と翼の振動との同期がフラッタの発生を決める支配的な要因となる場合があることを明らかにした。本論文は、この単独翼に対する数値解析法をさらに発展させて、失速した翼列を通る非定常な剥離流れを解くための数値解析法を開発し、これによって単独翼列および多翼列に発生する旋回失速の現象と、翼列失速フラッタの現象の数値解析を行おうとするものである。

他方、ＡＤ理論・ＳＡＤ理論においては翼列の属性として全圧損失係数や圧力上昇係数などを用いることが一定の成果を挙げていることを考え合わせると、上述のような複雑な個々の翼周辺の渦流れの挙動と全圧損失係数などの特性との関係や前述の翼面境界層の時間遅れや流路中流体の慣性遅れの実態など、失速した翼列の実際の作動状況とＡＤ理論・ＳＡＤ理論との対比を調べることは興味あるところであり、本論文ではこの点についても考察を加える。

本論文は６つの章から構成されている。第１章は序論、第２章では数値解析法について述べる。続いて第３章では単独翼列に発生する旋回失速について、第４章では案内羽根付きの動翼列に発生する旋回失速について調べ、第５章では失速点付近で振動翼列に発生する旋回失速あるいは失速フラッタの現象について考察を行い、最後に第６章で本論文全体の結論をまとめる。

第２章　数値解析法

２－１　数値解析法の概要

本数値解析では、失速した翼列を通る剥離流れを取り扱うという本論文の目的のために有効な数値解析法を開発し、これによって旋回失速や失速フラッタの現象の数値解析を行った。

最近の高速、高容量の計算機の目ざましい発達とともに、流体機械の内部流れについても差分法や有限体積法による２次元あるいは３次元乱流粘性解析が、特に定常な流れについて活発に行われている。一方非定常解析に関してみると、現在までに行われている研究の多くは、もともと非定常性のそれほど強くない設計点付近の流れに限られている。これに対して旋回失速や失速フラッタなどの現象は大きな剥離を伴った、非線形性の非常に強い流れ場である。そして乱流自体が複雑で微小な渦構造を含む非線形な現象であって、数値計算する際には、空間的に十分に高い精度と分解能を保つために、高精度の定式化や非常に細かい計算格子を用いる必要がある。また時間的にも十分に高い精度、分解能が必要であり、現在の計算機でも負担が大きいのが現状である。また、レイノルズ方程式を用いて解析する方法では、乱流モデルの取扱いについても多くの未解決な問題を有しており、上述のＮＳ方程式の解法の問題だけでは解決できない面もある。特に剥離を含む場合には、乱流モデルの選択に注意を要するとされている。スペクトル法など、乱流モデルを用いずにＮＳ方程式の解を直接計算する方法も行われているものの、乱流のエネルギー散逸を正しく取り扱おうとすれば原理的に桁外れに高い分解能を必要とし、現在の計算機では対象となる領域が幾何学的に非常に単純な場合の流れ場でさえ、レイノルズ数が10^4程度が限界とされており［84］、実用的な問題にはほとんど適用できないはずのものである。したがって旋回失速や失速フラッタのような流れ場を数値的に取り扱い、その現象を理解しようとする場合には、どうしてもこれとは別の実用的な数値解析法を考える必要があると思われる。

高Ｒｅ数の非定常な剥離流れを、現在の計算機で取り扱うことのできる特異な方法として離散渦法がある。この方法は古くから実用され、多くの流れの現象の解明に貢献してきた［36］。しかし一方では渦点の発生位置や強さなどの決定法に曖昧な点があることや、また基本的に非粘性流れの解法であって粘性流や乱流を取り扱うことはできないことが、この方法が定量的な面で実験等と合わない原因と考えられている。離散渦法の中には粘性渦の構造を取り入れて渦度の拡散を模擬する事によって、実際の流れ場に近い結果を得ようとする方法も行われているが、理論的な根拠が乏しいのは否めない。これに対して時末ら［63～65］は、この離散渦法に境界層計算を取り入れて渦点の導入に関する問題点を解決するとともに、積分形渦度輸送方程式に基づいて、乱流・粘性による渦度の拡散を合理的に計算する方法を開発した。乱流モデルには、Baldwin-Lomax法の後流に対するouter-modelを修正して用い、境界層については運動方程式を積分形で定式化している。これによって失速を伴った単独の楕円翼周りの流れ場を解いて失速渦の周期的放出現象を明らかにするとともに、動的失速の問題においてその現象が重要な因子となることを示した。現在、この方法は激しい剥離を伴った非定常な乱流を定量的にも比較的精度良く、かつ実用的な計算時間で取り扱うことが可能な唯一の方法と考えられる。以上のような事情を踏まえて、本数値解析ではこの方法を失速した翼列を通る流れに拡張し、これによって旋回失速や失速フラッタの現象の解明を行うこととする。

次に本数値解析法の概要を述べる。翼列の場合には、設計点付近における定常的な流れ場は翼列ピッチと等しい周期性を持っていると考えられるのに対して、旋回失速や失速フラッタの現象では翼列の各ピッチで流れ場の状態が異なるようになる。本数値解析ではこのような流れ場を解析するために、図２－１に示すような翼列方向の数ピッチに相当する領域をひとつの計算領域として取扱い、最も腹側の境界（図中のＰ）と最も背面側の境界（図中のＳ）との間にのみ周期条件を与え、その中間の翼列ピッチでは流れ場の変動の翼列方向の波長やその振幅、および位相速度は、流れの現象自体によって決まり得る様にした。軸流圧縮機に発生する旋回失速では、環状部分の一周の中に１波長ないし数波長の変動が生じることが知られており、この波長がどのように決まるものであるかという問題は本論文のひとつの課題でもある。しかし、実際の翼列の翼枚数は数十枚にも及ぶことがあり、また個々の翼列で枚数は様々であるので、これをそのまま取り扱うのは計算機の能力の面からも困難であり、同時に数値解析という研究の性質から、見通しの良い結果を得るためには多くの計算結果を蓄積する必要がある。このような事情を踏まえて、本数値解析では翼枚数が最大で１０枚の領域について解析を行い、その範囲内で周期条件の影響や流れ場の翼列方向の波長の変化などを検討し、現象自体の有する定性的な傾向を理解することを主旨として考察を行うことにした。

こうして定められた計算領域内の流れ場を、渦度および流れ関数の方程式に支配される外部流れと、境界層方程式に支配される各翼面の境界層流れの２つの領域に分け、それらの解を接続することによって全体の流れ場の解を得る。このように計算領域を分けた場合、通常、領域間で繰り返し計算が必要であるが、本数値解析ではＲｅ数が大きいことより、外部流れの速度場の計算においては境界層の排除の影響は無視できるとして、計算手順を簡単なものとした。全体の手順は次のようなものである。すなわち、まず現在の時間ステップにおける外部流れの渦度分布より、流れ関数方程式を解くことによって外部流れの速度場を計算する。これより境界層外縁位置における流速分布を求め、翼背面と腹面の境界層をそれぞれ前縁淀み点から開始して層流境界層、乱流境界層と解き、乱流剥離点にいたるまでの領域について計算を行う。そして時間ステップを進める際には剥離点か

らの渦度の流出を考慮することにより、新しい時間ステップにおける外部流れの渦度分布を求める。外部流れに対する境界層計算の役割は、剥離点位置とそこから流出する渦度の強さを与えるというものである。本数値解析では簡単のため境界層計算に積分形の運動量方程式を解く方法をとっているが、上述のように外部流れの計算と境界層計算との関係は比較的単純であり、境界層の計算法を変更することは容易である。

外部流れの計算では流れ関数方程式と渦度の輸送方程式を解くのであるが、本数値解析では渦度の分布を循環を持つ渦点の分布によって表した上で、渦度輸送方程式が渦度の保存則を表していることに着目してその積分形を用い、この式を計算領域に作られた多数の微小な各要素に適用し、対流項を渦点の移動によって、拡散項を要素間の渦点のやりとりによって表すという方法で離散化して解く。渦度の分布とその対流輸送を渦点を用いて表現することにより、高Ｒｅ数の流れを安定に、かつ迅速に解くことが可能となる。

最後に乱流の取扱いについて述べる。レイノルズ応力を渦動粘性係数ν_tを通して平均流で表し、ν_tの推定には代数モデルで与える方法を用いた。代数モデルを採用する理由はもっと高次の微分方程式を用いるモデルにも未だ係数の普遍性に問題が多く、大きく剥離した流れに対して既存の方法をそのまま適用できるという根拠や、あるいは精度が良くなるという根拠が乏しいからである。ただし、2方程式モデルまでであれば同じν_tの構成方程式を用いるので変更することは容易である。

２－２　外部流れ

本節では、本数値解析法の詳細を述べるが、前節で述べたような本数値解析法の特性に基づいて、外部流れと境界層の２つに分けて説明をする。ここでは流れ場は２次元非圧縮の乱流と仮定する。本数値解析の対象とする翼列のモデルは、図２－１に示されるような２次元翼列で、節弦比ｓ／ｃ、食い違い角ξ、および翼形状は任意に与えることができる。そして、その翼列を通る流れ場を定めるパラメータは、Ｒｅ数、上流の流入角β_1、および翼列方向の周期条件である。本章では剛体支持された単独翼列の場合の解析法について述べる。上流に案内羽根翼列がある動翼列や各翼が振動する翼列に拡張した場合の解析法については、後の各章で個々に述べることにする。また、ここでは座標系は静止座標系を考える。

２－２－１　外部流れの基礎式

（１）　平均流に対する渦度輸送方程式

ここでは乱流を考慮した平均流に対する渦度輸送方程式の積分表示形を求める。平均流は２次元流でも乱流は３次元流であって、したがってｘ，ｙおよびｚ方向流速成分ｕ，ｖ，およびｗ、静圧ｐについて、レイノルズ平均した量を$(\overline{\ })$で、平均量からの変動分を$(\ )'$で表し

$$u=\overline{u}+u',\quad v=\overline{v}+v',\quad w=\overline{w}+w',\quad p=\overline{p}+p' \tag{2-1}$$

とする。平均量はｘとｙだけの関数であり

$$\partial_z(\overline{\ })=0 \tag{2-2}$$

である。上の２式を二次元非圧縮の連続の式、およびNavier-Stokes方程式に代入すると

$$\partial_x\overline{u}+\partial_y\overline{v}=0 \tag{2-3}$$

$$\partial_t\overline{u}+\overline{u}\,\partial_x\overline{u}+\overline{v}\,\partial_y\overline{u}=-\rho^{-1}\partial_x\overline{p}+\nu\nabla^2\overline{u}$$
$$-\partial_x\overline{u'u'}-\partial_y\overline{u'v'} \tag{2-4}$$

$$\partial_t\overline{v}+\overline{u}\,\partial_x\overline{v}+\overline{v}\,\partial_y\overline{v}=-\rho^{-1}\partial_y\overline{p}+\nu\nabla^2\overline{v}$$
$$-\partial_x\overline{u'v'}-\partial_y\overline{v'v'} \tag{2-5}$$

但し、$\partial_x=\partial/\partial x$, $\partial_y=\partial/\partial y$, $\nabla^2=\partial^2_x+\partial^2_y$, $\partial_x{}^2=\partial^2/\partial x^2$, $\partial_y{}^2=\partial^2/\partial y^2$と定義する。これより平均流に対する渦度輸送方程式

$$D\bar{\zeta}/Dt=\nu\nabla^2\bar{\zeta}-\partial_x{}^2\overline{u'v'}+\partial_y{}^2\overline{u'v'}+\partial_{xy}(\overline{u'u'}-\overline{v'v'}) \tag{2-6}$$

が得られる。ここで実質微分D/Dtは平均流に対して

$$D/Dt=\partial_t+\bar{u}\,\partial_x+\bar{v}\,\partial_y \tag{2-7}$$

であり、また平均流に対する渦度$\bar{\zeta}$は

$$\bar{\zeta}=\partial_x\bar{v}-\partial_y\bar{u} \tag{2-8}$$

である。また$\partial_{xy}=\partial^2/\partial x\partial y$である。

ここで、式（２－６）の右辺第２～４項のレイノルズ応力を平均流で表すために、渦動粘性係数ν_tを用いた構成方程式

$$-\overline{u_i u_j}=\nu_t(\partial_{xj}\bar{u}_i+\partial_{xi}\bar{u}_j)-\frac{2k}{3}\delta_{ij} \tag{2-9}$$

k は乱れの運動エネルギー　$k=\frac{1}{2}(\overline{u'u'}+\overline{v'v'}+\overline{w'w'})$

δ_{ij}はクロネッカーのデルタ

$(u_1,\ u_2,\ u_3)=(u,\ v,\ w)$

$(x_1,\ x_2,\ x_3)=(x,\ y,\ z)$

を用いると、式（２－６）は

$$D\bar{\zeta}/Dt=\nabla^2[(\nu+\nu_t)\bar{\zeta}]+\partial_x(\partial_x\nu_t\partial_y\bar{u}+\partial_y\nu_t\partial_y\bar{v})$$
$$-\partial_y(\partial_y\nu_t\partial_x\bar{v}+\partial_x\nu_t\partial_x\bar{u}) \tag{2-10}$$

となる。これによってレイノルズ応力の代わりにν_tが新たな未知数となっており（但し未知数の個数は減っている）、このν_tは後述する乱流モデルを用いて決定する。

次に、式（２－１０）をラグランジェ座標系（流れと共に移動する座標系）上の固定領域Ａ（図２－２）、いわゆる物質面について面積分すると

$$\int_A D\bar{\zeta}/Dt\,dA=\oint_B \partial_n[(\nu+\nu_t)\bar{\zeta}]\,ds$$
$$+2\oint_B\{\partial_n\nu_t\cdot\partial_s\overline{q_s}+\partial_s\nu_t\cdot\partial_n\overline{q_s}\}\,ds \tag{2-11}$$

が得られる。ここで$\overline{q_n}$及び$\overline{q_s}$は、領域Ａの境界Ｂにおける流速の法線方向成分および接線方向成分である。また線積分は反時計回りを正方向にとる。左辺について、実質微分と面積分は一般に交換可能ではないが、ここでは積分領域を物質面にとるのでＲeynoldsの輸送定理より

$$\int_A D\bar{\zeta}/Dt\,dA=D/Dt\int_A\bar{\zeta}\,dA-\int_A\bar{\zeta}(\partial_x u+\partial_y v)\,dA$$
$$=D/Dt\int_A\bar{\zeta}\,dA \tag{2-12}$$

と交換可能なので、次式のような平均流に対する渦度輸送方程式の積分表示形が得られ

$$D/Dt\left[\int_A\bar{\zeta}\,dA\right]=\oint_B\partial_n[(\nu+\nu_t)\bar{\zeta}]\,ds$$
$$+2\oint_B\{\partial_n\nu_t\cdot\partial_s\overline{q_s}+\partial_s\nu_t\cdot\partial_n\overline{q_s}\}\,ds \tag{2-13}$$

となる。上式は、式（２－９）のν_tの構成方程式が成り立つ限り厳密に満足され、これを数値計算に用いることも可能であるが、ここでは以下のような物理的考察に基づく仮定より、この式を簡略化して用いる。

いま面積分領域Ａの近傍の流れを考えると、領域Ａは微小領域であるのでその近傍にはある主流方向が存在し、その方向には諸量がなだらかに変化すると仮定することはそれほど無理なことではないと思われる。すなわち図２－２のように主流方向にＸ軸、それと垂直な方向にＹ軸をとり、各方向の速度をq_x, q_yとして

$$q_X\sim V,\quad q_Y\sim V\delta L^{-1},\quad \partial_X\sim L^{-1},\quad \partial_Y=\delta^{-1},\quad \delta/L\ll 1 \tag{2-14}$$

と仮定する。ここでδは代表長さＬに対する微小量とする。このとき、式（２－１１）の右辺第１項の大きさは

$$\partial_n[(\nu+\nu_t)\bar{\zeta}]\sim\nu_t V\delta^{-2} \tag{2-15}$$

であるのに対し、右辺第２項は

$$\partial_n \nu_t \partial_n q_n + \partial_s \nu_t \partial_s q_s \sim \nu_t L^{-1} (V/\delta) \sim (\nu_t V \delta^{-2})(\delta/L) \qquad (2\text{-}16)$$

であって、第1項に比べて微小項として無視できる。以上より式（２－１３）は簡略化でき、

$$D/Dt \int_A [\overline{\zeta}\, dA] = \oint_B \partial_n [(\nu + \nu_t)\overline{\zeta}]\, ds \qquad (2\text{-}17)$$

となる。この式を導くために用いた式（２－１４）は妥当な仮定であり、本数値解析では以後式（２－１７）を用いる。

（２）　平均流に対する流れ関数方程式

次に、平均流の速度場を求める方法を述べる。平均流の速度成分$\overline{u}$, $\overline{v}$に対して

$$\overline{u} = \partial_y \overline{\psi} \quad , \quad \overline{v} = -\partial_x \overline{\psi} \qquad (2\text{-}18)$$

なる関係を持つ流れ関数$\overline{\psi}$を導入する。このとき連続の式は自動的に満足される。これを式（２－８）に代入すると、流れ関数方程式

$$\nabla^2 \overline{\psi} = -\overline{\zeta} \qquad (2\text{-}19)$$

が得られる。各時間ステップにおいて、渦度の分布より式（２－１９）を解いて$\overline{\psi}$を求め、外部流れの速度場を求めることができる。なお混乱は少ないので、これより先は平均量$\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{\psi}$, $\overline{\zeta}$は（￣）を除いて記すことにする。

（３）　翼面での渦度の生産と粘着条件

粘性流中の翼の表面では絶えず渦度が生産され、それが拡散しながら下流に運ばれ、これによって翼面境界層や後流が形成される。翼表面においては流体は常に翼面に対して静止しており、渦度の生産はこの粘着条件が満たされるように行われる。本数値解析では翼面で生産される渦度について以下のように考えて、これを求めた。なお本数値解析では翼面境界層は別に解くので、渦度の生産は境界層におおわれていない翼面についてのみ考えれば良い。

渦度輸送方程式（２－６）を図２－３のような座標Ｘ－Ｙ上で表すと、翼面上では、

$$\partial_t \zeta = \nu\, \partial^2_Y \zeta \qquad (2\text{-}20)$$

となる。これをＹ方向に翼面（Ｙ＝０）から無限遠（Ｙ＝∞）まで積分すると、

$$\partial_t \int_0^\infty \zeta\, dY = -\nu (\partial_Y \zeta)_{Y=0} \qquad (2\text{-}21)$$

が得られる。これは単位長さの翼面において単位時間当たりに生産される渦度の量を表している。したがって時間Δtの間に単位長さの翼面において生産される渦度の量をγとすると

$$\gamma = -\int_t^{t+\Delta t} \nu (\partial_Y \zeta)_{Y=0}\, dt \qquad (2\text{-}22)$$

となる。

今、時刻tで翼面上で粘着条件がみたされているとすると、$t \sim t+\Delta t$の間に生産された渦度が流れに拡散せずに、翼面上に無限に薄い渦層を形成しているとすると、時刻$t+\Delta t$には翼面上にすべり速度u_sが発生する。このとき、図２－３のように翼面を囲む閉曲線に沿った循環$\Delta\Gamma$（$=\gamma \Delta s$）を考えると

$$\Delta\Gamma = -u_s \cdot \Delta s \qquad (2\text{-}23)$$

となる。実際にはこれが流れの中に拡散されることによって、時刻$t+\Delta t$において翼面上にすべり速度が発生せず、粘着条件が満たされると考えられる。したがって本数値解析では、式（２－２３）により$t \sim t+\Delta t$の間に生産される渦度の量γを求めた。

（４） 乱流モデル

前述したように、乱流について方程式系を閉じるためにはν_tを決定する別の関係式が必要である。本数値解析では、ν_tを平均流に対応する諸量の代数式で与える代数モデルを用いる。ここで用いる代数モデルは、Ｃebeci-Ｓmith法（以下Ｃ－Ｓ法）［86］やＢaldwin-Ｌomaxの方法（以下ＢＬ法）［85］などの渦粘性モデルを参考にして、前縁剥離を伴った単独楕円翼の周りの流れ場に適用するために考えられたものと同じである［63］。本数値解析で扱うのは翼列を通る流れ場であるという点でそれと異なるが、次章以降で述べるように前縁剥離した翼の周りの流れの挙動は単独翼の場合と共通点が非常に多いこと、またこの代数モデルは剥離した流れに適用するものとして非常に簡明で、単独翼にだけ適用するような特別な扱い方は含まれていないことから、本数値解析でもこの代数モデルをほぼそのまま用いることに問題は無いと考えられるからである。

この代数モデルについて以下に述べる。既存の代数モデルの多くは乱流境界層を対象として考えられたものであるが、このうちＣ－Ｓ法は乱流境界層を内層と外層に分け、内層では剪断流の速度勾配と混合距離を、外層では境界層排除厚と主流速度を用いて渦粘性係数を表すという方法である。一方、ＢＬ法は、Ｃ－Ｓ法と同様に乱流境界層を内層と外層に分け、内層では速度勾配の代わりに渦度分布を用いたformulationを用い、外層では対数速度分布からの食い違い量を表す後流速度分布等を考慮したformulationを用いるものであるが、後者の外層のformulationは境界層厚さを知る必要がなく、剥離した流れや後流についても適用できるとされている。現在、差分法や有限体積法などによる流れの数値解析でも代数モデルとして用いられているのはほとんどがこの方法であり、その一般的な評価としては渦動粘性係数を若干大きめに評価する傾向があるとされている。

ところで本研究では、境界層については外部流とは別に境界層方程式によって解くので、乱流モデルを用いるのは翼面上の大きな剥離域、および後流域に限られており、これらの領域では境界層と違って速度分布は比較的単純な変化しかしないので、上述の代数モデルを本数値解析に適用する場合には、後流のformulationを選択することができ、formulationは簡略化できる。

ＢＬ法の後流のformulationの基本形は、ＢＬ法の表記に準じれば、主流に直角な断面を考えて、

$$\nu_t = C \cdot U_{DIF} \cdot \delta$$

$$U_{DIF} = \left(\sqrt{u^2+v^2}\right)_{max} - \left(\sqrt{u^2+v^2}\right)_{min} \qquad (2\text{-}24)$$

である。ここでδは乱流域の幅、Ｃは定数である。

上式を本数値解析に適用する場合、まず翼面上の剥離域については、U_eを剥離

域外縁の流速とすると

$$\nu_t = C_B \cdot U_e \cdot \delta \qquad (2\text{-}25)$$

とすることができる。ここで係数C_Bについて考えると、平面自由乱流を噴流、後流、噴流境界の３種に分類するとき、翼面剥離域の流れは図２－４に示すような噴流境界に最も近いと思われる。Ｒotta［87］によれば、噴流境界において速度分布の相似性を仮定すると、$U_e = 0$の時

$$\nu_t = 0.011 U_\infty \ell \qquad (2\text{-}26)$$

と与えられる。ここでℓは乱流領域の幅で、速度の相似分布$U = U_\infty F(y/x)$においてのF^2の値が０．１と０．９となる位置の間の距離である。

また、式（２－２５）はＣ－Ｓ法の外層の式

$$\nu_t = 0.0168 U_e \delta^* \gamma \qquad (2\text{-}27)$$

δ^*は排除厚、γは間欠因子

$\gamma = [1 + 5.5 (Y/\delta)^6]^{-1}$

と比較することができる。それは翼面剥離域のように速度分布が流れ方向に単調に変化する場合、排除厚δ^*と剥離域の厚さδの比の変化も単調であることが期待できるからである。今、$\delta^*/\delta \simeq 0.5$と見積もると

$$\nu_t \simeq 0.0084 U_e \delta \cdot \gamma \qquad (2\text{-}28)$$

本数値解析では上の間欠因子は省略するのであるが、それは単独翼の場合に考察されたように、通常のＣ－Ｓ法でも外層の渦動粘性係数ν_tは基本的に一定と仮定されて、間欠因子を省略することが多いこと、速度分布に関してはν_tを一定とした方が近似が良いとされていること［87］、および大きく剥離した場合に翼面からの距離で与えられる間欠因子の根拠が乏しいことなどによる。

以上により翼面剥離域では

$$\nu_t = C_B U_e \delta \qquad C_B = 0.005 \sim 0.01 \qquad (2\text{-}29)$$

とする。

次に、後流については式（２－２４）をそのまま用いれば良いが、その係数については、Ｒotta［87］によれば、後流の半値幅をｈとすると

$$\nu_t = 0.045 U_{DIF} \cdot h \qquad (2\text{-}30)$$

とされている。半値幅hのかわりに後流の幅Lを用いれば係数は０．０２程度となるが、上式が成り立つのは、後流において速度分布の相似性が仮定できる程度に下流においてである。したがってここでは後流について

$$\nu_t = C_\nu U_{DIF} \cdot L \qquad C_\nu = 0.010 \sim 0.020 \tag{2-31}$$

とした上で、式（２－２９）と式（２－３１）との間でν_tが滑らかにつながるように、翼後縁付近の領域において係数をなだらかに変化させた。

実際の数値計算で用いた乱流モデルはしたがって

$$\left.\begin{array}{ll} \nu_t = 0.005\,Uc \cdot \delta & （翼面剥離域） \\ \nu_t = 0.010\,U_{DIF} \cdot L & （後流） \end{array}\right\} \tag{2-32}$$

である。

２－２－２　外部流れの数値計算法

（１）　計算格子

本数値解析では図２－５に示すような計算格子を作成し、これを用いる。この計算格子は翼列の各ピッチで同じものであり、それぞれは翼周辺の領域に作られたＯ型の物体適合格子［88］と、その上下流の領域に接続した矩形の格子から成る。本数値解析では有限の曲率を持つ翼の前縁および後縁の剥離点からの渦度の放出をできるだけ精度良く取り扱う必要があるが、この点に関してＯ型格子はこのような前後縁の形状を良く表すことができ、他のＣ型やＨ型格子に比べて有利である。Ｏ型格子の欠点はそのままでは上流や下流へ計算格子を広げることが困難なことである。本数値解析では渦点の分布は基本的に格子点分布とは無関係であること、流れ関数方程式の離散化法として有限要素法を採用するので格子形状は任意であることから、Ｏ型格子の上流と下流に矩形格子を接続することでＯ型格子の欠点を補っている。

図２－６は、計算面（$\xi-\eta$面）の格子を１ピッチ分について示している。図２－５に対応させる際には、図２－６と同じ格子が３ピッチ分だけあると考えれば良い。翼面に沿う方向（ξ方向）には翼面一周を等間隔に（N_G-1）分割し、その番号をｉとすると、$i=1$と$i=N_G$は物理面ではともに翼後縁と対応する。また、翼から離れる方向（η方向）にも等間隔に分割しその番号をｊとする。$j=1$は翼面に相当するが、ｊの最大値はｉによって異なる。$j=1\sim N_E$の範囲はＯ型格子に対応しているが、$i=1\sim I_{D1}$，$i=I_{D2}\sim N_G$では下流側に矩形の計算格子が接続されており、$j=J_D\,(>N_E)$が下流境界に相当する。また$i=I_{U1}\sim I_{U2}$では上流側に矩形格子が接続されており、$j=J_U\,(>N_E)$が上流境界に相当する。図２－６において、（ｂ）で示された境界（$i=I_{D2}\cap j=N_E\sim J_D$，$i=I_{D2}\sim I_{U2}\cap j=N_E$，$i=I_{U2}\cap j=N_E\sim J_U$）は、隣のピッチの（ａ）に相当する境界（$i=I_{D1}\cap j=N_E\sim J_D$，$i=I_{D1}\sim I_{U1}\cap j=N_E$，$i=I_{U1}\cap j=N_E\sim J_U$）と物理面において一致している。最も背面側のピッチの（ｂ）に相当する境界と最も腹側のピッチの（ａ）に相当する境界は周期境界を成している。

なお後述する境界層の計算のため、翼面付近（$j=1\sim4$程度）では、格子はほぼ直交するように作られている。以下の表記において格子点あるいは格子点における値については（i，j）で表し、図２－６において格子点（i，j）の左上にある要素あるいは要素の図心における値については（$i+\frac{1}{2}$，$j+\frac{1}{2}$）で表すことにする。

（２）　計算手順の概要

以下に計算手順の概要を述べる。本数値解析では境界層は別に解くのであるが、外部流れの計算に対して境界層計算の果たす役割は、外部流れの計算によって求まった速度場に基づいて境界層の剥離点位置、剥離点位置での境界層厚さ、および放出渦の強さを与えることである。したがって以下の説明では、境界層計算も外部流れの計算とともに全体の計算の手順の一部として含めて述べる。

①　速度場の計算
　循環をもつ渦点の分布より各格子点における渦度の値を求め、流れ関数方程式（２－１９）を解くことによって、各格子点における流速を計算する。要素内にある渦点の流速は内挿により求める。

②　境界層計算
　境界層外縁における流速分布をもとに境界層計算を行い、剥離点位置及び剥離点における境界層厚さを求める。

③　翼面での渦度の生産
　境界層におおわれていない翼面について、翼面における滑り速度をもとに翼面で生産される渦度の量を求め、それを渦点として翼面に接する各要素に導入する。

④　渦動粘性定数ν_tの計算

⑤　渦度の拡散および対流輸送
　渦度輸送方程式（２－１７）を解いて時間ステップを進める。同式を各要素に適用して、右辺拡散項を計算することにより、要素の４辺から移入する渦度の量を求め、それを渦点としてその要素の図心（図２－７白丸）に導入する。次に同要素内にすでに存在する渦点（図２－７黒丸）とともにそれぞれの位置における流速で対流移動させる。移動の後、同じ要素内に入った渦度を１個の等価な渦点で置き換える。

⑥　剥離点からの渦度の放出
　⑤において渦度の対流移動を行うと同時に、剥離点からの渦度の放出を行う。剥離点における速度分布より、剥離点から流出する渦度を空間的及び時間的に分割し、渦点が剥離点近傍の要素におおよそ１個ずつ入る様にする。

（３）　速度場の計算

（ａ）　流れ関数方程式の離散化

　本数値解析では式（２－１９）を有限要素法を用いて離散化する。節点ｍについての重み関数をN_m、計算領域をＡ、その境界をＢとすると

$$\int_A \left[\partial_x N_m \partial_x \psi + \partial_y N_m \partial_y \psi\right] dA = \int_A N_m \zeta \, dA + \oint_B N_m \partial_n \psi \, ds \tag{2-33}$$

となる。ここでは４節点のアイソパラメトリック要素を用い、重み関数は内挿関数と同じとする（ガラーキン法）。要素内のψやζの値（以下ｆで代表する）やその微分はその要素に属する節点ｉ（ｉ＝１～４）における関数値f_iと内挿関数N_iを用いると

$$f = \sum_{i=1}^{4} N_i f_i = [N_i]\{f_i\} \tag{2-34}$$
$$\partial_x f = [\partial_x N_i]\{f_i\} \tag{2-35}$$
$$\partial_y f = [\partial_y N_i]\{f_i\} \tag{2-36}$$

となり、これを式（２－３３）に代入すると

$$[K_{mn}]\{\psi_n\} = \{F_m\} \tag{2-37}$$

$$K_{mn} = \sum_{e \supset m,n} k_{mn}, \qquad k_{mn} = \int_A \{\partial_x N_m \partial_x N_n + \partial_y N_m \partial_y N_n\} dA$$

$$F_m = \sum_{e \supset m} f_m, \qquad f_m = \int_A N_m \zeta \, dA + \oint_B N_m \partial_n \psi \, ds$$

$e \supset m, n$ は節点ｍとｎを含む要素，　$e \supset m$ は節点ｍを含む要素

なる連立方程式が得られる。面積分と線積分の数値積分法には４点および２点ガウス積分法を用いる。
　連立方程式の解法としてＳＣＧ（Scaled Conjugate Gradient）法［89］を用いる。本数値解析では、１ピッチ当たり３０００～４０００点程度の計算格子を最大１０ピッチの領域に作成し、全領域をまとめて解くので、式（２－３７）の$[K_{mn}]$は大規模な行列となるが、同時に１行中の非零要素は後述する境界条件を入れると最大でも１３個の疎行列である。連立方程式の数値計算法としてしばしば用いられるガウス消去法、変形コレスキー分解法等の直接解法はマトリックスのバンド幅中の要素全部を記憶するためにＮ×ℓ（Ｎ：要素数、ℓ：バンド幅）

の膨大な記憶容量を必要とするのに対して、ガウスザイデル法、ＳＯＲ法、共役勾配法などの反復解法は基本的に非零要素のみを記憶すれば良い。このうち共役勾配法は行列の積と内積の手順のみから計算することができベクトル計算機向きであるとともに、高々Ｎ回の反復で収束し、前処理を併用することによって収束性は大きく向上するので、本数値解析には非常に適している。

（ｂ）　各格子点での渦度

各格子点での渦度の値は循環を持つ渦点の分布から次のように計算する。
図２－８のようにある要素内の位置（ξ_K, η_K）に循環Γ_Kの渦点がある時、この循環をその要素の４節点に、

$$
\begin{aligned}
(\Gamma_{i,j})_K &= \Gamma_K(\xi_{i+1}-\xi_K)(\eta_{j+1}-\eta_K)/(\Delta\xi\,\Delta\eta)\\
(\Gamma_{i,j+1})_K &= \Gamma_K(\xi_{i+1}-\xi_K)(\eta_K-\eta_j)/(\Delta\xi\,\Delta\eta)\\
(\Gamma_{i+1,j})_K &= \Gamma_K(\xi_K-\xi_i)(\eta_{j+1}-\eta_K)/(\Delta\xi\,\Delta\eta)\\
(\Gamma_{i+1,j+1})_K &= \Gamma_K(\xi_K-\xi_i)(\eta_K-\eta_j)/(\Delta\xi\,\Delta\eta)
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}38)
$$

但し、本計算では$\Delta\xi=\Delta\eta=1$

のように分配する。全ての渦点について分配が終了した後、格子点の循環$\Gamma_{i,j}$はそのまわりの４要素内にある渦点から分配された循環の和として求まることになる。これより格子点での渦度$\zeta_{i,j}$は

$$\zeta_{i,j}=\Gamma_{i,j}/A_{i,j} \qquad (2\text{-}39)$$

と表される。ここで$A_{i,j}$は格子点（i, j）に属する面積で内挿関数$N_{i,j}$を用いて

$$A_{i,j}=\int_A N_{i,j}\,dA \qquad (2\text{-}40)$$

（ｃ）境界条件

ここでは流れ関数方程式の境界条件について述べる。また各翼面における流れ関数の値を決めるための解の重ね合わせの方法について述べる。
図２－１に示すように、単独翼列の場合には上流境界では一様流であるので、一様流の流速をW_1、流入角をβ_1とすると、翼列方向の速度成分v_1について

$$v_1(y)=-\frac{\partial\psi}{\partial x}=W_1\sin\beta_1 \qquad (2\text{-}41)$$

としてψに関するノイマン条件を与える。流入角β_1はｙ方向にも、時間方向にも一定である。

周期境界や内部境界（図２－６）では、物理面で対応する格子点同士は一致するので、

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)_o+\left(\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)_i=0 \qquad (2\text{-}42)$$

$$\psi_o-\psi_i=\Delta\psi \qquad (2\text{-}43)$$

となる。各ピッチの格子の接続される境界（図２－６中のi=1, i=NG, etc）では、上式の右辺は

$$\Delta\psi=0 \qquad (2\text{-}44)$$

となるが、周期境界ではＮピッチ分の流量より

$$\Delta\psi=\lambda W_1\cos\beta_1 \qquad (2\text{-}45)$$

となる。ここで、$\lambda=M_N s$　（M_N：ピッチ数、ｓ：ピッチ長）である。

次に物体表面ではψの値を境界条件として用いるのが普通である。ところが図２－１のような複数の物体を含む領域については、それぞれの物体上の流れ関数の値は予め与えることはできない。これは以下に示すように流れが満たすべき別な条件から求めるべきものである。
圧力の一価性より、流れ場の中にある閉曲線Ｃに沿って

$$\oint_C p_t\,ds=0 \qquad (2\text{-}46)$$

p_t：全圧

である。q_s, q_nをｓ，ｎ方向の流速成分、ｋを乱れのエネルギーとすると、閉曲線に沿う方向（ｓ方向）の運動方程式は

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_t}{\partial s}=-\frac{\partial q_s}{\partial t}-q_n\zeta+\frac{\partial}{\partial n}(\nu+\nu_t)\zeta-\frac{1}{3}\frac{\partial k}{\partial s} \tag{2-47}$$

$$+2\frac{dy}{ds}\left(\frac{\partial \nu_t}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial \nu_t}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y}\right)+2\frac{dx}{ds}\left(\frac{\partial \nu_t}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial \nu_t}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

となり、これを式（２－４６）に代入して整理することにより

$$\frac{\partial \Gamma_c}{\partial t}=-\oint_c q_n\zeta\, ds+\oint_c\frac{\partial}{\partial n}(\nu+\nu_t)\zeta\, ds \tag{2-48}$$

$$+2\oint_c\left(\frac{\partial \nu_t}{\partial n}\frac{\partial q_n}{\partial s}+\frac{\partial \nu_t}{\partial s}\frac{\partial q_s}{\partial s}\right)ds$$

が得られる。Γ_cは閉曲線Ｃに沿う循環で

$$\Gamma_c=\oint_c q_s \tag{2-49}$$

である。ただし、線積分は反時計まわりに行い、Γ_cは反時計方向を正とする。式（２－４８）は流れ場に固定された閉曲線に沿う循環の時間変化が、閉曲線を通して対流輸送される渦度の量（右辺第１項）及び拡散輸送される渦度の量（右辺第２，３項）の和と等しいことを表している。一方、Γ_cは流れ関数ψを用いると

$$\Gamma_c=-\oint_c\frac{\partial \psi}{\partial n}ds \tag{2-50}$$

と表されるので、これを式（２－４８）に代入することにより、ψは任意の閉曲線について

$$\frac{\partial}{\partial t}\oint_c\frac{\partial \psi}{\partial n}=\oint_c\left\{q_n\zeta-\frac{\partial}{\partial n}(\nu+\nu_t)\zeta\right\}ds \tag{2-51}$$

$$-2\oint_c\left(\frac{\partial \nu_t}{\partial n}\frac{\partial q_n}{\partial s}+\frac{\partial \nu_t}{\partial s}\frac{\partial q_s}{\partial s}\right)ds$$

が満たされるように決定されるべきものであることが分かる。

式（２－５１）に基づく具体的な計算手順は以下の通りである。

流れ関数方程式は線形なので

$$\psi=k_0\psi_0+\sum_{i=1}^{M_w}k_i\psi_i \tag{2-52}$$

と解の重ね合わせができる。上式のψ_i（$i=0\sim M_w$）として

a）　$\nabla^2\psi_0=-\zeta$ (2-53)

上流Ｂ．Ｃ．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=-\dfrac{\partial \psi}{\partial x}=V_1=const$

下流Ｂ．Ｃ．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=\dfrac{\partial \psi}{\partial x}=-V_2^{(n)}=-U_2^{(n-1)}\tan\beta_2^{(n)}$

周期Ｂ．Ｃ．　$\psi_u-\psi_l=\Delta\psi$ (2-54)

$\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_u+\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_l=0$

翼面Ｂ．Ｃ．　$\psi_j(s)=0$　($j=1\sim M_w$)

b）　$\nabla^2\psi_i=0$　（$i=1\sim M_w$） (2-55)

上流Ｂ．Ｃ．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=0$

下流Ｂ．Ｃ．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=0$

周期Ｂ．Ｃ．　$\psi_u-\psi_l=0$ (2-56)

$\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_u+\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_l=0$

翼面Ｂ．Ｃ．　$\psi_{ij}(s)=\delta_{ij}$

（δ_{ij}：クロネッカーのデルタ，$j=1\sim M_w$）

のそれぞれを満たす解を考えると

$$k_0=1 \tag{2-57}$$

であり、またk_i（$i=1\sim M_w$）は次のように求められる。

式（２－５１）は任意の閉曲線について成り立つべきものであるが、本数値解析では図２－１に示すような各ピッチを囲むような閉曲線C_i（$i=1\sim M_w$）を考え、この閉曲線のそれぞれについて式（２－５１）を適用する。未知数は各翼面のψの値なので、閉曲線の数はM_w個で必要十分である。さらに式（２－５２）をこれに代入すると

$$[A_{ij}]\{k_j\}=\{B_i\} \tag{2-58}$$

$$A_{ij}=-\oint_{C_i}\frac{\partial\psi_j}{\partial n}ds$$
$$B_i=\Gamma_{C_i}^{(n)}+\oint_{C_i}\frac{\partial\psi_B}{\partial n}ds$$

なる連立方程式が成立する。ここで$\Gamma_{C_i}^{(n)}$は時刻$t=n\Delta t$における閉曲線C_iに沿う循環である。Γ_{C_i}の値はその初期値を$\Gamma_{C_i}^{(0)}$とすると、各時間ステップで閉曲線C_iを通して対流及び拡散移動した渦点の持つ循環$\Delta\Gamma_{C_i}^{(r)}$を累計することによって

$$\Gamma_{C_i}^{(n)}=\Gamma_{C_i}^{(0)}-\sum_{r=1}^{n}\Delta\Gamma_{C_i}^{(r)} \tag{2-59}$$

として求めることができる。

式（２－５８）の連立方程式を解くことによって、係数k_jが決まり、式（２－５２）より現在の時間ステップにおける流れ関数分布を得ることができる。

最後に下流境界条件について考える。ＮＳ方程式（２－４）（２－５）に構成方程式（２－９）を代入すると

$$\partial_t\overline{u}+\overline{u}\,\partial_x\overline{u}+\overline{v}\,\partial_y\overline{u}=-\rho^{-1}\partial_x\overline{p}+(\nu+\nu_t)\nabla^2\overline{u}$$
$$+2\,\partial_x\nu_t\,\partial_x\overline{u}+\partial_y\nu_t\,(\partial_y\overline{u}+\partial_x\overline{v})-\frac{1}{3}\partial_x k \tag{2-60}$$

$$\partial_t\overline{v}+\overline{u}\,\partial_x\overline{v}+\overline{v}\,\partial_y\overline{v}=-\rho^{-1}\partial_y\overline{p}+(\nu+\nu_t)\nabla^2\overline{v}$$
$$+\partial_x\nu_t\,(\partial_y\overline{u}+\partial_x\overline{v})+2\,\partial_y\nu_t\,\partial_y\overline{u}-\frac{1}{3}\partial_y k \tag{2-61}$$

となる。下流境界を十分下流にとれば、そこでは圧力p、渦動粘性係数ν_t、乱れエネルギーkの変化は小さいと考えられるから、それらの項を無視することができ、（￣）を除いて表すと

$$\partial_t u+u\,\partial_x u+v\,\partial_y u=(\nu+\nu_t)\nabla^2 u \tag{2-62}$$

$$\partial_t v+u\,\partial_x v+v\,\partial_y v=(\nu+\nu_t)\nabla^2 v \tag{2-63}$$

となる。この式から分かるようにuとvは

$$v=u\cdot\tan\beta_2 \tag{2-64}$$

なる関係を持っていて、流出角β_2は下流境界上で周方向に一定である。

$$\partial_y\beta_2=0 \tag{2-65}$$

本数値解析では、ひとつ前の時間ステップにおける下流境界上の軸流速度分布
$u^{(n-1)}(y)$より、現在の時間ステップの$u^{(n)}(y)$を０次外挿し、式（２－６４）を用いて

$$\frac{\partial\psi}{\partial n}=\frac{\partial\psi}{\partial x}=-V_2^{(n)}=-U_2^{(n-1)}\tan\beta_2^{(n)} \tag{2-66}$$

を求め、これをノイマン境界条件として与える。

流出角β_2は時間的には変化するが、その変化は次のように決められる。式（２－５１）を計算領域全体について考えることにより

$$-M_e v_1 s-\int_{y=0}^{y=s}v_2\,dy=\Gamma^{(0)}-\sum_{r=1}^{n}\Delta\Gamma^{(r)} \tag{2-67}$$

となる。ここで$\Gamma^{(0)}$は計算領域全体の外郭に沿う循環の初期値、$\Delta\Gamma^{(r)}$は各時間ステップに計算領域から流出する渦点の循環とする。式（２－４１）および式（２－６４）を用いると

$$\tan\beta_2=\tan\beta_1+\frac{\Gamma^{(0)}-\sum_{r=1}^{n}\Delta\Gamma^{(r)}}{M_e\Delta\psi} \tag{2-68}$$

これより$t=n\Delta t$におけるβ_2が得られる。

以上によって求められた流れ関数の分布から、要素内の渦点の流速は

$$u=\partial_y\psi=J^{-1}(\partial_\xi x\,\partial_\eta\psi-\partial_\eta x\,\partial_\xi\psi) \tag{2-69}$$

$$v=-\partial_x\psi=-J^{-1}(\partial_\eta y\,\partial_\xi\psi-\partial_\xi y\,\partial_\eta\psi) \tag{2-70}$$

である。内挿関数として一次の関数を用いているので、式（２－６９）及び（２－７０）によって求まる流速は、各要素内部の点については連続であるが、要素と要素の境界上においては不連続が生じる。この場合には、両要素について計算された境界上の流速の値を平均して用いる。

（４）　翼面で生産される渦

翼面において生産され翼面に沿う要素（$i+\dfrac{1}{2}$，１）に拡散流入する渦度の量は式（２－２３）より、

$$\Delta\Gamma_j = -u_{sj}\cdot\Delta s_j \tag{2-71}$$

Δs_j：要素の辺長（図２－１０）

として計算する。この渦点を翼面に沿う要素に導入する際、本来この渦点は１つ前の時間ステップから今の時間ステップまでに既に流れの中に拡散しているべきものであるので、導入位置としては翼面上ではなく翼面よりε（図２－１０）だけ離れた位置とした。εとしては、翼の前後縁のη方向高さが最も小さい要素の高さの半分とし、翼面に沿う方向（ξ方向）には要素の中央の位置とする。時間ステップを十分に小さくとることによって翼面で生産された渦度の拡散の過小評価を防ぎ、翼面に沿う要素の高さを十分に小さくとることによって過大評価を防ぐことができる。

（５）　渦度の拡散及び対流移動

本数値解析では時間ステップは式（２－１７）の渦度輸送方程式を解くことによって進められる。計算は次の２段階からなっている。第１段階ではラグランジェ座標上で時間Δt間の流れの状態の変化を考える。つまり時刻tにおいてある要素を占めていた流体が流れとともに移動する過程において、まわりの要素からその要素に４辺を通して拡散移入する渦度の量、即ち式（２－１７）の右辺の積分を計算する。第２段階ではその流体をオイラー座標上で対流移動させる。上記の過程は、本数値解析では渦度の分布を格子点とは基本的に自由な位置関係をとる渦点を用いて表すので、渦点をその位置の流速で対流移動させることのみで計算できる。

（ａ）　まず第１段階では、図２－９のように要素ｋと要素k_1との間で辺２－３を通して拡散する渦度について考えるとき、辺２－３上における勾配∂_n［（$\nu+\nu_t$）ζ］の値が必要であるが、これは次のような方法によって計算する［Flic法］。

要素ｋの重心と要素k_1の重心及び格子点２，３を用いて構成される小三角形要素ａ，ｂを考え、この小要素内の（$\nu+\nu_t$）ζ［以下ではζ'とおく］の分布をｘ，ｙの一次式で近似することにすれば、各要素内のζ'は、

$$\zeta' = e_0 + e_1 x + e_2 y \tag{2-72}$$

と表される。ここでe_0，e_1，e_2は小要素の頂点のζの値と座標を用いて表される定数である。式（２－７２）を用いるとａ，ｂ内での$\partial_x\zeta$，$\partial_y\zeta$は、

$$(\partial_x\zeta')_a = \frac{1}{2\triangle a}\left[y_2-y_{k1},\ y_{k1}-y_k,\ y_k-y_2\right]\begin{pmatrix}\zeta_k'\\ \zeta_2'\\ \zeta_{k1}'\end{pmatrix}$$

$$(\partial_y\zeta')_a = \frac{1}{2\triangle a}\left[x_{k1}-x_2,\ x_k-x_{k1},\ x_2-x_k\right]\begin{pmatrix}\zeta_k'\\ \zeta_2'\\ \zeta_{k1}'\end{pmatrix}$$

$$(\partial_x\zeta')_b = \frac{1}{2\triangle b}\left[y_{k1}-y_3,\ y_3-y_k,\ y_k-y_{k1}\right]\begin{pmatrix}\zeta_k'\\ \zeta_{k1}'\\ \zeta_3'\end{pmatrix}$$

$$(\partial_y\zeta')_b = \frac{1}{2\triangle b}\left[x_3-x_{k1},\ x_k-x_3,\ x_{k1}-x_k\right]\begin{pmatrix}\zeta_k'\\ \zeta_{k1}'\\ \zeta_3'\end{pmatrix} \tag{2-73}$$

によって求めることができる。ここに$\triangle a$，$\triangle b$は小要素ａ，ｂの面積である。またζ_k'，ζ_{k1}'は各要素重心における（$\nu+\nu_t$）ζの値で、要素内の全ての渦点の循環より、例えば要素ｋの場合

$$\zeta_k' = (\nu+\nu_t)\frac{\sum_{j\in k}\Delta\Gamma_j}{A_k} \tag{2-74}$$

とする。辺２－３上の$\partial_n\zeta$は各小要素での$\partial_n\zeta'$の値の面積重み付き平均

$$\partial_n\zeta' = \frac{1}{\Delta a+\Delta b}\left((\partial_n\zeta')_a\Delta a + (\partial_n\zeta')_b\Delta b\right)$$

$$= c\ \vec{A}\cdot\vec{B} \tag{2-75}$$

ここで　$c=\dfrac{|\vec{t}|}{\vec{t}\times\vec{u}}$，$\vec{A}=\left(\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{t}}{|\vec{t}|^2},\ 1\right)$，$\vec{B}=(\zeta_2-\zeta_3,\ \zeta_k-\zeta_{k1})$

$\vec{t}=\overrightarrow{23}$，　$\vec{u}=\overrightarrow{k_1k}$

によって求める。式（２－１７）より要素ｋに拡散移入する循環$\Delta\Gamma_k$は、

$$\Delta\Gamma_k=\Delta t_D\sum_{i=1}^{k}\Delta s_i\,\partial_n[(\nu+\nu_t)\zeta] \qquad (2\text{-}76)$$

Δs_iは辺の長さ（$=|\vec{t}|$）

より与えられる。Δt_Dは拡散の時間ステップで、対流の時間ステップΔtに対して$\Delta t_D=\Delta t/m$とした。つまり、式（２－７６）を計算し、新たに要素の重心及び節点の渦度を求めるという手順をｍ回反復することによって、Δtの間に要素に拡散移入する循環量を決定する。これは対流については離散渦法を用いるので時間ステップを比較的大きくとれるが、拡散については陽的な前進差分をもとにしているからである。Δt_Dは各要素の最小辺をΔs_{min}として

$$\Delta t_D<\min\left\{\frac{\Delta s_{min}{}^2}{13(\nu+\nu_t)}\right\} \qquad (2\text{-}77)$$

という条件を課した。この条件は直線上に分布した渦度が両側に時間Δt_Dの間拡散した時に、直線からΔs_{min}だけ離れた位置における渦度が直線上の渦度の値の１％程度以下となるという条件である。これによって各要素から拡散移出する渦度のうち隣の要素より遠くの要素に拡散する筈の量が無視できる程度に小さくすることができる。

以上により時間Δtの間に要素に移入する循環が求められ、この循環をもつ渦点を要素の図心（図２－７白丸）に導入することによって第１段階は完了する。

（ｂ）　第２段階では、第１段階で得られた渦点を、同要素内にすでに存在している渦点（図２－７黒丸）とともに、それぞれの点における流速で対流移動させる。渦点の位置は物理面における（ｘ，ｙ）座標で表すよりも計算面の（ξ，η）座標によって表す方が計算上便利であり、本数値解析ではこれを採用するが、渦点が格子とは自由な位置関係をとり得ることには何ら代わりはない。現在の渦点ｋの位置を（ξ_k，η_k）、Δt後の渦点の位置を（ξ_k'，η_k'）とすると

$$\begin{pmatrix}\xi_k'\\ \eta_k'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\xi_k\\ \eta_k\end{pmatrix}+\Delta t\begin{pmatrix}\dfrac{D\xi_k}{Dt}\\ \dfrac{D\eta_k}{Dt}\end{pmatrix} \qquad (2\text{-}78)$$

と表される。ここで$\dfrac{D\xi_k}{Dt}$，$\dfrac{D\eta_k}{Dt}$は反変速度で

$$\frac{D\xi_k}{Dt}=u\frac{\partial\xi}{\partial x}+v\frac{\partial\xi}{\partial y} \qquad (2\text{-}79)$$

$$=\frac{1}{J}\frac{\partial\psi}{\partial\eta}$$

$$\frac{D\eta_k}{Dt}=u\frac{\partial\eta}{\partial x}+v\frac{\partial\eta}{\partial y} \qquad (2\text{-}80)$$

$$=-\frac{1}{J}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}$$

によって求めることができる。対流移動の後、同じ要素内に入った渦点は等価な１個の渦点に置き換え

$$\Delta\Gamma=\sum_{k\in e}\Delta\Gamma_k \qquad (2\text{-}81)$$

$$\xi=\sum_{k\in e}(\xi_k|\Delta\Gamma_k|)\Big/\sum_{k\in e}|\Delta\Gamma_k| \qquad (2\text{-}82)$$

$$\eta=\sum_{k\in e}(\eta_k|\Delta\Gamma_k|)\Big/\sum_{k\in e}|\Delta\Gamma_k| \qquad (2\text{-}83)$$

とする。

（ｃ）境界条件

渦度輸送方程式の境界条件、すなわち境界を通して対流および拡散移動する渦点の取扱いについて述べる。

単独翼列では上流の流れは非粘性で逆流もないので、上流境界では渦度の対流も拡散も無いとする。周期境界を通して対流・拡散移出する渦点は、対応する周期境界の位置から対流・拡散移入する。翼面上では渦度の生産があり、それが流れ場に拡散していくが、これは本節（４）に述べた方法によって扱う。また翼面上では流れの方向、すなわち渦点の対流移動の方向は翼面に沿っている。下流境界では境界に垂直な方向の渦度の拡散を求めることはできないが、渦度は既に十分拡散して下流境界を通して渦度の勾配、すなわち拡散は非常に小さく無視できるとする。下流境界の位置は翼列出口から翼列方向の周期長以上離れたところにとっており、また旋回失速の挙動に対して下流の影響はそれほど大きくはないとされていることから、上の仮定は妥当なものと考えられる。

（６）　剥離点からの渦度の流出

剥離点から流出する渦度は剥離点での境界層厚さをδ、外縁流速をU_e、剥離点の移動速度をU_s、剥離点における速度分布をｕ（Ｙ）とすると

$$\frac{\partial\Gamma_s}{\partial t}=-\int_0^{\delta}u\frac{\partial u}{\partial Y}dY+\int_0^{\delta}U_s\frac{\partial u}{\partial Y}dY \qquad (2\text{-}84)$$

と表される。右辺第１項は、固定された剥離点から流出する渦度を表し、右辺第

2項は剥離点が動くことによって境界層と外部流れの境界が変化するために表れる項である。

第1項については、剥離点における速度分布をＣｏｌｅｓの後流法則［97］にに基づいて

$$u(Y)=\frac{U_e}{2}\left[1-\cos\left(\frac{\pi Y}{\delta}\right)\right] \tag{2-85}$$

とすることにより、図２－１１に示すように剥離点における境界層断面上の各要素内の白丸の位置に分割して渦点を導入する。例えば要素（i，j＋1/2）内の点に導入する渦点の循環は、

$$\Delta\Gamma_{s,j+1/2}=-\{u(Y_{j+1})^2-u(Y_j)^2\}\Delta t_s/2 \tag{2-86}$$

となる。ここでΔt_sは剥離渦の対流の時間ステップで、対流輸送の時間ステップΔtに対して$\Delta t_s=\Delta t/n$で、Δt_sは剥離渦の導入位置の流速をq、要素の短い方の辺の長さをΔsとすると

$$\Delta t_s \leq \Delta s/q \tag{2-87}$$

となるように決定する。渦点の導入と対流移動をｎ回繰り返すことにより、時間ステップΔtの間に放出される渦度が表され、剥離点付近の要素１個につきおおよそ１個の渦点が入るようになる。

第２項については、第１項の計算が終了した後、剥離点を動かして剥離点が下流に移動して渦点が境界層内に入った場合はこれを消去し、上流へ移動して境界層の渦度が外部流れの渦度となる場合には、翼面で生産される渦度でこれを代用した。ただし剥離点の移動が問題となるのは急激な前縁剥離を起こす場合であり、そのほかの場合には通常剥離点の移動は非常にゆっくりと進む。

２－３　非定常境界層

２－３－１　境界層方程式

いま翼面に沿う方向をξ軸、法線方向をη軸とする直交曲線座標系（ξ，η）を考える。（ξ，η）座標上で連続の式およびＮＳ式はξ，η軸方向の速度成分をq_ξ，q_ηとすると

$$\frac{h_2}{h_1}\partial_\xi q_\xi+\partial_\eta q_\eta+\frac{1}{h_1}q_\eta=0 \tag{2-88}$$

$$\begin{aligned}\partial_t q_\xi+\frac{h_2}{h_1}q_\xi\partial_\xi q_\xi+q_\eta\partial_\eta q_\xi+\frac{1}{h_1}q_\xi q_\eta &=-\frac{h_2}{h_1}\frac{1}{\rho}\partial_\xi p\\ +\nu\{\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2\partial_\xi{}^2 q_\xi+\partial_\eta{}^2 q_\xi+\frac{1}{h_1}\partial_\eta q_\xi-\frac{1}{h_1{}^2}q_\xi\\ \frac{2h_2}{h_1{}^2}\partial_\xi q_\eta-\frac{h_2}{h_1{}^3}\frac{dh_2}{d\xi}q_\eta+\frac{h_2\eta}{h_1{}^3}\frac{dh_2}{d\xi}\partial_\xi q_\xi\}\end{aligned} \tag{2-89}$$

$$\begin{aligned}\partial_t q_\eta+\frac{h_2}{h_1}q_\xi\partial_\xi q_\eta+q_\eta\partial_\eta q_\eta-\frac{1}{h_1}q_\xi{}^2 &=-\frac{1}{\rho}\partial_\eta p\\ \nu\{\partial_\eta{}^2 q_\eta-\frac{2h_2}{h_1{}^2}\partial_\xi q_\xi+\frac{1}{h_1}\partial_\eta q_\eta+\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2\partial_\xi{}^2 q_\eta\\ -\frac{1}{h_1{}^2}q_\eta+\frac{h_2}{h_1{}^3}\frac{dh_2}{d\xi}q_\xi+\frac{h_2\eta}{h_1{}^3}\frac{dh_2}{d\xi}\partial_\xi q_\eta\}\end{aligned} \tag{2-90}$$

$$h_1=R+y,\quad h_2=R \tag{2-91}$$

R：翼面の曲率半径

となる［90］。

いまＲｅ数が十分に大きいとして、以下のように境界層近似を考える。代表長さL、代表速度V、境界層厚さδとすると、

$$\begin{aligned}&\delta/L \sim Re^{-1/2} << 1\\ &\nu \sim Re^{-1} \sim (\delta/L)^2\\ &q_\xi \sim V, \qquad q_\eta \sim V\delta L^{-1},\\ &\partial_\xi \sim L^{-1}, \qquad \partial_\eta \sim \delta^{-1}, \qquad y \sim \delta\end{aligned} \tag{2-92}$$

となり、また曲率半径ＲがＲ～Ｌ程度に大きく、Ｒの変化があまり大きくない場合には

$$h_1 \sim h_2 \sim L,\quad \frac{h_2}{h_1} \sim 1,\quad \frac{1}{h_1} \sim \frac{1}{L},\quad \frac{dh_2}{d\xi} \sim 1 \tag{2-93}$$

となる。

これらより、式（２－８８）～（２－９０）は、式のオーダー（Ｖ^2／Ｌ）に対してＯ（Ｖ^2／Ｌ・δ／Ｌ）の誤差で

$$\partial_\xi q_\xi + \partial_\eta q_\eta = 0 \tag{2-94}$$

$$\partial_t q_\xi + q_\xi \partial_\xi q_\xi + q_\eta \partial_\eta q_\xi = -\frac{1}{\rho}\partial_\xi p + \nu \partial_\eta^2 q_\xi \tag{2-95}$$

$$\frac{q_\xi^2}{R} = \frac{1}{\rho}\partial_\eta p \tag{2-96}$$

と近似される。式（２－９５）が境界層方程式であるが、数値計算の都合上非慣性項である$\partial_\eta p$ の項は無い方がよいのでこれを消去することを考える。

境界層外縁において式（２－９５）を考えると、

$$q_\xi = U_e,\quad \partial_\eta q_\xi = 0,\quad \nu \partial_\eta^2 q_\xi = 0 \tag{2-97}$$

であるので

$$\partial_t U_e + U_e \partial_\xi U_e = -\frac{1}{\rho}\partial_\xi p_e \tag{2-98}$$

となる。境界層内外の圧力の差を考えると、式（２－９６）より

$$\frac{1}{\rho}\partial_\eta p \sim \frac{V^2}{L} \tag{2-99}$$

となるので

$$\frac{1}{\rho}(p_e - p) = \int_\eta^\delta \frac{1}{\rho}\partial_\eta p \, d\eta \sim \frac{V^2}{L}\delta \tag{2-100}$$

である。これを式（２－９５）に代入すると、式のオーダーＯ（Ｖ^2／Ｌ）に対してＯ（Ｖ^2／Ｌ・δ／Ｌ）の誤差で

$$\partial_t q_\xi + q_\xi \partial_\xi q_\xi + q_\eta \partial_\eta q_\xi - \nu \partial_\eta^2 q_\xi = \partial_t U_e + U_e \partial_\xi U_e \tag{2-101}$$

を得る。曲率を持たない平板上の境界層では、同じ境界層近似により式（２－１０１）に対応する方程式が、式のオーダーＯ（Ｖ^2／Ｌ）に対して誤差のオーダーＯ（Ｖ^2／Ｌ・δ^2／Ｌ^2）で成立する。曲率がある場合には、それに比べ誤差のオーダーは大きくなるが、同様な方程式が得られることに違いはない。乱流境界層についても平均流について考え、レイノルズ応力の大きさを評価することにより同様な式が得られ、層流と乱流の場合をまとめて表すと

$$\partial_t q_\xi + q_\xi \partial_\xi q_\xi + q_\eta \partial_\eta q_\xi - \frac{1}{\rho}\partial_\eta \tau = \partial_t U_e + U_e \partial_\xi U_e \tag{2-102}$$

層流境界層　：　$\tau = \mu \partial_\eta q_\xi$

乱流境界層　：　$\tau = \mu \partial_\eta q_\xi - \rho \overline{q_\xi' q_\eta'}$　（この場合 q_ξ は平均量）

となる。

本数値解析では、積分法を用いて式（２－１０２）の境界層方程式を解く。式（２－１０２）をη方向に翼面（$\eta = 0$）から境界層外縁（$\eta = \delta$）まで積分すると次のような積分運動量方程式が得られる。

$$\partial_\xi \theta + \frac{\theta}{U_e}\partial_\xi U_e (2+H) + \frac{1}{U_e}\partial_t \delta^* + \frac{\delta^*}{U_e^2}\partial_t U_e = \frac{C_f}{2} \tag{2-103}$$

ここで、δ^*は排除厚さ、θは運動量厚さ、Ｈは形状係数、C_fは翼面における無次元せん断応力で

$$\delta^* = \frac{1}{U_e}\int_0^\delta (U_e - u)\,dy,\qquad \theta = \frac{1}{U_e^2}\int_0^\delta (U_e - u)\,u\,dy$$

$$H = \delta^* / \theta,\qquad C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_e^2}$$

である。δは境界層厚さ、τ_wは翼面における剪断応力を表す。

2－3－2　境界層計算法

以下に層流及び乱流境界層の計算法、層流から乱流境界層への移行の取扱いについて述べる。式（２－１０３）において未知数はθ，H，C_fの３個であるから、それらを求めるには更に２個の関係式が必要である。このための方法として層流境界層についてはＰaulhausen［91］の方法を、乱流境界層についてはＨeadのエントレインメント法を用いる［92］。また層流から乱流境界層への移行についてはＳchlichtingの方法［91］を用いる。また数値解法としてＭcＤonaldとＳhamroth［93］のＰredictor-Ｃorrector法を用いる。すなわち各流れ方向位置において時間微分を適当に仮定して式（２－１０３）を常微分方程式にした上で、ルンゲクッタ法によって流れ方向に解を進め、求まった解と１つ前の時間ステップの解より時間微分を求め、これが収束するまで反復した後に下流の計算に進む。但し、剥離点および乱流境界層への移行点が下流方向に移動するときには、１つ前の時間ステップの解がないという場合が存在するが、その際には時間微分項を０として計算する。これは迎え角増加時の前縁剥離に至るまでの時間遅れに関しては非定常性が果たす役割が大きいが、再付着の過程においては剥離点位置を含めて境界層はその瞬間の流れ場の方が支配的であると考えられるからである。

以下では表記を簡単にするため（ξ，η）および（q_ξ，q_η）を（ｘ，ｙ）および（ｕ，ｖ）に取り替えて、式（２－１０３）を

$$\partial_x\theta+\frac{\theta}{U_e}\partial_x U_e(2+H)+\frac{1}{U_e}\partial_t\delta^*+\frac{\delta^*}{U_e^2}\partial_t U_e=\frac{C_f}{2}\qquad(2\text{-}104)$$

と表すことにする。

（１）　層流境界層

Ｐaulhausenの方法［91］を用いる。層流境界層内の速度分布u/U_eを$\eta=y/\delta$の４次式で表し、翼面及び境界層外縁における境界条件

$$y=0\text{で}\qquad u=0,\quad -\nu\partial_y^2 u=\partial_t U_e+U_e\partial_x U_e\qquad(2\text{-}105)$$

$$y=\delta\text{で}\qquad u=U_e,\quad \partial_y u=\partial_y^2 u=0\qquad(2\text{-}106)$$

を用いると、次のようになる。

$$u/U_e=f(\eta)=(2\eta-2\eta^3+\eta^4)+\Lambda\eta(1-\eta)^3/6\qquad(2\text{-}107)$$

ここでΛは無次元量で

$$\Lambda=(\delta^2/\nu)(U_e^{-1}\partial_t U_e+\partial_x U_e)\qquad(2\text{-}108)$$

である。Λによる速度分布の変化を図２－１２に示す［91］。上式より、

$$\alpha_1=\delta^*/\delta=\int_0^1(1-f)\,d\eta=(3/10)-(\Lambda/120)\qquad(2\text{-}109)$$

$$\alpha_2=\theta/\delta=\int_0^1 f(1-f)\,d\eta=(37/315)-(\Lambda/945)-(\Lambda^2/9072)\qquad(2\text{-}110)$$

$$\beta_2=\delta\tau_w/(\mu U_e)=f'(1)=2+\Lambda/6\qquad(2\text{-}111)$$

$$H=\alpha_1/\alpha_2\qquad(2\text{-}112)$$

が得られる。更に新しい未知量として

$$Z=\theta^2/\nu\qquad(2\text{-}113)$$

と、Λに類似したＨolstein-Ｂohlenの形状係数

$$\begin{aligned}K&=Z(U_e^{-1}\partial_t U_e+\partial_x U_e)\\&=\alpha_2\Lambda\\&=[(37/315)-(\Lambda/945)-(\Lambda^2/9072)]^2\Lambda\end{aligned}\qquad(2\text{-}114)$$

を導入する。Λ及びＫは圧力勾配を表すパラメーターで、下流に向かって圧力が下がるとき正の値となる。式（２－１０４）に以上のパラメーターを代入すると、

$$\partial_x Z=U_e^{-1}\{F(K)+4(Z/U_e)\partial_t U_e-2Z\partial_t H-H\partial_t Z\}\qquad(2\text{-}115)$$

$$\begin{aligned}F(K)&=-2Z(2+H)(U_e\partial_t U_e+\partial_x U_e)+2\theta\tau_w/(\mu U_e^2)\\&=-2(2+H)K+2\alpha_2\beta\\&=2[(37/315)-(\Lambda/945)-(\Lambda^2/9072)]\\&\quad\cdot[2-(116/315)\Lambda+((2/945)+(1/120))\Lambda^2+\Lambda^3/4536]\end{aligned}\qquad(2\text{-}116)$$

と表される。Ｆ（Ｋ）のグラフを図２－１３に示す［91］。

計算は前縁淀み点から開始するが、淀み点では$\partial_x\gg\partial_t$であって式（２－１１５）において時間微分項は無視できると考えると、$U_e=0$よりＦ（Ｋ）＝０でな

ければならないことから

$$Z=0.077/(\partial_s U_e)_{s=0} \qquad (2\text{-}117)$$

$(\partial_s U_e)_{s=0}$は前縁の淀み点での値。

とした。また$(\partial_s Z)_{s=0}$は淀み点におけるポテンシャル流れの解より

$$(\partial_s Z)_{s=0}=0 \qquad (2\text{-}118)$$

とした。

（２）層流境界層から乱流境界層への移行

移行のメカニズムとして、

(a) 遷移
(b) 層流剥離、乱流再付着

の２つを考え、いずれかが起きた時に移行すると考える。

（ａ） 遷移

層流境界層が発達すると境界層内の微小擾乱が発達し始める点（不安定点）に達する。それ以後下流に進むにつれて擾乱が増大し、遷移点に達するとそれより下流では乱流になる。ここでは文献［91］に示された方法を用いて不安定点および遷移点の判別を行った。

各流れ方向位置で、運動量厚さを基準とするレイノルズ数

$$Re_\theta=U_e\theta/\nu \qquad (2\text{-}119)$$

を計算し、Re_θが$Re_{\theta,i}$と等しくなる位置が不安定点である。図２－１４にSchlichtingの$Re_{\theta,i}$とΛの判別曲線［91］を示すが、実際の計算では$Re_{\theta,i}$とKの関係に直したものを用いている。遷移点での$Re_{\theta,tr}$と不安定点の$Re_{\theta,i}$との差は、２点間の平均のKの値

$$\overline{K}=\frac{1}{x-x_i}\int_{x_i}^{x}K\,dx \qquad (2\text{-}120)$$

との間に図２－１５のような関係のあることがわかっている［91］。ここでは不

安定点を過ぎても層流であるとして計算を進め

$$Re_\theta-Re_{\theta,i}=(Re_{\theta,tr}-Re_{\theta,i})_{\overline{K}} \qquad (2\text{-}121)$$

となる点を遷移点とする。

遷移点においては運動量厚θは連続であるが、形状係数HはRe_θの関数として与えられる⊿H（図２－１６，［91］）だけ不連続的に減少する。すなわち

$$\theta_t=\theta_l \qquad (2\text{-}122)$$
$$H_t=H_l-\varDelta H(Re_{t\theta}) \qquad (2\text{-}123)$$

である。上式で計算された値θ_tおよびH_tは、乱流境界層の初期値として用いる。

（ｂ） 層流剥離、乱流再付着

層流剥離が起こるのは$\tau_w=0$となる位置、即ち式（２－１１１）によりΛ＝－１２、従ってK＝－０．１５６７となる点であるが、これはPohlhausenの近似速度分布を使用したときの値であり、実際にはK＝－０．０９となる点で剥離するとした方がよいということが経験的にしられており［63］、本研究でもこの値を用いる。本研究では層流剥離した境界層は直ちに乱流再付着するものとし、その間に生じるショートバブルの広がりを無視する。

この場合の乱流境界層の初期値としては、遷移の場合と同様にθは連続、Hは不連続に減少するものとした。その上でScruggsら［94］の研究に従って乱流となる最小のRe_θを３２０と制限した。

$$\theta_t=\theta_l$$

$$H_t=(H_l)_{K=-0.09}-\varDelta H(Re_{\theta,t}) \qquad (2\text{-}124)$$
$$=2.942-\varDelta H(Re_{\theta,t})$$

$$Re_{\theta,t}=\begin{cases} Re_\theta & (Re_\theta\geq 320) \\ 320 & (Re_\theta<320) \end{cases} \qquad (2\text{-}125)$$

この方法は理論的な裏付けはないが、特に問題となるH_tの与え方については乱流境界層のHは初期値にあまり依存しないので、この方法でも実際には差し支えない。

（３）　乱流境界層

ここではＨｅａｄのエントレインメント法［92］を用いる。この方法は境界層内の速度分布にまで立ち入らず、境界層が発達するにつれて主流の流体が境界層内にくりこまれていくことに着目して、積分パラメータの間の関係だけで閉じるものである。翼面に沿って単位長さあたりのエントレインメントをＥとする。新しい形状係数

$$H_1 = (\delta - \delta^*) / \theta \tag{2-126}$$

を導入すると、エントレインメントは、

$$E = \partial_x \int_0^{\delta} u\,dy = \partial_x \{U_e (\delta - \delta^*)\} = \partial_x (U_e H_1 \theta) \tag{2-127}$$

で表される。ＨｅａｄによればＥについて次の実験式が成り立つ。

$$\frac{d}{dx}(H_1 \theta) = E(H_1) - \frac{H_1 \theta}{U_e}\frac{\partial U_e}{\partial x} \tag{2-128}$$

ここで

$$E = E(H_1) = 0.0299(H_1 - 3.0)^{-0.6169} \tag{2-129}$$

$$H_1 = \begin{cases} 0.8234(H - 1.1)^{-1.287} + 3.277456 & (H \leq 1.6) \\ 1.5501(H - 0.6778)^{-3.064} + 3.3 & (H \geq 1.6) \end{cases} \tag{2-130}$$

もうひとつの補助関係式として、Ｌudwieg-Ｔillmanによる実験式

$$C_f = 0.246 \times 10^{-0.678H} \cdot (Re_\theta)^{-0.268} \tag{2-131}$$

を用いる。この式を式（２－１０４）に代入し、変数をＺにそろえると

$$\partial_x Z = \frac{1}{U_e}\left[0.246 \times 10^{-0.678H}(ZU_e^2/\nu)^{0.268} - 2Z\partial_x U_e(2+H)\right.$$

$$\left. - 2Z\partial_t H - H\partial_t Z - \frac{2ZH}{U_e}\partial_t U_e\right] \tag{2-132}$$

となる。解くべき式は式（２－１２８）及び（２－１３２）である。

この計算法の場合、Ｈ＝１．８～２．４の間で剥離が起こるとされている。剥離点ではＨは急激に増加するので、Ｈの選び方による剥離点位置の差は小さい。本数値解析では

$$H_{sep} = 2.1 \tag{2-133}$$

とした。

式（２－１２８）や（２－１３２）が非定常流れの場合にどのくらい信頼性があるかは今のところ不明である。しかし本数値解析において境界層自身の非定常性が重要となるのは、境界層が付着した状態から急激な前縁剥離が起こる場合である。前縁剥離の後、渦が成長・放出される過程においても翼周辺の流れ場は急激に変化するが、この場合には剥離点は前縁および後縁に固定されており、また再付着の過程では境界層自身の非定常性の影響は小さいとされている。また非定常流れの剥離点については明らかにされていない点が多いが、本数値解析では以上述べたような準定常的な取扱いを行うことにする。

２－３－３　境界層外縁の速度分布

境界層の計算には式（２－１０４）を用いるが、このために外部流れの計算によって得られた速度場より、次のようにして境界層外縁の速度分布を求める。

一つ前の時間ステップにおいて得られた剥離点位置x_{sp}及び剥離点位置における境界層厚さδ_{sp}と現在の時間ステップにおける前縁よどみ点の位置x_{st}より、境界層外縁の形状を図２－１７のように直線で補間し

$$\delta = \delta_{sp} \frac{x - x_{ST}}{x_{SP} - x_{ST}} \tag{2-134}$$

と推定する。剥離点より下流でも、上の直線を下流側に延長した直線を境界外縁とする。

剥離点より下流では、すでに放出された剥離渦が分布しているので、この直線が渦度の強い領域の内部に入ってしまう場合がある。この場合には、境界層外縁位置として渦度の強い領域のすぐ外側の位置を考えることにする。本数値解析ではこの領域の外側境界上の渦度の値として、$|\zeta| = 2.0$とした。この値は非粘性流に対するベルヌイ式から算出される圧力分布と、次節に示す粘性流に対する圧力のポワソン方程式から求められる圧力分布との差が十分小さくなる限界の位置を調べ、その位置における渦度の値を適用したものである。このようにして図２－１７に示したように、境界層を計算する点（白丸）と同じx軸上にある点（黒丸）における流速を求め、境界層外縁における流速とした。本計算では、境界層による排除の効果を無視して外部流れを解いているので、上のようにして求めた速度分布は剥離点の前後で歪みが生じるが、その程度は十分に小さく、又剥離点の前後に限られるので、このことが境界層計算に及ぼす影響は小さいと考えられる。

２－４　圧力場と空力特性

２－４－１　圧力のポアソン方程式と境界条件

本数値解析では静圧に関するポアソン方程式を解いて圧力場と翼にかかる空気力を求める。

運動方程式の発散をとることにより圧力のポアソン方程式

$$\nabla^2 p = D \tag{2-135}$$

$$D = 2(\partial_x u \, \partial_y v - \partial_x v \, \partial_y u) + \partial_x{}^2 \tau_{xx} + 2\partial_{xy} \tau_{xy} + \partial_y{}^2 \tau_{yy}$$

$$\tau_{xx} = 2\rho(\nu_0 + \nu_t)\partial_x u - \frac{1}{3}k$$

$$\tau_{xy} = \rho(\nu_0 + \nu_t)(\partial_y u + \partial_x v)$$

$$\tau_{yy} = 2\rho(\nu_0 + \nu_t)\partial_y v - \frac{1}{3}k$$

$$\partial_x{}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2},\ \partial_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y},\ \partial_y{}^2 = \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

u, v, pは平均流に関する量

が得られる。式（２－１３５）を解いて圧力の場を求めるのであるが、本数値解析では流れ場を前述のようにモデル化して解いているので、方程式や境界条件についてもこのモデルに適した近似が必要である。この近似により生じる誤差の修正法についても後述する。なおポアソン方程式の解法はψの時と同じ有限要素法及びＳＣＧ法を用いた。

まず式（２－１３５）のDの各項のうちν_tの勾配を含む第２項以降は無視するのであるが、これはν_tの評価法として代数モデルを用いているのでν_tの勾配にはあまり意味が無いからである。また流れ関数方程式を解く時に用いる内挿関数は１次式であり、ψの２階微分に相当する速度の１階微分の項は本来計算できないはずであるが、ここでは近似的に速度分布（u, v）に対して同じ１次の内挿関数を用いて空間微分を求めた。

次に境界条件について述べる。上流では全圧が一定であるから

$$p_1 = p_{t1} - \frac{u_1{}^2 + v_1{}^2}{2}, \quad p_{t1} = \text{const.} \tag{2-136}$$

である。ここでv_1は一定であるが、上流境界のu_1は下流の翼列の流れの変動に

よって厳密に一定とはならない。しかし、その変化は上流境界を十分遠くにとることで小さくでき、その場合には圧力一定としても結果への影響は小さい。

$$p = const. \tag{2-137}$$

なお、式（２－１３６）の境界条件は案内羽根のように全圧損失が無い翼列が上流に存在する場合にも当てはまる。
　翼面に垂直な方向（ｎ方向）の運動方程式は

$$-\frac{1}{\rho}\partial_n p=\partial_t q_n+q_s\partial_s q_n+q_n\partial_n q_n-\frac{q_s^2+q_n^2}{R}-(\nu+\nu_t)\partial_s\zeta+T \tag{2-138}$$

である。ここで

$$T=\partial_x\nu_t(\partial_y u+\partial_x v)+\partial_y\nu_t(\partial_y v-\partial_x u)-\frac{1}{3}k$$
$$=\partial_s\nu_t(\partial_n q_s+\partial_s q_n)+\partial_n\nu_t(\partial_n q_n-\partial_s q_s)$$
$$+\partial_s\nu_t\left(-\frac{q_s}{R_s}+\frac{q_n}{R_n}\right)-\partial_n\nu_t\left(\frac{q_s}{R_n}+\frac{q_n}{R_s}\right)-\frac{1}{3}k$$

$R_s^{-1}=m\partial_s\ell-\ell\partial_s m,$
$R_n^{-1}=m\partial_n\ell-\ell\partial_n m$（$R_s$，$R_n$は曲率半径）

である。上式において、式（２－１３５）の場合と同様にν_tの勾配を無視すると、静止した翼面上では$q_n=0$であるから

$$-\frac{1}{\rho}\partial_n p=-\frac{q_s^2}{R_s}-(\nu+\nu_t)\partial_s\zeta \tag{2-139}$$

となる。粘性流中の翼面では本来$q_s=0$となり、式（２－１３９）の右辺は第２項だけでよいが、本数値解析では境界層の排除の効果を無視し、境界層厚さを零としているので、境界層内の翼面では$q_s\neq0$となる。ただし、剥離点より下流の翼面では$\zeta\neq0$であり、q_sはほぼ０となる。従って剥離点ではq_sや$\partial_s\zeta$が不連続な変化をすることになるが、剥離領域では圧力の勾配がそれほど大きくないと考えられることから、剥離点でも近似的に

$$\partial_n p=0 \tag{2-140}$$

が成り立つとした。

　下流境界では、速度場の境界条件の式（２－６４）よりｘ方向の運動方程式のうち慣性力の項は零となるので

$$-\frac{1}{\rho}\partial_x p=\partial_t u+(\nu+\nu_t)\partial_y\zeta \tag{2-141}$$

である。
　周期境界では

$$p_u-p_l=0 \tag{2-142}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_u+\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_l=0 \tag{2-143}$$

である。

２－４－２　ノイマンの拘束条件

　ポアソン方程式の境界条件がすべての境界でノイマン条件によって与えられる場合には、Ｇａｕｓｓの発散定理より得られる以下の保存条件が満足されなければならない。

$$\int_A D\,dA=\oint_B \partial_n p\,ds \tag{2-144}$$

　ただし、Ｄは式（２－１３５）の右辺であり、またＡは計算領域全体を、Ｂは Ａの境界を表している。
　ところが離散系では通常は数値誤差のため式（２－１４４）は満足されない。本数値解析法の場合には、これに加えて前述のような翼面境界条件やポワソン式のソース項の求め方についても近似を施している。本数値解析では上流でディリクレ条件を与えているが、式（２－１４４）が満足されないままで求められた解は上流境界における圧力勾配$\partial_n p$が正しく評価されていない。従って、ここでは上記のようなノイマン問題でよく行われるように［95,96］、以下のようにソース項を修正することによってこの点を解決した。
　まずソース項Ｄの分布と境界条件より

$$k=\frac{\oint_B \partial_n p\,ds}{\int_A D\,dA} \tag{2-145}$$

を計算する。ただし、上流境界ではディリクレ条件を与えるのだが、一様流であるから圧力の勾配は$\partial_n p=0$となり、したがって

$$\int \partial_n p \, ds = 0 \qquad (2\text{-}146)$$

が成立する。

式（２－１４５）のｋを用いて

$$\nabla^2 p = kD \qquad (2\text{-}147)$$

とすることによってソース項を修正し、これを解いて圧力場を求めた。実際の計算結果ではソース項の修正量は２～４％程度と小さく、上流境界での$\partial_n p$を修正するという効果以外に圧力場への影響は小さいと考えられる。

２－４－３　空気力と損失係数

翼面の圧力分布は、以下の圧力係数によって表す。

$$C_p = (p - p_1) / \left(\frac{1}{2}\rho W_1^2\right) \qquad (2\text{-}148)$$

翼にかかる空気力（X, Y）、および半翼弦点回りの時計方向のモーメントＭは翼面の圧力を翼面に沿って線積分することにより

$$X = -\oint_w p \, dy, \qquad Y = \oint_w p \, dx \qquad (2\text{-}149)$$

$$M = \oint_w (px\,dx + py\,dy) \qquad (2\text{-}150)$$

となる。線積分は時計まわりを正とする。これらより翼弦に垂直方向、接線方向の空気力成分Ｎ、Ｔも求められる。翼にかかる空気力およびモーメントは、翼弦長ｃと流入速度W_1を用いて、

$$C_X = X / \left(\frac{1}{2} W_1^2 c\right), \quad C_Y = Y / \left(\frac{1}{2} W_1^2 c\right) \qquad (2\text{-}151)$$

$$C_M = M / \left(\frac{1}{2} W_1^2 c^2\right) \qquad (2\text{-}152)$$

と無次元化される。C_N、C_Tについてもこれと同様である。

定常流の場合には図２－１８に示すような１ピッチの領域について運動量保存の法則が成り立つので、空気力のｘ，ｙ方向成分から以下の２式によって流出角β_2と全圧損失係数X_{tt}を求めることができる。

$$\tan\beta_2 = \tan\beta_1 - \sigma C_Y / 2\cos^2\beta_1 \qquad (2\text{-}153)$$

$$\begin{aligned} X_{tt} &= (C_X + C_Y \tan\beta_1)\sigma - (\sigma C_Y / 2\cos\beta_1)^2 \\ &= (p_{t2} - p_{t1}) / \left(\frac{1}{2} W_1^2\right) \qquad (2\text{-}154) \end{aligned}$$

これらは後述の線形解析の際に用いられる。

第３章　単独翼列に発生する旋回失速

本章では単独翼列に発生する旋回失速について数値解析の結果を示し、その考察をおこなう。ここでは低速圧縮機の典型的な翼列として下表のような翼列を解析の対象とし、まず３－１節ではこの翼列の定常特性を明らかにする。つづいて３－２節以降では、この翼列に発生する旋回失速について調べるが、まず３－２～３節では翼列方向の周期条件として５ピッチ周期条件を仮定した上で、旋回失速伝播時の翼の失速や剥離流れの様子、流入角に対する変化などについて検討を行い、旋回失速の流れの基本的な挙動を明らかにする。３－４節では旋回失速発生点とヒステリシス現象を取り上げ、数値解析の結果と線形理論との比較・検討を行う。３－５節では周期条件による違いを検討するとともに、１０ピッチ周期条件の下で発生する失速セルの数やその変化について議論する。最後に３－６節では節弦比を変えた翼列を対象とした解析を行い、節弦比による旋回失速の流れ場や伝播速度の変化について議論する。なお、本章では単独翼列を対象とするのであるが、翼列が動翼列であっても動翼とともに動く座標系からみれば静止翼列と同じ扱いができるので、本章では常に静止翼列として問題を扱う。また翼列の無限上流および無限下流をそれぞれsuffix1，２で表す。なお以下では、全ての流れの諸量を翼列上流の一様流の流速W_1と翼弦長ｃを基準として無次元化した値によって表す。

数値解析の対象とする翼列		
翼型	：	ＮＡＣＡ　６５ＣＡ（３０）１０
節弦比	：	Ｓ／Ｃ＝１．０　(0.1, 0.5, 1.5)
食違い角	：	ξ　＝３０．０°
Ｒｅ数	：	Ｒｅ　＝３００，０００

３－１　定常流れ

３－１－１　定常流れの様子

旋回失速の解析に先立って、まずこの翼列を通る定常流れの様子と静的な翼列特性について調べる。

定常流れの様子は、本数値解析法において翼列方向に１ピッチ周期の条件を課した計算を行うことによって調べることができる。本数値解析法によれば翼列上流の一様流の流入角β_1は非失速領域から失速領域まで網羅する広い範囲の流入角について計算することができ、ここではβ_1＝４２．５，５０．０，５２．０，５３．０，５５．０，６０．０，７０．０，７５．０°について計算を行った。初期条件としては、上流境界において流入角β_1と下流境界において流出角β_2を与え、これによって決まる渦無し流れを初期状態とし、その後、翼列上流のβ_1を一定に保ったまま時間方向に計算を進めていく。

計算の結果、最終的に得られた定常流れの様子を見るために、渦度分布、流線、静圧分布、および全圧分布をそれぞれ図３－１－１～４に示す。渦度分布図において等高線は｜ζ｜＝２．０，４．０，６．０，８．０，１０．０の値について描かれており、実線は時計方向の渦度を、破線は反時計方向の渦度を表している。静圧および全圧の等高線は無限上流の動圧の２０％の間隔で描かれている。

図３－１－１～４に示された流れ場は、いずれの流入角についても無次元時間ｔ＝１０．０において得られたものである。この流れ場に到る途中の無次元時間ｔ＝１．０～１０．０まで１．０毎の流れ場の変化の様子は、図３－１－５の渦度分布に示されている通りであるが、これによるといずれの流入角においても流れ場は時間とともに収束していき、ｔ＝１０．０までにはほぼ定常的な流れの状態に到達していることがわかる。

β_1＝４２．５°および５０°では、図３－１－５によれば、流れ場の様子はｔ＝４．０以後ほとんど変化はなく、すみやかに定常な流れに収束している。そして定常状態に至った後、翼背面および腹面の境界層は後縁近くまで付着しており、この時翼から放出される渦度は弱く、したがって翼後流の幅や速度欠損の大きさは非常に小さくなっている。一方、流入角が少し大きなβ_1＝５２°では、翼背面の剥離点は後縁から約４０％コード位置付近まで上流に前進している。このためβ_1＝４２．５°や５０°の場合に比べると剥離点から放出される渦度がやや強くなり、翼後流の幅や全圧損失が大きくなっているが（図３－１－４（ｃ）中のwake flow regionで示す領域）、それでもまだ流れはほぼ翼面に沿って流れていることがわかる。

これに対してβ_1＝５３°以上の流入角では、５２°と比べ流れ場に大きな違いがみられる。すなわちβ_1＝５２°では翼背面境界層が前縁から６０％コード付近まで付着していたのに対して、β_1＝５３°では剥離点が一気に前縁まで移動する。

図３－１－１（ｄ）に見られるように、この前縁剥離点からは強い時計方向の渦度が放出され、一方、後縁からも反時計方向の渦度が放出されている。そしてこれら反対向きの渦度は、前縁と後縁から下流のほぼ流出方向（β_2方向）に定常的に流れていき、これによって翼背面の剥離域、および翼の下流の後流域が形成されている。境界層が付着しているβ_1＝５２°の場合に比べると、ほんの１°の流入角の違いでも、翼背面境界層の前縁剥離を伴うことによって後流域での速度欠損や全圧損失の大きさが急激に増加していることがわかる。流入角がさらにβ_1＝５５，６０，７０，７５°と増加するにつれて、前縁から放出される渦度はますます強くなっていき、このため翼面剥離域や翼後流の幅が広がっている様子を見ることができる。翼が失速している場合には、強い渦度の放出が絶えず続いて、これが下流に流されるために、非失速の場合に比べると流れ場の時間的な変動幅が比較的大きくなっている。しかし、それでも翼近傍の流れの状態についてみると、大きな規模の渦の周期的な巻き込みの様な現象は見られず、t＝８．０ないし９．０以後は時間変動は計算開始直後よりは小さくなっていっており、ほぼ定常的な流れに収束しているとして良いと考えられる。

図３－１－６は、定常状態に収束した時（t＝１０．０）の翼面上の静圧分布を示したものである。縦軸は圧力係数を表し、上向きが負で圧力が低い方向を表していて、また横軸は翼面上の点の翼弦方向の位置を翼弦長との比で表している。これによるとβ_1＝４２．５°～５２°ではいずれの流入角でも背面境界層は付着しているが、両者で異なる点はβ_1＝４２．５°では前縁で圧力が滑らかに変化しているのに対して、β_1＝５０°，５２°と流入角が大きくなるにつれて前縁に比較的大きな負圧のピークが現れるようになるということである。β_1＝５２°の場合には前縁から６０％コード位置で剥離しているが、この剥離点より下流の翼背面では静圧はほぼ一定（図ではほぼ水平）となっている。一方、β_1＝５３°以上の流入角では前縁剥離しているため、翼背面の圧力は前縁から後縁までほぼ一定となっていることがわかる。この時、剥離点の位置は前縁より僅かに腹側下流の位置にあるので、前縁に負圧の小さなピークが現れている。

３－１－２　静的翼列特性

（ａ）空気力特性および全圧損失特性

上の計算で求められた翼面の圧力を翼面に沿って積分することによって、翼にかかる空気力を知ることができる。図３－１－７（ａ）は上で示した定常流れについて空気力を求め、翼弦に垂直な方向の空気力係数C_Nと翼弦に接する方向の空気力係数C_T（後縁方向正）を流入角に対して表したものである。この図によると流入角β_1＝５０°までは流入角に対してC_Nは増加するが、β_1＝５２°付近から急激に減少し始め、翼が失速している様子が表れている。これは５２°では翼背面の剥離点が後縁から前進して、さらに５３°以上では一気に前縁剥離に至り、翼背面と腹面の圧力差が急に小さくなるためである。一方、β_1＝５５°以上ではC_Nの流入角に対する変化も比較的緩やかになっているが、これは図３－１－６において前縁剥離後は背面の翼背面・腹面とも圧力分布の変化が小さくなっているためと考えられる。

次に２－４節で述べた様に定常な流れに対しては運動量保存の法則を適用することができるので、上で求めた空気力を用いて翼列を通しての全圧損失の値を求めることができる（式(2-154)参照）。図３－１－７（ｂ）はこの様にして求めた全圧損失特性を流入角に対して示している。これによるとβ_1＝４２．５°から５２°での範囲では全圧損失X_{ss}の値は０．０１～０．０２と非常に小さいが、β_1＝５３°以上では急激に増加し、X_{ss}＝０．１～０．５と大きくなっている。このような急激な増加は、翼背面境界層の前縁剥離によるものである。流入角がもっと大きなところでは、全圧損失係数はβ_1＝５３°付近の増加率でそのまま大きくなっていくのではなくて、β_1＝５５°以上では勾配はむしろ若干緩やかになっている様子を見ることができる。

（ｂ）実験結果との比較

計算の結果を確認するために、上で得られた静的特性を実験結果と比較してみる。図３－１－８は、ＮＡＣＡで行われた同じ翼列の２次元翼列風洞による実験結果を示している［98］。この実験では流入角をβ_1＝４５°に固定して、翼の迎え角α_1を変えた時の静的特性値の変化を調べている。これによると、この翼列の設計点はα_1＝１２．５°であり、翼の揚力はα_1＝２１°において最大となる。これより迎え角の大きなところでは揚力C_lが減少に転じるとともに、抗力Cdや全圧損失係数C_wが急激に増加し始める様子が現れていて、翼が失速していることを示している。非失速領域においては揚力係数や全圧損失係数の値は定量的にも計算と実験でおおよそ一致している。また失速領域に入ったところで全圧損失が急激に増加する様子なども、良く一致しているとして良いであろう。

静的失速点を大きく越えた領域では、上のような翼列実験では静的翼列特性を精度良く求めることは本来困難である。この点について水野ら［82］は反転軸流圧縮機において旋回失速伝播時の動的な翼列特性（全圧損失係数と流出角）を測定し、その結果から非失速領域から失速領域まで含めた静的な翼列特性を評価した。その結果を図３－１－９に示す。一般にアクチュエーターディスク理論では、流入角の変化に静的に対応する全圧損失係数X_{ss}の変化に対して、動的には境界層の応答の遅れを原因とする一次遅れ（図中の式でτは時定数）があるものとされ、さらに流路内流体の慣性による遅れ（図中の式で係数ｋのかかっている項）があると仮定される。水野らも図３－１－９（ａ）に示した動的特性について、一応この仮定が成り立つと考えて静的特性を評価した。その結果、異なった作動条件下の旋回失速からもほぼ同一の静的特性が得られることから、これらを総合して推定したものが図３－１－９（ｂ）の静的特性である。これによるとやはり静的失速点（この実験ではβ_1＝約６４°）を越えたところで損失のやや急激な増加が認められ、非常に大きな流入角では増加率がやや鈍る傾向が示されており、計算結果と定性的に一致している。

以上よりこの翼列の定常流れの様子と静的な翼列特性について、本数値解析の結果は実験結果と良く合っており、本数値解析は上のような定常流れに対して有効なものであるということができる。そしてこの翼列の静的な失速点は流入角β_1＝５２°～５３°の間にあることがわかった。

３－２　旋回失速伝播時の流れの挙動
（５ピッチ１周期，β_1＝６０°の場合）

本節では旋回失速が伝播している時の翼列を通る流れの挙動について考える。その際考えるべきパラメータはいくつかあるが、まずはじめに典型的な例として、翼列方向には５ピッチで一周期の周期性をもつとした場合に、平均流入角β_1＝６０°において伝播する旋回失速を取り上げ、旋回失速伝播時の流れの挙動や伝播の基本的な流れの機構について調べていく。さきに示した通りこの翼列の静的失速点はβ_1＝５３°程度であり、β_1＝６０°は旋回失速が十分成長し、伝播していることが予想される流入角である。初期条件としては、５つの翼間流路のうちの１つ（ここでは流路No.１（図２－１参照）を選んだ。）を通る流量だけが零となるような渦無し流れを与え、これによって生じた変動がその後翼列方向に伝わっていく様子を調べる。

３－２－１　失速渦と回復渦の放出現象

図３－２－１は計算の結果得られた渦度分布と流線を、無次元時間ｔ＝７．０～１４．０まで１．０毎に示している。ここで等渦度線は$|\zeta|$＝２．０，４．０，６．０，８．０，１０．０について、時計周りの渦度を実線で、反時計周りの渦度を破線で示している。また流線は$\Delta\psi$＝０．１の間隔で示している。

無次元時間ｔ＝９．０において翼No.４は前縁失速しているが、この翼の背面には時計周りの強い渦が翼面の上流側半分以上をおおう程度に成長している様子を見ることができる。一方、翼No.３の後縁付近には上記の渦とは反対向き（反時計周り）の強い渦が成長している様子がみられる。これらの渦とちょうど同じ様な渦は無次元時間で４．０だけ経過したｔ＝１３．０にも現れており、翼No.５の背面上に時計まわりの渦が成長し、また翼No.４の後縁付近に反時計まわりの渦が成長している。このことは、無次元時間約４．０の間に翼周辺の失速流れのパターンがひとつ背面側の翼に移っていることを示しており、旋回失速の伝播を示すものと考えることができる。

以下では上記のような旋回失速の流れ場が翼列方向に伝播する途中の過程について順を追って調べていく。

図３－２－１からわかるように翼No.４はｔ＝７．０にちょうど背面境界層が前縁から剥離しているが、この前縁剥離点から放出された時計周りの渦度は、翼面付近での干渉によって生じる逆向き（上流方向）の誘起速度のために、あたかも翼面に捕えられたかの様にふるまう。その結果、翼背面上にはこの渦度が蓄積され、やがて１個の大きな渦が形成されるようになることがわかる［t=7.0～8.0］。本論文ではこの渦を「失速渦（Stall Vortex）」と呼ぶことにする。この失速渦は次第に大きさと強さを増しながら下流方向、及び流路の中程の方向に広がって

いき、やがてｔ＝９．０を少し過ぎた頃、失速渦によって形成される強い逆流領域が翼No.４の背面全体を覆うまでに成長するようになる。失速渦はこれより後、翼面を離れ始めるが、これと同時に同じ翼No.４の腹面後縁からの反時計周りの渦度の放出が突然強くなって、しかもこの渦度は後縁を回って翼の背面側へ流れ込み始める［t=10.0］。その後ｔ＝１１．０には失速渦は背面側隣接翼である翼No.５の腹面に近づいていき、一方翼No.４の背面に回り込んでいた渦度は後縁付近で大きな渦に成長し始めていることがわかる。この後者の渦を本論文では「回復渦（Unstall Vortex）」と呼ぶことにする。この頃、翼No.４の背面側の流路である流路No.４は、上記の失速渦と回復渦によってほぼ埋め尽くされていて、流線の様子からわかるようにこの流路を通る流れが大きくせき止められるようになる。そしてその結果、それまではミッドコード付近まで付着していた翼No.５の背面境界層の剥離点が一気に前縁まで移動している［t=11.0］。これより後、この翼No.５の前縁剥離点から放出される時計周りの強い渦度は上述の翼No.４の場合と同様にふるまい、翼No.５の背面には新しい失速渦が成長し始め［t=12.0］、やがてｔ＝１３．０には先にｔ＝９．０において翼No.４背面上に生じていた失速渦とほぼ同じ大きさの失速渦が形成されるようになる。

一方、翼No.４の後縁に成長していた回復渦は、翼No.４で成長した失速渦が翼から完全に離れるまでの間、後縁付近にしばらくとどまったまま成長し［t=12.0］、その後この渦も翼を離れて徐々に下流へ流されていくようになる［t=13.0］。回復渦が後縁から放出されると翼No.４の迎え角は徐々に減少し、それに伴って前・後縁から放出される渦度は弱くなって、このためそれまでのような激しい剥離を伴った状態から徐々に回復していく。ｔ＝９．０に回復渦を放出した翼No.３やそれよりも前に既に回復渦を放出した翼No.１およびNo.２は、ｔ＝１４．０にはかなり失速から回復していて、翼No.３、２、１と失速領域から腹側方向に離れるに従って各翼の背面境界層の剥離点が徐々に後縁側へ移動している様子を見ることができる。背面境界層は次に前縁失速するすぐ前の頃に最も下流まで再付着が進んでいて、このβ_1＝６０°の場合には最大で後縁付近まで再付着していることがわかる［例えばt=14.0の翼No.１］。

以上より５枚の翼のうち１枚ないし２枚の翼の背面では失速渦と回復渦の成長・放出を伴うような激しく前縁失速した作動状態にあり、残りの翼は失速領域から離れるに従って徐々に回復に向かっていくことがわかった。そして各翼が上記のような前縁失速と背面境界層の再付着を繰り返しながら、このような流れのパターンが翼から翼へ移っていき、これによってちょうど５ピッチで１波長の旋回失速が翼列方向に伝播していくことが明らかとなった。

３－２－２　圧力分布および可視化実験との比較

図３－２－２は上と同じ無次元時間ｔ＝７．０～１４．０の各時刻における静圧分布と全圧分布を示している。両図とも等高線は、上流境界から流入する一様流の動圧の２０％の間隔で描かれている。この図によると、翼No.４が前縁から剥離するようになるとこの前縁付近の静圧が非常に低くなっている［t=7.0～8.0］。この部分はちょうど先述の失速渦による負圧の中心に相当する部分で、その後ｔ＝９．０に見られるように失速渦が成長するにつれてこの部分も大きく広がっていくことがわかる。そして失速渦が翼から放出されるとこの負圧の部分も下流に移動していくようになる［t=10.0～12.0］。失速渦の負圧の中心の値は圧力上昇係数Ｃp、すなわち無限上流の静圧との差を無限上流の動圧との比の形で表すと、失速渦の成長初期のｔ＝８．０において最も負圧が強く、Ｃp＝－４．４である。その後は失速渦が成長し、放出されるにつれて負圧領域の大きさは広がるが、反対に中心の負圧はｔ＝９．０，１０．０，１１．０，および１２．０においてＣp＝－３．６，－２．８，－１．６，および－０．６と急速に弱くなっていく。翼No.４の後縁で成長する回復渦について調べてみると、ｔ＝１１．０において翼No.４の後縁付近で非常に強い負圧の部分が発生し始めており、回復渦が成長するにつれてこの負圧領域の大きさが広がっていくが、反対に中心の負圧は弱まっていることがわかる［t=12.0］。一方、翼No.４のひとつ背面側の翼No.５ではｔ＝１１．０頃に前縁失速に到っているが、この時前縁付近の圧力は急激に減少しており、これより後失速渦が成長するのにともなって上述の翼No.４の場合と同様な変化を示すようになる［t=12.0～14.0］。

ここで本数値解析から得られる上記のような旋回失速伝播時の流れの挙動を確認するために、ＭＩＴで行われたＳtenningとＫriebelらによる可視化実験［32］の結果と比較する。この実験は円形翼列に発生した旋回失速について、シュリーレン写真と干渉計によって翼周りの流れの可視化を行ったものである。翼型は本論文と同じＮＡＣＡ 65(12)10、食い違い角はξ＝３１°である。ただし円形配置のため実際の翼列性能（翼背面の逆圧力勾配の大きさ）は若干異なって、ＮＡＣＡによる２次元翼列風洞の実験結果［98］と比較した結果、ＮＡＣＡ 65(8)10の直線翼列とほぼ等しいということがわかっている。表３－１はｓ／ｃ＝１．０の場合について実験から得られた旋回失速の特性をまとめて示している。この表の実験例のうち流入角β_1＝５７°（CASE Ｅ）と６４°（CASE Ｆ）の２つの場合について、干渉計による流れ場の可視化写真をそれぞれ図３－２－３（ａ）および（ｂ）に示す。

この可視化写真を先に示した図３－２－２の静圧分布と比較すると、（１）翼が前縁失速した後に前縁付近に強い負圧を示す領域が発生し、この領域が翼背面上に付着したまま時間の経過とともに徐々に大きくなり、失速渦が成長する様子を示していること、（２）この失速渦が翼背面全体に広がった後、翼面を離れ始めるとすぐに後縁に強い負圧領域が発生し、これが次第に大きくなっていって、

回復渦が成長している様子を示していること、（３）失速渦がこの翼を離れ背面側隣接翼の腹面に近づいていく頃には、後縁で発生していた回復渦もかなり強く成長していて、これら２つの渦が流路に広がるようになると背面側隣接翼が前縁失速に到り、今度はその翼の背面で失速渦の成長が始まる様子、（４）回復渦が放出された後は、翼が徐々に失速から回復していく様子、などを図３－２－３（ａ）（ｂ）のいずれの場合にも現れる共通の性質として読みとることができる。そして、それぞれの時刻における失速渦や回復渦の発生位置や負圧領域の形状、また放出された渦が翼を離れて下流に移動していく時に通る軌跡など、空間的位置関係をも含めて実験と計算とは非常によく一致している。また、これら２つの写真はともに本数値解析の流入角β_1＝６０°と比較的近い流入角β_1＝５７°と６４°のものであるが、失速渦や回復渦による負圧領域の大きさについても図３－２－２の計算結果とほぼ同じ程度であり、定量的にも計算と実験との一致は良好であるということができる。

以上の比較により、本数値解析で得られた旋回失速の流れの挙動は実験によっても確かめられるものであり、失速セルにおける失速渦と回復渦の成長・放出の現象が旋回失速の流れの最も顕著な特徴であることが明らかとなった。

３－２－３　翼間流路流量の時間変動と翼列上流の流れの挙動

（ａ）流量変動

図３－２－４は、前述の旋回失速について各翼間流路を通り抜ける流量の時間変化とｔ＝９．０と１２．０における翼列周辺の流線を示している。図中の数字は翼間流路の番号（図２－１参照）を示しており、また縦軸は各流路の流量$\Delta\phi_i$と１ピッチ当りの平均流量$U_1 s$（ｓ：翼列ピッチ）との比を示している。したがって縦軸の１．０が平均流量に相当している。この図によると、ｔ＝４前後の流路No.２やｔ＝８前後の流路No.３のように流量の大きく減少した流路が生じて、このような流路がほぼ一定の時間間隔で１ピッチずつ背面側に移っている様子が明瞭に現れている。各流路の流量は、最高時には１ピッチ平均流量$U_1 s$の約１５０％（平均流量より５０％の増加）まで増加し、また最小時には約３０％（平均流量より７０％の減少）まで減少している。すなわち、この旋回失速の変動の振幅は１２０％に及び、主流と同じ程度の大きさのものである。

ここで図３－２－４のような流量変動を生じる仕組みを、流れの挙動と比較しながら考える。流路No.３を通り抜ける流量はｔ＝約８．０においてほぼ最小となっているが、その背面側の翼No.４は流路No.３の流量が最小となる時刻より少し前のｔ＝約７．０において前縁失速に到る。ところがその翼No.４の背面側の流路No.４を通り抜ける流量は前縁失速の後すぐに減少し始めるのではなく、むしろその後しばらくは増加し続け、前縁失速発生時刻から無次元時間で１．０だけ経過したｔ＝約８．０にいったん最大となり、その後、急激に減少し始めることがわかる。そしてそれから無次元時間４．０だけ後のｔ＝約１２．０において流路No.４の流量はほぼ最小となっている。

ｔ＝約７．０に翼No.４が前縁剥離を起こしても流路No.４の流量がすぐには減少し始めない理由は、失速渦が翼No.４の前縁付近で成長を開始した当初は、失速渦の誘導速度によって背面側流路No.４では順方向の速度が大きくなり、この流路を通る流量がかえって増加するためである。ｔ＝８．０より後、失速渦がさらに成長して、失速渦による翼No.４の背面上の逆流領域が翼面から離れる方向にもう少し広がってくると、順方向の流速の増加の効果よりも流路内の通り抜け面積の減少の効果の方が上回るため、流量が減少し始めるものと考えることができる。図３－２－４に示したｔ＝９．０には流路No.４の流量はまだ平均流量より約４３％多くなっているが、その後、失速渦が翼を離れて背面側隣接翼の腹面に近づいていき、後縁で回復渦が成長するにつれて、この流路の流量は急激に減少して、平均流量よりも小さくなってくる。そしてｔ＝約１２．０には流路No.４の流量が最小となるが、この時刻は回復渦が翼No.４の後縁付近で最も強く成長した状態となった時刻と大体一致していることがわかる。これは失速渦と回復渦の２つの反対向きの強い渦が流路内に広がって、これらの渦の間の領域に誘起される逆向き

の（上流方向の）誘導速度がこの頃に最も強くなり、その結果、そこを通る流量が最も減少するためと考えられる。旋回失速の流れにおいて、翼の失速による流路の「せきとめ作用」とは、このような失速渦と回復渦の成長・放出によって生じる現象であるということができる。流路No.４の流量がこのせき止め作用によって急激に減少して、最小となる時刻より少し前のｔ＝約１１．０に、今度はもうひとつ背面側の翼No.５が前縁剥離に至り、上と同様な過程が繰り返されることになる。

図３－２－４によると失速による流量の減少が急激であるのに比べると、いったん減少した後に流量が回復する速度は比較的緩やかであることがわかる。流量減少の方はある翼の背面境界層が瞬間的に前縁剥離し、その後の失速渦と回復渦の急速な成長によって生じるものであるのに対して、流量増加の方は翼迎角の減少によって失速の程度が穏やかになり、前縁にあった剥離点が徐々に後縁側に移動することによって、流れが流路をより通り抜けやすくなるために生じるものである。そしてこのような剥離点の下流方向への後退は緩やかに進むものであり、流量の増加速度が減少速度に比べて遅いのはこのためである。実際、図３－２－１によると、ある翼の剥離点が最も後退するのは同じ翼が次に前縁剥離する直前の頃のことであることがわかる。

図３－２－４において各流路の流量変動の波形が１ピッチ隣の流路に伝わる時間を調べることによって旋回失速の伝播速度を知ることができる。変動がちょうど１ピッチだけ翼列方向に伝わるのに要する時間（以下ではこの時間を「１ピッチ伝播時間」あるいは単に「伝播時間」と呼び、記号Ｔで表す）は、各ピッチで多少変動するが、平均すると無次元時間で約４．０である。この旋回失速の波長は５ピッチなので、各流路をとおる流れ、各翼周りの流れは、無次元時間でおよそ２０．０の周期で変動していることになる。また伝播速度は V_p＝約０．２５で、これを上流の一様流の翼列方向速度 V_1 によって無次元化すると V_p / V_1＝約０．２９である。この場合伝播速度の変動幅はおよそ１３％程度であり、周期性は比較的良いということができる。

（ｂ）翼列上流の流れの変動

次に上のような流量変動に対応して、翼列上流で生じている流れの変動について調べる。図３－２－５～８は、翼の前縁から０．５コードだけ上流の位置における軸流速度ｕ、翼列方向速度ｖ、流れ角 β_1、および静圧上昇係数Ｃpのそれぞれの翼列方向分布の時間的な変化を、ｔ＝０．０～２０．０について⊿ｔ＝１．０毎に原点を上にずらしながら示したものである。横軸は翼列方向位置を表し、右側が背面方向である。図３－２－８（ｂ）にこの横軸と計算領域の位置との対応関係を示しておく。この場合横軸は５等分されているが、横軸の下に示した数字は翼の番号に対応しており、それぞれの区画がおおよそではあるが各翼の上流位置に相当していると考えてよい。厳密には各区画の左から７０％の点が各翼の前縁のちょうど上流にある。一方縦軸については、軸流速度と翼列方向速度の場合には上流の一様流の流速からのずれを一様流速との比（$\Delta u / U_1$、$\Delta v / V_1$）で表し、流れ角は平均流入角からのずれ $\Delta \beta_1$ を表している。

この図によると、失速した流路のちょうど上流付近では軸流速度は最も減少し、また流れ角は大体同じ辺りで最も大きくなっている。たとえばｔ＝８．０においては流路No.３の流量が最小となっているが、この時０．５コード上流位置では流路No.３の翼列方向の中央付近で軸流速度が最小となり、また流れ角が最大となっていて、$\Delta u / U_1$＝約－０．２６、$\Delta \beta_1$＝約＋１０°と見積もることができる。逆に同じｔ＝８．０に流量が最も大きくなっている流路No.４の上流では、軸流速度が最大となっていて、ここから腹側に向かって急激に減少していることがわかる。一方、流路No.３より腹側の失速から回復しつつある翼の上流では、軸流速度は比較的緩やかに増加して、流れ角も徐々に減少している。すなわち、失速流路中の失速渦と回復渦による流路の「せき止め作用」に対応して、その失速流路の上流では軸流速度が大きく減少すると同時に、流れの向きが背面側と腹側の両方向にそれるように変化して、流路を避けて流れていることがわかる。そしてその結果、失速流路より背面側では流れ角が増加し、腹側では流れ角が減少するようになる。

図３－２－５のｔ＝８．０前後において流路No.４の上流から流路No.３の上流にかけて軸流速度が最大値から最小値に急激に減速する理由は、やはり失速渦の誘起する誘導速度と関係づけることができる。すなわち失速渦のすぐ上流の領域では、腹側の失速流路をそれた流れが失速渦を時計方向に回り込むようにして流れるため、失速渦のすぐ背面側では順方向の誘導速度が非常に大きくなっており、このため軸流速度が上記のように急激に変化する。これに対して失速から回復していく過程ではこのような激しい渦放出は伴わず、背面境界層が徐々に再付着していくのに対応して上流の流れ角が変化していくので、背面側のような急激な変化とはならない。

図３－２－１によると翼列の０．５コード上流ではほぼ渦無し流れとなっており、この領域の静圧は流速との間にベルヌイの式がほぼ成り立つように変化して

いる筈である。実際、図３－２－８（ａ）より、ｔ＝８．０において流路No. ４中央の上流で静圧は非常に低くなっているが、先の図３－２－５～６よりここでは軸流速度も翼列方向速度も最も大きくなっていることがわかる。図３－２－２によるとｔ＝８．０には翼No. ４の前縁付近で失速渦が成長をちょうど開始したばかりであって、この失速渦の周りを時計方向にまわる流速が大きくなり、静圧が非常に低くなっている。この負圧の影響はかなり上流までおよんでいて、それが図３－２－８に示した０．５コード上流のＣpに表れたものであることがわかる。一方、この翼No. ４より腹側の流路No. ３では流れがせき止められ、その上流では急激に流速が遅くなり、静圧が高くなっている。更に腹側の領域では静圧は緩やかに減少しているが、流路No. １の上流くらいまでは比較的高い静圧に保たれている。

上記のｔ＝８．０以外の各時刻の軸流速度、流れ角、および静圧の変動もおおよそ上で述べたのと同じであるが、変動が１ピッチ伝わる間に変動波形は若干変化している。すなわち翼の失速は翼から翼へ離散的に伝播するものであるが、翼列上流の変動については、その間にも波形が若干変化しながら、徐々に背面方向に伝播していくものであることがわかる。これは前縁失速した後、失速流路の中で失速渦が強く成長するにつれて、この渦が占める領域も翼面から離れる方向に広がっていき、やがて翼から離れた失速渦は背面側隣接翼の腹面に近づくように移動すると、失速渦と元の腹側の翼との間に回復渦が成長するために、せき止め作用の影響が大きく現れる位置が翼列方向に徐々に移動し、これに対応して上流の変動も背面側に伝播していくことになるからであると考えられる。このようにして変動波形が背面方向に伝播していくにつれて、それまで小さかった背面側隣接翼の局所的な迎え角が急速に大きくなり、ある限界より大きくなると今度はその翼が前縁剥離に至るのである。翼の失速はこのようにして伝播していく。

以上で述べてきたような旋回失速伝播時の翼列上流の流れの変動の様子は、ＡＤ理論から得られる結果と定性的によく一致している。本数値解析によって、このような上流の変動波形やその伝播の様子と、失速した流路で起こる失速渦と回復渦の成長・放出の現象やこれらの渦による流路のせき止め作用との関係が明らかになったということができる。もちろんこのような現象は、翼列が有限ピッチであるという性質を取り入れてはじめて理解可能となるものである。

３－２－４　翼列下流の流れの挙動

（ａ）翼列下流における失速セルの構造

翼が失速するとその翼から失速渦が放出され、その後しばらくして同じ翼から回復渦が放出される。このような渦放出が各翼で一定の時間差をもって繰り返され、放出された渦がそれぞれの翼に対して相対的にはほぼ同様な軌跡をたどって下流に流されていく結果、翼列下流において失速渦はほぼ一直線上に並び、回復渦もまた別の直線上に並んで、これら２列の渦列は互いに平行に近いものとなる。図３－２－９（ａ）および（ｂ）はｔ＝１３．０における渦度分布と流線を示したものであるが、失速渦は翼No. ５から下流に延びる直線（ｓ）上に並び、回復渦は翼No. ４から延びる直線（ｒ）上に並んでいることがわかる。

この２本の渦列の間では、流線の間隔が広くなっていることから、他の領域に比べてかなり流速が遅くなっており、この領域が失速セルに相当しているところと考えられる。失速セルにおけるこのような流速の減少は、互いに反対向きの渦の誘起する上流方向の誘導速度によるものであると考えられる。失速セルはｘ軸方向に対し僅かに傾いて下流に延びており、この例では傾きは下流腹側方向に約５度である。失速セルのすぐ背面側の領域では下流方向への流速が比較的大きくなっていて、失速渦の渦列を境に比較的急に流速が減少している。また回復渦の渦列より腹側の領域では、失速セルは各翼の後縁から右上がりに下流に延びている後流領域とつながっていて、失速から回復しつつある翼間流路No. １～３を通り抜けた流線が回復渦の渦列のところを境に翼列方向に曲げられ、失速セルを通り抜け、失速渦の渦列のところで再び下流方向に曲げられるという構造となっている。翼の失速が伝播するに従って、下流の失速セルもこのような構造を保ったまま、同じ伝播速度で翼列方向へ伝播している。

図３－２－９（ｃ）および（ｄ）は同じ時刻ｔ＝１３．０の静圧分布と全圧分布を示したものである。等高線は上流の一様流の動圧の２０％の間隔で描かれており、翼列から上流に延びている２本の等高線が一様流の静圧あるいは全圧に等しくなっている。翼面で成長した失速渦や回復渦の中心では静圧が非常に低くなるが、この付近では同時に全圧も非常に小さくなっており、これらの渦の成長によって損失の大きな流体が生産されていることがわかる。そしてこれらの渦が翼を離れ、下流に運ばれていくことによって、失速した流路の出口では静圧、全圧とも低くなっている。上に述べたように翼列下流においてはこれらの渦が２列の渦列となって失速セルを形成しているが、この失速セルでも全圧損失がかなり大きくなっていることがわかる。ただし、静圧は失速セル内外の差異が下流に離れるに従って比較的速やかに減少していて、全体として翼列より下流における静圧変動は比較的小さくなっている様子がみられる。

失速した流路出口付近の全圧損失が大きくなる時刻は、翼が前縁剥離する時刻に対してある時間遅れがある。例えば翼No. ４はｔ＝約７．０に前縁剥離するが、流路No. ４の出口で全圧損失が大きくなるのはｔ＝約１２．０以降のことであり、

したがって２つの間には無次元時間で約５．０という比較的大きな時間遅れがあることを示している。この時間遅れは、翼が前縁剥離した後、剥離点から放出される渦度がすぐには下流に流されてはいかず、翼面に捕まるようにして留まったまま蓄積され、これが失速渦として十分に成長してから翼を離れて翼列出口まで運ばれるのに要する時間として生じているものである。

（ｂ）Ｋriebelの渦モデルとの比較

図３－２－３に示したように、Ｋriebelらは個々の翼が失速セルに入る時と出る時に翼から離散的な渦が放出されていることを実験によって観察し、この事実をもとにして、図１－９に示したような渦モデルを考えた。このモデルでは周期的に放出される渦によって、翼列下流には平行な２列の渦列ができて、それが失速セルを形成していると仮定した上で、この渦列によって誘起される誘導速度を考慮した翼列下流における速度三角形の関係から、失速セルが伝播する速度を計算するというものである。

本数値解析においても図３－２－９で示したように翼列下流には２列の渦列が形成され、この渦列は翼の前縁失速によって生じる離散的な強い渦が周期的に放出されることによってできるものであることが明らかにされている。この点ではＫriebelらのモデルにおける渦列と同じ性質のものであると言うことができる。ただしＫriebelの実験では可視化結果の観察によって確認できる翼列下流の領域は短く（図３－２－３に見られるように１コード程度下流までしか可視化写真には写っていない）、渦モデルで提唱したような渦列が十分下流まで本当にできるものかどうかまでは確認できていなかったが、この点について本数値解析の結果では、この渦列が翼後縁より少なくとも５コード以上下流まで続いていることを示している。Ｋriebelの渦モデルの問題点は、失速渦や回復渦の発生機構まで議論することはできなかったこと、そして放出される渦の強さについても仮定された部分が多く、量的に正しく評価することができなかったことである。前縁から放出された渦度が翼面で捕まるようにして成長し、翼背面全体をおおうような大きさに到達すると翼から放出されるという流れの機構は、本数値解析によってはじめて明らかにされたものである。またＫriebelの渦モデルでは、失速から回復するときには失速渦と全く同じ強さの渦を放出して、翼は直ちに再付着して完全に循環を回復すると仮定しており、また失速渦と回復渦が何ピッチくらい離れた翼から放出されるものであるかという点については全く知ることはできなかった。本数値解析によると、実際には回復渦を放出した後、翼背面の境界層剥離点は徐々に後退しており、失速からの回復は前縁失速する時に比べて緩やかに進むものであること、また失速渦が翼を離れるとその直後から翼後縁の腹側から背面側へ回り込む流れが生じて回復渦の成長が始まり、この渦が成長した後に下流に向かう流れに乗って移動していくことによって渦列の間隔が決まってくることが明らかとなった。

以上、３－２－２～４節を通じて、旋回失速が伝播している時の流れの挙動について、翼周辺の失速渦や回復渦の挙動、翼間流路を通り抜ける流量の変動、翼列の上流および下流における流れ場の変動に注目して考察してきた。これまでの旋回失速の研究では、たとえそれが旋回失速の流れ場そのものを調べるという立場に立ったものでも、実験的に翼列内の流れを計測するのは非常に困難であるし、また非定常な境界層と非定常な後流を含めて理論的に取り扱うことは今のところ不可能であって、主として翼列の上流あるいは下流の変動に注目して議論せざるを得なかった。本論文では数値解析を用いることによって翼列流路内で起こっている渦の挙動を明らかにするとともに、翼列の上下流の場における変動と翼周辺の失速渦や回復渦の挙動との相互関係を解明することができた。

３－２－５　単独翼における失速渦放出現象との比較

ここで単独翼の失速との比較について考えてみることにする。図３－２－１０は迎え角α＝３０°で静止している単独翼のStarting flowの様子を示している。図の（ａ）は時末ら［63］が厚み比１５％の楕円翼まわりの流れを数値解析によって求めた結果で、また図（ｂ）はＲuetnik［99］によって行われたショックチューブによる可視化実験の結果である。この図から、単独翼が一様流中で静的失速迎え角を少し越える程度の迎え角で静止しているとき、前縁から放出される渦度が翼背面に蓄積しながら成長することによって「失速渦」が生じ、この渦が翼から離れると引き続いて翼後縁の腹面から放出された渦度が、後縁を回り込んで背面側で成長することによって「回復渦」が生じることが、数値解析によっても実験によっても確認することができる。また図３－２－１１は時末らによる数値解析で、翼にかかる翼弦に垂直方向の空気力係数C_Nと半翼弦点まわりの頭上げを正としたモーメント係数C_Mの時間に対する変化を表したものである。これによると、失速渦の成長によって大きな空気力とモーメントが翼にかかり、しかもその変動がほぼ周期的に続いている様子がみられ、このことから失速渦と回復渦の放出が、交互に周期的に繰り返されることが示されている。但し、α＝２０°の場合には始めの２周期まで繰り返され、その後はカルマン渦の放出へ移行しているという。失速渦の周期的放出現象はこれまで本論文で調べてきたのと同じ翼型ＮＡＣＡ 65CA(30)10の単独翼の場合にも同様に発生する現象である。図３－２－１２はこの翼型からなる翼列において、翼列効果を十分に小さくして単独翼に近づけるためにｓ／ｃ＝１０．０と大きくとった場合の流線と渦度分布を表している。これによると無次元時間で約４．０の周期で失速渦の放出が繰り返されていることがわかる。

このような単独翼における失速渦と回復渦の成長・放出の挙動は、翼列で旋回失速が伝播しているときに各翼において見られるものと同じ性質のものである。単独翼と翼列とで違う点は、単独翼の場合には失速渦や回復渦が翼を離れた後、次の失速や渦の成長・放出などが再び同じ翼で繰り返され、したがって渦放出を伴う非定常流れの現象は完全に周期的になるのであるが、これに対して翼列の場合には、３－２－４節までに調べてきたように、失速渦と回復渦が翼を離れた後、新しい失速渦の成長・放出がひとつ隣の翼に移っていくという点にある。

３－２－６　翼面非定常圧力分布と翼の非定常空気力・モーメント

（ａ）非定常圧力特性

図３－２－１３は翼No.４の翼面の非定常圧力分布Ｃｐ（x/c）を示したものである。図の（ａ）は腹面、（ｂ）は背面に対応し、横軸は翼弦方向の位置ｘ／ｃを表している。図には無次元時間でｔ＝４．０～１２．０までの変化を、時間間隔⊿ｔ＝０．２毎に原点を下にずらしながら表示されている。また図３－２－１４は同じく翼No.４の翼面各点の非定常圧力波形Ｃｐ（ｔ）を示している。横軸はｔ＝４．０～１２．０までの時間の経過を表し、翼弦方向の位置が前縁から後縁へ変化するのに対応して原点を下にずらして表示している。なお図３－２－１４で破線は前縁での値を示している。また図３－２－１３、１４とも縦軸は負圧が大きくなる方向（Ｃｐが負）を上方にとっている。

図３－２－１３（ｂ）によるとｔ＝４．０～７．０までは、翼背面の圧力は前縁から後縁に向かって単調に高くなっていて、境界層が付着していることを示している。ｔ＝約７．０以後は翼No.４が前縁剥離を起こし、これによって翼背面の圧力分布はこのような単調な分布から変化し始める。一方、図３－２－１４（ｂ）に見られるように、前縁付近ではｔ＝６．０頃から急激に負圧が増加し始めている。先に図３－２－１～２に示された翼周辺の流れ場と比較すると、これは腹側の流路を通る流量が減少して、この翼に相対的な迎え角が急激に大きくなることによるものであることがわかる。翼No.４が前縁失速すると前縁の負圧は鋭いピークを示すようになるが、このピークは時間とともに翼背面に沿って後縁に向かって移動している。このピークは失速渦の負圧の中心に相当するところで現れており、失速渦が成長しながら下流に移動していくのにしたがって、このピークも後縁側へ移動していくことがわかる。

前縁から約５０％コード以上下流の位置では上記の負圧ピークは徐々に弱くなっているが、これは失速渦の負圧の中心がこの辺りまでくるようになると失速渦が翼面を離れ始めるためである。ところがこのピークがもっと後縁に近づいていくと再び負圧のピークが大きくなっており［t=10.8］、今度は同じ翼背面を上流に向かって少しだけ移動している。これは失速渦が翼を離れると翼腹面後縁からの反時計まわりの渦度の放出が急速に強まり、これが背面側に回り込みながら回復渦に成長することによるものである。そして失速渦の中心が後縁付近に達したｔ＝約１１．０頃に、回復渦による負圧が最も強くなり、回復渦のサイズが大きくなるとともに、その中心が僅かに上流に移動するために、負圧のピークが少し上流に伝播していると考えられる。その後まもなく回復渦が翼を離れると、このピークも急速に弱くなっている。

図３－２－１４（ａ）によると、この回復渦の負圧の影響は翼の腹面の圧力についても弱い負圧ピークとして現れていて、このピークは腹面を後縁から上流に向かって瞬間的に伝播していることがわかる（図中のPressure Wave）。これは、

翼腹面付近の流れはほぼ渦無し流れであり、その結果、後縁で発生した負圧の波が上流に向かって音速で伝わっているからである。

図３－２－１４（ｂ）において、失速渦の顕著な負圧のピークが翼背面を移動するより時間的に少し前に、弱い正圧のピークが同じ翼背面を後縁に向かって移動している様子がみられる。この正圧のピークは、失速渦によって形成された翼背面上の逆流領域の下流側先端の淀み点（Forward Edge of Separated Region）に対応するものである。図でこの正圧ピークと先述の失速渦の負圧ピークとの翼弦方向の間隔（図では縦方向の間隔）が後縁に近づくにつれて離れているのは、時間の経過とともに失速渦が成長し、逆流領域が翼面に沿う方向に広がっていることを示している。

以上の様子から、旋回失速が伝播すると大きな負圧のピークが翼面を移動するために、翼面圧力に大きな変動が生じ、かつ翼面上各点間の変動に位相差が生じることになる。そしてこのピークは、翼面で成長する失速渦と回復渦によって生じるもので、これらの渦の放出現象が翼面の非定常圧力特性を支配していることが明らかとなった。反対に、翼面の非定常圧力特性を調べれば失速渦や回復渦の挙動を知ることができることもわかった。

先に示した前縁失速した単独翼の場合にも、失速渦と回復渦の成長・放出に対応して、翼表面の圧力が上と同様に変動することがすでにわかっている［63］。旋回失速の場合にだけ現れる特有な変動は、図３－２－１４（ｂ）において失速渦による鋭い負圧のピークが翼背面を移動するより時間的に少し前に、図３－２－１４（ａ）において翼腹面を比較的弱い負圧のピークが前縁から少し腹側下流の位置から始まって後縁まで移動していることである。この負圧のピークもやはり失速渦の影響によって生じるものであるが、この失速渦はひとつ腹側の隣接翼No.３の背面で成長し、放出されたものである。この失速渦が流路No.３内において翼No.４の腹面に近づきながら、下流に流されていくのに対応して、翼No.４の腹面の圧力にこの失速渦中心の負圧の影響が表れているのである。

（ｂ）非定常空気力・モーメント

図３－２－１５、１６は、各翼にかかる非定常空気力とモーメントの時間変動を示したものである。縦軸は、上流境界での動圧をもちいて無次元化した空気力係数、C_N、C_T、およびC_Mを表している。これらの係数の定義については、式（２－１５１）（２－１５２）に示すとおりである。また各時刻において各翼にかかる空気力ベクトルは図３－２－２に矢印で示してあり、矢印の根元が空気力の着力点を表している。

例として翼No.４に注目することにすると、本項（ａ）で述べたように翼No.４に相対的な迎え角は t ＝約６．５から増加しはじめているが、これによって翼背面の負圧が大きくなるにつれてC_Nが増加し始めるようになる。ところが t ＝約７．０において翼が前縁失速した後もC_Nは引き続き増加しており、やがて t ＝約８

．４においてピークに達していることがわかる。このC_Nのピーク値は非常に大きく、設計点β_1＝４２．５°におけるC_Nの値が約０．５８（図３－１－７（ａ）参照）であったのに比べると、その約３．５～４．０倍に達していることがわかる。このように前縁失速発生時より後にC_Nがさらに大きくなるのは、失速渦が成長して翼背面の圧力に強い負圧が生じているためである。t ＝９．０～１０．０頃から失速渦が翼から放出されるようになると、翼背面の負圧が弱くなるためにC_Nは急激に減少する。そしてその後に成長した回復渦が翼から完全に放出された t ＝約１２．５には、C_Nはほぼ零にまで減少しており、その後は翼が失速から回復するにつれて少しずつ回復していく傾向が見られる。

一方、図３－２－１６によるとC_MのピークはC_Nのピークより無次元時間で約０．６だけ早い t ＝７．８で発生している。これは失速渦が前縁で発生し、成長しながらその中心が下流に移動するにつれて空気力の着力点が前縁側から後縁側に移動するからである。図３－２－１４と比較すると、C_Mのピークは失速渦の負圧の中心が前縁から約２０％コードの位置にある時に起こり、C_Nのピークは負圧中心が約４０％コード位置にある時に起こっている。その後、t ＝１１．０においてC_Mは負のピークを示しているが、これはこの時ちょうど失速渦の負圧中心が後縁付近に達すると同時に回復渦が強く成長していて、後縁付近の負圧が強くなっているためである。ただし図３－２－１６では、C_Mの負のピークは各翼についてひとつずつ表れていて、失速渦と回復渦のそれぞれの渦による効果は分離されていない。

図３－２－１５（ｂ）によるとC_T（後縁方向正）はC_Mが正のピークとなる時刻とほぼ同じ時刻に負のピーク（図の上向きが負）を示し、またC_Mが負のピークとなるのとほぼ同じ時刻に正のピークを示していることがわかる。これは、失速渦による負圧が前縁付近で強くなるときにC_Tが負のピークとなり、また回復渦による負圧が後縁で強くなるときにC_Tが正のピークとなるからである。

以上の検討により、旋回失速が伝播しているとき、各翼の翼面圧力が大きく変動する様子や、翼が失速する度に大きな空気力やモーメントが翼にかかる様子を示し、さらに流れ場の挙動との比較によって、翼が失速する毎に発生する失速渦と回復渦の成長・放出現象が上記の圧力や空気力・モーメントの変動振幅や時間的な相互関係を支配する要因となっていることを明らかにすることができた。

３－３　流入角による旋回失速の変化

前節までに流入角β_1＝６０°の場合を例として取り上げ、旋回失速伝播時の流れの基本的な挙動と伝播の機構について明らかにした。次に同じ翼列に対して、非失速領域から失速領域までの広い範囲の流入角について一連の計算を行い、流入角によって生じる旋回失速の流れの変化について論じる。本節では失速領域にあるβ_1＝５２°および７５°の２つの流入角を例としてまず取り上げ、その流れ場の挙動の具体的な変化について考察し、その後で流入角による変化の全貌についてまとめていく。ただしここでは翼列方向の周期条件は前節までと同様に５ピッチ１周期として考えることにする。なお既に示したβ_1＝６０°の場合を含めて各流入角で得られた旋回失速について、その特性値をＴａｂｌｅ．１のＡ１～Ａ７に示す。Ｔａｂｌｅ．１の中で、Ｔは１ピッチ伝播時間、V_p/V_1およびV_p/U_1は伝播速度を無限上流の翼列方向速度および軸流速度との比で表したものである。また初期変動や結果として得られる旋回失速の変動の大きさは、各翼間流路を通り抜ける流量の平均的な最大値と最小値の値を１ピッチ平均流量U_1sに対する比で表したものである。

３－３－１　流入角５２°の流れの挙動

まず流入角がβ_1＝５２°と小さく、この翼列の静的失速点に近い場合について調べる。図３－３－１に翼間流量の時間変動をβ_1＝７５°の場合と比較する形で示す。また図３－３－２に無次元時間ｔ＝９．０～１８．０までの渦度分布と流線を示す。

図３－３－１（ａ）より初期変動として平均流量の５０％だけ流路No.１の流量を減少させると、流量の減少した流路がほぼ一定の時間間隔で一つずつ隣の流路に移っていって、旋回失速が伝播していることを示している。

この図と比較しながら図３－３－２によって流れの挙動について検討していくと、流路No.３の流量が減少を続けている途中のｔ＝９．０に、背面側の翼No.４はちょうど前縁失速に至っており、その後ｔ＝約１０．０において流路No.３の流量は最小となっている。前縁失速した翼No.４の剥離点から放出された時計方向の渦度は翼面に蓄積されながら成長を続け、ｔ＝１２．０にはβ_1＝６０°の場合と定性的には同様な失速渦ができている様子が認められる。そしてこれより後、失速渦は翼面を離れ始めるが、ｔ＝１３．０頃から後縁から放出された反時計方向の渦度が回復渦に成長し始め、さらにｔ＝１５．０にはこの回復渦が最も強く成長して、翼から離れ始めている。ちょうどこのｔ＝１５．０前後の時期には、流路No.４において失速渦と回復渦のせき止め作用のために流量が３０％以上減少していて、背面側隣接翼No.５に相対的な迎え角が増加し、これによって前縁失速が翼No.４から翼No.５に伝播していることがわかる。そしてｔ＝１８．０には、ｔ

＝１２．０で翼No.４に見られたものとほぼ同じスケールの新たな失速渦が翼No.５の背面に成長している。また同時にｔ＝９．０の時点では前縁失速していた翼No.３の迎角が減少して、背面境界層の剥離点が後縁方向に後退し始めており、流路No.３を通る流量が平均流量に対して－１０％まで増加している。以上のような、前縁失速後に翼背面で成長し放出される失速渦や回復渦の様子、これらの渦による流路のせき止め作用やこれによって前縁失速が隣の翼へ伝播する様子など、β_1＝５２°でも６０°の場合と同様な過程を経て旋回失速が伝播していることが明らかとなった。

失速セル数はβ_1＝６０°の場合と変化はなく、やはり５ピッチ中に１セルである。また翼列下流において失速渦と回復渦が２列の渦列をなして並んでいる様子や、２つの渦列の間では他の領域に比べて流速が遅くなっていて、失速セルを形成している様子なども、定性的には６０°の場合と同じである。

β_1＝５２°の場合にβ_1＝６０°に比べて異なる点は、失速セル中では失速渦や回復渦の成長の程度が６０°の場合の成長に比べて弱く、非失速領域では翼背面の境界層が後縁により近いところまで再付着しているということ、また翼面を離れた失速渦が背面側隣接翼の腹面にあまり接近しないうちに下流に流されてしまう様子などである。定量的な面では、流量変動の振幅が平均流量の＋約２５％～－３５％であり、６０°の場合の流量変動振幅に比べて小さいこと、また翼列下流において２列の渦列の翼列方向の幅は６０°の場合の幅より小さく、約０．８ピッチ程度であること、そして伝播速度はV_p/V_1＝０．２１（Ｔ＝６．１）であり、６０°の場合の伝播速度よりやや遅くなっていることなどの点に変化が現れている。

３－３－２　流入角７５°の流れの挙動

次に流入角の大きな場合の例としてβ_1=７５°の場合を考える。この場合の流量変動の様子は図３－３－１（ｂ）に示してあり、また図３－３－３は無次元時間ｔ＝２０．０～２７．０までの１．０毎の渦度分布と流線を示している。

図３－３－１（ｂ）より、流入角が７５°と大きくなったことによる最も顕著な違いは、流量の変動幅がβ_1＝５２°や６０°の場合に比べ非常に大きくなっていることである。その最大値は１ピッチ平均流量のおよそ２．５～３．０倍程度（＋１５０％～＋２００％程度）と非常に大きく、また最も減少した時には－０．７～－１．０倍程度（－１７０％～－２００％程度）と大きな負の値に達している。すなわち失速セル中の流路を通り抜ける流れは、流量が最も減少した時には大きく逆流していることを示している。

図３－３－３によると、ｔ＝２２．０には翼No.２の背面上で失速渦が成長し始めており、この失速渦が翼を離れ始めたｔ＝２３．０には翼No.２の後縁からの反時計方向の渦度の放出が強まっている。その後ｔ＝２４．０には翼No.２の後縁に回復渦が強く成長しているが、この頃には既に翼No.２を離れた失速渦は背面側隣接翼No.３の腹面にぶつかるまで広がっていることがわかる。この失速渦は翼腹面と干渉しながら、その渦度の一部は下流に流されていくが、一部はこの流路No.２に生じている強い逆流に乗って上流方向に運ばれ、隣の翼No.３の前縁をまわって流路No.３へ流れ込むようになる。この時既に翼No.３は前縁失速していて、前縁剥離点から時計周りの渦度を放出しているので、両者の渦度は一緒になって新しい失速渦を翼No.３の背面上に形成するようになる［t=25.0］。結局、翼背面における失速渦の成長・放出、ならびに引き続いて起こる回復渦の成長・放出などの流れの挙動は本質的にはβ_1＝６０°の場合と同じであるが、しかし、β_1＝７５°の場合には６０°の場合に比べて失速渦と回復渦は非常に強く、また大きく成長しており、これらの渦と翼面との干渉によって生じる誘導速度が非常に大きくなって、その結果上述のような強い逆流を引き起こしているということができる。

一方、回復渦はβ_1＝６０°の場合と同様に、失速渦が翼面から放出された後、直ちに後縁付近において成長し始めている。しかしβ_1＝７５°の場合には、回復渦が強く成長するにつれてその流路の流量が大きく減少し、回復渦がかなり大きく成長した時にもまだ逆流しているか、あるいはほぼ流量零に近い状態であるために、回復渦は翼列の下流になかなか流れ出して行かない。たとえばｔ＝２１．０において翼No.１の後縁で成長し始めた回復渦が、その後流路出口から下流に流れ出しているのはｔ＝２６～２７頃であって、この時既に背面方向に２ピッチ離れた翼No.３でも既に回復渦の成長が始まっている。そのためｔ＝２７．０の瞬間には、流路No.１出口から流路No.３の出口までの範囲に、軸流速度が非常に遅い領域が広がっており、したがって失速セルの幅が約３ピッチと非常に広くなっていることがわかる。この点はβ_1＝５２°や６０°において、回復渦が翼から離れると速やかに下流に流されていった様子とは大きく異なる点である。

３－３－３　流入角による変化

次に上で調べてきた２つの流入角も含めて、β_1＝５０°，５２°，５５°，６０°，６５°，７０°，７５°の広い範囲の流入角について旋回失速の違いをもう一度詳細に比較、検討することを試みる。各流入角で得られた旋回失速の特性量は、Table.１のＡ１～Ａ７およびＢ３に示すとおりである。なおβ_1＝５０°の場合については次節で明らかになるが、この流入角は旋回失速のヒステリシスの性質によって比較的大きな初期変動を与えた場合にのみ伝播するところである。

（ａ）流れ場の様子

図３－３－４は、各流入角について流線を比較する形で並べて、流れ場の様子の違いを示したものである。この図によるといずれの流入角でも前縁剥離点から放出された時計方向の渦度が翼背面上で成長して失速渦を形成している様子が現れていて、この渦が翼背面全体をおおうようになると翼から離れ始める。図はおおよそではあるが丁度このあたりの時期の流線を選んで示したものである。ちょうどこの頃から翼腹面後縁から放出される渦度が強くなり、この渦度が後縁を背面側に回り込んで後縁付近に回復渦が成長し始めるようになる。また３－２－４節においてβ_1＝６０°の場合に、各翼から交互にかつ周期的に放出された失速渦と回復渦は、翼列の下流の領域においてはほぼ直線上の２列の渦列となることを明らかにしたが、このような性質は他の流入角についてもほぼ同様に当てはまるものであることが図からわかる。翼列下流の流線はこの渦列を境に大きく曲げられていて、渦列間では軸流速度が減少しており、この領域が失速セルを形成しているという点も、いずれの流入角でも同じである。

一方、失速渦や回復渦の成長の強さは、翼背面に形成される逆流領域の占める大きさ、さらには失速セルの内と外で２つの渦列を境に流線が曲げられている程度などから知ることができるが、図３－３－４より流入角が大きい方が失速渦も回復渦も強く成長していることがわかる。このような違いが生じるのは、平均流入角が大きい方が翼前縁剥離点から放出される渦度が強くなり、この渦度が翼背面全体をおおうようになるまで蓄積して失速渦を形成することになるので、失速渦も流入角が大きいほど強くなるからと考えられる。また、回復渦については翼の後縁腹面から放出される反時計周りの渦度の強さが問題となり、後縁を回り込む流れが速いほど放出される渦度も強くなる。そして、後縁を回る流れは、失速渦が翼を離れ始める頃、この渦と翼背面との間に誘起される上流向きの誘導速度によって生じるものであり、この誘導速度は失速渦が強いほど大きなものとなるので、回復渦の強さも、結局は流入角が大きくなり、それによって失速渦が強く成長するほど強くなるものと考えることができる。

（ｂ）変動振幅・波形

図３－３－５は翼間流路の流量変動振幅の流入角に対する変化を示したものである。縦軸は最大値、最小値とも１ピッチ平均流量（$= U_1 s$）に対する百分率で表している。この図より流入角が大きくなるにつれて流量の最大値、最小値とも急速に大きくなっていることがわかる。そして流入角が$\beta_1 = 50^\circ$の時には最小値は－２５％と比較的小さく、失速流路でも平均流量の７５％の流量が通り抜けているのに対して、$\beta_1 = 75^\circ$のように大きい場合には失速セル中の流路では流量が負、すなわち逆流するまでに至っている。

図３－４－６はＳovranが行った２次元翼列風洞で発生した旋回失速の可視化の結果である［11］。この実験の条件は翼列の節弦比が$s / c =$約１．０、食違い角が$\xi =$約30°で、また上流の一様流の流入角は$\beta_1 =$約88°となっている。同図によると、失速領域が翼列より約１コード上流まで広がっていて、激しい逆流が起こっている様子を見ることができる。流入角が非常に大きいところでは逆流が発生しているという点で、本数値解析の結果とよく一致しているということができる。失速した翼から放出された失速渦の渦度の一部が逆流に乗って翼列の上流側を通って背面側の流路に伝わっていく様子の詳細は、既に図３－３－３で明らかにされた通りである。

次に、図３－３－７は翼列の前縁より０．５コード上流位置における軸流速度の波形を各流入角について示している。横軸は翼列方向位置を表し、計算領域との位置関係は図３－２－８（ｂ）に示したとおりである。また縦軸は平均軸流速度U_1からのずれとU_1の比$\Delta u / U_1$を表している。これによると、いずれの流入角でも失速した流路の上流では軸流速度が減少して$\Delta u / U_1 < 0$となっているが、それぞれの最小値は流入角が大きいほどより小さくなっていることがわかる。特に$\beta_1 = 75^\circ$の場合には最小値が$\Delta u / U_1 < -1$となっており、翼列より０．５コード上流でも逆流していることが示されている。

この図に示されている軸流速度の変動波形には、いずれの流入角についても以下のような特徴が現れていることがわかる。すなわち（１）失速領域のすぐ背面側でいったん軸流速度が正のピークを示しており、この点から腹側の失速領域に向かって急激に減速していること、そして（２）$\Delta u / U_1 < 0$の範囲を失速領域とすると軸流速度の負のピークは失速領域のうち背面側寄り（図の右寄り）の所で発生していること、さらに（３）失速領域から腹側の非失速領域に向かう方向には比較的緩やかに軸流速度が増加していることである。上記の軸流速度の負のピークは、失速渦と回復渦の誘起する逆向きの誘導速度によって生じる流路のせき止め作用が、上流の流れ場に影響を与えた結果生じたものである。失速領域のすぐ背面側で見られる正のピークは、非失速領域において翼背面境界層が再付着して流路が通りやすくなり、さらにすぐ腹側で失速渦が成長し始めると失速渦の誘起する順方向の誘導速度によって流路を通る軸流速度が増加するために生じているものである。一方、失速領域から腹側の非失速領域に向かって緩やかに増速するのは、各翼の迎え角の減少にともなって翼背面境界層の再付着が緩やかに進

んでいることによるものである。

図３－３－８は永野らによる旋回失速の非線形解析［16－18］の結果で、翼列位置における軸流速度の変動波形を表している。図に示された軸流速度の波形より、失速領域のすぐ背面側で正のピークとなり、そこから腹側に向かって急激に減速している様子、そして失速領域内の背面寄りの位置で負のピークを示している様子、反対に失速領域から腹側へは比較的緩やかに増速している様子など、本数値解析から得られた変動波形と定性的に一致していることがわかる。また、変動の大きさに関しては、図３－３－９は同じ非線形解析の結果について翼列位置における軸流速度の最大値と最小値が流入角に対して変化する様子と、そこで用いられた全圧損失特性を示したものであるが、軸流速度の最大値、最小値とも流入角の増加につれて大きくなる傾向も本数値解析とよく一致しているということができる。

（ｃ）失速セルの幅

図３－３－４において、記号↻および↺はそれぞれ翼から放出され下流に流される失速渦および回復渦の位置を示したもので、それぞれの渦の位置は放出後の軌跡を考慮した上で、各方向の渦度が最も強くなっているところに定めてある。いずれの流入角でも翼列下流では翼から放出された失速渦と回復渦が２列の渦列を形成するようになるが、ちょうどこの２列の渦列の間で流速が遅くなっていることから、両者の距離を失速セルの幅と定義した上で、その失速セル幅の流入角による変化を示したものが図３－３－１０である。横軸は$\cot\beta_1$で、流量係数U_1 / V_1と等しい。同図で各流入角に対応する線分は、翼列出口から翼後縁より３コード下流の位置までの領域において、失速セルの幅が変化する範囲を示し、また記号○はこのうち翼後縁から１コード下流の位置における失速セルの幅を表している。これによると流入角が大きいほど失速セルの幅は広くなっていることがわかる。

図３－３－１１は、Ｅmmonsらが行った単段翼列の実験結果［43］から得られた失速セル幅の流入角に対する変化の様子を示したものであるが、流入角に対してセル幅の増加する様子など、定性的な傾向はよく一致している。

ここで図３－３－４に戻って、失速セルの幅が流入角によって変化する様子を実際の流れ場によって考察する。流入角が$\beta_1 = 50^\circ, 52^\circ$と小さい場合には、もっと大きな流入角に比べて失速渦や回復渦はあまり大きく成長せず、翼間流路内で高さ方向（翼面から離れる方向）への広がり方が小さくなっていることがわかる。そして失速渦と背面側隣接翼の腹面との間には、最も減少した時にも７０％前後の流量が通り抜けており、また失速渦と回復渦の間の失速セルでもある程度の通り抜け流れがある。このように失速セル周辺でも流速が大きいために、失速渦がひとつ隣の翼で成長する頃には腹側の翼から放出された失速渦と回復渦は、翼から１．５～２コード程度下流まで離れてしまっていて、下流の渦列の翼列方

向間隔は狭いままとなっている。

これに対して$\beta_1 = 60^\circ$，65°と流入角が大きくなるにつれて、失速渦は次第に強くなり、流路内でも高さ方向にもっと広がるように成長している。さらにまた、例えば$\beta_1 = 65^\circ$の場合には、翼No. 3から離れた失速渦は背面側の隣接翼No. 4の腹面にぶつかるように接近しており、これより後、下流に流れ出ていくようになるが、この頃ひとつ腹側の翼No. 2から放出された回復渦は、まだ流路出口付近に留まっていて、その結果、翼列出口において2列の渦列の翼列方向の間隔が$\beta_1 = 50^\circ$や52°の場合の間隔と比べるとかなり広くなっていることがわかる。この傾向は流入角が更に大きくなるともっと顕著になってきて、$\beta_1 = 75^\circ$においては失速渦が翼No. 2を離れ始めるとき、腹側の翼No. 1で発生した回復渦は翼No. 1の背面上にあって、まだ下流に流れ出ておらず、さらに腹側の翼No. 5で発生した回復渦がやっと後縁から離れ始めたばかりである。その結果、$\beta_1 = 75^\circ$の時の失速セル幅は約2．5ピッチ程度まで広くなっている。これは、流入角が大きいほど失速渦と回復渦がより強く成長して上流向きの大きな誘導速度が働くために、その付近における下流へ向かう流速が非常に小さくなり、特に$\beta_1 = 75^\circ$の場合には逆流さえしているために、回復渦が下流へ移動する速度が非常に遅くなってしまうのに対して、この間に翼の前縁失速の発生や失速渦の成長は背面方向の翼へ遠くまで伝播しているからである。

以上により、失速セルの幅が流入角が大きいほど広くなるという現象は、第一に流入角が大きいほど失速渦そのものが強くなり、流路内で高さ方向に大きく広がること、第二に失速セル内流量の激しい減少によって失速の伝播速度に比べて回復渦の下流への移動速度が遅くなることという、2つの原因によって生じていることが明らかとなった。

（d）伝播速度

図3－3－12は、本数値解析の結果得られた旋回失速の伝播速度の流入角に対する変化を示している。縦軸は伝播速度Vpを上流境界の翼列方向速度で無次元化した値Vp/V_1を表している。各流入角において計算から得られる伝播速度は時間的に完全に一定ではなく、図中に線分で示されているような範囲で時間変動している。また図中の○印は平均値を表している。流入角が比較的小さい範囲（$\beta_1 < 65^\circ$）では、流入角の大きい方がVp/V_1は大きくなる傾向が見られ、もっと大きい流入角範囲（$\beta_1 > 65^\circ$）ではほんの僅かずつ減少していく傾向がみられる。しかし、いずれにしろ図に示した$\beta_1 = 50^\circ \sim 75^\circ$の流入角範囲では全ての流入角について、$Vp/V_1$の値は0．2～0．35の範囲内に収まっていることがわかる。また図3－3－13は同じ伝播速度を上流の軸方向速度で無次元化したVp/U_1を表しているが、これによるとVp/U_1は流入角に対して単調に増加していて、$\beta_1 = 50^\circ$において$Vp/U_1 = 0.25$、そして$\beta_1 = 75^\circ$では$Vp/U_1 = 1.17$となっている。

上記の伝播速度を先に流れ場の比較を行ったKriebelらの実験結果［32］と比較する。この実験結果の概要は表3－1に示した通りである。図3－3－14はこの実験から得られた伝播速度をVp/C_{z1}および$Vp/C_{\theta 1}$で表し、流入角に対する変化の様子を示したものである。この翼列は円形翼列であるので、C_{z1}が軸方向の速度に相当し、$C_{\theta 1}$が翼列方向の速度に相当する。ここで示した流入角範囲では、Vp/C_{z1}や$Vp/C_{\theta 1}$の値の範囲も定性的傾向も本数値解析の結果とよく一致しているということができる。

ここで伝播速度が流入角に対して変化する様子を流れ場の挙動を通して考えてみる。既に明らかにしたように、翼が前縁失速し失速渦が成長すると、流路を通り抜ける流れが急激にせき止められ、やがて失速渦が翼を離れ回復渦が最も大きく成長した頃にせき止めの効果は最大となる。この間に背面側の翼に向かう流れの迎え角は急増し、ある限界に達すると前縁剥離が起きる。先述の図3－3－4は、失速渦が翼背面全体をおおうまで成長し、その直後、翼を離れ始めた頃の流線を示したものであるが、翼が前縁失速してから図の段階に達するまでに要する時間をT_sとすると、いずれの流入角についてもこのT_sはだいたい3．0前後の大きさとなっていて、流入角によってあまり大きくは変化しない。一方、図3－3－15は1ピッチ伝播時間T（前縁失速が1ピッチ隣の翼に伝わるのに要する時間，$T = s/Vp$）を流入角に対して表したものであるが、これによると上のT_sがほぼ一定なのに対して、伝播時間Tは$\beta_1 = 50^\circ$では$T = 6.2$とT_sよりかなり大きく、また$\beta_1 = 75^\circ$では$T = 3.3$とT_sとほぼ等しくなっており、流入角に対して単調に減少する傾向にある。すなわち翼が前縁失速した後、失速渦が成長しきるのに要する時間はどの流入角でもだいたい同じであるが、前縁失速が隣の翼に伝わるのに要する時間は流入角によって変化しているのである。これは、図3－3－4によれば、流入角が大きいほど同一時間内に失速渦がより大きくまた強く成長するため、背面側隣接翼の失速をより早く誘起するようになるからと考えられる。

（e）離散渦法による計算との比較

第１章で述べたように、離散渦法を旋回失速の数値解析に適用する試みはＳpalart［33］やＳistoら［34,35］によって行われている。図３－３－１６はＳistoらの計算によって得られた流入角β_1＝７０°（迎角α＝５０°）において伝播する旋回失速の流線と、流量最小の失速流路が時間とともに翼列方向に移動していく様子を示したものである［34］。縦軸のｙは波長で無次元化した翼列方向の位置を示している。

同図によると、ｔ＝４０において失速領域のうち最も腹側にある翼（本論文の表記法では翼No.１）の背面上に時計まわりの大きな渦が成長している様子や、それより腹側の翼No.４やNo.５の周辺に反時計方向の渦が生じている様子がみられる。そしてこれらの渦が成長している失速流路では激しく逆流しており、渦の強さは非常に強いものであることがわかる。また下方の図によって伝播速度を直接計算することができるが、このβ_1＝７０°の場合にはＶp＝約０．３３（Ｔ＝約３．０）となっている。Ｓistoらによると、この離散渦法を用いた計算結果から得られる旋回失速の伝播速度は、流入角が７０°≦β_1≦７５°の範囲では、０．２７≦Ｖp≦０．４４であるという［34］。そしてこの伝播速度の値は、ＭontgomeryとＢraunの単段圧縮機の実験［100］の結果ではβ_1＝７２．５°においてＶp＝０．３３であったこと、またＳtenning，ＳeidelとＳenooによるＮＡＣＡ0010翼列の実験結果［101］ではβ_1＝７０°においてＶp＝０．３７６であったことと比べて、比較的よく合っているとしている［34］。これに対して、本数値解析による５ピッチ周期、β_1＝７０°の場合の伝播速度はＶp＝０．３１であり、同じ言い方をすればやはり実験との一致は良いということができる。また図３－３－１７は、図３－３－１６の旋回失速が伝播している間に５枚の各翼に働く揚力C_Lおよび抗力C_Dの時間変化を示している。なお各値は前後１０ステップの時間ステップの間の時間平均値である。この図から翼の失速とともに揚力および抗力がそれぞれ急減および急増し、またそれが背面側の翼に伝わっているとしている。

以上の結果を見る限りでは、この離散渦法による結果は、確かに翼の失速を伴った流れが背面方向に伝播する様子を示しており、失速セルにおいて逆流する様子などは、本数値解析法のβ_1＝７５°付近で得られる旋回失速の様相とよく似ているようである。また、伝播速度の面でも実験や本数値解析の伝播速度と比較的良く合っている。しかしここで問題となるのは、Ｓistoらの計算によると、旋回失速が伝播するのはβ_1＝７０°（迎え角５０°）の様にかなり大きな流れ角の場合だけであり、なおかつ非常に狭い流入角範囲でしか伝播しないということ、そしてそれよりも流入角を僅かに増減させた場合、例えば図３－３－１６の例では迎え角を僅か±２°増減して、β_1＝７２°や６８°の場合に同様な計算を行うと、旋回失速が伝播する様相は消滅してしまい、その代わりにＳistoらの呼び方を借りると「Ｃhaotic ｄeep ｓtall」という、激しい失速状態が各翼で不規則に発生

する状態に陥ってしまうということである。また流れ角の他にも、計算領域に含める翼枚数を変化させたり、反り角などのパラメータを変えたりすると、旋回失速とＣhaotic ｄeep ｓtallとが頻繁に入れ替わってしまうという結果が得られたことが報告されている［34］。しかしながら、実際の翼列の実験等で得られる旋回失速を考えてみると、一般に旋回失速はある限界以上の広い流入角の範囲で伝播することが知られており、この点に関してＳistoらの計算結果は実験事実と矛盾があるように思われる。

上記のように狭い流入角範囲でしか旋回失速の伝播が得られないことについて、Ｓistoらは、数値計算の都合上、流入角だけでなく流れ場の変動の翼列方向の波長を５ピッチ、あるいは４ピッチというように、あらかじめ与えた値に強制してしまっている事と関係があると論じている。つまり、あるひとつの流入角に対しては、何らかの物理的な原因によって自然に決まってくるような旋回失速の波長というものが存在しており、実際に伝播するのはこの波長の旋回失速のみであって、これ以外の波長では伝播することができないという主張である。しかし、ここで取り扱っている様な単独翼列に伝播する旋回失速についてこれまで行われてきた実験等の結果を考えてみると、流量を増減させて、流入角を僅か２°変化させただけで、伝播していた旋回失速が消滅してしまうような事態は通常は考えられないことである。また、一般に単独翼列では、同じ流量の時でも失速セル数が不安定に変化し得るのが普通であって、これらの事実から考えると旋回失速自体に存在の有無を左右するほど強いある特定波長の選択性があるとは思われない。

この点について、本論文では合理的な結果を得ることができた。すなわち５ピッチ１周期の条件の下で流入角β_1＝５０°，５２°，５５°，６０°，６５°，７０°，および７５°について調べた結果、旋回失速が伝播する様子はいずれの流入角でも妥当に得られた。そしてこの範囲では、失速渦の放出の様子や翼列上流、下流の流れの挙動などは連続的に変化していて、Ｓistoらの計算結果のように、流入角のわずかな変化によって「Ｃhaotic ｄeep ｓtall」に移るという様な不連続な変化は全く見られなかった。

Ｓistoらの離散渦法で、流入角が小さい場合には旋回失速の伝播が得られないことの原因や、流入角が大きい場合にも流入角の僅かな違いによって旋回失速の存在の有無が影響を受ける原因としては次のようなことが考えられる。すなわち小さい流入角では大きい流入角ほど翼の失速の程度が激しいものではなく、したがって失速した翼から放出される渦の強さやそれに伴う変動の大きさが相対的に小さくなるので、より精度の高い取扱いが必要となる。しかしＳistoらの離散渦法では乱流や粘性による渦度の拡散の効果を合理的に考慮することができないために精度が落ちてしまっていると考えられる。また、大きな流入角では翼から放出される渦が非常に強くなるが、一般に非粘性の取扱いでは、このように強い渦同士が互いに近づくと激しく反発するような不合理な運動を示すようになる。Ｓistoらの方法ではこれらの問題に対してそれぞれの渦に粘性渦の構造を持たせるという方法をとっているが、その構造の決め方には物理的に曖昧な点が残されている。また図３－３－１６の結果を見ると、このような方法で導入された粘性の

効果は不十分であるように思われ、そのために流入角などの僅かな違いによってChaotic deep Stallのような様相が現れてくるものと考えられる。さらにSistoら自身も言及しているように、境界層の取扱いにも問題が残されているようである［35］。これに対して本数値解析法では、渦度の拡散現象を渦度方程式に基づいて合理的に取扱うことによって、乱流や粘性の効果を適切に計算することができており、また旋回失速が伝播するのにともなって翼背面境界層の前縁剥離と再付着が繰り返される過程も境界層方程式の解法と組み合わせることによって適切に捉えられていると考えられる。

３－４　旋回失速発生点とヒステリシス

３－４－１　旋回失速の成長・減衰

本節ではまず旋回失速の発生点がどのあたりにあるのか、そして発生点を越えたところでは旋回失速の変動がどの様に成長していくものであるかという点を明らかにする。次に、一般に流入角の増加時と減少時では旋回失速の発生点と消滅点に差異がある、すなわちヒステリシスがあることが知られているが、この現象について調べることにする。計算上、周期条件はあらかじめ決めておかなければならないが、ここでは５ピッチ周期条件と、１０ピッチ周期条件について解析を行った上で、波長による違いについても検討を加えていくことにする。計算の結果得られた旋回失速の特性値は５ピッチ周期条件の場合はTable.１のＢ１～Ｂ４に、１０ピッチ周期の場合はＣ１～Ｃ５にまとめて示されている。

（ａ）旋回失速発生点

まず始めに、各ピッチの作動状態に小さな非対称な初期変動を与えたとき、それがその後どのように変化して行くかを調べてみることにする。図３－４－１（ａ）は流入角β_1＝５０°の場合に、初期条件として５つの流路のうち流路No.１のみ平均流量の５％だけ流量を減らした場合の、その後の流量の時間変動の様子を示している（計算例Ｂ１）。この図から５％の初期変動は計算開始後、時間とともに減衰してしまい、無次元時間ｔ＝８．０頃には、５つの流路を通り抜ける流量がほぼ等しくなり、その状態がその後もずっと続いていくことがわかる。図３－４－１（ｂ）は十分時間が経過したｔ＝３０．０において最終的に収束した流れ場の様子を、渦度分布と流線によって示したものである。各翼の作動状態はほぼ同じであり、前縁から７５％コード付近まで背面境界層が付着した定常的な非失速な流れ場に落ちついている。

これに対して図３－４－２（ａ）は、上と同じ５％の初期変動を与えるが、流入角を２°だけ増やしてβ_1＝５２°とした場合（計算例Ｂ２）の流量の時間変動の様子である。ｔ＝０．０からｔ＝２０．０頃にかけて、翼列方向に伝播しながら変動の振幅が次第に大きくなっていき、その後はほぼ同じ大きさの振幅のまま伝播し続ける様子が見られる。図３－４－２（ｂ）は十分に発達したときの旋回失速の流れ場の様子を示している。翼No.２の背面には失速渦が成長し始めており、その腹側の流路No.１では翼の前縁および後縁から放出された渦が流路に広がっており、これによって平均流量の約６５％まで流量が減少している。さらに腹側の翼では背面境界層の再付着が進み、翼No.５では前縁から約３０％コード下流まで、翼No.４では約６０％、翼No.３では約９０％まで剥離点が後退している。このような旋回失速の伝播の様相は、伝播速度や５ピッチ中のセル数なども含めて、同じ流入角β_1＝５２°において、平均流量の５０％という大きな初期変動を与えた

場合に得られた結果（計算例Ａ３，図３－３－２）と、定性的にも定量的にもほぼ完全に一致している。

ここで旋回失速が成長する途中の過程を調べてみると、図３－４－２（ｃ）と（ｄ）は翼列前縁から０．５コード上流における軸流速度と流れ角の変動波形が時間とともに発達する様子を表しており、また図３－４－３は $t=1.0$ ～３０．０の流れ場の発達の過程を示している。図３－４－２によると $t=0.0$ において流路No.１の流量が減少している影響で、０．５コード上流において、ちょうど翼No.２の前縁の上流付近で軸流速度が平均より約３％減って最小となり、流れ角が約０．８°増えて最大となっている。但し、図に表れている短い波長の変動は、翼列のピッチと等しい波長の変動であり、上の数値の中にはこの変動分も含まれている。図３－４－３によれば $t=1.0$ には翼No.２は流入角が増加したために前縁失速しており、前縁から放出された渦度は翼面に沿って下流に移動しながら、やがて $t=4.0$ 頃から翼より下流に放出されていく。この時、翼背面の後縁よりの所には、小さく巻き込む流れが既に生じていることがわかる（図中でCirculating Flowと指示する箇所）。このすぐ後の $t=5.0$ には背面境界層は再付着し始めるが、後縁では腹側から背面側へ小さく巻き込む流れが生じており、図３－４－１によればこのとき背面側の流路を通る流量は平均流量の約１４％減少している。$t=6.0$ には前縁失速が翼No.３に伝播して、やがて $t=10.0$ にはこの翼の背面上にかなり強く成長した失速渦を見ることができ、翼列上流の軸流速度の減少も初期変動と比べると４倍近く大きくなっている。結局、始めに与えた５％の変動によって一旦翼が前縁失速すると、放出された剥離渦が巻き込むようになり、その背面の流れが急速にせき止められ、その隣の翼ではもっと激しい前縁失速が誘起されるようになるという過程を経て旋回失速が成長していくことがわかる。

以上のような状況は１０ピッチ周期条件の場合にも殆ど同じである。図３－４－４は $\beta_1=50°$ において初期変動として平均流量の１０％だけ減らした場合に、これが減衰して全ての翼が非失速な状態に収束していく様子を示している（計算例Ｃ１）。また図３－４－５は $\beta_1=52°$ において、同じ１０％の変動を与えたときに、これが急速に増幅されて、最終的には大変動の旋回失速が伝播するようになる様子を示している（計算例Ｃ２）。この場合に最終的に伝播する旋回失速は、定性的にも定量的にも平均流量の１００％というもっと大きな初期変動を与えた場合の結果（計算例Ｃ３，Ｔable.１参照）とほぼ完全に一致する。

以上の結果より、翼列方向の周期条件にかかわらず、微小な初期変動を与えたとき、$\beta_1=50°$ ではその変動が減衰して定常的な非失速流れに収束してしまうのに対して、$\beta_1=52°$ では同じ大きさの変動を与えると、それが急速に増幅されて行くという違いが生じることがわかった。実際の軸流圧縮機では流れの中に常に小さな擾乱が含まれていて、発生点付近において流入角が次第に大きくなっていくような場合には、この擾乱をきっかけとして非対称な流れ、すなわち旋回失速が急速に成長するものと考えられる。そしてそうなる限界の流入角が「旋回失速発生点」である。上の結果からこの翼列の発生点は流入角５０°と５２°の

間にあるということができる。

なお、流入角が５２°よりもっと大きくなった時にも、微小な擾乱から大変動の旋回失速が伝播するようになるのはもちろんである。図３－４－６は５ピッチ周期条件の下で $\beta_1=60°$ の時に１０％の初期変動を与えた場合に旋回失速が成長する様子を示している。始めのうちは各ピッチの作動状態の差異は小さく、全ての翼が前縁失速して剥離点から強い渦が放出されている［t=6.0］。その後 $t=16.0$ には、迎え角が小さくなった翼（図の場合翼No.３）の背面境界層が再付着し、失速領域と非失速領域が区別できるようになる。そして十分に時間が経過した後は、同じ $\beta_1=60°$ で１００％の初期変動を与えた計算例Ａ１とほとんど同じ旋回失速へと発達していることがわかる。

（ｂ）ヒステリシス

次に、いったん旋回失速が伝播している状態から、逆に流入角が発生点を越えて小さくなっていく場合について考える。図３－４－７は５ピッチ周期条件の下で $\beta_1=50°$ において、初期変動として流路No.１の流量を平均流量の２０％減少させた場合のその後の流量の時間変動の様子と、$t=30.0$ における流れ場の様子を示している（計算例Ｂ３）。この計算例Ｂ３は、先に示した計算例Ｂ１と同じ流入角 $\beta_1=50°$ における結果であるが、与えた初期変動の大きさが５％から２０％に４倍に大きくなっている点が異なっている。

すでに明らかにしたように、$\beta_1=50°$ は旋回失速発生点よりも小さく、５％の初期変動からでは旋回失速が発生しなかった。これに対して、同図は同じ $\beta_1=50°$ でも２０％という比較的大きな変動を与えた場合には、その変動がその後も減衰することなく伝播し続けることを示している。図３－４－７（ｂ）に示すように、前縁失速した翼背面に失速渦が成長している様子、その腹側の翼からは回復渦が放出されており、腹側の翼ほど背面境界層の再付着が進んでいる様子、翼列下流では放出された失速渦と回復渦の間が失速セルとなっている様子など、定性的には旋回失速発生点より大きい流入角の場合と同じであることがわかる。流入角の違いによる変化については、既に前節３－３において検討を行っているので、詳細は避けるが、$\beta_1=50°$ となったことによって生じた主な相違点は、変動振幅や失速セル幅が小さくなり、また失速渦や回復渦の成長の程度が弱くなる傾向があること、さらに伝播速度が遅くなることなどである。

上で与えた２０％という初期変動の大きさは、$\beta_1=52°$ において定常的に伝播する旋回失速の流量変動幅が＋２２％～－３５％であることから、$\beta_1=50°$ で伝播する旋回失速の変動幅は流入角が２°小さい分だけそれより若干小さくなるであろうことを考慮し、なおかつ計算例Ｂ１で与えた５％よりは大きな値として選んだものである。ヒステリシスを厳密に取り扱うためには、翼列を通る流量や速度の変動だけでなく、翼から放出された渦度を含む翼列下流の流れ場についても十分に発達した旋回失速の流れを初期条件として用いる必要があると思われるが、ここでは簡単のため初期条件としてはひとつの流路の流量だけを２０％減

らした渦無し流れを考え、渦度の影響は無視している。しかし上に示したように旋回失速のヒステリシスの現象を捉えるためだけであれば、流量の変動の大きさだけを考慮すれば良いようである。

次に、もっと流入角が小さいβ_1＝４７°について、上のβ_1＝５０°と同じ２０％の大きさの初期変動を与えた場合の結果を図３－４－８に示す。この場合には、初期変動によって翼No.２の迎え角が大きくなり、この翼は始め前縁失速している［t=1.0］。そして、その翼の前縁から放出された渦度によって、背面側流路No.２を通りぬける流量は、t＝約５．６において一旦は平均流量よりその約１６％減少している。しかし、この時すでに翼No.２の背面境界層はミッドコード近くまで再付着が進んでいて［t=5.0］、その後流路No.２の流量は徐々に回復していく。これより後、背面側の翼No.３は前縁失速することはなく、翼No.２が失速から回復するにつれて流量変動は時間とともに減衰してしまい、t＝２５．０以降は全ての翼が非失速となった定常状態に収束していることがわかる。すなわち、β_1＝４７°のように十分に小さな流入角では、たとえ大きな変動が既に存在していても、旋回失速は伝播することができないことを示している。

１０ピッチ周期条件下でもこれと同じ性質の結果が得られて、図３－４－９（計算例　Ｃ４）に示すようにβ_1＝５０°において５０％の初期変動を与えた場合には旋回失速の伝播が得られるが、図３－４－１０（計算例　Ｃ５）に示すようにβ_1＝４７°では減衰してしまう。

上記の結果を５ピッチ周期条件および１０ピッチ周期条件のそれぞれについて、わかりやすくまとめて図式化したものが図３－４－１１（ａ）および（ｂ）である。横軸は流入角β_1を表し、縦軸は初期条件として与えた流量減少量を平均流量に対する百分率で表している。図中の太い点線より右側の領域が変動が発達して旋回失速が伝播するようになる領域を示しており、左側が変動が減衰して全ての翼が非失速の定常状態に収束していく領域を示している。

横軸に近いところ、すなわち微小な初期変動を与えた場合には発生点（β_1＝約５２°）以上で旋回失速が発生し得るが、それ以下では発生しない。しかし横軸から上に離れたところ、すなわち旋回失速が伝播している状態から流入角が減少していく時のように、流れ場の中にある程度大きな変動が存在している時には、発生点よりもっと左側の小さな流入角β_1＝５０°でも伝播し続けるようになる。しかし、それにも限界があって、β_1＝４７°と５０°の間のある限界より左側では、旋回失速の伝播は起こり得なくなる。すなわちヒステリシスがあることが示されている。この図の中で発生点（図にはStall Inception Limitと記す）と旋回失速の消滅する限界（Stall Cessation Limitと記す）との間隔 ←－→ がヒステリシスのおおよその大きさを表している。図３－４－１１の５ピッチ周期と１０ピッチ周期の２つの図を比べる限り、発生点やヒステリシスに関しては、翼列方向の周期条件の影響は小さいものと考えられる。

３－４－２　線形理論との比較

次に線形理論によって予測される発生点との関連について調べる。ここでいう線形理論とは、すべての変動は主流の大きさに比べて十分に小さいものとして、流れの場を支配する運動方程式を線形化するとともに、翼列特性も平均流入角のまわりに線形化して用いる理論である。そしてこの変動が一定の速度で翼列に沿って伝播しているものとして、変動が成長し始める限界の流入角を調べようというものである。翼列はピッチ無限小のセミアクチュエータディスクで置き換えられ、したがって流れの全ての諸量は翼列方向には連続的に変化し、一方、翼列前後では翼列特性を介して不連続的に変化するものとする。翼列の上流は渦なし流れで、無限上流では変動のない一様流とする。したがって翼列を通る流れは逆流はしないものと仮定することになるが、線形理論で扱おうとしている微小変動の範囲では特に問題はない。下流の流れ場は翼列から放出された渦度のある流れである。

線形解析に必要な翼列特性は、３－１節に示したのと同じ全圧損失特性（図３－１－７（ｂ））と流出角特性を用いる。これは定常流れについて本数値解析法を適用した結果から得られたものである。全圧損失特性についてはX_{ss}を流入角の正接（$\tan\beta_1$）の関数として３次スプライン曲線で近似して用いており、図３－４－１２はこの近似曲線と、流入角に対する勾配（$\dfrac{dX_{ss}}{d(\tan\beta_1)}$）を示している。翼列下流の境界条件としては無限下流において静圧一定とする。また流出角は失速点の付近では変化が小さいことから一定とし、数値解析結果に基づいてβ_2＝２３°とした。線形理論の具体的な方法は文献１５や１６に詳しいのでここでは省略するが、全ての変動の時間に関する変化がｅｘｐ［（μ＋ｉω）ｔ］の形をしているものとして線形理論を適用すると

$$\frac{\lambda\mu}{2\pi U}=\frac{AC+BD}{A^2+B^2}\ ,\qquad \frac{\lambda\omega}{2\pi U}=\frac{AD-BC}{A^2+B^2}$$

が得られる。ここに

$$A=1+2\pi\frac{c}{\lambda}\sec\xi+\pi\frac{\tau U}{\lambda}X_{ss}'\sec^2\beta_1\tan\beta_1$$

$$B=\pi\frac{\tau U}{\lambda}X_{ss}'\sec^2\beta_1$$

$$C=\frac{1}{2}X_{ss}'\sec^2\beta_1\tan\beta_1-(X_{ss}+\sec^2\beta_2)$$

$$D=\frac{1}{2}X_{ss}'\sec^2\beta_1+X_{ss}\tan\beta_1$$

であり、またμは成長率、ωは角振動数、λは旋回失速の波長、X_{ss}'はX_{ss}の流入角に対する変化率（$X_{ss}'=\dfrac{dX_{ss}}{d(\tan\beta_1)}$）、$\tau$は境界層の時間遅れの時定数、Ｕは軸流速度、ｃは翼弦長、ξは食違い角を表している。

図３－４－１３はｃ／$\overline{S}$＝０．０２、τＵ／ｃ＝０．５としたときの微小な変動の成長率の分布を示している。ここで$\overline{S}$は圧縮機周長である。横軸は圧縮機周長と変動波長の比$\overline{S}$／λ、縦軸は流入角β_1を表し、各曲線はパラメータ$\lambda\mu$／Ｕの等値線を$\lambda\mu$／Ｕ≧０となる範囲について描いたものである。図で$\lambda\mu$／Ｕ＝０の曲線が各波長について微小変動が増幅される限界、すなわち旋回失速の発生点を意味している。この$\lambda\mu$／Ｕ＝０の曲線は$\overline{S}$／λに対して右下がりの傾向を示しており、このことから短い波長の変動の方が早く、すなわち小さい流入角で成長し始める傾向があることがわかる。しかしその差は非常に小さくて、具体的な発生点の値は、$\overline{S}$／λ＝２５．０に対してはβ_1＝約５２．７°、$\overline{S}$／λ＝１．０に対してはβ_1＝約５３．０°である。

表３－２は境界層遅れの時定数τＵ／ｃや流出角β_2の影響を見るために、これらを変化させた場合の結果を示している。ここで与えているような境界層遅れτＵ／ｃについては、これを評価した研究［8,82,83］は数が少ないが、Ｓtenningら［8］は翼列を通過する流れのシュリーレン写真から、τＵsecξ／ｃ（＝ｎとする）は０．５以下であるとしている。また永野らは反転軸流圧縮機に旋回失速を伝播させて、その動的な全圧損失特性を計測した結果、上記と同じ時間遅れのモデルが妥当に適用できることを示し、またパラメータｎはほぼ全ての作動条件について１～２の間の１に比較的近い値（１．０から１．４程度）にあると推定している。永野ら［18］の非線形解析ではこの実験結果に基づいて、一応τＵ／ｃ＝０．５とした上で、これとは別にτＵ／ｃ＝０．２５～５．０についても比較・検討している。最近の研究の例では、Ｓharma［83］らは実験的にｎ＝１．８と見積っている。本論文では以上のような事情を踏まえてτＵ／ｃを０．２５，０．５，１．０，および２．０の４通りについて計算し検討をおこなった。また流出角についてはβ_2＝２３°と２７°について比較を行っている。この結果、発生点の流入角の値はτＵ／ｃやβ_2によって変化するが、変化量はあまり大きくはなく、高々０．２°程度であることがわかった。また波長の短い方が早く発生する傾向はこれらのパラメータによっても変わらないことが明らかとなった。ｃ＝τ＝０とした場合、すなわち境界層の時間遅れと流路内流体の慣性の遅れを全て無視した場合には、発生点はβ_1＝５３．０２°（β_2＝２３°の時）となる。この場合には理論の中に長さの次元を持った量は波長λ以外何もないので、波長によって成長率は変化しなくなり、図３－４－１３において$\lambda\mu$／Ｕ＝０を描けば水平な直線となる。

上の検討により線形理論による発生点の値は時間遅れや流出角によって僅かに異なるが変化は小さく、λ／ｃ＝５および１０に対して平均でβ_1＝約５２．９°程度であることがわかった。これは数値解析より得られた発生点とも比較的よく

合っているということができる。図３－１－７（ｂ）によると、発生点付近では流入角の増加につれて全圧損失が急激に増加して、全圧損失係数の値そのものばかりでなくその勾配も大きくなっていることがわかる。この性質はこれまで線形理論の重要な結論となっていたわけであるが、本数値解析の結果によっても確認できたとしてよいであろう。

３－５　失速セル数

３－５－１　失速点付近の流入角における失速セル数の変化

旋回失速の失速セル数について、Stenning [8] は翼列流路内流体の慣性遅れと境界層の時間遅れの比によって失速セル数が決まってくると考えた。Stenningは、線形理論において旋回失速の波長が変わると発生点が僅かに変わることを根拠として、流量が絞られたとき最も早く成長率が $\mu=0$ となる点に対応する波長 λ が、失速セル数を決定する考えたのである。

前節の線形解析の結果によると、この翼列では波長が短い方が僅かに早く発生する傾向を示している。したがってStenningの考え方に従えば、短い波長、すなわちセル数の多い旋回失速が発生するはずである。しかし、本数値解析によって微小な初期擾乱からの変動の発達を調べた結果、$\beta_1=52^\circ$ において、１０ピッチ周期条件下（計算例　Ｃ２）で初期変動としてある一つの流路の流量を平均流量の１０％減少させた場合、発生する旋回失速のセル数は終始初期変動と同じ１セルとなっており、２セルあるいは３セルの旋回失速が発生するという結果は全く得られなかった。

ここで本数値解析法では短い波長の旋回失速が伝播する様子を捉えることはできないのではないかと言う疑問も生じてくるが、既に明らかにしたように５ピッチ周期条件下（計算例　Ａ３，Ｂ２）において１セルの旋回失速が伝播し得るのだから、実際に１０ピッチ中に２セルの旋回失速が伝播するとすれば、その様子を本数値解析法で捉えることはできるはずである。またこの他２ピッチないし３ピッチ周期条件下で調べた場合にも、１セルの短い波長の旋回失速が伝播する様子を本数値解析法で捉えることが可能であることから考えて、１０ピッチ中にさらにセル数の多いパターンを捉えることも不可能ではないはずである。（なおこれらの２ピッチ周期・３ピッチ周期の結果の詳細については後に考察することにするが、概略についてはＴable.１のＦ１～Ｇ４に示しておく。）しかし、実際には１０ピッチ中に２セル以上の旋回失速が伝播するような結果が得られなかったことを考え合わせると、結局、失速セル数についてはStenningのような線形理論に基づく考え方からは決まらないで、例えば何か非線形な要因が作用して決まってくるのではないかと考えることができる。本節では上のような事情との関連も含めて、失速点付近で発生する旋回失速のセル数について、新たな数値解析の結果を加えて検討を行う。

（ａ）多セルの成長と減衰（その１：$\beta_1=52^\circ$）

図３－５－１～６に示しているのは、１０ピッチ周期条件下で流入角 $\beta_1=52^\circ$ について、流路No.１についてのみ通り抜け流量を平均流量の１％だけ減らすという、ごく微小な初期変動を与えた場合（計算例　Ｄ１）の結果である。この初期変動の大きさは前節で示した計算例Ｃ２の初期変動と比べて更に一桁小さくなっている。図３－５－１は翼列より１．０コード上流における軸流速度と流れ角の変動分の翼列方向分布を、$t=0.0$～30.0 の1.0毎に原点を上方へずらしながら示したものである。また図３－５－２は同じ１コードの上流の軸流速度の変動波形を各時刻でできるだけスケールを拡大して示したものである（従って時刻によって縦軸のスケールが異なっている）。

図３－５－２によると $t=0.0$ において１．０コード上流の軸流速度には、流路No.１で流量が１％減少していることに対応して円周１波長の変動が現れていて、翼No.２の前縁の上流付近で最も小さくなり、平均軸流速度 U_1 に比べてその約０．２４％だけ減少していることがわかる。$t=0.0$ において図に表れている短い波長の変動は、翼列の１ピッチに相当する波長をもつポテンシャル変動であるが、その振幅は１コード上流で約０．０１６％と非常に小さいものである。この変動はその後も常に存在しているものであるが、全体の変動が非常に小さいうちはそれが相対的に大きくなって図に現れたものである。

さて、図３－５－１および図３－５－２によると、このような初期変動が時間とともに成長していく過程で、$t=3.0$ という比較的早い時期から、始めの円周上１波長の変動と翼列ピッチを１波長とする変動の他に、円周上２波長の変動が現れてくることがわかる。そしてその後しばらくの間は円周１波長の変動と円周２波長の変動が両者とも増幅されていっており［t=5.0］、$t=14.0$～16.0 には変動の大きさは異なっているものの円周上のほぼ反対の位置に誕生した２セルの旋回失速が成長するかのような様相を示している。しかし、更に時間が経過すると、このうち一方の失速セルが急速に増幅していくのに対して、残りの一方は次第に減衰してしまうようになり［t=20.0］、結局最終的には円周上に１セルのみが伝播するようになることがわかる［t=30.0］。

図３－５－３は、上述の変動波形に対応する流れ場の様子（渦度分布と流線）を、$t=1.0$～30.0 までの各時刻について示したものである。これによると $t=0.0$ に全ての翼が非失速の状態から始まって、その後 $t=12.0$ には翼No.１０が前縁失速している。そして１コード上流の軸流速度に円周２波長の変動が現れていた $t=15.0$ には、この翼No.１０とは別に翼No.５も前縁失速しており、確かに１０ピッチ中に２セルの旋回失速が生じていると言うことができる。先の図３－５－２では $t=15.0$ にはちょうどこの２つの翼の上流で軸流速度が減少し、流れ角が大きくなっている。しかし、図３－５－３によれば、この時期の翼の失速は、失速とはいってもまだ非常に弱いものであって、翼の背面でそれほど大きな失速渦の巻き込みを伴うものではない。また図３－５－４は t

＝０．０～３０．０までの流量の時間変化を示しているが、２セルが誕生するｔ＝１５．０頃までは流量変動の振幅も非常に小さいものであることがわかる。

図５－３－３に戻ってみると、これよりあとｔ＝１６．０には、翼No.１０の背面において逆流領域の大きさが若干大きくなっている様子が認められ、ｔ＝１７．０には前縁失速が翼No.１に伝播している。その後この失速セルでは失速渦の巻き込みは急速に顕著になっており〔t=20.0〕、図３－５－４によればこれにつれて流量の変動振幅も急速に増幅されている様子が見られる。他方、ｔ＝１５．０に前縁失速していた翼No.５は、ｔ＝１６．０にはミッドコード付近まで再付着が進んでおり、また流量変動もあまり大きくならないうちに減衰している。そしてこれより後、前縁失速は隣の翼No.６に伝わることはなく、ｔ＝２０．０にはこの失速セルはほぼ完全に消滅してしまっていることがわかる。

結局ｔ＝３０．０には１０ピッチ中に１セルの旋回失速が伝播しており、その時の流量や軸流速度および流れ角などの変動振幅や、失速渦の成長の程度などを、初期変動を１０％あるいは１００％とした場合（計算例Ｃ２，Ｃ３）と比較すると、定性的にも定量的にもほとんど同じ旋回失速が伝播していることがわかる。

（ｂ）境界層の挙動

ここで、上記のように微小な初期変動から始まって、変動が成長していく途中から２セルが誕生する過程について、各翼の背面境界層の挙動を調べてみる。図３－５－５（ａ）は、各翼の淀み点の翼面上の位置（以下 x_{ST} とする）の時間に対する変化を表している。縦軸は翼の前縁からの翼面に沿った距離を翼弦長ｃに対する比で表しており、x_{ST}／ｃ＝０．０が前縁に対応している。これによるとｔ＝０．０では初期変動に対応して、翼No.２の淀み点は他の翼より０．１％コードほど腹側の位置にあるが、その後ｔ＝４．０～６．０頃には翼No.３の淀み点、ｔ＝８．０～１１．０には翼No.４の淀み点というように、淀み点が腹側に移動する翼が一つずつ背面側の翼に移っていく様子が示されている。ところがその後ｔ＝７．０～９．０には、これとは別に翼No.９の淀み点が腹側に移動し始めており、さらにｔ＝９．０～１３．０には一つ背面側の翼No.１０の淀み点が腹側に移動していることがわかる。このように淀み点が腹側へ移動するのは、その翼の迎え角が局所的に大きくなっていることを示している。

図３－５－５（ｂ）はこの時、翼背面の剥離点位置 x_{SP}／ｃが時間的に変化する様子を示したものである。これによると、まずｔ＝２．０～４．０にかけて翼No.２の剥離点が他の翼よりは少し上流の x_{SP}／ｃ＝０．６近くまで移動している様子が見られる。これはｔ＝０．０～２．０に翼No.２の迎え角が増加し、淀み点が上流側に移動したことに対して背面境界層が応答した結果と考えられる。図３－５－５（ａ）に示したように、その少し後のｔ＝４．０～６．０にはその背面側の翼No.３の迎え角が増えているが、この時刻より少し遅れてｔ＝７．０～８．０にはその翼No.３の剥離点も x_{SP}／ｃ＝約０．６付近まで移動している。このように淀み点が翼前縁より少し腹側に移動し、少し遅れて剥離点が翼背面の途中まで前進するという現象が順番に背面側の翼に伝わっていくうちに、これらの点の移動量が徐々に大きくなっていき、ついにｔ＝１４．０には翼No.５の剥離点が急激に前縁まで移動して、ここに失速セルが誕生していることがわかる。

一方、もうひとつの失速セルについて調べてみると、まずｔ＝４．０～６．０にかけて翼No.８の剥離点が x_{SP}／ｃ＝約０．６３の位置まで前進しており、反対にその周辺の翼No.６、７、および９などでは境界層がもう少し下流の x_{SP}＝約０．７０～０．７６まで付着している。両者の剥離点位置の差はこの段階ではまだ非常に小さいものであるが、そのすぐ後のｔ＝６．０以降、翼No.９の淀み点が上流側へ移動する移動量はそれまでよりもかなり大きくなっていて、最大で前縁から約０．５８％コードほど腹側の位置まで移動している。そしてそれよりすこし遅れて同じ翼No.９の剥離点が最大で x_{SP}／ｃ＝約０．５５まで前進している。こうしてこのような境界層の挙動が翼No.１０に伝わった時には更に増幅され、ついにｔ＝１２．０には一気に前縁まで剥離点が移動する様子が示されている。図３－５－５（ａ）によれば成長のごく初期のｔ＝３．０頃の翼No.８の淀み点は、他の翼よりはごく微小量だけ上流側にある程度で、その差は極めて小さいものである。

これに対して、剥離点の移動量は絶対的には小さいものであるが、淀み点の僅かな移動量に比べれば相対的には大きくなっており、しかもそれが翼から翼へ伝播するにつれて増幅されていき、ついに t＝１２．０には前縁剥離に到るわけである。

図３－５－６は上記のように失速セルが誕生する途中の過程の等速度分布を示したものである。等高線は無限上流の一様流速の２０％の間隔で描かれている。図中にｓｌｏｗと記してあるところが一様流より流速の遅い領域、ｈｉｇｈと記しているところが流速の速い領域である。この図によると t＝４．０には翼No.２の剥離点が僅かに前進しており、翼背面の下流側と後縁のすぐ下流には流速の遅い領域が現れているが、その後 t＝８．０にはこれとは別に翼No.８の剥離点もその上下の翼より僅かに前進していて、剥離域や後流がより大きく成長している様子が見られる。この傾向はその後の t＝１０．０や１２．０にはもっと顕著になってきて、剥離域や後流が成長している翼の上流には流速のやや遅い領域（Slow Velocity Region）が翼列方向に２カ所に分かれてできている様子が明瞭に表われている。この付近では流速が遅くなっているために翼列に向かう流れの向きが上下にそれており、したがってそれぞれのSlow Velocity Regionの背面側の翼の迎え角が増加していると考えられる。そして同図（ｂ）によれば、t＝１２．０に前縁失速する翼No.１０は、誕生した２つのSlow Velocity Regionのうち背面寄りの翼No.７～９の上流付近にある比較的幅の広い方のSlow Velocity Regionのすぐ背面側に位置し、また同図（ｃ）より t＝１５．０に前縁失速する翼No.５は腹側寄りの翼No.４の上流付近にある比較的幅の狭い方のSlow Velocity Regionのすぐ背面側に位置しており、上記のようにこれらの翼の迎え角が増加した結果前縁失速に至ったものであることを示している。

結局、１０ピッチ中に１波長の非常に微小な初期変動が時間とともに成長していく途中では、翼が前縁失速に至るよりも前から１０ピッチ中に２波長の変動の波が発生し、それが増幅しながら伝わっていって２セルの旋回失速が誕生することが明らかになった。そしてこのことを翼背面境界層の挙動を通して考えれば、ある翼の淀み点が僅かに前進することに応答して、翼背面境界層の剥離点も前縁剥離までには到らない範囲で翼面上を前進し、その結果、翼背面剥離領域や後流が成長するようになる。そしてこの各翼面の流れと翼列上流の流れとの相互干渉の結果、翼列上流には流速が若干遅い領域が２つ発生し、その背面側の翼では迎え角が増加するようになるが、始めのうちはごく微小な淀み点や剥離点の移動でも、その後伝播していくうちに徐々に増幅されていき、ある限界に達すると翼は前縁剥離を起こし、２つの失速セルが誕生することがわかった。

（ｃ）多セルの成長と減衰（その２：β_1＝５３°）

計算例Ｄ２は平均流入角 β_1＝５３° で上記の β_1＝５２° の場合と同様に１％の初期変動を与えた場合の結果である。図３－５－７は翼列より１コード上流の軸流速度および流れ角の時間変化を示しており、また図３－５－８は軸流速度の変動波形を各時刻について別々に拡大して示したものである。

これによると１０ピッチ中に１セルの初期変動から始まって、計算開始後まもない t＝１．０には一旦１０ピッチ中に２セルの変動が作り出され、その後 t＝２．０には１０ピッチ中に３セルの失速セルが作り出されている。β_1＝５３° の場合には β_1＝５２° の場合に比べると各失速セルのその後の成長速度はかなり速く、t＝１５．０頃まではそれぞれの失速セルが急速に増幅しながら、３セルのまま伝播していることがわかる。ところが、t＝２０．０頃から３つのうちの１セルは次第に減衰し始めており、やがて t＝２５．０にはその失速セルは完全に減衰・消滅し、円周上に非対称な位置に配置された大きさのほぼ等しい２つの失速セルが出来上がっている。その後この２セルのパターンが伝播していくうちに、t＝３５．０～５０．０に見られるように、この２セルのうちの一方の失速セルも減衰していき、最終的には十分に成長しきった１セルの旋回失速が完成されるようになる［t=60.0］。以上のように、β_1＝５３° ではセル数は１→２→３→２→１とやや複雑な変化の過程を経て、最終的には１セルの大振幅の旋回失速に収束していくことが明らかとなった。

図３－５－９は上記のようなセル数の変化が起こっている期間の流量変動を表している。流量変動の振幅は、最終的に t＝６０．０において出来上がった１セルのパターンでは、平均流量の約８０％（最大で約＋２０％、最小で約－６０％）とかなり大きなものであるが、３セルのパターンが出現し始める初期の t＝２．０頃には、まだ変動振幅は約４％程度と非常に小さなものである。一方、３セルのパターンがかなり成長した t＝１５．０には、失速セルにおける流量の変動量は約４０～６０％程度まで大きくなっていて、３→２→１セルという失速セル数の減少が始まるのはそれから後のことである。

図３－５－１０は t＝１～６０までの流れ場の変化の様子を表したものである。これによると、t＝６０には失速セルにおいて失速渦や回復渦が大きな渦に巻き上がっている様子が明瞭に表れているが、成長初期の t＝２～５の段階ではこのような大きな渦の巻き込みの現象は見られず、失速とは言っても翼背面境界層の前縁剥離が伝播しているという程度のものに留まっている。このようにいわば穏やかな失速状態の時に多セルのパターンが誕生するという傾向は、β_1＝５２° の場合と同じ傾向にあると考えられる。

β_1＝５３° では３セルが誕生した後の各失速セルの成長が β_1＝５２° に比べて急速であって、t＝１３および１５には各セルにおいて失速渦や回復渦の巻き込み・放出がかなり明瞭に現れるまでになっている。図３－５－１０の t＝１５に現れている３セルのうち一番下側にある翼No.１およびNo.２を含む失速セルは、

これより後減衰することになるのだが、その様子を追って調べていくと、まずt＝１８には翼No.２の背面に失速渦ができていて、翼No.５とNo.８もこれと似た状態にあり、t＝２０にはひとつ背面側の翼に前縁剥離が伝わっている様子が見られる。この時３つの失速セルで状況が異なっている点は、失速渦を放出し終えた翼の背面境界層の状態であって、翼No.５や８ではまだ前縁付近で剥離しているのに、翼No.２の境界層は前縁から約７０％コードまで再付着が進んでいるという点である。そして前者では後縁付近で回復渦の巻き込みが顕著に現れているが、後者では回復渦はそれほど大きく成長しないうちに下流に流れ出しているという違いが見られる。このような違いはその後更に大きくなって、t＝２３には翼No.３から失速渦が放出されるとすぐに再付着が始まっており、またt＝２８には翼No.４の失速渦がまだ十分に大きく成長しないうちに放出されてしまって、直ちに再付着が進んでいる。こうしてt＝３０以降は前縁剥離は全く伝わらなくなるために、この失速セルはほぼ完全に消滅してしまい、２セルのパターンへ変化してしまうようになるのである。t＝３０に残っている２セルのうち翼No.７を含んだ失速セルもその後結局は消滅することになるのだが、２セルから１セルへ変化する場合にも上とほとんど同様な過程を経て進んでいく。最終的にt＝６０に伝播している１セルのパターンの失速状況を、t＝１５における３セルのパターンの失速状況と比較すると、３セルの場合の各失速セルでは翼２枚程度が前縁から失速するに留まっているのに対して、１セルの場合には１０枚中３枚の翼が激しく前縁付近から失速しており、しかも１セルの場合の方が変動振幅が大きく、また失速渦や回復渦の巻き込みがはっきりと現れるものとなっていることがわかる。

上のβ_1＝５２°と５３°の２つの場合の考察により、失速点付近において旋回失速がごく微小な変動から発達していく場合、流れの変動が十分に小さいうちは波長の短い多セルのパターンが成長する傾向を示すが、変動がもっと大きくなってくると誕生した失速セルのうちの一つを除いて残りの失速セルは減衰・消滅し、最終的には１セルのパターンが伝播するようになることがわかった。そして成長初期に多セルのパターンが誕生する時の翼の作動状態の変化や各失速セルの成長の様子、反対に失速セルが減衰・消滅するときの背面境界層や失速渦や回復渦の挙動が明らかとなった。

３－４節で既に示した計算例Ｃ２（β_1＝５２°）の場合、すなわち初期変動の流量減少を平均流量の１０％とした場合には、変動が大きくなっていく途中の段階でも２セルあるいは３セルのパターンが誕生する兆候は全く見られず、はじめから１セルのままで振幅の大きな旋回失速へ成長していった。ここで初期変動の大きさが１％の時と１０％の場合とでこのようにセル数の差が生じることについて考えてみる。図３－５－４によれば、初期変動が１％の場合（計算例Ｄ１）には円周上２波長の変動が出現し始めるt＝３．０には、流量変動の振幅は約３％と非常に小さく、また翼の前縁剥離をともなった失速セルが２セル誕生するt＝１５．０でも流量変動の振幅は約７％と小さいものである。そして２セルのうちの一方の失速セル中の流路を通る流量減少量が約１２％まで大きくなったt＝１

６．０には、もう一方の失速セルはすでに減衰する傾向にあることがわかる。これに対して計算例Ｃ２の場合には、上記の流量変動振幅に比べて大きい値であるところの１０％という初期変動を始めから与えており、したがって初期状態（t＝０．０）において既に多セルのパターンが成長することのできない変動振幅の範囲に入っていたと考えられ、このため２セルが誕生することができなかったものと考えることができる。

上で見られたように変動の大きさによって発生する失速セル数が変化するという性質は、非線形な現象の典型的な特徴である。同時に、単独翼列においても失速セル数が変化し得るという事実は有限ピッチ翼列を取り扱う本解析によって始めて捉えることができた結果であり、ＡＤ理論ではたとえそれが非線形な理論であっても、このような結果は得られなかったのである［16-18］。

３－５－２　失速点を大きく越えた流入角における失速セル数の変化

前節では失速点付近の流入角で発生・成長する旋回失速のセル数について、成長初期に多セルのパターンが出現する様子と、そのうちのいくつかが減衰・消滅して結局１セルのパターンに落ちつく様子を示し、検討を行った。本節ではこれより更に流量が減少し、流入角が失速点を大きく越えた場合に、失速セル数がどのように変化し、決まってくるものであるかという問題について検討を行う。

（ａ）失速セルの分裂と消滅（β_1＝５５°）

ここでは圧縮機流量が順々に絞られていくという状況を想定する。前節のβ_1＝５２°や５３°では、最終的には１０ピッチ中に１セルのパターンの旋回失速に収束していた。そこで初期変動として１０ピッチを１波長とする振幅の大きな変動を与え、流入角だけをβ_1＝５５°と大きくした場合の旋回失速について調べる（計算例　Ｅ１）。図３－５－１１は翼列より１コード上流における軸流速度と流れ角の時間変化を示しており、また図３－５－１２は流量変動の時間変化を示している。この場合の初期変動としては、流路No.１とNo.２の流量を平均流量の９０％減らした。

さてこの場合に注目されるのは、図３－５－１２においてｔ＝約２７．０にほぼ零まで減少した流路No.９を通る流量が、ｔ＝約３１．０までは徐々に増加していくものの、その後再び減少し始めて、ｔ＝約３４．０には平均流量の約６０％まで再び減少しているということである。これと同様な変動パターンはｔ＝約２８～５２の期間にだけ、流路No.９→１０→１→２と背面側に１ピッチづつずれながら順番に現れていて、その後は消滅してしまっていることがわかる。

この期間の流れ場の様子を図３－５－１３によって調べてみる。ｔ＝２５には翼No.６からNo.９までのひと続きの失速セルが１０ピッチ中に１セルできていて、その失速セルの中にある翼の作動状態は、最も背面側の翼No.９では翼背面上に失速渦が成長しており、それより腹側の翼に移っていくにしたがって失速の激しさは緩やかになっていくというものである。ｔ＝３２には失速セルは約２ピッチ背面側に伝播し、翼No.８からNo.１にひと続きの失速セルができているが、このうち上から３番目の翼、すなわち翼No.９の背面上では、再び前縁剥離点から放出された時計回りの渦度が翼背面に捕まるようにして巻き込み始めている。そしてｔ＝３３にはこの渦は翼面から離れ始め、今度は同じ翼No.９の腹面後縁から放出された反時計回りの渦度が背面側に巻き込んでいる様子を見ることができる。このような翼背面における時計方向の大きな渦の巻き上がる様子や後縁付近にできる反時計方向の渦の巻き込む様子は、これらの渦が失速渦や回復渦とほとんど同じ過程を経て成長していることを示すものである。もちろんこのｔ＝３２や３３の各時刻においても、失速セルのうち最も背面側の翼No.１では、これまでと同じ失速渦の成長・放出が起こっており、またそのひとつ腹側の翼No.１０の後縁では回

復渦の成長・放出が起こっている。したがってｔ＝３２や３３において失速セルの中間の翼No.９背面上に成長している失速渦は、いわば「第２の失速渦」ということができる。

同図においてもうひとつ重要な注目点は、ｔ＝３２には翼No.１０の背面境界層が前縁から約２５％コード下流まで再付着しており、さらにｔ＝３３には後縁近くまで再付着が進んでいるということである。すなわち、ちょうどそこを境に、元のひと続きの失速セルが背面側と腹側の２つの失速セルに分かれていくような様相を示していることである。こうした状況はその後ｔ＝４２にはさらに顕著になっていて、翼No.３とNo.４を含む第１の失速セルと、翼No.１とNo.１０を含む第２の失速セルが、ほぼ完全に失速から回復した状態の翼No.２を挟んで、２セルにはっきりと分裂している。従って図３－５－１２で示した流量変動のパターンは、第１の失速セルにおいて流量が一旦大きく減少した後、翼背面境界層の再付着によって流量が増加するようになるが、その後第２の失速セルによってもう一度流量が減少するという現象が図に表れたものである。ただし第２の失速セルの変動は、第１の失速セルの変動に比べると小さいものであり、そのために図３－５－１１に示したような翼列より１コード上流に離れた位置の軸流速度や流れ角の変動には、円周上２波長の変動はほとんど表れていない。

ここで２つの失速セルの位置の相互関係を調べてみると、ｔ＝３２には第１の失速渦が生じている翼No.１より２ピッチ腹側の翼No.９に第２の失速渦が成長しているのに対して、無次元時間１０．０だけ経過したｔ＝４２には第１の失速渦が生じている翼No.４より３ピッチ腹側の翼No.１上に第２の失速渦がこれから成長しようとしているところである。このことからｔ＝３２から４２の間で、第２の失速セルは第１の失速セルに比べて遅い伝播速度で伝播していることがわかる。しかしながら、このようにして分裂した第２の失速セルは、その後再び減衰する傾向を示すようになり、ｔ＝５２において翼No.３は一旦は前縁剥離するが、そのすぐ後のｔ＝５３には再び付着し始めて、最終的にはこの第２の失速セルは消滅してしまうことになる。結局ｔ＝６０において伝播しているのは、１０ピッチ中に１セルのパターンである。

β_1＝５５°においても最終的なセル数は１０ピッチ中に１セルであって、β_1＝５２°や５３°の場合と同じなのであるが、しかし変動が大きな１セルのパターンが一旦伝播するようになった後で、一時的にしろ失速セルが２つに分裂していくという現象は、β_1＝５２°や５３°では見られなかったものである。

（ｂ）失速セルの分裂と成長（$\beta_1 = 60^\circ$）

次に$\beta_1 = 60^\circ$と流入角を少し大きくした上で、上と同じように初期変動として１０ピッチ１セルの大きな変動を与えた場合について考える。図３－５－１４は翼列より０．５コード上流における軸流速度および流れ角の変動を示しており、また図３－５－１５は流量変動を示している。この場合にはｔ＝０．０において流路No.１～３までの３つの流路を通る流量を零としている。

図３－５－１４（ｂ）によると、始め円周上１波長の変動から開始して、ｔ＝１０．０までは波形を少しずつ変えながら１波長のまま伝播していく。この時の流れ角の波形は、始めは失速セルに相当するところで大きなピーク（第１のピーク）となり、それより腹側では単調に減少していくというものである。しかしｔ＝１０．０頃から、この第１のピークのすぐ腹側のあたりに肩のような形を呈した部分が生じ、ｔ＝１１．０頃にはそれが小さいながら明瞭なもうひとつのピーク（第２のピーク）へと変化している様子が表れている。この第２のピークは時間の経過とともに徐々に大きくなりながら同時にゆっくりと背面方向（右方向）に伝播していることがわかる。

第２のピークが出現した初期のｔ＝１１～２０には、その伝播速度は第１のピークの伝播速度よりも遅く（図中の矢印の勾配が第２セルの方が急になっている）、その結果第２のピークは第１のピークから徐々に遅れて、腹側に離れていくことになる。すなわちこれはそれまでひとつづきだった失速セルが、２つの失速セルに分裂していくことを示している。こうして分裂していく間に、第２のピークの大きさは徐々に大きくなっていき、逆に第１のピークは小さくなっていき、またこれと同時に、第２のピークの伝播速度は少しずつ速くなっていき、反対に第１のピークの伝播速度は徐々に遅くなっていくことがわかる。やがて２つの失速セルが円周上のほぼ対称な位置まで離れた時には、ピークの大きさもちょうど同じ程度のものとなっており、また伝播速度もほとんど等しくなっている［t=30.0］。すなわち最終的には１０ピッチの翼列中に、５ピッチ１セルのほぼ完全に等しい旋回失速が２セルできて、そのままの形で伝播するようになることがわかる。

円周１セルの大きな変動から始まって、第２の失速セルの兆候が現れてくる傾向は$\beta_1 = 55^\circ$の場合と同じであるが、60°の場合の違いはその後第２の失速セルの変動振幅が徐々に増幅していき、反対に第１の失速セルが少しづつ弱くなっていって、最終的には円周上の対称な位置を占めるほとんど同じ大きさの２つの失速セルが伝播し続けるようになるということである。

図３－５－１６は１セルから２セルへ変化していく時の流れ場の変化を示している。ｔ＝９．０には翼No.２からNo.７までの翼を含むひと続きの失速セルが伝播しているが、ｔ＝１１．０には失速セルの中間の翼No.５の背面上に第２の失速渦が成長し始めている。やがてこの失速渦は翼を離れ始め、同時に同じ翼No.５の後縁では回復渦が成長を開始している［t=13.0］。そしてｔ＝１５．０には第１の回復渦を放出した翼No.７の背面境界層が後縁近くまで再付着して、もとの失速

セルが２つの失速セルへ分裂している様子が見られる。このように失速セルが２つに分裂していく時に元の失速セルの中間の翼背面上に第２の失速渦が成長する様子や、２つの失速渦の間にある翼が再付着して２セルに完全に分裂する様子などは、$\beta_1 = 55^\circ$の場合の様子とよく似ている。しかし$\beta_1 = 60^\circ$の場合には、第２の失速渦の成長は$\beta_1 = 55^\circ$に比べてはるかに速く進んでいて、ｔ＝１５．０や１６．０において翼No.６の背面上に現れている失速渦は既にかなりはっきりとしたものとなってきており、その後明らかに成長する傾向を示していることが$\beta_1 = 55^\circ$の場合と異なる点である。伝播速度の差によって２つの失速セルが離れてくると、第２の失速渦は更に強くなり、反対に第１の失速渦は次第に弱くなっていき、ｔ＝２９．０にはほとんど同じ強さとなっている。この時、２セルは円周上のほぼ対称な位置にあって、それぞれの失速セルにおいて成長する失速渦や回復渦は、変動の大きさだけでなく位相もほとんど同じ状態であることがわかる。また各セルの渦の規模や変動振幅、伝播速度などの特性は、５ピッチ周期条件のもとで得られた５ピッチ１セルの場合（計算例 Ａ１）と同じところに落ちついている。

流入角が55°から60°に大きくなったことで、失速セルの分裂後、対称な２セルへ変化していく様になったわけであるが、このような失速セルの分裂と１セルから２セルへの変化の様子は、流入角がもっと大きい$\beta_1 = 70^\circ$の場合（計算例Ｅ３）にもほとんど同様に現れることもわかっている。

（ｃ）失速セルの分裂と失速渦放出現象の周期性

ここで失速セルが２セルに分裂する機構に対して失速渦や回復渦の挙動がどのように関連しているかについて、β_1＝６０°を例として考える。失速セルが分裂する過程において最も顕著な特徴は、第２の失速渦が成長するという現象であり、これをきっかけとして失速セルの分裂が始まっている。そこでこの第２の失速渦が成長し始める時の流れの様子を調べてみる。

図３－５－１６において１セルのパターンとなっている時刻ｔ＝９には、失速セルの最も背面側の翼No.６の背面で失速渦が成長し、それより腹側の翼No.５からNo.２では回復渦が放出された後、迎え角が単調に減少して、失速から徐々に回復する方向に向かっている。ところで、これらの翼No.２からNo.５の背面境界層は、回復渦を放出した時点で直ちに再付着し始めるわけではなく、しばらくの間は前縁剥離の状態が続き、その後迎え角が十分に小さくなってきた時点で剥離点も後退するようになる。これは平均流入角が静的失速点（β_1＝約５３°）を大きく越えているので、再付着が始まる程度まで迎え角が小さくなるのは回復渦を放出した翼よりずっと腹側に離れたところの翼においてであることが原因である。途中の翼では前縁からまだ比較的強い時計周りの渦度が引き続き放出されるが、実はこの渦度もやはり翼表面との干渉によって翼面に捕まるように成長しようとする性質を持っており、この性質のためｔ＝１１に見られるように翼No.５の背面上にはかなり明瞭な失速渦ができてくるものと考えられる。結局、ある一つの翼についてみると、失速セルに入ったところで第１の失速渦が成長し、一旦回復渦が成長・放出した後でもう一度同じ翼で第２の失速渦が成長することになる。

前縁剥離している翼から失速渦と回復渦が放出された後、再び同じ翼で第２の失速渦の成長・放出が起きるという現象は、時末らによって動的失速時の単独翼の場合にも起きることが明らかにされている［63-64］。図３－５－１７は大振幅で角振動して失速状態から大きく出入りする単独翼のC_NおよびC_Mの時間変化を示している。上方の図が数値解析の結果、下方の図が実験結果である。また図３－５－１８はそのときの流れ場の様子を表したもので、左から渦度分布、速度ベクトル、流線を示している。この図に示した単独翼の平均迎え角はα_0＝１４°、また片振幅は５°、無次元振動数はｋ＝０．１０である。なおこの図では無次元化の代表長さとして半翼弦長を選んでいるので、図中の無次元時間ｔは翼弦長を基準に選んだ本論文のｔの２倍の値となっている。

これによると翼の迎え角が増加するにつれてC_Nは増加するが、前縁失速（図中のα_{LES}）の後も増加し続け、そしてｔ＝約３０には比較的大きなC_Nのピークに達している。この頃、単独翼の背面には失速渦が成長しており、この渦の中心の強い負圧のために前縁失速後も翼のC_Nが増加していることがわかる。その後一旦C_Nは急激に減少するが、再び増加し始めて、ｔ＝約３９には第２のピークを示している。この間に単独翼の背面では失速渦が翼から放出され、引き続いて後縁付近に回復渦が成長し、この渦も翼から放出されているのだが、ｔ＝４０には翼背

面に第２の失速渦が成長している様子が見られる。C_Nの示す第２のピークはこの第２の失速渦が成長するために生じたものである。

本論文の３－１節でも触れたように、前縁剥離を伴う単独翼では翼が静止している場合にも、迎え角があまり大きくない範囲では、失速渦の放出現象が発生して、しかもこの現象が同じ翼で周期的に繰り返される性質のものであることがわかっている［63-64］。そして図３－５－１７，１８のように翼が振動している場合にも、ここに考える程度の無次元振動数においては、第１の失速渦から第２の失速渦が放出されるまでの時間は、静止した単独翼における失速渦の放出周期とほとんど同じである。このことは失速渦放出の現象自身が翼振動周期とはほとんど無関係に決まってくる固有の周期性を持っていることを意味している。第２の失速渦の放出現象は、平均迎え角が静的失速点以上（$\alpha_0 \geq$１２°）において、ｋがあまり大きくない範囲（ｋ＜０．２）では普通に見られるものであるという。結局、この範囲では、一組の失速渦・回復渦を放出した後も翼の迎え角がまだ比較的大きい状態が続くため、翼はすぐには失速から回復せず、その後も剥離点からある程度強い渦度が放出され続けることになる。そしてこの渦度が翼背面上で失速渦に成長するようになり、これが放出されると続いて回復渦が成長・放出されるという失速渦放出現象の第２の周期が完了するのに必要なだけの時間的余裕があるものと考えることができる。

旋回失速の場合には失速セルが伝播していくことによって各翼に相対的な迎え角が周期的に変化するが、第２の失速渦が成長するのは、平均流入角が静的失速点を大きく越えた場合であって、このような流入角において１０ピッチ中に１セルの幅の広い失速セルが伝播している場合には、回復渦を放出した後も翼がまだしばらくは前縁失速した状態が続いている。そのためこのような翼から放出された渦度が第２の失速渦に成長し、この渦の放出に続いて回復渦が成長・放出されるのに必要な時間的な余裕があるものと考えられる。

β_1＝６０°の場合に第２の失速渦がもっと成長してくると、その渦より背面側の領域の流れに更に顕著な変化が現れてくる。すなわち図３－５－１６のｔ＝１５に見られるように、翼No.６において第２の失速渦が成長し始めるようになると、その背面側の翼No.７はまだ失速セルの中にあるにもかかわらず、背面境界層が後縁近くまで再付着するようになるという現象が起きる。この理由を考えてみると、ｔ＝１３には翼No.７の後縁において回復渦が成長しているが、その後この回復渦が放出されることによって翼No.７の迎え角は減少し、翼No.７はちょうど失速から回復する方向に向かっている。そして、ちょうどこれと同じ時期に腹側の翼No.６において第２の失速渦が成長しており、このためこの翼No.７後縁で成長した第１の回復渦と翼No.６背面で成長した第２の失速渦の間の領域、すなわち流路No.６では、これら２つの渦の誘起する誘導速度によって下流方向の流速が増加するようになる。図３－５－１５によれば流路No.６を通り抜ける流量は、失速セルの中にあるにもかかわらず、ｔ＝約１３．７において平均流量より約２５％も増加していることがわかる。このため翼No.７の局所的な迎え角はかなり小さくなって

いるものと考えられ、やがて t ＝１５に見られるように翼No.７の境界層が再付着して、ここを境に失速セルの分裂がはっきりと現れてくるようになる。

β_1＝５０°～５３°の場合に１セルから失速セルの分裂が見られないのは、平均流入角が比較的小さく静的失速点を少し越えた程度であるので、回復渦が放出されたあと比較的すぐに翼背面の境界層が再付着してしまうために、前縁剥離点からの時計方向の渦度の放出が止まり、したがって第２の失速渦が成長することができなくなるからと考えられる。β_1＝５５°の場合にはβ_1＝５０°～５３°の場合とβ_1＝６０°や７０°の場合との中間の状況を示していて、失速セルは分裂していくのであるが、一旦誕生した第２の失速セルは結局は減衰してしまって１セルの状態に戻ってしまうようになる。図３－５－１９は失速セルが分裂していく過程の流線をβ_1＝５５°と６０°とを比較した形で示したものである。図の（ａ）と（ｂ）は第２の失速渦が最初に出現し始めた時の流線を表しており、また同図の（ｃ）と（ｄ）はその後２つの失速セルがはっきりと分裂してきた時の様子を示している。各図で流線の左側に示しているのは、各失速セルの中で失速渦が成長しようとしている翼に向かう流れの流れ角の大きさを表している。これによるとβ_1＝６０°の場合には第１セルの流れ角はもちろん、第２セルの流れ角も非常に大きく、平均流入角の６０°よりも大きくなっているが、これに対してβ_1＝５５°の場合には、第１セルの流れ角は平均流入角の５５°よりも２°～５°大きくなっているが、第２セルの方は既に５５°よりも約３°も小さくなってしまっていることがわかる。β_1＝５５°と６０°で第２の失速渦の成長の進み具合に大きな差が生じるのは、このように第２セルの迎え角に違いが生じているためである。

３－５－３　失速セル数による旋回失速の様相の変化

流入角が変化したとき、発生する旋回失速のセル数はどの様に変化し、これにともなって伝播速度や変動振幅はどの様に変化するものであるかという点を調べる。図３－５－２０（ａ）は１０ピッチ１周期の条件を与えた場合の本数値解析の結果から、各流入角について最終的に伝播する旋回失速の伝播速度と失速セル数の変化を示したものである。縦軸は伝播速度を一様流の軸流速度で無次元化したVp/U_1を表している。β_1＝５０°から５５°までの流入角が比較的小さい範囲では１０ピッチ中に１セルの旋回失速が伝播して、この範囲内ではVp/U_1は流入角に対してほぼ直線的に増加している。流入角がβ_1＝５５°から６０°に増えるところでセル数が１セルから２セルに増加し、ここから７０°までの比較的大きい流入角範囲ではセル数は２セルのままであるが、この範囲内でもVp/U_1は流入角に対してやはりほぼ直線的に増加する。そしてβ_1＝５５°と６０°との間では、セル数が増加するのにともなって伝播速度も不連続的に変化していることがわかる。

図３－５－２０（ｂ）はＫriebelらが行った単独ローターの実験の結果を同図（ａ）と同じ形に整理したものである。伝播速度そのものの値は計算結果の方がやや小さめではあるが、ある流入角範囲では失速セル数は一定で、その範囲を越えると流入角に対してセル数が段階的に増加する様子、またセル数が一定の範囲内ではVp/U_1は流入角に対してほぼ直線的に増加するが、セル数の変化にともなってVp/U_1が不連続にやや変化する様子など、本数値解析の結果と実験結果とは定性的によく合っていると考えられる。

また図３－５－２１は、本数値解析の結果をもとに流入角によって流量変動の振幅が変化する様子を示したものであるが、β_1＝５５°と６０°との間のセル数が変化するところでは、流量の最大値や最小値がやや不連続的に変化することがわかる。

以上の考察により、失速点付近の比較的小さい流入角ではセル数の少ない旋回失速が発生し、流入角の増加とともに失速セルの幅も大きくなる。そして、流入角がさらに大きくなると、同じセル数のままではセル幅は増加することはできなくなり、１個の失速セルが２個に分裂してセル数が増加するようになる。また、伝播速度や変動振幅はセル数一定の範囲内では流入角に対してほぼ連続的に増加するが、セル数増加によって両者とも不連続的に変化することが明らかとなった。

３－６　波長による旋回失速の変化

３－６－１　１波長当たり翼枚数の影響

本節では、旋回失速の様相が翼列方向の波長によって変化する様子を検討する。始めに、前節までと同じｓ／ｃ＝１．０の翼列において、１波長当たりの翼枚数の影響について考える。

図３－６－１は、β_1＝５２°、５５°，６０°，および７５°の４つの流入角について、１波長当たり翼枚数による旋回失速の流れ場の変化の様子（渦度分布・流線）を示したものである。ここでは、前節までで検討した翼５枚１波長および１０枚１波長の結果に、２枚および３枚１波長の結果（計算例Ｆ１～Ｆ３，Ｇ１～Ｇ４）を加えて比較している。なお、β_1≧６０°の流入角範囲では１０枚中１セルの旋回失速は分裂して２セルへ変化してしまうので、安定に伝播する旋回失速の中では５枚中１セルの場合が波長は最大であり、本項ではこの範囲内で検討する。

翼２枚１波長は旋回失速の波長として考え得る最小の波長であるが、図３－６－１によれば、いずれの流入角においても、翼２枚および３枚を１波長とする非常に短い波長の旋回失速も伝播し得ることがわかる。そして、これらの波長の場合にも、失速セル中の前縁失速した翼の背面で失速渦が成長する様子、また失速セルから腹側に離れるにつれて失速が次第に穏やかになり、境界層が再付着する様子など、流れ場の挙動は５枚および１０枚１波長の場合と基本的に同じである。波長による違いは、同図はいずれも失速渦が成長しきって丁度翼を離れる頃の様子を示したものであるが、同じ流入角でも波長が長いほど失速渦はより大きく成長する傾向があることである。

図３－６－２は、流量変動の最大値と最小値が流入角に対して変化する様子を波長をパラメータとして表したものである。流量変動の振幅はいずれの波長でも流入角が大きいほど大きくなるが、逆に同じ流入角について比べると、波長が長いほど変動振幅が大きくなる傾向がある。また図３－６－３は、やはり波長をパラメータとして、伝播速度と主流の翼列方向速度の比V_p/V_1、および１ピッチ伝播時間Ｔ（＝ｓ／Ｖｐ）を示しているが、全体的には伝播速度は流入角に対して増加する傾向を示し、また伝播時間は減少する傾向を示している。逆に、同じ流入角では波長の長い方が伝播速度は速くなり、また伝播時間は短くなる傾向があることがわかる。上述のような傾向は、いずれも波長が長くなるほど失速渦の成長がより大きくまた強くなることが原因であると考えられる。

３－６－２　節弦比の影響

次に、節弦比ｓ／ｃの異なる翼列について検討を行う。ここではこれまで調べてきたｓ／ｃ＝１．０に対して、ｓ／ｃ＝０．５，１．５，および２．０について検討する。各翼列に伝播する旋回失速の結果の概要はＴable.１の計算例１１～１６に示してある。なお翼型や食違角はそのままとする。

旋回失速の数値解析を行う前に、節弦比を変えたことにより静的失速点も変化している筈であるので、まずこれを調べる。図３－６－４はｓ／ｃに対して静的な失速迎え角が変化する様子を示している。これによると失速迎え角はｓ／ｃが大きい翼列ほど小さくなる傾向が示されている。また同図には本解析の結果と比較するために、ＮＡＣＡで行われた２次元翼列実験の結果も示してあるが、ｓ／ｃの異なる翼列に対して、両者は定性的にも定量的にもよく一致していることがわかる。この実験では流入角を固定して、翼の食違い角を変えることによって迎え角を変化させているので、計算の条件と実験の条件は完全には一致していないが、流入角β_1＝４５°と６０°を比べる限り大きな失速迎え角の違いはないようである。

図３－６－５は、５ピッチ周期条件のもとで伝播する旋回失速の流れ場（流線・渦度分布）が、ｓ／ｃによって変化する様子を示している。図は、平均流入角β_1＝６０°の場合について、失速セルにおいてちょうど失速渦が成長を開始した直後の様子を示している。これによると、失速セルにおいて失速渦や回復渦が成長・放出される様子、これらの渦によるせき止め作用が背面側隣接翼の失速を誘起する様子、非失速領域では腹側の翼ほど背面境界層が徐々に再付着している様子など、ｓ／ｃが変わっても流れの挙動は定性的には変化しないことがわかる。またこの場合いずれのｓ／ｃでもセル数は１セルであり、旋回失速の波長はｓ／ｃに比例することになる。ｓ／ｃによって異なる点は、ｓ／ｃ＝１．５や２．０と大きな翼列の場合には、翼列ピッチが広がった分だけ失速渦も翼列方向に広がった形になっていること、反対にｓ／ｃ＝０．５では翼背面近傍でつぶれたような形に成長していることである。

図３－６－６は変動の大きさに対するｓ／ｃの影響を見るために、流量変動の大きさを１ピッチ当たりの平均流量$U_1 s$に対する割合で表したものである。図は５枚中１セルでβ_1＝６０°の場合、１０枚中１セルでβ_1＝５５°、および同じく１０枚中１セルでβ_1＝６０°の場合について示している。１ピッチ平均流量に対する割合で考えると、変動振幅はｓ／ｃによっても若干変化するものの、流入角や１波長当たり翼枚数による変化と比べて小さいことがわかる。

次に図３－６－７（ａ）および３－６－８（ａ）は、周速および軸流速度で無次元化した伝播速度V_p/V_1およびV_p/U_1のｓ／ｃに対する変化を示している。これによると伝播速度V_p/V_1およびV_p/U_1はｓ／ｃに対してほぼ比例して変化することがわかる。図３－６－７（ｂ）および図３－６－８（ｂ）は、先に示したＫriebelらの円形翼列実験において、翼を数枚おきに取り外すことによって

s／cを変えたときの旋回失速の伝播速度を計測した結果である［32］。実験結果の詳細については表３－３にまとめてある。本解析の結果と比較すると、各s／cに対する伝播速度の値や、同じ流入角ではs／cに対して比例に近い割合で伝播速度が変化する様子など、計算と実験との一致はかなり良いことがわかる。

図３－６－９は上記の本数値解析の結果について、翼の前縁失速が１ピッチ隣の翼に伝播するのに要する無次元時間（１ピッチ伝播時間Ｔ）をs／cに対して示したものであるが、これによるとs／cが変わっても伝播時間はあまり変化しないものであることがわかる。図３－６－７や図３－６－８において伝播速度がs／cにほぼ比例して変化していたのはこの性質のためである。

３－７　本章の結論

本章では単独翼列に発生する旋回失速について、旋回失速伝播時の流れの挙動や旋回失速の示す諸様相を明らかにし、また旋回失速が発生・成長する過程について議論した。同時に、計算結果と実験結果との比較を行って本数値解析の有効性をも確かめた。以下に本章で得られた結論をまとめる。

（ａ）旋回失速伝播時の流れの挙動

（１）　失速セルにおいて、翼の背面境界層が前縁剥離すると、剥離点から放出された時計方向の渦度は翼面に捕まるようにして大きさと強さを増し、やがて翼背面全体をおおう失速渦に成長する性質を持っている。この失速渦が翼面を離れて下流に放出されると、翼腹面後縁の剥離点から放出される反時計方向の渦度が強くなり、この渦度が後縁付近で回復渦に成長し、やがてこの渦も下流に放出される。失速渦と回復渦が流路に広がるにつれて、この流路が流れにくくなると、今度は背面側の翼が前縁剥離し、その翼の背面で上と同様に失速渦が成長するようになる。一方、回復渦を放出した翼では、背面境界層の剥離点が次第に後縁側に後退し、この翼は失速から回復するようになる。以上が旋回失速伝播時の流れの挙動の概要である。上述のような渦流れの挙動は、円形翼列による可視化実験によっても確かめられるものである。失速渦や回復渦の放出などの流れの挙動、翼の失速が伝播する基本的な機構は、流入角が変化しても本質的には変わらない。

（２）　旋回失速伝播時の失速渦や回復渦の挙動は、単独翼で発生する「失速渦放出現象」と本質的に同じものである。単独翼では一定迎え角の翼において失速渦と回復渦が放出されると、同じ翼の背面で再び失速渦が成長し、このような現象が一つの翼で周期的に繰り返されるのに対して、翼列ではある翼で失速渦や回復渦が成長すると、これらの渦の挙動によって背面側翼の失速が誘起され、こんどはこの後者の翼背面で失速渦が成長し、これによって失速が翼から翼へ伝播していくという点が異なる。

（３）　従来、旋回失速の流れ場については、主として翼列の上流・下流の流れ場の変動に注目して議論せざるを得なかったが、本数値解析により翼周辺の失速渦・回復渦の挙動と上下流の変動との相互関係が明らかとなった。

失速渦が放出され、これに続いて回復渦が最も強くまた大きく成長する頃、これらの渦による上流向きの誘導速度に応じてその流路の流量が最も減少する。これが翼の失速による「せき止め作用」の実態である。この時、翼列より上流ではこの流路を避けるように流れの向きがそれ、背面側の翼に相対的な迎え角が大きくなるため、この翼は前縁から激しく失速するようになる。反対にこの失速流路

より脱側では上流の流れ角が減少して、翼に相対的な迎え角が次第に小さくなり、このために境界層が再付着するようになる。このような過程を経て、翼の前縁失速が翼列方向に伝播する。
　失速渦と回復渦が各翼から周期的に放出される結果、翼列下流ではそれぞれの渦がほぼ直線上に並んだ2列の渦列を形成するようになる。これらの渦列の間の領域では流速が遅く、また全圧損失が非常に大きくなっており、この領域が失速セルとなっている。

（4）　失速渦や回復渦の挙動は翼面非定常圧力に大きく影響する。特に翼背面では、失速渦が成長しながら下流に広がるにつれて、大きな負圧のピークが翼面に沿って移動するため、翼面圧力に大きな変動と翼面上の各点間の変動に位相差が生じることになる。そして、この性質が旋回失速伝播時に各翼の非定常空気力やモーメントが大きく変動する支配的な要因となっている。

（b）発生点とヒステリシス

（5）　本数値解析を用いて、微小な初期変動から旋回失速が発生・成長する様子を調べた。これによって得られる旋回失速の発生点は線形理論による発生点と良く一致するが、線形解析で波長の違いによって生じる発生点の僅かな差に基づいて予測されるセル数は、本数値解析で最終的に得られる旋回失速のセル数とは異なる。

（6）　流れ場にある程度大きな変動がある場合には、微小変動が成長しなかった旋回失速発生点以下の小さな流入角においても、旋回失速が伝播する。即ち、旋回失速発生点と消滅点とが異なるというヒステリシスの性質がある。

（c）失速セル数

（7）　失速点付近の流入角では、最終的には失速セル数の少ないパターンが伝播するようになる。すなわち、微小な初期変動から出発した場合、変動振幅がまだ小さい成長初期の段階では、多セルのパターンが発生し伝播することが一時的に可能であるが、変動が大きくなるにつれて結局は1つのセル以外は減衰・消滅してしまう。比較的大きな初期変動から出発した場合には、旋回失速の成長過程を通じて終始セル数の増加は見られない。

（8）　流入角が失速点を大きく越えたところでは、1セルの旋回失速は伝播するうちに、2セルの旋回失速へ変化する。このような失速セル分裂の流れの機構が、失速渦と回復渦の挙動を通して解明された。すなわち、流入角が大きくなる

につれて失速セルの幅が広くなると、翼が前縁失速している期間が長くなる。このように前縁失速が続いた翼では、失速渦の成長・放出現象は周期的に繰り返される性質を本来持っているため、同じ翼で第1の失速渦・回復渦の後に、第2の失速渦が成長するようになる。これらの渦の誘導速度によって、両者の中間の翼の背面境界層が再付着し、これによって失速セルの分裂が起きる。

（9）　失速点付近の比較的小さな流入角では、セル数の少ない旋回失速が発生し、流入角の増加とともにセル数一定のまま失速セルの幅が大きくなる。流入角がさらに大きくなると、同じセル数のままセル幅が増加することはできなくなり、失速セルが分裂する。単独翼列において旋回失速のセル数が変化するという現象は、翼列が有限ピッチであることを取り入れた本解析方法によって始めて捉えられたものであり、アクチュエータディスク理論ではたとえそれが非線形な理論であっても捉えることができなかった性質のものである。

（d）変動振幅・伝播速度

（10）　同じ失速セル数で伝播する流入角範囲では、変動の振幅は流入角が大きいほど大きくなり、特に流入角が$\beta_1 \geq 70^\circ$では失速セル内では逆流が起きている。これは流入角が大きいと失速時に剥離点から放出される渦度が強くなり、失速渦や回復渦がより強く成長し、より大きな誘導速度を生じるためである。

（11）　同じ失速セル数の流入角範囲では、伝播速度V_{θ}/U_1は流入角に対してほぼ直線的に増加する傾向がある。大きな流入角では、失速渦が同一時間内により強く成長し、背面側隣接翼の失速をより早く誘起するようになるからである。

（12）　失速セルの幅は流入角が大きいほど広くなる。流入角が大きくなるにつれて、失速セル内の流量は小さくなり、失速渦と回復渦が翼列流路内で翼列方向に広がる傾向が強くなること、そして翼の失速が伝播する速度に対して回復渦が下流に運ばれる速度が遅くなることが、失速セル幅が広くなる主な原因である。

（13）　流入角をだんだん大きくしていく時、セル数が変化する前後では、伝播速度や変動振幅は不連続的に変化する。この結果は単独ローターの実験結果とも定性的に良く一致している。

（ｅ）旋回失速の波長の影響

（１４）　１波長当たり翼枚数が２枚、３枚のように非常に短い波長の旋回失速も伝播し得る。これらの場合にも、失速渦の挙動など流れ場の様子は５枚１波長、１０枚１波長の場合と本質的に同じである。

（１５）　同じ流入角では、１波長当たり翼枚数が多いほど失速渦がより大きく成長し、そのため流量変動や伝播速度が大きくなる。

（１６）　節弦比ｓ／ｃの異なる翼列においても、失速渦・回復渦の挙動や、せき止め作用の様子、失速伝播の機構などは、本質的には変化しない。

（１７）　旋回失速の１ピッチ伝播時間Ｔは、いずれのｓ／ｃでもほぼ一定である。このため伝播速度Ｖpはｓ／ｃに対して比例的に変化する。この結果は円形翼列実験によっても確かめられている。

第４章　案内羽根付き動翼列に発生する旋回失速

第３章では単独翼列に発生する旋回失速の流れの数値解析を行い、旋回失速伝播時の流れの挙動や諸特性について調べた。その結果、特に、失速セルにおいて失速渦と回復渦の放出現象が発生する様子を明らかにし、そして前縁失速が翼から翼へ伝播する機構や翼列上流の変動、および翼列下流の失速セルの構造、そして旋回失速伝播時の翼の非定常空力特性の様子などの流れ場の性質を支配する因子として、これらの失速渦や回復渦の放出現象が非常に重要であることを明らかにした。また微小擾乱から変動が成長する様子を調べ、旋回失速の発生点を求めて線形理論の結果と比較し、さらに発生と消滅の限界に関してヒステリシスがあることなどを確認した。

旋回失速の現象に関するいろいろな性質のなかでも、発生限界と並んで工学的に特に重要なものとして、失速セル数と伝播速度の２つが挙げられる。これは、旋回失速が伝播しているとき、翼にかかる変動空気力の周期が翼の固有振動数と同期するようになると、翼は容易に破損に至ることが知られているからである。このうち失速セル数の問題に関しては、序論でも述べたように、Ｓtenning [8] は翼列の動的応答特性の影響が大きいと考え、またＹeh [13] やＤixon [14] は流れ場の３次元性の影響が大きいと考えた。これらの考えの根拠となっているのは、線形理論の結果として、旋回失速の起こり始めるときの翼列方向の波長が境界層遅れの時定数と翼列流路内の流体の慣性遅れの時定数との比で決まること、また最初に成長し始めるのが翼列方向の波動ではなく、純粋にスパン方向の波動やスパン方向と翼列方向の組合わさった波動である場合が存在することを示す結果が得られることなどである。しかし、この場合、波長による旋回失速発生点の差は非常に小さなものであり、このような僅かな違いだけから最終的に伝播するセル数が決まると考えることはできないことが前章で明らかにされた。

一方、Ｓovran [11] は軸流圧縮機の実験で案内羽根の出口流出角および案内羽根と動翼との軸方向距離をいろいろに変えて、それらの干渉が動翼の旋回失速に及ぼす影響を調べた。そして失速セル数や伝播速度などが両翼列の距離や案内羽根流出角によって系統的に変化することを見いだした。この実験は失速セル数や伝播速度などの旋回失速の諸特性が動翼に相対的な条件だけで決まらず、他の翼列との干渉によってかなり変化することを始めて明らかにしたものである。また

理論的には、アクチュエータディスク理論（以下ではＡＤ理論と略記）を採用した永野らの非線形解析［16-18］によって、翼列間隔や案内羽根の出口流出角が失速セル数などに及ぼす影響が調べられた。その結果、たとえ非線形解析であっても単独翼列の場合や２つの翼列の軸方向間隔を無視した場合には失速セル数が初期値から変化する様子は捉えられないこと、これに対して有限の軸方向間隔を考慮すると案内羽根のように損失の小さい翼列と損失を有する動翼との組み合わせの場合には失速セル数の変化を捉えることができ、またセル数は翼列間隔と波長との比の形で決まること、さらに案内羽根流出角の向きや大きさによってもセル数が異なることなどが主な結論として導かれた。

上記のＳovranの実験や非線形ＡＤ解析の結果によれば、翼列間干渉が失速セル数に与える影響は、動翼を通る流れの動的応答特性や３次元性の影響に比べると断然大きいことが示されている。しかし反対に翼列間干渉が無い場合、すなわち単独翼列においてセル数が変化する様子や最終的に伝播するセル数が決まる流れの機構については、上の実験や非線形ＡＤ解析では解明することができなかった。一般に単独翼列の実験ではセル数について系統的な結論を導き出すことは困難であったし、ＡＤ理論ではたとえそれが非線形な理論であっても、セル数が変化する現象自体捉えることができなかった。この点について、本数値解析は単独翼列においてもセル数が変化する様子を捉えることに成功した。そして、失速点近傍の流入角では微小な擾乱から変動が成長する途上で一旦多セルのパターンが発生し、その後１つのセル以外は減衰・消滅して、結局１セルのパターンへ変化すること、また失速点を大きく越えた流入角では１セルのパターンが伝播するうちに失速セルが２セルに分裂するという現象が起こることを明らかにした。これを理論的な観点から見れば、単独翼列において失速セル数が変化するという現象は、翼列が有限ピッチであるという因子を取り入れて始めて取扱い可能となることを示していると考えられる。

本章では、この有限ピッチ翼列において、前述の実験やＡＤ理論で影響が非常に大きいとされていた翼列間干渉の効果が、旋回失速のセルに与える影響を調べる。そして、この場合のセル数やその変化の様子と、実験やＡＤ理論で示された結果との関係、また単独翼列におけるセル数やその変化の様子との関係について検討する。本章では、まず本数値解析法を翼列間干渉の影響を取り入れることのできる形に拡張する方法について述べる。次に、その方法によって翼列間干渉によって生じる流れ場の挙動の変化、さらに失速セル数や伝播速度に対する干渉の効果などについて調べる。

４－１　Ｇ－Ｒ翼列のモデル

図４－１－１は翼列間干渉を調べるためのＧ－Ｒ翼列のモデルを示している。この翼列は上流側の案内羽根翼列（以下ではＧと略記）と下流側の動翼列（以下ではＲと略記）から構成されており、ＧとＲは有限な翼列間隔だけ離れて配置されている。以下ではＧとＲの間隔をＬとし、またこの翼列をＧ－Ｒ翼列と略記する。ここでは案内羽根の効果を簡単で、かつその効果の本質を失うことの無いようモデル化することを考えて、Ｇをピッチと翼弦長がともに無限小であるアクチュエーターディスクで置き換えることにする。これによりＧの位置において、翼列方向にはすべての量が連続的に変化し、一方、Ｇを通して軸流速度は変化しないが、翼列方向速度や渦度などの量は不連続に変化するという特性を与えることができることになる。またＧの位置でも変動の大きさは有限であって良いとするが、逆流はしないものとする。これによりＧより上流では渦無し流れとなり、一方下流ではＧ出口から放出された渦度が分布する流れ場となる。Ｇをアクチュエーターディスクで置き換えることによって、Ｇも本来は有限ピッチ翼列であるという効果は取り入れることができなくなる。しかし、Ｇは一般に増速翼列であって、その入口と出口の間の全圧損失は非常に小さく、Ｇの本質的な役割はその出口において流れの方向を一定の方向に揃えることであり、翼列間干渉の問題を検討するために上のような置き換えをすることは妥当なものであると考えられる。

Ｒについては前章の単独翼列の場合と同様に有限ピッチ翼列のモデルを考える。ＧとＲは翼列方向に周速V_tで相対的に移動している。数値解析法の都合上、ここでは上流側のＧが移動しており、下流側のＲが静止しているものとする。反対にＧが静止してＲが移動している場合にも、Ｒとともに動く座標系からみれば同じ取扱いになる。図４－１－２は本章の数値解析で用いる計算格子で、翼列間隔と翼弦長の比がＬ／ｃ＝１．０および２．０の２つの格子を示している。Ｒの上流側の計算格子はちょうどＧの位置まで生成し、この領域については第２章で示した方法によって流れ場を解く。したがって、Ｇの効果は、図の計算格子の上流境界における境界条件を通して解法に取り入れられることになる。以下では、Ｒに対して静止した座標系の軸方向および翼列方向をそれぞれｘ方向およびｙ方向とし、各方向の平均速度成分をＵ，Ｖ、それからの変動分をｕ，ｖとする。また図４－１－１に示すようにＧ入口および出口における値をsuffix ０および１で表す。

4－1－1　基礎関係式

始めに、Gの上流と下流の流れ場の関係を決める基礎式を求める。Gより下流はGから放出された渦度の分布する流れ場であって、全圧ヘッドをhで表すと、運動方程式は

$$\left.\begin{aligned} &\partial_t u-(V+v)\zeta=-\partial_x h \\ &\partial_t v+(U+u)\zeta=-\partial_y h \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}1)$$

で表される。ただしG直後の領域では、粘性や乱流の影響は十分小さいものと考えられるので、上の式ではこれらの項は無視されている。

Gの無限上流ではすべての変動が消滅するものとして、Gより上流ではいたるところ渦無しの流れであるから、運動方程式は、

$$\left.\begin{aligned} &\partial_t u=-\partial_x h \\ &\partial_t v=-\partial_y h \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}2)$$

となる。またGより上流では、$u=\partial_x\phi$, $v=\partial_y\phi$を満たす変動速度ポテンシャルϕが存在して、連続の条件 $\partial_x u+\partial_y v=0$ から

$$\nabla^2\phi=0 \qquad (4\text{-}3)$$

が成り立つ。式（4－3）の解は、Gの入口におけるuとv、すなわちu_0とv_0の関係式として

$$u_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{v_0(\eta)}{y-\eta}d\eta,\quad v_0=-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{u_0(\eta)}{y-\eta}d\eta \qquad (4\text{-}4)$$

のように与えることができる。

Gを通して全圧損失は無い、すなわち相対全圧ヘッドが変化しないとするので、Gの上流と下流を結ぶ関係式は

$$h_0-h_1=-V_r^2+V_r[(V_0+v_0)+(U_1+u)\tan\alpha_1] \qquad (4\text{-}5)$$

と書くことができる。ここで、α_1はG出口におけるGに相対的な流出角を表し、V_rはGの回転周速度である。またGを通る流れの連続の条件から

$$U_1+u_0=U_1+u_1 \qquad (4\text{-}6)$$

すなわち

$$u_0=u_1=u \qquad (4\text{-}7)$$

である。G出口においてα_1は一定であるとするので

$$V_1=V_r-U\tan\alpha_1 \qquad (4\text{-}8)$$

$$(V_1+v_1)=V_r-(U_1+u)\tan\alpha_1 \qquad (4\text{-}9)$$

となり、これより変動分に関して

$$v_1=-u\cdot\tan\alpha_1 \qquad (4\text{-}10)$$

を得る。すなわちG出口で翼列方向速度の変動分は軸流速度の変動分に比例する。但し、その位相はα_1の正負によって逆転する。

式（4－5）をyで微分して、式（4－2），式（4－1）の第2式および式（4－10）を代入すると

$$\partial_t v_0=-\partial_t u\cdot\tan\alpha_1+(U+u)\zeta_1$$
$$-V_r\partial_y(v_0+u\cdot\tan\alpha_1) \qquad (4\text{-}11)$$

が得られる。式（4－11）は翼列直前におけるv_0の時間的変化を決める式であるが、これとは別にuとv_0の間には式（4－4）の関係が成り立っている。

4－1－2　数値解析法

次に上述の基礎関係式を用いてG－R翼列を通る流れ場を解くための手順を述べる。

今、Gの前後の速度分布や渦度分布も含めて、ある時間までのすべての量がわかっているものとする。そうすると、第2章で述べた方法により、渦度輸送方程式を解いて時間ステップを陽的に1ステップだけ進めることにより、G出口における渦度分布$\zeta_{1,m}$を除いた全ての点の渦度分布が求められる。ここで添字mは後述するように格子点の翼列方向の番号を表す。次に、流れ関数ψのポワソンの式を解いて速度分布を求めるのであるが、このためにはG出口における境界条件として、渦度分布$\zeta_{1,m}$および翼列方向速度の分布$v_{1,m}$を知らなければならない。後者はポワソンの式のノイマン境界条件（$\left(\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)_1=v_1$）として用いられる。この$\zeta_{1,m}$および$v_{1,m}$は式（4－4）（4－10）及び（4－11）の関係から定まってくる。

Gの位置、すなわち図4－1－2の計算格子の上流境界をy方向に微小な格子間隔⊿yで区切り、時間についても同様に微小な格子間隔⊿tで区切るものとする。

$$\left.\begin{array}{ll} y=m\cdot\Delta y & (m=1,\ 2,\ \cdot\cdot\cdot,\ M) \\ t=k\cdot\Delta t & (k=1,\ 2,\ \cdot\cdot\cdot,\ K) \end{array}\right\} \qquad (4\text{-}12)$$

⊿tは第2章で採用した渦点の対流の時間ステップと等しくとり、⊿yは計算格子のy方向間隔と等しくとった。したがって上のMはy方向の1周期を等分する数である。空間微分を2次精度の中心差分で近似し、また時間微分を1次の後退差分で近似すると、式（4－11）は

$$\begin{aligned}(U+u^k_m)\zeta^k_m = &\frac{1}{\Delta t}\{(v^k_{1,m}-v^{k-1}_{1,m})+(u^k_m-u^{k-1}_m)\tan\alpha_1\} \qquad (4\text{-}13)\\ &+\frac{V_1}{2\Delta y}\{(v^k_{1,m+1}-v^k_{1,m-1})+(u^k_{m+1}-u^k_{m-1})\tan\alpha_1\}\end{aligned}$$

と表される。さらに式（4－4）の関係は、uやvが翼列方向の円周を1周期とする周期関数であることを利用して次の様に書くことができる。u_mをフーリエ級

数に展開したものとして

$$u_m=\sum_{p=1}^{M/2}\left\{A_p\cos 2\pi p\left(\frac{m}{M}\right)+B_p\sin 2\pi p\left(\frac{m}{M}\right)\right\} \qquad (4\text{-}14)$$

とおく。ここでA_pおよびB_pは

$$A_p=\frac{2}{M}\sum_{r=1}^{M}u_r\cos 2\pi p\frac{r}{M} \qquad (4\text{-}15)$$

$$B_p=\frac{2}{M}\sum_{r=1}^{M}u_r\sin 2\pi p\frac{r}{M}$$

で与えられる。式（4－14）を式（4－4）に代入して定積分を実行し、さらに式（4－15）を代入して整理すると

$$\begin{aligned}v_{0,m}=&\sum_{p=1}^{M/2}\left\{A_p\cdot\sin 2\pi p\left(\frac{m}{M}\right)-B_p\cdot\cos 2\pi p\left(\frac{m}{M}\right)\right\} \qquad (4\text{-}16)\\ =&\sum_{r=1}^{M}u_{m+r}\sum_{p=1}^{M/2}\left(\frac{2}{M}\sin 2\pi p\frac{r}{M}\right)\end{aligned}$$

が得られる。

いま、時刻t＝（k－1）⊿tに対応する全ての量、および時刻t＝k⊿tにおけるG出口の渦度分布$\zeta_{1,m}$を除いた全ての点の渦度分布がわかっているものとする。式（4－13）より$\zeta_{1,m}$が求まり、ψのポワソンの式（2－53）を解けば時刻t＝k⊿tにおける速度分布を知ることができる。ここで式（4－13）の右辺にはt＝k⊿tにおける速度u_m^kと$v_{0,m}^k$が含まれているので、実際に解く際には始めu_m^k、あるいは$v_{0,m}^k$を適当な値に推定してから、逐次近似によって最終的な解を求めるという方法をとる。すなわち

（1）時刻t＝k⊿tにおけるu_m^kを推定する。

（2）式（4－16）によって$v_{0,m}^k$を算出する。

（3）式（4－13）によって$\zeta_{1,m}^k$を算出し、この渦度分布が満たされるようにG出口の各格子点位置に1個ずつ渦点を配置する。

（４）式（４－１０）式によってノイマン境界条件を計算し、ϕのポワソン式を解く。ϕの解よりＧ位置における軸流速度u_m^kの修正値（u_m^k）’を計算する。

（５）全てのｍについて、（u_m^k）’とu_m^kとの差が｜u_m^k｜の最大値に対して、ある収束基準ε以下に小さくなるまで以上の手続きを繰り返す。ここではεを０．００１とした。

以上の手順によって、時刻ｔ＝ｋ⊿ｔにおける全ての点の渦度分布、および速度分布が確定する。これより後は、各翼の境界層方程式、渦度輸送方程式、そして剥離渦の導入へと計算を進めていく。図４－１－３は上に述べた計算のアルゴリズムを示している。なおｔ＝０．０（ｋ＝０）については、無限上流から無限下流まで全ての領域において渦無しであるとし、また式（４－１１）や式（４－１３）の中の時間微分の項は零とする。

上のアルゴリズムのうち、手順（１）の時刻ｔ＝ｋ⊿ｔにおける$u_{i,m}^k$の初期推定値はｔ＝（ｋ－１）⊿ｔとｔ＝（ｋ－２）⊿ｔにおける$u_{i,m}$の値から時間的に１次外挿したものを用いる。また、逐次近似の途中の推定値については緩和法を用い、ひとつ前の推定値u_m^kとその修正値（u_m^k）’とから　$u_m^k+\omega\{(u_m^k)'-u_m^k\}$として求めた値を次の推定値とする。実際に計算した結果、この緩和は逐次計算を安定に進めるためには必要なものであり、緩和係数ωの値は、Ｇ出口付近におけるｘ方向の格子間隔（⊿ｘ）を変えて調べてみると、⊿ｘが小さければωを大きくすることができるが、最終的に求まる速度や渦度の値の差は十分に小さい。本数値解析で用いた図４－１－２の計算格子の場合には、ω＝０．２～０．３とすると最も収束性が良好となり、各時刻における逐次回数は２～７回程度であった。

上述の計算方法によると、各時刻の各逐次段階でϕのポワソンの式を毎回解かなければならず、計算時間が単独翼列の場合に比べて更に多くかかることになる。しかし、ポワソンの式の解法としてＳＣＧ（Scaled Conjugate Gradient）法を用いれば、その負担増も少なくて済む。すなわちＳＣＧ法自体が反復解法なので、逐次回数が進むにつれてＳＣＧ法におけるϕの初期値が収束解に近くなり、ＳＣＧ法の反復回数が急激に減少していくので、実際に必要な計算時間は逐次回数に比例して増加するよりはかなり少なくなる。

４－２　Ｇ－Ｒ翼列に発生する旋回失速の流れの挙動

本節では、旋回失速伝播時の流れの挙動が翼列間干渉の影響によって変化する様子を調べる。Ｇ－Ｒ翼列における干渉の問題に関係する主要なパラメータは、Ｇの出口流出角α_1と翼列間隔Ｌであるが、ここではα_1＝０°，＋３０°，および－４５°の３つの場合を取り上げ、またＬは翼弦長ｃに対してＬ／ｃ＝１．０，２．０，および５．０の場合について調べる。なお本節では翼列方向の周期条件は５ピッチ１周期と仮定する。本章の全ての結果の概要はＴable. ２－１に示してある。Ｔable. ２－１中のβ_1は平均流のＲに対して相対的な流入角を表し、またＶp／V_1およびＶp／U_1はＲに相対的な伝播速度Ｖpをそれぞれ回転周速度V_1および平均軸流速度U_1で無次元化した値を表している。また$\Delta\phi_R$は動翼列の各翼間流路を通る流量の最大値と最小値を平均流量（＝U_1ｓ）に対する百分率で表している。

４－２－１　翼列間隔の影響

始めにＧ出口流出角をα_1＝０．０に固定した場合に、翼列間隔Ｌ／ｃ＝１．０，２．０，および５．０と変えた計算を行い、その影響を調べる。Ｔable. ２－１の計算例Ｊ１～Ｊ７にその概要を示す。Ｔable. ２－１に示されている計算例Ａ１およびＢ２は第３章で示した単独翼列の結果を比較の為に示したものである。Ａ１やＢ２の場合には、Ｒより５．０コード離れた上流境界においてv_1一定の条件を与えている。

（ａ）翼列間隔が十分大きい場合

Ｇ－Ｒ翼列でも翼列間隔Ｌが十分に大きい場合には、単独翼列の解析結果と一致するはずである。計算例Ｊ７はＬ／ｃ＝５としたＧ－Ｒ翼列において、流入角β_1＝６０°で伝播する旋回失速の結果を示している。図４－２－１（ａ）は動翼列Ｒの各翼間流路を通る流量の時間変化を示しており、同図（ｂ）は単独翼列において同じ流入角β_1＝６０°で伝播する旋回失速の流量変動を比較のために示したものである。この図より、失速セルで流量が急減する様子やその振幅の大きさおよび伝播速度など、両者はよく一致しており、ほとんど同様に旋回失速が伝播

していることがわかる。図４－２－２（ａ）はこのＧ－Ｒ翼列のＧ出口における軸流速度の変動分ｕ／U_1と渦度ζ_1の波形をｔ＝１０～２０について示している。横軸はＲに相対的な座標系から見た翼列方向（ｙ方向）の位置を表している。軸流速度はほぼ一定の波形を保ったまま伝播しており、これに対応してＧ出口における渦度もほぼ一定の波形のまま伝播していることがわかる。しかし、軸流速度ｕの振幅は平均軸流速度U_1の約０．１４％と非常に小さく、またＧから放出される渦度ζ_1も振幅が約０．００２程度の非常に弱いものである。図４－４－２（ｂ）は動翼より上流におけるある瞬間の軸流速度の分布を表している。横軸はｙ方向位置を表し、また動翼前縁の上流０．５コードから始まって５コード上流まで、距離に応じて原点を上にずらして表している。動翼から上流に離れるにしたがって変動振幅が急速に減衰していく様子が表れている。単独翼列とＧ－Ｒ翼列との違いは、Ｇ－Ｒ翼列ではＧ出口から渦度が放出されて、Ｇ出口での軸流速度と翼列方向速度が単独翼列とは異なった関係式から定まってくるという点である。しかし、動翼で発生している旋回失速の変動は、動翼から上流に離れるにしたがって急速に減衰し、ＧとＲがＬ／ｃ＝５まで離れている場合には、Ｇ出口における流速の変動振幅や渦度は非常に小さく、したがってこの場合にＧが流れ場に与える影響、つまり翼列間干渉の影響は無視することができる位に小さいと考えることができる。

（ｂ）翼列間隔が小さい場合

次にＧとＲの翼列間隔をもっと小さくした場合を考える。図４－２－３～６は上と同じ流入角β_1＝６０°について、翼列間隔をＬ／ｃ＝２（計算例Ｊ５）およびＬ／ｃ＝１（計算例Ｊ２）とした場合の結果を表している。図は各Ｌ／ｃについて、Ｒを通り抜ける流量変動、Ｒより０．５コード上流における軸流速度の変動分ｕ／U_1と流れ角の変動分$\Delta\beta$、そしてＲの周辺の渦度分布と流線を示している。これらはすべてＲに相対的な座標系からみたものである。

まずＬ／ｃ＝２の場合について考える。図４－２－４に示した動翼周辺の流れ場の様子から、ｔ＝２０．０には前縁から約６０％コード下流まで付着していた翼No.１が、ｔ＝２６．０には前縁から激しく失速して、その背面には背面全体を覆う程度に成長した失速渦ができている様子が見られる。ｔ＝２６．０には、この翼のひとつ背面側の翼No.２の背面境界層は前縁から約５０％コード下流まで付着しているが、その後ｔ＝２９．０において翼No.１の後縁に回復渦が成長するようになると、翼No.２の背面境界層が前縁剥離する。このとき失速セルより腹側の翼では失速から次第に回復し、図より翼No.３の背面境界層はミッドコード付近ま

で再付着している［t=29.0,30.0］。

図４－２－３（ａ）によれば、ｔ＝約２０～２５において流路No.１を通る流量が一旦平均流量に対して約＋４０％まで増加し、その後からｔ＝約２９にかけて急激に減少していることがわかる。この流量変動の様子を流れ場の挙動と比較すると、ｔ＝２０．０には翼No.１の背面境界層が前縁から約６０％コード下流まで再付着しており、このような非失速の作動状態となったしばらく後に流路No.１の流量は最大となる［t=20.0］。前縁失速ののち翼背面において失速渦が大きく成長すると流量が急激に減少し［t=26.0］、この渦が翼から放出されるのに続いて回復渦が翼後縁付近で大きく成長すると流量がほぼ減少しきっている［t=29.0］。すなわちこの流量の減少は、失速渦と回復渦が強く成長することによって２つの渦の間で上流向きの誘導速度が強くなり、流路No.１がせき止められるため、すなわち失速渦と回復渦のせき止め作用のためであることがわかる。また図４－２－３（ｂ）より、動翼の０．５コード上流においてｔ＝約２９には、このせき止め作用に対応して流路No.１の上流付近で軸流速度が最も小さくなり、また流れ角が最も大きくなっている。

上に述べたように、旋回失速が伝播する時、失速セルにおいて失速渦と回復渦の放出現象が起きる様子や翼背面境界層が前縁剥離と再付着を繰り返す様子、これに伴って翼列上流の軸流速度や流れ角が変動する様子など、動翼周辺の渦流れの様相は、前章で明らかにされた単独翼列に伝播する旋回失速の様相と基本的に同じである。そして、図４－２－５および４－２－６から、この様な流れの様相は翼列間隔がＬ／ｃ＝１とさらに小さくなった場合にもほぼ同様なものであることがわかる。

Ｌ／ｃ＝１やＬ／ｃ＝２のＧ－Ｒ翼列の流れと単独翼列の流れとの違いは、同じβ_1＝６０°で比較すると、単独翼列の場合には翼背面を離れた失速渦が隣の翼の腹面にぶつかるように流路の中を広がりながら移動していたのに対して、Ｌ／ｃ＝１や２のＧ－Ｒ翼列では、失速渦は単独翼列の場合ほど流路中で広がらず、背面側隣接翼の腹面にぶつからないうちに流路出口から下流に流れ出ていってしまうという点である。また、失速セル中の流路の流量が最も減少した時の最小値を比べると、Ｇ－Ｒ翼列では単独翼列の場合より多くの流量が流れており、失速渦と回復渦によるせき止め作用が単独翼列の場合よりも弱くなっていると考えることができる。

図４－２－７～８および図４－２－９～１０は、それぞれ上と同じ翼列間隔Ｌ／ｃ＝２（計算例Ｊ４）とＬ／ｃ＝１（計算例Ｊ１）の翼列について、流入角β_1＝５２°において伝播する旋回失速の結果を示している。β_1＝５２°の場合の翼背面における失速渦の成長・放出の様子には、これらのＧ－Ｒ翼列と第３章で示した単独翼列との間でβ_1＝６０°の場合に現れていたような明瞭な違いは表れ

ておらず、いずれの場合にも失速渦はβ_1＝６０°の場合より小さく、また翼を離れたあと背面側隣接翼の腹面にぶつかるような挙動は全く見られない。しかし、失速セル中の流量の最小値を比較すると、単独翼列では平均流量に対し約３５％減少していたのに対して、Ｌ／ｃ＝１および２のＧ－Ｒ翼列では約２５％の減少に留まっているという違いが生じていることがわかる。

つぎに図４－２－１１～１２はＬ／ｃ＝２のＧ－Ｒ翼列で、流入角が比較的大きいβ_1＝７０°において伝播する旋回失速の流量変動と流れ場の様子を示している（計算例Ｊ６）。失速渦と回復渦の成長・放出現象、これらの渦による流路のせき止め作用などは単独翼列の場合と同様に現れており、この点ではβ_1＝５２°や６０°の場合と基本的に同じである。しかし、ここで特に注目されるのは、図４－２－１１によると、このＧ－Ｒ翼列では失速セルにおいて流量が最も減少した瞬間でも、平均流量の約４０％も順方向に流れているということである。単独翼列の場合には、同じβ_1＝７０°で失速セルにおいて平均流量の約２０％も逆流していた。また図４－２－１２によると、このＧ－Ｒ翼列では、ｔ＝２６において翼No.３の背面で成長した失速渦は、ｔ＝２７頃から翼を離れ始め、やがてｔ＝２９には背面側隣接翼No.４の腹面にかなり近づくまで流路No.３の中で広がっているが、それでも逆流せずに流路出口から下流に流れて出ており、また渦が翼の前縁を回って隣の流路へ流れ込むという現象も見られない［t=30.0］。これらの点でＧ－Ｒ翼列の場合と単独翼列の場合とは大きく異なっているということができよう。

（ｃ）翼列間隔による変化

ここで翼列間干渉の影響によって生じる定量的な違いについて検討する。図４－２－１３は、上述のＧ－Ｒ翼列の結果について横軸にＲ相対平均流入角β_1をとり、縦軸はＲを通る翼間流量の最大値と最小値を表している。図には比較のため単独翼列の結果も点線で示してある。翼列間隔Ｌ／ｃが一定のＧ－Ｒ翼列では、流入角が増えるにつれて流量変動の最大値が大きくなり、また最小値が小さくなる傾向が見られる。この傾向は定性的には単独翼列の場合と同じであるが、しかし定量的には、特に流量の最小値について顕著な違いが現れている。すなわち、単独翼列では流入角の増加につれて流量の最小値は急激に減少して、β_1＝７０°や７５°では逆流が発生する程度まで減少しているのに対して、Ｇ－Ｒ翼列では流入角に対する最小値の減少が緩やかで、β_1＝７０°でも順方向に流れており、単独翼列との差はかなり大きなものである。一方、β_1＝５２°のように流入角が比較的小さいところでは、単独翼列とＧ－Ｒ翼列との流量変動幅の差はごく小さい。すなわち、単独翼列では流入角の増加につれて流量変動の振幅が急激に大きくなるのに対して、Ｇ－Ｒ翼列では翼列間干渉の効果によってそのような急激な変化が抑えられ、緩やかに振幅が増加するようになることを示している。

図４－２－１４（ａ）および（ｂ）はβ_1＝５２°および６０°の場合について、ＧとＲの間隔内のｘ／ｃ＝－０．５，－１．０，および－２．０の３つの軸方向位置ｘ／ｃにおいて、軸流速度の振幅｜ｕ｜／U_1および流れ角の振幅｜$\Delta\beta$｜が翼列間隔Ｌ／ｃによって変化する様子を表したものである。ここでｘは動翼の前縁からの距離を表し、マイナスは上流方向を意味している。これによると、軸流速度と流れ角のどちらについても、同じ軸方向位置で比較すると翼列間隔Ｌ／ｃが小さいほど振幅が小さくなる様子（図で左下がりの変化）が見られる。また、動翼上流の同じ位置における変動振幅は、動翼に近い位置ほどＬ／ｃによる差が大きく現れることがわかる。さらに、同図においてβ_1＝５２°と６０°を比較すると、β_1＝６０°の方が翼列間隔Ｌ／ｃによる軸流速度ｕや流れ角βの振幅の変化が大きくなっており、平均流入角が大きい方に翼列間隔の影響が顕著に現れることが示されている。

図４－２－１５は、前図と同じ結果について、翼間流路を通る流量変動の最大値および最小値が翼列間隔Ｌ／ｃに対して変化する様子を表したものである。この図によると、同じ流入角において、Ｌ／ｃが小さくなるほど変動振幅が小さくなる傾向があり、特に最小値にその傾向が顕著に現れていることがわかる。

既に明らかにしたように、失速セルにおいて流量が大きく減少するのは、G－R翼列の場合にも単独翼列と同様に失速渦と回復渦によるせき止め作用が主な原因となっている。したがってこの図４－２－１５は、同じ流入角でも翼列間隔が小さくなるにつれて、せき止め効果が弱くなる傾向があること示していると考えられる。このせき止め作用は、失速渦と回復渦による上流向きの誘導速度、すなわちこれらの渦の強さに比例して変化するものであり、したがってL／cが小さいほどこれらの渦が弱くなっていることを示している。図４－２－１４（b）に示したように、GとRの間の領域における流れ角の振幅は、同じ軸方向位置でもL／cが小さいほど小さくなっており、当然Rの入口においてもL／cが小さいほど流れ角の変動振幅が小さくなっていると考えられる。そして、この結果L／cが小さいほど翼が前縁失速している間に前縁剥離点から放出される渦度が弱くなり、単独翼列に比べると失速がより穏やかなものへと変化し、これに応じて翼背面で成長する失速渦が弱くなると考えることができる。

前述の図４－２－４，図４－２－６について示したように、L／c＝２および１のG－R翼列において$\beta_1 = 60^\circ$の場合に、翼から離れた失速渦が単独翼列の場合と違って背面側隣接翼の腹面にぶつからずに下流に流れてしまったのは、失速セル中の流量が単独翼列の場合ほど減少しなかったためであるが、上の考察により、これはもともとL／cが小さいために失速渦が弱くなったからであることがわかる。また図４－２－１３において、G－R翼列の場合には、たとえ$\beta_1 = 65^\circ$や70°のように大きな流入角でも順方向に流れており、単独翼列のように激しく逆流するという現象が見られなかったのも、同じく失速渦と回復渦が弱くなったからである。また、このように平均流の流入角が大きい方に翼列間干渉の影響が顕著に現れるのは、先述のように大きなβ_1の方がR上流の流れ角の振幅$\Delta\beta$に及ぼされる翼列間干渉の影響が大きいためである。

以上の考察により翼列間隔が小さい場合には、GとRの翼列間干渉の結果、失速セルにおいて翼が前縁失速した後の失速渦や回復渦の挙動や失速セル外で背面境界層が再付着する様子などは基本的には変わらないが、定量的にR上流の軸流速度、流れ角、およびRの流量変動や失速渦・回復渦の強さなどが小さくなり、これにともなって翼から放出される失速渦の軌跡や逆流の発生の有無などに一見顕著な違いが生じてくることが明らかとなった。

４－２－２　案内羽根出口流出角の影響

この項ではまず、翼列間隔L／c＝１に保ったまま、G出口流出角の大きさと向きを$\alpha_1 = 30^\circ$および-45°に変えたときに旋回失速の流れに生じる変化を考える。図４－２－１６～１７，１８～１９，および２０～２１は、$\alpha_1 = 30^\circ$の翼列で$\beta_1 = 52^\circ$の場合（計算例K１）、同じく$\beta_1 = 60^\circ$の場合（計算例K２）、そして$\alpha_1 = -45^\circ$の翼列で$\beta_1 = 52^\circ$の場合（計算例K３）のそれぞれについて、流量変動の様子、Rより０．５コード上流の軸流速度と流れ角の変動の様子、および渦度分布と流線を示したものである。

図４－２－１６によると、$\beta_1 = 52^\circ$で$\alpha_1 = 30^\circ$の場合には$\alpha_1 = 0^\circ$に比べると流量変動の振幅が大きくなっていて、$\alpha_1 = 0^\circ$では失速セルにおいて最小時に平均流量に対して約２５％減少していたのに対し、$\alpha_1 = 30^\circ$では約３５％も減少している。単独翼列では同じ$\beta_1 = 52^\circ$において失速セルでは流量は約３５％減少しており、$\alpha_1 = 30^\circ$の場合には単独翼列の場合と流量変動がほとんど同じである。

流れ場の挙動についてみると、図４－２－１７より、t＝１５．０には翼No.４から失速渦が放出され、後縁には回復渦が成長し始めており、t＝１６．０にこの回復渦が更に成長するようになると背面側の翼No.５が前縁失速する。このt＝１６．０には、流路No.４を通る流量はほぼ減少しきった状態にあり、この場合にも失速渦と回復渦によるせき止め作用によって流量が減少し、背面側隣接翼の前縁失速が誘起されていることがわかる。また、t＝１９．０には翼No.５の背面に失速渦が成長しており、これより後、t＝２５．０，３０．０に見られるように、ほぼ一定の時間間隔で失速渦が一つずつ背面側の翼背面において成長していることがわかる。旋回失速伝播時の上記のような流れの挙動は、基本的には単独翼列や先述の$\alpha_1 = 0^\circ$のG－R翼列の場合の流れの挙動と同じである。

つぎに、図４－２－１９によると$\beta_1 = 60^\circ$の場合にも失速渦の放出現象が起きていることは同じであるが、$\alpha_1 = 0^\circ$の場合には翼を離れた失速渦が背面側隣接翼にあまり近づかないうちに下流に流れてしまったのに対して、$\alpha_1 = 30^\circ$の場合にはt＝１０．０や１２．０には翼No.３から放出された失速渦が翼No.４の腹面にかなり近づいている。このような失速渦の広がり方や放出後の軌跡は、$\alpha_1 = 0^\circ$のG－R翼列の場合の挙動よりは単独翼列の場合の挙動に近いものである。

次に図４－２－２０によれば、$\alpha_1 = -45^\circ$の場合には失速セルにおいて流量は約２２％減少しているが、同じ$\beta_1 = 52^\circ$の$\alpha_1 = 0^\circ$や30°の場合と比較すると減少量はやや小さくなっている。また図４－２－２１より、t＝２０．０には翼No.５の背面に、またt＝２６．０には翼No.１の背面に失速渦が翼背面全

体を覆うまでに成長しているが、この場合の失速渦は前述の$\alpha_1 = 0^\circ$や30°の場合に比べると弱く、翼列方向に広がらずむしろ翼背面上にややつぶれたような形に成長している。また$t = 22.0$には翼No.５の後縁に回復渦が成長しているが、その大きさも他のα_1の場合に比べて小さくなっている。

図４－２－２２（ａ）および（ｂ）は、Ｇ出口（$x/c = -1$）とＲより０．５コード上流（$x/c = -0.5$）の２つの軸方向位置における流れの変動振幅が、Ｇ出口流出角に対して変化する様子を表したものである。同図（ａ）が軸流速度の振幅$|u|/U_1$を、また同図（ｂ）が流れ角の振幅$|\Delta\beta|$を表しており、またこの図は翼列間隔が$L/c = 1$の場合の結果を示している。これによると、翼列間隔L/cや流入角β_1などの条件を全て同じにしても、Ｇ出口流出角が$\alpha_1 = -45^\circ, 0^\circ, +30^\circ$と負の値から正の値へ変化するに従って、軸流速度、流れ角とも変動の振幅が大きくなることがわかる。

図４－２－２３は、上と同じ結果について、Ｒの各流路を通る流量の最大値と最小値がＧ出口流出角によって変化する様子を示している。これによると、L/cやβ_1が同じでも、流量変動は$\alpha_1 = 30^\circ$の場合の方が$\alpha_1 = 0^\circ$より大きくなり、反対に$\alpha_1 = -45^\circ$の場合の方が$\alpha_1 = 0^\circ$より小さくなる傾向があることがわかる。

以上から、$\alpha_1 = 30^\circ$の場合には$\alpha_1 = 0^\circ$の場合に比べ、失速セルにおいて失速渦がより強くまた大きく成長し、翼から離れた後は背面側隣接翼の腹面にかなり近づいていたのに対して、$\alpha_1 = -45^\circ$では失速渦が弱く、翼背面上でつぶれたように成長するという違いが生じているのは、ＧとＲとの相互干渉により、α_1が負の場合の方がＲ入口の局部的な流れ角の振幅が小さくなり、前縁失速した翼の前縁剥離点から放出される渦度が弱くなるためと考えられる。また、これに応じて、失速渦と回復渦によるせき止め作用も弱くなり、上述のように流量の変動振幅が小さくなると考えられる。

４－３　失速セルに対する翼列間干渉の影響

前節の結果によると、Ｒの上流にＧがある場合にも、失速セル数は単独翼列と変わらず、５ピッチ中に常に１セルのままであった。翼列間干渉の効果は、むしろ流量や速度の変動、そして失速渦の強さなどに関して、旋回失速による流れの変動を小さく抑えようとするものとして顕著に現れていた。一方、本論文では第３章において、単独翼列に発生する旋回失速のセル数の変化の様子を１０ピッチ周期条件の下で種々検討した。本節では、これと同じ１０ピッチ周期条件の下で、Ｇ－Ｒ翼列に発生する旋回失速のセル数とその変化を議論し、また単独翼列のセル数変化の現象との比較を行う。

４－３－１　Ｇ－Ｒ翼列における多セルの発生・成長

図４－３－１～３は、$\alpha_1 = 0^\circ$，$L/c = 1$の翼列において、流入角$\beta_1 = 52^\circ$の場合に、初期変動として流路No.１の通り抜け流量を１％だけ減らしたとき、時間の経過につれて大変動の旋回失速が成長していく様子を調べた結果である（計算例Ｌ１）。図４－３－１は流量変動を、図４－３－２はＧ出口における軸流速度u_1と流れ角β_1、Ｒより０．５コード上流における軸流速度uと流れ角βを、そして図４－３－３は旋回失速が成長する間の渦度分布と流線を示している。

図４－３－３によると、$t = 0.0$に１０枚全ての翼の背面境界層が付着した状態から始まって、$t = 8.4$には翼No.２が前縁失速に至るが、その後$t = 12.5$までは、１０枚の動翼のうち前縁失速しているのは１枚だけの状態、すなわち１セルの状態が続いている。しかし$t = 12.6$には、これとは別に翼No.７も前縁から剥離して、翼１０枚中に２つの失速セルが発生した状態に変化していることがわかる。この場合に最も注目すべき現象は、このあとこの２つの失速セルが２つとも成長を続けて、最終的には$t = 40.0$に見られるように、十分に成長しきった２セルのパターンが伝播するようになることである。

図４－３－４は、上のＧ－Ｒ翼列と第３章の単独翼列について、定常的に伝播する旋回失速が成長する途上の４つの時刻について、Ｒより０．５コード上流における軸流速度と流れ角の変動波形を示したものである。Ｇ－Ｒ翼列では初期値として与えた微小振幅の１０ピッチ１波長の擾乱［t=2.0］は、定常的に伝播する旋回失速へ成長していく途上のまだ比較的振幅の小さい間にセル数が２セルへ増加するが［t=15.0］、その後も２セルのまま成長し、変動振幅が十分に大きくな

ってからも２セルのパターンが安定に伝播し続ける［t=30.0］。これと同じ流入角β_1＝５２°でも、単独翼列の場合（計算例Ｄ１）にはだいぶ様子が異なっている。つまり、１０ピッチ１波長の微小擾乱［t=2.0］から成長していく途上において、変動の小さい間はセル数が２セルへと増加するにも拘らず［t=15.0］、もっと変動が大きくなってくると一方の失速セルは減衰・消滅してしまい［t=20.0］、結局最初に与えたのと同じ１セルの旋回失速が定常的に伝播するようになる［t=30.0］。したがって上の結果は、Ｒより有限な距離だけ上流の位置にＧがあるということ、すなわちＧとＲの翼列間干渉の結果、成長途上で誕生した失速セルが変動振幅が大きくなった後も減衰しなくなり、反対に２つとも成長し、伝播し続けるようになることを示している。

次に、図４－３－５～７は、上と同じα_1＝０°，Ｌ／ｃ＝１のＧ－Ｒ翼列で、流入角だけをβ_1＝５３°と１°大きくした場合の流量変動、Ｇ出口およびＲより０．５コード上流の軸流速度および流れ角の変化、そして渦度分布と流線を示している（計算例Ｌ２）。初期擾乱としてはやはり流路No. 1の流量を１％だけ減少させる。β_1＝５３°では、ｔ＝０．０に１０枚のうち翼No. 2のみが前縁失速した１セルの状態から始まって、ｔ＝４．９には翼No. 3に前縁失速が伝播している。その後、流量変動やＲ上流の軸流速度や流れ角は次第に振幅が大きくなるが、ｔ＝６．１にはこの失速セルから５ピッチ離れた翼No. 8が前縁剥離して、新しい失速セルが誕生する［t=7.0］。この第２の失速セルでは、第１の失速セルに比べると遅れて誕生した分だけ始めのうちは流量の変動が小さいが、その後伝播していくうちに第１セルの変動に追いついて、ｔ＝２６．０頃には２つの失速セル中で等しく平均流量の約４０％まで流量が減少しており、最終的には１０ピッチ中に２セルの旋回失速が定常的に伝播するようになる［t=40.0］。

図４－３－８は、β_1＝５３°の場合に旋回失速の成長する途上の４つの時刻について、Ｒより０．５コード上流の軸流速度と流れ角の波形を、Ｇ－Ｒ翼列と単独翼列とで比較したものである。Ｇ－Ｒ翼列では１セルの微小な初期擾乱から始まって、成長途上で発生した２セルがそのまま成長するのに対して、これと同じβ_1＝５３°の単独翼列では、１％の大きさの１セルの初期擾乱から、成長途上においてセル数が一旦３セルまで増加するが［t=10.0］、誕生した失速セルがその後減衰・消滅し、セル数が減少するようになり［t=30.0］、１→３→２→１セルとやや複雑な変化を経て最終的には始めと同じ１セルのパターンが伝播する［t=60.0］。したがって、このβ_1＝５３°の場合にも翼列間干渉が失速セル数の決定に大きく影響していることがわかる。

４－３－２　失速セルに対する案内羽根出口流出角の影響

（ａ）正のＧ出口流出角

図４－３－９～１１は、Ｇ出口流出角をα_1＝＋３０°（動翼の回転方向と同じ方向に予旋回を与える場合が正）とする以外は、上に述べた計算例Ｌ２と同じ条件、すなわちＬ／ｃ＝１，β_1＝５３°について行った計算の結果を示している（計算例Ｍ１）。また上の場合と同様に、初期擾乱として流路No. 1の流量を同じく１％だけ減少させている。

これらの図からわかるように、α_1＝３０°の場合にも、１０ピッチ中に１セルの初期セル数に対して最終的に成長しきった旋回失速のセル数は、α_1＝０°の場合（計算例Ｌ２）と同じ２セルとなっている。しかし、この場合には、このセル数を選択する途中の過程がα_1＝０°の場合と少し異なっている。すなわち、ｔ＝０．０において１０枚中翼No. 2のみが前縁失速した状態から始まって、ｔ＝５．３にはこの前縁失速が翼No. 3に伝播し、この間流量などの変動の振幅は１セルのまま次第に増幅している。ｔ＝６．１には、この失速セルとは別に翼No. 10が前縁失速し、一旦１０ピッチ中に２セルの状態へ変化するが［t=8.0］、更にｔ＝９．５には、上の２セルとは別な系統の翼No. 8が前縁失速するに至る［t=10.0］。こうして図４－３－１１（ｂ）のｔ＝１１．０に見られるように、１０ピッチの翼列中に翼No. 1，４，および８と、明らかに３個の失速セルが誕生していることがわかる。

ところが、これらの３セルのうち翼No. 10→No. 1の系統の失速セルでは、一旦前縁剥離した翼No. 1背面の境界層が、ｔ＝１４にはミッドコード付近まで再付着しており、これよりのち前縁失速は隣の翼No. 2には伝播せず、この失速セルは結局は消滅してしまうことになる。一方、残りの２つの失速セルはその後も時間の経過とともに伝播しながら成長を続け、最終的には１０ピッチ中にほぼ対称な位置に配置された２個の失速セルが伝播するようになる［t=30.0］。

このように、α_1＝３０°のＧ－Ｒ翼列では、旋回失速は、変動振幅の微小な成長初期には一旦３つの失速セルを自ら生み出しておきながら、変動がもっと大きくなるとそのうちのひとつを減衰させ、最終的には２セルのみ安定に伝播するようになることを許すのである。単独翼列においても、β_1＝５２や５３°の場合（計算例Ｄ１，Ｄ２）には、変動が成長していく途上で初期セル数よりも多い２セルあるいは３セルが誕生しながら、１セル以外は減衰・消滅してしまい、結局は始めと同じ１セルに戻るという現象が起きていた。変動振幅が大きくなるとセル数が再び減少してしまうという性質は、単独翼列でもα_1＝３０°のＧ－Ｒ翼列

でも同様であるが、G－R翼列の場合には最終的に初期セル数より多い２セルの旋回失速が伝播し続けるという点が異なっている。すなわち、G－R翼列の方が、変動振幅が大きくなった後でも安定に伝播できるセル数が多くなり、また同じG－R翼列同士を比べると、変動振幅が微小な成長途上に発生する失速セルの数は、$\alpha_1=0^\circ$ よりも$\alpha_1=30^\circ$ の方が多くなることがわかった。

（ｂ）負のG出口流出角

次に、図４－３－１２～１４は、G出口流出角を$\alpha_1=-45^\circ$ とした場合の結果を示している（計算例Ｎ１）。翼列間隔は$L/c=1$、流入角は$\beta_1=53^\circ$ とし、また初期擾乱の大きさも上の計算例Ｌ１～Ｌ２，Ｍ１と同じ平均流量の１％としている。

図４－３－１４より、$t=0.0$ において翼No. 2のみ失速した１セルから開始して、$t=5.0$ にはこの前縁失速が背面側の翼No. 3に伝播している。ところが同じ$t=5.0$ には、始めの失速セルの系統とは別に翼No. 9が前縁失速しており、さらに$t=5.5$ には上の２つとは別に翼No. 6が前縁剥離するようになり、図の$t=6.0$ には１０ピッチ中に合計３個の失速セルが誕生している様子を見ることができる。その後、この３セルは３つとも成長を続けて、最終的には１０ピッチ中に十分に成長しきった３セルの旋回失速が伝播するようになる［t=30.0］。この３セルの位置は１０ピッチを厳密に３等分することとはできないが、３等分にほぼ近い位置に落ちついており、また図４－３－１２によれば、それぞれの失速セルにおいて流量が減少する程度もほぼ等しくなっていることがわかる。

上記のように失速セルが微小な振幅の１セルから成長し始めた初期の頃に、セル数が３セルに増加する様子は$\alpha_1=+30^\circ$（計算例Ｍ１）の場合とほぼ同様なものである。しかし$\alpha_1=30^\circ$ と-45° とでは、一旦３セルが誕生した後の様子が異なっていて、$\alpha_1=30^\circ$ の場合には、後から発生した２セルのうちの１つは、激しい前縁失速を伴う失速セルにまで成長しないうちに比較的早く減衰・消滅してしまい、安定に伝播できるのは２セルのみであったが、$\alpha_1=-45^\circ$ の場合には変動振幅が大きくなった後でも３セルとも成長を続け、最終的に３セルのパターンが安定に伝播し続けることができる。

（ｃ）非線形理論との比較

ここで、上述の数値解析の結果を、前述の永野らによる非線形AD解析［18］と比較する。Table. 2－2はこの非線形解析によるG－R翼列の場合の結果の概要を示している。図４－３－１５は、このうち本数値解析と同じく、上流のGと下流のRの２翼列が有限な距離Lだけ離れて配置されている場合に、１％の微小擾乱から旋回失速が成長する様子を示している。図で実線はRの位置における軸流速度u_{11}の波形を表しており、$u_{11}<0$の所が失速セルであるとして良い。図に破線で示されている波形は、Gの位置における軸流速度u_1の波形である。図（ａ）はGの出口流出角が$\alpha_1=30^\circ$ で、流入角が$\beta_1=56.3^\circ$ の場合の結果（ｃ１）を示しており、図（ｂ）は$\alpha_1=-45^\circ$ で、$\beta_1=56.3^\circ$ の結果（ｄ１）を示している。両者とも、翼列間隔は圧縮機の円周長$\overline{S}$に対して$L/\overline{S}=0.1$とし、また翼弦長と円周長の比は$c/\overline{S}=0.02$としている。また境界層遅れの時定数は、$\tau U/\overline{S}=0.01$と仮定している。なお、この非線形AD解析では、円周長$\overline{S}$と平均流の軸流速度Uを基準として無次元化を行っており、図に示されている時刻Tは実時間をT' とすると$T=UT'/\overline{S}$である。

図（ａ）の$\alpha_1=30^\circ$ の場合には、円周１波長の微小な擾乱を与えると、$T=1.0$までは１セルのまま変動が増幅するが、$T=1.2$には円周３波長の変動が表れ始め、$T=1.2\sim1.8$では明らかに３つの失速セルが伝播していることがわかる。しかし、その後３つのうちの１セルは減衰し、最終的には円周上のほぼ対称な位置にある２セルが伝播するようになる。一方、図（ｂ）の$\alpha_1=-45^\circ$ の場合にもこれとほぼ同様で、$T=1.95$には一旦３セルが誕生しているが、このうち１セルは$T=2.2$には消滅しており、最終的には２セルのみが伝播するようになる。

上の結果は、旋回失速の成長初期に多セルが発生する様子や、その後変動が大きくなるにつれて一旦発生した失速セルが減衰・消滅する様子など、前述の本数値解析の結果と一見よく似ているようであるが、両者で異なる点も見られる。例えば、同じ非線形AD解析でも、G出口流出角が$\alpha_1=0^\circ$ の場合にはセル数が変化する性質は全く見られないが、本数値解析では、G出口流出角が$\alpha_1=0^\circ$ の場合にも成長途上で２セルに増加し、変動が大きくなった後も２セルのパターンが安定に伝播し続けることが可能である。したがって$\alpha_1=0^\circ$ の場合には、有限ピッチ翼列のモデルによって個々の翼面境界層の前縁剥離や再付着の現象、また失速渦や回復渦の放出現象を捉えることによって、セル数が増加する現象を捉えることができるようになったものと考えることができよう。この点は、たとえそれが非線形な理論であったとしても、アクチュエータディスク理論では全く取り扱うことができなかった点である。

４－３－３　Ｇ－Ｒ翼列における失速セルに関する考察

（ａ）失速セルの発生に対する翼列間干渉の影響

図４－３－１６，１７は、微小な擾乱から旋回失速が成長する途上で多セルのパターンが発生する過程の流量変動の様子と、第２セルがちょうど誕生した時の第１セル中の翼周辺の渦度分布およびＲより０．５コード上流における軸流速度の変動波形を表したものである。図４－３－１６（ａ），（ｂ）はα_1＝０°，Ｌ／ｃ＝１のＧ－Ｒ翼列の場合で、それぞれβ_1＝５２°（計算例Ｌ１）と５３°（計算例Ｌ２）において、１％の大きさの１セルの初期擾乱から２セルの旋回失速が成長する様子を示している。また、図４－３－１７（ａ），（ｂ）は単独翼列の場合で、それぞれβ_1＝５２°（計算例Ｄ１）と５３°（計算例Ｄ２）において１セルの初期変動から一旦それぞれ２セルおよび３セルのパターンが誕生するときの様子を表している。

始めに図４－３－１６（ａ）の計算例Ｌ１（β_1＝５２°，α_1＝０°，Ｌ／ｃ＝１）について考える。ｔ＝８．４に翼No.２が前縁から失速して第１セルが誕生するが、このとき流量変動は全体的にまだ非常に小さく、流路No.１は約３．５％しか減少していない。先に示した図４－３－１によれば、その後定常的に２セルが伝播するようになると、このとき失速セル中では最小時には平均流量より約４０％も流量が減少するようになり［t=30.0］、また図４－３－３によると、このとき失速セルでは失速渦や回復渦が大きく成長するようになる。したがって、第１の失速セルは、十分に成長しきった失速セルの変動に比べれば、流量変動がまだ非常に小さい時期に誕生することがわかる。また図４－３－１６（ｂ）のβ_1＝５３°の場合には、１％の擾乱を与えたｔ＝０．０において最初から翼No.２が前縁失速しており、やはり第１セルは変動が微小な間に発生するということができる。

一方、第２セルが発生する時の様子を調べてみると、β_1＝５２°の場合には、図４－３－１６（ａ）より第２セルはｔ＝１２．６に発生するが、このとき第１セル中の流路No.２では平均流量に対して約１２％も既に減少している。さらに、翼No.２の背面境界層はミッドコード付近まで再付着が進んでいるが、時計方向の比較的強い渦が既に下流に放出され、後縁付近には反時計方向の比較的強い渦が生じていることがわかる。また、β_1＝５３°の場合には、図４－３－１６（ｂ）より第２セルが発生するｔ＝６．１には、第１セル中の流路No.２の流量は平均流量より約２０％も少なくなっており、さらにこのとき翼No.２からはすでに失速渦と回復渦が放出され、翼No.３の背面では新しい失速渦が成長している。したがって第２セルは、流量変動が平均流量の１０～２０％と第１セル発生時の変動に比べてかなり大きくなり、第１セルにおいて失速渦がある程度まで成長したのちに誕生していることがわかる。

これに対して単独翼列の場合には、図４－３－１７（ａ）によると、β_1＝５２°では、ｔ＝１１．５に翼No.１０が前縁失速して第１セルが誕生し、さらにｔ＝１４．０に翼No.５が前縁失速して第２セルが誕生するが、このｔ＝１４．０において第１セル中の流路No.９およびNo.１０の流量は平均流量の約４％しか減少しておらず、また翼No.１０の背面では失速渦の激しい巻き込みは見られず、失速とは言ってもまだ非常に穏やかな状態であるとことがわかる。またβ_1＝５３°の場合には、図４－３－１７（ｂ）によると多セルの発生は比較的早く、ｔ＝２．０に３セルとなっているが、この時３つの失速セル中の流量はいずれもまだ約２％しか減少しておらず、またそれほど激しい失速渦の巻き込みは現れていない。このように単独翼列の場合には、第２セルも旋回失速による流量変動が約２～４％とまだ非常に小さいうちに発生しており、第１セルにおいて１０～２０％も減少するようになった後は、多セルのパターンはむしろ減衰する傾向を示し、その後は１セルのみが成長を続けるようになる。

また、単独翼列において始めから一つの流路の流量を１０％も減少させる初期変動を与えた場合には、１セルのまま大振幅の旋回失速が成長し、成長途上でセル数が増加する兆候は全く現れなかった（計算例Ｃ２）。これに対して、Ｇ－Ｒ翼列の場合には１０％の初期変動を与えた場合にも失速セル数が増加することが可能である。すなわち、図４－３－１８～２０は、計算例Ｎ１と同じくβ_1＝５３°，α_1＝－４５°，Ｌ／ｃ＝１とし、初期変動の大きさのみ１％から１０％に増やした場合の結果を示している（計算例Ｎ４）。図４－３－２０より、ｔ＝０．０には翼No.２とNo.３のみが前縁失速した１セルから始まって、ｔ＝６．０には翼No.８が前縁失速して第１セルと別系統の第２セルが誕生している。このあとｔ＝８．０には新たに翼No.５も失速しており、１０ピッチ中に翼No.３，No.５，およびNo.８という一旦３つの失速セルが発生していることがわかる。ただし、この場合３セルのうち翼No.５は失速渦を放出した後まもなく再付着が進み［t=12.0］、この系統の失速セルはｔ＝１６．０には完全に消滅しており、これより後は２セルのまま変動振幅が増幅して、ｔ＝３０には十分に成長しきった２セルのパターンが伝播するようになる。

上述のように、単独翼列の場合には、いずれの失速セルについても変動が非常に小さい間のみ新たな失速セルが発生し、第１セルがある程度成長してしまうと、それ以上失速セルが発生することはできなくなるが、Ｇ－Ｒ翼列の場合には、翼列間干渉の結果、第１セルがかなり成長してからでも第２セルが発生し得るということがわかる。

（ｂ）Ｇ出口流出角による失速セルの相違

Ｇ出口流出角α_1によって、旋回失速が成長する途上における失速セルの発生の様子や失速セル数に生じる違いを考えてみる。図４－３－２１は、β_1＝５３°の場合について、Ｒより０．５コード上流の軸流速度の波形u/U_1と流れ角の波形$\Delta\beta$をα_1＝３０°，０°，および－４５°の３つのＧ出口流出角について比較したものである。図はt＝２．０，５．０，１０．０，および３０．０の４つの時刻の変動を示している。

t＝２．０には、初期変動として与えたのと同じ１０ピッチ１波長の変動が現れていて、いずれのα_1でも翼No.２の上流で軸流速度が最も小さく、また流れ角が最も大きくなっている。その後t＝５．０にはt＝２．０に現れていたピークＡが約１ピッチ背面側、すなわち翼No.３の上流付近に移動しているが、このときピークＡの他に、α_1＝３０°ではピークＢとピークＣの２つが、α_1＝０°ではピークＢが、そしてα_1＝－４５°ではピークＢおよびＣが現れ始めている。そして、前縁剥離を伴う多セルが発生するのは、この少し後のことで、α_1＝３０°ではt＝６．１に２セル、t＝９．５に３セルとなり、α_1＝０°ではt＝６．１に２セルとなり、またα_1＝－４５°ではt＝５．０に２セル、t＝５．５に３セルとなっている。

ここで軸流速度および流れ角の変動を３つのα_1で定量的に比較してみると、t＝２．０ではu/U_1の最小値はいずれのα_1でも約－０．０３とほぼ等しくなっているのに対して、$\Delta\beta$の最大値はα_1＝３０°と０°では約＋１．２°、一方α_1＝－４５°では約＋１．０°と僅かな相違が生じている。このような$\Delta\beta$の相違はt＝５．０にはより明瞭になり、α_1＝３０°では約＋２．５°、そしてα_1＝０°では約＋２．９°と最も大きく、α_1＝－４５°では約＋２．３°と最も小さくなっている。そして、このt＝５．０において$\Delta\beta$が最も小さいα_1＝－４５°では３セルが発生し、$\Delta\beta$が大きいα_1＝３０°および０°では２セルのみ発生するという相違が生じている。そしてt＝３０．０には、２セルが伝播するα_1＝３０°や０°の$\Delta\beta$の大きさに比べて、３セルが伝播するα_1＝－４５°の$\Delta\beta$の大きさはかなり小さくなっていることがわかる。このように、３セルが発生・成長するα_1＝－４５°の場合には、多セルの発生時にも、また十分成長した後にも$\Delta\beta$の変動がより小さくなる傾向が見られる。

図４－３－２２（ａ）～（ｆ）は、上述のような$\Delta\beta$の変動に対する各翼の境界層の挙動を示したもので、淀み点位置x_{ST}/cと背面境界層の剥離点位置x_{SP}/cの時間変化を表している。同図（ａ）（ｂ）よりα_1＝０°ではt＝５．０に翼No.７の剥離点が前縁から約５０％コードの位置まで少し前進し、t＝５～６に

は背面側の翼No.８の淀み点が若干腹側に移動している様子がみられる。前述の図４－３－７によるとt＝６．０には翼No.７の後流がやや大きくなっており、このような剥離点の前進によって第２セルが誕生する時刻より前から１０ピッチ２波長の変動が現れていることがわかる。α_1＝３０°の場合には図４－３－２２（ｃ）（ｄ）より、t＝５．０に翼No.９の剥離点が前縁から約５０％まで前進しており、またα_1＝－４５°の場合には同図（ｅ）（ｆ）によると、t＝４～５に翼No.５とNo.８の剥離点が約５０％まで前進しており、上と同様な理由によって１０ピッチ中に３波長の変動が現れることがわかる。

上記の境界層の挙動は、図４－３－２１において、t＝２．０や５．０に見られた流れ角の変動に対応するものと考えられるが、ここまでは淀み点の移動量に関してはα_1間で定量的にそれほど大きな差はないように思われる。しかし、多セルが発生したのちは、α_1＝－４５°の場合、失速した翼の淀み点x_{ST}/cが腹側に移動する量の３セル間の差が、他のα_1に比べて早く縮まる傾向が見られる。例えば、α_1＝－４５°の場合t＝１１．０に第１セルと第２セルのx_{ST}の差は約０．７％コード、第２セルと第３セルのx_{ST}の差は約０．５％コードとなっているが、同じt＝１１．０においてα_1＝０°の場合には第１セルと第２セルのx_{ST}の差は約１．３％コードであり、またα_1＝３０°の場合には第１セルと第２セルのx_{ST}の差も約１．３％コードと大きくなっている。

結局、α_1＝－４５°の場合には他のα_1に比べて、ＧとＲとの相互干渉の結果Ｒ入口における流れ角の変動振幅が小さくなり、一旦発生した各失速セルが翼面境界層の前縁剥離を伴って同じ程度に成長することが容易になってくるということができる。

（c）流入角による失速セルの変化

平均流の流入角が失速点に近い$\beta_1=52^\circ$や53°からさらに増加した場合に、失速セルに関して生じる変化を考察する。Table. 2－1において、計算例L３は計算例L１やL２と同じ$\alpha_1=0^\circ$のG－R翼列で流入角を$\beta_1=55^\circ$と大きくした場合の結果である。また同様に計算例M２およびM３は、$\alpha_1=30^\circ$のG－R翼列で流入角を$\beta_1=55^\circ$および60°とした場合、また計算例N２およびN３は、$\alpha_1=-45^\circ$のG－R翼列で$\beta_1=55^\circ$および60°とした場合の結果である。翼列間隔はいずれの場合にもL／c＝１としている。ここでは圧縮機流量が失速点から徐々に絞られていくという状況を考えており、計算の初期条件は微小振幅の擾乱ではなく、例えば計算例M２（$\beta_1=55^\circ$）の場合には$\beta_1=53^\circ$（計算例M１）で得られた２セルの大振幅の変動を初期変動として用い、$\beta_1=60^\circ$（計算例M３）の場合には$\beta_1=55^\circ$で得られた変動を初期変動として用いるというように、流入角に対して順番に計算を進める。但し、初期条件としては流量の振幅のみを考え、t＝０．０において流れ場は渦無しと仮定する。また１０ピッチに２セルの初期変動を与える場合には、非対称の種として２つの失速セルの振幅に１％の差をあらかじめ与えておくことにする。

図４－３－２３～３１の各図はこうして得られた結果を流入角の順に並べて比較したものである。９枚の図は$\alpha_1=0^\circ$、$+30^\circ$、および-45°の３つのG出口流出角に対するもので、それぞれのα_1について流量の時間変動、十分発達した時の渦度分布および流線を示している。渦度分布と流線は、失速セルにおいて前縁失速がひとつ背面側の翼に伝播してから間もない時刻の様子を表している。

図４－３－２３からわかるように、$\alpha_1=0^\circ$のG－R翼列において$\beta_1=55^\circ$に流入角が増加したとき、失速セル数は始めに与えられた２セルの他に新たに誕生する様子は全く見られず、また始めの失速セルが分裂する兆候も現れていないことがわかる。計算開始後、時間の経過とともに始めの２セルの流量の変動に相違が生じているのは、上述のように初期条件に非対称の種を与えたためであるが、２セルの差は振幅に比べると小さく、１０ピッチ中に２セルのパターンのまま伝播していることを示している。図４－３－２４，２５によると、$\beta_1=55^\circ$の場合にも失速セル中の翼背面では失速渦や回復渦が成長・放出され、これらの渦のせき止め作用によって背面側隣接翼の前縁失速が誘起されている様子は同じであり、旋回失速の流れの様相は失速点付近の流入角のものと基本的には変化していないことがわかる。

図４－３－２６～３１によると、$\alpha_1=30^\circ$や-45°のG－R翼列で$\beta_1=55^\circ$、さらに60°と流入角が増加した場合についても、t＝０．０で与えた初期セル数から、新たに失速セルが誕生する現象や、あるいは今まで伝播していた失速セルが分裂したり、減衰・消滅したりする現象は全く見られない。したがって以上の結果から、G－R翼列ではいずれのα_1の場合についても、１０ピッチ中の失速セル数は流入角が増加しても$\beta_1=52^\circ$や53°など失速点付近におけるセル数から全く変化しないことがわかった。

次にセル数以外の面で流入角が増加したことによって生じる変化を調べる。図４－３－３２は平均流の流入角に対して流量変動の振幅が変化する様子を表したものである。図中で実線はG－R翼列の結果を表し、また破線は単独翼列の結果を示している。この図よりいずれのG出口流出角α_1でも流入角β_1が大きくなるにつれて流量の振幅は増大する傾向を示している。先の図４－３－２３～３１のうち渦度分布や流線の図によれば、流入角が大きくなるにつれて失速セルにおける失速渦と回復渦が強くなり、また流入角が大きいほど一つの失速セルにおいて激しく失速している翼の枚数が多くなり、失速セルの翼列方向の幅も広くなっている様子がみられる。このように流入角によって流量振幅、失速渦の強さや失速セル幅が変化する様子は、第３章あるいは４－２節において既に明らかにした同じ波長の旋回失速において流入角に対して生じる変化と同様のものであり、これが１０ピッチ中に発生した２セルあるいは３セルの各セルに現れたものである。

図４－３－３２によれば同じ流入角で比較すると、全体的にはG－R翼列の流量振幅の方が単独翼列の振幅より小さくなっていることがわかる。しかし、同じG－R翼列でもG出口流出角α_1によって振幅は異なり、特に流量の最小値にその相違の特徴が現れていて、$\alpha_1=30^\circ$の場合が流量の最小値が最も小さくなり、反対に$\alpha_1=-45^\circ$では流量の最小値が最も大きくなっている。本項（b）の図４－３－２１で示したように、G－R翼列ではR入口の流れ角の振幅はα_1が小さくなるほど減少する傾向があることがわかっており、今の１０ピッチ周期条件の場合にα_1が小さいほど流量の振幅が小さくなる原因として、失速セル中の前縁失速した翼から放出される渦度の強さが小さくなり、失速渦やそのせき止め作用が弱くなること、およびα_1が小さくなったためにセル数が多くなっていることが考えられる。

本論文では第３章において、単独翼列の場合には流入角が失速点を大きく越えた領域まで増大すると、失速渦放出現象の周期性により１０ピッチ中に１セルで伝播していた失速セルが２つに分裂し、最終的にはほぼ対称な２セルとなって伝播することを見いだしている。

これに対してG－R翼列においても図４－３－２４～２５，２７～２８，および３０～３１を見ると、流入角が大きくなるにつれて失速セル中の翼の失速状態

は激しくなり、より長い期間前縁失速にさらされるようになる様子を見ることができる。しかし、Ｇ－Ｒ翼列の場合には、一つの失速セルの中で前縁失速している翼は多くても３枚であり、第１の回復渦が放出されたあと第２の失速渦が成長するよりも先に、翼背面境界層の再付着が進んでいる。このため前縁からの強い時計回りの渦度の放出はそれ以降止まってしまい、したがって第２の失速渦は成長せず、単独翼列の場合のような失速セルの分裂現象は発生しない。すなわち、Ｇ－Ｒ翼列では多セルのパターンに移行するにしても、それは失速点付近の流入角においてであり、流入角がそれ以上大きくなっても失速セル幅があまり広くならないために、単独翼列の場合のような失速セルの分裂現象が起きないと考えることができる。

（ｄ）翼列間隔による失速セル数の変化

翼列間隔Ｌ／ｃがセル数に与える影響を調べる。図４－３－３３～３５は、Ｌ／ｃ＝２とする以外はＮ１と全て同じ条件、すなわち$\alpha_1=-45^\circ$、$\beta_1=53^\circ$、そして初期擾乱を１％とした場合の結果（計算例Ｎ５）である。

ｔ＝０．０において、１０枚の翼のうち翼No.２のみが前縁失速した状態から始まって、この失速がｔ＝４．５には翼No.３に、ｔ＝９．４には翼No.４に伝播する。この間にｔ＝５．７にはこれらの翼より腹側にある翼No.１が前縁失速し、背面境界層の再付着がミッドコード付近まで進んでいる翼No.２を挟んで、１０枚中に２つの失速セルが存在している［t=6.0］。この２セルの状態はｔ＝１６．０には翼No.３とNo.５に伝播しており、ｔ＝２６．０には翼No.５とNo.７に伝播している。図４－３－３３によると、腹側の第２の失速セルではｔ＝２０頃までは流量の振幅も増幅しており、また図４－３－３５より、ｔ＝１６．０には失速セル中では失速渦がある程度大きく成長し、放出されている様子がみられる。しかしその後第１セルの流量の振幅が更に大きくなると、第２セルの振幅は第１セルの振幅に追いつかないうちに減衰傾向を示すようになる。そして第２セルにおいて翼No.５が再付着した後は前縁失速は伝播せず、第２セルは消滅してしまい、最終的には１０ピッチ中に１セルの旋回失速が伝播するようになる［t=40.0］。

図４－３－３６（ａ）は、$\alpha_1=-45^\circ$の計算結果（Ｎ１～Ｎ５）を基にして、翼列間隔が失速セル数に及ぼす影響を図示したものである。ただし、Ｌ／ｃ＝∞は単独翼列を意味している。この図は明らかにＬ／ｃが小さい方が失速セル数が多くなる傾向を示しており、またこれより、翼列間隔Ｌ／ｃや初期擾乱の大きさに拘らず、セル数は翼列間隔に対して$L/\lambda=0.2\sim0.3$の範囲にあることがわかる。ここでλは旋回失速の波長を表す。

Ｓovranは、本章の翼列モデルと同様に入口案内羽根と動翼のみを配置した軸流圧縮機で、案内羽根の食い違い角と２翼列の軸方向間隔を変えて、発生する旋回失速のセル数、伝播速度を調べている［11］。この実験によると、Ｇによって大きな負の流出角（$\alpha_1=-62^\circ$）が与えられた時、セル数と軸方向間隔Ｌとの関係は図４－３－３６（ｂ）のようになっており、Ｌが小さいほど全体的には多いセル数の旋回失速が発生する傾向が見られるが、この傾向は基本的には本数値解析の結果と一致している。

また、図４－３－３６（ｃ）は、先述の水野らの非線形ＡＤ解析の結果のうち、同じ$\alpha_1=-45^\circ$のＧ－Ｒ翼列についてセル数と翼列間隔の関係を表したものである。図は、$c/\overline{S}$と$\tau U/\overline{S}$を一定として$L/\overline{S}$を変えた時、すなわちそれぞれ定まった形状の２つの翼列の軸方向間隔を変えた時の結果を示しており、ちょ

うど本数値解析の図４－３－３６（ａ）に対応しているものと考えることができる。この図から、非線形ＡＤ解析でもセル数は$L/\lambda=0.2$前後となるように決まっていることがわかる。

上の実験や非線形解析の結果は、ＧとＲの軸方向間隔が小さくなるとセル数がほぼ反比例的に多くなるという点で、本論文の結果とよく一致している。そして、例えば$\alpha_1=-45^\circ$の場合には、$L/\lambda=0.2\sim0.3$となるようにセル数が決まってくるが、この値についても本論文と非線形解析とでほぼ一致している。

（ｅ）伝播速度に対する翼列間干渉の影響

本章の最後に、伝播速度について考察する。前述のように、伝播速度はセル数とともに各翼の非定常空気力の周期を決めるという意味で、翼の振動破壊との関連から工学的に重要である。

図４－３－３７（ａ）は、本数値解析の結果で、失速が１ピッチ隣の翼に伝わるのに要する伝播時間Ｔが流入角に対して変化する様子を、α_1をパラメータとして図示したものである。ここでＴと伝播速度V_pとの間には$T=s/V_p$なる関係がある。ただし、ｓはピッチ長を表す。この図によると、１ピッチ伝播時間Ｔは流入角β_1に対してほぼ一定であることがわかる。また、伝播時間Ｔの値は$\alpha_1=30^\circ, 0^\circ, -45^\circ$のいずれに対してもあまり変わらないことがわかる。

ここで図４－３－３７（ｂ）に示す単独翼列の場合の伝播時間Ｔの変化の様子と比較すると、単独翼列では流入角が大きくなるにつれてＴが短くなる傾向が明瞭に現れている。単独翼列では、流入角が増えるにつれて前縁失速した翼の前縁剥離点から放出される渦度が急激に強くなるため、失速渦が同じ大きさに成長するのに要する時間が短くなる。このため、せき止め作用の現れるのが早くなり、したがって隣の翼が早い時期に前縁失速するようになっていた。一方Ｇ－Ｒ翼列の場合には、翼列間干渉の結果Ｒ入口の流れ角の変動の振幅が小さくなり、この効果は流入角が大きいほど強くなるために、流入角が大きくなっても失速渦がより大きくまた強く成長する傾向が抑えられ、このために伝播時間Ｔの変化が小さくなるものと考えられる。また、Ｇ出口流出角α_1による変動振幅の変化は、例えば図４－３－３２からわかるように、流入角β_1による変動振幅の変化に比べると、同じ程度かあるいはより小さい程度であり、従ってα_1に対する伝播時間Ｔの変化も小さくなるということができよう。

4－4　本章の結論

本章では上流の案内羽根翼列と下流の動翼列との間の翼列間干渉が、旋回失速に与える影響を数値解析の結果を基に検討した。以下に本章で得られた結論をまとめる。

（ａ）旋回失速の流れに対する翼列間干渉の影響

（１）　失速セルにおける失速渦・回復渦の放出現象の様子、これらの渦によるせき止め作用の様子、失速の伝播機構などは、単独翼列に発生する旋回失速と基本的には同じである。

（２）　ＧとＲの翼列間隔がＬ／ｃ＝５程度に大きい場合には、発生する旋回失速は定性的にも定量的にも単独翼列の場合とほぼ完全に一致する。しかし、翼列間隔をＬ／ｃ＝２．０，１．０と小さくするにつれて、同じ流入角において流量変動の振幅、失速セルにおける失速渦の成長の大きさや強さが小さくなる傾向が見られる。そしてこのような翼列間干渉の影響は流入角が大きい場合ほど顕著に現れており、単独翼列で見られたような翼を離れた失速渦が隣の翼の腹面にぶつかるように広がる様子や、失速流路中の激しい逆流などの様子は見られなくなる。

（３）　Ｌ／ｃが小さいほど旋回失速の変動が小さくなる理由は、ＧとＲとの間隔が小さくなるにつれてＲ上流やＲ入口での流れ角の変動振幅が小さくなるため、前縁失速した翼背面で成長する失速渦がより弱くなり、したがってせき止め作用が弱くなるためである。

（４）　同じ翼列間隔であっても、Ｇ出口流出角によって旋回失速の変動の大きさは変化し、α_1＝３０°，０°，－４５°の順でより小さくなる傾向がある。この原因も、ＧとＲとの相互干渉によって、α_1が小さいほどＲ入口における流れ角の振幅が小さくなるためである。

（ｂ）失速セル数に対する翼列間干渉の影響

（５）　失速点付近の流入角において、単独翼列では変動の振幅が非常に小さい成長初期には、短い波長の変動が成長しセル数が増えるが、変動が大きくなるにつれて１セル以外の変動は減衰・消滅し、結局は１セルの旋回失速が伝播するようになる。これに対して失速セル数に対するＧとＲとの翼列間干渉の影響は非常に大きく、変動の振幅が大きくなった後も成長初期に発生した多セルのパターンが成長を続け、最終的にも多セルの旋回失速が安定に伝播し続けることができるようになる。

（６）　同じ翼列間隔であっても、失速セル数はＧ出口流出角α_1の大きさや向きによって変化する。そして特にα_1が負の値の場合に、セル数が多くなる傾向が顕著である。

（７）　α_1によって失速セル数が変化するのは、α_1が小さいほどＧとＲとの相互干渉によってＲ入口における流れ角の変動振幅が小さくなり、多セルが同じ程度に成長することが容易になっていくことが原因と考えられる。

（８）　失速セル数はＬ／ｃに対してほぼ反比例して変化する性質があり、この結果は実験や非線形解析とも良く一致している。そして、例えばα_1＝－４５°の翼列では、翼列間隔Ｌと旋回失速の波長λとの比が、Ｌ／λ＝０．２～０．３程度となるようにセル数が決まってくる。この数字も非線形解析の結果とほぼ一致している。

（９）　単独翼列では流入角が失速点を大きく越えたところでは、失速渦放出の周期性のために失速セルが分裂して、セル数が増加する。これに対してＧ－Ｒ翼列では、失速点付近で既に多セルのパターンへ移行し、一つの失速セルの幅が単独翼列の場合ほど広くならないため、流入角が大きくなったところでも失速セルの分裂現象は起きなくなり、セル数は変化しない。

（ｃ）伝播速度に対する翼列間干渉の影響

（１０）　Ｇ－Ｒ翼列では、失速が１ピッチ隣の翼まで伝わるのに要する伝播時間Ｔはいずれのα_1に対しても、またいずれの流入角β_1に対してもほぼ一定である。これは、翼列間干渉によってＲ入口における流れ角の変動振幅が小さくなり、しかも流入角が大きいほどその効果が強くなるので、β_1に対する失速渦の大きさや成長の速さの変化が小さくなるからであり、またα_1に対するそれらの変化も同様に小さいからと考えられる。

第５章　振動翼列に発生する旋回失速

本論文の第３章で明らかにしたように、旋回失速が発生すると各翼には非常に大きな非定常空気力が周期的に働くようになる。実際の軸流圧縮機の翼列では、このような空気力を受けることによって翼は振動し、ついには疲労破損することが知られている。また、旋回失速の振動数が翼の固有振動数と一致する場合には、共振によって翼は容易に破損に至る。

一方、翼の破損のもうひとつの原因として失速フラッタの現象が重要であるが、この現象に関する理論的研究は、失速した翼列を過る剥離流れの挙動を解析する有効な手段がこれまで無かったために、研究の数は非常に少ない。谷田らのセミアクチュエータディスク理論［73］は、非失速領域から失速領域までを扱うことができるとしているが、翼列流路内の流れ場を取り扱うことはできず、特に失速域における全圧損失などの翼列特性は実験から推定したものを用いざるを得ない。また、失速フラッタで一般に問題になるといわれているねじれモードの振動に適用することが困難であり、さらに曲げモードの振動でも翼間位相差が大きい場合（逆位相に近い場合）には適用が困難であるという問題点もある。翼列流路内の流れをより正確に取り扱おうとすれば、どうしても有限ピッチの翼列理論によらざるを得ない。このような考え方による理論解析が八島［66,67］、西山［75］、Ｓisto［74］らによって行われている。ところが、これらの理論で扱うことができるのは、モデル化が容易な剥離点が前縁に固定された場合に限られており、実際に最も危険とされている静的失速点付近で発生するような失速フラッタを取り扱うことができない。Ｓistoらは、その後、剥離点が翼面上を移動する場合を含めた有限ピッチ理論を提案し、振動平板翼の解析を行った［76］。しかしこの理論にしても、結局は剥離領域について仮定された部分が多く、翼面境界層の非定常な挙動や渦を含む剥離流れの挙動を本格的に扱うことはできなかった。

実験的には、八島ら［66,67］は広い範囲の迎え角について翼型、食い違い角などの影響を調べ、失速フラッタに関する一般的な理解を深めた。しかし、剥離点が大きく前進・後退する場合に個々の翼から放出される剥離渦の挙動の解明や、この渦と失速フラッタの発生機構との関係などを理解するためには、依然として不十分なままであると言うことができる。

以上の失速フラッタの研究では、各翼の周辺の流れ場は翼の振動周期や翼間位相差と同じ周期と同じ位相差で変動しているものと始めから仮定している。しかし、失速した翼列を過る流れの周期的変動の原因は翼の振動だけではなく、旋回失速という流れ自身が持つ自励的な現象も変動の原因となり得ることは、本論文でこれまで考察してきた結果から当然予測されることである。そして、旋回失速による流れの変動の振動数は、失速フラッタが発生するような無次元振動数の範囲と大体重なっている場合が多く、２つの現象の振動数の相互関係が、旋回失速

の性質やフラッタ特性に大きく影響する可能性があると考えられる。本論文では第3～4章において、各翼が剛性支持された翼列（以下では剛翼列と呼ぶ）に発生する旋回失速の現象を主題として考察を行ったのであるが、本章では上記のような点を明らかにするために、解析対象を剛翼列から、各翼が弾性支持された振動する翼列（以下では振動翼列と呼ぶ）に広げて検討を行う。旋回失速伝播時の流れの挙動や翼に働く大きな非定常空気力は、既に明らかなように失速渦や回復渦の挙動によって大きく支配されている。したがって、翼が振動する場合にこれらの渦の挙動がどのような影響を受けるものであるか、そして反対にこれらの渦の放出現象が翼の非定常空気力、さらにはフラッタ特性にどのように関係しているかという点に注目して検討を進める。

振動翼列を過る流れを解析するに当たって、翼の振動条件や流れの流入角など考えるべきパラメータは多いが、本論文では失速フラッタの現象のうち、以下のような場合について考える。まず、流入角は静的失速点付近の流入角を考える。このような流入角において翼が振動する場合には、各翼が失速状態から出入りし、その際、非定常境界層の前縁剥離や再付着およびその応答遅れ、そして放出された剥離渦の挙動など、現象自体が複雑で理論的取扱いが困難な現象を含むために、これまでの研究でも十分な成果が挙げられていないのが現状である。本論文では、このような現象を数値解析という手段をとることによって解明する。また、翼列の失速フラッタでは、ねじれモードおよび曲げモードの１自由度の振動が現れることが知られているが、ねじれモードの方が一応より危険とされており、このような事情を踏まえて本論文でもねじれモードの１自由度振動を取り扱う。ねじれ振動の角振幅については、失速フラッタの発生限界を求めることを主旨とするのであれば、十分に小さい角振幅、例えば片振幅で０．５°ないし１°で振動する時のエネルギー授受の正負について検討するのが良いのかもしれない。これに対して本論文では、まず第一に翼の角振動が失速渦の放出現象、および失速セル数や伝播速度などの旋回失速の諸特性に与える影響に注目しており、その上でフラッタの発生限界との関係を考察することを目的としている。したがって、翼の角振動の影響がある程度明瞭に現れることを期待して角振幅はやや大きめにとり、片振幅を２°とした。もちろん振幅を十分に小さくしていけば、発生する旋回失速は剛翼列の場合の旋回失速により近づいたものに変化する傾向が見られるはずである。

５－１　振動翼列のモデルと数値解析法

５－１－１　翼運動の記述と無次元化

今、各翼がねじれ振動しているとき、図５－１－１に示すように角変位がα（頭上げを正方向とする）の瞬間における翼面上の点Ｐを（x，y）とし、また（$\overline{x}$，$\overline{y}$）を点Ｐの平均位置（$\alpha=0°$の瞬間の位置）、（x_0，y_0）をねじれ中心とし

$$r \equiv \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} \tag{5-1}$$

$$\overline{r} \equiv \begin{pmatrix} \overline{r}_x \\ \overline{r}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{x} - x_0 \\ \overline{y} - y_0 \end{pmatrix} \tag{5-2}$$

$$P(\alpha) \equiv \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \tag{5-3}$$

とおくと、点Ｐは

$$r = P(\alpha)\,\overline{r} \tag{5-4}$$

と表される。点Ｐの移動速度は

$$\partial_t r = \partial_t \alpha\, \partial_\alpha P(\alpha)\,\overline{r} \tag{5-5}$$

$$\text{ただし、}\ \partial_\alpha P(\alpha) \equiv \begin{pmatrix} -\sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & -\sin\alpha \end{pmatrix}$$

また加速度は

$$\partial^2_t r = (\partial_t \alpha)^2 \partial^2_\alpha P(\alpha)\,\overline{r} + \partial^2_t \alpha\, \partial_\alpha P(\alpha)\,\overline{r} \tag{5-6}$$

$$\text{ただし、}\ \partial^2_\alpha P(\alpha) \equiv \begin{pmatrix} -\cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & -\cos\alpha \end{pmatrix}$$

となる。また翼面接線ベクトルおよびその移動速度は

$$dr = P(\alpha)\, d\overline{r} \tag{5-7}$$

$$\partial_t (dr) = \partial_t \alpha\, \partial_\alpha P(\alpha) \cdot d\overline{r} \tag{5-8}$$

となり、翼面法線ベクトル（l，m）についても同様に

$$\begin{pmatrix} l \\ m \end{pmatrix} = P(\alpha) \begin{pmatrix} \overline{l} \\ \overline{m} \end{pmatrix} \qquad (5\text{-}9)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\partial}_t l \\ \dot{\partial}_t m \end{pmatrix} = \dot{\partial}_t \alpha \begin{pmatrix} m \\ -l \end{pmatrix} \qquad (5\text{-}10)$$

と表される。但し、（$\overline{l}$ ，$\overline{m}$）は平均位置における翼面法線ベクトルである。

今、各翼が片振幅α_0、角振動数ω、翼間位相差σでねじれ調和振動する場合には、時刻 t における翼NO. l の角変位α（t）は

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin\theta(t) \qquad (5\text{-}11)$$

ただし、$\theta(t) = \omega t + \sigma(l-1)$

となる。なお本論文では、$\alpha = 0°$ の状態から頭上げする方向を角変位αおよび位相θの正方向とし、また翼間位相差σは背面方向位相進みの場合を正とし、かつ$0 \leq \sigma < 2\pi$（単位はｒａｄ．）とする。

振動に関する諸量も以下のように平均流の速度W_1および翼弦長ｃを用いて無次元化する。

$$\begin{array}{lll} \text{時間} : & t & \rightarrow\ t^{*} = \dfrac{W_1 t}{c} \\[2ex] \text{振動数} : & f = \dfrac{\omega}{2\pi} & \rightarrow\ k = \dfrac{\omega\left(\dfrac{c}{2}\right)}{W_1} = \dfrac{\pi f c}{W_1} \\[2ex] \text{周期} : & \tau = \dfrac{1}{f} & \rightarrow\ \tau^{*} = \dfrac{W_1 \tau}{c} = \dfrac{\pi}{k} \\[2ex] \text{翼間時間差} : & \left\{ \begin{array}{l} \gamma = \dfrac{\sigma}{\omega} \\[2ex] \gamma = \dfrac{2\pi - \sigma}{\omega} \end{array} \right. & \begin{array}{l} \rightarrow\ \gamma^{*} = \dfrac{W_1 \gamma}{c} = \dfrac{\sigma}{2k} \quad (0 \leqq \sigma \leqq \pi) \\[2ex] \rightarrow\ \gamma^{*} = \dfrac{W_1 \gamma}{c} = \dfrac{2\pi - \sigma}{2k} \quad (\pi \leqq \sigma < 2\pi) \end{array} \end{array} \qquad (5\text{-}12)$$

本論文において翼間時間差γとは、隣同士のある２枚の翼のうち位相進みの翼の時刻 t における位相をθ、位相遅れの翼の位相が次にθとなる時刻を$t + \Delta t$とするとき、このΔtのことを指している。したがって、γはσとｋによって変化し、常に$0 \leq \gamma \leq \tau / 2$である。

上記の無次元量を式（５－１１）に適用すると、無次元時間t^{*}における角変位は

$$\alpha(t^{*}) = \alpha_0 \sin[2 k t^{*} + \sigma(l-1)] \qquad (5\text{-}13)$$

と表される。今後は全てこの無次元量を取扱うこととし、混乱は無いので t 、τ、γなどのように（　）*を取り除いて記す。

５－１－２　時間依存格子

本論文では、振動する各翼まわりの計算格子は常に「物体適合（bodyfit）」の性質を保つようにし、翼の振動に合わせて各時間ステップごとに作成する。始めにこの時間依存格子の生成法について述べ、それに関連する解法の剛翼列との相違点について説明する。

（ａ）時間依存格子生成法

本数値解析で用いる計算格子は、楕円型方程式を用いた方法［88］によって作成するが、振動翼列の流れ場を解きながらこの方法で格子を作るのは計算時間や格子作成上の収束性の点で困難が多いので、ここでは角変位$\alpha = 0°$の瞬間の格子（これは第３章で用いたのと同じ格子となる）をもとにして、各瞬間の各翼の角変位αに応じて、各ピッチごとに次のような手順で代数的に作成する。図５－１－２に示すように１ピッチの計算領域をＡ，Ｂ，Ｃの３つの領域に分け

（１）翼面近辺（領域Ａ，$1 \leq j \leq j_1$）は、翼の角振動に応じて相対速度０で変形せずに移動する。

（２）上下流境界、周期境界とその近辺（領域Ｃ，$j_{MAX} \geq j \geq j_2$）は、変形も移動もしない。

（３）両者の中間の領域（領域Ｂ，$j_1 < j < j_2$）では、格子が滑らかにつながるように、変形・移動する。時刻$t = n\Delta t$における格子点位置$r^{(n)}_{i,j}$は内挿によって以下のように求める。

$$r^{(n)}_{i,j} = r^{(0)}_{i,j} + \Delta r^{(n)} \cdot S(j) \qquad (5\text{-}14)$$

ここで　$\Delta r = r^{(n)}_{i,j1} - r^{(0)}_{i,j1}$

$$S(j) = \left(\frac{j_2 - j}{j_2 - j_1}\right)^{p}$$

$$p = 1/2$$

上式のｐの値は、生成される計算格子が滑らかになるように適当に選択した。この方法はねじれ振動の場合だけでなく、曲げ振動の場合にも用いることができる。但し、あまり振幅が大きいと格子の歪み、滑らかさ、大きさなどの点で問題とな

ることも有り得るが、図５－１－３に示すように$\alpha_s = 5^\circ$程度の場合にも適当な格子が作成できることを確認して用いた。

（ｂ）渦点の対流

渦点の対流移動は、物理面での渦点の座標（ｘ，ｙ）と対流速度（ｕ，ｖ）を用いれば、時間依存格子の場合にもそのまま適用することができる。しかし、第２章で述べたように、渦点と計算格子との関係を知るには一般座標系（ξ、η）が便利なので、本章でもこれを用いることにする。時刻$t = (n+1)\varDelta t$における渦点の位置は、$t = n\varDelta t$における渦点の位置とそこでの流速を用いて

$$\begin{pmatrix}\xi\\ \eta\end{pmatrix}^{(n+1)} = \begin{pmatrix}\xi\\ \eta\end{pmatrix}^{(n)} + \varDelta t \begin{pmatrix}\dfrac{D\xi}{Dt}\\ \dfrac{D\eta}{Dt}\end{pmatrix}^{(n)} \tag{5-15}$$

となる。上の式で$\dfrac{D\xi}{Dt}$，$\dfrac{D\eta}{Dt}$（反変速度）はψの微分から知ることができるが、この時、計算格子の時間変化による項が新たに加わる。すなわち、格子が時間的に変化する場合には一般座標（ξ、η）は

$$\xi = \xi(x,\ y,\ t) \tag{5-16}$$
$$\eta = \eta(x,\ y,\ t) \tag{5-17}$$

と表され、反変速度は

$$\frac{D\xi}{Dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u\frac{\partial \xi}{\partial x} + v\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{1}{J}\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \tag{5-18}$$

$$\frac{D\eta}{Dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{J}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \tag{5-19}$$

となる。上式の中で$\dfrac{\partial}{\partial t}$の項については一般に

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{x,y} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\xi,\eta} - \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_{\xi,\eta}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,t} - \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{\xi,\eta}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,t} \tag{5-20}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,t} = \frac{1}{J}\left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\frac{\partial f}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi}\frac{\partial f}{\partial \eta}\right) \tag{5-21}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,t} = \frac{1}{J}\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial f}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta}\frac{\partial f}{\partial \xi}\right) \tag{5-22}$$

であるが、（ξ，η）についてはもっと簡単になり

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)_{x,y} = -\frac{1}{J}\left\{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_{\xi,\eta}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{\xi,\eta}\frac{\partial x}{\partial \eta}\right\} \tag{5-23}$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)_{x,y} = -\frac{1}{J}\left\{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_{\xi,\eta}\frac{\partial y}{\partial \xi} - \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{\xi,\eta}\frac{\partial x}{\partial \xi}\right\} \tag{5-24}$$

である。上の計算に必要な微係数のうちξ方向、及びη方向微分は第２章と同様に求め、また$\partial_t x$、$\partial_t y$は翼運動の式から決定される。

5－1－3　翼面境界条件

（a）ポワソン方程式の解法

始めに、流れ関数ψのポワソンの式の翼面境界条件について述べる。翼面上では流れは常に翼面に沿っており、静止座標系から観ると翼面に垂直な方向（n方向）の流速成分は翼面の移動速度のn成分と等しくなるので、翼面上では

$$\frac{\partial \psi}{\partial s}=-v_n \qquad (v_n：翼面移動速度のn成分、外向き正) \qquad (5\text{-}25)$$

が成り立つ。今、翼後縁での流れ関数の値ψ_{TE}を仮定すると、上式より翼面上の全ての点のψ分布が決まり、これをディリクレ境界条件として用いることができる。翼面に沿う線積分の計算には台形則を用いたが、下式の必要条件は十分に満たされており精度上の問題は特に無い。

$$\oint_w \frac{\partial \psi}{\partial s}ds=-\oint_w v_n ds=0 \qquad (5\text{-}26)$$

計算領域中に翼が2枚以上ある場合には、前述のψ_{TE}をあらかじめ決めることができないので、第2章で述べたのと同様な解の重ね合わせの方法を用いる。このためにまず、次のようなポワソン方程式とラプラス方程式の解を考える。

（1）$\nabla^2 \psi_0=-\zeta$　　(5-27)

（a）上流B．C．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=-\dfrac{\partial \psi}{\partial x}=V_1=const$　　(5-28)

（b）下流B．C．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=\dfrac{\partial \psi}{\partial x}=-V_2^{(n)}=-U_2^{(n-1)}\tan\beta_2^{(n)}$　　(5-29)

（c）周期B．C．　$\psi_u=\psi_l+\Delta\psi$　　(5-30)

$\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_u+\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_l=0$　　(5-31)

（d）翼面B．C．　$\psi_j(s)=-\int_0^s v_n ds+U_1 s\,(j-1)$　　(5-32)

$(j=1\sim M_w)$　　s：ピッチ長

（2）$\nabla^2 \psi_i=0$　　$(i=1\sim M_w)$　　(5-33)

（a）上流B．C．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=0$　　(5-34)

（b）下流B．C．　$\dfrac{\partial \psi}{\partial n}=0$　　(5-35)

（c）周期B．C．　$\psi_u=\psi_l$　　(5-36)

$\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_u+\left.\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right|_l=0$　　(5-37)

（d）翼面B．C．　$\psi_{ij}(s)=\delta_{ij}$　　(5-38)

$(j=1\sim M_w$，δ_{ij}：クロネッカーのデルタ$)$

これらの式の解を次のように重ね合わせることによって、元のポワソン方程式の解を求める。

$$\psi=\psi_0+\sum_{i=1}^{M_w} k_i \psi_i \qquad (5\text{-}39)$$

上式の係数k_i（$i=1\sim M_w$）は、第2章と同様に循環保存の法則の式（2－51）が満たされるように決定する。

（b）境界層外縁速度と剥離域翼面滑り速度

振動翼に固定された動座標上で境界層方程式を考える時、動座標の回転角速度Ωが

$$\Omega \sim U/L \ll U/\delta \qquad (5\text{-}40)$$

の程度の大きさであるとする事により、式のオーダーO（U^2/L）に対して誤差のオーダーはO（$U^2/L\cdot\delta/L$）で、動座標の回転によって生じる見かけの加速度項を無視することができるので［63］、静止した翼面上の境界層方程式と同じ形の式が得られる。本節で計算する翼の無次元振動数の範囲では、式（5－40）の仮定は妥当なものである。

本数値解法では、流れ関数のポアソン方程式は静止座標系で解いており、境界層計算に必要な境界層外縁の位置における流速、および剥離点より下流の翼面における滑り速度は、翼面に沿う方向の流速成分q_sと翼面移動速度の接線方向成分v_sとの差（q_s-v_s）、すなわち翼面に対する相対速度から求めることができる。

（c）圧力の翼面境界条件（ノイマンB．C．）

圧力のポワソン方程式を解くために必要となる翼面上の圧力の法線方向微分$\partial_n p$は、法線方向の運動方程式を考えることによって知ることができる。翼面に接する方向をs、法線方向をnとし、静止座標から観た流速のsおよびn方向成分をq_s、q_nとすると、n方向運動方程式は

$$
\begin{aligned}
-\frac{1}{\rho}\partial_n p = {} & \partial_t q_n + q_s \partial_s q_n - q_n \partial_n q_s - \frac{(q_s^2+q_n^2)}{R_s} \\
& + q_s(l\,\partial_t m - m\,\partial_t l) - (\nu+\nu_t)\,\partial_s \zeta
\end{aligned}
\qquad (5\text{-}41)
$$

となる。ここでR_sは翼面の曲率半径、また（l，m）は法線方向の単位ベクトルである。振動翼列の場合には$\partial_t l \neq 0$，$\partial_t m \neq 0$であり、また翼面上で$q_n \neq 0$である。上式のうち、q_n、$\partial_t q_n$、$\partial_s q_n$、（l，m）、および（$\partial_t l$，$\partial_t m$）は翼の運動の式から知ることができ、またq_s、$\partial_n q_s$、および$(\nu+\nu_t)\partial_s \zeta$は、各時刻の流れ場の解より求められる。$R_s$は時間的に一定である。

5－1－4　計算対象

本章で解析の対象とする翼列は、第３章と同じＮＡＣＡ65CA(30)10翼で構成される$s/c=1$，$\xi=30^\circ$の単独翼列で、各翼はキャンバーライン上の２等分点をねじれ中心として片振幅２°で調和振動するものとする。平均流の流入角は静的失速点のごく近傍の$\beta_1=52^\circ$とする。したがって平均流に対する各翼の迎え角は２０°～２４°の範囲で周期的に変動し、翼は失速領域と非失速領域を交互に出入りすることになる。また無次元振動数ｋは、八島ら［66,67］の失速フラッタの研究成果を参考にし、ｋ＝０．１～０．６の範囲で調べる。

翼間位相差は、$\sigma=0^\circ$，６０°，１２０°，１８０°，２４０°，および３００°という６０°毎の６通りの場合について検討する。本数値解析法では翼列方向に周期境界条件を与えるが、これについては次のように考える。まず、各σについて計算上必要な最小限の翼枚数は、

$$
\begin{aligned}
M_w &= \frac{2\pi}{\sigma} & (0 \leqq \sigma \leqq \pi) \\
M_w &= \frac{2\pi}{2\pi-\sigma} & (\pi \leqq \sigma < 2\pi)
\end{aligned}
\qquad (5\text{-}42)
$$

但し、上式でσの単位はｒａｄ

で表される。本論文では、上式から決まるM_wピッチ分の領域だけを計算領域に含める方法を周期条件（Ｉ）と呼ぶ。この方法は各翼の周りの流れ場は翼の振動周期や翼間位相差と同じ周期と同じ位相差で変動し、M_wピッチを翼列方向の１波長とする流れ場が周期的に繰り返されているとする方法で、失速フラッタの研究で通常用いられてきた考え方である。本論文ではこの方法に加えて、全てのσについて常に６ピッチ分の領域を計算領域とする場合についても検討を行うこととし、この方法を周期条件（II）と呼ぶ。後者のような計算を行う理由は、本論文では、たとえ振動翼列であっても流れ場が翼の振動周期や翼間位相差と無関係に変動する場合、すなわち旋回失速が伝播するような場合が発生し得ると考えているからである。

初期条件としては、全ての場合についてｔ＝０．０において渦無し流れとする。このうち$\sigma=0^\circ$，１２０°，１８０°，および２４０°について周期条件（II）の下で解く場合には、渦無し流れとした上で翼間流路の流量に１％程度の差を与え、十分小さな非対称性を持たせた。これは、本数値解析法は翼列の各ピッチについて対称であるので、厳密に対称な初期条件から計算を開始すると打ち切り誤差や丸め誤差などから流れ場の非対称性が現れるようになるまでには非常に多くの時間ステップを要してしまうからである。

5－1－5　時間ステップの選択

次に計算の時間ステップΔtの選び方について述べる。剛翼列の場合には、時間ステップΔtは格子寸法と渦点の対流速度との関係から決まり、本論文で用いる計算格子の場合には$\Delta t \approx 0.01$程度の大きさが適当である。翼が振動している場合には、この条件に加えて単位時間ステップ当たりの翼面上の各点の変位が、格子寸法に対して十分小さいことが必要と考えられる。今、Δt当たりの翼の角変位の変化は

$$\Delta\alpha = \alpha_0 \cdot \sin(2k\Delta t) \tag{5-43}$$

で表され、Δt当たりの翼面上の点の変位は$\alpha = 0^\circ$の瞬間に前後縁で最大となり

$$\Delta h_{MAX} = \Delta\alpha\,(c/2) = c\,\alpha_0 k \Delta t \tag{5-44}$$

である。仮に$\Delta t = 0.01$とすれば、例えば無次元振動数を$k = 1.0$と大きめに見積もった場合でも$\Delta h_{MAX} = 0.035$％コード程度であるが、これに対して計算格子の寸法は前縁および後縁でΔsおよびΔn＝約0．2％コードであり、したがってΔh_{MAX}は十分に小さいと考えることができる。本論文では上記の検討をもとにし、同時に計算結果の処理の都合上$\Delta t = \pi/288\ (=0.0109)$とした。ちなみに、これによって翼の振動周期に相当する時間ステップ数n_τは、$n_\tau = 288/k$となる。

5－1－6　非定常空気力と励振モーメント

翼列中の翼が

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin 2kt \tag{5-45}$$

で表される調和振動をする時、失速を伴う場合には翼に及ぼされる非定常モーメントは次のように多くの高調波成分を含むものである。

$$M = B_0 + \alpha_0 \sum_{r=1}^{\infty} |\Delta M_r| \sin(2krt + \phi_r)$$

$$= B_0 + \alpha_0 \sum_{r=1}^{\infty} \{Re(M_r)\sin(2krt) + Im(M_r)\cos(2krt)\} \tag{5-46}$$

ここで$|\Delta M_r|$およびϕ_rはそれぞれモーメントのr次成分の振幅および翼の振

動に対する位相差（位相進み正）を表し、また$Re(M_r)$および$Im(M_r)$はモーメントのr次成分の実数部分と虚数部分を表し、それぞれ

$$|\Delta M_r| = \sqrt{Re^2(M_r) + Im^2(M_r)} \tag{5-47}$$

$$\phi_r = \tan^{-1}\left(\frac{Im(M_r)}{Re(M_r)}\right) \tag{5-48}$$

あるいは

$$Re(M_r) = |\Delta M_r| \cos\phi_r \tag{5-49}$$

$$Im(M_r) = |\Delta M_r| \sin\phi_r \tag{5-50}$$

である。フラッタが発生するか否かは、翼が振動の1周期中に流体から受けるエネルギーWの正負によって決まるが、ここで

$$W = \int_{1cycle} M\,d\alpha = \int_0^\tau 2kM\alpha_0\cos(2kt)\,dt$$

$$= 2k\alpha_0 \int_0^\tau [B_0\cos 2kt + \alpha_0 \sum_{r=1}^{\infty} \{Re(M_r)\sin 2krt\cos 2kt$$
$$+ Im(M_r)\cos 2krt\cos 2kt\}]\,dt$$

$$= \pi(\alpha_0)^2 Im(M_1) \tag{5-51}$$

$$= \pi(\alpha_0)^2 |\Delta M_1| \sin\phi_1$$

という関係が成り立つ。したがって、角変位に対するモーメントの基本調波の位相差ϕ_1の値によって正減衰か負減衰かが決まる。

Ｒｅ（Ｍ）も同様な積分を行うことによって求められる。

$$Z \equiv 2k\alpha_0 \int_0^\tau M\sin 2kt\,dt$$

$$= 2k\alpha_0 \int_0^\tau [B_0\sin 2kt + \alpha_0 \sum_{r=1}^{\infty} \{Re(M_r)\sin 2krt\sin 2kt$$
$$+ Im(M_r)\cos 2krt\sin 2kt\}]\,dt$$

$$= \pi(\Delta\alpha)^2 Re(M_1)$$

$$= \pi(\Delta\alpha)^2 |\Delta M_1| \cos\phi_1 \tag{5-52}$$

本数値解析では、各翼の非定常モーメントの時系列データを用いて、上式の時間積分を実行することによって$|\Delta M_1|$、ϕ_1などを求め、これを無次元化された形$Im(C_M)$および$Re(C_M)$で表して整理した。但し、

$$Re\,(C_M)=\frac{Re\,(M_1)}{\frac{1}{2}\rho W_1^{2}c^{2}} \tag{5-53}$$

$$Im\,(C_M)=\frac{Im\,(M_1)}{\frac{1}{2}\rho W_1^{2}c^{2}} \tag{5-54}$$

である。時間積分に際しては台形則を用いた。

5－2　失速フラッタの発生

本節では、振動翼列において失速フラッタが発生する様子を、数値計算によって捉えることを試みる。そして、過去の研究から失速フラッタの現象について既に知られている一般的な知見と本計算結果との比較・検討を行う。計算は翼間位相差σと無次元振動数kの２つのパラメータを変えた場合について行うが、ここではまずσ＝０°，１８０°，及び２４０°の３つの場合を考え、また失速フラッタの問題を考える際に通常行われるように、振動の翼間位相差によって決まる翼列方向の周期性が、流れ場の周期性にも当てはまるものと考え、境界条件として周期条件（１）を用いる。すなわちσ＝０°，１８０°，２４０°についてそれぞれ１枚、２枚、３枚の翼からなる計算領域で計算を行う。なお本章の結果の概要はTable. 3に示されている。

5－2－1　翼振動に伴う周期的失速

（ａ）σ＝０°の場合

図５－２－１～４は、翼間位相差σ＝０°で振動する場合の翼周辺の渦度分布と流線の時間変化の様子を示しており、それぞれ無次元振動数ｋ＝０．１，０．３，０．４８，および０．６の結果（計算例０１，０３～０５）を表している。

まずｋ＝０．３の場合を例として取り上げ，図５－２－２より流れ場の様子を調べる。この場合、翼の振動周期はτ＝１０．４７であり、図は２周期分の様子を位相間隔６０°で示している。ｔ＝２２．７までは、翼背面の境界層はミッドコード付近まで付着しているが、ｔ＝２４．４には前縁剥離した状態に変化している。その後しばらくは前縁剥離した状態が続いているが、ｔ＝２７．９からは再び付着し始めており、ｔ＝３３．２にはミッドコード付近まで再付着が進んでいる。このあとｔ＝３４．９および３８．４には再び背面境界層の前縁剥離と再付着が発生しており、このような現象が周期的に繰り返されていることがわかる。図に示した時間の範囲では、前縁剥離の起きる時刻はｔ＝２３．０とｔ＝３３．５であるが、この時いずれも翼の振動位相はθ＝約７１°、したがって角変位はα＝約１．９°（頭上げが正方向）である。また再付着が始まる時刻は、ｔ＝約２７．５とｔ＝約３８．０で、この時翼の位相はθ＝約２２５°、α＝約－１．４°である。したがって、翼は振動の各周期のうち角変位が増加する途上で前縁剥離し、再び角変位が小さくなるにつれて再付着するようになることがわかる。

４つの無次元振動数のうちｋ＝０．１，０．３，および０．４８の３つの場合には、いずれも翼の振動に応じて背面境界層の前縁剥離と再付着が周期的に繰り返されていることが、図５－２－１～３よりわかる。これに対して無次元振動数がもっと大きいｋ＝０．６の場合には、図５－２－４に示すように、背面境界層

の剥離点は振動の１周期中常に前縁から約２～４％コードの範囲内にあり、ｋ≦０．４８の場合のようにミッドコード付近まで再付着する様子は全く見られなくなる。

（ｂ）σ＝１８０°の場合

次に図５－２－５～８は、σ＝１８０°の翼間位相差で振動するとき、無次元振動数ｋ＝０．１，０．１５，０．２，および０．３のそれぞれの場合（計算例Ｐ１～Ｐ４）の流れ場の様子を表している。この場合には計算領域には翼は２枚含まれている。

図５－２－５のｋ＝０．１の場合を例に考える。この場合、翼の振動周期はτ＝３１．４２であり、また２枚の翼の翼間時間差はγ＝１５．７１である。ｔ＝２６．２には２枚ある翼のうち腹側の翼No. 1は後縁から約１０％程度の上流まで背面境界層が付着しているが、このあとｔ＝２８．８には前縁剥離している。この時翼No. 1の位相はθ＝３３０°であり、翼はちょうど頭上げしている最中である。この前縁剥離の状態はｔ＝３４頃までは続いているが、ｔ＝３６．７には再付着し始め、これよりのち時間の経過とともに次第に後縁側へ移動し、ｔ＝４４．５には隣の翼No. 2が前縁剥離していることがわかる。この時、翼No. 2の位相はθ＝３３０°となっており、上述の翼No. 1とちょうど同じ位相で前縁剥離している。翼No. 2もしばらく後のｔ＝５２．４には再付着し始めており、またｔ＝６２．８には一旦再付着した翼No. 1の背面境界層が再び前縁剥離している様子が見られ、上述の一連の現象が周期的に繰り返されていることを示している。

図５－２－６～８の同様な観察により、ｋ＝０．１～０．３の４つの無次元振動数の場合には、上と同様に背面境界層の前縁剥離と再付着が翼の振動に応じて周期的に、かつ２枚の翼で交互に繰り返されていることがわかる。σ＝１８０°の場合、上述の比較的狭い無次元振動数の範囲では、（σ，ｋ）＝（０°，０．６）の場合のように振動の１周期中常に剥離点が前縁付近に固定されてしまうという現象は発生しない。

（ｃ）σ＝２４０°の場合

図５－２－９～１０は、σ＝２４０°についてｋ＝０．１５および０．２とした場合の流れ場の様子を表している（計算例Ｑ１～Ｑ２）。ここでは図５－２－１０に示されたｋ＝０．２の場合を例として考える。この場合、翼の振動周期はτ＝１５．７１であり、また背面側の翼ほど翼間時間差γ＝５．２４の分だけ遅れて振動している。

ｔ＝２０．９には３枚の翼のうち翼No. 1で前縁剥離が起きているのに対して、翼No. 2は前縁から約５０％コード付近まで付着し、翼No. 3は約２０％コードまで付着している。このとき前縁失速している翼No. 1の位相はθ＝１２０°となっている。このあと翼No. 2，No. 3とも時間の経過とともに再付着が進み、ｔ＝２４．９には翼No. 3は前縁から約５０％コードまで、翼No. 2は前縁から約７５％コードまで剥離点が後退している。ところがｔ＝２６．２には一旦再付着した翼No. 2の背面境界層が急激に前縁剥離し、反対に翼No. 1は再付着し始めていることがわかる。ちょうど上述のｔ＝２０．９に見られた翼No. 1の前縁剥離の現象が、一つ背面側の翼No. 2に移っているという様相を示しているが、このとき翼No. 2の位相はθ＝１２０°であり、ｔ＝２０．９における翼No. 1の位相とちょうど等しくなっている。これよりのち上述の過程と同様な過程を経て、ｔ＝３１．４には翼No. 3、ｔ＝３６．７には再び翼No. 1というように、各翼はその位相がθ＝１２０°になるたびに前縁失速していることがわかる。そしてｔ＝２０．９とｔ＝３６．７とでは、翼周辺の渦度分布や流線の様子は非常に良く一致しており、流れ場は翼の振動周期とちょうど等しい周期τ＝１５．７で周期的に変動し、またこの間に流れ場の変動は振動の翼間時間差γ＝５．２４とちょうど等しい時間差で、一つずつ背面側のピッチに伝わっているということができる。ｋ＝０．１５の場合にも、流れ場の変動の周期や隣接翼間の時間差は当然異なるが、定性的にはｋ＝０．２の場合とほぼ同様な流れ場が得られている。

上で示した３つの翼間位相差の結果から（σ，ｋ）＝（０°，０．６）の場合を除いた全ての場合に、それぞれの翼の角変位が増加していく途中の位相や角変位が最大となる前後の位相で背面境界層が急激に前縁剥離し、反対に角変位が小さくなるにつれて次第に再付着するという現象が発生しており、翼列中の各翼が一定の周期と一定の翼間位相差で角振動するのに応じて、この翼列を通る流れ場もこれと同じ周期で変動し、同じ位相速度で翼列方向に伝播しているということが明らかとなった。

５－２－２　翼面非定常圧力分布と空気力・モーメントの変動

（ａ）非定常圧力特性

図５－２－１１～１４は、σ＝０°、１８０°，及び２４０°について、翼面上の非定常圧力が振動の１周期に示す変動の様子を表したものである。横軸は翼の振動の位相θを表し、縦軸は圧力係数Ｃｐ（θ）で、負圧方向を上向きにとっている。このＣｐ（θ）は、翼面上の格子点の位置ｘ／ｃに応じて原点を下側にずらして示されており、ｘ／ｃ＝－０．５が前縁、ｘ／ｃ＝０．５が後縁に対応している。図５－２－１１は、σ＝０°についてｋ＝０．１～０．６の４つの場合の翼背面の非定常圧力波形を示しており、また図５－２－１２（ａ）（ｂ）は（σ，ｋ）＝（１８０°，０．２）の場合について腹面と背面の非定常圧力波形を、同図（ｃ）（ｄ）は非定常圧力分布を表している。また図５－２－１３，１４は（σ，ｋ）＝（２４０°，０．１５）と（２４０°，０．２）について腹面と背面の非定常圧力波形を示している。なお図５－２－１２～１４は２つあるいは３つある翼のうち最も腹側の翼No.１の非定常圧力を示しており、横軸の位相はこの翼No.１の位相θである。また、Ｃｐ（θ）は振動の数周期間平均した値を示している。

ここでは図５－２－１２の（σ，ｋ）＝（１８０°，０．２）の場合を例として考える。図（ａ）（ｂ）の圧力波形によると、θ＝２７０°を少し過ぎた位相から翼の角変位が増加するにつれて前縁の静圧（図では点線で表されている）は負圧が強くなっていくが、θ＝約３０°でＣｐ＝約－３．０に達する高いピークを示し、その後は再び静圧が上昇している。前縁で最初に発生したこの負圧のピークの位置は、図（ｂ）中の右下がりの直線に沿って移動しており、角振動の位相が進むにつれて負圧ピークの位置が後縁側へ移動していることがわかる。負圧のピークの高さは前縁から離れるに従って一旦は減衰しているが、後縁近くまで達したθ＝約１２０°には再びピークが高くなっており、その後は上流方向に少しだけ移動している様子が見られる。このピークは翼腹面の後縁にも表れており、その影響がピーク高さは非常に低いもののほぼ瞬間的に腹面に沿って上流方向に伝播している。

図（ｃ）（ｄ）の圧力分布によると、負圧のピークが前縁で発生する直前のθ＝約２０°に、翼背面境界層が後縁付近まで付着した状態から一気に前縁剥離しており、また後縁付近で負圧のピークが強くなった位相よりしばらく後のθ＝約１５０°から再付着し始め、θ＝３６０°には再び後縁付近まで剥離点が後退していることがわかる。

図５－２－１５は、同じ（σ，ｋ）＝（１８０°，０．２）について、角振動の１周期中の翼周辺の渦度分布と静圧分布の変化の様子を、位相間隔３０°毎に示したものである。θ＝０°において翼No.１の背面境界層が後縁から約３０％コ

ード付近まで付着した状態からθ＝３０°には前縁剥離し、これよりのち前縁剥離点から放出された時計方向の渦度が翼No.１の背面に捕まるようにして成長し、θ＝９０°には翼背面全体を覆うまでに成長した失速渦が見られる。また、θ＝１２０°には後縁において腹側から放出された反時計方向の渦度がわずかに背面側に回り込み始め、この渦度は回復渦に成長した後、θ＝１５０°には既に翼から放出された失速渦に続いて下流に放出されている。そしてθ＝１８０°には剥離点が前縁より僅かに下流まで後退しており、その後位相が進むにつれて次第に失速から回復し、θ＝３３０°にはほぼ完全に非失速状態になっていることがわかる。

図５－２－１２の翼面非定常圧力に現れている負圧のピークの位相および位置と、図５－２－１５の流れ場を比較することにより、負圧のピークは失速渦の負圧の中心に対応する点で現れており、失速渦が成長しながら下流方向に広がるにしたがってこの負圧のピークの位置も翼面に沿って下流へ移動していることがわかる。また、後縁で再びピークが大きくなるのは、失速渦が翼を離れ始めたのち直ちに回復渦が成長するためである。図５－２－１３～１４に示されている（σ，ｋ）＝（２４０°，０．１５）および（２４０°，０．２）の場合にも、角変位の増加にともなって翼が前縁失速したのち失速渦と回復渦の放出現象が発生する様子や、これによって生じる翼面上の負圧のピークなどの変動パターンは、σ＝１８０°の場合と基本的に同様なものである。そしてまた、この様子は、既に本論文の第３章で明らかにした剛翼列に発生する旋回失速において見られる現象とほとんど同様であると考えられる。

最後に図５－２－１１のσ＝０°について考えると、ｋ＝０．１，０．３，および０．４８の場合には、翼の角変位が増加するにつれて前縁付近のＣｐは負圧が強くなり、前縁剥離時にピークに達し、その後はＣｐが再び上昇している。そして、その少し後からピークの高さはやや小さいが、翼背面上を前縁から後縁に向かって負圧のピークが移動し、後縁付近まで移動したところでピークの高さが再び大きくなっている様子が見られる。前述の図５－２－１～３によれば、σ＝０°の場合には、前縁失速後に成長する失速渦や回復渦は、σ＝１８０°や２４０°の場合に比べると非常に弱いものであるため、これに対応する負圧のピークの高さも小さいが、このような定量的な相違を別にすれば、前縁で最初に発生し翼背面を成長しながら後縁方向に広がっていくという失速渦の挙動や、それに続いて後縁で成長する回復渦の挙動は、σ＝１８０°や２４０°の場合と基本的には変わらないことが示されていると考えられる。

これに対して無次元振動数がもっと大きいｋ＝０．６では、前縁付近での急激な圧力変化や翼面に沿って移動する負圧のピークはほとんど認められない。この違いは、ｋ＝０．６では背面境界層の剥離点は振動の１周期中常に前縁付近に固定され、再付着はほとんど見られなくなり、前縁剥離点から放出された時計方向の渦度は顕著な失速渦にまで成長しないまま下流に流されてしまうため、失速渦による負圧が翼背面に沿って移動するという明瞭な挙動が起きないことによるものと考えられる。

剛翼列では、流れ場の翼列方向の波長を１ピッチ１波長に強制した場合には、翼背面境界層の剥離点が前縁に固定されたほぼ定常的な流れ場に収束していた。そして、この場合失速渦が周期的に成長し放出されるという現象は全く見られず、前縁および後縁の剥離点から放出された互いに反対向きの渦度が定常的に下流に流されていた。これに対して$\sigma=0^\circ$で振動する翼列の場合、$k\leq 0.48$と比較的小さな無次元振動数の範囲では、たとえ１ピッチ１波長を強制しても、翼が振動する度に前縁剥離と再付着が周期的に繰り返され、剥離点から放出される渦度は失速渦や回復渦に成長するようになり、翼面上の圧力の変動パターンには定量的には弱いものであるが、定性的には旋回失速の場合と同様な負圧のピークが現れるようになる。同じ$\sigma=0^\circ$の振動翼列でも$k=0.6$と無次元振動数が大きくなると、剥離点が前縁に固定され、失速渦や回復渦の放出現象は見られなくなり、定性的には剛翼列の場合の流れ場に良く似た流れ場となっている。

（ｂ）非定常空気力とモーメント

図５－２－１６～２４は、各翼にかかるねじれ中心回りのモーメント係数C_M（時計方向正）、翼弦垂直方向の空気力係数C_N（背面方向正）、および翼弦方向空気力係数C_T（後縁方向正）の時間変動を、前述のσ毎に異なるkで比較した形で表している。図中に矢印で示した無次元時間が翼の振動周期に相当する。

これらの図からまずわかることは、いずれの場合にもC_MやC_NおよびC_Tは、良好な周期的変動を示しており、その周期は翼の振動周期とほぼ等しくなっていることである。また$\sigma=180^\circ$や240°の場合には、各翼の変動波形の時間的なズレは翼振動の翼間時間差とほぼ等しくなっており、したがって各翼それぞれの位相に対して相対的に見ればモーメントや空気力の変動はどの翼でもほぼ等しくなっているということができる。また翼が調和振動しているのに対して、C_M, C_N, およびC_Tはかなり非線形な波形を示していることがわかる。

ここで前項（ｄ）と同じ$(\sigma, k)=(180^\circ, 0.2)$の場合を例にとって図５－２－１５に示した流れ場の様子と比較し、上記のような変動が生じる原因を調べる。$(180^\circ, 0.2)$に対応する図は、図５－２－１９～２１の右上の図である。

$t=$約11.8から翼No.１が頭上げ過程に入るようになると、翼No.１のC_M、C_N、およびC_Tはいずれも増加し始め、翼No.１の位相が$\theta=0^\circ$を少し過ぎた$t=$約16.1には、まずC_Mが正のピークに、またC_Tが負のピーク（図では上向きが負の方向）に達している。この時刻は翼No.１で前縁剥離が発生した時刻とほぼ同じで、その直後の$t=17.0$の圧力場の図によると、翼No.１の背面の前縁付近には成長を始めた失速渦による強い負圧領域が現れており、このような負圧が翼前縁に働くためにC_MやC_Tがピークを示していると考えられる。一方、C_Nの正のピークは、C_MやC_Tのピークより少し遅れて$t=$約19.5に発生しているが、これは、C_Nのピークは失速渦が翼背面全体を覆うほどに成長し、この渦の負

圧が翼面全体にかかるようになった時に発生するからである。失速渦が成長しながら翼No.１の背面に広がるにつれて失速渦の負圧の中心が前縁から次第に後縁側に移動するため、空気力の着力点も後縁方向に移動し、C_Nのピークが現れる$t=19.5$には着力点は前縁から約４５％コード位置にあり、このためこの頃にはC_Mは既に減少し始め、またC_Tは増加し始めている。このあとC_Tは$t=$約21.5に正のピークに達し、またC_Mは$t=$約22.0に負のピークに達するが、流れ場との比較により、これらのピークは翼No.１の後縁で回復渦が大きく成長し、そこに強い負圧が働くために生じていることがわかる。一方、C_Nは$t=19.5$のピークの後徐々に減少し、翼No.１の角変位が最も小さくなった$t=$約27.5に最小値となっている。

結局、振動翼列では、翼が失速に出入りするたびに失速渦と回復渦が発生・成長することによって負圧のピークが翼面を移動し、翼面の圧力に大きな変動と翼面上の各点間の変動に位相差が生じるため、翼にかかるモーメントや空気力が上述のように変動するようになることが明らかとなった。このようなモーメントおよび空気力の変動と失速渦や回復渦の挙動との関係は、翼間位相差や無次元振動数によって細部には若干の違いがあるものの、$(\sigma, k)=(0^\circ, 0.6)$の場合を除いて本節で取り上げた全ての場合について当てはまることである。

$(0^\circ, 0.6)$の場合には、C_M、C_N、およびC_Tの振幅は同じ$\sigma=0^\circ$の$k=0.1\sim0.48$と比べても非常に小さくなっているが、これは、この場合翼は常に前縁失速の状態にあって、翼背面では失速渦や回復渦の明瞭な成長・放出の現象は発生せず、他の場合のような大きな負圧が翼面に周期的に働くという現象が起きなくなるからである。

5－2－3　励振モーメントの変化とフラッタ限界

（a）励振モーメント

図5－2－25は、本節で調べた各（σ，k）について、5－1節で述べた方法により算出した励振モーメント$\mathrm{Im}(C_M)$の値を表している。図はσをパラメータとして、$\mathrm{Im}(C_M)$がkに対して変化する様子を表している。$\mathrm{Im}(C_M) > 0$の領域が負減衰領域で失速フラッタが発生し、$\mathrm{Im}(C_M) < 0$の領域が正減衰で安定である。

まず$\sigma = 180^\circ$の場合について調べると、$k = 0.3$では$\mathrm{Im}(C_M) = -0.3$で正減衰であるが、無次元振動数が$k = 0.2$に小さくなると符号が変わり、非常に大きな正の励振モーメントが働くようになることがわかる。励振モーメントの大きさは$k = 0.15$で最も大きく、$\mathrm{Im}(C_M) = 2.3$となっている。$k = 0.1$では励振モーメントは再び小さくなるが、この場合にも$\mathrm{Im}(C_M) = 0.23$と、やはり負減衰領域に入っている。このようにkが小さくなるとある限界以下で正減衰から負減衰に変化するという性質は、$\sigma = 240^\circ$の場合にも同様に現れており、$k = 0.2$では$\mathrm{Im}(C_M) = -0.34$であるのに対して、少し小さい$k = 0.15$では急激に増加し、$\mathrm{Im}(C_M) = 1.44$となっている。

一方、$\sigma = 0^\circ$の場合には$k = 0.1 \sim 0.6$の全ての場合に負減衰の領域（$\mathrm{Im}(C_M) > 0$）に入っている。但し、この場合にも、$k = 0.48$や0.6といった比較的大きな無次元振動数では、負減衰とは言っても$\mathrm{Im}(C_M)$の絶対値は非常に小さく、翼が流体から受ける励振仕事は非常に弱いのに対して、$k = 0.1 \sim 0.3$の範囲では$\mathrm{Im}(C_M) = 1.0$前後と比較的大きく、励振が強くなっているということができる。

以上から、定性的な傾向として、kが小さくなるに従って正減衰から負減衰に変化し、励振モーメントは急激に増加することがわかった。この$\mathrm{Im}(C_M) = 0$となるkが、平均流の流入角β_1が一定のときの、失速フラッタの発生する限界の無次元振動数である。以下ではこのkをk_{cr}とする。なお、$k = 0.0$の場合には翼は振動していないので$\mathrm{Im}(C_M) = 0$となるはずであり、kが小さくなるにつれて一旦増加した励振モーメントはピークに達した後、再び減衰するはずである。$\sigma = 180^\circ$や0°の場合にはこの傾向が図5－2－25に表れている。

この図5－2－25からわかるもう一つの重要な性質は、上述のk_{cr}が翼間位相差が$\sigma = 240^\circ \rightarrow 180^\circ \rightarrow 0^\circ$と小さくなるにつれて、kの大きい方に移動する傾向があるということである。このことは、翼間位相差σを$0^\circ \leq \sigma < 360^\circ$として表すとき、$\sigma$が小さい場合の方が遅い流速で失速フラッタが発生することを示しており、この意味でσが小さい方が失速フラッタが発生し易いと考えることができる。ただし、負減衰領域における$\mathrm{Im}(C_M)$のピーク値を比較すると、$\sigma = 180^\circ$の方が$\sigma = 0^\circ$の場合よりも大きくなっており、強い励振仕事が働くことを示している。

図5－2－26は前述した八島ら[67]による振動翼列の実験の結果から、励振モーメントがkに対して変化する様子を表したものである。なお、八島らは無次元振動数の定義の際には長さの基準に翼弦長cを用いており、$k = \omega c / W_1$としているから、同図の横軸のkは本論文のk（半翼弦長$c/2$を基準としている）の2倍の値となっている。この図によると、全てのσにおいてkが小さくなるとある限界k_{cr}で正減衰から負減衰に変化する様子、$k = k_{cr}$と$k = 0.0$との間で$\mathrm{Im}(C_M)$の値が正のピークを示す様子、$\sigma = 0^\circ$の場合には$\mathrm{Im}(C_M)$のピーク高さは比較的低いのに対して、$\sigma = 180^\circ$では非常に大きくなっている様子、k_{cr}はσが小さい方が大きくなる傾向など、本数値解析の結果と非常によく一致している。またk_{cr}の値や$\mathrm{Im}(C_M)$の値など定量的な面でも、実験精度を考えれば比較的よく合っているということができる。

（b）非定常モーメントループ

次にモーメントの変化の様子を角変位に対する位相の関係から調べる。図5－2－27～29は、モーメント係数C_Mが翼の角変位αに対して変化する様子を、各σについて異なるkで比較した形で示している。各図は振動の数周期間平均した結果を示しており、また$\sigma = 180^\circ$や240°については翼No. 1のC_Mを表しているが、今の場合には、前述したようにC_Mの変化はどの翼でもほとんど等しくなっている。図中の矢印は翼振動につれてループの回る方向を示しているが、5－1節で述べたようにC_Mのループが囲む領域の面積は$\mathrm{Im}(C_M)$に比例しており、またループの向きが時計回りの場合が$\mathrm{Im}(C_M) > 0$で負減衰、反時計回りの場合が$\mathrm{Im}(C_M) < 0$で正減衰である。

$\sigma = 180^\circ$の場合を例にとって調べると、$k = 0.3$の場合にはC_Mは$\alpha < 0$の領域では時計回りのループを描いているが、$\alpha > 0$では反時計回りのループを示している。ループの囲む面積は反時計回りの方が大きく、全体としては$\mathrm{Im}(C_M)$ $0 <$となっており、このため$k = 0.3$では正減衰となる。しかし、これより少し小さな無次元振動数$k = 0.15$や0.2では時計回りの非常に大きなループを描いており、大きな正の励振モーメントが働いていることがわかる。さらに小さな$k = 0.1$の場合には、やや複雑な形のループを描いているが、全体としては時計回りのループの面積の方が大きくなっている。しかし、その面積は$k = 0.15$や0.2に比べれば非常に小さくなっていて、この場合の励振モーメントは非常に小さいことがわかる。以上の様にC_Mのループが回る方向やループの囲む面積がkによって変化する様子は、$\sigma = 0^\circ$や240°の場合にも定性的にはほぼ同様にみられるものである。

$\sigma = 180^\circ$の場合に$k = 0.15$や0.2で大きな時計回りのループが表れる理由は、翼の角変位αが最大値、すなわち$\alpha = +2^\circ$になる以前にC_Mが最大となり、$\alpha = 2^\circ$となった時にはC_Mは既に急激な減小段階に入っているためである。これに対して$k = 0.3$の場合には、C_Mが最大となるのは$\alpha = 2^\circ$となる時とほ

とんど一致しており、その前後の位相では頭上げ時のC_Mよりも頭下げ時のC_Mの方が若干大きくなっているために、反時計回りのループが描かれるようになる。このような傾向はσ＝２４０°の場合（図５－２－２９）にはもっと明瞭に現れており、ｋ＝０．１５の時には頭上げ時のα＝約０．５°（θ＝約１４°）でC_Mが最大となっているのに対して、ｋ＝０．２では頭下げに入った後のα＝約１．７（θ＝約１２２°）で最大となっていることがわかる。したがって、正減衰となるか負減衰となるかの相違は、C_Mのピークが翼の角変位αに対して位相進みで発生するか位相遅れで発生するかという相違によって生じるということができる。

（ｃ）前縁失速の位相

５－２－２項の考察によると、C_Mのピークは翼が前縁失速した時に発生することがわかっている。そこで、翼の前縁失速の起きる位相がσやｋによって変化する様子を調べる。

図５－２－３０は、前縁剥離が発生してから再付着し始めるまでの位相θ_{SEP}を各無次元振動数について示したものである。θ_{SEP}は全ての翼について振動の数周期間平均した値を表しており、例えば（σ，ｋ）＝（０°，０．１）の場合にはθ_{SEP}＝約４５°～１８０°であるが、これは急激な前縁剥離がθ＝約４５°で発生し、θ＝約１８０°で再付着を開始することを表している。この図より、ｋが大きいほど前縁剥離の起きる位相も再付着する位相も遅れる傾向があるが、同時に翼が前縁失速している期間が角振動の１周期に占める割合が長くなる傾向があることがわかる。

第２章で述べた剛翼列の定常特性から、この翼列は流入角β_1＝５２°と５３°の間で前縁失速に至ることがわかっており、したがって静的には角変位がα＝１°、位相にするとθ＝３０°の時には既に失速領域に入っている。これに対してσ＝０°の場合には、いずれの無次元振動数でも前縁失速の位相は静的失速点より遅れている。これは翼面境界層の変化が角変位に対して動的応答の遅れを持っていることによるものと考えられる。またこの図から無次元振動数が大きくなるにつれて、前縁剥離の位相が遅れる量より再付着の位相が遅れる量の方が大きくなっていくことがわかる。無次元振動数が大きいほど、前縁失速している期間が一周期中でより長い割合を占めるようになるのはこの理由によるものということができる。

σ＝１８０°の場合にも、前縁剥離の起きる位相がｋの大きいほど遅れる傾向はσ＝０°の場合と同じである。逆に、ｋを一定にしてσに対する変化を見ると、ｋ＝０．１ではσ＝１８０°の方がσ＝０°のときより約８０°位相が進んでいるのに対して、ｋ＝０．３では反対に約８０°も位相が遅れている。したがって、σ＝１８０°の方が、同じ無次元振動数の変化に対して位相の変化が大きいことになる。また、特に（σ，ｋ）＝（１８０°，０．１）の場合には、翼の角変位

αがまだ負で、静的には非失速領域にあるθ＝約３２５°において前縁剥離し、そして角変位が最大になるよりも前のθ＝５０°で再付着が開始される点が注目される。σ＝２４０°の場合にも、ｋが大きいほど前縁剥離の位相が遅れる傾向はσ＝０°や１８０°の場合と同じであるが、同じｋ＝０．２で比べると、σ＝０°と１８０°のいずれの場合よりも位相が遅れており、またｋに対する位相の変化量は３つの翼間位相差の中で最大となっている。

以上より、無次元振動数が小さくなるにつれてC_Mループの方向が反時計まわりから時計回りに変化していたのは、主として翼の前縁失速の位相が進むためであることが明らかとなった。すなわち、ここで考えているように前縁失速型の失速形態の翼から成る翼列が失速点付近で作動する場合、失速フラッタが発生するか否かは翼の前縁失速の起きる位相によって決まり、そしてこの位相は翼間位相差や無次元振動数によって変化するものであることがわかった。

これまでの本節の検討により、振動翼列を過る失速流れの様子を数値解析によって捉え、翼の振動に応じて生じるモーメントや空気力などの変動の様子を調べて、その要因となる前縁剥離の挙動を明らかにすることができた。しかしながらこれだけではまだ、例えばσ＝１８０°でｋ≦０．１５の場合に各翼が静的失速角以下に相当する位相で前縁失速する理由が説明できないなど、まだいくつかの解明すべき問題点があることもわかった。次節以降ではこれらの点を調べていく。

５－３　振動翼列に発生する旋回失速と翼振動による同期・引き込み現象

前節で考えた翼間位相差と無次元振動数の範囲では、（σ，ｋ）＝（０°，０．６）の場合を除いた全ての場合において、翼は角振動に応じて周期的に失速と非失速を繰り返し、翼面非定常圧力や翼に働く非定常空気力などの諸量も良好な周期性を示して変化していることが明らかにされた。しかしながら上記の（σ，ｋ）の範囲は、失速フラッタの現象に関して通常問題とされる０°≦σ≦３６０°，０≦ｋ≦０．６という範囲に比べるとやや狭く、したがって次の段階として、前節以外のσやｋの範囲ではどうなっているかを調べる必要がある。本節では、まず１８０°≦σ≦３６０°の翼間位相差について無次元振動数の範囲を広げ、流れの現象を議論する。次に無次元振動数の範囲を０°＜σ＜１８０°に広げ、上の範囲と比較しながら（σ，ｋ）による変化の全体の様子を明らかにする。

５－３－１　非周期的な失速の発生

（ａ）σ＝１８０°の場合

前節で明らかにしたように、σ＝１８０°の場合ｋ≦０．３の範囲では良好な周期的変動が得られたが、同じσ＝１８０°でｋがもう少し大きい場合にも、同様に失速と非失速が周期的に繰り返されるかというと、必ずしもそうではないことを次に示す。

図５－３－１は、ｋ＝０．４の場合の各翼のモーメント係数C_M、角変位α、および各翼間流路を通る流量$\Delta\phi$についてｔ＝０．０～４７．１までの６周期分の時間変動を示している。また図５－３－２は、このうちｔ＝１５．７～４５．８までの４周期の渦度分布を位相間隔６０°毎に表している。この場合、振動周期はτ＝７．８５、翼間時間差はγ＝３．９３である。

まず図５－３－２からわかる特徴的な現象は、ｋ＝０．４と大きくなると、角振動の１周期中翼が一度も前縁失速しない場合が間欠的に発生するようになるということである。例えば、ｔ＝２７．５～３５．３の１周期で翼No.２は一度も前縁失速しておらず、またｔ＝３９．３～４５．８の１周期中で翼No.１は一度も前縁失速してない。そして図５－３－１によると、各翼のモーメントは、前縁失速の起きる振動周期には前縁失速とほぼ同時にC_M＝約０．２に達するピークを示しているが、反対に前縁失速の起きない振動周期にはこのような大きなピークを全く示さなくなり、その結果、この前後でモーメントの変動の周期性が大きく乱れていることがわかる。

（ｂ）σ＝２４０°の場合

次にσ＝２４０°の場合に前節の無次元振動数の範囲（ｋ≦０．２）よりもう少し大きなｋで振動する場合を調べる。図５－３－３はｋ＝０．３の場合について、ｔ＝０～６２．８までの６周期のモーメント変動、角変位、及び流量変動を示しており、また図５－３－４はこのうちｔ＝２０．９～４１．０の２周期の渦度分布を位相間隔３０°で示している。図５－３－３のうち角変位を表す２つの図には、３枚のそれぞれの翼が前縁失速している時間帯が太線で表されている。なおこの場合、振動周期はτ＝１０．４７、翼間時間差はγ＝３．４９である。

これらの図によると、前縁失速はもはやｋ＝０．１５や０．２の場合のように周期的には発生していないことがわかる。例えば、ｔ＝１５．４～２９．１の期間には翼No.２→３→１の順に前縁失速するが、その後全ての翼が一旦非失速状態に回復し、その状態がしばらくの間続いている。そしてｔ＝３５．０には再び翼No.２が前縁失速し、その後ｔ＝５０．７までに翼No.２→３→１の順に前縁失速が伝播している。すなわち、ある期間のみ前縁失速が腹側の翼から背面側の翼へ順に伝播し、そのあと一旦全ての翼が非失速状態に戻るという過程が繰り返されていることが明らかとなった。全ての翼が非失速状態となる流れ場は翼が約１／２周期振動する間続いているが、３つの翼の中にはこの前後で１周期振動する間に一度も前縁失速しない翼があることもわかる。

図５－３－３によると、前縁失速が起きている期間には各翼のモーメントの変動の振幅は大きく、C_Mの正のピークの値は約０．１７～０．２５に達しているが、これに比べて非失速状態の時には振幅が非常に小さく、また翼毎のC_Mの値の差も小さくなっており、その結果このｋ＝０．３の場合には、モーメント変動の周期性は非常に乱れている。

図５－３－５は、ｔ＝２０．９～６２．８までの４周期について、No.１～３の各翼の背面における非定常圧力の時間変動を表している。横軸は無次元時間を表し、振動周期はτ＝１０．４７であるから、横軸の２目盛りが角振動の１周期に相当する。図５－２－１４で示したように、ｋ≦０．２の場合には翼が前縁失速すると翼背面で発生した失速渦が成長しながら広がるようになるため、翼背面の非定常圧力波形には大きな負圧のピークが翼面に沿って移動する様子が表れていた。ｋ＝０．３の場合にも、例えば翼No.１では、ｔ＝約２６，約４６，および約５５に前縁で発生した負圧のピークが後縁方向に伝播している様子が見られる。ところが同じ翼No.１において、ｔ＝約３４前後には、上の３つの負圧ピークとはやや形状の異なった比較的なだらかな負圧のピーク（図中にUnstalledと記してある所）が前縁付近に現れているが、このピークは前縁付近の各点でほぼ同時に発生しており、また上述の３つの大きな負圧のピークのように時間とともに後縁側に移動する様子はみられない。ちょうどこの時期に翼No.１は、角変位が大きくなるにもかかわらず背面境界層が前縁剥離に到らず、そのまま頭下げ過程に移行しており、失速渦の負圧が翼背面に沿って移動するという現象は起きないが、頭上

げによって一旦淀み点が前縁より少し腹側へ移動するため、前縁付近にのみ負圧のなだらかなピークが現れるものと考えられる。図５－３－３に示したモーメント変動の図において、ちょうど t ＝３４頃に翼No.１のモーメントのピークが C_M ＝約０．１５程度の比較的小さなものとなっているのは、このためである。なお、図５－３－５のうち翼No.２の場合には、上述の非失速状態のまま頭上げするために生じるなだらかな負圧のピーク自体もあまり明瞭に現れていない。この理由は後の考察から明らかとなるが、角変位が他の翼と同じ大きさだけ増加しても、実際には腹側流路No.１における失速流れの影響により、この翼No.２に相対的な流れの迎え角が他の翼の場合のように増加せず、前縁の淀み点が腹側にあまり移動しないことによるものである。

上述の（σ，ｋ）＝（１８０°，０．４）および（２４０°，０．３）の２つの場合のように、翼の前縁失速が非周期的に発生するという現象は、同じσ＝１８０°や２４０°であっても、無次元振動数が小さい範囲では見られなかった現象である。すなわち、無次元振動数によっては、翼の失速現象が翼振動に応じて周期的に発生すると始めから仮定することはできないことが本数値解析によって明らかとなった。

５－３－２　旋回失速の発生

前項に続いて、（σ，ｋ）の組み合わせによっては、前述の現象とはさらに異なった非常に特徴的な現象が発生する場合があることを次に述べる。

（ａ）σ＝２４０°の場合

計算例Ｑ４は、Ｑ１～Ｑ３と同じσ＝２４０°の位相差であるが、前項のｋ＝０．４より更に大きいｋ＝０．６の場合の結果で、図５－３－６は、t ＝０～３６．７までの７周期分のモーメント変動と角変位、および流量変動の様子を表している。この場合、振動周期はτ＝５．２４、翼間時間差はγ＝１．７５である。

同図によると計算開始後 t ＝約５．０までは、翼に働くモーメントは、翼No.３→No.１→No.２の順番で角変位が大きくなるたびに正のピーク（頭上げ正）を示している。しかしそれより後この順番は乱れ始め、やや複雑に変動する様相を示す様になるが、t ＝１６前後には翼No.３のモーメントが他の翼に比べて非常に大きくなり、その後 t ＝約２３～２７には翼No.１、続いて t ＝約３０～３５には翼No.２というように、腹側の翼から背面側の翼へと順にモーメントの正のピークが発生していることがわかる。このようなモーメントのピークが隣の翼に移るのに要する時間は若干のばらつきはあるが、平均的には無次元時間で約７．０となっており、翼振動の翼間時間差の約４倍の大きさになっている。

図５－３－７は、上記の期間のうち t ＝１３．９～２６．２の約２．３周期分の渦度分布を示している。t ＝１３．９には翼No.２の背面に失速渦が成長しているが、やがてこの失速渦が翼から放出されると後縁付近に回復渦が成長し始め、同時にこれまで非失速状態であった背面側の翼No.３が前縁失速していることがわかる［t=15.7］。その後、この翼No.３の背面においても上述の翼No.２の場合と同様に失速渦と回復渦が成長し［t=20.9］、t ＝２４．４には前縁失速がもう一つ背面側の翼No.１に伝播している。すなわち、このｋ＝０．６の場合には、翼自身の振動周期と全く異なる周期で翼の前縁失速が発生し、またそれが腹側の翼から背面側の翼へ順に伝播していることがわかった。

この場合の流れ場の特徴は、隣の翼に前縁失速が伝播する時間間隔や前縁失速が発生する順番は、前述の（σ，ｋ）＝（２４０°，０．３）の場合のように間欠的なものではなく、ほぼ一定の時間間隔で規則的に発生しており、しかもこの時間間隔は振動の翼間時間差（γ＝１．７）に比べて非常に長く、その意味で（σ，ｋ）＝（２４０°，０．１５）や（２４０°，０．２）の場合とも性格が異なるという点である。この時間間隔は、図５－３－６に示されたモーメントのピークが隣接翼に伝播する時間とほぼ等しく、両図の比較により翼が前縁失速し失速渦が成長するたびに大きなモーメントが働いていることがわかる。

さて、上記のように前縁失速が一定の時間差で背面側の翼に伝播し、これにともなって流れ場の変動が一定の時間差で翼列方向に伝播するという様子は、既に

本論文で明らかにしてきた剛翼列の場合の旋回失速と同じ性質のものである。すなわち、（σ，ｋ）＝（２４０°，０．６）では、翼がある一定の周期と翼間位相差で振動しているにもかかわらず、その位相速度と異なる速度で伝播する旋回失速が発生していることが明らかとなった。この旋回失速のセル数は３ピッチ中に１セルであり、第３章で示した同じ３ピッチ周期の単独の剛翼列の場合（計算例Ｇ１）と同様であり、また伝播速度や流量変動の振幅もほぼ同じ大きさとなっている。

（ｂ）σ＝３００°の場合

次に、上と同様に翼の振動と無関係に旋回失速が伝播するいくつかの結果を示し、その流れ場を調べる。

図５－３－８は、（σ，ｋ）＝（３００°，０．３）の場合（計算例Ｒ３）のｔ＝０．０～６９．８の約６．７周期分のモーメント変動と角変位、および流量変動を表しており、また図５－３－９は、このうちｔ＝０．０～４０．１の４周期の渦度分布を位相間隔６０°で示している。この場合、振動周期はτ＝１０．４７、翼間時間差はγ＝１．７５である。

これらの図によると、ｔ＝０．０には６枚の翼のうち翼No. ５とNo. ６の角変位がともにα＝１．７°と他の翼よりも大きくなっており、このためこの２枚だけが前縁失速した状態から始まり、まずこれらの翼の背面で失速渦が次第に成長する。やがて翼No. １はその角変位がα＝約２°と大きくなったｔ＝２．７に前縁失速し、背面上に失速渦が成長するようになる。ｔ＝４．４にはさらにもう一つ背面側の翼No. ２の角変位がα＝２°と大きくなるが、しかしこの翼は前縁失速しないまま頭下げ過程に移行してしまい、その後しばらくの間は前縁失速する様子はみられない［t=5.2～8.7］。一方、翼No. １から失速渦が放出されると、それに続いて後縁付近に回復渦が成長するが［t=8.7］、その直後のｔ＝８．９になって初めて翼No. ２が前縁失速する。このとき翼No. ２の位相はθ＝２４６°、したがってその角変位はα＝－１．８°と非常に小さくなっており、翼No. ２は角変位の増加によって前縁失速したのではないことを示している。これより後ｔ＝１５．７には翼No. ３が前縁失速し、ｔ＝２０．９には翼No. ４が前縁失速しており、前縁失速が腹側の翼から背面側の翼へ伝播している。このように翼の前縁失速が失速渦と回復渦の放出現象を伴いながら背面側の翼に順に伝わるという流れ場の様子は、旋回失速の流れ場の特徴的な様相である。

この場合の旋回失速のセル数は６ピッチ中に１セルであり、また前縁失速が隣の翼に伝わるのに要する伝播時間はＴ＝約５．５であって、これらの特性は同じ６ピッチ周期条件下での剛翼列の結果（計算例Ｈ１）と全く変わらない。また各翼間流路の流量の変動幅は平均流量に対しておおよそ＋３０％～－４０％程度であって、剛翼列の場合の変動幅＋２５％～－３５％と若干の差はあるものの、その違いは小さいということができる。結局、この場合に発生する旋回失速の特性

には、翼の振動による影響があまり表れていないと考えることができる。

同様な旋回失速は（σ，ｋ）＝（３００°，０．２）の場合（計算例Ｒ２）にも発生している。これらのσ＝３００°の２つの場合は、旋回失速が翼自身の振動の位相速度とは無関係な伝播速度で背面方向に伝播し、しかもその特性が剛翼列に発生する旋回失速とほとんど一致するという点で、先述の（σ，ｋ）＝（２４０°，０．６）の場合と同様である。σ＝２４０°と３００°との違いは、σ＝３００°の方がσ＝２４０°に比べてより小さい無次元振動数でも翼振動と無関係に旋回失速が伝播するようになるという点である。

次に図５－３－１０は、無次元振動数がさらに小さいｋ＝０．１の場合（計算例Ｒ１）のｔ＝０．０～９４．２５の３周期分のモーメント変動と角変位、および流量変動の様子を示している。ｔ＝０．０には翼の変位の違いに応じてモーメントの値が若干異なった状態から開始し、時間の経過とともに角変位が大きくなる翼No. １のモーメントは徐々に増加し、反対に角変位が小さくなる翼No. ５やNo. ６のモーメントは次第に減少している。その後ｔ＝約４．５～６．５に翼No. １のモーメントがC_M＝約０．１９のややなだらかなピークを示し、さらにｔ＝約９．５～１２．５には翼No. ２が、ｔ＝約１６．８には翼No. ３がやや大きなピークを示しており、やがてC_M＝約０．２５～０．４程度の同様なモーメントのピークが無次元時間約５．２の時間差で隣の翼に伝播するようになる。

図５－３－１１は上の期間のうちｔ＝７０．７～８３．８までの渦度分布を示している。これは翼No. １の振動の位相にしてθ＝９０°～２４０°の期間に相当し、図は位相間隔３０°で示されている。ｔ＝７０．７には翼No. １の背面に失速渦が成長し、この失速渦が放出されると後縁付近に回復渦が成長し［t=73.3］、同時に背面側の翼No. ２が前縁失速している。同様な過程を経て、ｔ＝７８．５には前縁失速が翼No. ３に伝播し、ｔ＝８３．８には翼No. ４に伝播しており、また前縁失速が翼No. ４に伝播したｔ＝８３．８には翼No. １およびNo. ２では背面境界層の再付着が進んでいる。この渦度分布を上述の図５－３－１０と比較することにより、各翼が前縁失速し、翼背面に失速渦が成長し始める度にモーメントの正のピークが現れていることがわかる。

上述のように、σ＝３００°の場合には、いずれの無次元振動数でも６ピッチ１セルの旋回失速が伝播するようになるが、次に上述した３つのｋ、すなわちｋ＝０．１，０．２，および０．３の場合の流れ場の相違を調べる。図５－３－１２は、各ｋについて、旋回失速が６ピッチをちょうど１周する時間にわたって、各翼の前縁失速の起きる時の翼振動の位相θ_{LES}を示したものである。なお、同図にはｋ＝０．６の場合も示してあるが、この場合については後述する。この図より、ｋ＝０．２や０．３の場合には前縁失速の起きる位相θ_{LES}は翼毎に異なっているのに対して、ｋ＝０．１の場合には全ての翼がθ_{LES}＝４０°～４４°の範囲で前縁失速しており、翼毎の差は非常に小さいことがわかる。

上記のような相違が生じるのは、ｋ＝０．１の場合には旋回失速の１ピッチ伝播時間はＴ＝約５．２であって、振動の翼間時間差γとほぼ等しいため、前縁失速の位相がどの翼でも等しくなるということであり、他方、例えばｋ＝０．３の

場合には、振動の翼間時間差が$\gamma = 1.7$と短くなるのに対して旋回失速の伝播時間は$T =$約5.5とだいぶ長く、γの約3.2倍の大きさ（$T \fallingdotseq 3.2\gamma$）となっているため、前縁失速が隣接翼に伝播する度にそれぞれの翼の位相がずれていくということである。また、$k = 0.1$の場合には流れ場の変動周期は約31.4となっており、翼の振動周期τとほぼ等しくなるため、旋回失速が翼列を何周伝播しても、前縁失速の起きる位相θ_{LES}は図に示した40°～44°の範囲内に収まるが、$k = 0.2$や0.3の場合には、旋回失速が翼列を何周も伝播するうちに、前縁失速の起きる位相は図に示された値から次第にずれてしまうことになる。

結局、上述の$\sigma = 300°$の例の中では$k = 0.1$の場合のみ、翼の前縁失速や失速渦の放出現象は常に翼振動に同期して発生し、流れ場の変動は振動周期や翼間位相差と同じ周期と位相差で変動することになるが、これは$\sigma = 180°$の$k \leq 0.3$、および$\sigma = 240°$の$k \leq 0.2$の範囲で見られた様相と同じである。したがって、$\sigma = 180°$，240°，および300°の場合に共通の性質として、一定の翼間位相差において、無次元振動数が相対的に小さいある範囲では翼振動に同期して前縁失速が繰り返されるが、反対に無次元振動数が大きい範囲では剛翼列とほぼ同じ速度で旋回失速が伝播することがわかった。

これまで振動翼列の失速現象を考える際には、翼の失速は常に翼振動と同じ周期や翼間位相差で発生するものと始めから仮定して扱うのが一般的であった。しかし、以上の検討によって、（σ，k）によっては翼の前縁失速が間欠的に発生・伝播したり、振動の位相速度と異なる伝播速度の旋回失速が発生したりする場合があって、上記のような仮定は必ずしも実際に起こっている流れの現象とはそぐわないことが明らかになった。もちろんこのような結果は、翼が振動しているときの一つ一つの周期について、翼背面境界層の前縁剥離や再付着、あるいは失速渦の放出など、翼列内の流れの各瞬間の挙動を追いかけることによって始めて捉えることができた結果であり、例えば振動翼列の実験でしばしば行われるように、数周期分の変動のデータを平均したもののみを扱っている限りでは捉えることはできない性格のものである。

5－3－3　翼振動による旋回失速の同期・引き込み現象

（a）伝播時間と翼間時間差の関係による現象の分類

これまでの検討によって$\sigma = 180°$，240°，300°の3つの翼間位相差に共通の傾向として、第1に無次元振動数kがある限界値以下の場合には翼の失速などの流れ場の挙動や、空気力、翼間流量などの諸量が翼の振動に同期して変動すること、第2にkがその限界値を大きく越えた場合には剛翼列の場合とほぼ同じ旋回失速が発生し、翼の失速やそれに伴う流れの変動は翼振動の位相速度とは無関係に翼列方向に伝播するようになること、そして第3に両者の中間のk、すなわち上記の限界値を少しだけ越えた場合には、非周期的に翼が失速し、それに伴って空気力などの諸量が非周期的な変動を示すことを見いだした。ただし、上述の3つの現象の境界の無次元振動数は翼間位相差によって変化する。

図5－3－13は、$\sigma = 180°$，240°，および300°の結果について、翼振動の翼間時間差γと前縁失速の1ピッチ伝播時間Tとの関係を整理したものである。横軸が翼間時間差γ、縦軸が伝播時間Tを表し、また剛翼列に発生する旋回失速の1ピッチ伝播時間T_{R}を水平な破線によって表している。第3章に明らかにしたようにT_{R}は翼列方向の波長（1周期中の翼枚数）によって異なり、したがって同図には2ピッチ1セル（計算例F1），3ピッチ1セル（計算例G1），および6ピッチ1セル（計算例H1）の場合に対応する3つの水平な破線が示されている。

この図より、流れ場の性格は、いずれの翼間位相差についても共通するようなTとγとの関係に基づいて、3つの領域に分けられることがわかる。

第1に、無次元振動数kが比較的小さい範囲では、伝播時間Tは$T = \gamma$の直線上に乗っている。$\sigma = 180°$かつ$k \leq 0.3$、$\sigma = 240°$かつ$k \leq 0.2$、および$\sigma = 300°$かつ$k \leq 0.1$の場合がこれである。これらは次の2つの条件のどちらかを満たす場合に対応している。すなわち、一つは翼間時間差γが剛翼列に発生する同じ波長の旋回失速の伝播時間T_{R}と元々等しい場合であり、もう一つは翼列が振動していなければT_{R}に等しかった筈の伝播時間が変化して、翼間時間差γと等しくなっている場合である。言い替えれば、前者は旋回失速が翼振動とちょうど同期して伝播している場合であり、後者は旋回失速の伝播速度が翼振動の位相速度に引き込まれている場合ということができる。以下ではこの領域のことを「同期・引き込み領域」と呼ぶことにする。

第2に、kが非常に大きい場合に$T = T_{R}$となる場合があるが、これは剛翼列の場合とほぼ同じ速度で旋回失速が伝播している場合を示している。この領域では翼の前縁失速は一定の速度で翼列方向に伝播しているが、その周期や位相差は翼の振動周期や翼間位相差とは異なっている。以下ではこの領域のことを「RS領域」と呼ぶことにする。なお、この領域のうち（σ，k）＝（300°，0.6）の場合については本項（b）で述べる。

第3に、上の2つの領域の中間には、旋回失速の伝播時間TがγともT_Bとも異なる値をとっている領域がある。（σ，k）＝（180°，0．4）と（240°，0．3）の2つの場合がこれに相当する。この領域の流れ場は、既に示したように、前縁失速が間欠的に伝播し、これにともなってモーメントなどの流れ場の変動が非周期的になるというものである。図の伝播時間Tは、前縁失速が伝播している期間に限って算出した値を表している。この領域では、旋回失速の伝播時間Tは剛翼列のT_Bからずれて、翼間時間差γに若干近づいた値となっており、いわば翼の振動に不完全に引き込まれているものと考えることができる。以下ではこの領域を「中間領域」と呼ぶことにする。

上述の「同期・引き込み領域」のうち、旋回失速と翼の振動とがちょうど同期する無次元振動数、すなわち$T_B=\gamma$となる無次元振動数をk_1とすると、180°≦σ＜360°の場合には先述の式（5－12）で示したように

$$\gamma=\frac{2\pi-\sigma}{2k} \tag{5-55}$$

であるから、k_1はσとT_Bによって

$$k_1=\frac{2\pi-\sigma}{2T_B} \qquad （\sigma の単位はrad） \tag{5-56}$$

と表すことができる。この式は、仮にT_Bがσによらず一定であるとすると、k_1はσに正比例して減少することを示しているが、実際にはT_Bは翼列方向の波長によって変化し、σ＝180°でT_B＝10．5、σ＝240°でT_B＝7．0、σ＝300°でT_B＝5．5であるから、旋回失速と翼振動がちょうど同期する無次元振動数k_1はσ＝180°でk_1＝約0．15、σ＝240°でk_1＝約0．15、σ＝300°でk_1＝約0．095となり、翼間位相差に比例するよりは若干緩やかに減少する。

このk_1に比較的近い無次元振動数では引き込み現象が発生するが、引き込み現象が発生する限界の翼間時間差をγ_{EN}とすると、γ_{EN}はσによってはほとんど変化しない性質を持っていると思われ、その値は図5－3－13よりγ_{EN}＝約5．2である。したがって、引き込み現象が発生する限界の無次元振動数をk_{EN}とすると、σ＝180°でk_{EN}＝0．3、σ＝240°でk_{EN}＝0．2、σ＝300°でk_{EN}＝0．1となっており、σが180°から300°へ増加するにつれて、k_{EN}は次第に小さくなる傾向がある。なお、σ＝300°の場合には中間領域に相当する結果は得られておらず、同期・引き込み領域中のk＝0．1からRS領域中のk＝0．2へと一気に変化しているが、この間でもっと細かくkを変えて調べれば中間領域に相当する領域が存在しているものと思われる。

以上のように振動の翼間時間差γの値と剛翼列の伝播時間T_Bの値との相対関係を考えることにより、（σ，k）の2つのパラメータの組み合わせによって複雑

に変化する流れ場の様子や、実際に翼の前縁失速が伝わる伝播時間Tを合理的に把握できることが明らかとなった。

（b）第2周期への同期・引き込み現象

（σ，k）＝（300°，0．6）の場合（計算例R4）には、図5－3－14に示されているように、6ピッチ1セルの旋回失速が振動の翼間時間差（γ＝0．9）とは大きく異なる伝播時間で伝播しており、あたかも同じσ＝300°のk＝0．2や0．3の場合と同様に「RS領域」にあるかのように考えられる。しかし、図5－3－13においてσ＝300°の場合をkの小さい方から大きい方へ順次調べていくと、まず同期・引き込み領域中のk＝0．1においてT＝γとなっており、そこからk＝0．2および0．3へと変化すると、一旦はT＝T_B（この場合T_B＝5．5）となってRS領域の典型的な性質を示すにもかかわらず、更にk＝0．6に増加すると再びT_Bからずれ、T＝約6．1とT_Bより若干大きくなっていることがわかる。

この場合の旋回失速の伝播時間T（＝約6．1）は、翼の振動の翼間時間差γ（＝約0．9）と振動周期τ（＝約5．2）の和とほぼ等しくなっているが、このことは翼の前縁失速の伝播と翼振動の位相との関係を考える上で非常に重要である。何故なら、先述の図5－3－12によると、k＝0．6の場合、全ての翼で背面境界層の前縁剥離の起きる位相はθ_{LES}＝12°～48°の範囲内にあり、「RS領域」に属しているk＝0．2や0．3の場合に比べると、翼毎の差は非常に小さくなっている様子が見られるが、これはT＝γ＋τとなっているために発生するものと考えることができるからである。

このようにθ_{LES}がほぼ一定となるという性質は、定性的にはむしろ「同期・引き込み領域」に属しているk＝0．1の場合と良く似ており、また定量的にもθ_{LES}の値はk＝0．1の場合と非常に近い値となっている。したがって、k＝0．6の場合にも前述の同期・引き込み現象のような現象が起きていると考えられる。ただし、k＝0．1の場合の同期・引き込み現象と異なる点は、k＝0．1の場合には、前縁失速がある翼からひとつ背面側の翼に伝播するのは、後者の翼の振動位相が次の最初にθ_{LES}となる時であるのに対して、k＝0．6の場合には後者の翼が2回目にθ_{LES}となる時であるという点である。本論文ではこのk＝0．6の場合に起きるような現象を、旋回失速の「翼振動の第2周期への同期・引き込み現象」と呼ぶことにする。

上述の考察より、剛翼列の場合の旋回失速と翼振動の第2周期とがちょうど同期するのは、

$$T=\gamma+(n-1)\tau \qquad (n=2) \tag{5-57}$$

の場合であり、従ってこのときの無次元振動数k_2は

$$k_2=\frac{2n\pi-\sigma}{2T_s} \qquad (n=2) \tag{5-58}$$

となる。図5－3－13中の$T=3\gamma$，4γ，7γの直線は、それぞれ$\sigma=18$
$0°$，$240°$，および$300°$において、第2周期との同期・引き込み現象が
発生する場合に、伝播時間Tが乗るべき直線

$$T=\frac{2n\pi-\sigma}{2\pi-\sigma}\gamma \qquad (n=2) \tag{5-59}$$

を表しており、（σ，k）＝（$300°$，0．6）の点は$\sigma=300°$の場合の
この線上に乗っている。また同図から、前述の（$240°$，0．6）の場合（計
算例Q4）にも$T=4\gamma$の関係が満たされており、第2周期との同期・引き込み
現象が起きていることを示しているが、この場合には$\gamma+\tau$が剛翼列の伝播時間
T_sと元々等しく、すなわちちょうど同期しているため、RS領域の場合として特
別な違いは現れなかったものということができる。なお、式（5－58）におい
て$n=3$とすれば第3周期とちょうど同期する無次元振動数k_3が得られるが、本
論文で調べているような、実際に失速フラッタが問題となるような無次元振動数
の範囲（$k\leq0.6$）では、第3周期以上との同期・引き込み現象は起こらない。

5－3－4　同期・引き込み現象と流れ場の挙動

これまでの検討によって、$180°\leq\sigma<360°$の範囲では振動翼列を通る失速流れの現象を3つのタイプに分けることができ、そのそれぞれが発生する（σ，k）の領域は振動の翼間時間差γと剛翼列の1ピッチ伝播時間T_sとの関係によって分類できることが明らかとなった。本項では、流れ場の挙動を詳細に検討することによって、上述のような現象の違いを生ずる流れの機構を明らかにする。

（a）前縁失速の位相に対する腹側の失速流れの影響

「同期・引き込み領域」では、いずれの場合にも翼の振動周期と同じ周期で繰り返される前縁剥離と再付着の現象が見られるが、図5－2－30で既に示したように、この領域内でも前縁剥離の起きる位相はσやkによって大きく異なっている。一般に、迎え角が増加しつつある翼において静的失速角を越えてのち前縁剥離が生じるのは、境界層外側の流れの非定常性と境界層自身の非定常性によって、剥離が時間的に遅れることが原因と考えられる。しかし、このような理由からだけでは、（σ，k）＝（$180°$，0．1）や（$180°$，0．15）の場合のように、前縁剥離の位相が進んで静的失速角以下に相当する位相で前縁剥離が発生し、また最大角変位となる前に再付着してしまうという一見不合理な現象が発生する理由や、同じ無次元振動数でも翼間位相差によって前縁失速の位相が大きく変化する原因は説明できない。

これらの現象が発生するのは、翼の前縁失速や非失速状態への回復の過程において、翼角度の変化に対する境界層の動的応答の遅れとは別な何らかの原因が関係しているからと考えることができる。まず第一に考えられるのは、振動翼列では翼間位相差のために各翼列ピッチの流れの状態が隣同士で異なっており、翼の前縁失速がその翼自身の角変位だけでなく、隣接するピッチの流れ場の影響を受けるであろうということである。

図5－3－15（a）は翼間位相差による前縁失速の位相の違いを、翼の振動位相と腹側の流れ場との関係に基づいて調べるため、$k=0.2$の場合について翼の角変位と流量変動を$\sigma=180°$と$240°$とで比較する形で示したものである。前述の図5－2－30より、$\sigma=180°$では$\theta=$約$20°$で前縁失速し、$\sigma=240°$では$\theta=$約$100°$で前縁失速することがわかっている。$\sigma=180°$の場合には、翼No.1の位相がちょうど$\theta=0°$（$\alpha=0°$）となり、これから角変位が大きくなろうという$t=15.7$において、腹側の流路No.2を通る流量は既に最小値にほぼ近い平均流量の約86％（－14％）まで減少している。このとき翼列上流では流れは流路No.2を避けるようにそれて流れていると考えら

れ、したがって翼No.1の上流の局部的な流れ角は$\theta = 0^\circ$に対応する平均流の流れ角$\beta_1 = 52^\circ$よりも大きくなっており、このため翼No.1はこのあと$\theta =$約20°（$\alpha = 0.68^\circ$）という比較的早い位相で前縁失速するものと考えられる。

これに対して$\sigma = 240^\circ$の場合には、同じく翼No.1の位相が$\theta = 0^\circ$となる$t = 47.1$において、腹側の流路No.3の流量は反対にほぼ最大に近い約＋15％に増加している。流路No.3の流量がほぼ最小になるのはこの時刻より無次元時間で約5.2経過した$t =$約52.4でのことである。図5－3－15（b）は、（σ，k）＝（240°，0.2）の場合の$t = 20.9 \sim 52.4$までの2周期分について、翼列より0.5コード上流における流入角の分布β（y）を位相間隔60°毎に示している。図に矢印で示しているように、翼No.1のちょうど上流では、上記の$t = 47.1$において局部的な流れ角は$\beta =$約50°と平均流入角より約2°小さく、静的失速角以下であるのに対して、$t = 52.4$（$\theta = 120^\circ$，$\alpha = 1.7^\circ$）には反対に$\beta =$約54°と大きく、静的失速角を大きく越えている。したがって、翼の前縁失速が$\sigma = 180^\circ$の場合よりもずっと遅れて$\theta =$約100°となるのは、腹側の流量の増加によって局部的な流れ角の増加が遅れるためということができる。

次に、5－2－3項において（σ，k）＝（180°，0.1）の場合には前縁失速の位相が大きく進み、$\alpha < 0^\circ$で前縁失速に至り、反対に最大変位（$\alpha = 2^\circ$）に至る前に再付着し始めるのが特徴であることを指摘した。この場合にも腹側の流れ場の状態と角変位との関係を調べることにより、その原因を理解することができる。図5－3－16はこの場合の流量変動と角変位、および翼列より0.5コード上流の流れ角分布を示したものである。例えば$t = 44.5$において翼No.2は位相$\theta = 330^\circ$（$\alpha = -1.0^\circ$）で前縁失速するが、この時の腹側の流路No.1の流量は平均流量より約16％減少しており、また翼No.2の0.5コード上流では、$\beta =$約54.6°と平均流入角より約2.6°大きくなっている。つまり翼No.2の角変位だけを見れば$\alpha < 0^\circ$、すなわち平均流に対して静的失速角以下であっても、腹側の流路を通る流量が減少することによって翼No.2の上流の局部的な流れ角は逆に静的失速角より大きくなっており、このため前縁失速することがわかる。一方、$t = 36.7$において翼No.1は位相$\theta =$約60°で再付着し始めるが、このとき腹側の流路No.2の流量は平均より約14％増加し、翼No.1の0.5コード上流では$\beta =$約51°と小さくなっている。すなわち、角変位が大きくても腹側の流量の増加によって局部的な流れ角が減少し、このため再付着し始めることがわかる。

以上より、「同期・引き込み領域」において、翼の前縁失速および失速からの回復の起きるときの振動位相は、その翼自身の角変位や境界層の動的遅れの効果の他に、腹側の失速流れの状態の影響をも強く受けるものであるということがわかった。

（b）前縁失速の周期性に対する腹側の失速流れの影響

「中間領域」にある（σ，k）＝（180°，k＝0.4）および（240°，0.3）の場合には、不規則に翼が前縁失速し変動の周期性が乱れるようになるが、実はこの現象も腹側流路の流量との関係によって理解することができることを次に述べる。

図5－3－17は、翼の角変位と流量変動の関係を、$\sigma = 240^\circ$のうち同期・引き込み領域中のk＝0.15と中間領域中のk＝0.3とで比較したものである。右側のk＝0.3の図で、太線は各翼が前縁失速している期間を示している。

k＝0.3の場合には、$t = 31.4 \sim 41.9$の翼No.1、$t = 45.4 \sim 55.9$の翼No.2、および$t = 48.9 \sim 59.3$の翼No.3は、それぞれ振動の各1周期中一度も前縁失速していない。このうち例えば$t =$約$46 \sim 49$には、流路No.1を通る流量が平均流量より約20％も大きくなっていることから、背面側の翼No.2が前縁失速しないのは角変位が大きくてもその上流の局部的な流れ角が小さくなっているからと考えることができる。逆に$t = 35.0 \sim 50.7$には翼No.2→3→1の順で前縁失速し、$t = 54.5$以降は翼No.1→2の順で前縁失速しているが、これらの場合には翼自身の角変位が大きくなる時期とその腹側の流路の流量が減少する時期とがほぼ重なっており、また重なる期間だけ前縁失速が伝播することがわかる。同じく「中間領域」にある（σ，k）＝（180°，0.4）の場合にも、同様な検討を行えば、前縁失速が不規則に発生する原因は上の場合と同じ性格のものであることがわかる。

これに対して図5－3－17の左側に示したk＝0.15の場合には、例えば$t = 64.1$における翼No.1のように、いずれの翼についても角変位が大きくなる時期とその腹側流路の流量が減少する時期とがちょうど重なっており、そのため各翼はほぼ一定の位相θ_{LES}（＝約23°，図5－2－30参照）で周期的に前縁失速するようになるのであると考えられる。

次に、図5－3－18は、$\sigma = 300^\circ$場合について角変位と流量変動との関係を同期・引き込み領域のk＝0.1とRS領域のk＝0.3とで比較したものである。まず、左側のk＝0.1の場合には、例えば$t = 70.0$における翼No.1のように、翼の角変位が大きくなる時期と腹側の流量が著しく減少する時期とが常にほぼ重なっており、そのため各翼はほぼ一定のある位相θ_{LES}（＝約43°，図5－3－12参照）で周期的に前縁失速し、旋回失速は翼振動の位相速度と同じ速度で伝播する。

一方、k＝0.3の場合には、やはり6ピッチ1セルの旋回失速が伝播しているが、その伝播速度は翼振動の位相速度に比べて非常に遅い。そして、例えば$t = 40.0$における翼No.4のように、翼が失速セルの外にある場合には、腹側の流路No.3の流量が平均流量よりも増加し、上流の局部的な流れ角は小さくなるた

め、たとえその翼自身の角変位が大きくても、前縁失速することはない。反対に、ｔ＝４０．０における翼No. 1のように翼が失速セルの中にある場合には、腹側の流路No. 6の流量が著しく減少し、上流の局部的な流れ角が大きくなるため、たとえその翼自身の角変位が小さくなっていても、前縁失速してしまう。すなわち、この場合には上述の中間領域の場合のように角振動の影響と腹側の失速流れの影響が助長し合ったり打ち消し合ったりするような現象は現れなくなり、ほぼ腹側の失速流れの影響のみによって前縁失速が伝播していることがわかる。

以上の検討により、振動翼列において翼の前縁失速および失速からの回復が起きる原因として、翼自身の角振動と腹側の流路における失速流れの２つの因子が作用していることが示された。そして、「同期・引き込み領域」と「中間領域」ではこの２つの因子は同程度の強さの効果を持っていて、そのうち「同期・引き込み領域」では２つの因子が常に助長し合うため周期的に失速するのに対して、「中間領域」では助長し合う時期と打ち消し合う時期が混在するため非周期的な失速が起きるようになるという点が異なっており、一方、「ＲＳ領域」では、翼の振動の影響はあまり顕著には現れず、腹側の失速流れの影響の方が強くなるため、振動の位相速度と全く異なる速度で旋回失速が伝播するようになることが明らかとなった。

（ｃ）振動翼列における失速渦と回復渦のせき止め作用

本項（ａ）および（ｂ）において、振動翼列では、翼自身の角振動だけでなく、腹側の失速流れの状態によっても翼に相対的な流れ角が変化し、このため翼の前縁失速の起きる位相、あるいはその周期性が変化するようになり、これが「同期・引き込み領域」や「中間領域」および「ＲＳ領域」として区別されるように、流れ場の様子が大きく変化する原因となっていることを示した。次に、このように腹側の失速流れの状態が翼の前縁失速に影響する様子の詳細を、翼列内における失速渦と回復渦の挙動をもとに考察する。

まず、剛翼列において旋回失速が伝播する流れの機構を再考する。図５－３－１９は、流入角β_1＝６０°の場合の旋回失速の流量変動と流れ場の挙動との関係を示したものである。第３章で明らかにしたように、翼が前縁失速すると前縁剥離点から放出される時計方向の渦度は翼背面に捕まるようにして失速渦に成長する性質を持っている［t=9.0］。この失速渦は翼面全体を覆う程度に成長すると翼を離れ始め、同時に後縁からの反時計方向の渦度の放出が急激に強くなるが、この渦度は後縁付近で回復渦に成長したのち翼から放出される。回復渦が最も強く成長した頃、流路No. 4では既に翼を離れた失速渦とこの回復渦によって生じる上流向きの誘導速度によって、この流路を通り抜ける流量は著しく減少する［t=12.0］。これが旋回失速における失速渦と回復渦による流路の「せき止め作用」である。このせき止め作用は失速渦の成長途上から急激に強くなり、回復渦が最も強く成長したｔ＝１２．０に最大となると考えられるが、この間に背面側隣接翼に相対的な迎え角が大きくなり、せき止め作用が最大となるのとほぼ同時にその翼が前縁失速する［t=11.0］。以上のような過程を経ることによって翼から翼へ旋回失速が伝播する。

図５－３－２０は、β_1＝５２°で伝播する３ピッチ１波長の旋回失速の流量変動と流れ場の挙動との関係を表している。ｔ＝約２９から流路No. 3の流量は次第に減少し、ｔ＝約３６．７にはほぼ最小値に達しているが、このとき翼No. 3の後縁付近では既に放出された失速渦に続いて回復渦が成長している。この場合の失速渦や回復渦はβ_1＝６０°の場合に比べると少し弱いが、定性的には同じせき止め作用が働いて、これによって流量が減少しており、また、ひとつ背面側の翼No. 1は、流路No. 3の流量が最小となるのとほぼ同時に前縁失速している［t=37.0］。

次に振動翼列の場合を考える。図５－３－２１は同期・引き込み領域中の（σ，ｋ）＝（２４０°，０．１５）の場合の流量変動と流れ場の挙動との関係を示したものである（計算例Ｑ１）。これによると、流路No. 1の流量はｔ＝約６７～７１に急激に減少していることがわかる。下方の図はこれとほぼ同じ頃のｔ＝６９．４～７３．３の渦度分布を位相間隔１２．５°毎に表したものである。翼No. 1から失速渦が放出されると後縁で回復渦が成長し始め［t=69.4］、回復渦が強くなるにつれて流路No. 1の流量が急激に減少し、回復渦が最も強く成長し翼から離れ

始めるｔ＝７１頃に流路No.１の流量が最小となる。そして、背面側の翼No.２はこれとほぼ同時に前縁剥離し［t=71.0］、今度はこの翼No.２の背面で失速渦が成長する［t=73.3］。

図５－３－２２は、やはり同期・引き込み領域中の（σ，ｋ）＝（２４０°，０．２）の場合（計算例Ｑ２）の流量変動と流れ場の挙動との関係を表している。ｔ＝約３１～３７に流路No.３の流量が急激に減少し、ちょうどこの時期に翼No.３の後縁で回復渦が成長し［t=35.3］、回復渦が最も強くなると流量がほぼ最小になり［t=37.0］、そして背面側の翼No.１が前縁失速する［t=36.0］。

以上により、ｋ＝０．１５とｋ＝０．２のどちらの場合にも、前縁失速した翼から失速渦が放出されたあと回復渦が成長するにつれて、そのせき止め作用によって背面側流路の流量が減少し、回復渦が最も成長した頃せき止め作用が最大となり、したがって流量が最小となることがわかった。このような失速渦や回復渦の挙動と流量変動との関係は剛翼列の場合と基本的に同様なものということができる。また、いずれの場合にも、せき止め作用が最大となる時期とほぼ同時に背面側隣接翼が前縁失速することがわかった。

図５－３－２３は、同じσ＝２４０°でも中間領域中のｋ＝０．３における流量変動と流れ場の挙動との関係を表している。この図によると、ｔ＝約３８～４２に流路No.２の流量が急激に減少し、この間に翼No.２から失速渦が放出され、後縁では回復渦が成長し始め［t=40.1］、また、流路No.２の流量が最小となるｔ＝約４１．５とほぼ同時に背面側の翼No.３が前縁失速している［t=41.0］。図は、流量の振幅が最も大きい流路No.２における失速渦や回復渦の挙動を例として示しているが、前縁失速が伝播している期間であれば、他の流路においても上述のような流量変動と流れ場の挙動との関係が認められる。

また図５－３－２４はＲＳ領域中のｋ＝０．６において旋回失速が発生しているときの流量変動と流れ場との関係を示している。この場合にも、ｔ＝１５．７に見られるように、翼No.２の後縁で回復渦が成長するにつれて流路No.２の流量が急激に減少し、ｔ＝１６．５にはほぼ最小となり、ちょうど同じ頃背面側隣接翼No.３が前縁失速している様子が見られる。

したがって、たとえ無次元振動数が変化し、それにともなって翼列を通る流れ場の全体的な様相が、「同期・引き込み領域」の様相から「中間領域」や「ＲＳ領域」の様相へ変化しても、個々の翼の周辺、あるいは翼列流路内において、上述のような失速渦と回復渦によるせき止め作用によって流量が減少し、また流量が最小となる時期とほぼ同時に背面側隣接翼へ前縁失速が伝播する様子は、基本的に変化していないことが明らかとなった。

（ｄ）失速渦放出現象の特性時間と同期・引き込み現象

本項の考察の最後に、前述した旋回失速の翼振動への同期・引き込み現象が発生する限界と、この限界を越えた場合に不規則にあるいは規則的に伝播する旋回失速が発生する理由を議論し、それらを決める要因となる流れ場の性質を明らかにする。

図５－３－２５は、同期・引き込み領域中の（σ，ｋ）＝（２４０°，０．１５）と（２４０°，０．２）について、翼振動の数周期間平均した翼背面上各点の非定常圧力波形を示したものである。図は３枚の翼のうち隣合う２枚の翼No.１とNo.２の様子を示したものであるが、同期・引き込み領域では圧力波形はどの翼でもほとんど同じとなる。どちらのｋの場合にも、翼が前縁失速するたびに周期的に失速渦が発生・成長するために、顕著な負圧のピークが前縁から後縁に向かって移動する様子がみられる。横軸の下に示している矢印←→は、この負圧のピークが前縁で発生してから後縁で最も強くなるまでの間の翼振動の位相差（以下ではθpとする）を表しているが、ｋ＝０．１５の場合にはθp＝約８６°であるのに対し、ｋ＝０．２の場合にはθp＝約１１０°と、ｋ＝０．２の方が大きくなっている。しかし、このθpを無次元時間に換算した値をＴpとすると、ｋ＝０．１５の場合にはＴp＝約５．０、またｋ＝０．２の場合にはＴp＝約４．８と両者は比較的近い値となっていることがわかる。

次に、図５－３－２６は、同じσ＝２４０°であるが中間領域中のｋ＝０．３について、３枚の翼のうち翼No.３とNo.１の背面上各点の非定常圧力の時間変動の様子を表している。図に示した変動波形は角振動の数周期間平均したものではなく、無次元時間ｔ＝２０．９～６２．８を横軸に取って表したものである。ｋ＝０．３では振動周期はτ＝１０．４７で、横軸の２目盛りが１周期に相当する（但し、ｔ＝４１．８９において翼No.３の位相はθ＝１２０°で、図中に"PERID"と記した矢印←→がθ＝０°～３６０°に対応する）。この場合にも、失速渦による大きな負圧のピークが移動する様子が見られ、例えば翼No.３がｔ＝約４０．５に前縁剥離することによって発生した負圧のピークが後縁に向かって移動し、ｔ＝約４５．０に後縁で最も強くなっており、この間に要する無次元時間はＴp＝約４．５である。この場合には、前縁失速は間欠的に伝播しているので、負圧のピークも間欠的に発生し、前縁失速しない場合には翼の角変位が大きくなった時期に、図中にUnstalledと記された比較的小さな負圧の山が前縁付近のみに現れている。

図５－３－２７（ａ）は、σ＝２４０°のＲＳ領域中のｋ＝０．６の場合について、無次元時間ｔ＝１０．４７～３１．４２の翼No.３およびNo.１の非定常圧力の時間変動を表している。この場合、振動周期はτ＝５．２４で、横軸の１目盛りが１周期に相当する（但し、ｔ＝１０．４７において翼No.３の位相はθ＝１２０°で、図中の←→がθ＝０°～３６０°に対応する）。ｔ＝約１５．４に翼No.３の前縁で負圧のピークが発生して翼背面を移動し、ｔ＝１９．６に後縁でピ

ークが最も強くなっており、したがってこの場合にはＴｐ＝約４．２である。ｋ＝０．６では翼振動の位相速度より非常に遅い速度で旋回失速が伝播し、負圧のピークは翼が失速セル中にあるときのみ現れる。

ここで剛翼列について考えてみると、図５－３－２７（ｂ）は先に図５－３－２０で示した剛翼列の場合の非定常圧力波形を表しており、流入角はβ_1＝５２°、またセル数は３ピッチ１セルであるが、負圧ピークが前縁で発生し、それが後縁まで移動する様子は、同じ３ピッチ１セルの旋回失速が伝播する上述のｋ＝０．６の場合とよく似ている。この剛翼列の場合には、負圧ピークはｔ＝４．３に前縁で発生し、ｔ＝約９．４に後縁でピークが最も大きくなっており、したがってＴｐ＝約５．１である。

さて、上述した非定常圧力波形をもとに、前縁で負圧のピークが発生してから後縁でピークが最大となるまでに要する無次元時間Ｔpの無次元振動数ｋに対する変化の様子を表したものが、図５－３－２８である。この図では剛翼列の場合をｋ＝０．０の場合として表している。これによると、ｋ＝０．０～０．６の全範囲で、Ｔpは４．２～５．１という比較的狭い範囲内におさまっており、この値がｋによってあまり変化しない性質のものであることがわかる。本論文ではこのＴpを「失速渦放出現象の特性時間」と呼ぶことにする。なお、このＴpは後縁で負圧ピークが最大となるまでの時間を表しており、翼が前縁失速してから失速渦が成長しながらその負圧中心が後縁に達するまで流れるのに要する無次元時間とほぼ等しいと考えられるが、後縁において回復渦が最も強く成長し、せき止め作用が最大となるまでの無次元時間とは若干異なっている。

失速渦放出現象がｋによらない特性時間を持っているということは、翼の角変位に対するこの現象の位相関係は、当然ｋによって異なってくるということを意味している。図５－３－２９はσ＝２４０°の場合に同期・引き込み領域中のｋ＝０．１５および０．２と、中間領域中の０．３について、上述の負圧のピークが前縁で発生する位相（すなわちθ_{LES}，図中ではL.E.で指示）と後縁で最も大きくなる位相（すなわち$\theta_{LES}+\theta p$，以下ではθ_{TE}とする，図中ではT.E.で指示）の区間を表している。この図によると、負圧ピークが移動する間に変化する翼振動の位相の大きさθp（＝$\theta_{TE}-\theta_{LES}$）は、ｋが大きいほど次第に大きくなる様子を見ることができる。

図５－３－２９に示した３つのｋのうちｋ＝０．１５の場合にはθp＝約８６°であり、ある翼がθ_{LES}＝約２３°で前縁失速したのち、その後縁で負圧のピークが最大となる位相はθ_{TE}＝約１０９°となるが、σ＝２４０°であるからこのときその背面側隣接翼の位相はθ＝約３４９°、すなわちちょうど頭上げの途中で、角変位はα＝－０．３８°となっている。したがって、この後者の翼は、前者の翼の後縁で負圧のピークが最大となり、せき止め作用が急速に増大する時期とほぼ同時に、角変位が増加して静的失速角を越える振動位相となっており、このためこの後者の翼は、結局、前者の翼と同じθ_{LES}＝約２３°（α＝０．７８°）で前縁失速するようになる。５－３－３項において、（σ，ｋ）＝（２４０°，０．１５）の場合には、剛翼列の場合と等しい伝播時間Ｔで旋回失速が伝播し、翼振

動と旋回失速がちょうど「同期」していると考えられることを示したが、その場合の流れ場の挙動の詳細は上述のようなものである。

次に、ｋ＝０．２の場合にはθp＝約１１０°であり、ある翼がθ_{LES}＝約１００°で前縁失速した後、その後縁で負圧ピークが最大となるθ_{TE}＝約２１０°には、背面側隣接翼の位相はすでにθ＝約９０°と、ちょうど最大角変位の状態を越えようとしている。したがって、後者の翼が前縁失速する位相はｋ＝０．１５の場合よりもずっと遅れることになる。しかし、この場合、前縁失速の位相が遅れるとは言ってもθ_{LES}＝約１００°であるから、翼の角変位はα＝１．９７°とまだ大きく、したがって前縁剥離点からは強い時計方向の渦度が放出され、失速渦が成長を開始する。そして、これより後、角変位はさらに減少するが、前述の図５－２－３０によれば、この場合、背面境界層が再付着し始める位相はθ＝約２２０°であるから、位相にして１２０°、無次元時間にして５．２の間、翼は前縁失速しており、前述の図５－３－２２（例えばt=35.3における翼No.３）に見られるように、翼背面で失速渦が十分に成長するのに必要な時間余裕が残されていることがわかる。一方、回復渦を放出し終えた翼は、θ＝約２２０°において背面境界層が再付着を開始した後、次に前縁失速するまでには位相にして約２４０°、無次元時間にして約１０．５だけあり、十分下流まで背面境界層が再付着して非失速状態に回復するために必要な時間余裕がある。以上のような機構により、各翼は前縁失速と再付着をτ＝１５．７というｋ＝０．１５の場合よりも短い周期で周期的に繰り返すようになり、その結果、旋回失速が翼振動の位相速度と同じ速度で伝播するようになるものと考えることができる。５－３－３項において、（σ，ｋ）＝（２４０°，０．２）の場合には、振動の翼間時間差γと等しい伝播時間Ｔで旋回失速が伝播するという「引き込み現象」が起きていることを示したが、その場合の流れ場の挙動の詳細は上述のようなものであることがわかった。

次に、図５－３－２９に示したｋ＝０．３の場合の位相θ_{LES}およびθ_{TE}は、ｔ＝３５．０～５１頃までの間で、翼No.２→３→１の順番で旋回失速が伝播する期間に発生した各翼背面の負圧のピークについて求めたものであるが、これによると翼No.２ではθ_{LES}＝約４°（α＝０．１４°）、翼No.３ではθ_{LES}＝約７５°（α＝１．９°）、翼No.１ではθ_{LES}＝約１５０°（α＝１．０°）と、伝播するうちに徐々に位相がずれていることがわかる。これは、始めの翼No.２の負圧のピークが後縁に達したとき、背面側の翼No.３の振動位相はθ＝約３９°で、この時点で既に翼No.２のθ_{LES}より位相が遅れており、そのため翼No.３はその後θ_{LES}＝７５°と大きく遅れた位相で前縁失速し、さらに翼No.３の負圧ピークが後縁に達したときには、背面側の翼No.１の位相は既にθ＝約１１０°となっていて、そのθ_{LES}は更に遅れるという過程を経ることによって生じたものである。

これらの翼No.３とNo.１の場合には、上述のように前縁失速の位相が遅れるとは言っても、翼の角変位が大きい時期と腹側流路におけるせき止め作用が大きくなる時期がかなり重複しており、このためこれらの翼は前縁失速したものと考えられる。これに対して、翼No.１の負圧ピークが後縁に達した時、背面側の翼No

．2の振動位相はθ＝約１８５°、したがって既にα＜0°となっており、このため腹側流路におけるせき止め作用の増加と翼の角変位の減少が相殺して、翼No. 2はもはや前縁失速しなくなり、翼No. 2→3→1と続いた旋回失速の伝播は、ここで一旦止まってしまうことになると考えられる。

結局、前縁失速が翼から翼へ伝播するにつれて各翼の振動位相が遅れるのは、失速渦放出現象の特性時間Ｔpはｋによってあまり変化しないため、ｋ＝０．３の場合には振動の翼間時間差γ（＝約３．５）が特性時間Ｔp（＝約４．５）よりも小さくなるから、言い換えればＴpに相当する位相θp（＝約１５５°）が背面側隣接翼の振動の位相遅れの大きさ（＝１２０°）より大きくなるからであり、このためにｋ＝０．２の場合のような引き込み現象が発生し得なくなるものと考えられる。そしてその伝播が間欠的となるのは、一旦伝播し始めた旋回失速が３ピッチを一周する頃には、上記の位相遅れは非常に大きくなり、ついに翼の角変位の影響と腹側の失速流れの影響が打ち消し合うようになるためであることが明らかとなった。

上述の考察により、旋回失速と翼振動との「引き込み現象」が発生するためには、少なくとも翼振動の翼間時間差γが上述した失速渦放出現象の特性時間Ｔpより長いという条件、すなわち

$$\gamma \ > \ Tp \tag{5-60}$$

を満たすことが必要であると考えられる。したがって、引き込み現象が発生する限界のγおよびｋ、すなわち５－３－３項で述べたγ_{EN}およびｋ$_{EN}$は

$$\gamma_{EN} \ \approx \ Tp \tag{5-61}$$

$$k_{EN} \ \approx \ \frac{2\pi-\sigma}{2T_p} \tag{5-62}$$

と表すことができる。実際、図５－３－１３においてγ_{EN}は

$$\gamma_{EN} \ = \ 約5.2 \tag{5-63}$$

となっており、図５－３－２８に示されたＴpの値の範囲を考えると、式（５－６０）～（５－６２）の関係式が妥当なものであることを裏付けている。

図５－３－３０（ａ）～（ｅ）は、σ＝３００°のうち、同期・引き込み領域中のｋ＝０．１、ＲＳ領域中のｋ＝０．２，０．３，および０．６の場合と、剛翼列（６ピッチ周期条件）の場合について、隣合う２枚の翼の背面上各点の非定常圧力の時間変動を表したものである。これらの場合にはいずれも６ピッチ１セルの旋回失速が伝播するようになるが、腹側の翼（上図）の前縁で発生した失速渦による負圧のピークが翼背面に沿って移動し、後縁でピークが最大となった後、

背面側の翼（下図）が前縁失速するという様子も、ｋによらず同様なものであることがわかる。

図５－３－３１は、上述の４つの場合について、負圧のピークが前縁から後縁まで移動する無次元時間Ｔpのｋに対する変化の様子を示したものであるが、ｋによって振動周期が大きく異なるにもかかわらず、Ｔpは剛翼列の場合も含めてあまり変化しておらず、失速渦放出現象が無次元振動数によらずほぼ一定の特性時間を持っていることは、σ＝３００°の場合にも同様であることがわかる。

前述の図５－３－１３で示したように、４つの場合のうち同期・引き込み領域中のｋ＝０．１の場合には、引き込み現象によって旋回失速の伝播時間はＴ＝５．２となるのに対して、ＲＳ領域中のｋ＝０．３の場合には引き込み現象は起こらず、剛翼列と同じＴ＝５．５となる。翼間時間差γは、ｋ＝０．１ではγ＝５．２、ｋ＝０．３ではγ＝１．７であるから、図５－３－３１のＴpの値と比較して考えると、前述の式（５－６０）は、σ＝３００°の場合に関しても引き込み現象の発生条件として適当であることがわかる。

（σ，ｋ）＝（３００°，０．６）の場合には第２周期への引き込みが起きていて、旋回失速の伝播速度Ｔは剛翼列のＴ$_s$（＝５．５）からＴ＝６．１という振動周期と翼間位相差の和（$\tau+\gamma$）に等しい値へ変化している。図５－３－３０（ｄ）によれば、この場合にも負圧のピークが後縁に達した直後に前縁失速が伝播していることから、上述の第１周期への引き込みの場合と同様に、少なくとも

$$\gamma + \tau \ > \ Tp \tag{5-64}$$

したがって

$$k < \frac{4\pi-\sigma}{2Tp} \tag{5-65}$$

が、第２周期への引き込みの必要条件と推定される。

以上の考察によって、振動翼列における翼の失速現象には、その翼自身の角変位だけではなくて腹側の失速した流れの状態が重大な影響を持っているが、その影響を考える場合には、失速渦の放出現象が持つ固有の特性時間と翼の振動周期や翼間位相差との関係をも同時に考えることが重要であることがわかった。このような関係を考えることによって、同期・引き込み領域において前縁失速の起きる位相が無次元振動数によって変化するという様相や、引き込み現象が起きる無次元振動数に限界があること、また限界以上の領域では間欠的な旋回失速の伝播や、剛翼列の場合とほぼ同じ速度で伝播する旋回失速が発生すること、さらには旋回失速と翼振動の第２周期との同期・引き込み現象が発生することなど、一見複雑に変化する現象の物理的原因を合理的に理解することができる。

５－３－５　背面側位相進みで振動する翼列における同期・引き込み現象

次に、翼列中の各翼が背面側位相進みで振動する場合、すなわち$0^\circ < \sigma < 180^\circ$の翼間位相差で振動する場合について考える。この場合には、振動の位相速度の方向は旋回失速の伝播方向と逆になる。

（ａ）前縁失速の伝播方向の逆転

始めに、翼間位相差$\sigma = 60^\circ$で振動する場合を考える。この場合、流れ場の翼列方向の波長は６ピッチで１周期となる。図５－３－３２は無次元振動数をｋ＝０．１とした場合のｔ＝０．０～９４．２までの３周期のモーメント、角変位、及び流量の変動の様子を示している［計算例Ｔ１］。また、図５－３－３３は上の期間のうち、最初の約１周期（ｔ＝０．０～２８．８）と最後の約１周期（ｔ＝６０．２～９４．３）の渦度分布を位相間隔６０°で示したものである。これらの図によると、ｔ＝０．０では翼No.２およびNo.３の角変位は$\alpha = 1.7^\circ$と、他の翼よりも角変位が大きくなっているため、この２枚の翼が前縁失速した状態から始まり、その後、角変位は翼No.１→No.６→No.５と背面側から腹側の翼へと順番に頭上げしていくが、前縁失速はこの方向には伝播せず、反対にｔ＝７．９には翼No.４、ｔ＝１３．１には翼No.５と、腹側の翼から背面側の翼へと伝播し始めていることがわかる。こうして順々に前縁失速が伝播していくうちに、流れ場の変動は次第に規則正しく伝播する様相を示し、翼が１周期近く振動したｔ＝２８．８には、６ピッチ中１セルの成長しきった旋回失速の流れの様相を見ることができ、この旋回失速がｔ＝６０．２以降も伝播し続けている。ｔ＝２８．８以降、旋回失速はほぼ一定の速度で伝播しているが、その伝播時間Ｔは同じ６ピッチ周期条件下の剛翼列に発生する旋回失速の伝播時間T_0とほとんど等しくなっており、Ｔ＝約５．５である。

次に、図５－３－３４はｋがもう少し大きいｋ＝０．３の場合のモーメント、角変位、及び流量変動を表している［計算例Ｔ２］。計算開始後ｔ＝約２５までは、各翼のモーメントは比較的短い周期と小さな位相差で変動している様子が図に表れており、この周期と位相差はそれぞれ翼の振動周期と翼間位相差にほぼ等しくなっている。しかし、ｔ＝約２６頃から翼No.３のモーメントが他の翼よりは大きなピークを示すようになり、ｔ＝３３にはピークを示す翼がひとつ背面側の翼No.４にずれ、しかもピークの高さがますます大きなものに増幅されていく様子がみられる。このようなモーメントピークは、ｔ＝４２以降、ほぼ一定の時間間隔で背面側の翼にひとつずつずれながら発生している。

図５－３－３５は、計算開始直後の約３周期（ｔ＝１．８～３４．９）と、十分に流れ場が発達した後の約１周期（ｔ＝６２．８～７５．１）の渦度分布を示している。これによると、流れ場が十分に発達したときには、６ピッチ中に１セ

ルの旋回失速が伝播しており、しかも失速セル中の翼No.３の背面に失速渦が成長している様子［t=66.3］、失速渦が翼から放出されると後縁に回復渦が成長する様子、同じ頃、背面側の翼No.４が前縁失速する様子［t=68.1］など、剛翼列の場合の旋回失速と基本的には同様な流れ場の様子を示している。

ここで、計算開始後、旋回失速が十分に成長するまでの途中の過程を調べる。図５－３－３６は、今の$(\sigma, k) = (60^\circ, 0.3)$の場合について、６枚の各翼の背面上の非定常圧力の時間変動の様子をｔ＝０．０～９４．２５までの９周期について並べて比較したものである。図中でA_i（i=1～10）、B_i（i=1～3）、C_i（i＝1～12）は、各翼が前縁失速する時に発生する負圧の大きなピークの発生時期と発生順を示している。いずれの負圧のピークも、前縁で発生したのち翼背面に沿って後縁側に移動し、その間にピーク高さは若干減衰する傾向を示すが、後縁に達すると再びピークが高くなるという様相を示している。図５－３－３５と図５－３－３６とを比較することによって、このピークの発生位置と流れ場の挙動との関係を調べると、負圧のピークは翼背面で発生した失速渦の負圧中心に対応する点で現れており、失速渦が翼面上で成長しながら広がるにつれてピークの位置が後縁方向に移動していることがわかる。負圧のピークの高さは失速渦が翼を離れ始めことによって一旦減衰し始めるが、失速渦の中心が後縁近くまで移動すると回復渦が急速に成長し、これによって再び負圧ピークが高くなることがわかる。

図５－３－３６中の負圧のピークを発生順に調べると、計算開始直後から現れるピークA_1～A_{10}は、背面側の翼から腹側の翼へと順番にほぼ一定の時間間隔で発生している。この一連のピークA_iは、ｔ＝約１５に翼No.５で発生するピークA_{10}までで一旦途切れ、その腹側の翼No.４は、頭上げした時にも非失速の状態のまま再び角変位が小さくなってしまうようになる。非失速状態であることは、先の図５－３－３５の同じ時刻の流れ場と照らし合わせてみれば直接わかることであるが、図５－３－３６においても、ｔ＝約１７の翼No.４においてやや小さい負圧ピークが前縁付近のみに生じていて、それが翼背面に沿って後縁側へ伝わっていく様子が全く表れていないことからもわかる。その後、一旦途切れた負圧のピークは、ｔ＝約２０に翼No.２のピークB_1から再び伝播し始め、これも先ほどのピークA_iとほぼ同じ時間間隔で翼No.６のピークB_3まで伝わり、そこでまた途切れてしまうようになる［t=約24］。

ところが、翼No.２のピークB_1が同翼の後縁まで移動した後、その背面側の翼No.３において、上記のピークB_1～B_3とは別の負圧ピークC_1が発生していることがわかる［t=約27］。そして、このピークC_1が翼No.３の後縁に達した直後には、更に背面側の翼No.４においてピークC_2が発生している［t=約33］。こうして、背面側の翼から腹側の翼へ順番に発生していたピークA_iやB_iが途切れてしまった後は、反対に腹側の翼から背面側の翼へと順番に一連の負圧ピークC_i（i=1～12）が伝播するようになる。

始めのピークA_iやB_iは各翼が頭上げする度に腹側方向に伝わりながら発生しており、翼の前縁失速がその翼自身の角変位の増加に応じて生じたものである。

これに対して、その後に生じるピークＣは振動周期および振動位相差とは異なるが、ほぼ一定の時間間隔で背面方向に伝わりながら発生しており、旋回失速のプロセスによって翼の前縁失速が伝播することによって生じたものである。

ここで注目されるのは、ピークＡやＢの高さに比べて、ピークＣの高さは非常に大きなものであるという点である。これは、ピークＡやＢにおいては、前縁失速する翼に相対的な迎え角の変動や前縁失速後に翼背面で成長する失速渦の強さが、十分に発達した旋回失速に比べて弱いことを示している。ここで、図５－３－３４の流量変動に戻って調べると、翼の前縁失速が翼振動と同じ背面側位相進みで発生しているｔ＝約２５までは、流量変動の振幅が比較的小さく、最も減少した流路でも平均流量の８５％以上は順方向に通り抜けているのに対して、ｔ＝３３を少し過ぎた辺りから、失速セル中の流路No.３→No.４では平均流量の８０％以下まで減少し始めており、ちょうどこの頃から翼の前縁失速の発生する順序が逆転し始めていることがわかる。

翼の前縁失速の順序が流れ場の成長途中で逆転するという現象は、上の場合の他にも（σ，ｋ）＝（６０°，０．４８）の場合［計算例Ｔ３，図５－３－３７～３８］、および（１２０°，０．３）の場合［計算例Ｓ３，図５－３－３９～４１］にも見られる現象である。このうち、図５－３－４０は、（σ，ｋ）＝（１２０°，０．３）の場合について、翼列より０．５コード上流位置における流れ角の変動波形が時間の経過とともに変化する様子を表している。図中に黒丸●で示した点は、各時刻で流れ角が最も大きくなっている点を示している。この図によると、ｔ＝約１５までは流れ角のピークの高さが比較的低く、この間は背面側から腹側方向にピークが移動しているが、ｔ＝１５を過ぎた辺りからピーク高さが前よりも大きくなり、この頃からピークの伝播する方向が逆転し、しかもほぼ一定の伝播速度に近づくようになる。始めのうちはピーク高さはせいぜい＋２°以下であったものが、ピークが逆転し始める少し前の頃から＋２°以上になってきて、最終的に３ピッチ１セルの旋回失速が十分発達した時には、ピーク高さは＋約３．５°程度までに達している。翼の角振幅は２°であるから、旋回失速が伝播しているときには局部的な流れ角の変動振幅は、角振幅よりもかなり大きくなっていることがわかる。

結局、上述のように各翼が背面方向位相進みで振動する場合には、翼列を通る失速流れが成長する初期にあって、流量や流れ角などの変動振幅がまだ小さいうちは、翼自身の頭上げによって翼の迎え角が大きくなる効果が支配的であり、前縁失速は角振動の振動周期と振動位相差に応じて発生している。ところが流れ場が成長し、その変動振幅がある限界以上に大きくなると、今度は翼の頭上げの効果よりも、腹側隣接翼が失速し、流量が減少することによって翼に相対的な迎え角が大きくなる効果の方が上回るようになるために、翼の前縁失速が角振動とは反対方向に伝播するところの旋回失速が発生するようになったものと考えることができる。

図５－３－４２は、（σ，ｋ）＝（１２０°，０．１）の場合に、３ピッチ１セルの旋回失速が伝播する様子をモーメント，角変位，および流量の変動によって表しているが、この場合には、前述の（σ，ｋ）＝（６０°，０．１）の場合と同様に、翼の前縁失速は始めから翼振動の位相速度の方向とは逆の背面方向に伝播し始める。これら２つの場合には、上述の（σ，ｋ）＝（６０°，０．３），（６０°，０．４８），および（１２０°，０．３）の場合に比べると、計算開始後、流量変動の振幅が比較的急速に増加しており、角変位の増加より腹側の流量の減少による局部的な流れ角の増加の効果の方が、始めから大きくなっているために生じたものと考えられる。

以上の０°＜σ＜１８０°における結果によると、いずれの場合にも、流れ場が十分に発達した状態では、背面方向に旋回失速が伝播するようになる。翼は背面側位相進みで角振動しているから、一見するといずれの場合にも角振動とは全く無関係に前縁失速が起きているかのように見える。そこで次に、このような場合に、前縁失速の伝播速度と翼の振動位相との間にどのような関係があるかという点について検討を行う。

図５－３－４３は、σ＝６０°の場合のうちｋ＝０．３とｋ＝０．４８の２つの無次元振動数について、流量変動と翼列内の流れの挙動との関係を示している。また図５－３－４４は、同じ場合について、隣合う翼No.４とNo.５の背面上各点の非定常圧力の時間変動を縦に並べて示したものである。これらの図から、失速渦や回復渦の挙動、せき止め作用によって流量が急減する様子、負圧のピークが翼背面を移動して後縁に達すると、背面側隣接翼に前縁失速が伝播する様子などは、いずれのｋでも同様であり、しかも旋回失速の伝播速度は両者でほぼ完全に一致していることがわかる。しかしながら、ｋ＝０．３と０．４８とでは、せき止め作用や翼の前縁失速の発生時期と翼振動との位相関係は当然異なってくることになる。すなわち、上述の図５－３－４３（ｂ）によると、ｋ＝０．４８の場合には、流路No.３でせき止め作用が急激に強くなるｔ＝３６前後には、ちょうど背面側の翼No.４の角変位が増加している。言い換えれば、翼No.４自身の頭上げによって迎え角が増加しようとする効果と、腹側の流路No.３におけるせき止め作用によって局部的に流れ角が増加する効果が、ほぼ同時に発生していることを示している。これに対してｋ＝０．３の場合には、図５－３－４３（ａ）によると、流路No.４のせき止め作用が強くなるｔ＝７３前後には背面側の翼No.５の角変位が非常に小さくなっており、ｋ＝０．４８の場合とは全く逆の状況であることがわかる。

図５－３－４５は、上述のようなｋによる違いをもっと明確にするために、σ＝６０°の場合について、十分に発達した旋回失速が６ピッチをちょうど１周する期間にわたって、６枚の各翼で前縁剥離の起きる時の翼の振動位相θ_{LES}を示したものである。ｋによる最も大きな違いは、ｋ＝０．１やｋ＝０．３の場合にはθ_{LES}は翼毎に大きく異なっているのに対して、ｋ＝０．４８の場合には６枚の全ての翼についてほぼ同じ位相で前縁失速が起きているという点である。しかもｋ＝０．４８の場合には、その位相はθ_{LES}＝約３４０°となっていることから、常に翼の角変位が次第に大きくなるのとほぼ同時に、腹側の流路においてせき止め

作用が強くなり、前縁剥離が起きていることがわかる。他方、k＝０．１や０．３の場合には、翼の角変位が大きくなる位相で前縁失速する翼もあるが、反対に角変位が小さな位相で前縁失速する翼もあることがわかる。

このような状況は、前述の図５－３－１２に示したσ＝３００°の場合の旋回失速と翼振動の同期の現象と似ており、（σ，ｋ）＝（３００°，０．１）と（６０°，０．４８）とでは、翼振動の位相速度の方向が正反対であるにもかかわらず、いずれにしろ翼の角変位が次第に大きくなるα＝０°前後の位相でちょうど前縁失速するという性質は共通である。ただし、詳細については本項（ｄ）で検討することにするが、前者では比較的小さい方のｋでθ_{LES}が揃っていたのに対して、後者の場合に各翼でθ_{LES}が一定になるのは比較的大きい方のｋにおいてである。

上記の意味で、σ＝６０°で振動している場合にも、ｋ＝０．４８のときには旋回失速と翼振動とが「同期」しているということができよう。すなわち、σ＝６０°の場合には、翼振動の位相速度の方向と旋回失速の伝播方向は正反対であり、どの無次元振動数でも翼振動と全く無関係に剛翼列と同じ速度で旋回失速が伝播しているように見えていたが、実はｋ＝０．４８の場合には、同期によって各翼はほぼ同じ位相で前縁失速を繰り返すようになっているわけである。これと同様な同期現象は、σ＝１２０°の場合にはｋ＝０．３で発生することがわかっている。

（ｂ）背面方向位相進みで発生する前縁失速

次に、無次元振動数が上述のように旋回失速と翼振動とがちょうど同期する場合から少しだけ異なる場合を考える。

図５－３－４６～４７は（σ，ｋ）＝（１２０°，０．４）の場合のモーメントおよび流量変動の様子と、ｔ＝２２．９～３１．４までの約１周期の渦度分布を位相間隔３０°で示している［計算例Ｓ４］。この場合には、旋回失速と翼振動がちょうど同期するｋ＝０．３よりｋが０．１だけ大きくなっている。図５－３－４６によると、十分に時間が経過した後でも、モーメントと流量は翼の振動周期とほとんど同じ周期で変動しており、しかもモーメントのピークや流量の極小のピークは、背面側から腹側へと順番に発生していることがわかる。また、これらの変動が１ピッチ伝わるのに要する時間は、翼間時間差γ（＝約２．６）とほぼ等しくなっている。

図５－３－４７によると、ｔ＝２２．９には翼No.２とNo.３が前縁失速しているが、ｔ＝２３．６には翼No.３は再付着し始め、その後ｔ＝２５．５には反対に腹側の翼No.１が前縁失速している様子がみられる。翼の前縁失速はこれより後ｔ＝２８．１には翼No.３へ、ｔ＝３１．４には翼No.２へと順次伝播しており、どの翼においても前縁失速の起きる位相はθ_{LES}＝約９０°前後であることがわかる。したがって図５－３－４６に現れていたモーメントの正のピークは、各翼が前縁失速する度に発生していたものと考えられる。すなわちｋ＝０．４の場合には、各翼は角変位が大きくなる毎に前縁失速し、これによって流れ場の変動が腹側方向に伝播していることがわかった。

図５－３－４８は、同じσ＝１２０°で、ｋ＝０．２とした場合のモーメントと流量の変動の様子を示している［計算例Ｓ２］。このｋはちょうど同期するｋ＝０．３よりも０．１だけ小さくなっている。角変位の図に記された矢印↓は、各翼が前縁失速する瞬間の位相を表しているが、これによると前縁失速は背面側の翼から腹側の翼へと順番に発生しており、またこれに応じて翼にかかるモーメントや各流路を通る流量の変動も、全体的には背面側から腹側へ伝播している様子が示されている。

上記の２つの場合には、翼の前縁失速は翼振動に応じて背面方向位相進みで発生しており、したがって旋回失速は発生せず、この点でｋ＝０．１や０．３の場合とは大きく異なっている。すなわちｋ＝０．１や０．３では安定に背面方向に伝播していた旋回失速が、無次元振動数がｋ＝０．２や０．４に変化することによって消滅し、翼振動の位相速度と同じ背面方向位相進みで前縁失速が発生するようになる。

次に、上述のｋ＝０．２と０．４の場合について、翼の前縁失速に対する腹側の流路における失速流れの影響を調べる。図５－３－４８によると、ほとんどの場合、翼はθ_{LES}＝約３５５°前後で前縁失速しているが、これよりも早い位相で前縁失速する場合（図中に□で示す）や、遅れた位相で前縁失速する場合（図中

に○で示す）がいくつか見られる。例えば、ｔ＝２３．７には翼No. 2がθ_{LES}＝約２６３°と早い位相で前縁失速しており、反対にｔ＝３４．６には翼No. 1はθ_{LES}＝約７３°と遅れた位相で前縁失速している。このような前縁失速の位相のずれを流量変動の様子と対比すると、ｔ＝２３．７頃には腹側の流路No. 1の流量が平均流量より約２３％も減少していることから、翼No. 2が早い位相で前縁失速するのは、翼No. 2に相対的な迎え角が大きくなっているためと考えることができる。反対に、ｔ＝３０～４０には流路No. 3を通り抜ける流量は平均流量（１．０のライン）以上のレベルを保っており、したがって背面側の翼No. 1は、角変位が増加しているにも関わらず相対的な迎え角は比較的小さくなっているため、失速する位相が遅れるものと考えられる。図５－３－４８からわかるように、ｋ＝０．２の場合にはｋ＝０．４の場合に比べると、モーメントや流量の変動の周期性が若干乱れているが、これは上述のように腹側の失速流れの影響によって、翼が前縁失速する位相が平均値から少し早くなったり遅れたりするためである。

上述の考察により、ｋ＝０．２の場合には、ｋ＝０．１や０．３の場合と同様に、腹側の失速流れが翼の前縁失速の発生原因としてある程度影響しているということができる。ただし、両者で異なる点は、ｋ＝０．２の場合には流量の減少幅が平均的には平均流量の約１５％となっており、ｋ＝０．１や０．３の場合に比べれば小さくなっているという点であり、このためｋ＝０．２の場合には、角変位が前縁失速の発生に与える影響の方が腹側の流路におけるせき止め作用の影響を上回り、前縁失速の発生順序が逆転するまでには至らなかったものと考えることができる。ｋ＝０．４の場合には、流量変動の減少幅は平均的には約１０％程度と非常に小さくなっていることから、角変位の影響の方がかなり大きいと考えられ、そのため周期性が比較的良好となったものと考えられる。

（ｃ）不規則に伝播する旋回失速

図３－５－４９（ａ）は（σ，ｋ）＝（６０°，０．６）の場合について翼に働くモーメントの時間変動の様子を翼毎に別々に表したものである［計算例Ｔ４］。図中の変動波形の上に乗っている記号は、振動周期と等しい一定の時間間隔で記されていて、翼No. 1の位相がθ＝０°となる瞬間に対応している。この場合には振動周期はτ＝５．２である。同図によると、モーメントの変動には振動周期とほぼ等しい比較的短い周期で変動する成分が顕著に表れているが、同時にこうして変動するうちに、振動周期よりも非常に長い周期でその振幅が変調されていることも図からわかる。次の図３－５－４９（ｂ）は、この理由を考えるために、同じ結果について各流路を通り抜ける流量の時間変動を同様に示したものである。流量変動には、上述のモーメント変動に現れていたような振動周期と等しい短い周期の成分はほとんど現れず、主として非常に長い周期で変動する成分のみが現れている。

図５－３－５０は同じ結果の渦度分布を、ｔ＝４１．９～５８．５までの約３周期分について位相間隔６０°で示したものである。ｔ＝４１．９に翼No. 2がちょうど前縁剥離し、これよりあと前縁から時計方向の渦度が放出され始め、一方、腹側の翼No. 1の後縁にはｔ＝４１．９～４２．８に比較的弱い回復渦が成長している様子を見ることができる。これを上述の流量変動と比較すると、流路No. 1を通り抜ける流量がこの頃やや急激に減少しており、したがってこの場合にも失速渦と回復渦のせき止め作用によって流量が減少し、背面側隣接翼の前縁失速が誘起されていることがわかる。そして、このあと翼No. 2の背面にも失速渦と回復渦が成長し、流路No. 2においてせき止め作用が強くなる頃、翼No. 3に前縁失速が伝播しており［t=47.1］、またこの時６枚の翼は翼No. 1～３が比較的激しく失速し、反対に翼No. 4～６は腹側の翼ほど再付着が進んでいるという流れ場の様相を示しており、したがって６ピッチ１セルの旋回失速が伝播していると考えられる。前述の図５－３－４９において、流量が振動周期より非常に長い周期で変動し、またモーメントの振幅がこの長い周期で変調されていたのは、この理由によるものであるということができる。

上述の流れ場の様子は、６ピッチ１セルの旋回失速が伝播するという点では、同じσ＝６０°のｋ＝０．１～０．４８の場合とほぼ同様であるが、このｋ＝０．６ではその伝播の仕方が若干他と異なっている。図５－３－５１は６枚の各翼の背面上各点の非定常圧力の時間変動の様子をｔ＝２０．９～６２．８の８周期について表したものである。前縁から後縁に向かって移動する負圧のピークは失速渦によるものであり、負圧のピークが後縁に達しピークの高さが大きくなる頃、せき止め作用が強くなり背面側の翼の前縁失速を誘起し、その翼で新しい負圧のピークが発生する。図中の各ピークには、A_1，B_1，・・・の様に記号を付してあるが、説明の都合上翼No. 2に発生したピークE_1から見ていく。

まず、ｔ＝４１．９に翼No. 2が前縁失速して負圧ピークE_1が発生し、これが

後縁に達すると翼No. 3に前縁失速が伝播してピークF_1が発生する［t=43.6］。更にこのピークF_1が後縁に達すると、前縁失速がもうひとつ背面側の翼No. 4に伝播してピークG_1が生じる［t=51.3］。ところが、このピークG_1が後縁に達した後、次のピークは翼No. 5では発生せず、再び同じ翼No. 4においてピークH_1が発生していることがわかる［t=55.7］。そして、このピークH_1が後縁に達したときに始めて翼No. 5に前縁失速が伝播し、ピークI_1が発生している［t=59.8］。これと同様な状況は翼No. 1においても現れており、ピークC_1が後縁に達した後、翼No. 2は前縁失速せず、同じ翼No. 1で次に発生したピークD_1が後縁に達して始めて翼No. 2にピークE_1が生じている。すなわち、k＝0．6の場合には、旋回失速が伝播しているとはいっても、その伝播の仕方はやや不規則であり、この点で同じσ＝６０°でk＝0．1～0．48の場合に見られたように、一定の伝播速度で周期的に伝播する旋回失速とは様相が異なる。

ピークC_1やG_1が後縁に達した後、背面側隣接翼が前縁失速しない理由として考えられることは、やはりこれらの翼の腹側の流路における失速流れとの関係である。図５－３－４９（ｂ）に記された記号C_1（翼No. 1）およびG_1（翼No. 4）は、それぞれ図５－３－５１においてピークC_1およびG_1が後縁に達した時刻の流量を示している。これによると、ピークC_1およびG_1が後縁に達したとき、流路No. 1やNo. 4の流量は平均流量より５～７％以上多く順方向に流れていることから、背面側の翼No. 2およびNo. 5の上流の局部的な流れ角は平均流入角より小さく、このためこれらの翼は前縁失速しなかったものと考えられる。

（ｄ）同期・引き込み現象

次に、本項（ａ）で明らかにされた背面方向位相進み（0°＜σ≦１８０°）で振動する翼列における旋回失速と翼振動との同期・引き込み現象について、背面方向位相遅れ（１８０°≦σ＜３６０°）で振動する場合と同様に、前述した失速渦放出現象の特性時間に着目して議論する。

図５－３－５２は、振動翼列のσ＝６０°と３００°の場合、および剛翼列の場合（６ピッチ１周期）について、失速渦放出現象の特性時間、すなわち前縁失速後に発生した負圧のピークが後縁まで移動するのに要する無次元時間Ｔpを、無次元振動数ｋに対して示したものである。これによると、Ｔpはｋによる変化も小さく、また翼間位相差σによってあまり変化せず、剛翼列のＴpとほぼ同じ程度の値であることがわかる。したがって、失速渦放出現象の特性時間Ｔpは、翼が背面方向位相進みで振動している場合も含めてほぼ一定となることが明らかとなった。

剛翼列の場合の旋回失速の伝播速度は、この特性時間によって決まってくると考えられるが、振動翼列において旋回失速と翼振動とがちょうど同期する場合には、既に図５－３－１２（σ＝３００°）および図５－３－４５（σ＝６０°）で明らかにしたように、背面側隣接翼の角変位が大きくなる時期が、もともと上記の特性時間に応じてせき止め作用が強くなることによって翼の前縁失速が伝播しようとする時期と、ちょうど一致するようになる。

背面方向位相遅れで振動するσ＝３００°，２４０°，および１８０°の場合には、ある翼が位相θ_{LES}で前縁失速したとすると、そのひとつ背面側の翼がそれと同じ位相θ_{LES}になるまでに要する時間、すなわち翼間時間差γと、剛翼列の場合の旋回失速の伝播時間T_sとが等しい場合に、旋回失速と翼振動とがちょうど同期する現象がみられた。これに対して本項のσ＝６０°および１２０°の場合には、振動の位相は腹側方向に伝わっているから、ひとつ背面側の翼が次に位相θ_{LES}になるまでの時間差は、翼の振動周期τと翼間時間差γを用いて、（$\tau-\gamma$）と表される。背面方向位相進みで振動する場合には、この（$\tau-\gamma$）とT_sとの関係が問題となると考えられる。本論文では、翼振動の位相速度の方向にかかわらず背面側隣接翼との翼振動の時間差を「背面遅れ翼間時間差」と呼ぶことにし、

$$\gamma' = \frac{2\pi-\sigma}{2k} \qquad (0 \leqq \sigma < 2\pi) \tag{5-66}$$

と定義する。γ'は式（５－１２）で定義した翼間時間差γと

$$\gamma' = \begin{cases} \tau-\gamma & (0 \leqq \sigma \leqq \pi) \\ \gamma & (\pi \leqq \sigma < 2\pi) \end{cases} \tag{5-67}$$

なる関係がある。

図5－3－53は、このような考え方に基づいて、$0^\circ < \sigma \leq 180^\circ$ の場合について、旋回失速の伝播時間Tを背面遅れ翼間時間差 γ' に対して表したものである。図中の水平な3本の破線は、剛翼列の場合の伝播時間 T_s を表しており、それぞれ2ピッチ1周期、3ピッチ1周期、および6ピッチ1周期の場合に対応している。

これによると、$(\sigma, k) = (60^\circ, 0.48)$ と $(120^\circ, 0.3)$ の2つの場合には、点が $T = \gamma'$ の直線上に乗っており、旋回失速と翼振動とがちょうど同期していることを示している。この様子は、前項の $180^\circ \leq \sigma < 360^\circ$ の場合に「同期・引き込み領域」と呼んだ領域で現れる様子と同じものである。$180^\circ \leq \sigma < 360^\circ$ における同期・引き込み領域と $0^\circ < \sigma < 180^\circ$ における同期・引き込み領域とで異なる点は、例として $(\sigma, k) = (300^\circ, 0.1)$ と $(60^\circ, 0.48)$ とで比較すると、前者の場合には、旋回失速が1ピッチ背面側に伝播する T_s（$= 5.5$）の間に、次に頭上げする翼は背面側の翼であり、この翼が次に前縁失速するのに対して、後者の場合には、腹側の翼が翼間時間差 γ（$= 1.1$）で次々と頭上げするが、これらの翼は前縁失速せずにそのまま頭下げ過程に移行し、角振動が翼列を5／6周して、元の翼のひとつ背面側の翼にまで順番が伝わってきた時に、その翼が始めて前縁失速するというプロセスを踏んで伝播しているという点である。$0^\circ < \sigma < 180^\circ$ の場合の旋回失速と翼振動の「同期」とは、以上のような現象である。

次に、図5－3－53において、$(\sigma, k) = (60^\circ, 0.1)$，$(60^\circ, 0.3)$，および $(120^\circ, 0.1)$ の場合には、γ' は非常に大きくなっているが、旋回失速の伝播時間Tはいずれも剛翼列の場合の伝播時間 T_s とほぼ等しくなっており、したがって前述の直線 $T = \gamma'$ からは大きく外れていることがわかる。この様子は、前項の $180^\circ \leq \sigma < 360^\circ$ の場合に「RS領域」として分類した領域の様子とちょうど同じである。

$(\sigma, k) = (60^\circ, 0.6)$ の場合には、本項（c）で示したように、旋回失速が伝播するうちに周期性が乱れることがあるが、図に示した伝播時間は旋回失速が隣の翼に規則的に伝播している期間のみで平均した値で、$T =$ 約 4.8 である。この場合には、背面遅れ翼間時間差は $\gamma' = 4.4$ であり、伝播時間Tは γ' よりも長くなっているから、旋回失速が翼から翼へ伝播するうちに前縁剥離が起きる時の各翼の位相は次第に遅れてしまうことになる。先述のように $k = 0.6$ では失速の伝播の仕方が不規則になっていたのは、この位相のズレがある程度大きくなってきて、角振動と旋回失速の変動が打ち消すような位相関係になると伝播がいったん不規則になり、再び助長しあう位相関係に戻るのを待って伝播を再開していると考えることができる。このように不規則な伝播が繰り返されるという現象は、前項の $180^\circ \leq \sigma < 360^\circ$ の場合に「中間領域」として分類した領域において見られた現象と同様である。

図5－3－53に示したうち、$\sigma = 180^\circ$ の場合には、翼間時間差 γ' が剛翼列の伝播時間 T_s とちょうど等しくなる $k = 0.15$ の場合の他に、その前後の $k = 0.1$，0.2，および 0.3 の場合にも、$T = \gamma'$ の直線上に乗っており、

ちょうど同期する場合以外にも、翼の振動周期と翼間位相差に応じて前縁失速が伝播する場合があることが示されている。すなわちこれは、旋回失速の伝播速度が翼の振動の位相速度に引き込まれる「引き込み現象」によるものである。

これに対して $0^\circ < \sigma < 180^\circ$ では、ちょうど $T_s = \gamma'$ となる無次元振動数以外で直線 $T = \gamma'$ の上に乗るという場合は、計算した範囲では見られない。逆に、$0^\circ < \sigma < 180^\circ$ の場合には、$180^\circ \leq \sigma < 360^\circ$ とは少し異なった形の現象が現れていた。すなわち、$\sigma = 120^\circ$ の場合に、ちょうど同期する $k = 0.3$ の前後の $k = 0.2$ および $k = 0.4$ の2つの場合には、旋回失速が発生せず、翼の前縁失速は翼振動の位相速度の方向と同じ腹側方向に伝播しながら発生し、しかもその伝播速度は翼振動の位相速度と一致していた。したがって、翼間位相差を $\sigma = 120^\circ$ に保ったまま無次元振動数が変化する場合には、$k = 0.1$ では翼振動と無関係に伝播する旋回失速が発生していたものが、$k = 0.2$ や 0.4 になると旋回失速が消滅し、前縁失速の伝わる方向が旋回失速に対して逆転し、翼の角振動の位相速度の方向と同じ方向に伝播するようになったと考えることができる。ただし、ちょうど同期する $k = 0.3$ においては、剛翼列の場合と同じ速度で背面方向に伝播する旋回失速が発生するようになる。

以上、翼が背面方向位相進み（$0^\circ < \sigma < 180^\circ$）で振動し、その位相速度が旋回失速が伝播する方向と正反対の場合にも、腹側の翼からひとつ背面側の翼まで振動位相が伝わるのに要する時間、すなわち背面遅れ翼間時間差 γ' を考えれば、細部には異なる点があるものの、背面方向位相遅れ（$180^\circ \leq \sigma < 360^\circ$）で振動する場合と同様に、$\gamma'$ と T_s との相互関係によって、翼列を過る失速流れの定性的な違いを合理的に整理できることが明らかとなった。これによって、$0^\circ < \sigma < 360^\circ$ の全ての範囲について、「同期・引き込み領域」、「中間領域」、および「RS領域」の3つの領域に大きく分類できることがわかった。

上述の3つの領域の境界となる無次元振動数は翼間位相差によって異なっているが、図5－3－54は、これをわかりやすく示すために $0^\circ < \sigma < 360^\circ$，$0 < k \leq 0.6$ の全範囲について、翼の失速が発生・伝播する様子の概要を、横軸に翼間位相差 σ をとり縦軸に無次元振動数kをとって、$\sigma - k$ 面上に表したものである。記号□で表された点は、旋回失速が翼振動とちょうど同期している場合および翼振動に引き込まれている場合を表しており、記号○で表された点は翼振動とは無関係に剛翼列の場合と等しい伝播速度で規則的に旋回失速が伝播している場合を表している。また記号△は、翼の前縁失速は背面方向に伝播しているが、その伝播の仕方がやや不規則であり、いわば非周期的に旋回失速が伝播している場合を表している。最後に記号■は、翼の振動と同じ背面方向位相進みで前縁失速が伝播する場合を表しており、この場合には旋回失速は発生していない。この図から、記号□や■は、第2周期との同期・引き込みの起きる場合の他は、図の中央部分に集中しており、この付近が「同期・引き込み領域」を形成していることがわかる。反対に記号○は図の周辺部分に集中しており、これが「RS領域」となっている。また記号△は□と○の間に挟まれた領域にあり、これが「中間領域」となっている。

これらの分布の様子からわかるもう一つの特徴的な点は、各領域が全体的に左上がりの分布形状を示しているという点である。ここで、旋回失速と翼振動とがちょうど同期する場合について考えると、図５－３－５５は、剛翼列の場合の伝播時間T_sをもとに、ちょうど同期する無次元振動数を線分によって図示したものである。旋回失速と翼振動の第ｎ周期とがちょうど同期するのは

$$T_s=\gamma'+(n-1)\tau \qquad (n=1,2,\cdots\cdots) \tag{5-68}$$

となる場合であるから、その場合の無次元振動数をk_nとすると、

$$k_n=\frac{2n\pi-\sigma}{2T_s} \qquad (n=1,2,\cdots\cdots) \tag{5-69}$$

と表すことができる。図中の３本の一点鎖線は、上式においてｎ＝１とした場合を示している。T_sは旋回失速の波長によって変化するので、２ピッチ、３ピッチ、および６ピッチ１波長に対応して３本の直線に分かれている。ｋが大きい領域に示された３本の２点鎖線は、第２周期と同期する場合（ｎ＝２）に相当する。

図に○印で示した点が、各翼間位相差でちょうど同期する無次元振動数を示している。この図から、k_nはσに対して単調な左上がりの変化を示すことが明らかである。上述の図５－３－５４において、「同期・引き込み領域」はk_1を中心に広がっており、k_1から離れるにしたがって「中間領域」、「ＲＳ領域」へと移り変わっていくことがわかる。また（σ，ｋ）＝（２４０°，０．６）のように、図の上端の方で第２周期との同期現象が起きる理由も、k_2が無次元振動数の比較的高い領域に分布しているためであることがわかる。

以上、本節では、振動翼列における失速流れの現象が翼間位相差や無次元振動数によって変化する様子を数値解析によって示し、翼の前縁失速が必ずしも翼の振動周期や翼間位相差に応じて発生しない場合があることを明らかにした。そして実際に発生する失速現象は、定性的な違いによって大まかに３つの領域に分類することができることを示し、この分類には剛翼列の場合の旋回失速の伝播速度と翼振動の位相速度との関係が重要なパラメータとなっていることを明らかにした。振動翼列においても、剛翼列の場合の旋回失速の伝播速度が重要なパラメータとなる理由は、剛翼列でも振動翼列でも翼列中の翼が前縁失速する場合には、失速渦と回復渦によるせき止め作用が背面側隣接翼の前縁失速の発生を決める支配的な因子となるので、失速渦放出現象の持つ特性時間と、翼振動の位相速度（あるいは背面遅れ翼間時間差）との関係が、同期現象や引き込み現象などが発生するか否かを決める重要な要因となるからである。そして、もちろんこの失速渦放出現象の持つ特性時間は、剛翼列の場合には伝播速度を直接決定する支配因子そのものだからである。

５－４　失速セル数

本章のこれまでの解析では、流れ場の翼列方向の周期性は、翼振動の翼間位相差だけから決まる周期性と一致するものと仮定してきた。すなわち、各翼間位相差毎に最小の翼枚数だけを含む計算領域に周期条件Ⅰを与えて解析を行った。ところが、前節で既に明らかにしたように、周期条件Ⅰを用いた場合にも翼間位相差や無次元振動数によっては、流れ場の変動の周期や位相速度は、必ずしも振動周期や翼間位相差だけからは決まらない場合があり、流れ場の様相は、翼振動の位相速度と、剛翼列の場合の旋回失速の伝播速度や失速渦放出現象の特性時間との関係によって変化した。

次に本節では、流れ場の翼列方向の周期性、すなわち流れ場の波長について検討を行う。周期条件Ⅰを与えた場合には、流れ場の波長は境界条件として与えた円周長と等しくなっていたが、５－１節で述べた周期条件Ⅱを与えた場合、例えばσ＝１８０°について６ピッチ周期条件を与えた場合に、６ピッチ中を３波長とする流れ場、すなわち３セルの流れ場ができるかというと、必ずしもそうはならずに、２セルあるいは１セルの旋回失速が伝播するようになる可能性も考えられる。そこで、本節ではσ＝０°，１２０°，１８０°，２４０°のそれぞれの場合について、翼列方向に６ピッチ周期条件（周期条件Ⅱ）を与えた数値解析を行い、失速セル数がどのように決まってくるかという問題を検討する。なお、σ＝６０°と３００°の場合には、もともと６ピッチ周期条件を与えている。σ＝０°，１８０°，２４０°，および１２０°の結果は、それぞれ計算例Ｏ６～Ｏ８、Ｐ７～Ｐ１０、Ｑ５～Ｑ８、およびＳ５～Ｓ８がこれに相当している。

５－４－１　振動翼列における失速セル数の変化

本項では、σ＝１８０°の場合を例として考え、無次元振動数ｋを変化させた場合の失速セル数の違いを検討する。５－１－４項で述べたように、いまの場合初期擾乱を全く与えないと完全に対称な３波長の流れ場から崩れるまでに長い時間ステップを要するので、ここでは十分小さな非対称性を持たせるため、初期条件として約１％の流量の差を与えておく。

図５－４－１は、ｋ＝０．１の場合について、ｔ＝０．０～１２５．７の４周期の６枚の各翼のモーメント変動、角変位、および各流路の流量変動を表している［計算例Ｐ７］。同図によると、計算開始直後の約１周期までは、翼No.１，No.３，およびNo.５のモーメントは互いにほぼ同じ変動を示しており、また残りの翼No.２，No.４，およびNo.６も互いにほぼ同じ変動を示していることがわかる。また流量に関しても、流路No.１，No.３，およびNo.５は互いにほぼ等しく、流路No.２，No.４，およびNo.６も互いにほぼ等しくなっている。そして、この期間ま

では、流れの変動の周期は翼の振動周期τ（＝３１．４）とほぼ同じであり、また隣のピッチとの位相差も、おおよそ１８０°となっている。

ところが、t＝３１を過ぎた辺りから、上記のような様相から少し変化し始めており、すなわち、これまで互いに等しかった流路No.１，No.３，およびNo.５の流量の差が広がり、流路No.５の流量は流路No.３よりも急激に減少し、流路No.１は反対に増加している様子が見られる。その後、t＝約７０まではやや複雑な変動の様相を示しているが、全体的な傾向として、ある瞬間に流量が大きく減少する流路の数は、始めの１周期には６ピッチ中３流路あったのに対して、この期間に２流路、乃至１流路に減少していることがわかる。そして、最終的には、t＝７０以降に見られるように、同時に流量が減少する流路は６ピッチ中に１流路だけとなる。

図５－４－３は、上述のセル数変化の過程を渦度分布によって位相間隔３０°毎に表したものである。計算開始直後、翼No.１，３，５の３枚の翼が頭上げによって前縁失速し、６ピッチ中３セルの流れ場から始まり、角振動が半周期進んだ頃、今度は翼No.２，４，６が前縁失速していることがわかる［t=15.7］。ところが、この時これらの翼背面で成長している失速渦の大きさを比較すると既に差が表れており、翼No.２の失速渦が残りの翼No.４と６に比べて若干大きく成長している。この後さらにもう半周期進んだ頃、翼No.３と５は前縁失速しているのに対して、翼No.１の背面境界層は付着したままであり［t=31.4］、この翼No.１は次に角変位がα＝＋２°となった頃、ようやく前縁失速していることがわかる［t=39.3］。上述の図５－４－１において、t＝３１以降、流路No.１の流量だけが増加傾向を示していたのは、翼No.１だけ前縁失速が時間的に大きく遅れたためである。

上記のように前縁失速が遅れるという状況はその後さらに顕著になり、t＝４７．１には翼No.２と４が前縁失速しているのに対して、翼No.６はまだ失速しておらず、その半周期後のt＝６２．８にようやく前縁失速するが、この頃には６ピッチ２セルの流れ場に変化している様子がみられる。このようにして前縁失速が伝播するにつれて、ある翼だけ前縁失速の起きる位相が遅れ、それにともなって同時に失速する翼の枚数が減少し、最終的にはt＝７０．７以降に見られるように、６ピッチ１セルの旋回失速が伝播するようになる。そして、このような１セルの旋回失速は、十分に時間が経過した後も変化する様子はみられない［t=125.7］。

図５－４－２は、上述のような流れ場の変化を、翼列上流０．５コードの位置の流れ角の波形によって示している。計算開始直後に発生する３セルの変動から始まり、それぞれが伝播するうちに図に番号３で示した系統の失速セルが次第に減衰し、t＝３１．４以降は６ピッチ中に２セルのみが残っている。このうち番号２で示した系統の失速セルは、その後減衰傾向に転じ、t＝７０頃には完全に消滅してしまい、こうして最終的には番号１の系統の失速セルだけが伝播し続けるようになる。この図から、６ピッチ中に３セルが存在する成長初期の頃には、流れ角の変動振幅は翼の角振幅より小さくなっており、翼の前縁失速の発生に対して角振動が比較的大きな効果を持っていると考えられる。ところが流れ場の変動に非対称が生じ、失速セル数が２セル、１セルと減少するにつれて、流れ角の振幅が増幅し、その大きさは翼の角振幅よりも大きくなっており、この時期には角変位が大きい翼でも失速領域の外では局部的には失速迎え角を越えておらず、このため翼は前縁失速しない。

結局、k＝０．１の場合には６ピッチ中３セルのほぼ対称な流れ場から開始しても、流れ場が発達し、その変動振幅が大きくなるにつれて非対称性が増幅され、最終的には６ピッチ１セルの旋回失速に落ちつくことになる。

次に、図５－４－４は同じσ＝１８０°のまま無次元振動数をk＝０．２と少し大きくした場合のモーメント、角変位、及び流量の変動を示している［計算例P８］。上述のk＝０．１の場合と明らかに異なっている点は、k＝０．２の場合には、十分に時間が経過した後も６ピッチ３セルの変動が続いており、k＝０．１の場合のように６ピッチ１セルの旋回失速に変化する様子が見られないという点である。この図に示されたモーメントの変動波形や振幅を、５－２節の図５－２－１９と比較してみると、６ピッチ中３セルのそれぞれの波形および振幅は、２ピッチ１周期の周期条件Ⅰを与えた場合の波形および振幅と定性的にも定量的にも非常に良く一致していることがわかる。

図５－４－５は、このk＝０．２の場合に、計算開始後十分時間が経過したt＝４７．１～６２．８までの１周期の流れ場の挙動を示しているが、６枚の翼では翼の振動周期とほぼ同じ周期で背面境界層の前縁剥離と再付着が繰り返され、また若干の相違はあるが、ひとつ隣の翼との変動の位相差もおおよそ１８０°となっている様子が示されている。また、周期条件Ⅰを与えた場合の流れ場（図５－２－７）と比較すると、それぞれの翼背面における失速渦と回復渦の大きさや、翼から放出された後これらの渦が下流に流されていく時の軌跡など、両者の流れ場の挙動はよく一致していることがわかる。

結局、k＝０．２の場合には、２ピッチ１周期の周期条件Ⅰを与えた場合にも６ピッチ１周期の周期条件Ⅱを与えた場合にも、結果として得られる流れ場は定性的にも定量的にもほぼ完全に一致し、後者の場合には６ピッチの領域に前者の場合と同じ２ピッチ１波長の流れ場が３つ繰り返されるだけであることが明らかとなった。

次に、図５－４－６は、k＝０．４と無次元振動数が更にもう少し大きい場合のモーメント、角変位、および流量の変動を示している［計算例P９］。このk＝０．４において２ピッチ１波長の周期条件Ⅰを与えた場合には、５－３節において図５－３－１～２に示したように、モーメントや流量は、全体的には翼の振動周期や翼間位相差と同じ周期と位相差で変動しているが、その周期性は比較的乱れており、それは腹側の失速流れの影響によって、翼の角変位が大きい位相でも背面境界層が前縁剥離しないという現象が間欠的に起きるためであった。

図５－４－６によると、周期条件Ⅱを与えた場合にもモーメントや流量は全体

的には振動周期で変動し、その変動の位相差も約１８０°となっていると考えて良いと思われるが、上述したｋ＝０．２の場合の変動の様子と比較すると、その周期性はあまり良好ではないことがわかる。

図５－４－７は、ｔ＝２３．６～３８．０までの約２周期の渦度分布を示しており、また図５－４－８はｔ＝１５．７～４７．１までの４周期について、各翼背面の無次元時間に対する非定常圧力の変動の様子を示したものである。図５－４－８によると、翼の前縁で鋭い負圧のピークが発生し、それが後縁に向かって移動する様子がいずれの翼についてもみられ、このピークの発生時刻や発生位置を図５－４－７と比較することにより、この場合にもこれが失速渦によるものであることがわかる。流れ場が翼振動の周期と位相差に応じて変動する場合には、負圧のピークは翼No.１，３，５で同時に発生し、また翼No.２，４，６で同時に発生する筈であるが、図５－４－８によると、例えばｔ＝３１．４２における各翼の様子を調べると、翼No.２とNo.６ではちょうど負圧ピークが後縁に伝わっているのに対して、翼No.４では前縁付近のみ負圧のピークを示しており、それが後縁に伝わる様子が表れていない。図５－４－７によって、このｔ＝３１．４２における実際の流れ場の様子を調べると、翼No.２とNo.６は前縁失速しているが、翼No.４は失速しておらず、この前後の１周期以上の期間、翼No.４は非失速状態のまま角振動していることがわかる［t=26.2～38.0］。この翼No.４の場合と同様な状況は、翼No.１、No.３、No.５、およびNo.６においても、図５－４－８中に「Unstalled」と記した所で発生している。

すなわち、ｋ＝０．４の場合には、翼が１周期角振動する間に一度も前縁失速しない現象が間欠的に発生し、このため流れ場の変動の周期性が乱れるようになる。この現象は周期条件Ｉを与えた場合と同じ性質のものであり、したがって周期条件IIを与えた場合には、周期条件Ｉで得られた２ピッチ１波長の変動が６ピッチ中に３波長繰り返されているものと考えることができる。

最後に、５－４－９～１１は、無次元振動数がｋ＝０．６と非常に大きい場合のモーメント変動、流量変動、およびｔ＝４８．０～５７．６の約２周期の渦度分布を示している［計算例Ｐ１０］。図５－４－９によると、各翼のモーメントが振動周期と同じ短い周期で、また比較的小さな振幅で変動するうちに、図中にP_i（ｉ＝１～１０）で示されているような比較的大きなピークが、振動周期より非常に長い周期で現れてくるようになる。そして、このピークP_iが発生する翼は、時間とともに一つずつ背面側の翼に移っていることがわかる。

これに対して流量変動は、図５－４－１０によると、始めの１周期ないし２周期までは振動周期と同じ短い周期で変動しており、またその変動の位相差もほぼ１８０°となっている。ところがその後、図中に数字で示されているように、ｔ＝約１３頃から流路No.２→No.３→No.４の順番に他の流路よりは著しく流量の減少した流路が現れ、これが背面方向に順次伝播するようになる。そして、図５－４－１１によると、十分時間が経過した後は、各翼がσ＝１８０°で角振動しているのに対して、流れ場には６ピッチ１セルの旋回失速が伝播していることがわ

かる。したがって、上述した図５－４－９において、非常に長い周期で現れる大きなモーメントのピークP_iは、失速セルにおいて翼が前縁失速する度に生じるものであり、また図５－４－１０における流量の急激な減少は、前縁失速後に翼背面で成長した失速渦と回復渦のせき止め作用によって生じるものである。

以上の検討から明らかなように、σ＝１８０°で角振動する翼列を通る失速流れを、２ピッチ１周期の周期条件Ｉを与えた場合と、６ピッチ１周期の周期条件IIを与えた場合とで比較すると、両者で定性的にも定量的にも同様な２ピッチ１波長の流れ場が６ピッチ中に３波長繰り返され、このような流れ場が十分時間が経過した後にも持続するのは、（σ，ｋ）＝（１８０°，０．２）と、（１８０°，０．４）の２つの場合だけであることがわかった。これに対して（σ，ｋ）＝（１８０°，０．１）と（１８０°，０．６）の場合には、周期条件IIの下では、流れ場が発達しその変動振幅が大きくなるにつれて失速セル数が減少し、最終的には６ピッチ１セルの旋回失速へ移行することが明らかとなった。

５－４－２　失速セル数と同期・引き込み現象

ここで、前項５－４－１で明らかにされた$\sigma = 180^\circ$の場合の失速セル数の変化の様子を踏まえ、$0^\circ \leq \sigma < 360^\circ$の全範囲における失速セル数の一般的な傾向について考える。

図５－４－１２は、$0^\circ \leq \sigma < 360^\circ$の全範囲について６ピッチ１周期の周期条件IIを与えた場合の、翼の前縁失速の発生状況と失速セル数を示したものである。図中の記号□は、旋回失速が翼の振動とちょうど同期している場合、あるいは翼の振動に引き込まれている場合を表している。また、記号■は背面方向位相進みで振動する場合（$0^\circ < \sigma < 180^\circ$）にのみ現れ、翼の振動周期および翼間位相差と同じ周期および位相差で、腹側方向に前縁失速が伝播する場合を表している。これらの２つの記号で表された場合には、流れ場の翼列方向の波長は振動の翼間位相差から決まる波長と完全に一致する。すなわち、$\sigma = 180^\circ$では６ピッチ中に３波長、$\sigma = 120^\circ$と240°では２波長、$\sigma = 60^\circ$と300°では６ピッチ中１波長が生じるようになる。記号○は６ピッチ１セルの旋回失速が伝播する場合であり、この場合には翼列方向の波長は翼間位相差とは無関係に決まり、常に６ピッチ１波長となる。記号△は、旋回失速が間欠的にあるいは不規則に伝播する場合に相当しており、この場合には、流れ場の時間的な変動周期は翼の振動周期と完全には一致しないが、流れ場の翼列方向の波長は翼間位相差から決まる波長とほぼ一致していると考えて良い。

図５－４－１２に記されている一点鎖線および２点鎖線は、既に図５－３－５５に示した線と同じもので、それぞれ旋回失速と翼の振動の第１周期および第２周期とがちょうど同期する無次元振動数を、剛翼列の場合の伝播速度T_sをもとに式（５－６９）によって算出したものである。これらの直線と翼の前縁失速の発生状況や失速セル数とを比較すると、６ピッチ中に多セルが生じる流れ場（記号□，■，△）は、この一点鎖線や２点鎖線に比較的近いところで起きており、これらの直線から離れたところでは、剛翼列の場合と同じ６ピッチ１セルの旋回失速が伝播するようになる（記号○）ことがわかる。

次に、図５－４－１３は、$0^\circ \leq \sigma < 360^\circ$の範囲について、旋回失速の１ピッチ伝播時間Tを翼の振動の背面遅れ翼間時間差γ'に対して表したものである。図中の３本の水平な破線は、剛翼列の場合の１ピッチ伝播時間T_sを表しており、それぞれ２ピッチ１セル、３ピッチ１セル、および６ピッチ１セルに対応している。この図を右側から左側へ順次調べていくと、無次元振動数が$k = 0.1$と非常に小さいうちは、いずれの翼間位相差でも、６ピッチ１セルの旋回失速の伝播時間T_s（＝約５．５）とちょうど等しい伝播時間の旋回失速が発生する。ところが、kが次第に大きくなり図中の$T = \gamma'$の線に近づいていくと、まず$(\sigma, k) = (180^\circ, 0.15)$の場合が直線$T = \gamma'$の上に移っており、これに続いて６ピッチ中に多セルが発生する場合の各点がこの直線上に並んでいる様子がわかる。これらの場合には、引き込み現象により旋回失速の伝播速度は翼振動の位相速度に応じて決まり、ちょうど同期する場合以外では剛翼列の場合の伝播速度とは異なる値で伝播することになる。この引き込み現象は、$\gamma' \geq$約５．２の範囲で起きており、それよりも少し左側の領域では、伝播時間TはT_sとγ'の中間の値をとる。この後者の場合には前縁失速が翼から翼へ伝播する毎に前縁失速の起きる位相がずれ、非周期的な変動を示すようになる。これは、５－３節で既に明らかにしたように、γ'が失速渦放出現象の特性時間Tpより少し短くなり、引き込み現象が起こる限界を僅かに越えた為に起きる現象である。これよりも更に左側の領域のkがより大きい場合には、再び旋回失速が剛翼列の場合と同じ伝播時間T_sで伝播する様になるが、旋回失速と翼の振動の第２周期との同期・引き込み現象が起きる$(\sigma, k) = (240^\circ, 0.6)$および$(300^\circ, 0.6)$の場合には、伝播時間Tは$T_s$（＝約５．５）とは異なり、それぞれ$T = 4\gamma'$および$7\gamma'$の直線上に乗るようになる。以上の検討により、周期条件IIを与えた場合にも前節の周期条件Iの場合と同様に、背面遅れ翼間時間差γ'と剛翼列の場合の旋回失速の伝播時間T_sとの関係に応じて、旋回失速の伝播速度が変化するということができる。

本論文では周期条件Ｉの下で得られた数値解析結果の考察により、振動翼列に発生する失速流れの現象をその定性的な違いに基づいて、「同期・引き込み領域」、「中間領域」、および「ＲＳ領域」の３つの領域に分類し、３つの領域が前述の一点鎖線や２点鎖線を中心に広がっていることを明らかにした。図５－４－１２に示された周期条件IIの下で得られる流れ場の翼列方向の波長を、これらの領域と対比すると、３つの領域のうち「同期・引き込み領域」では、翼列方向の波長が翼間位相差によって決まる波長に等しくなり、反対に「ＲＳ領域」では剛翼列の旋回失速の波長と等しくなっていることがわかる。また中間領域では、対称性はやや悪いが、全体的には翼間位相差から決まる波長の流れ場となる。したがって、翼列方向の波長、あるいは失速セル数に関しても、上述の３つの領域に分類できると考えることができる。図５－４－１４に示しているのは、このような考え方をもとにして、周期条件IとIIの全ての結果をこの分類方法に沿って整理し、$\sigma - k$面上に３つの領域のおおよその分布の様子を描いたものである。

ここで剛翼列に発生する旋回失速の失速セル数について再考する。図５－４－１５は、６ピッチ１周期の周期条件の下で初期条件として１％の微小な擾乱を与えた場合に、変動が成長し６ピッチ１セルの旋回失速が発生する過程の流量変動の発達の様子と、十分に発達しきった時の旋回失速の流れの挙動を示している。ここで注目すべき点は、剛翼列の場合にも２ピッチ１周期や３ピッチ１周期の周期条件の下では、それぞれ１セルの旋回失速が伝播することが明らかにされており［計算例Ｆ１，Ｇ１］、したがって６ピッチ中に２ピッチ１波長や３ピッチ１波長の旋回失速が発生しても良いように思われるが、実際には、６ピッチ周期条件の下で得られるセル数は常に１セルとなってしまうという点である。この場合、たとえ１％と非常に微小な初期擾乱を与えても、流れ場の変動が大きく成長していく途上で第２、第３の失速セルが誕生することはなく、始めから１セルのまま

で成長する。そして一旦成長した1セルの状態から、2セルあるいは3セルへ分裂する様子も全く見られない。翼列方向の周期性を10ピッチと大きくした場合には、同じ1%の微小擾乱から成長する途上において、一旦2つの失速セルが誕生するが、変動の振幅が大きくなると一方が消滅し、最終的には1セルになった。結局、失速点に近い流入角$\beta_1=52°$では、翼列が振動していなければ発生する旋回失速は最終的にはセル数の少ないものの方が、より成長する傾向があり、そのため6ピッチ周期条件下では常に1セルとなってしまったと考えられる。

これに対して振動翼列の場合には、図5－4－14に示したように、「同期・引き込み領域」や「中間領域」では、$\sigma=120°$，$180°$，$240°$の場合、翼列方向の波長は剛翼列の場合よりも短くなり、6ピッチ中に2波長あるいは3波長が繰り返されるようになる。剛翼列と同じ6ピッチ1セルの少ない旋回失速が発生するのは「RS領域」のみである。「RS領域」では、同期や引き込みが不可能となるため、もとの剛翼列と同じセル数の旋回失速が成長する傾向が現れてくるものと考えられる。

上述の結果を、一般に静的失速角付近で作動する弾性支持された翼列に発生する旋回失速の失速セル数と伝播速度の問題として捉えると、翼列の各翼が静止している間はセル数の少ない旋回失速が伝播し、その伝播速度は失速渦放出現象の特性時間から決まってくるが、旋回失速が成長して翼列中の各翼に大きな非定常モーメントが働き、これによって翼がねじれ振動を起こすようになると、その無次元振動数によって、今度は旋回失速と翼の振動との間に同期現象や引き込み現象が生じ、剛翼列の場合の失速セル数や伝播速度とは異なったセル数や伝播速度が現れることが可能となることを示しているものと考えられる。

5－5　旋回失速と失速フラッタ

本論文では、既に5－2節において、翼が角振動しているときに周期的に変動する流れ場から受ける励振モーメントを求め、翼振動の翼間位相差や無次元振動数によっては失速フラッタが発生することを示した。一方5－3節と5－4節では、翼列中の各翼が角振動しているとき、流れ場の変動の周期、隣接翼間の位相差、および翼列方向の波長は、必ずしも翼自身の角振動の周期、翼間位相差、および翼列方向の波長とは等しくならない場合があることを明らかにした。すなわち、失速した剛翼列の場合の流れ自身にも、旋回失速の機構によって前縁失速が伝播するという性質があり、この性質が、たとえ翼列中の各翼が振動している場合にも、流れ場の挙動に強く影響することを示した。この場合、振動翼の非定常空力特性は、上述のような流れの挙動との関係によって決まってくると考えられる。本節では、前縁失速型の翼から成る翼列が失速点付近で作動する場合に発生する失速フラッタを、上記のような観点から議論し、旋回失速の現象と失速フラッタの現象がどのような関連を持っているかという問題を考える。

5－5－1　非定常モーメントの変動パターン

失速フラッタにおいては、翼が1周期振動する間に流体から受ける励振仕事の値が問題となる。振動翼列中の各翼に働く非定常モーメントは一般に高調波成分を含んでいるが、既に5－1節で述べたように、励振仕事に関してはそのうち翼の振動数と同じ振動数成分が問題となり、翼が調和振動する場合には、前述の式（5－51）および（5－54）で定義される非定常モーメントの基本調波成分の虚数部分Im（C_M）が正の時に負減衰、励振である。ところが、既に明らかにしたように、振動翼列の失速現象は、その性格の違いによって「同期・引き込み領域」、「中間領域」、および「RS領域」の3つの領域に大きく分けられ、各翼が1周期振動する間に流れ場は必ずしも1周期変動するようにはならない場合がある。そこで本項では、まず、この3つの領域において、翼が受ける非定常モーメントの変動パターンに生じる違いを考える。

図5－5－1～5は、「同期・引き込み領域」に属する5つの場合について、各翼のモーメント係数C_Mの変動パターンをその翼の角変位αに対して表したものである。各図はそれぞれ、$(\sigma,\ k)=(60°,\ 0.48)$，$(120°,\ 0.3)$，$(180°,\ 0.2)$，$(240°,\ 0.15)$，および$(300°,\ 0.1)$の場合に対応する。横軸にはそれぞれの翼の角変位$\alpha$をとり、翼が数周期振動する間の$C_M$の変動を位相毎に平均するという方法によって、翼が1周期振動する間にC_Mが描くループを示している。これらの図によると、それぞれの場合に6枚あるいは3枚の各翼が描くモーメントのループは、ループの回る方向はもちろ

ん、ループの形状やモーメントの最大値や最小値、あるいはループの囲む面積など、定性的にも定量的にも翼同士でよく一致していることがわかる。

これに対して、図５－５－６～９は「ＲＳ領域」に属する４つの場合について、モーメントループを翼同士で比較したものである。各図はそれぞれ、（σ，ｋ）＝（６０°，０．３），（１８０°，０．１），（３００°，０．３），および（１８０°，０．６）の場合に対応し、それぞれの場合に旋回失速が翼列を何周か伝播する間に相当する適当な数の振動周期にわたって平均した結果である。このうち特に始めの３つの場合には、モーメントループの形状や面積はもちろん、ループの回る方向も翼毎に異なっており、上述の同期・引き込み領域とは定性的に全く異なっていることがわかる。

最後に図５－５－１０～１２は、「中間領域」に属する（σ，ｋ）＝（６０°，０．６），（１８０°，０．４），および（２４０°，０．３）の３つの場合のモーメントループを表している。各図は、平均する期間による差がなるべく小さくなるよう、できるだけ多くの振動周期にわたって平均した結果を示している。この場合には３つの場合で様相が若干異なっており、始めの（６０°，０．６）と（１８０°，０．４）の場合には、ループの方向や形状、および面積などは翼同士で比較的よく一致しているが、図５－５－１２の（２４０°，０．３）の場合には、ループの形状や面積が翼毎に異なっていることがわかる。しかし、後者の場合にもループのまわる方向はどの翼でも同じ反時計方向であり、これは（６０°，０．６）や（１８０°，０．４）の場合のループの方向とも一致している。

以上の結果から、同期・引き込み領域ではモーメントのループは全ての翼でほぼ完全に一致するが、中間領域ではループの形状や面積が翼毎に若干異なる場合があり、ＲＳ領域ではループの形状や面積だけでなく、ループの回る方向も翼毎に異なる場合が生じるようになることがわかった。

次に、上述のようなモーメントのループの相違を生じる原因を考える。

図５－５－１３～１５は、同期・引き込み領域中の（σ，ｋ）＝（６０°，０．４８），（１８０°，０．２），および（３００°，０．１）の３つの場合について、１周期中の翼背面における非定常圧力波形を示したものである。図のC_pは振動の位相毎に数周期間平均したものを示している。横軸に示した位相は翼No.１の振動位相である。これによると、前縁で負圧の大きなピークが発生し、それが後縁に向かって移動する様子や、後縁に移動するにつれて減少したピークの高さが、後縁付近で再び大きくなる様子など、定性的にはどの翼でもほとんど同じ波形を示しており、また隣接翼間の変動にはそれぞれの場合の振動の翼間位相差と同じ位相差があることがわかる。このような負圧のピークは、翼が前縁失速する度に生じる失速渦放出現象によって現れたものであるが、この負圧のピークが翼面上を移動する結果、翼面上各点の非定常圧力に大きな変動と位相差を誘起し、このため翼は前述のようなモーメントのループを描くようになる。同期・引き込み領域では、前縁失速は全ての翼において同じ振動位相で発生するため、その後の負圧のピークが移動する時の翼の角振動に対する位相も全ての翼でほぼ同じと

なる。この領域でモーメントのループがどの翼でもほぼ一致していたのはこのためである。

ただし、同じ同期・引き込み領域でも、σが１８０°より大きいか、小さいかによって若干事情が異なっている。図５－５－１６は、（σ，ｋ）＝（３００°，０．１）の場合について、翼が２周期振動する間にC_Mがαに対して描く軌跡を重ねて示したものである。この場合には、翼の振動の位相速度の方向と前縁失速が伝播する方向とが同じで、流れ場の変動周期も翼の振動周期と一致しているので、角振動の第１周期と第２周期で変動パターンはほぼ同一となる。これに対して、図５－５－１７は、（σ，ｋ）＝（６０°，０．４８）の場合に翼が５周期振動する間にC_Mが描く軌跡を描いたものである。このように０°＜σ＜１８０°において翼の振動とちょうど同期する旋回失速が伝播する場合には、旋回失速による流れ場の変動周期は翼の振動周期よりも非常に長くなっているため、各周期毎にC_Mの変動パターンは少し異なってくる。しかし、この場合には、旋回失速が６ピッチを１周する無次元時間約３３．０の間に、翼はちょうど５周期だけ振動しているから、C_Mは５周期毎に同じ変動パターンを繰り返すようになる。前述の図５－５－１に示したモーメントのループは翼振動の５周期間で平均して求めたものである。本数値解析では計算時間の制限から通常実験等で行われるような数十周期間にわたるような平均化を行うことはできないが、上記の考察により、同期・引き込み領域の場合には、十分に長い周期で平均した場合には、翼の振動周期と同じ周期で変動する成分として、旋回失速が翼列をちょうど一周だけ伝播する期間について平均した成分が表れてくると考えて良いことがわかる。

同期・引き込み領域において、モーメントのループがｋによって変化する様子は、既に５－２節において明らかにした通りであるが、旋回失速が翼の振動とちょうど同期するｋ付近では、時計まわりの面積の大きなモーメントループを描いており、したがって翼には大きな励振モーメントが働くが、同じ同期・引き込み領域でも、ｋが同期する値から離れるにしたがって反時計まわりのループが表れてきて、励振モーメントは次第に減少し、ついには正減衰へ移行するようになる。旋回失速が翼の振動に引き込まれるにつれて正減衰から負減衰へ変化し、ちょうど同期するｋの付近で最も強く励振されるのは、腹側の失速流れの影響によって、翼の角振動に対して局部的な流れ角の変化や背面境界層の前縁剥離の発生する位相が進み、それに伴ってモーメントの変動の位相が進むためである。

次に図５－５－１８～１９は、「ＲＳ領域」に属する（σ，ｋ）＝（６０°，０．３）と（３００°，０．２）の２つの場合の、振動の数周期間平均した各翼背面における非定常圧力波形を示している。これらの場合に特徴的な点は、例えば（６０°，０．３）の場合には、翼No.１，No.３，No.４，およびNo.６の波形には、前縁で発生した大きな負圧のピークが翼背面に沿って後縁方向に伝わる様子が一応表れているのに対して、翼No.２やNo.５ではこのような負圧ピークが消滅しており、特に前縁付近の非定常圧力の変動振幅が非常に小さくなっているという点である。（３００°，０．３）の場合にも、翼No.２およびNo.５の場合だ

け変動振幅が非常に小さくなっている様子がみられる。前述の図５－５－６および図５－５－８において、翼No.２とNo.５だけモーメントがほぼ一定となっているのは、このためである。

ところが、同じ（σ，ｋ）＝（６０°，０．３）の場合の翼背面の非定常圧力の変動の様子を無次元時間に対して表した場合には、既に図５－３－３６に示したように、各翼が前縁失速する度に失速渦放出の現象が発生し、これによって全ての翼の背面上を大きな負圧ピークが前縁から後縁へ移動する様子が表れていた。図５－５－１８の非定常圧力波形は、図５－３－３６に示された無次元時間のうち、ｔ＝３１．４～９４．３までの６周期間について角振動の位相毎に平均した波形であり、したがって翼No.２とNo.５では、数周期間平均したことによって変動が相殺され振幅が小さくなったものと考えられる。すなわち、上記の６周期の間に旋回失速は翼列を約１．９周し、したがって図５－３－３６では１枚の翼につき２回ずつ大きな負圧のピークが現れ、この他の周期では比較的小さなピークが現れている。前者は前縁失速後に成長する失速渦によるものであり、後者は翼が非失速のままで頭上げすることによるものである。後者の頭上げによるピークはθ＝約６０°で発生するが、前者の失速渦によるピークは翼毎に異なる位相で現れ、この（６０°，０．３）の場合には前述の図５－３－４５によると、翼No.１，３，４，および６はθ_{LES}＝３２０°～６０°であるのに対して、翼No.２および５はθ_{LES}＝１９０°～２００°である。したがって、数周期間平均した場合には、翼No.１，３，４，６では上記の２種類の負圧ピークが足し合わされ、負圧ピークが残るが、翼No.２とNo.５では両者が打ち消し合うようになるものと考えられる。

図５－５－１８では限られた期間で平均しているが、このＲＳ領域では旋回失速は翼の振動周期とは無関係な速度で伝播しており、もし十分に長い期間で平均した場合には、非定常圧力の各周期の変動は互いに打ち消し合い、振動周期で変動する成分の振幅は非常に小さくなると考えられる。したがってこの場合には、非定常モーメントの振動周期で変動する成分の振幅も小さく、翼に働く励振仕事も非常に小さくなると考えられる。

ただし、同じＲＳ領域中でも無次元振動数がｋ＝０．６のように比較的大きい場合にはやや事情が異なっており、図５－５－９に示した（σ，ｋ）＝（１８０°，０．６）の場合には、モーメントループの形状、面積、および回転方向の翼毎の相違は比較的小さく、どの翼でもよく似た反時計回りのループを描いていることがわかる。この場合には、既に５－４節において図５－４－９および１０に示したように、６ピッチ１セルの旋回失速が伝播し、各翼間流路を通る流量は旋回失速の周期で変動するが、各翼に働くモーメント変動には振動周期と同じ短い周期の成分が比較的明瞭に現れており、このため数周期間平均した場合に主としてこの成分だけが残ったものと考えられる。しかし、このように振動周期で変動する成分の振幅は比較的小さく、しかもｋが大きいため角振動に対して位相が遅れるようになるので、この場合には僅かに正減衰となっている。

最後に、図５－５－２０～２１は中間領域中の（σ，ｋ）＝（１８０°，０．４）および（６０°，０．６）の場合の、数周期間平均した翼背面非定常圧力波形を示したものである。これによると、前縁で負圧のピークが発生する様子やそれが後縁方向に伝わる様子などは、６枚全ての翼にほぼ同様に現れていることがわかる。中間領域では、旋回失速の伝播時間Ｔが翼の振動の背面遅れ翼間時間差τ'より僅かに長く、そのため引き込み現象が発生せず、旋回失速が１ピッチ伝播する毎に負圧のピークの発生する位相が少しずつずれてくる。したがって、もしそのまま同じ伝播速度で伝播し続ければ、数周期間平均するとＲＳ領域と同様に振動周期で変動する成分の振幅は小さくなるはずであるが、この中間領域の場合には、旋回失速と翼の振動が打ち消し合うようになると伝播が止まり、助長し合う場合だけ伝播するようになるので、上述のように振動周期で変動する成分が全ての翼について図に現れたものと考えられる。

以上の考察により、非定常モーメントや翼面非定常圧力を十分に長い周期にわたって位相平均するという方法によって、失速フラッタにおいて問題となる「翼の振動周期と同じ周期で変動する非定常成分」を求めるとき、「同期・引き込み領域」や「中間領域」では、その変動パターンは全ての翼でほぼ同じものとして得られるのに対して、「ＲＳ領域」では、一般に旋回失速が伝播するにつれて位相がずれるため各周期の変動成分が打ち消し合い、振動周期で変動する成分はほぼ零になるであろうということがわかった。ただし、同じ「ＲＳ領域」でも無次元振動数が非常に大きい領域では、有限の大きさの振動周期変動成分が得られる可能性がある。

5－5－2　失速フラッタの発生と同期・引き込み現象

図5－5－22は、前項の検討をもとにして、$0^\circ \leq \sigma < 360^\circ$ の各翼間位相差について励振モーメント$Im(C_M)$が無次元振動数に対して変化する様子を示したものである。同図には6ピッチ1周期の周期条件IIの解析結果の他、周期条件によって流れ場の様子が変化しない場合については、2ピッチ1周期および3ピッチ1周期の周期条件Iの結果も合わせて示している。また、図5－5－23は先述の八島らの実験の結果で[67]、$Im(C_M)$を同様な図に表したものである。なお、八島らの図では無次元振動数を$k = \omega c / W_1$と定義しているため、横軸の数値が2倍となっている。これら2つの図を比較すると、無次元振動数が小さくなるとある限界のkで$Im(C_M)$が負から正へ変化する様子や、更にもう少し小さいkにおいて$Im(C_M)$のピークが現れる様子など、両者の結果は定性的に良く合っており、また$Im(C_M)$の値についてもピーク値など定量的にも比較的よく合っていると考えられる。

上の図から、$Im(C_M)$が負から正へ変化する無次元振動数や$Im(C_M)$のピークが現れる無次元振動数の値は、翼間位相差によって変化することがわかるが、図5－5－24は、この様子をもっとわかりやすく示すために、$Im(C_M)$の分布を$\sigma - k$面上に表したものである。また、これと同様に、図5－5－25および図5－5－26は、前述の八島らの実験結果について$\sigma - k$面上で$Im(C_M)$分布を描いたものである。八島らの2つの図のうち、前者は翼のねじれ中心が前縁から25％コード下流にある場合の結果[67]を表しており、後者はミッドコードをねじれ中心とした場合の結果[66]を表している。但し、この場合にも無次元振動数kは本論文の2倍の数値となっている。本数値解析の結果と実験結果とを比較すると、大きな励振モーメントが翼に働く領域や失速フラッタ境界が、$\sigma - k$面上で左上がりの分布を示す様子など定性的に非常に良く一致しており、また失速フラッタ境界のおおよその位置、励振モーメントの大きさのレベルなど定量的な面での一致も良好であると考えられる。

上記のように表された励振モーメントの分布を、本論文で既に明らかにされている失速流れの挙動の違いによって分類された3つの領域の分布の様子、すなわち図5－4－14と比較すると、励振モーメントは、旋回失速が翼の振動とちょうど同期する(σ, k)の付近で最も大きくなっており、同じ「同期・引き込み領域」の中でも、その同期無次元振動数からずれるに従って小さくなっていき、負減衰から正減衰に変化していくということがわかる。さらに同期無次元振動数から離れると、「中間領域」を経て、励振モーメントがほぼ零となる「RS領域」へ移行する。同じ「RS領域」でも、無次元振動数が非常に大きい$k = 0.6$付近の領域では励振モーメントは零とはならないが、しかしこの領域では正減衰となり、また翼振動の第2周期との同期・引き込み現象が起きる場合にも正減衰となっていることがわかる。

実際の翼列において翼間位相差を決める物理的な拘束条件がない場合、例えばシュラウドのない翼列等の場合を考えると、翼の固有振動数は決まっており、したがって大きな無次元振動数で発生し得る失速フラッタの方がより遅い流速（フラッタ限界速度）で発生するようになるから、発生し易いフラッタということになる。したがって、図5－5－24において励振モーメントが正の値をとる領域が、$\sigma - k$面において左上がりの分布を示すことから、翼間位相差が$0^\circ < \sigma \leq 180^\circ$となる振動の方が発生しやすいということができる。これは失速フラッタの現象に関してこれまでの研究で得られてきた結果とも一致している。翼の固有振動数も流速も決まっている場合に発生する失速フラッタの翼間位相差は、無次元振動数が$k >$約0.3と比較的大きい場合には$0^\circ < \sigma \leq 180^\circ$の翼間位相差で振動する失速フラッタが発生し、$k <$約0.3と比較的小さい場合には$180^\circ \leq \sigma < 360^\circ$で振動する失速フラッタが発生すると考えることができる。上述のような失速フラッタの重要な特性は、旋回失速と翼の振動とが同期する領域が、$\sigma - k$面上で左上がりの分布を示していることから生ずるものである。

以上の考察により、失速点付近で作動する前縁失速型の翼から成る振動翼列において、翼が流体から受ける励振仕事や、失速フラッタの発生限界などの様相を考える場合には、旋回失速の現象と翼の振動との「同期現象」や「引き込み現象」に基づいて考えることが非常に重要であることがわかった。そして、それを考えることによって、翼間位相差や無次元振動数の違いによって生じる失速流れの変動の振幅や位相の変化など、フラッタの特性を決める流れの機構を合理的に理解できることがわかった。

5－6　本章の結論

失速点付近で作動する前縁失速型の翼から成る振動翼列について、振動の翼間位相差や無次元振動数によって変化する失速流れの現象を調べ、旋回失速と翼の振動との関係を明らかにした。さらに旋回失速と失速フラッタの現象との関連を議論した。以下に本章で得られた結論を述べる。

（a）振動翼列における失速フラッタの発生

（1）　振動翼列中の翼の前縁失速の様子や翼に働く非定常空気力の変動の様子などを検討した結果、各翼間位相差ごとにある無次元振動数範囲では、各翼の背面境界層は翼の振動周期と翼間位相差に応じて前縁剥離と再付着を繰り返し、これに伴って翼面非定常圧力や翼にかかる非定常モーメントなどの諸量も、翼の振動に同期して変動することが明らかになった。

（2）　翼に働く励振モーメントは、上述の無次元振動数範囲のうちある範囲において正となり失速フラッタが発生し、それ以外では負となり翼振動は減衰する。フラッタ限界は翼間位相差が大きくなるにつれて、小さい無次元振動数へ変化する。

（3）　σとkに対するIm（C_M）の変化の様子、フラッタ限界の位置、Im（C_M）の大きさなどに関して、本数値解析の結果は振動翼列の実験結果と定性的にも定量的にもよく一致する。またこれにより、本論文に示した数値解析法が、翼列中の翼が周期的に失速に出入りするような流れ場や失速フラッタの問題の解析に対して有効なものであることが確認できた。

（4）　ある無次元振動数範囲で負減衰となるのは、失速渦の成長・放出の特性時間と角振動周期との相対関係によって翼に働くモーメント変動の位相が進むからであり、同時にまた翼面境界層の動的応答特性によって前縁失速の起きる位相が進むからである。また、同じkでもσによってIm（C_M）の値が変化するのも、翼間位相差を伴って振動する隣接翼の周辺の流れ場との関係によって前縁失速の位相が変化するためである。

（b）旋回失速と翼振動との同期・引き込み現象

（5）　振動翼列を通る失速流れの様子は、翼間位相差と無次元振動数によって、3つの領域に大きく分けられることが明らかになった。本論文では、これらを「同期・引き込み領域」「中間領域」、および「RS領域」と呼んでいる。

（6）　「同期・引き込み領域」においては、翼振動の翼間位相差から決まる波長の旋回失速が発生し、規則的に伝播するが、その伝播速度が剛翼列の場合の同じ波長の伝播速度と一致する「同期」が起きる場合と、前縁失速の伝播する速度と方向が翼振動の位相速度に引き込まれる、いわゆる「引き込み」が発生する場合とがある。これに対して、「RS領域」においては、翼振動の翼間位相差や無次元振動数によらず剛翼列の場合とほぼ同じ旋回失速が発生する。また「中間領域」では、旋回失速の伝播の周期性が乱れるという現象が見られる。

（7）　3つの領域の境界の無次元振動数kは翼間位相差σによって変化し、σが大きい方が境界のkは小さくなる傾向を示す。しかし、背面側隣接翼の翼振動の時間差、すなわち「背面遅れ翼間時間差γ'」をパラメータとして選ぶと、上述の3つの領域の相違は、全てのσについて、このγ'と剛翼列の場合の旋回失速の1ピッチ伝播時間T_sとの相対的な関係によって説明できることが明らかになった。すなわち、旋回失速と翼の振動がちょうど同期するのは、γ'がT_sと等しい場合であり、γ'がT_sから大きく異なる場合には、翼の振動と無関係に伝播する旋回失速が発生するようになる。γ'がT_sと少しだけ異なる場合には引き込み現象が発生するが、その差がもう少し大きいある範囲では旋回失速の1ピッチ伝播時間TがT_sとγ'の中間の値となり伝播の様子は不規則になる。

（8）　上述の現象は、振動翼列における翼の失速が、その翼自身の角変位だけではなく、腹側の流路における失速流れの状態によっても大きな影響を受けることが原因となっている。振動翼列においても剛翼列の場合の旋回失速の伝播速度が重要であるのは、振動翼列の場合にも剛翼列と同じ失速渦放出現象が発生し、失速渦と回復渦によるせき止め作用が背面側隣接翼に相対的な迎え角を増加させて前縁失速を誘起するようになるからであり、前縁剥離によって失速渦が成長を開始してから回復渦が成長してせき止め作用が強くなるまでに要する時間は、σやkによらないで剛翼列の場合ともほぼ等しい特性時間を持っているからである。剛翼列の場合の旋回失速の伝播速度もこの特性時間によって決まってくる。

（ｃ）失速セル数・波長

（９）　剛翼列においてはセル数の少ない旋回失速が成長する傾向があるが、振動翼列においては流れ場の変動の波長も、「同期・引き込み領域」「中間領域」、および「ＲＳ領域」の３つの領域に応じて変化する。同期・引き込み領域では、流れ場の波長は振動の翼間位相差から決まる波長と等しくなる。すなわち同期・引き込み現象は旋回失速の失速セル数に影響し、剛翼列の場合よりセル数の多い旋回失速を発生させることが可能である。一方、ＲＳ領域では失速セル数への影響は小さく、剛翼列の場合と同じ１セルの旋回失速が発生し、また中間領域ではやや不規則であるが、定性的には翼振動の翼間位相差から決まる波長で変動する。したがって、翼列中の翼が静止しているうちはセル数の少ない旋回失速が成長しようとするが、旋回失速が発生して翼に大きなモーメントが働き、ねじれ振動するようになると、同期・引き込み領域では失速セル数や伝播速度は異なった値へ変化することがあり得る。

（１０）　従来、失速フラッタについてのほとんどの研究では、流れ場は翼の振動周期や翼間位相差で変動し、翼列方向の波長は翼間位相差によって決まるものと始めから仮定して考えられてきた。しかし、本論文で明らかにされたように、失速点付近で作動する翼列の場合、このような流れ場が実際に得られるのは、本論文で言う同期・引き込み領域だけであり、この領域以外では、流れ場の変動の周期性が乱れる場合や、あるいは翼振動に無関係に旋回失速が伝播する場合が生じ、これらの場合には上記の仮定は全く成り立たなくなる。

（ｄ）旋回失速と失速フラッタ

（１１）　振動翼列中の翼に働く励振モーメントは、旋回失速が翼の振動とちょうど同期する場合に励振側に最も大きくなり、同期・引き込み領域においても、同期する点から離れるにしたがって小さくなり、やがて正減衰へ移行する。中間領域やＲＳ領域では励振モーメントは常に零または負で、失速フラッタは発生しない。

（１２）　旋回失速と翼振動がちょうど同期する状態は、$\sigma - k$ 面上では左上がりの分布を示し、同期・引き込み領域はここを中心に広がっていて、そこから離れるにしたがって中間領域、ＲＳ領域へと変化する。失速点付近で作動する翼列の場合、励振モーメントの値やフラッタ限界など、失速フラッタの重要な特性は、旋回失速の現象と翼の振動との「同期現象」や「引き込み現象」に基づいて考えることが重要である。

第６章　結論

本論文は旋回失速の現象を理解するために、有限ピッチ翼列を通る非定常な剥離流れを渦モデルを用いた数値解法によって解析し、その流れの挙動を調べたものである。第３章ではまず翼列がただ一列だけある単独翼列に発生する旋回失速を対象として、旋回失速の流れの機構や旋回失速が発生・成長する過程を調べた。次に第４章では案内羽根翼列と動翼列が互いに影響を及ぼし合いながら作動している場合に、翼列間干渉が旋回失速に与える影響を調べた。最後に第５章では翼が角振動する翼列における旋回失速の伝播と失速フラッタの問題を議論した。以下に本論文の結論を述べる。

［Ａ］　単独翼列に発生する旋回失速

<u>旋回失速伝播時の流れの挙動</u>

（１）　旋回失速伝播時の流れ場の挙動として、失速セル中では「失速渦と回復渦の放出現象」が発生することが明らかになった。この失速渦放出現象は単独翼に発生するものと本質的に同じであるが、単独翼ではこの現象が一つの翼で周期的に繰り返されるのに対して、翼列ではある翼で失速渦と回復渦が成長すると、それによって背面側隣接翼の失速が誘起され、今度はその翼の背面で失速渦が成長して、失速が翼から翼へ伝播するという点が異なる。

（２）　従来、旋回失速の流れ場については主として翼列の上流・下流の流れ場が議論されてきたが、本数値解析により失速渦・回復渦の挙動を含む有限ピッチ翼列の翼周辺流れ場と上下流の流れ場との相互関係が明らかになった。失速渦が翼から離れ、これに続いて回復渦が強く成長すると、２つの渦の「せき止め作用」によってその流路を通る流量が大きく減少する。翼列上流ではこの流路を避けるように流れの向きがそれ、背面側翼に相対的な迎え角が大きくなってこの翼は失速する。反対に腹側の翼では迎え角が減少し、失速から回復する。失速渦と回復渦が各翼から周期的に放出される結果、翼列下流ではこれらの渦が２列の渦列を形成し、この渦列の間では流速と全圧が著しく減少して失速セルとなっている。

（３）　失速渦と回復渦の挙動は翼面非定常圧力に大きく影響する。翼背面で失速渦が成長しながら下流に広がるにつれて、大きな負圧のピークが翼面に沿って移動するために、翼面圧力に大きな変動が生じ、これが翼に働く空気力やモーメ

ントの支配的な要因となっている。

旋回失速の発生・成長と失速セル数の変化

（４）　微小変動からの旋回失速の発生・成長について調べた結果、旋回失速発生点は線形理論と良く一致する。しかし、本数値解析で得られる旋回失速のセル数は、線形理論で発生点の僅かな遅早に基づいて予測されるセル数とは異なる。

（５）　失速点付近の流入角で発生する旋回失速の場合、変動振幅がまだ非常に小さい成長初期の段階ではセル数の多いパターンが発生し一時的に成長するが、変動が大きくなるにつれて結局は１セル以外の変動は減衰・消滅してしまう。

（６）　流入角が失速点を大きく越えたところでは、１セルの旋回失速は伝播するうちに２セルの旋回失速に変化する。このような失速セルの分裂は、前縁失速状態にある翼背面で失速渦放出現象が周期的に繰り返される性質を持っている為に生じる現象である。

（７）　流入角を次第に増していくとき、失速点付近の流入角では過渡的な多セル状態を経たのちセル数の少ない旋回失速が発生し、流入角の増加とともにセル数一定のままセル幅が大きくなるが、さらに流入角が大きくなると失速セルが分裂しセル数が増加する。単独翼列におけるこのようなセル数変化の現象は、有限ピッチであることを取り入れた本解析法によって始めて捉えることのできた結果である。

変動振幅・伝播速度

（８）　同じセル数では流入角が大きいほど変動振幅は大きくなり、流入角が特に大きいところでは失速セル中に逆流が発生している。これは流入角が大きいと放出される渦度が強くなり、失速渦や回復渦が強く成長し大きな誘導速度を生じるためである。

（９）　同じセル数では伝播速度は流入角に対して増加する傾向にある。流入角が大きい方が同一時間内に失速渦がより強く成長し、背面側隣接翼の失速をより早く誘起するからである。

（１０）　失速セルの幅は流入角が大きいほど広くなる。これは失速流路内の流量がより小さくなり、失速渦と回復渦が翼列方向に離れる傾向が強くなること、同時に失速が伝播する速度に対して回復渦が下流に運ばれる速度が遅くなること

が主な原因である。

（１１）　流入角をだんだん大きくしていく時、セル数が変化する前後では、伝播速度や変動振幅は不連続的に変化する。

旋回失速の波長の影響

（１２）　１波長当たりの翼枚数が２，３枚と非常に少ない場合にも旋回失速は伝播し得る。失速渦の挙動など、流れ場の様子は基本的には変化しないが、１波長当たり翼枚数の多いほど失速渦がより大きく成長し、流量変動や伝播速度は大きくなる。

（１３）　節弦比ｓ／ｃが異なる場合にも、失速渦・回復渦の挙動やせき止め作用の様子、失速伝播の機構などは本質的には同じである。旋回失速の１ピッチ伝播時間Ｔはｓ／ｃに対してほぼ一定で、このため伝播速度V_pはｓ／ｃに対して比例して変化する。

［Ｂ］　案内羽根付き動翼列に発生する旋回失速

流れの変動に対する翼列間干渉の影響

（１４）　翼列間干渉のある場合にも、失速渦・回復渦の放出現象やせき止め作用の様子、失速の伝播機構など、流れの基本的な挙動は単独翼列の場合と同じである。翼列間干渉の効果は同じ相対流入角β_1においても流れ場の変動を小さくしようとする作用として現れてくる。この作用は翼列間隔が狭いほど大きいが、同じ翼列間隔でもＧ出口流出角が負の場合の方が正の場合よりも大きくなる。これは、ＧとＲとの相互干渉によってＲの失速がより穏やかなものへと変化するためである。

失速セル数に対する翼列間干渉の影響

（１５）　翼列間干渉のある場合には、旋回失速の成長初期に発生した多セルのパターンが変動が大きくなった後も成長を続け、安定に伝播し得るようになる。

（１６）　セル数はＧ出口流出角α_1の大きさや方向によって変化し、同じ翼列間隔でも$\alpha_1 < 0^\circ$の場合の方がセル数が多くなる傾向がある。これは、α_1が小さ

いほどR入口における相対流れ角の変動振幅が小さくなることと関連している。

（１７）　セル数は翼列間隔によっても影響を受け、Ｌ／ｃにほぼ反比例して変化する性質がある。例えば$\alpha_1=-45^\circ$の翼列では、$L/\lambda=0.2\sim0.3$となるようにセル数が決まってくる。

（１８）　単独翼列では流入角が失速点を大きく越えたところでは、失速セルが分裂してセル数が増加する。これに対してＧ－Ｒ翼列では、失速点付近で既に多セルのパターンへ移行しており、流入角が大きくなったところでもセル数は変化しない。

<u>伝播速度に対する翼列干渉の影響</u>

（１９）　Ｇ－Ｒ翼列では、旋回失速の１ピッチ伝播時間Ｔは、いずれのα_1についても、またいずれの相対流入角に対してもほぼ一定となる。これは、翼列間干渉によってR入口における流れ角の振幅が小さくなり、しかも流入角が大きいほどその効果が強くなるので、失速渦の大きさや成長の速さの変化が小さくなるからである。

［Ｃ］　振動翼列に発生する旋回失速

<u>失速の発生状況および失速セル数と同期・引き込み現象</u>

（２０）　失速点付近で作動する前縁失速型の翼から成る振動翼列を通る失速流れの様子は、翼間位相差と無次元振動数によって生じる翼の失速の発生状況の相違によって「同期・引き込み領域」、「中間領域」、および「ＲＳ領域」の３領域に分類される。「同期・引き込み領域」では、翼振動の翼間位相差から決まる波長の旋回失速が発生し規則的に伝播する。そして、その伝播速度が剛翼列の場合の同波長の旋回失速と一致する「同期」が起きる場合と、失速の伝わる速度と方向が翼振動の位相速度と等しくなる「引き込み」が発生する場合とがある。これに対して「ＲＳ領域」では翼振動に無関係に剛翼列の場合とほぼ同じ旋回失速が発生し、また「中間領域」では旋回失速の伝播の周期性が乱される。

（２１）　剛翼列においては一般にセル数の少ない旋回失速が成長する傾向にあったが、振動翼列においては、同期・引き込み現象が旋回失速のセル数に影響し、剛翼列の場合よりセル数の多い旋回失速を発生させることが可能である。一方、ＲＳ領域では翼振動のセル数への影響は小さく、剛翼列の場合と同じ１セルの旋

回失速が発生し、また中間領域ではやや不規則であるが、基本的には翼振動の翼間位相差から決まる波長で変動する。

（２２）　従来の失速フラッタに関するほとんどの研究では、流れ場は翼振動に同期して変動するものと仮定されていた。しかし、本論文で明らかにされたように、失速点付近で作動する翼列の場合、この様な流れ場が実際に発生するのは同期・引き込み領域だけであり、この領域以外では上記の仮定は全く成り立たない。

（２３）　上述の３領域の現象は、翼振動の背面遅れ翼間時間差γ'と剛翼列の旋回失速の伝播時間T_sとの相対関係によって説明できる。すなわち、同期現象は$T_s=\gamma'$の場合に発生し、反対にγ'とT_sが大きく離れると翼振動と無関係に旋回失速が伝播する。γ'がT_sから少しだけ異なる場合には引き込み現象が発生するが、両者の差が更にもう少し大きいある範囲では旋回失速の伝播時間ＴはT_sとγ'の中間の値となり、伝播の周期性が乱れる。

（２４）　上述の現象は、振動翼列における翼の失速がその翼自身の角変位だけではなく、腹側流路の失速流れの状態によっても大きな影響を受けることが原因である。振動翼列においても剛翼列の旋回失速の伝播速度が重要であるのは、振動翼列の場合にも剛翼列と同じ失速渦放出現象が発生し、そのせき止め作用が背面側隣接翼の失速を誘起するようになるからであり、前縁剥離が発生してからせき止め作用が強くなるまでに要する時間は、σやｋによらないで剛翼列の場合とほぼ等しい特性時間を持っているからである。

<u>旋回失速と失速フラッタ</u>

（２５）　振動翼に働く励振モーメントは、旋回失速が翼振動とちょうど同期する場合に励振側に最も大きくなり、同期・引き込み領域においても同期する点から離れるにしたがって小さくなって、やがて正減衰へ移行する。中間領域やＲＳ領域では励振モーメントは常に零または負で、失速フラッタは発生しない。

（２６）　同期する点に近づくにつれて負減衰となるのは、失速渦放出現象の特性時間と翼振動の周期との相対関係によって翼に働くモーメント変動の翼振動に対する位相が進むからであり、また翼面境界層の動的応答特性や腹側流路の流れ場との相対関係によって翼の前縁失速の起きる位相が進むからである。

（２７）　旋回失速と翼振動がちょうど同期する点は、$\sigma-k$面上では左上がりの分布を示し、同期・引き込み領域はここを中心に広がっており、そこから離れるにしたがって中間領域、ＲＳ領域へと変化する。失速点付近で作動する翼列の場合、フラッタ限界や励振モーメントなどの失速フラッタの重要な特性は、旋回

失速と翼振動との同期現象や引き込み現象に基づいて考えることが重要である。

（２８）　σとｋに対するＩｍ（C_M）の変化の様子、フラッタ限界の位置、励振モーメントの大きさなどに関して、本数値解析の結果は定性的にも定量的にも振動翼列の実験結果とよく一致し、その原因となる流れの実態をよく説明できるものである。

記号

c	翼弦長
C_ε, C_w	乱流モデルの係数
C_f	壁面上の無次元剪断応力
Cp	静圧係数　$Cp=\dfrac{p-p_1}{\frac{1}{2}\rho W_1^2}$
C_M	半翼弦点まわりの時計方向のモーメント係数 $C_M\equiv\dfrac{M}{\frac{1}{2}\rho W_1^2 c^2}$
C_N	翼弦に垂直方向の空気力係数 $C_N\equiv\dfrac{N}{\frac{1}{2}\rho W_1^2 c}$
C_T, C_X, C_Y	翼弦方向，軸方向，周方向の空気力係数
h	全圧ヘッド
H	境界層の形状係数　$H=\delta^*/\theta$
H_1	乱流境界層の形状係数　$H=\dfrac{\delta-\delta^*}{\theta}$
$Im(C_M)$	振動翼の励振モーメント $Im(C_M)\equiv\dfrac{1}{\frac{1}{2}\rho W_1^2 c^2 \alpha_0^2 \pi}\displaystyle\int_{1cycle} M\,d\alpha$
J	ヤコビアン
k	乱れの運動エネルギー（第２章）
k	振動翼の無次元振動数（第５章）　$k\equiv\dfrac{\pi f c}{W_1}$
k_s	旋回失速と翼振動が同期する無次元振動数 $k_n=\dfrac{2n\pi-\sigma}{2T_s}$　(n=1,2,3,･･･)
k_{sn}	引き込み現象が発生する限界の無次元振動数
ℓ	乱流領域の幅
L	後流の幅（第２章）
L	案内羽根翼列と動翼列の軸方向間隔（第４章）
M_w	翼枚数，ピッチ数
M	半翼弦点まわりの時計方向のモーメント

$\lvert \Delta M_r \rvert$	モーメントのｒ次成分の振幅 $\lvert \Delta M_r \rvert = \sqrt{Re^2(M_r) + Im^2(M_r)}$
N_i	ガラーキン法の重み係数
p	静圧
p_t	全圧
q	流速
R	翼面の曲率半径
Re	レイノルズ数　$Re \equiv \frac{W_1 c}{\nu}$
$Re\,(C_M)$	振動翼の非定常モーメントの実数部分
Re_{δ^*}	排除厚を基準長としたレイノルズ数　$Re_{\delta^*} \equiv \frac{U_e \delta^*}{\nu}$
Re_θ	運動量厚を基準長としたレイノルズ数　$Re_\theta \equiv \frac{U_e \theta}{\nu}$
s	翼列ピッチ
$\overline{S}$	圧縮機の円周長さ
s/c	節弦比
t	時間
t^*	無次元時間　$t^* \equiv \frac{W_1 t}{c}$
Δt	時間ステップ
Δt_D	渦度の拡散過程の時間ステップ
T	旋回失速の伝播時間　$T = \frac{s}{Vp}$
T_s	剛翼列に発生する旋回失速の伝播時間
Tp	失速渦放出現象の固有の時間スケール
u, v	静止座標系から見たｘ，ｙ軸方向速度成分，あるいは平均流に対する流速の変動分
U_1, V_1	平均流のｘ，ｙ軸方向速度成分
U_e	境界層外縁の主流速度，剥離域外縁の主流速度
Vp	旋回失速の伝播速度
V_t	翼列の回転周速度
W_1	動翼に相対的な平均流の速度（代表速度）
x, y	軸方向，翼列方向
X_{ss}	静的全圧損失係数 $X_{ss} = \dfrac{\Delta p_t}{\frac{1}{2}\rho W_1^2}$

α	迎え角，振動翼の角変位
α_a	角振動の片振幅
α_1	案内羽根翼列の相対出口流出角
β	動翼に相対的な流れ角
γ	渦度の線密度（第２章第１節）
γ	乱流境界層の間欠率（第２章第３節）
γ	振動翼列の翼間時間差（第５章） $\gamma = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2k} & (0 \leqq \sigma \leqq \pi) \\ \dfrac{2\pi - \sigma}{2k} & (\pi \leqq \sigma < 2\pi) \end{cases}$
γ'	振動翼列の背面遅れ翼間時間差 $\gamma' = \dfrac{2\pi - \sigma}{2k} \quad (0 \leqq \sigma < 2\pi)$
γ_{EN}	引き込み現象が発生する限界の翼間時間差
Γ	循環
$\Delta\Gamma_k$	渦点の循環
δ	境界層厚さ
δ^*	境界層の排除厚さ
ζ	渦度
θ	境界層の運動量厚さ（第２章）
θ	振動翼の位相（第５章）
θ_{LES}	振動翼が前縁失速する瞬間の位相
λ	旋回失速の波長
μ	微小変動の成長率
ν	流体の動粘性係数
ν_t	渦動粘性係数
ξ, η	計算面の座標軸（第２章）
ξ	翼列の食違い角（第３～５章）
ρ	流体の密度
σ	振動翼列の翼間位相差
τ	剪断応力（第２章）
τ	境界層遅れの時定数（第３，４章）
τ	振動周期（第５章）
τ_w	壁面剪断応力
ϕ	速度ポテンシャル
ϕ_r	モーメントのｒ次成分の位相遅れ
ψ	流れ関数
$\Delta\psi$	１ピッチあたりの平均流量　$\Delta\psi = U_1 s$
ω	角振動数

添え字記号等

c	閉曲線
e	境界層外縁
i, j	ξ, η 方向格子点番号
k	渦点の番号
k	時間ステップ
(n)	時間ステップ
n, s	法線方向, 接線方向
p	円周方向の harmonics
u, ℓ	周期境界
x, y	x, y 軸方向成分
ξ, η	ξ, η 軸方向成分
0	案内羽根翼列入口
1	上流境界, 案内羽根翼列出口
2	下流境界
$\overline{(\ )}$	平均成分
$(\ )'$	乱流成分
$(\ )^{*}$	案内羽根の諸量の修正値

参考文献

1. Emmons, H. W., Pearson, C. E., and Grant, H. P., "Compressor Surge and Stall Propagation," Transaction of ASME, Vol. 77, No. 4, May 1955.

2. Huppert, M. C., and Benser, W. A., "Some Stall and Surge Phenomena in Axial-Flow Comperssors," Journal of Aeronautic Science, Vol. 20, No. 4, Dec. 1953.

3. Iura, T., and Rannie, W. D., "Experimental Investigations of Propagating Stall in Axial-Flow Compressors," Transaction of ASME, Vol. 76, No. 3, April 1954.

4. Sears, W. R., "On Asymmetric Flow in an Axial-Flow Compressor Stage," Journal of Applied Mechanics, Vol. 20, No. 3, March 1953.

5. Sears, W. R., "Rotating Stall in Axial Compressors," ZAMP, Vol. 6, 1955.

6. Marble, F. E., "Propagation of Stall in a Compressor Blade Row," Journal of Aeronautic Science, Vol. 22, No. 8, Aug. 1955.

7. Fabri, J., and Siestrunck, r., "Rotating Stall in Axial Flow Compressors," Journal of Aeronautic Science, Vol. 24, No. 11, Nov. 1957.

8. Stenning, A. H., Kriebel, A. R., and Montgomery, S. R., "Stall Propagation in Axial-Flow Compressor," NACA TN 3580, June 1956.

9. Costilow, E. L., and Huppert, M. C., "Rotating Stall Characteristic of a Rotor with High Hub-Tip Radius Ratio," NASA TN 3518, Aug. 1955.

10. Costilow, E. L., and Huppert, M. C., "Some Effects of Guide-Vane Turning and Stators on the Rotating Stall Characteristic of a High Hub-Tip Ratio Single Stage Compressor," NASA TN 3711, April 1956.

11. Sovran, G, "The Measured and Visualized Behavior of Rotating Stall in an Axial-Flow Compressor and in a Two-Dimensional Cascade," Journal of Engineering for Power, January 1959.

12. Rockett, J.A., "Modulation Phenomena in Stall Propagation, "Journal of Basic Engineering, September 1959.

13. Yeh, H., "An Actuator Disc Analysis of Inlet Distortion and Rotating Stall in Axial Flow Turbomachines," Journal of Aeronautics and Space Science, Vol.26, No.11, Nov. 1959.

14. Dixon, S.L., "Some Three-Dimensional Effects of Rotating Stall," Aeronautic Research Council C.P. No.609, May 1961.

15. 高田, 「多段軸流圧縮機の旋回失速」, 東京大学航空研究所集報, 2-6, June 1961.

16. 高田, 永野, 「旋回失速の非線形解析（第１～２報）」, 日本機械学会論文集, April 1971.

17. 永野, 高田, 「旋回失速の非線形解析（第３～４報）」, 日本機械学会論文集, June 1971.

18. Takta, H., and Nagano, S., "Nonlinear Analysis of Rotating Stall," Journal of Engineering for Power, October 1972.

19. Orner, N., "Rotaing Stall in Axial Flow Compressors," von Karman Institute Lecture Series, 1979.

20. Neuhoff H.G., and Grahl K.G., "Numerical Simulation of Rotating Stall in Axial Compressor Blade Rows and Stages," ASME Paper, 86-GT-27, 1986.

21. Day, I.J., and Cumpsty, N.A., "The Mesasurement and Interpretation of Folw Within Rotating Stall Cells in Axial Compressors," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol.20, 1978.

22. Das, D.K., and Jiang, H.K., "An Experimental Study of Rotating Stall in a Multistage Axial-Flow Compressor," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol.106, July 1984.

23. Breugelmans, F.A.E., and Mathioudakis, K., "Rotating Stall Cells in a Low-Speed Axial Flow Compressor," Journal of Aircraft, Vol.22, No.3, March 1985.

24. Day, I.J., Greitzer, E.M., and Cumpsty, N.A., "Prediction of Compressor Performance in Rotating Stall," Journal of Engineering for Power, Vol 100, January 1978.

25. Moore, F.K., "A Theory of Rotating Stall of Multistage Axial Compressors :Part 1 ---- Small Distubances," Journal of Engineering for Gas Turbins and Power, Vol.106, April 1984.

26. Moore, F.K., "A Theory of Rotating Stall of Multistage Axial Compressors:Part 2 ---- Small Distubances," Journal of Engineering for Gas Turbins and Power, Vol.106, April 1984.

27. Moore, F.K., "A Theory of Rotating Stall of Multistage Axial Compressors:Part 3 ---- Limit Cycles," Journal of Engineering for Gas Turbins and Power, Vol.106, April 1984.

28. Greitzer, E.M., "Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors Part 1 : Theoretical Compression System Model," ASME Paper, 75-GT-9., 1975

29. Greitzer, E.M., "Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors Part 2 : Experimental Results aand Comparison With Theory," ASME Paper, 75-GT-10, 1975.

30. Moore, F.K., and Greitzer, E.M., "A Theory of Post-Stall Transients in Axial Compression Systems:Part 1 ---- Development Equations," ASME Paper 85-GT-171, 1985.

31. Greitzer, E.M., and Moore, F.K., "A Theory of Post-Stall Transients in Axial Compression Systems:Part 2 ---- Application," ASME Paper 85-GT-172, 1985.

32. Kriebel, A.R., Seidel, B.S., and Schwind, R.G., "Stall Propagation in a Cascade of Airfoils," NACA TN 4134, June 1958.

33. Spalart, P.R., "Simulation of Rotating Stall by The Vortex Method" Journal of Propulsion, Vol.1, No.3, May-June 1985.

34. Speziale, C.G., Sisto, F., and Jonnavithula, S., "Vortex Simulation of Propagating Stall in a Linear Cascade of Airfoils," Journal of Fluids Engineering, Vol.108, September 1986.

35. Jonnavithula, S., Thangnm, S., and Sisto, F., "Computational and Experimental Study of Stall Propagation in Axial Compressors," AIAA journal, November 1990.

36. Sarpkaya, T., "Computational Methods with Vortices ---- The Freeman Scholar Lecture," Journal of Fluids Engineering, Vol.111, March 1989.

37. Davoudzadeh, F., Liu, N.-S., Shamroth, S.J., and Thoren, S.J., "A Navier-Stokes Study of Rotating Stall in Compressor Cascades," AIAA Paper 88-3265, 1988.

38. Jackson, A.D., "Stall Cell Depelopment in an Axial Compressor," ASME Paper 86-GT-249, 1986.

39. McDougall, N.M., Cumpsty, N.A., and Hynes, T.P., "Stall Inception in Axial Compressor," Journal of Turbomachinery, Vol.112, January 1990.

40. Garnier, V.H., et al., "Rotating Waves as a Stall Inception Indication in Axial Compressors," ASME Paper 90-GT-156, 1990.

41. Dugundji, J., Epstein, A.H., Garnier, V., Greitzer, E.M., Guenette, G., Paduano, J., Silkowski, P., Simon, J., and Valavani, L., "A Progress Report on Active Control of Flow Instabilities : Rotating Stall Stabilization in Axial Compressors," AIAA Paper 89-1008, 1989.

42. Epstein, A.H., Williams, J.E., and Greitzer, E.M., "Active Suppression of Aerodynamic Instabilities in Turbomachines," Journal of Propulsion, Vol.5, NO.2, 1989.

43. Emmons, H.W., Kronauer, R.E., and Rockett, J.A., "A Suvey of Stall Propagation ---- Experiment and Theory, "Journal of Basic Engineering, September 1959.

44. Stenning, A.H., "Rotating Stall and Surge," Journal of Fluids Engineering, Vol.102, March 1980.

45. Fabri, J., "Rotating Stall in Axial Flow Compressors," Internal Aerodynamics (Turbomachinery), Institute of Mechanical Engineers, 1967.

46. Greitzer, E.M., "Review ---- Axial Compressor Stall Phenomena," Journal of Fluids Engineering, Vol.102, June 1980.

47. 日本機械学会、翼列における非定常問題に関する調査研究分科会成果報告書、Feb. 1988.

48. Greitzer, E.M., "Unsteady Flow in Turbomachines : Recent Advances and Opportunities for Control," Proceedings of Tokyo International Gas Turbine Congress, October 1987.

49. 高田, 「圧縮機の失速コントロール技術」, 日本機械学会関西支部講習会資料, May 1991.

50. 田中, 花村, 篠原, 山口, 「翼の剥離形態と失速フラッタ特性との関係」, 日本機械学会論文集, 46-410, October 1980.

51. 田中, 花村, 篠原, 山口, 「失速特性におよぼす剥離形態とねじり軸位置の影響」, 日本機械学会論文集, 47-423, November 1981.

52. 藤本, 田中, 石井, 山口, 「剥離を伴うねじり振動翼の非定常空力特性」, 日本機械学会論文集, 50-460, December 1984.

53. McRoskey, W.J., "Recent Developments in Dynamic Stall," Symposium on Unsteady Aerodynamics, Kinney, R.B., ed., Tucson, Univ. Arizona, 1975.

54. McRoskey, W.J., "Some Current Research in Unsteady Fluid Dynamics," Journal of Fluid Engineering, vol.99, No.1, March 1977.

55. McRoskey, W.J., "Some Unsteady Separation Problems for Slender Bodies," AGARD-LS-94, 1978.

56. McRoskey, W.J., "Prediction of Unsteady Separated Flows on Oscillating Airfoils," AGARD-LS-94, 1978.

57. Johnson, W., "Recent Developments in Rotary-Wing Aerodynamic Theory," AIAA Journal, vol.24,No.8, August 1986.

58. Mehta,U.B., and Lavan,Z., "Starting Vortex, Separation Bubbles and Stall : A Numerical Study of Laminar Unsteady Flow around An Airfoil," Journal of Fluid Mechanics, vol.67, 1975.

59. Mehta,U.B., "Dynamic Stall of An Oscillating Airfoil," AGARD CP-277, September 1977.

60. Sanker,N.L., and Tassa,Y., "Compressibility Effects on Dynamic Stall of An NACA 0012 Airfoil," AIAA Journal vol.19,No.5, May 1981.

61. Tassa,Y., and Sanker,N.L., "Dynamic Stall of An Oscillating Airfoil in Turbulent Flow Using Time Dependent Navier-Stokes Solver," IUTAM Symposium, Toulouse, France, May 1981.

62. 磯貝，「振動翼まわりの非定常大規模剥離流の数値シミュレーション」，第９回航空機計算空気力学シンポジウム論文集， NAL SP-15, Nov. 1991.

63. 時末，高田，「動的失速時の翼周辺剥離流と非定常空気力に関する研究（第１～２報）」，日本機械学会論文集，50-460，昭和59.12.

64. 時末，高田，「動的失速時の翼周辺剥離流と非定常空気力に関する研究（第３～４報）」，日本機械学会論文集，55-510，1989.2.

65. 時末，高田，「前縁失速型の翼の失速フラッタ」，日本機械学会論文集，50-460，1989.2.

66. 八島，田中，「前縁剥離を伴う翼列失速フラッタ（第１～２報）」，日本機械学会論文集， 40-340, December 1974.

67. Yashima,S., and H.Tanaka, "Torsional Flutter in Stalled Cascade," Journal of Engineering for Power, vol.100, April 1978.

68. Carta,F.O., and St. Hilaire,A.D., "Experimentally Determined Stability Parameters of a Subsonic Cascade Oscillating near Stall," Journal of Engineering for Power, vol.100, January 1978.

69. Tanaka,H., Yamamoto,K., and Fujimoto,I., "Unsteady Aerodynamic Responce of Cascade Blades in Pitching Oscillation with Flow Separation," Proc. of IUTAM Symposium, Cambridge, September 1984.

70. Sisto,F., "Unsteady Aerodynamic Reactions of Airfoils in Cascade," Journal of Aeronautical Science, vol.22, 1955.

71. Whitehead,D.S., "Vibration of Cascade Blades Treated by Actuator Disc Methods," Preprint Institute of Mechanical Engineers, June 1959.

72. Whitehead,D.S., "Force and Moment Coefficients for Vibrating Airfoils in Cascade," British Aerospace Research Council R & M 3254, 1960.

73. Tanida,Y., and Okazaki,T., "Stall Flutter in Cascade," Bulletin of the JSME, vol.6,No.24, 1963.

74. Sisto,F., "Linearized Theory of Nonstationary Cascade at Fully Stalled or Supercavitated Conditions," Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik, vol.47,No.8, 1967.

75. 西山，松平，「剥離を伴う振動翼列の特性解析（第１，２報）」，日本機械学会論文集，44-380, April 1978.

76. Sisto,F. and Perumal,P.V.K., "Lift and Moment Prediction for an Oscillating Airfoil with a Moving Separation Point," ASME Paper 74-GT-28, 1974.

77. Wu,W., Sisto,F., Thangam,S., and Jonnavithula,S., "Vortex Simulation of Unsteady Stall in a Cascade of Oscillating Blades with Piecewise Linearization and Recorrection Technique," 5th International Conference on Turbulent and Laminar Flow, Canada, 1987.

78. Sisto,F., Wu,F., Thangam,S., and Jonnavithula,S., "Computational Aerodynamics of Oscillating Cascades with the Evolution of Stall," AIAA Paper 87-2055., 1987.

79. Sisto,F., Wu,F., and Abdel-Rahim,A., "Computational Prediction of Stall Flutter in Cascaded Airfoils," AIAA Journal, vol.29,No.7, July 1991.

80. Abdel-Rahim, A., and Sisto, F., Wu, F., "Computational Study of Stall Flutter in Linear Cascades," ASME 91-GT-5. 1991.

81. 花村.「翼列フラッタ」. ターボ機械. vol.5, No.11. 1977.

82. 永野, 町田, 高田.「失速翼列の動特性」, 日本機械学会論文集. 39-328. December 1973.

83. Sharma, P.B. and Rally, J.W., "Dynamic Total Head Loss Characteristic for an Axial Compressor Rotor," Journal of Mechanical Engineering Science, vol.22, No.6. 1980.

84. 吉澤.「工学と理学における乱流研究」. 機械学会誌. 1990.8.

85. Baldwin, B.S. and Lomax, H., " Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA paper 78-257. 1978.

86. Cebeci, T., "Calculation of Laminar and Turbulent Boundary Layers for Two-Dimensional Time-Dependent Flows," NACA CR-2820. Jun. 1977.

87. Rotta, J.C.,「乱流」, 岩波書店.

88. Thompson, J.F., Thames, F.C., and Mastin, C.W., "Bounday-Fitted Curvilinear Coodinate System for Solution of Partial Differential Equations on Fields Containing Any Number of Arbitary Two-Dimensional Bodies," NACA CR-2729. July 1977.

89. 戸川.「共役勾配法」. 教育出版. 1976.

90. 生井, 井上.「粘性流体の力学」. 理工学社. 1978.

91. Schlichting, H., "Boundary Layer Theory," McGrow Hill. 1960.

92. Head, M.R., "Entrainment in the Turbulent Boundary Layer," R & M No.3152. September 1958.

93. McDonald, H. and Shamroth, S.J., " An Analysis and Application of the Time-Dependent Turbulent Boundary Layer Equations," AIAA Journal. August 1971.

94. Scruggs, R.M., Nash, J.F., and Singleton, R.E., " Analysis of Dynamic Stall using Unsteady Boundary-Layer Theory," NACA CR-2467. October 1974.

95. 中村、保原、他.「ψ－ωを用いた非圧縮流計算法の改良」. 航空宇宙学会誌. 38-437. 1990.6.

96. 中村、保原、他.「ノイマン条件を持つ圧力ポアソン方程式の新しい数値計算法」. 38-441. 1990.10.

97. Coles, D., "The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer," Journal of Fluid Mechanics. vol.1. July 1956.

98. Emery, J.C., Herig, L.J., Erwin, J.R., and Felix, A.r., "Systematic Two-Dimensional Cascade Tests of NACA 65-Series Compressor Blades at Low Speeds," NACA Report 1368. 1958.

99. Ruetenik, J.R. and Herrmann, W., "Shock-Tube Measurements of Step-Blast Loads on a NASA 64A010 Airfoil," TRASD-TR-61-219. Feb. 1962. Air Force Systems Command, Dayton, Ohio.

100. Montgomery, S.R., and Brain, J.J., "Investigation of Rotating Stall in a Single-Stage Axial Compressor," NACA Report TN 3823. 1957.

101. Stenning, A.H., Seidel, B.S., and Senoo, Y., "Effect of Cascade Parameters on Rotating Stall," NASA Memorandum 3-16-59W. 1959.

102. 田中.「失速フラッタ」. 日本ガスタービン学会誌. 19-76. March 1992.

謝辞

本研究は東海大学工学部生産機械工学科の高田浩之教授と東京大学教養学部の永野三郎教授の御指導の下に行ったものです。両師の長年にわたる懇切な御指導に対し心から感謝致します。また東京大学航空学科輪講会等を通じて有益な討論をいただいた梶昭次郎教授、小竹進教授、長島利夫教授、花村庸治助教授に厚くお礼を申し上げます。なお本論文完成までに適切な御助言と暖かい御協力をいただいた、当時東京大学工学部航空学科高田研究室の助手の方々、東京大学教養学部情報・図形科学教室の先生方、また航空宇宙技術研究所の田村敦宏室長を始め研究員の皆様にも深く感謝いたします。

図・表

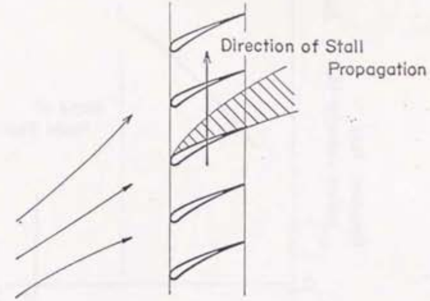


図1－1　旋回失速の説明 (by Emmons [1])

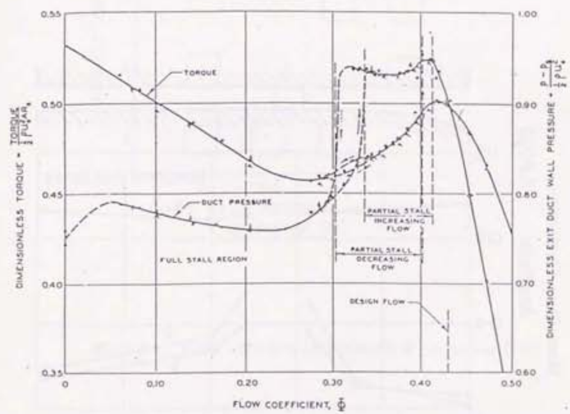


図1－2　Rannieの実験結果

Variation of Torque and Exit-Duct Wall Pressure

with Flow Coefficient

(3-stage Free Vortex Blading: 750 rpm. [3])

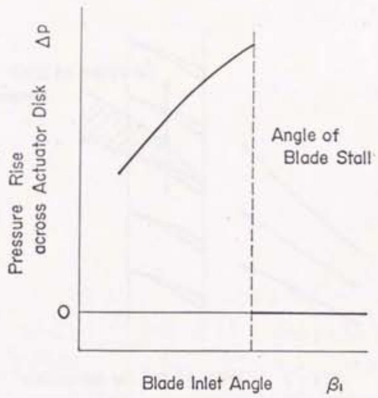


図1－3　　Mableの翼列特性 [6]

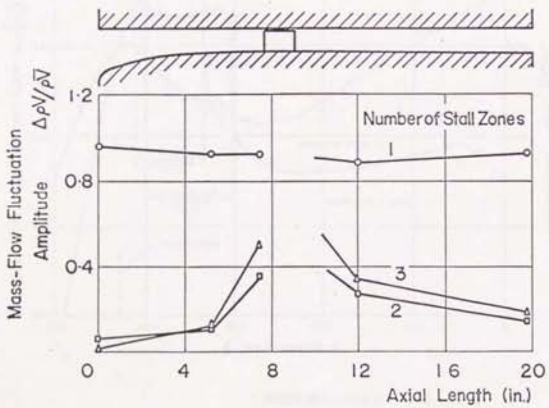


図1－4　　流量変動の軸方向分布 (by Costilow & Huppert [9])

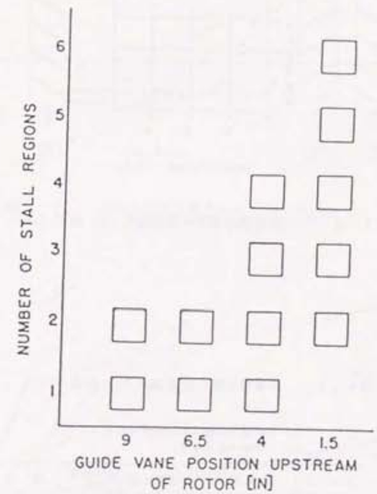


図1－5　　失速セル数に対する翼列間隔の影響 (by Sovran [11])

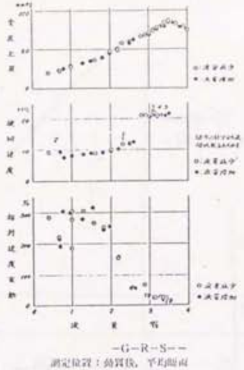


図1－6　　一段軸流圧縮機の実験結果（by 高田 [15]）

表1－1　　失速領域数と伝播速度（by 高田 [15]）

（ただし失速領域数は流量減少時に安定に得られたもののみをしるす）

グループ	翼列配置	失速領域数	旋回速度 rps	備考
GR	--GRS---	1	10～12	large stall
	--GR-S--	10～6	20～22	
	--GR---S	9，6	20～22	
G-R	-G-R-S--	5，4	21	
	-G-R--S-	5，4	21	
	-G-R---S	4	21	
G--R	G--RS---	1	15	large stall
	G--R-S--	3，2	20	
	G--R--S-	3	20	
	G--R---S	3，2	20	

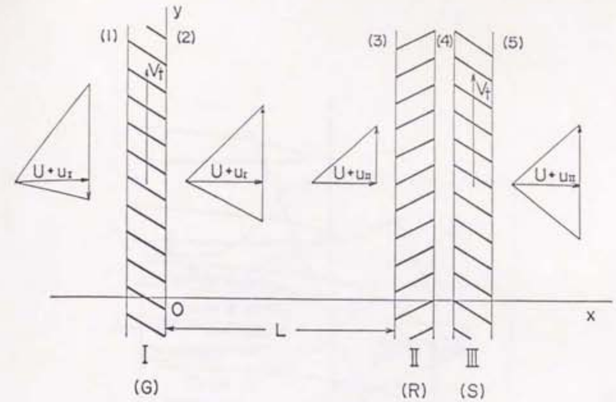


図1－7　　非線形解析の翼列モデル（by Nagano [16, 17, 18]）

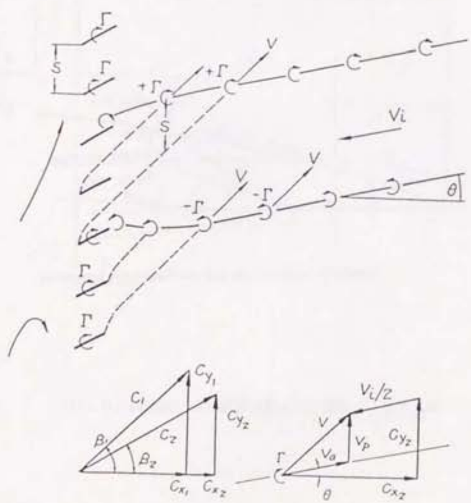
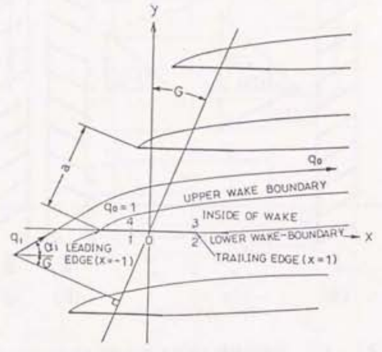
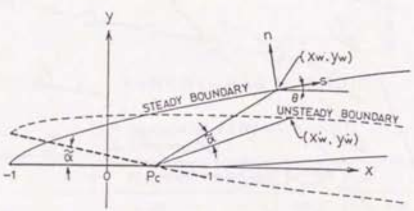


図1－8　　Kriebelの渦モデル [32]



Steady flow model in physical plane



Relation between steady and unsteady wake boundaries

図1－9　　有限ピッチ翼列理論 (by Yashima [66,67])

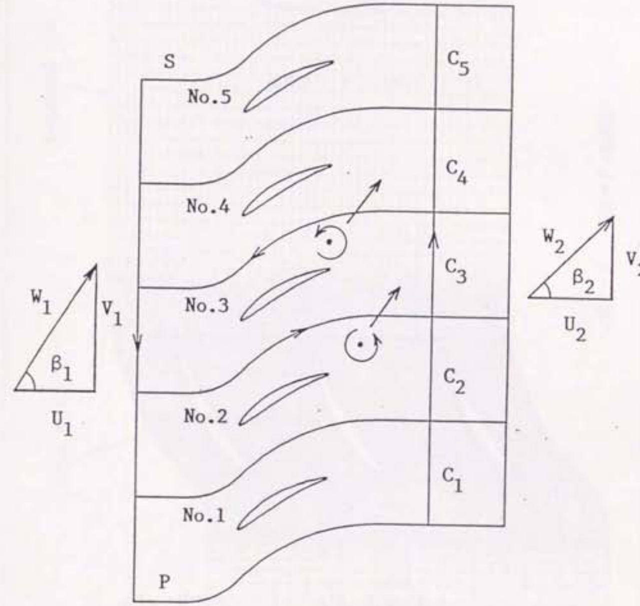


図2－1　　計算領域（5ピッチ周期の例）

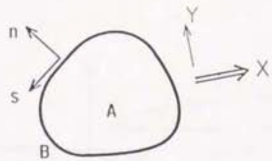


図2－2　　物質面

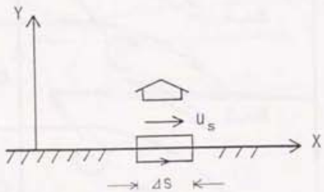


図2－3　　翼面における渦度の生産

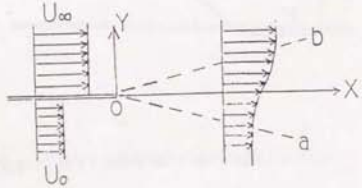


図2－4　　噴流境界

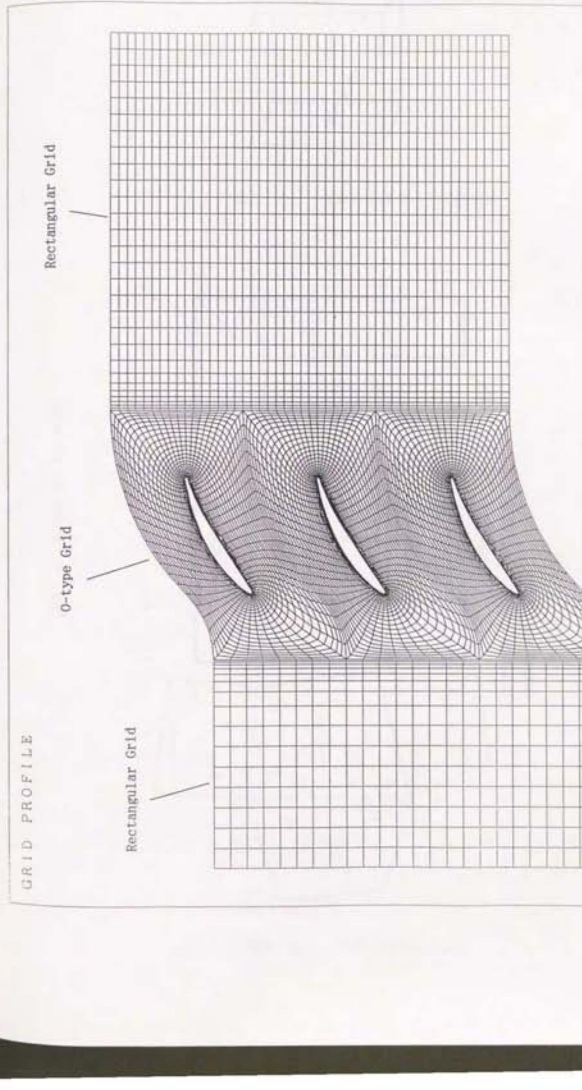


図2－5　　計算格子（物理面）

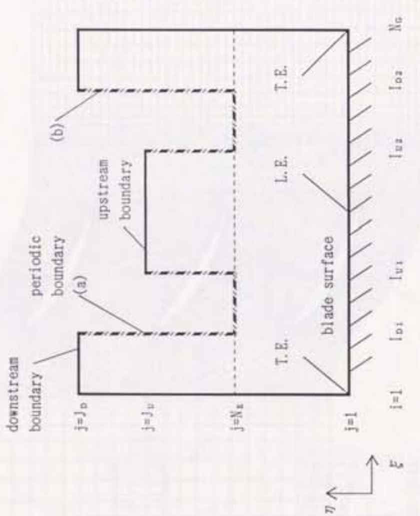


図2－6　計算格子（ξ－η面）

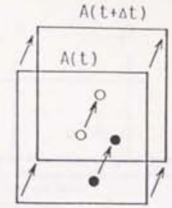


図2－7　　渦度の拡散および対流輸送

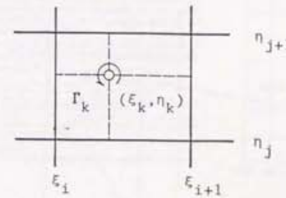


図2－8　　格子点の渦度の計算法

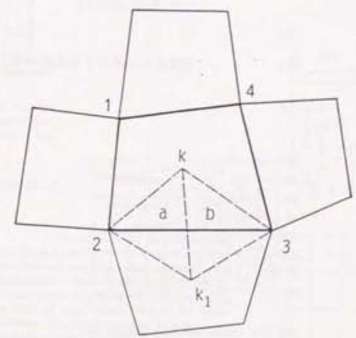


図2－9　　渦度の拡散の計算法

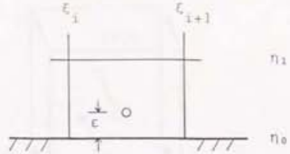


図２－１０　翼面で生産された渦点の導入法

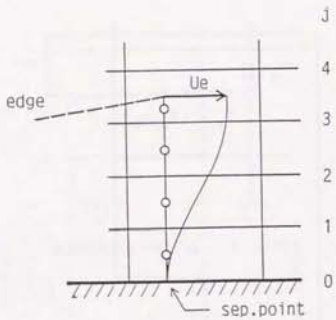


図２－１１　剥離点から流出する渦点の導入法

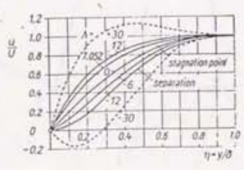
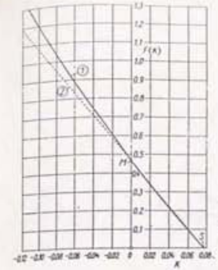


Fig. 10.4. The one-parameter family of velocity profiles from eqn. (10.22)

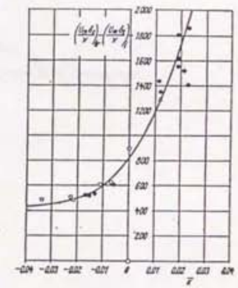
図２－１２　Λによる層流境界層の速度分布［91］



The auxiliary function $F(K)$ for the calculation of laminar boundary layer by the method of Holstein and Bohlen

(1) using eqn. (10.35);
(2) linear approximation $F(K) = 0{\cdot}470 - 6K$;
S = stagnation point;
M = velocity maximum

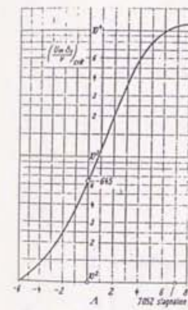
図２－１３　Ｆ（Ｋ）［91］



Measurements on the point of transition in boundary layers with pressure gradient, after Granville [49]. Difference between the Reynolds numbers at the point of transition, $R_{\delta_2,tr} = (U_m \delta_2/\nu)_{tr}$, and at the point of instability, $R_{\delta_2,i} = (U_m \delta_2/\nu)_i$ as a function of the mean pressure gradient $\bar{K}$ from eqn. (17.8). $\bar{K} > 0$ corresponds to accelerated and $\bar{K} < 0$ to decelerated flows

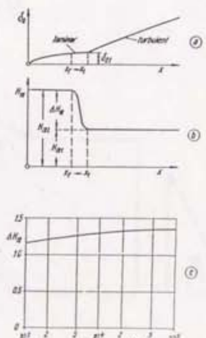
○ Flat plate, Schubauer and Skramstad [125]
⊗ NACA aerofoil 0012, von Doenhoff [17]
● Suction side } Aerofoil NACA 65(215)—114, Braslow and Visconti [7]
⊞ Pressure side }
□ Aerofoil of 8% thickness ratio, B. M. Jones [85]
△ Laminar aerofoil of 14.7% thickness ratio, Zalovcik and Skoog [160];
[7, 17, 125] measurements in low-turbulence wind tunnel;
[49, 160] free-flight measurements

図２－１４　不安定点の判別曲線［91］



Critical Reynolds number of boundary-layer velocity profiles with pressure gradient as a function of the shape factor Λ

図２－１５　遷移点の判別曲線［91］



Variation of the momentum-thickness shape factor H_{12} in the range of transition from laminar to turbulent flow. a) Variation of momentum thickness, δ_2, along wall; b) Variation of shape factor, H_{12}, along wall; c) Change ΔH_{12} in value of shape factor, H_{12}, in the neighbourhood of point of transition in terms of the Reynolds number $R = (U\,\delta_2/\nu)_t$

図２－１６　遷移点における形状係数の変化［91］

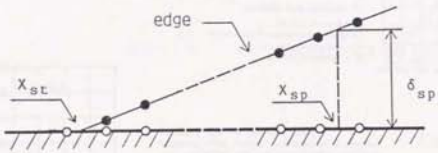


図2－17　　境界層外縁の速度分布

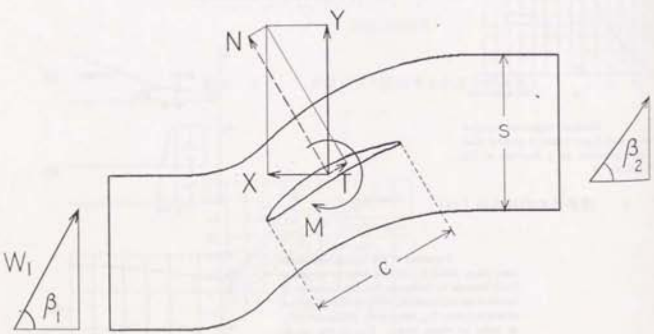


図2－18　　定常流の運動量保存則

第3章付図・表

Table. I　　Resultant Characteristics of Rotating Stall in An Isolated Blade Row

NO.	β_1	N	s/c	initial disturbance		RESULT						
				cells	amplitude	number of cells	T	V_p/V_1	V_p/U_1	amplitude of $\Delta\phi$ max	min	
A1	60.0	5	1.0	1	-100%	1	4.0	0.29	0.50	+ 55 %	- 70 %	
A2	60.0	5	1.0	1	-10%	1	4.7	0.25	0.43	+ 60 %	- 60 %	
A3	52.0	5	1.0	1	-50%	1	6.1	0.21	0.27	+ 25 %	- 35 %	
A4	55.0	5	1.0	1	-100%	1	5.2	0.23	0.34	+ 40 %	- 35 %	
A5	65.0	5	1.0	1	-100%	1	3.4	0.32	0.69	+ 60 %	-100 %	
A6	70.0	5	1.0	1	-100%	1	3.2	0.33	0.91	+100 %	-120 %	
A7	75.0	5	1.0	1	-100%	1	3.3	0.31	1.17	+160 %	-200 %	
B1	50.0	5	1.0	1	-5%	---	---	---	---	---	---	Attenuate
B2	52.0	5	1.0	1	-5%	1	6.0	0.21	0.27	+ 22 %	- 35 %	
B3	50.0	5	1.0	1	-20%	1	6.2	0.21	0.25	+ 18 %	- 25 %	Hysteresis
B4	47.0	5	1.0	1	-20%	---	---	---	---	---	---	Attenuate
C1	50.0	10	1.0	1	-10%	---	---	---	---	---	---	Attenuate
C2	52.0	10	1.0	1	-10%	1	5.0	0.25	0.32	+ 17 %	- 50 %	
C3	52.0	10	1.0	1	-100%	1	5.1	0.25	0.32	+ 20 %	- 50 %	
C4	50.0	10	1.0	1	-50%	1	6.0	0.22	0.26	+ 20 %	- 30 %	Hysteresis
C5	47.0	10	1.0	1	-30%	---	---	---	---	---	---	Attenuate
D1	52.0	10	1.0	1	-1%	2-> 1	5.0	0.25	0.32	+ 10 %	- 42 %	
D2	53.0	10	1.0	1	-1%	3-> 1	4.5	0.28	0.37	+ 20 %	- 55 %	
E1	55.0	10	1.0	1	-100%	1	4.1	0.30	0.43	+ 40 %	- 75 %	
E2	60.0	10	1.0	1	-100%	1-> 2	3.8	0.30	0.53	+ 90 %	-100 %	
E3	70.0	10	1.0	1	-100%	1-> 2	3.0	0.35	0.97	+180 %	-200 %	

Table.1 -- continued

NO.	β_1	N	s/c	initial disturbance cells	initial disturbance amplitude	number of cells	RESULT T	RESULT Vp/V₁	RESULT Vp/U₁	amplitude of $\Delta\phi$ max	amplitude of $\Delta\phi$ min	
F1	52.0	2	1.0	1	-10%	1	10.5	0.12	0.15	+ 10 %	- 10 %	
F2	60.0	2	1.0	1	-30%	1	6.0	0.19	0.33	+ 25 %	- 25 %	
F3	75.0	2	1.0	1	-100%	1	3.8	0.28	1.03	+110 %	-110 %	
G1	52.0	3	1.0	1	-30%	1	7.0	0.18	0.23	+ 22 %	- 20 %	
G2	55.0	3	1.0	1	-40%	1	6.4	0.19	0.27	+ 24 %	- 24 %	
G3	60.0	3	1.0	1	-40%	1	5.0	0.23	0.40	+ 30 %	- 27 %	
G4	75.0	3	1.0	1	-100%	1	3.6	0.29	1.08	+200 %	-170 %	
H1	52.0	6	1.0	1	-30%	1	5.5	0.23	0.30	+ 25 %	- 35 %	
H2	52.0	6	1.0	1	- 1%	1	5.5	0.23	0.30	+ 20 %	- 35 %	
I1	60.0	5	2.0	1	-100%	1	4.0	0.58	1.00	+ 80 %	- 70 %	
I2	60.0	5	1.5	1	-100%	1	4.1	0.42	0.73	+ 60 %	- 50 %	
I3	55.0	10	1.5	1	-100%	1	3.8	0.48	0.69	+ 70 %	- 93 %	
I4	60.0	5	0.5	1	-100%	1	4.0	0.14	0.25	+ 47 %	- 85 %	
I5	55.0	10	0.5	1	-100%	1	3.2	0.19	0.27	+ 50 %	-116 %	
I6	60.0	10	0.5	1	-100%	1	2.5	0.23	0.40	+ 93 %	-163 %	

β_1 : Inlet Flow Angle , N : Number of Blades, s/c : Pitch-Chord Ratio
T : Time required for Stall Cell to propagate over One Pitch
V_p (=1/T) : Propagation Velocity of Rotating Stall
Amplitude : Variation of Flow Rate through one Passage Expressed by Percent of Mean Flow Rate.

表３－１　円形翼列実験結果（その１）
（ｓ／ｃ＝1.0, ξ=31°, NACA65(12)10, [32]）

（ａ）ｓ／ｃ＝1.0, 形状Ａ

ＣＡＳＥ	Ａ	Ｂ	Ｃ	Ｄ
流入角	55°	60°	68°	81°
５４枚中のセル数	15～20	13～14	16	5
セル数誤差	5以下	3以下	3以下	0
波長	3 c	4 c	3～4 c	11 c
V_p/C_{r1}	0.24	0.54	0.75	1.6
$V_p/C_{\theta 1}$	0.13	0.28	0.25	0.25
Ｖp誤差	8%以下	8%以下	12%以下	---
Ｃp	0.33	0.29	0.25	0.12

（ｂ）ｓ／ｃ＝1.0, 形状Ｂ

ＣＡＳＥ	Ｅ	Ｆ
流入角	57°	64°
迎え角	27°	33°
５４枚中のセル数	9～10	11
波長	5～6 c	5 c
V_p/C_{r1}	0.55	0.83
$V_p/C_{\theta 1}$	0.30	0.37
M_1	0.33	0.40
Ｃp	0.45	0.36
Ｒｅ	---	200,000

表３－２　線形解析による発生点

上段：発生点流入角 $\beta_{1,i}$
下段：Vp／U（at $\beta_{1,i}$）

（a）$\beta_2 = 23^\circ$（const.）

λ/c ＼ Uτ/c	0.25	0.5	1.0	2.0
1		52.82 0.0706		
3	52.90 0.191	52.85 0.165	52.80 0.131	52.80 0.096
5	52.92 0.255	52.87 0.225	52.82 0.185	52.79 0.140
10	52.95 0.343	52.91 0.311	52.85 0.269	52.80 0.215
20	52.98 0.410	52.95 0.387	52.89 0.350	52.84 0.298
50	53.00 0.467	52.99 0.455	52.95 0.432	52.90 0.395

なお、c＝τ＝０の場合　$\beta_{1,i} = 53.02^\circ$，$V_p/U = 0.515$

（b）$\beta_2 = 27^\circ$（const.）

λ/c ＼ Uτ/c	0.25	0.5	1.0
3	53.02 0.201	52.96 0.172	52.92 0.136
5	53.04 0.268	52.98 0.236	52.93 0.192
10	53.07 0.359	53.02 0.327	52.96 0.281

なお、c＝τ＝０の場合　$\beta_{1,i} = 53.15^\circ$，$V_p/U = 0.547$

表３－３　円形翼列実験結果（その２）［32］

（ａ）ｓ／ｃ＝２．０

ＣＡＳＥ	G	H	I
流入角	58°	61°	64°
迎え角	27°	30°	33°
２７枚中のセル数	15～16	19～20	14～15
波長	約2 c	1～2 c	約2 c
Vp/Cr_1	0.78	0.87	1.0
$Vp/C\theta_1$	0.42	0.43	0.45
Ｃｐ	0.25	0.15	0.13
Ｍ1	0.30	0.37	0.31
Re_1	266.000	235.000	200.000
渦放出周期	8.3	6.0	7.3

（ｂ）ｓ／ｃ＝３．０

ＣＡＳＥ	J	K
流入角	57°	70°
迎え角	26°	38°
１８枚中のセル数	7～8	18
波長	2～3 c	1 c
Vp/Cr_1	1.27	1.47
$Vp/C\theta_1$	0.83	0.91
Ｃｐ	0.15	0.058
Ｍ1	0.31	0.32
Re_1	255.000	264.000
渦放出周期	9.1	4.6

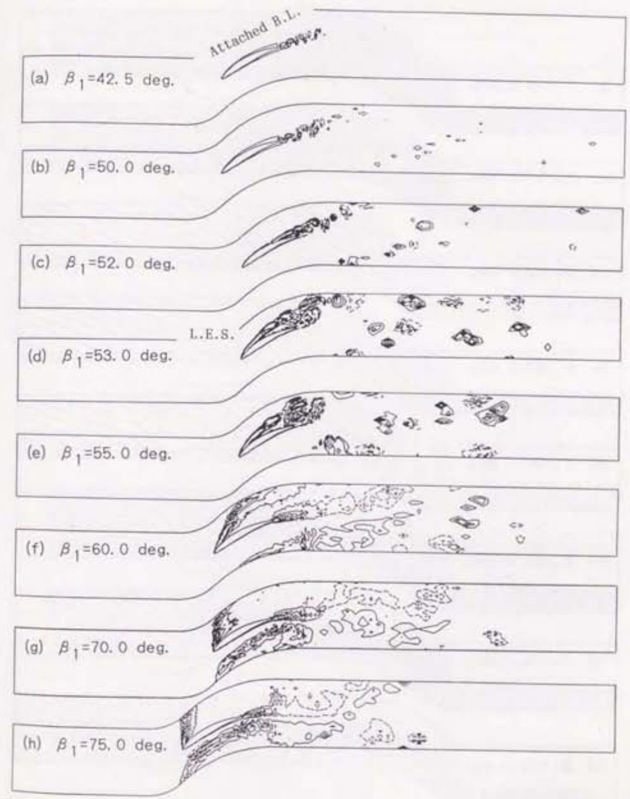


図３－１－１　定常流れの渦度分布

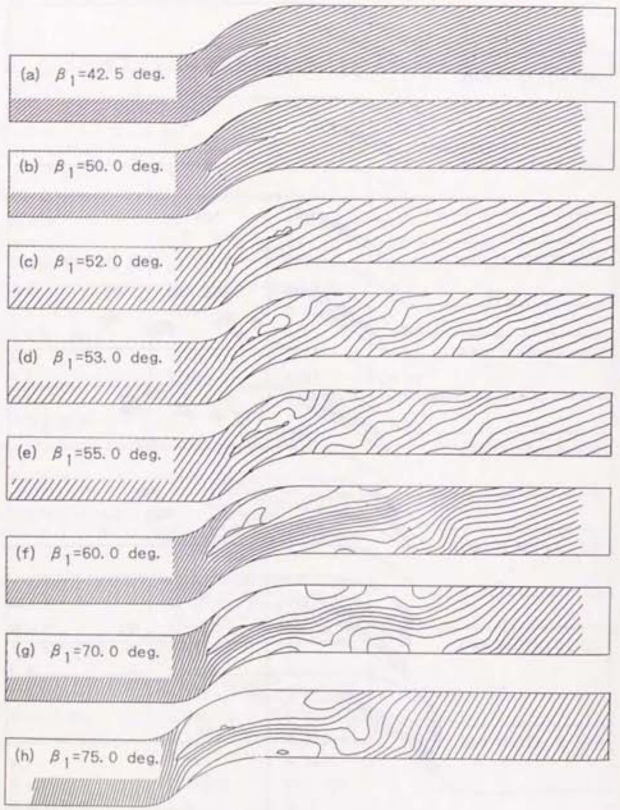


図3－1－2　定常流れの流線

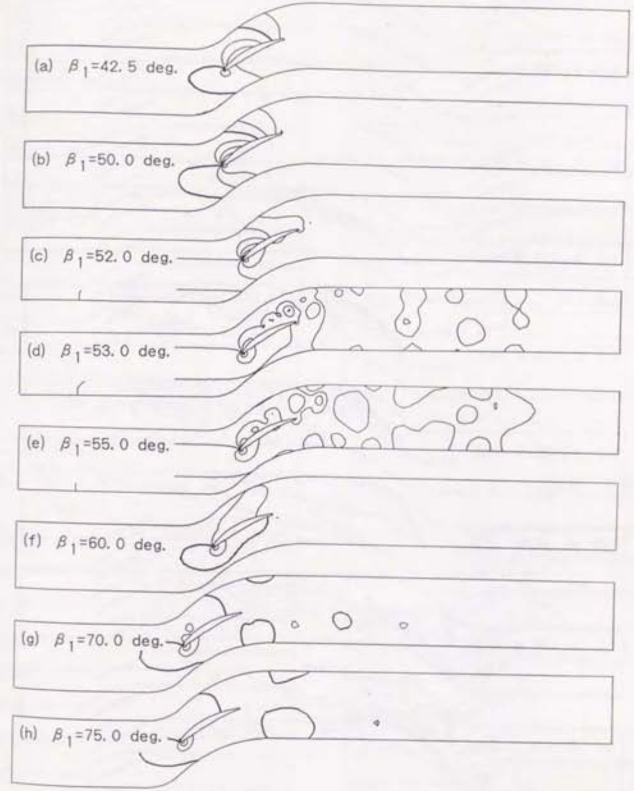


図3－1－3　定常流れの静圧分布（等高線間隔は上流動圧の２０％）

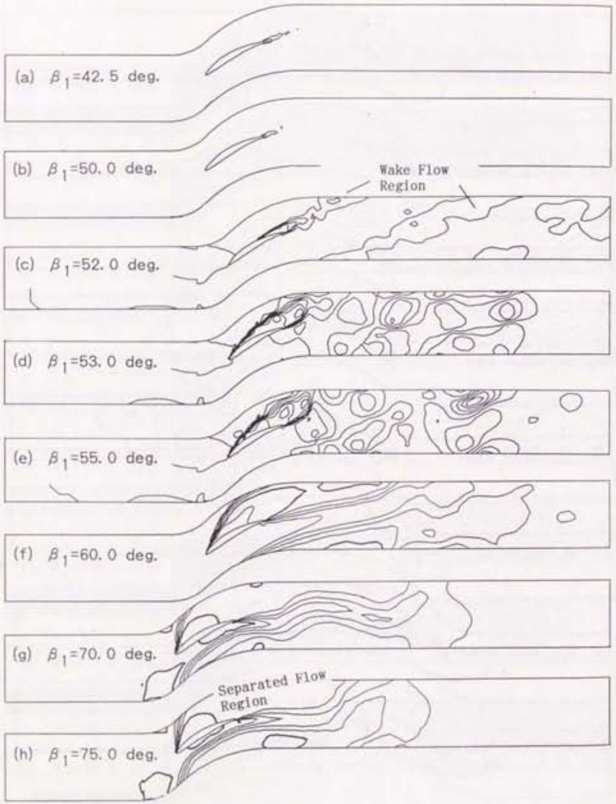
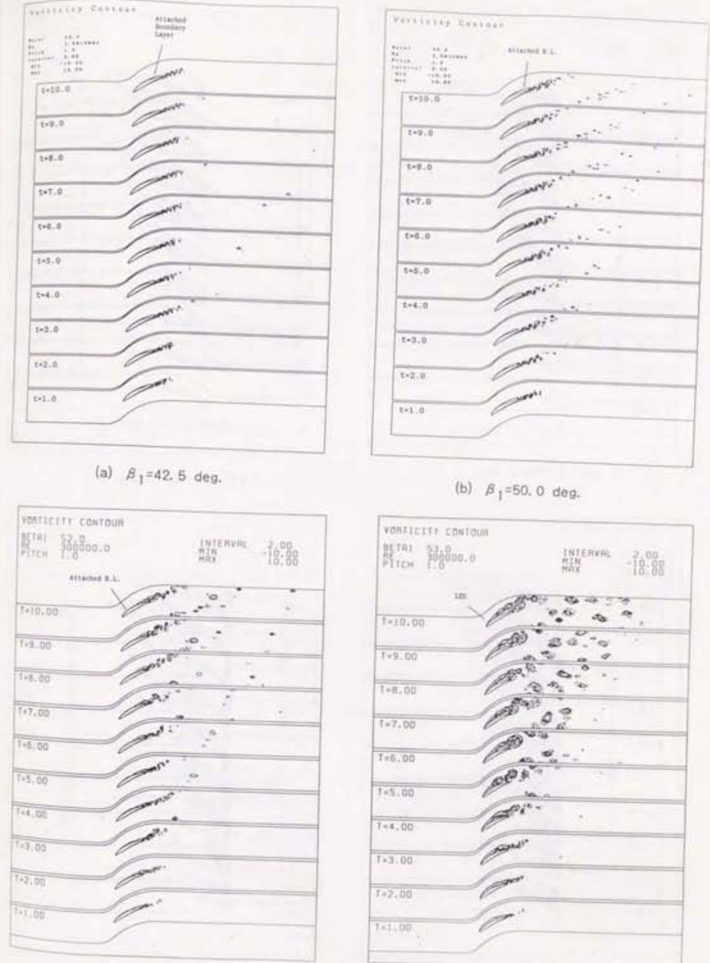


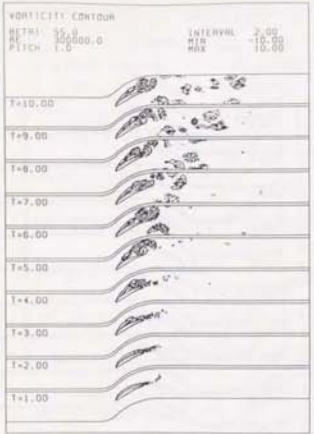
図３－１－４　　定常流れの全圧分布（等高線間隔は上流動圧の２０％）



(a) β_1=42.5 deg.　　(b) β_1=50.0 deg.

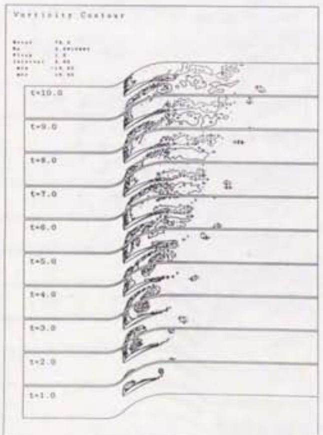
(c) β_1=52.0 deg.　　(d) β_1=53.0 deg.

図３－１－５　　定常流れへの収束の様子：渦度分布



(e) β_1=55.0 deg.

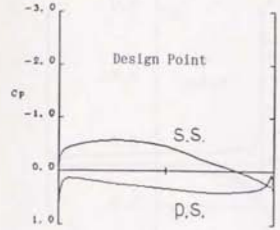
(f) β_1=60.0 deg.



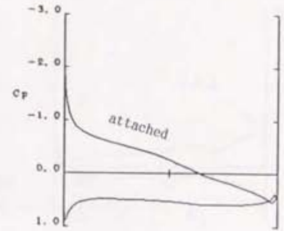
(g) β_1=70.0 deg.

(h) β_1=75.0 deg.

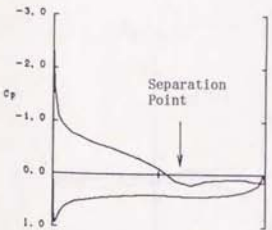
図3－1－5　　定常流れへの収束の様子：渦度分布（続き）



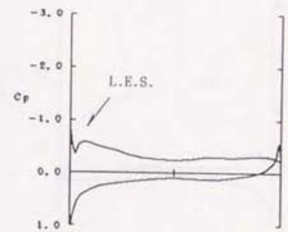
(a) β_1=42.5 deg.



(b) β_1=50.0 deg.

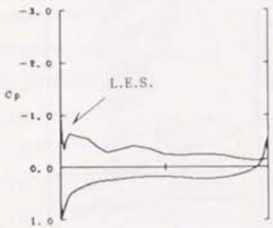


(c) β_1=52.0 deg.

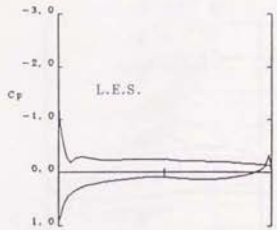


(d) β_1=53.0 deg.

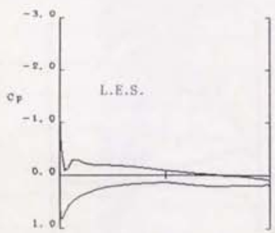
図3－1－6　　定常流れの翼面静圧分布



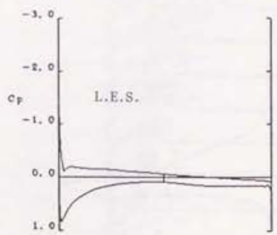
(e) β_1=55.0 deg.



(f) β_1=60.0 deg.



(g) β_1=70.0 deg.



(h) β_1=75.0 deg.

図3－1－6　　定常流れの翼面静圧分布（続き）

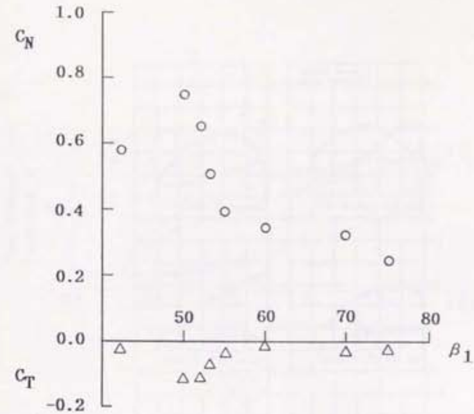


図3－1－7（a）　　空気力特性（計算結果）

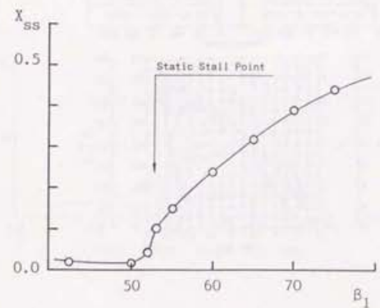


図3－1－7（b）　　全圧損失特性（計算結果）

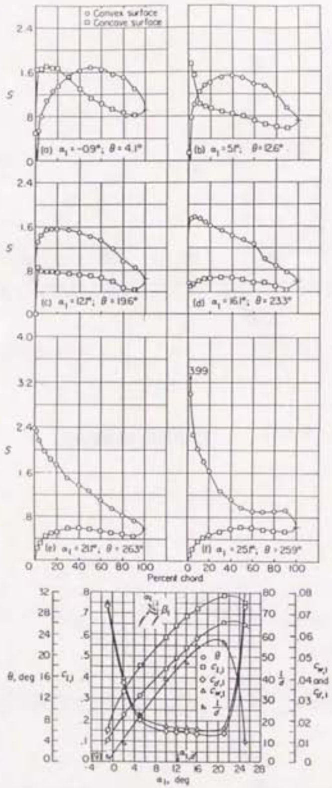
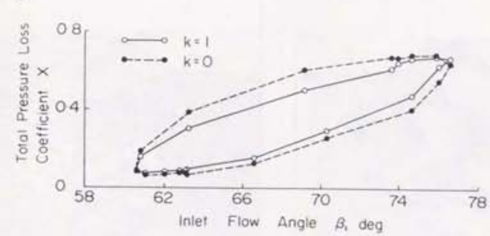


図3－1－8　　2次元翼列実験による翼面静圧分布と翼列特性
（β_1=45.0°，σ=1.0，NACA65(12)10，by NACA[98]）

(a)



$$\left(\frac{p_1}{\rho}+\frac{w_1^2}{2}\right)-\left(\frac{p_2}{\rho}+\frac{w_2^2}{2}\right)-kc\frac{\partial u}{\partial t}\sec\xi=\frac{w_1^2}{2}X$$

$$\tau x\frac{\partial X}{\partial t}=X_{ss}-X$$

(b)

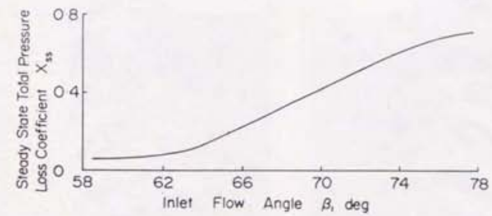


図3－1－9　　（a）反転軸流圧縮機の実験による動的全圧損失特性
（b）動的応答モデルから推定した静的全圧損失特性
（$C_{1,s}$=0.8，ξ=50.2°，σ=1.1，by Nagano[82]）

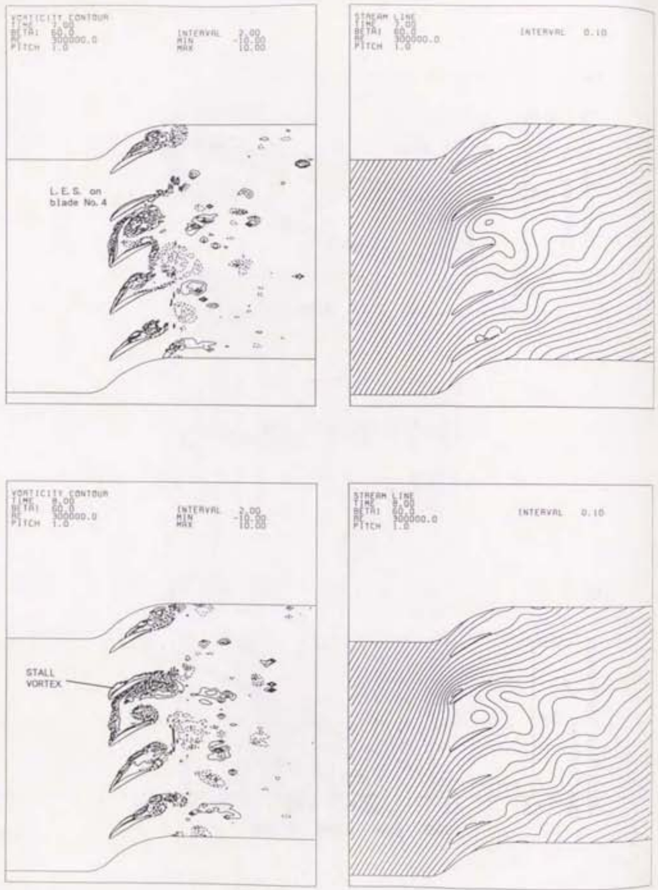


図３－２－１（ａ）　旋回失速伝播時の渦度分布と流線

（β_1＝６０°，５ピッチ周期条件，A1）

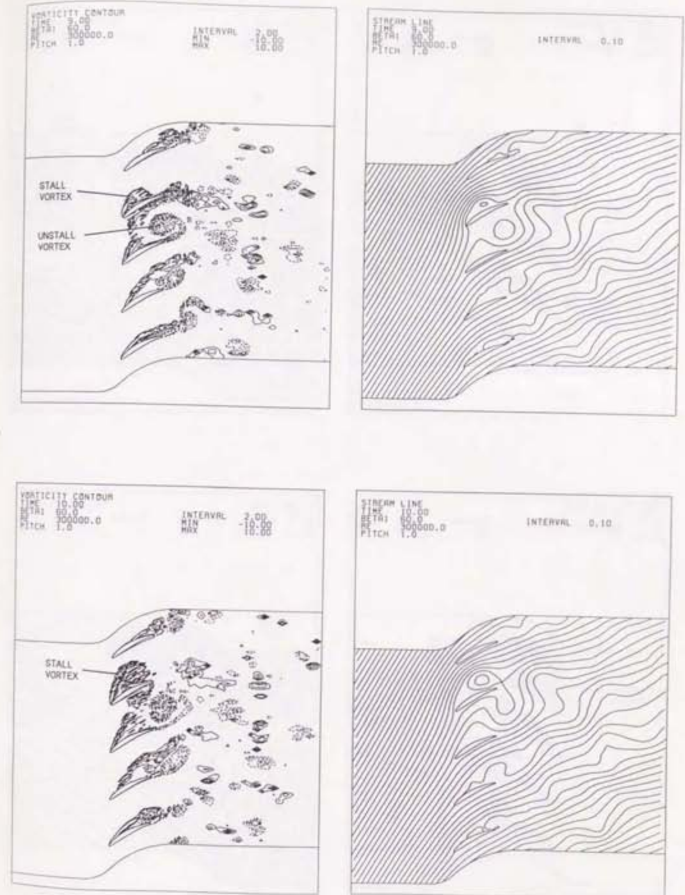


図３－２－１（ｂ）　旋回失速伝播時の渦度分布と流線（A1）

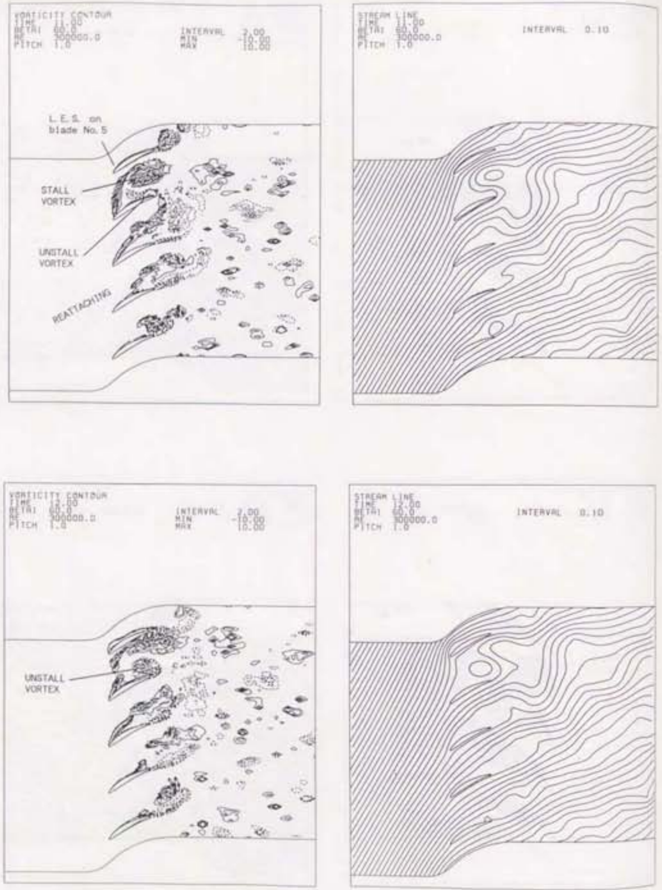


図3－2－1（c）　旋回失速伝播時の渦度分布と流線（A1）

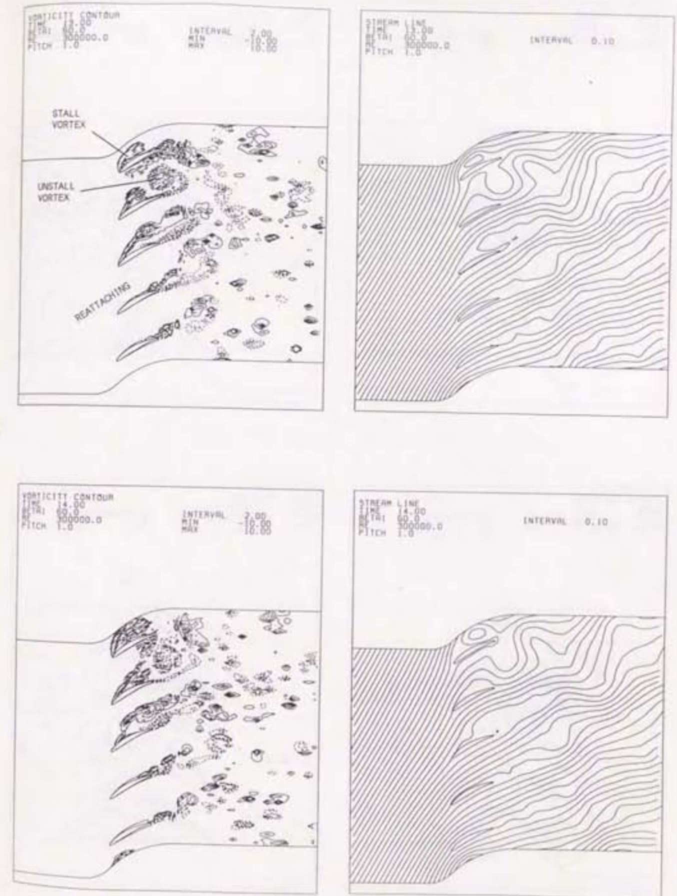


図3－2－1（d）　旋回失速伝播時の渦度分布と流線（A1）

図３－２－２（ａ）　旋回失速伝播時の静圧分布と全圧分布

（β_1＝６０°，５ピッチ周期条件，

等高線間隔は上流動圧の２０％，A1）

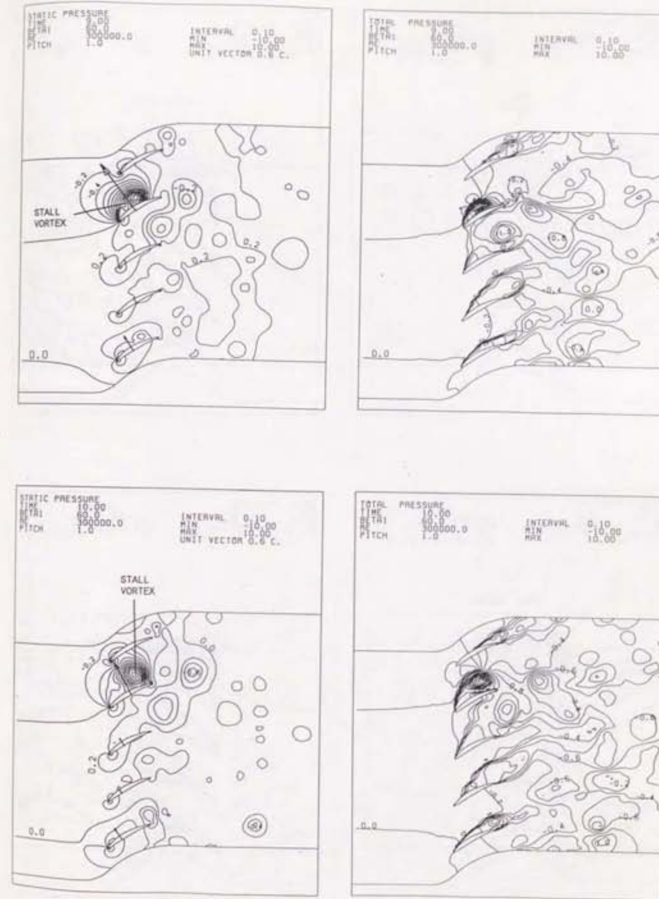


図３－２－２（ｂ）　旋回失速伝播時の静圧分布と全圧分布（A1）

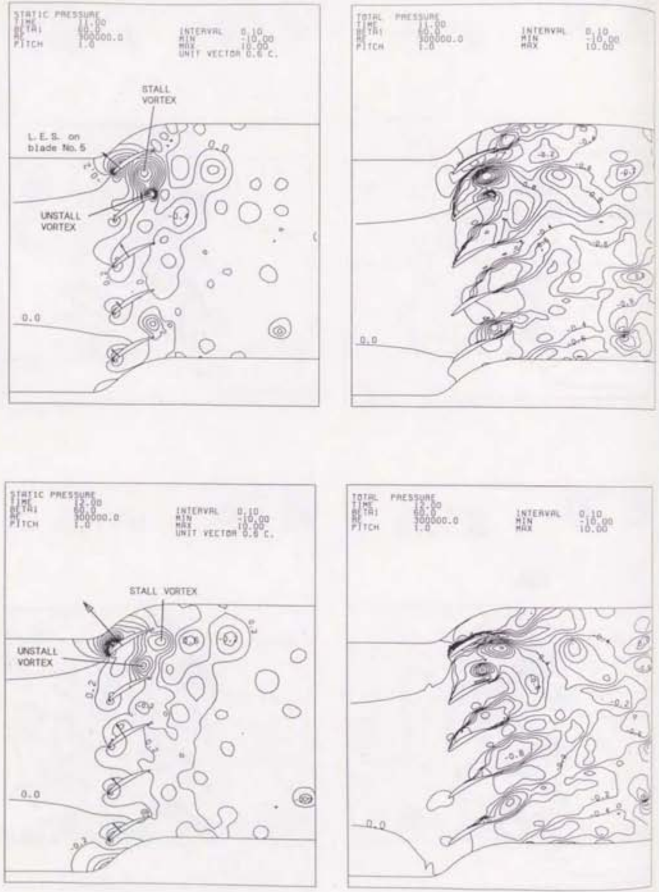


図３－２－２（ｃ）　旋回失速伝播時の静圧分布と全圧分布（A1）

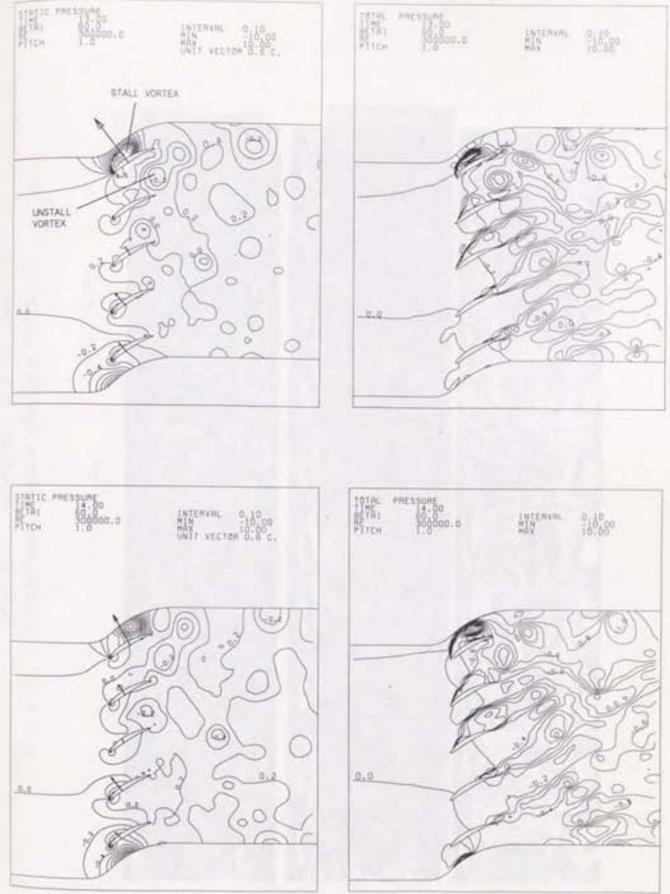
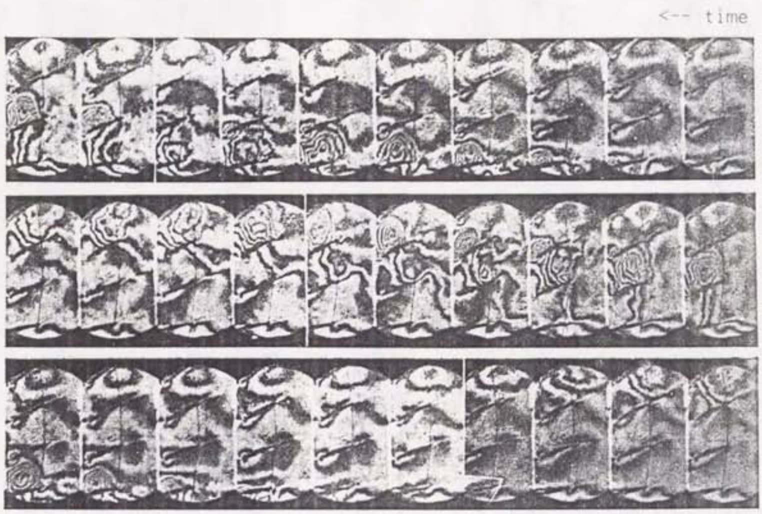
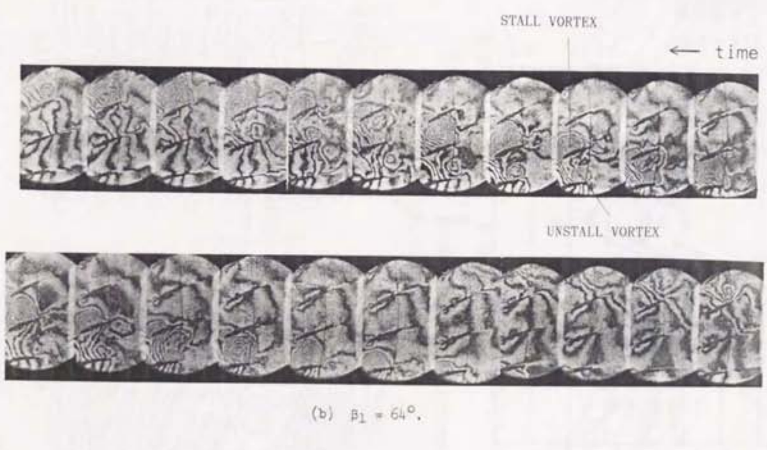


図３－２－２（ｄ）　旋回失速伝播時の静圧分布と全圧分布（A1）



(a) $\beta_1 = 57^{\circ}$.

図3－2－3　　円形翼列に発生する旋回失速の可視化写真（a）β_1=57°
（σ=1, ξ=31°, NACA65(12)10, by Kriebel [32]）



(b) $\beta_1 = 64^{\circ}$.

図3－2－3　　円形翼列に発生する旋回失速の可視化写真（b）β_1=64°

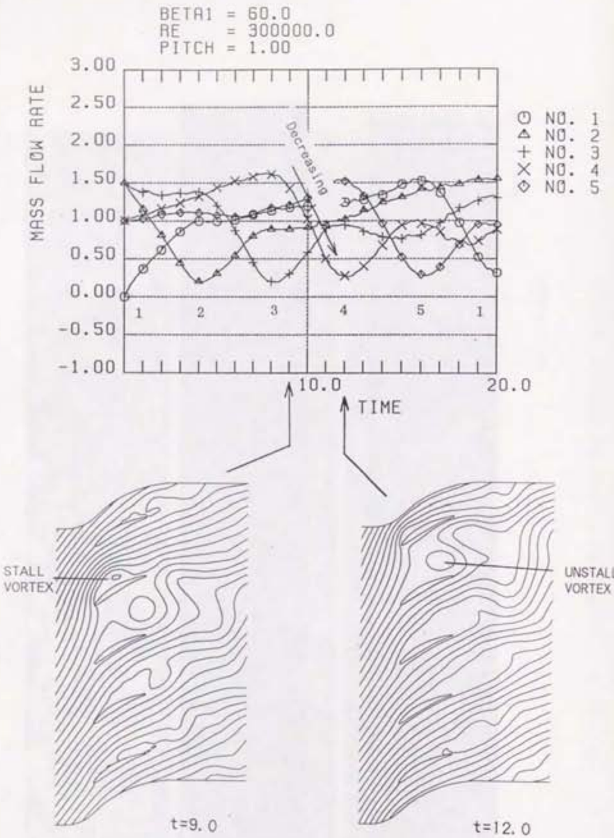


図3－2－4　翼間流量の時間変化と流れ場との関係

（β_1＝60°，5ピッチ周期条件，A1）

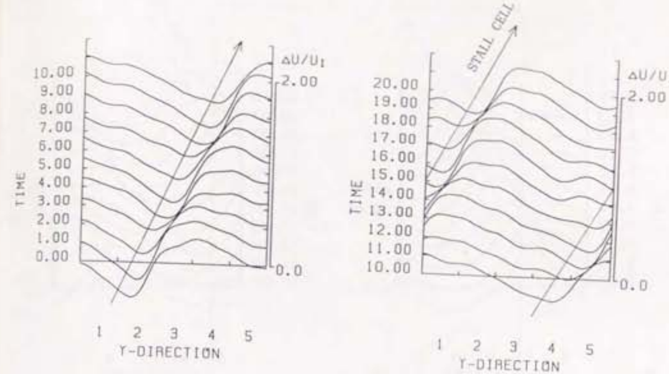


図3－2－5　翼列上流の軸流速度分布u（y）とその時間変化

（0.5コード上流位置，A1）

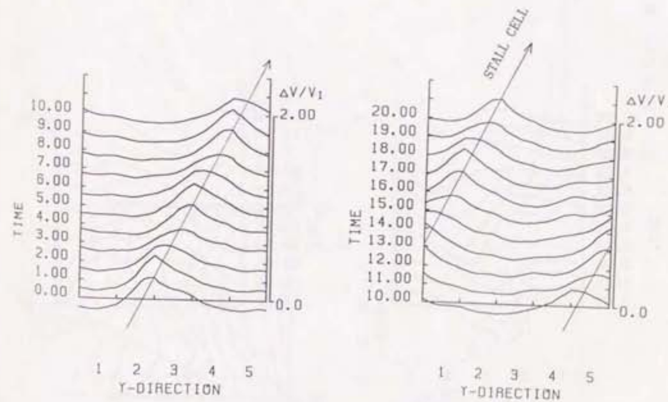


図3－2－6　翼列上流の翼列方向速度v（y）とその時間変化

（0.5コード上流位置，A1）

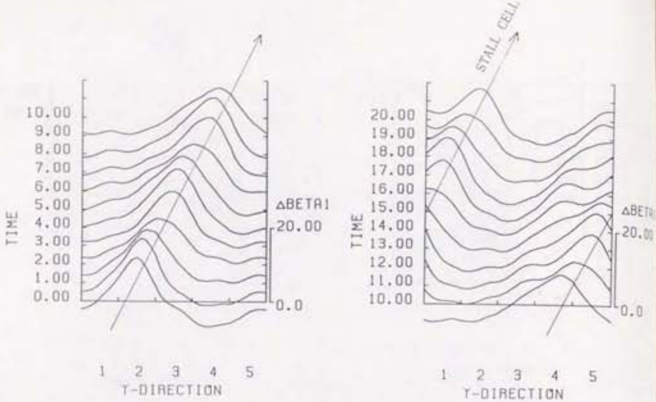


図3－2－7　　翼列上流の流れ角分布のβ（y）とその時間変化

（0.5コード上流位置，A1）

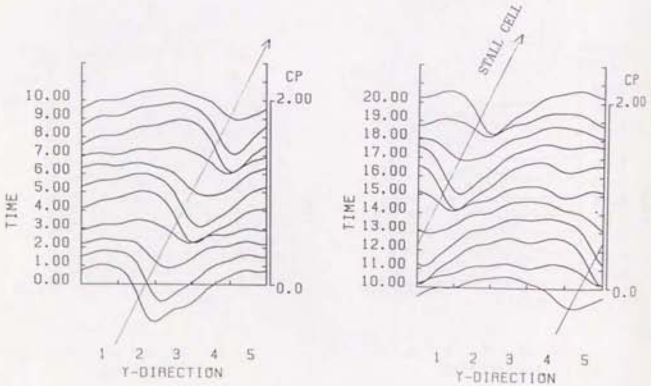


図3－2－8（a）　　翼列上流の静圧分布C_p（y）とその時間変化

（0.5コード上流位置，A1）

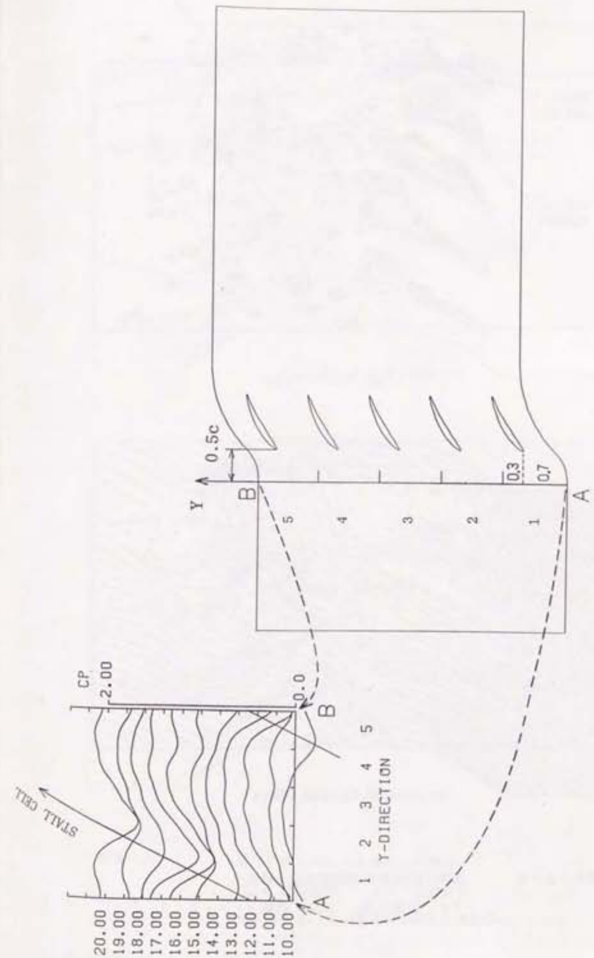
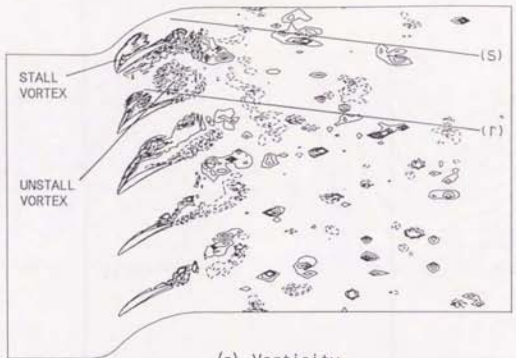
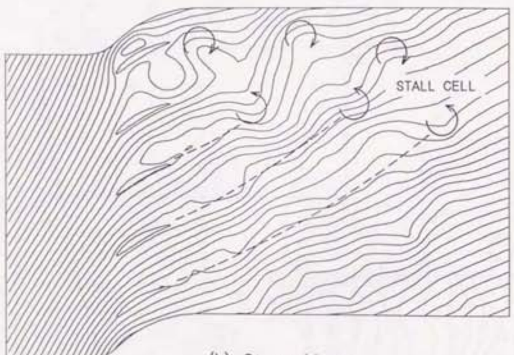


図3－2－8（b）　計算領域との位置関係



(a) Vorticity

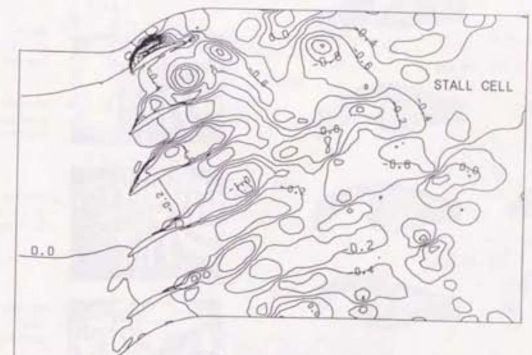


(b) Streamlines

図3－2－9　翼列下流における失速セルの構造

（a）渦度分布，　（b）流線（t＝13．0）

(c) Static Pressure



(d) Total Pressure

図3－2－9　翼列下流における失速セルの構造

（c）静圧分布，　（d）全圧分布

（t＝13．0，等高線間隔は上流動圧の20％）

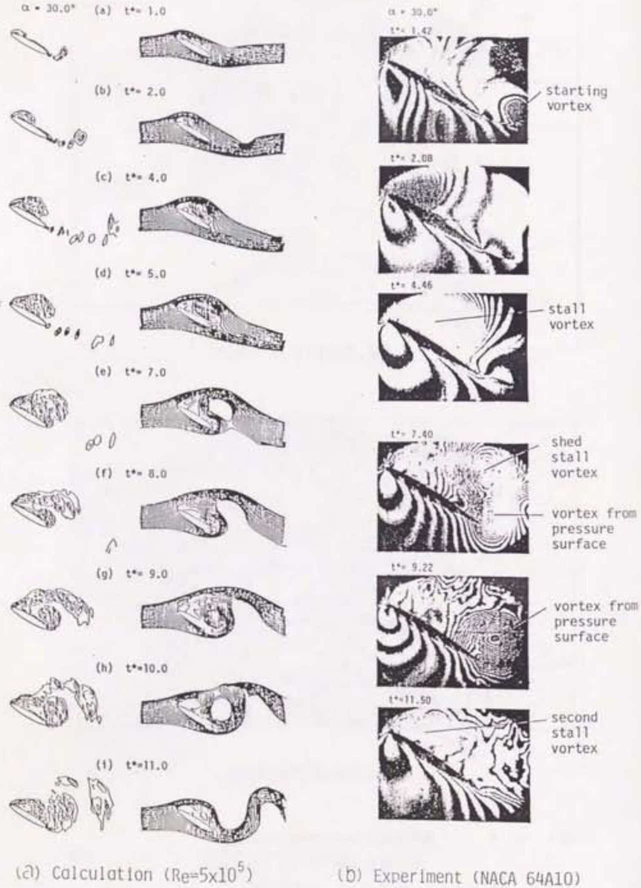


図３－２－１０　　前縁失速する単独翼に発生する失速渦の周期的放出現象

（a）Calculation by 時末[63]

（b）Experiment by Ruetnik[99]

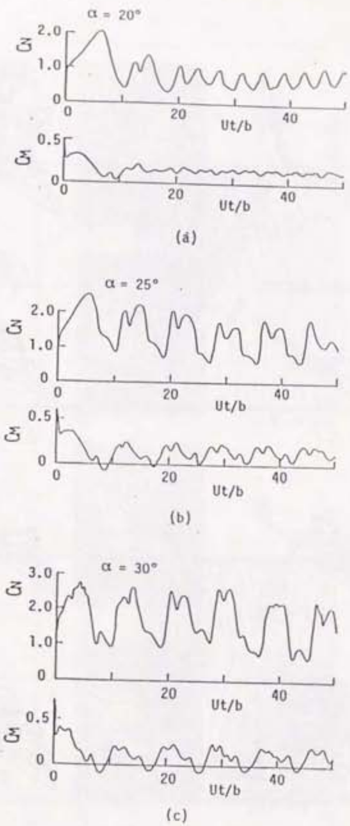


図３－２－１１　　前縁失速する単独翼の空気力とモーメントの変動［63］

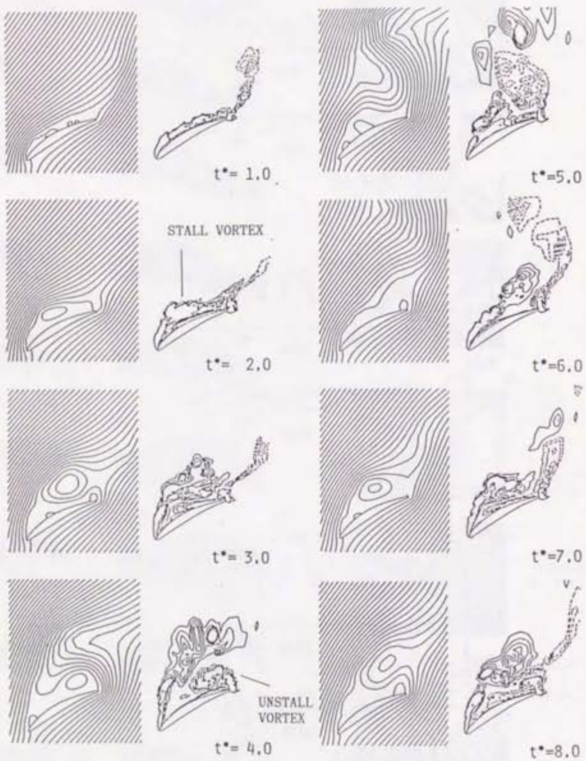


図３－２－１２　　失速渦の周期的放出現象

（NACA 65(CA30)10, s/c=10.0, ξ=30°, β_1=60°）

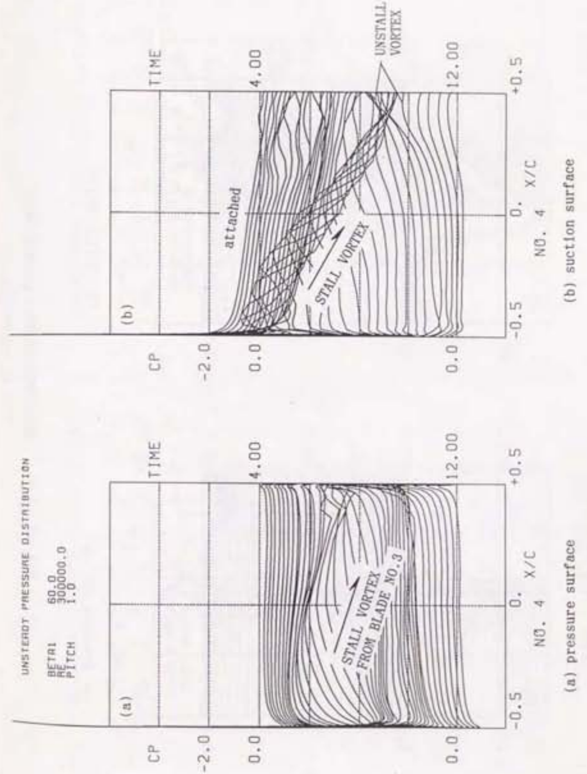
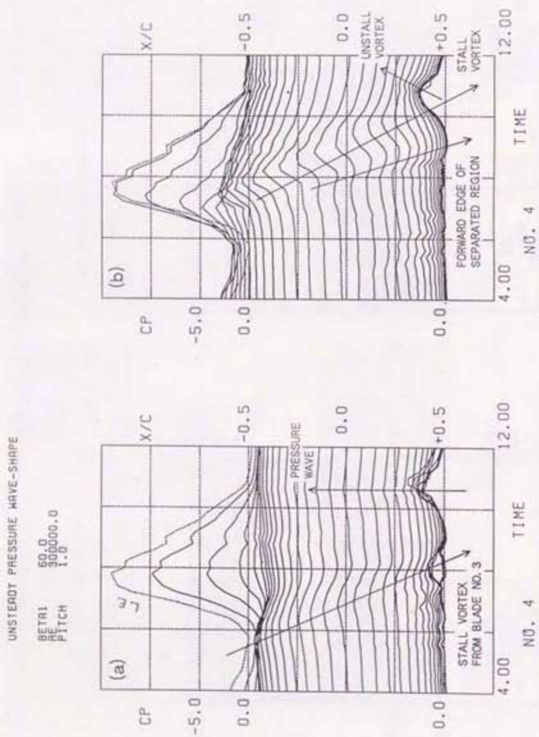


図３－２－１３　　翼面非定常圧力分布と流れ場との関係

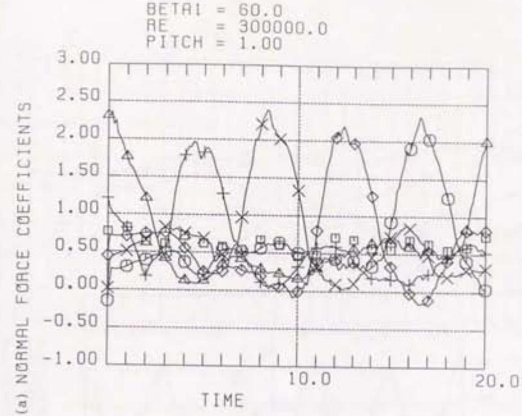
（翼No. 4，t=4.0～12.0，A1）



(a) pressure surface

(b) suction surface

図3－2－14　翼面非定常圧力波形と流れ場との関係



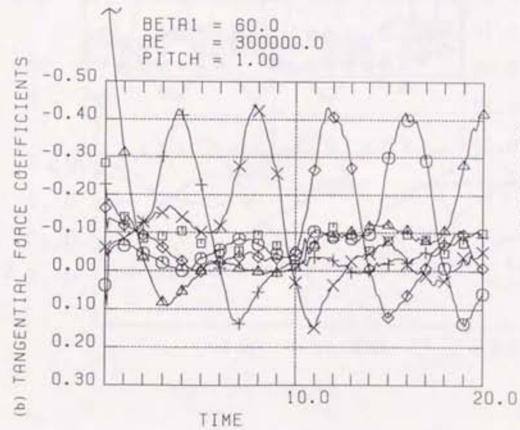


図3－2－15　　翼にかかる空気力の時間変化

（a）翼弦垂直方向成分C_N

（b）翼弦接線方向成分C_T

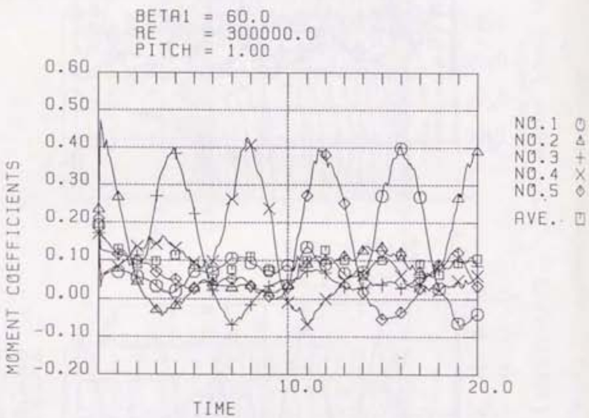
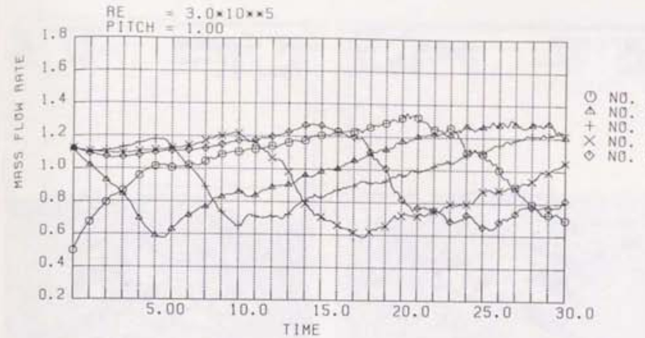
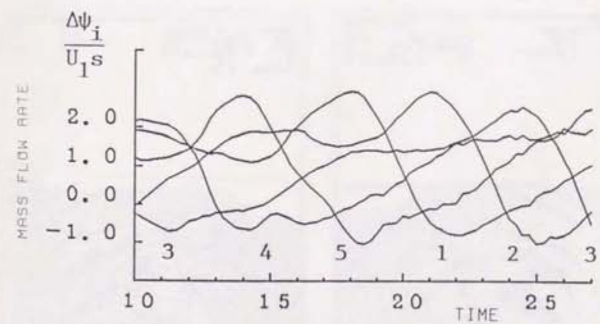


図3－2－16　　翼にかかるモーメントC$_M$の時間変化



(a)　β_1=52.0 deg.



(b)　β_1=75.0 deg.

図3－3－1　　翼間流量変動の比較（翼5枚）

（a）β_1=52°（A3），　（b）β_1=75°（A7）

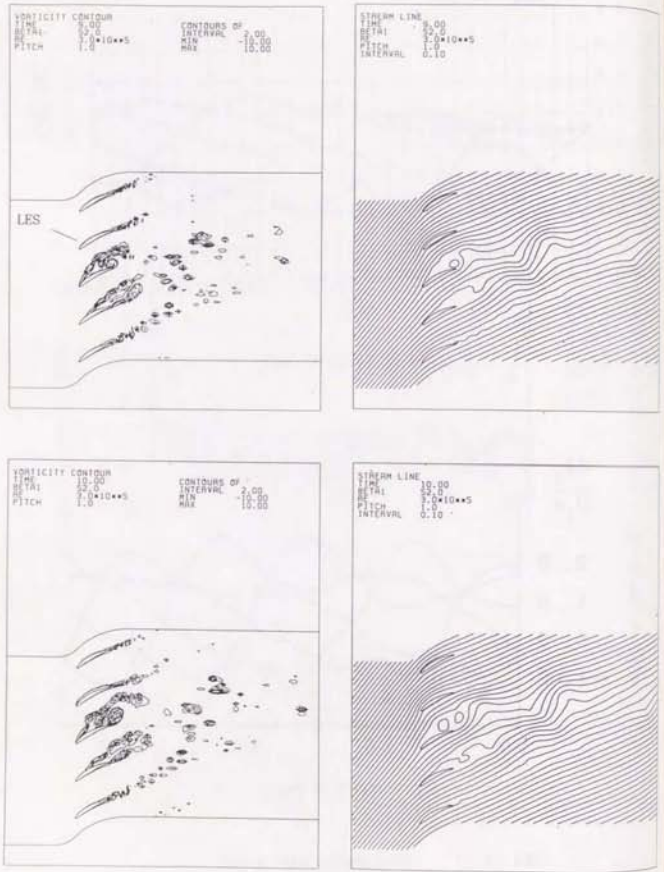


図3－3－2（a）　β_1=52° における旋回失速の伝播の様子
渦度分布と流線（翼5枚，A3）

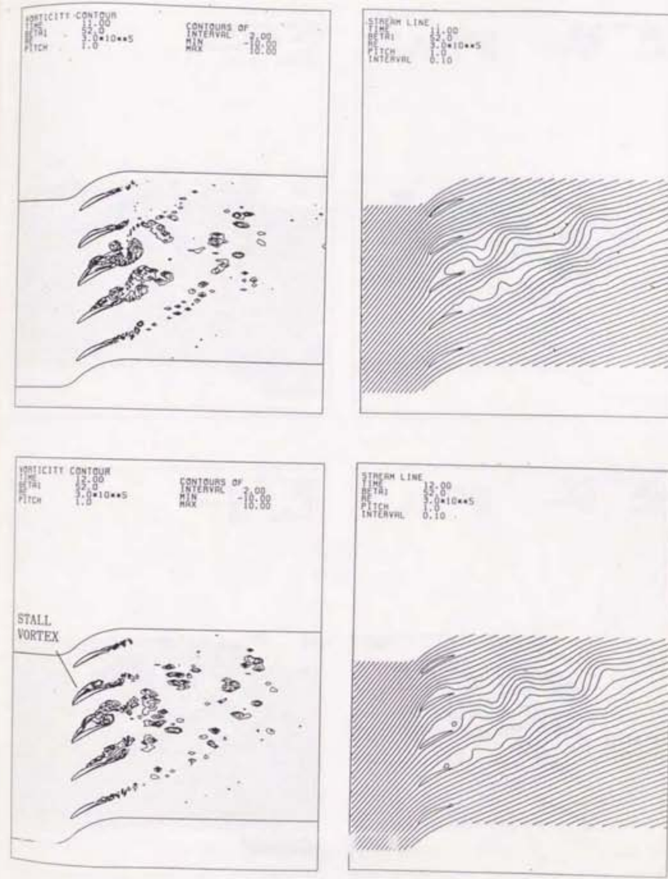


図3－3－2（b）　β_1=52° における旋回失速の伝播の様子（A3）

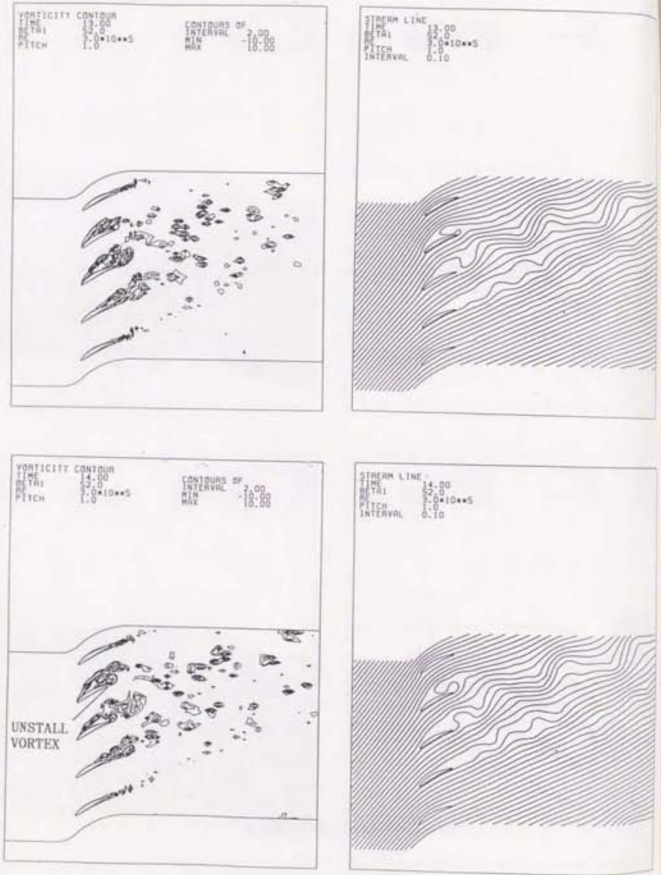


図3－3－2（c）　β_1=52° における旋回失速の伝播の様子（A3）

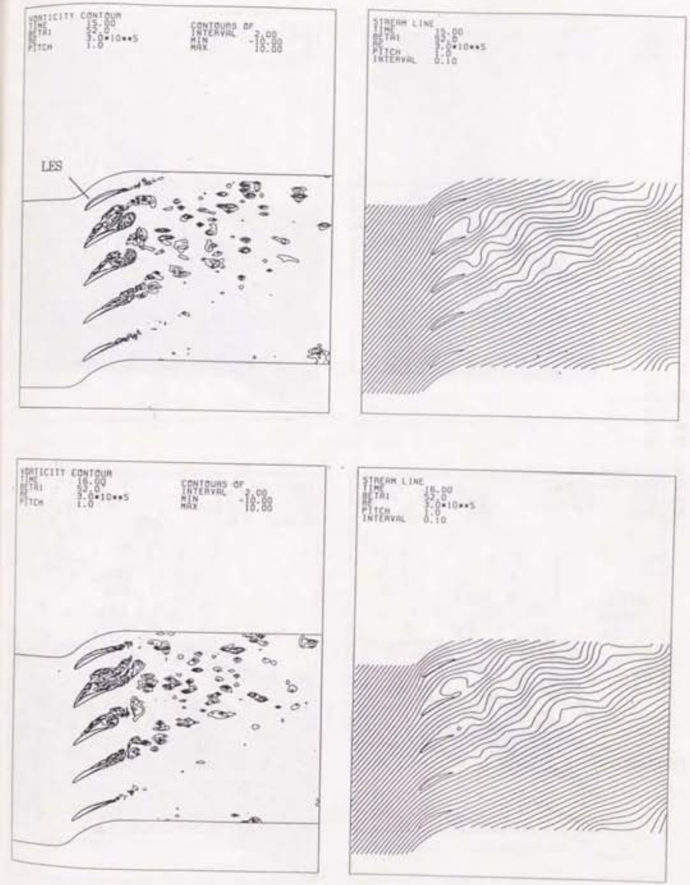


図3－3－2（d）　β_1=52° における旋回失速の伝播の様子（A3）

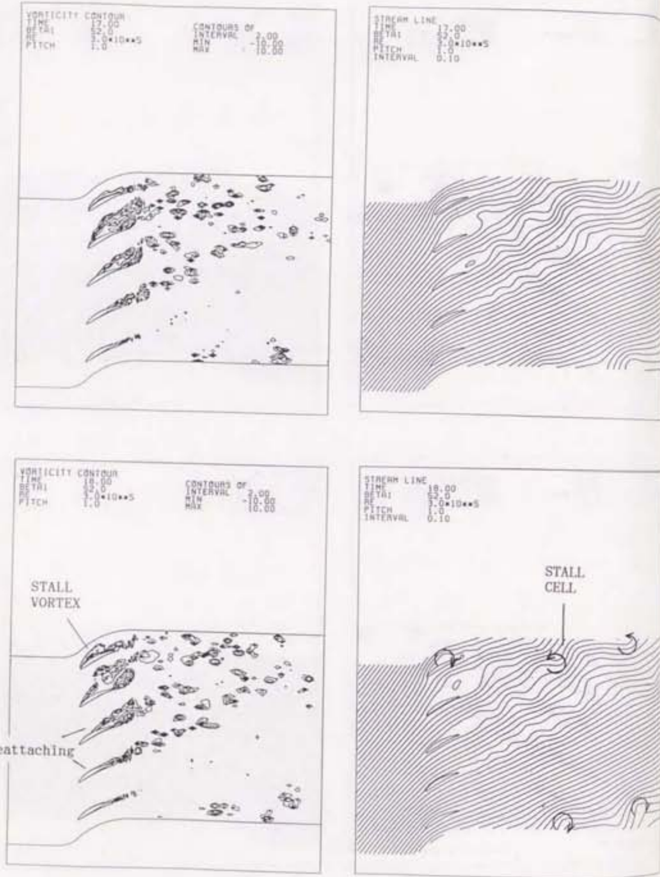


図3－3－2（e）　β_1=52° における旋回失速の伝播の様子（A3）

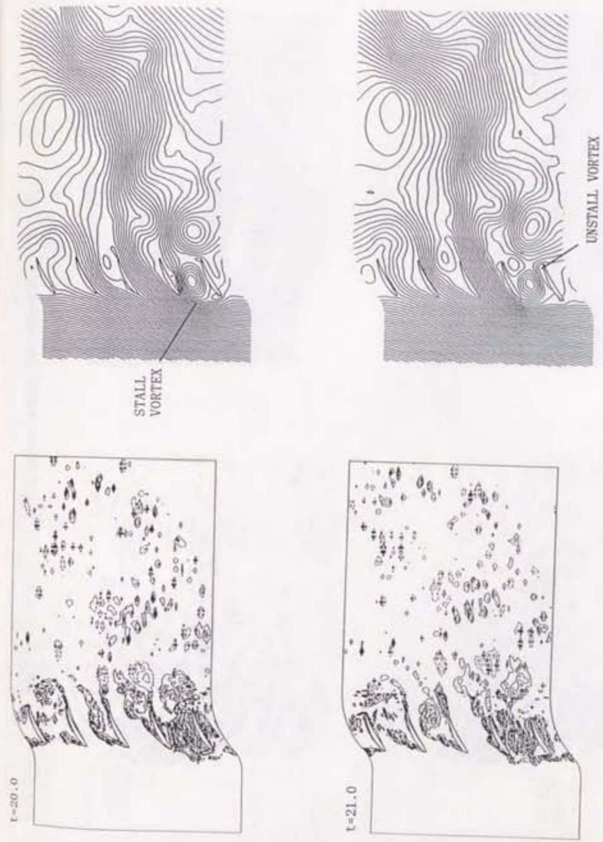


図3－3－3（a）　β_1=75° における旋回失速の伝播の様子
渦度分布と流線（翼5枚，A7）

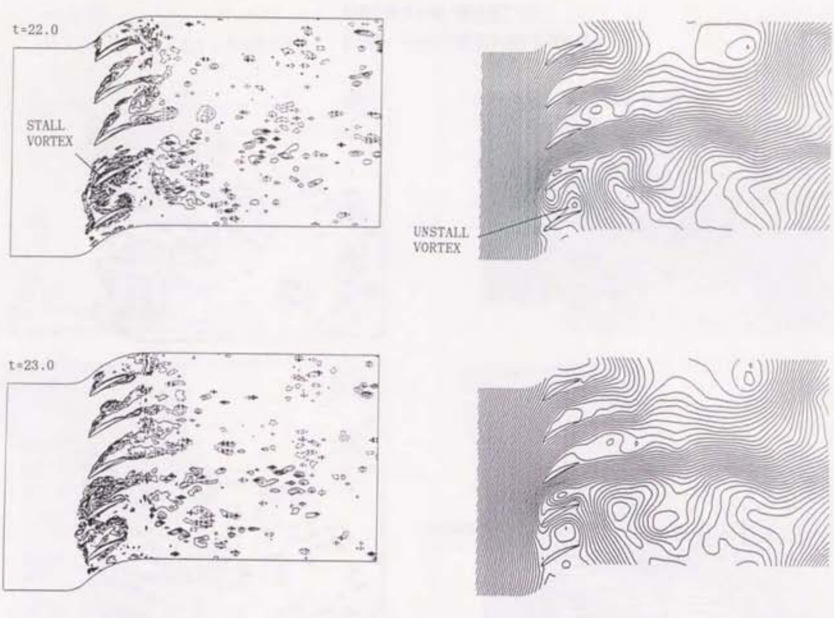


図3－3－3（b）　$\beta_1=75°$ における旋回失速の伝播の様子（A7）

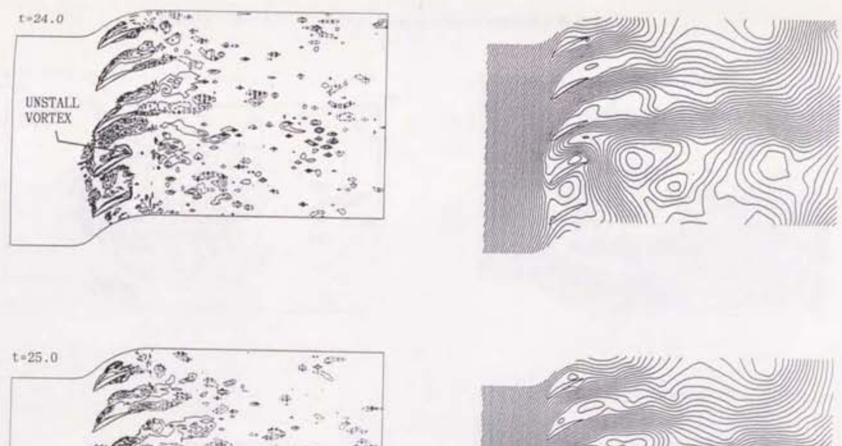


図3－3－3（c）　$\beta_1=75°$ における旋回失速の伝播の様子（A7）

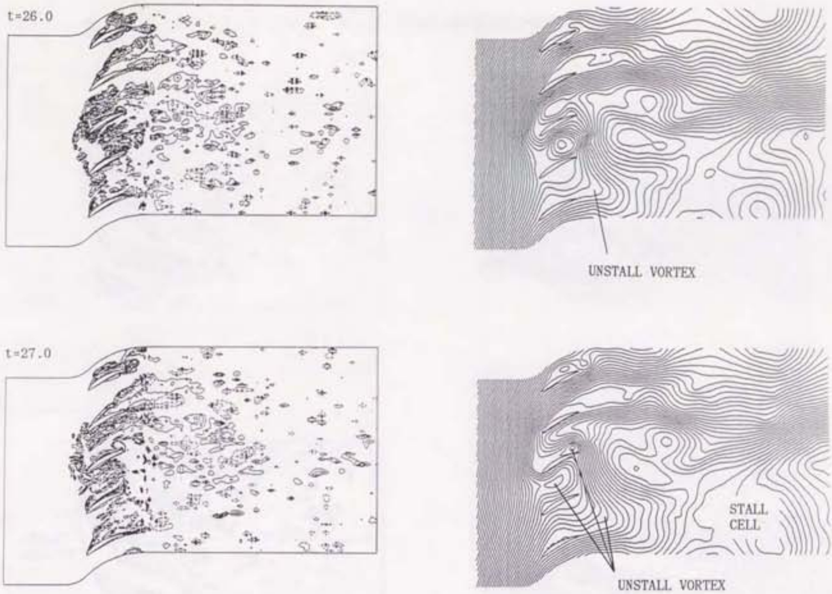
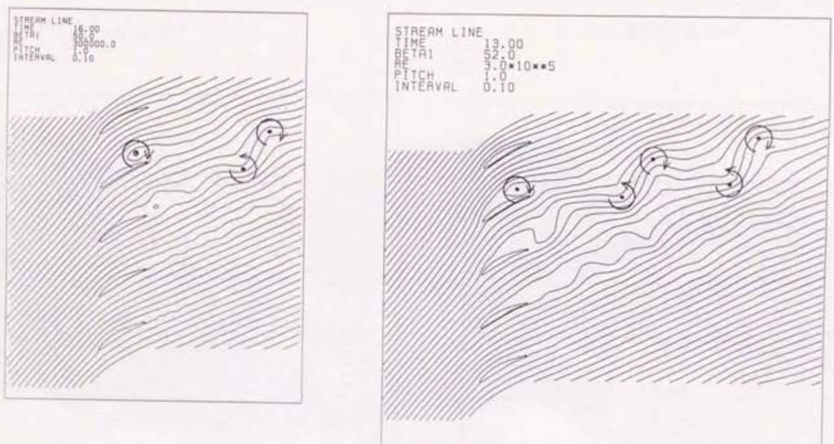


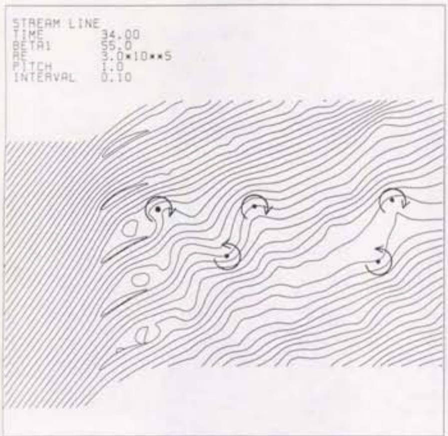
図3－3－3（d）　β_1=75° における旋回失速の伝播の様子（A7）



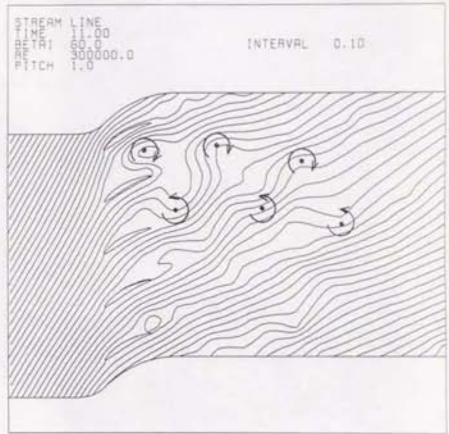
(a) β_1=50.0 deg.　　(b) β_1=52.0 deg.

図3－3－4　旋回失速の流れ場の流入角による変化

（5ピッチ周期条件）



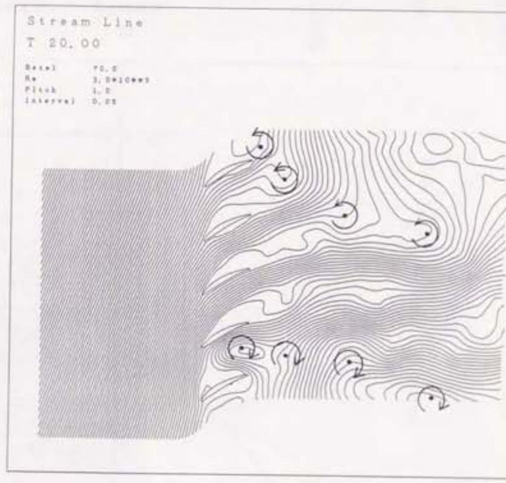
(c) β_1=55.0 deg.



(d) β_1=60.0 deg.

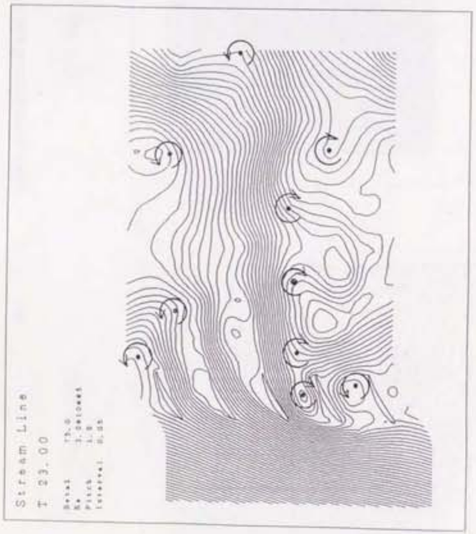
図3－3－4　　旋回失速の流れ場の流入角による変化（続き）

(e) β_1=65.0 deg.



(f) β_1=70.0 deg.

図3－3－4　　旋回失速の流れ場の流入角による変化（続き）



(g) β_1=75.0 deg.

図3－3－4　旋回失速の流れ場の流入角による変化（続き）

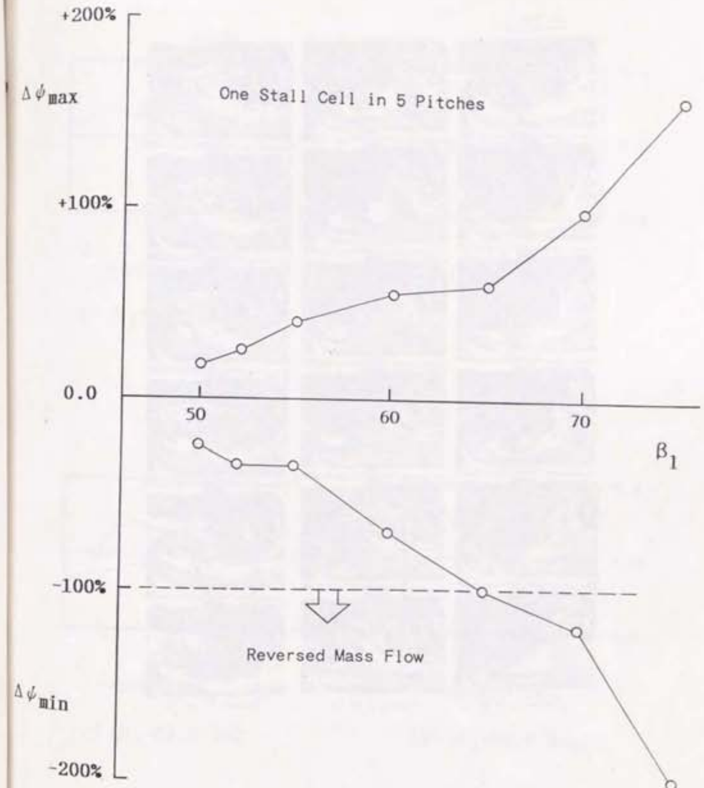
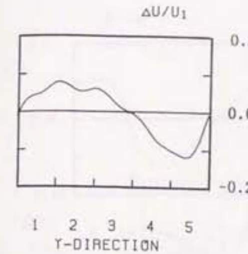
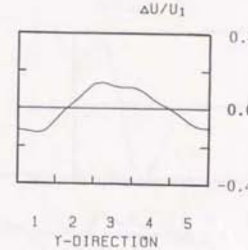


図3－3－5　流量変動幅の流入角による変化（5ピッチ周期条件）

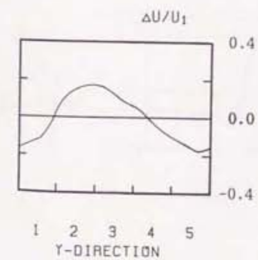
図3－3－6　　2次元翼列に発生する旋回失速の可視化実験結果
(by Sovran[11], s/c=1.0, ξ=30°, β_1=88°
但し数値は写真から読みとった値)



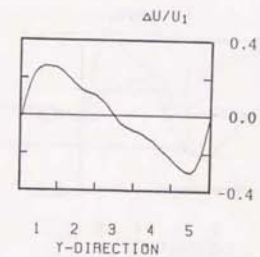
(a) β_1=50.0 deg.



(b) β_1=52.0 deg.

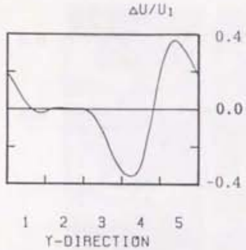


(c) β_1=55.0 deg.

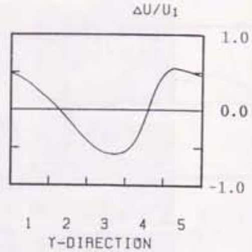


(d) β_1=60.0 deg.

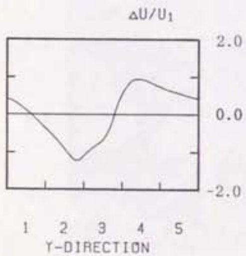
図3－3－7　　翼列上流の変動振幅・波形の流入角による変化
０．５コード上流の軸流速度変動



(e) β_1=65.0 deg.



(f) β_1=70.0 deg.



(g) β_1=75.0 deg.

図3－3－7　　翼列上流の変動振幅・波形の流入角による変化（続き）

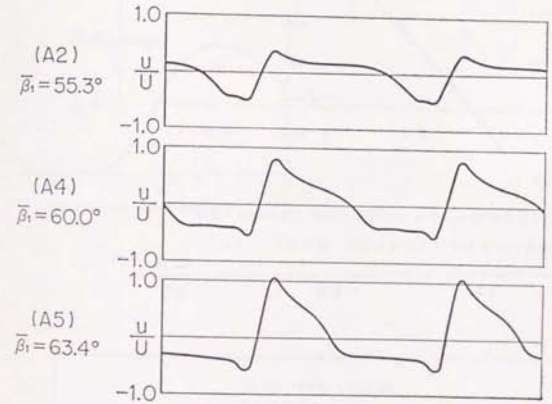


図3－3－8　流入角による翼列位置の変動波形の変化
非線形解析 by NAGANO [18]
ξ=26.5°，c/S=0.02, τU/S=0.01

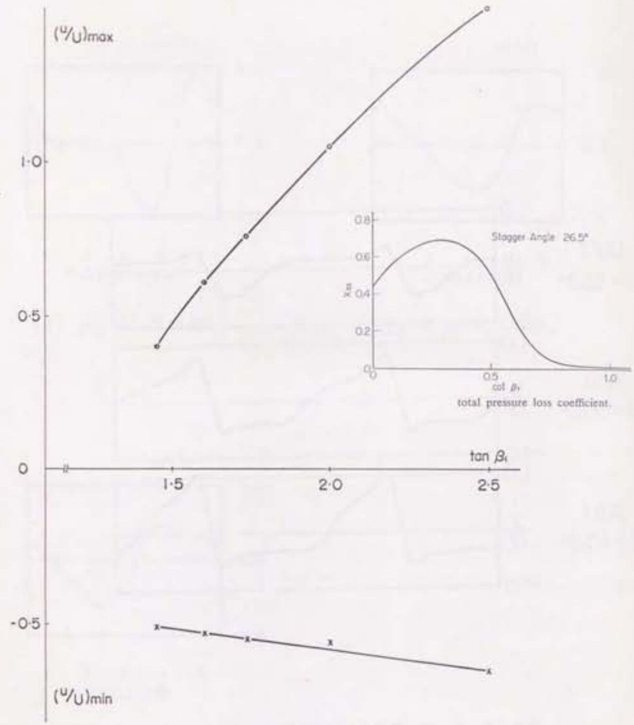


図3－3－9　非線形解析による翼列位置の軸流速度の変動振幅と適用した全圧損失特性［18］

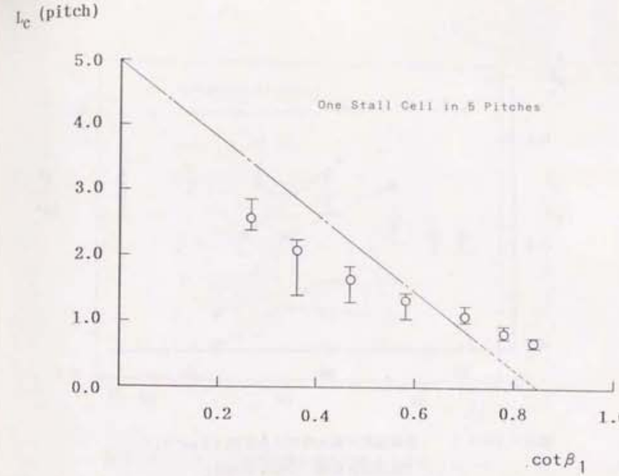


図3－3－10　失速セル幅の流入角による変化（5ピッチ周期条件）
（○は1コード下流の値、線分は0～3コード下流までの変動幅）

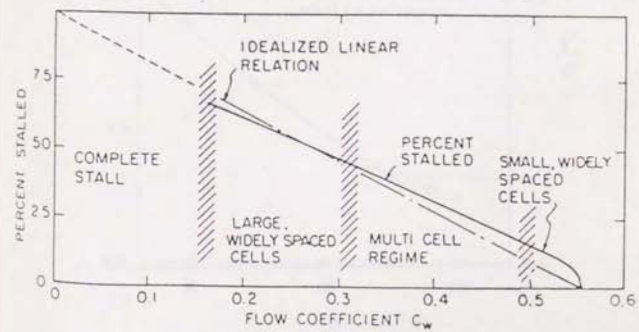


図3－3－11　失速セル幅の流量係数による変化
Emmonsによる単段翼列の実験結果［43］

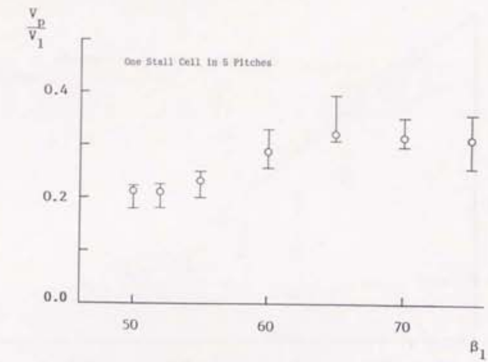


図３－３－１２　　伝播速度の流入角による変化（V_p／V_1）
（線分は変動幅，○印は平均値）

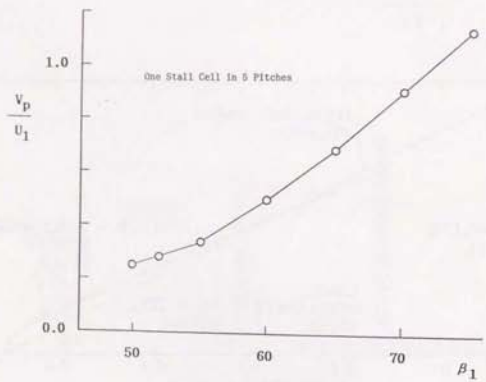


図３－３－１３　　伝播速度の流入角による変化（V_p／U_1）

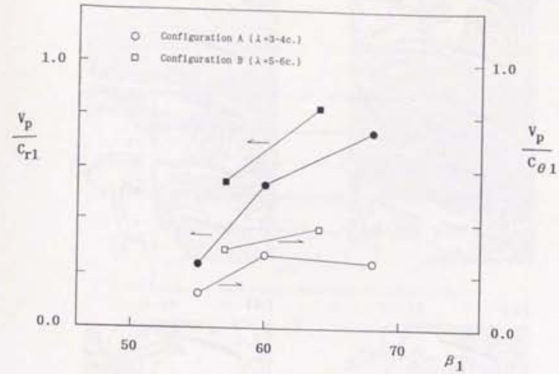


図３－３－１４　　伝播速度の流入角による変化
（Kriebelによる円形翼列実験[32]）

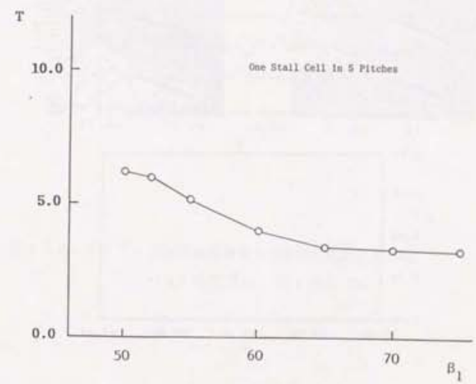


図３－３－１５　　１ピッチ伝播時間の流入角による変化

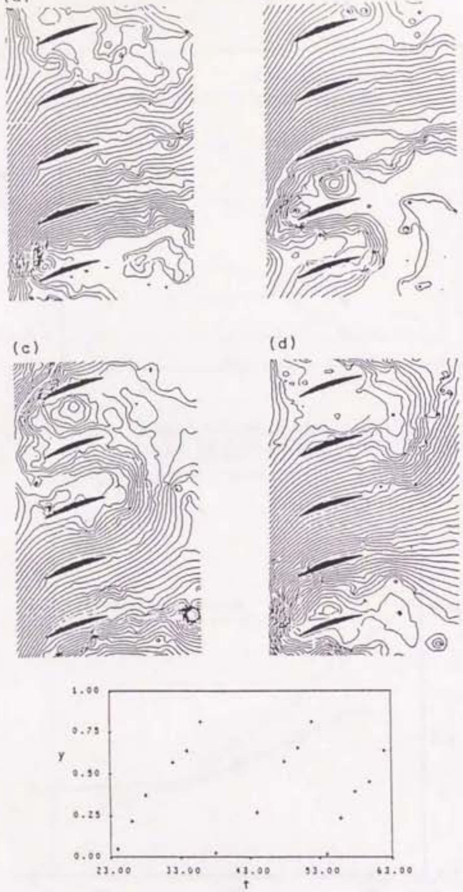


図３－３－１６　　離散渦法による旋回失速の伝播の様子［34］
上方：流線で(a)t=40, (b)t=44, (c)t=50, (d)t=54
下方：失速流路の伝播の様子，流れ角７０°，Ｒｅ＝１０^{7}
反り角２０°，厚み比１０%，食違い角２０°，ｓ／ｃ＝１

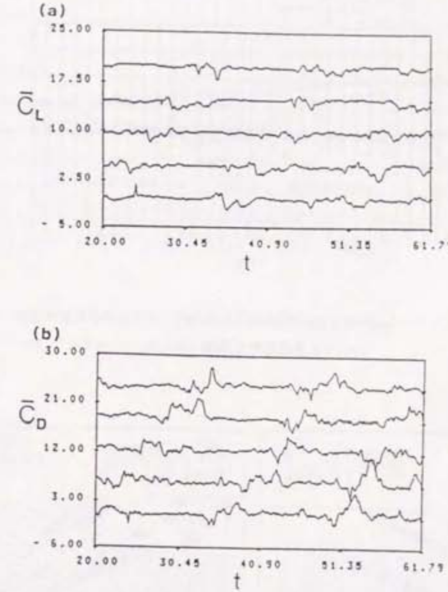


図３－３－１７　　旋回失速伝播時の空気力の時間変化［34］
（ａ）揚力 C_L，（ｂ）抗力 C_D

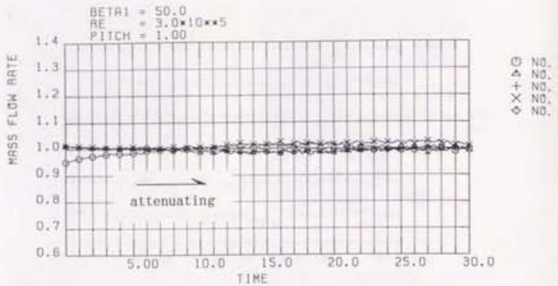


図3－4－1（a）　発生点以下の流入角における微小変動からの流量変動の減衰（翼5枚，β_1＝50°，B1）

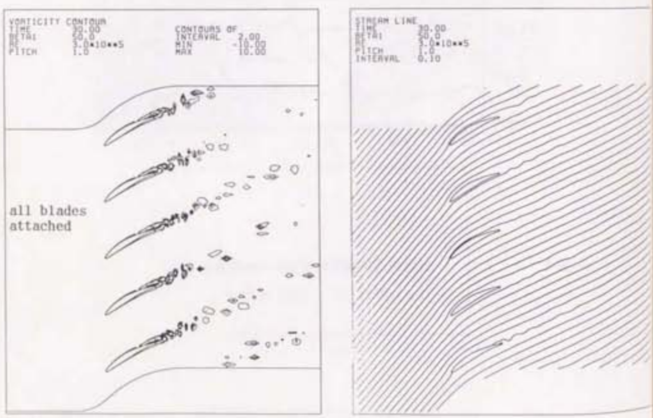


図3－4－1（b）　収束した定常流れ：渦度分布・流線（翼5枚，β_1＝50°，B1）

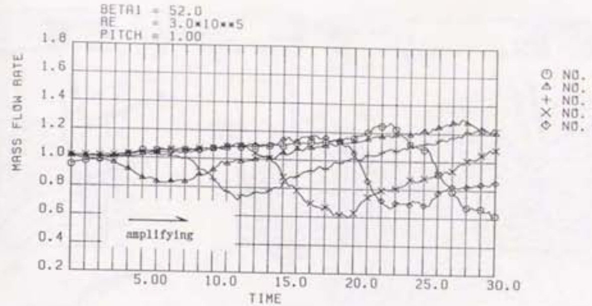


図3－4－2（a）　微小変動からの流量変動の発達（翼5枚，β_1＝52°，B2）

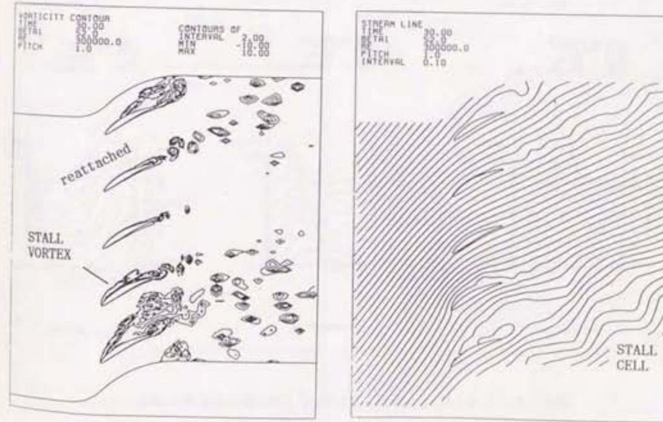


図3－4－2（b）　十分に発達した旋回失速の流れ場：渦度分布・流線（翼5枚，β_1＝52°，B2）

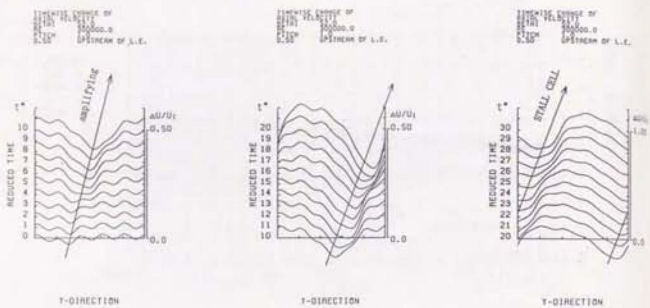


図３－４－２（ｃ）　　翼列より0.5コード上流の速度変動の発達

（翼５枚，β_1＝５２°，B2）

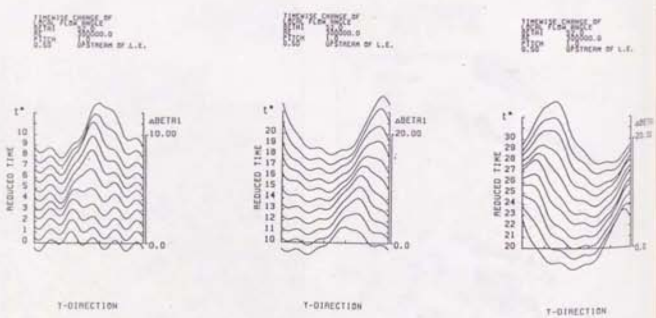


図３－４－２（ｄ）　　翼列より0.5コード上流の流れ角変動の発達

（翼５枚，β_1＝５２°，B2）

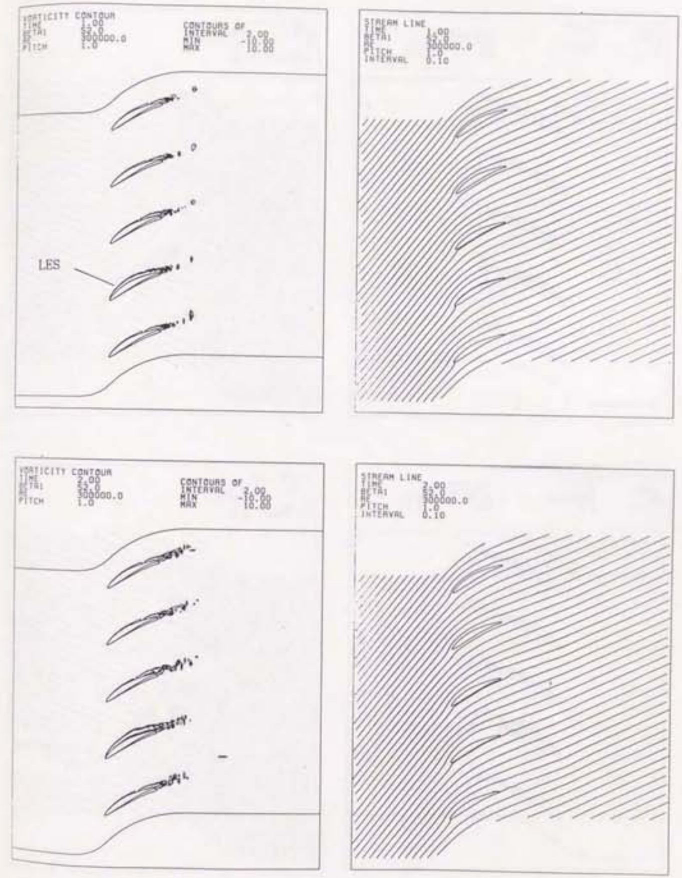


図３－４－３（ａ）　　微小変動から発達する旋回失速の流れ場：渦度分布と流線

（翼５枚，β_1＝５２°，B2）

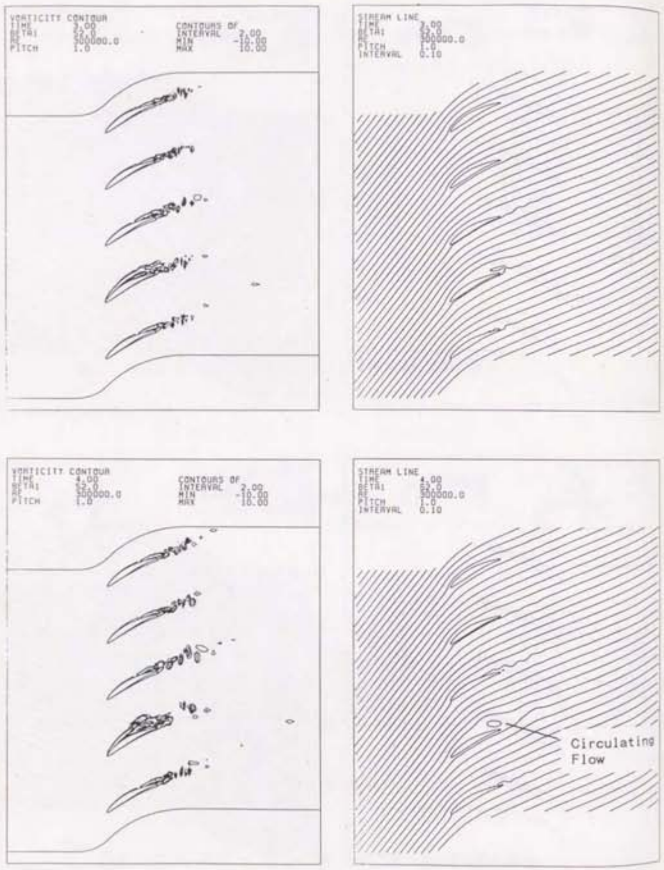


図3－4－3（b）　微小変動から発達する旋回失速の流れ場（B2）

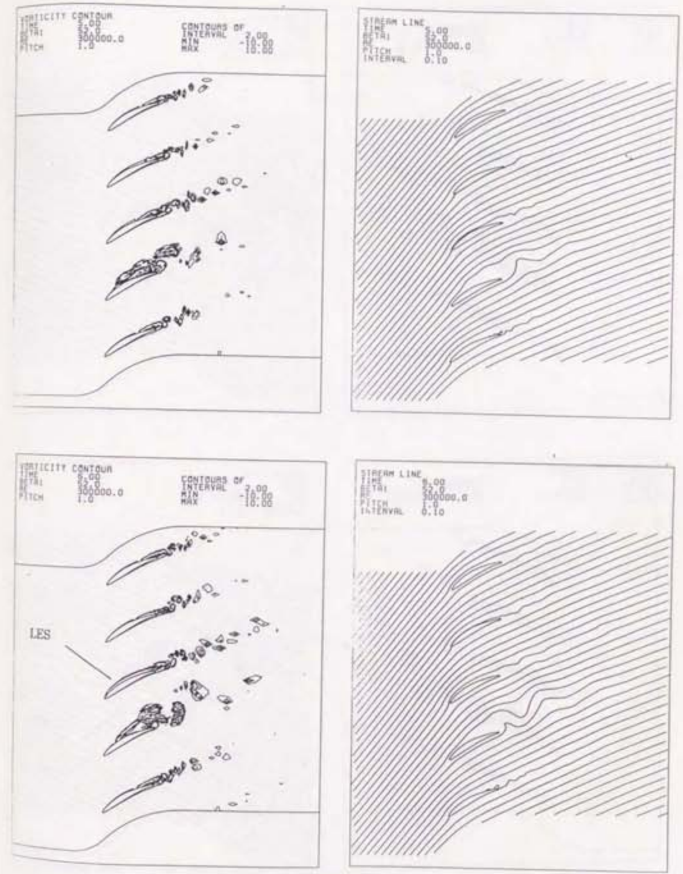


図3－4－3（c）　微小変動から発達する旋回失速の流れ場（B2）

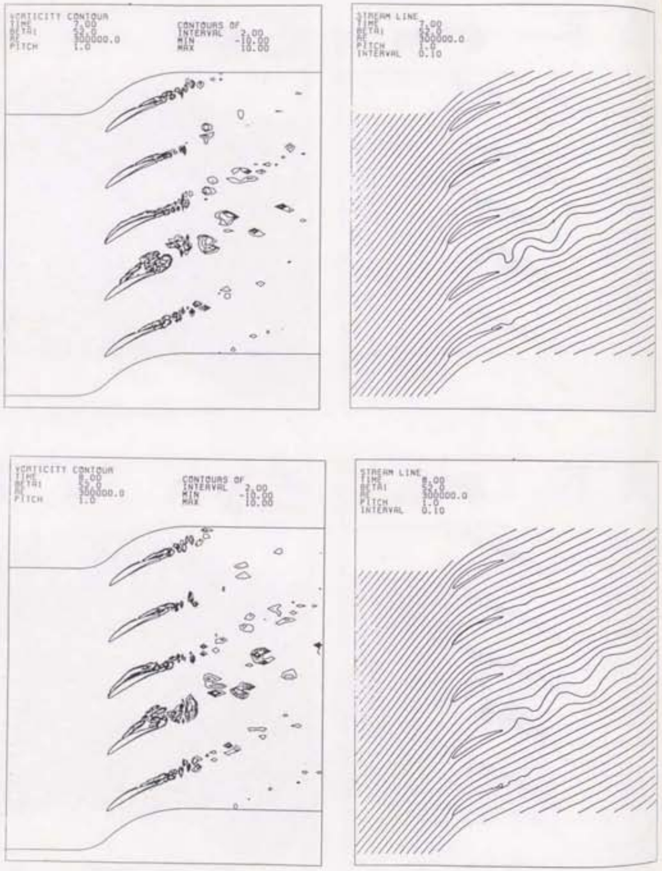


図3－4－3（d）　微小変動から発達する旋回失速の流れ場（B2）

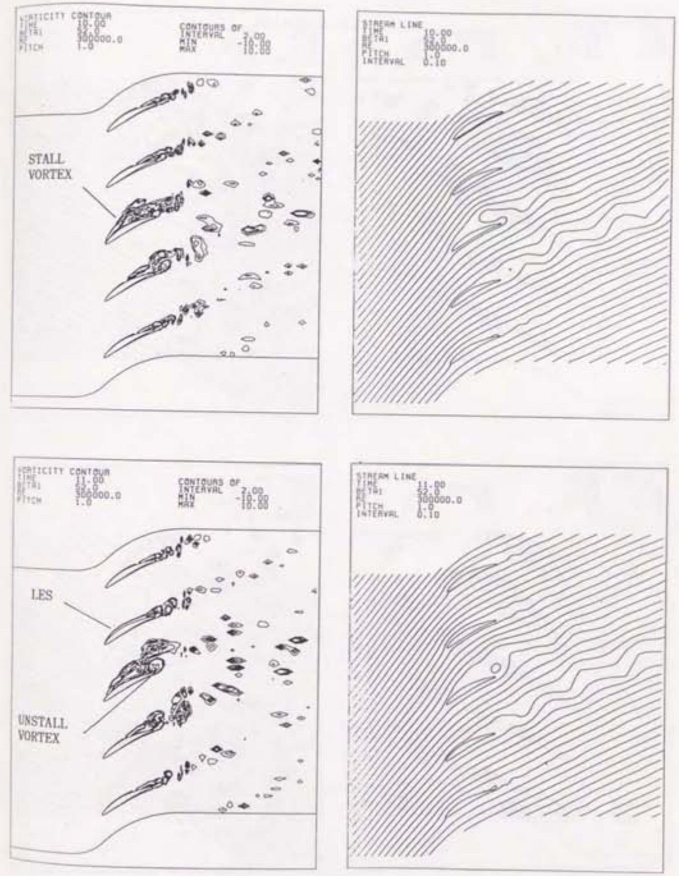


図3－4－3（e）　微小変動から発達する旋回失速の流れ場（B2）

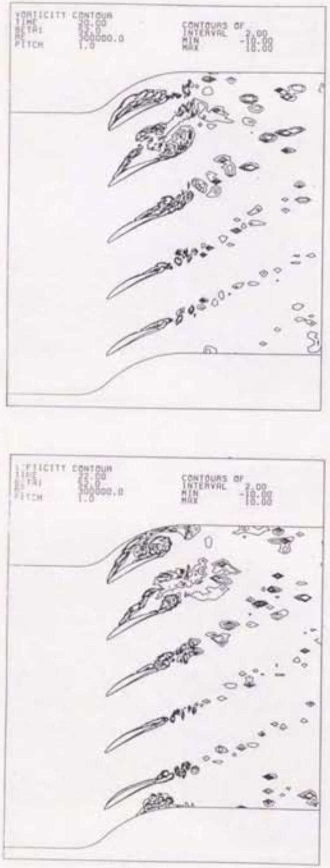


図３－４－３（f）　　微小変動から発達する旋回失速の流れ場（B2）

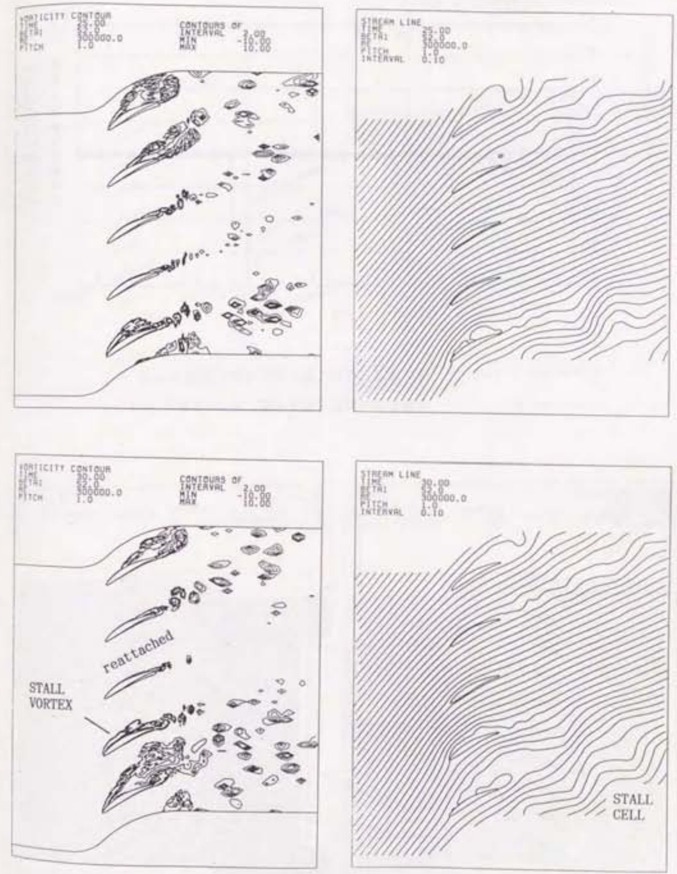


図３－４－３（g）　　微小変動から発達する旋回失速の流れ場（B2）

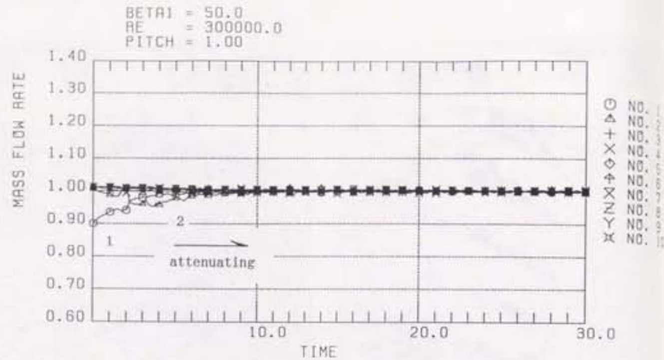


図３－４－４（ａ）　発生点以下の流入角における微小変動からの流量変動の減衰（翼１０枚，β_1＝５０°，C1）

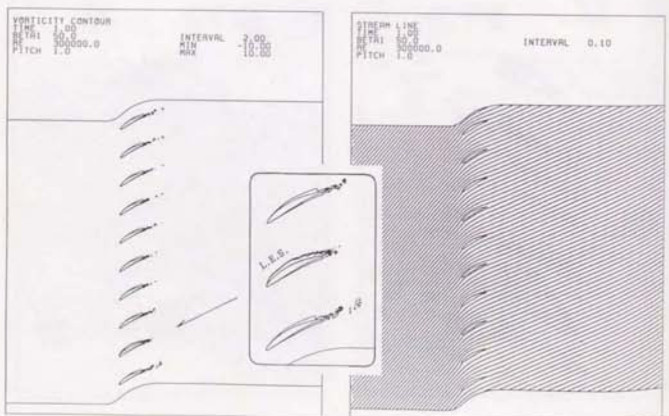


図３－４－４（ｂ）　定常流れへの収束：渦度分布と流線（翼１０枚，β_1＝５０°，C1）

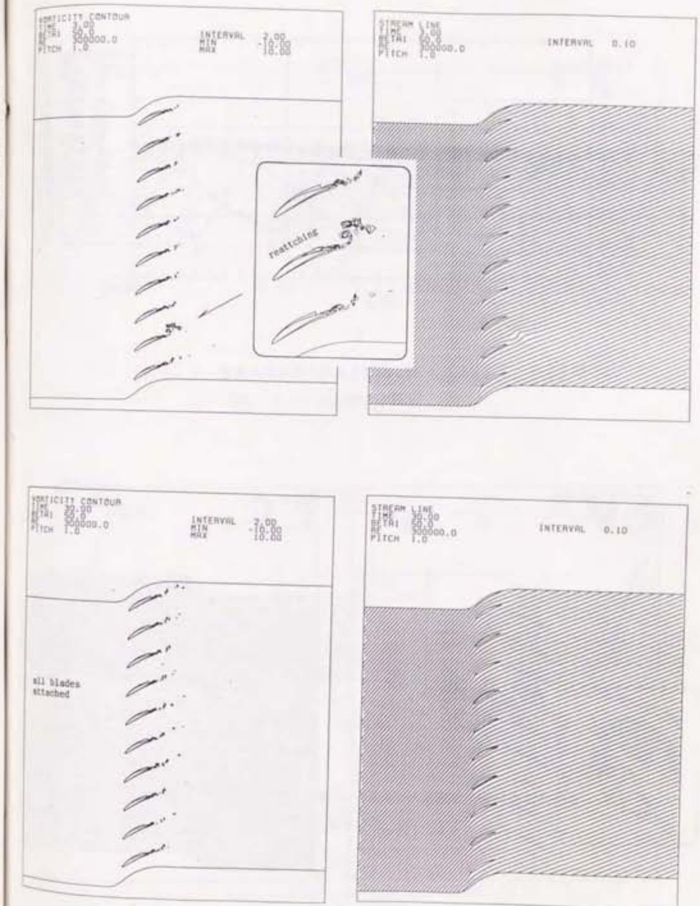


図３－４－４（ｃ）　定常流れへの収束：渦度分布と流線（C1）

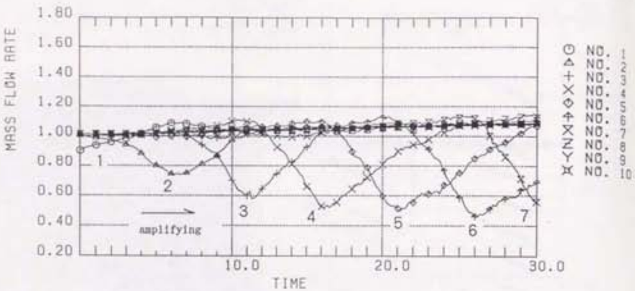


図３－４－５（ａ）　微小変動からの流量変動の発達

（翼１０枚，β_1＝５２°，C2）

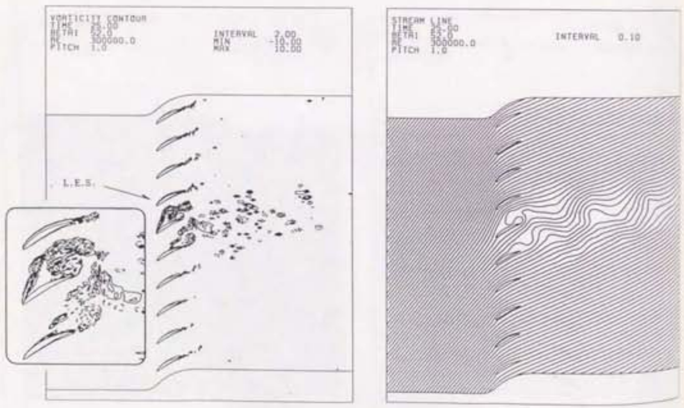


図３－４－５（ｂ）　十分に発達した旋回失速の流れ場：渦度分布，流線

（翼１０枚，β_1＝５２°，C2）

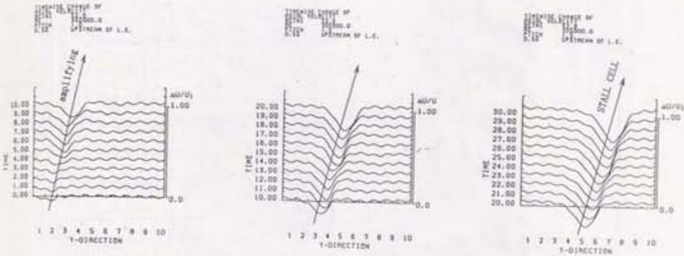


図３－４－５（ｃ）　翼列より0.5ｺｰﾄﾞ上流の速度変動の発達

（翼１０枚，β_1＝５２°，C2）

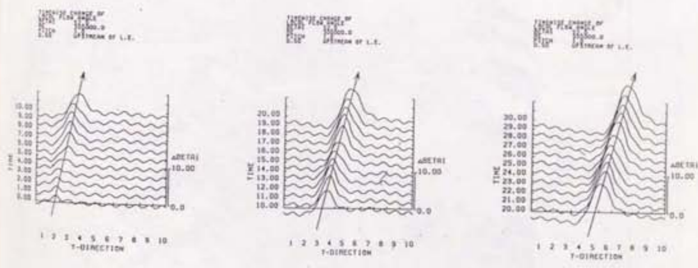


図３－４－５（ｄ）　翼列より0.5ｺｰﾄﾞ上流の流れ角変動の発達

（翼１０枚，β_1＝５２°，C2）

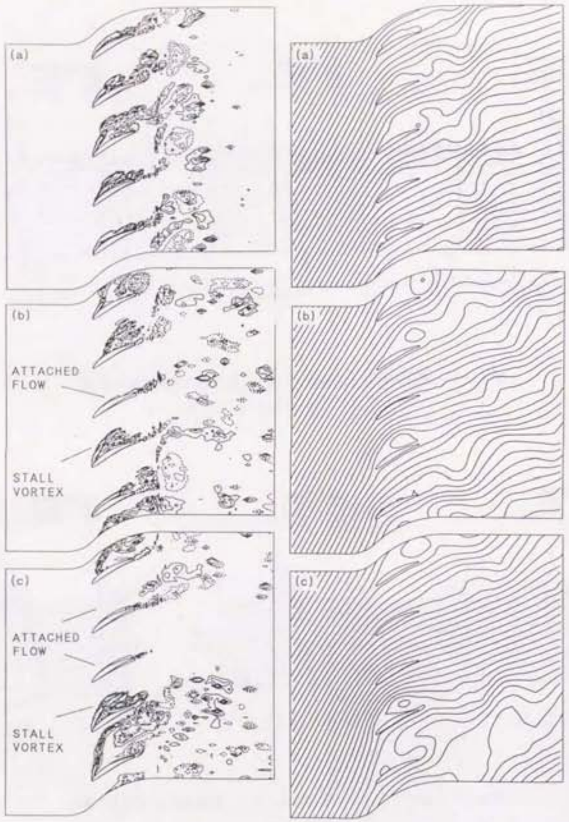


図3－4－6　旋回失速の発達（A2，β_1＝６０°）

（ａ）ｔ＝６，（ｂ）ｔ＝１６，（ｃ）ｔ＝６６

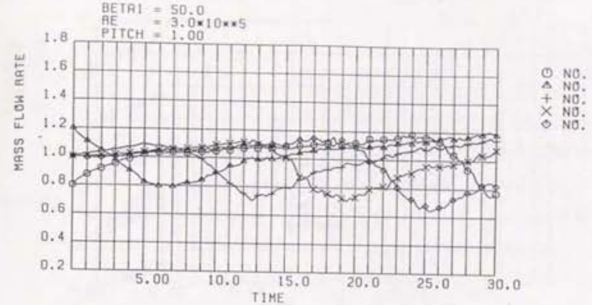


図3－4－7（ａ）　大変動からの旋回失速の伝播

流量変動（翼５枚，β_1＝５０°，B3）

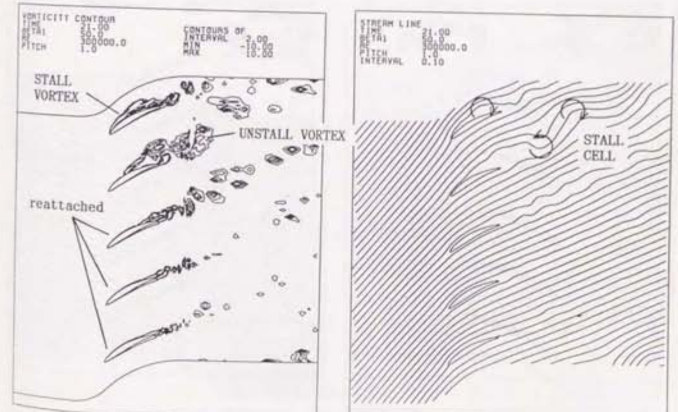


図3－4－7（ｂ）　旋回失速の流れの様子：渦度分布・流線

（翼５枚，β_1＝５０°，B3）

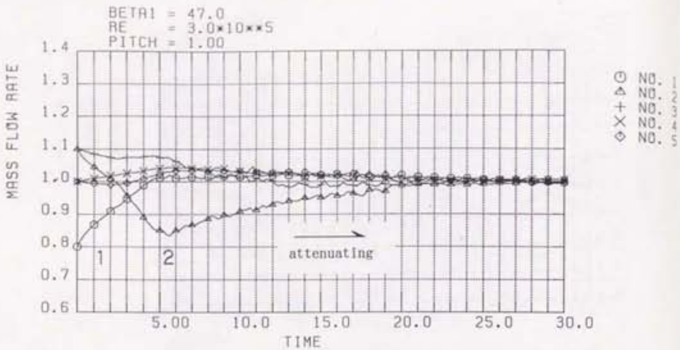


図3－4－8（a）　大変動からの減衰

流量変動（翼5枚，β_1＝47°，B4）

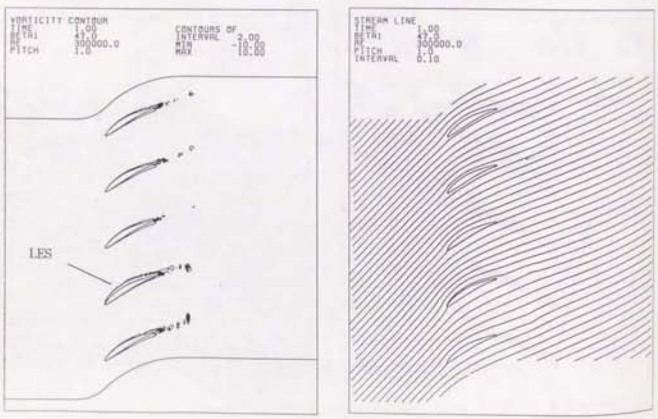


図3－4－8（b）　大変動からの減衰

渦度分布・流線（翼5枚，β_1＝47°，B4）

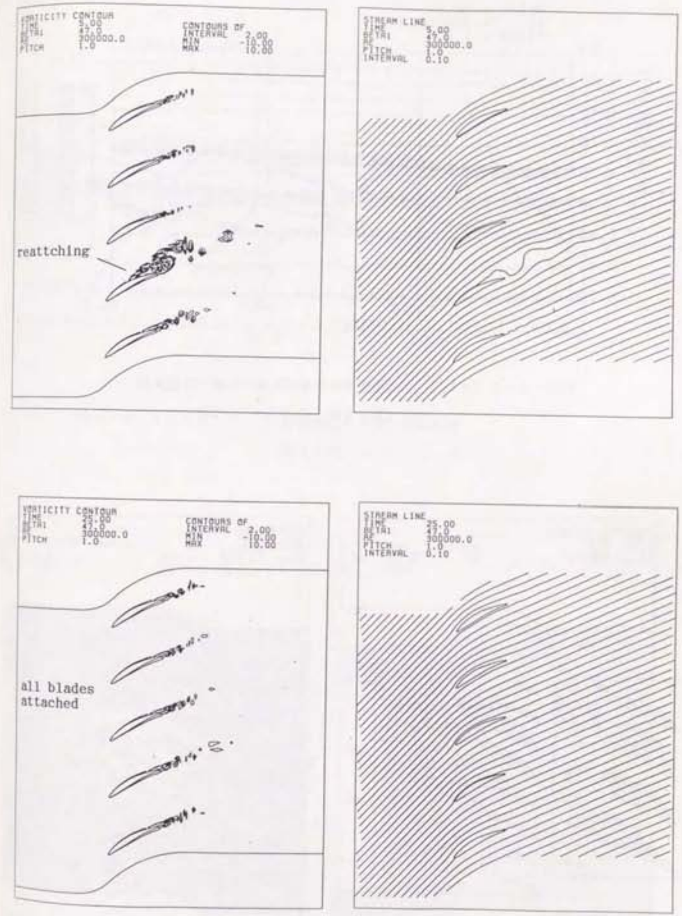


図3－4－8（c）　大変動からの減衰：渦度分布・流線（B4）

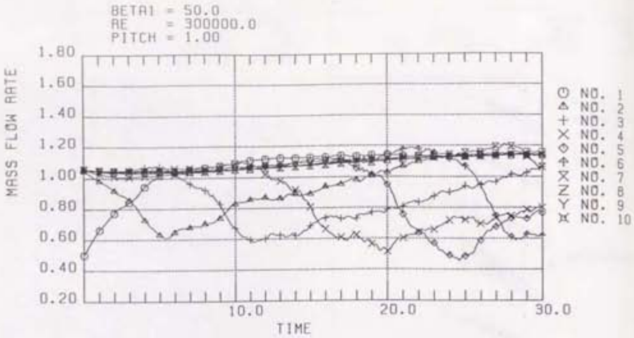


図３－４－９（a）　大変動からの旋回失速の伝播：流量変動

（翼１０枚，β_1＝５０°，C4）

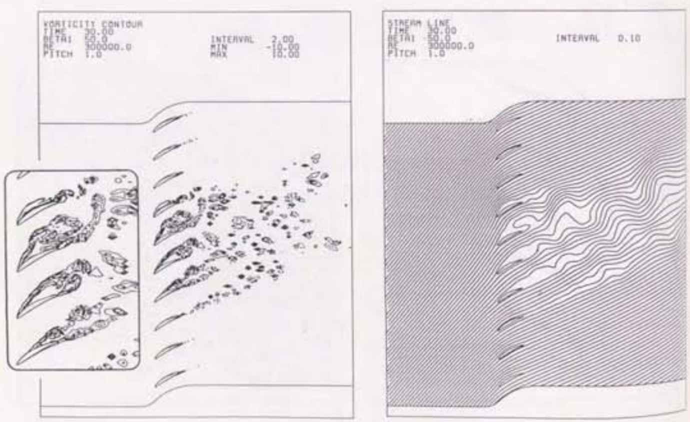


図３－４－９（b）　旋回失速の流れの様子：渦度分布・流線

（翼１０枚，β_1＝５０°，C4）

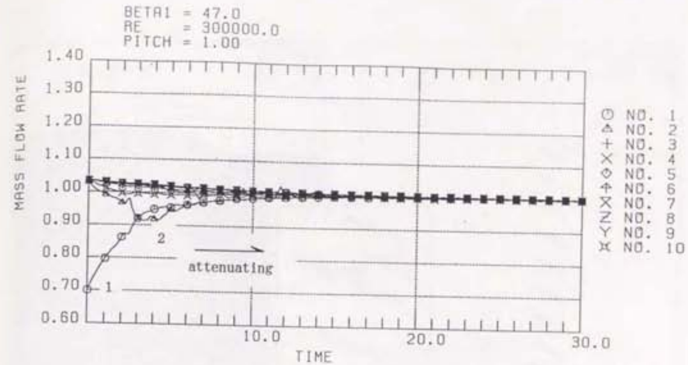


図３－４－１０（a）　大変動からの減衰：流量変動

（翼１０枚，β_1＝４７°，C5）

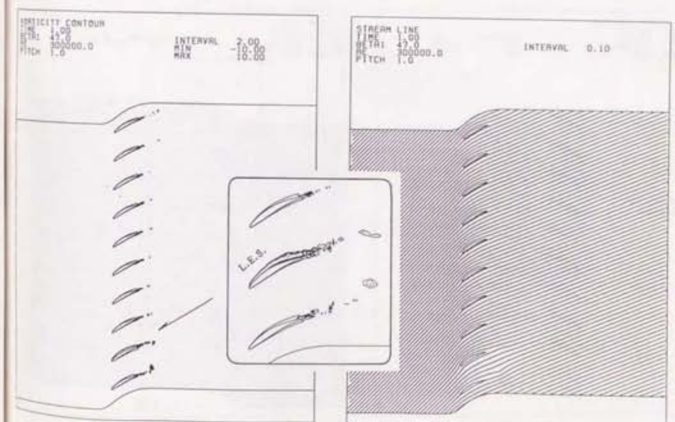


図３－４－１０（b）　大変動から定常流れへの収束：渦度分布・流線

（翼１０枚，β_1＝４７°，C5）

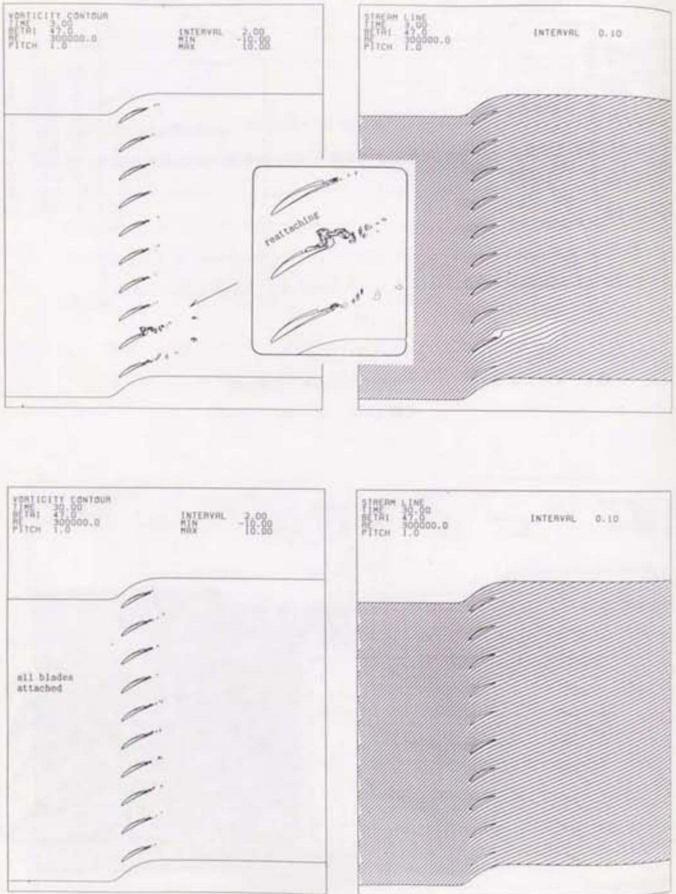


図3－4－10（c）　　大変動から定常流れへの収束（C5）

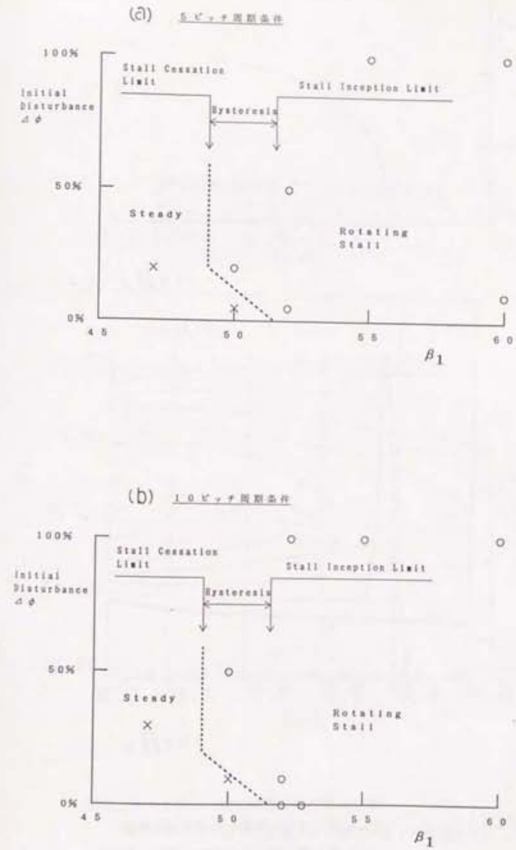


図3－4－11　　発生点とヒステリシス

（a）5ピッチ周期条件

（b）10ピッチ周期条件

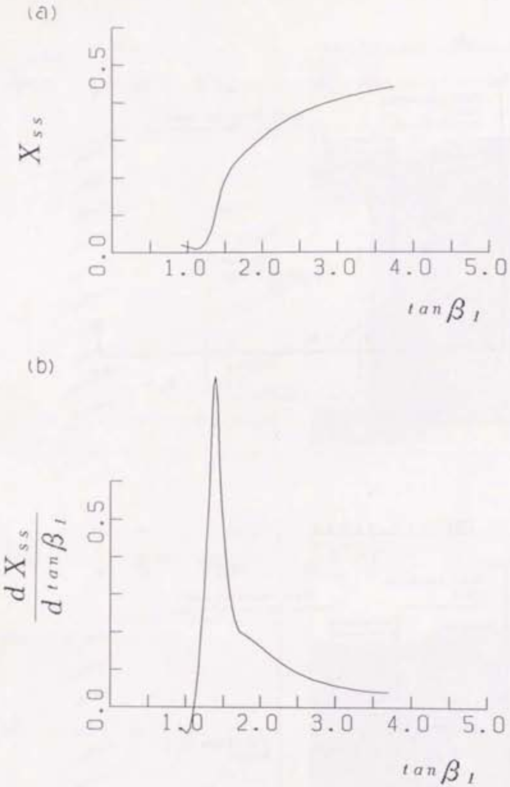


図3－4－12　　（a）スプライン近似した全圧損失特性
（b）流入角に対する全圧損失係数の勾配

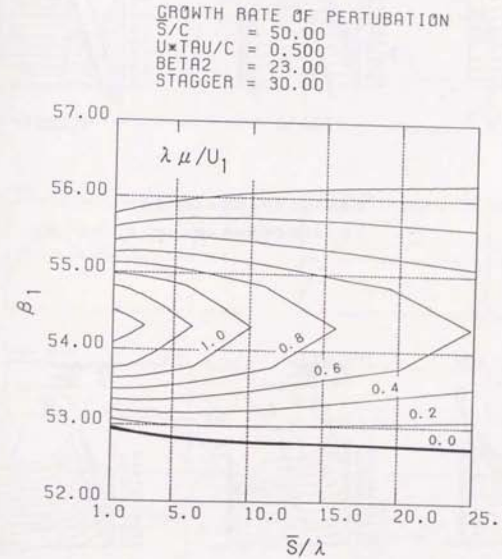


図3－4－13　　微小変動の成長率の分布
μ：成長率，λ：波長，$\bar{S}$：円周長さ（$\bar{S}$/c=50），
τ：境界層遅れ時定数（$U_1\tau$/c=0.5），
β_2＝23°，ξ＝30°

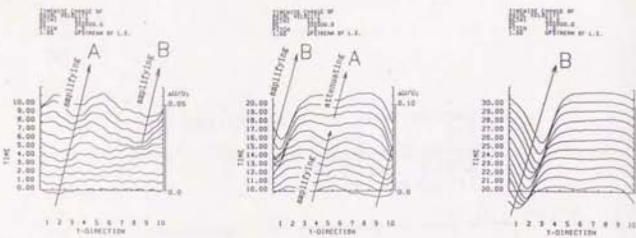


図３－５－１（ａ）　　失速点付近における失速セル数の変化

１コード上流の軸流速度（翼１０枚，β_1＝５２°，D1）

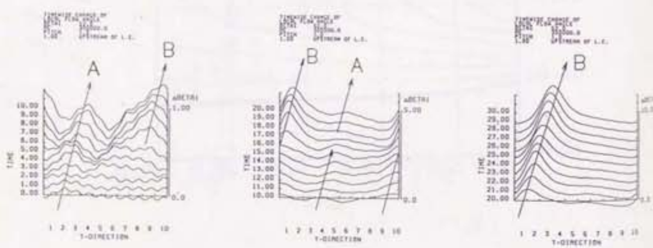


図３－５－１（ｂ）　　失速点付近における失速セル数の変化

１コード上流の流れ角（翼１０枚，β_1＝５２°，D1）

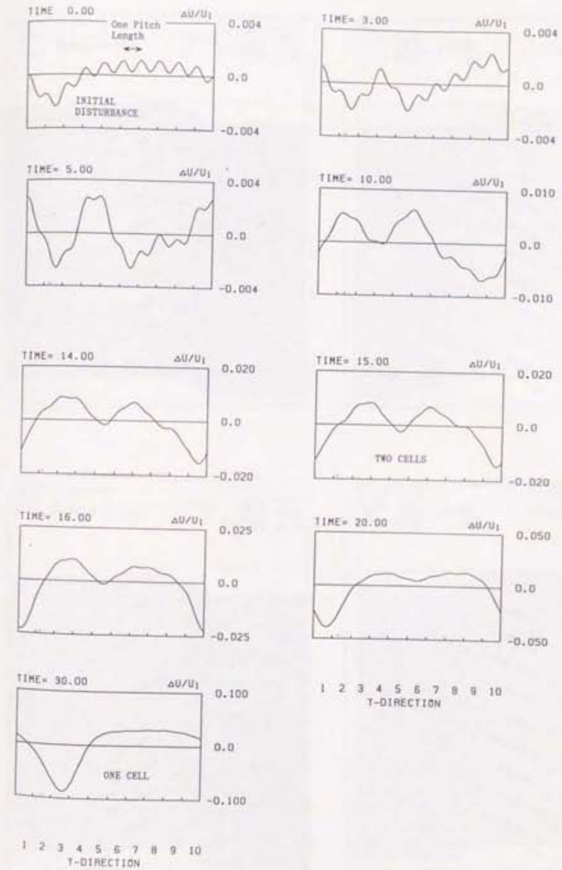


図３－５－２　　１コード上流の軸流速度の波形

（翼１０枚，β_1＝５２°，D1）

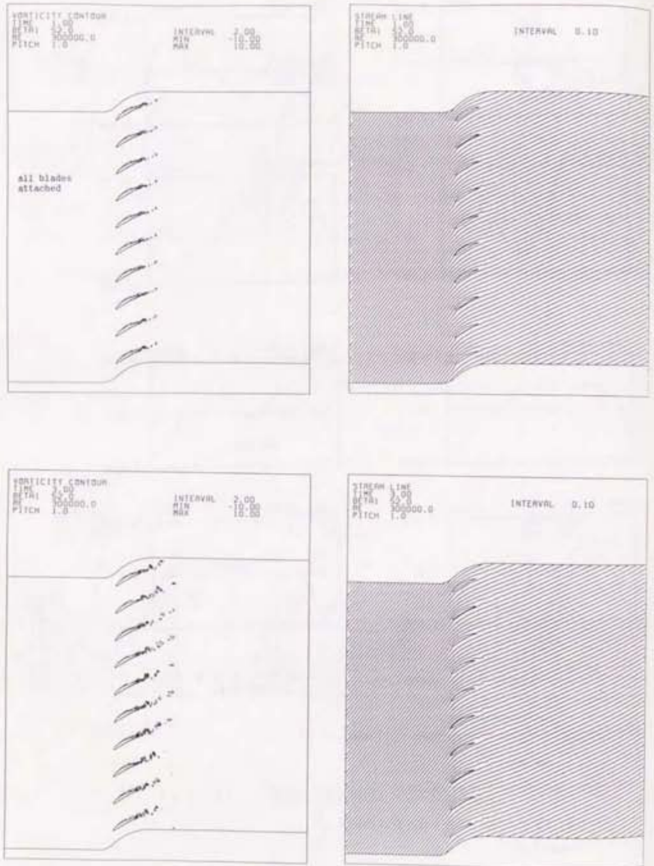


図３－５－３（ａ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線
（翼１０枚，β_1＝５２°,D1）

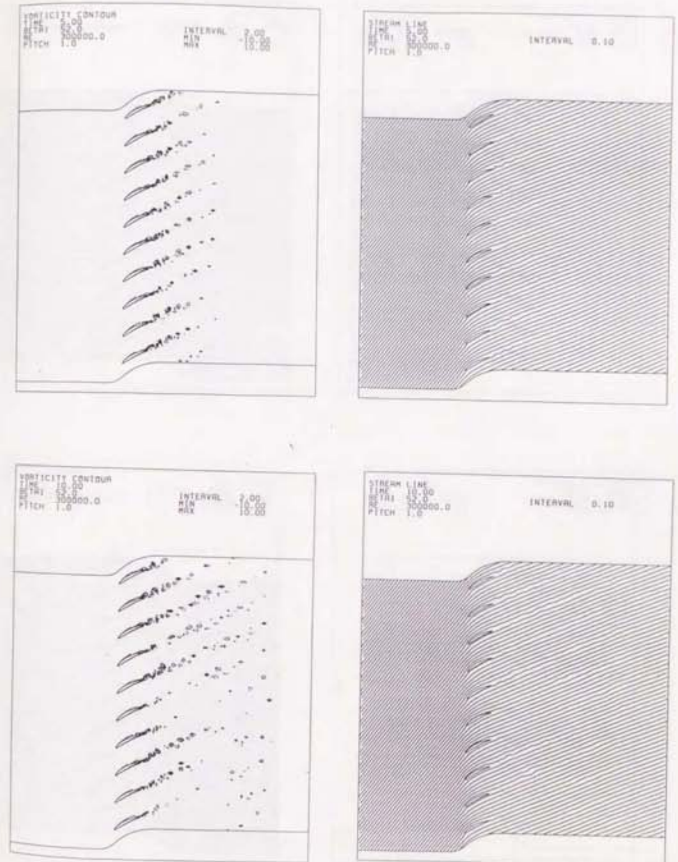


図３－５－３（ｂ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D1）

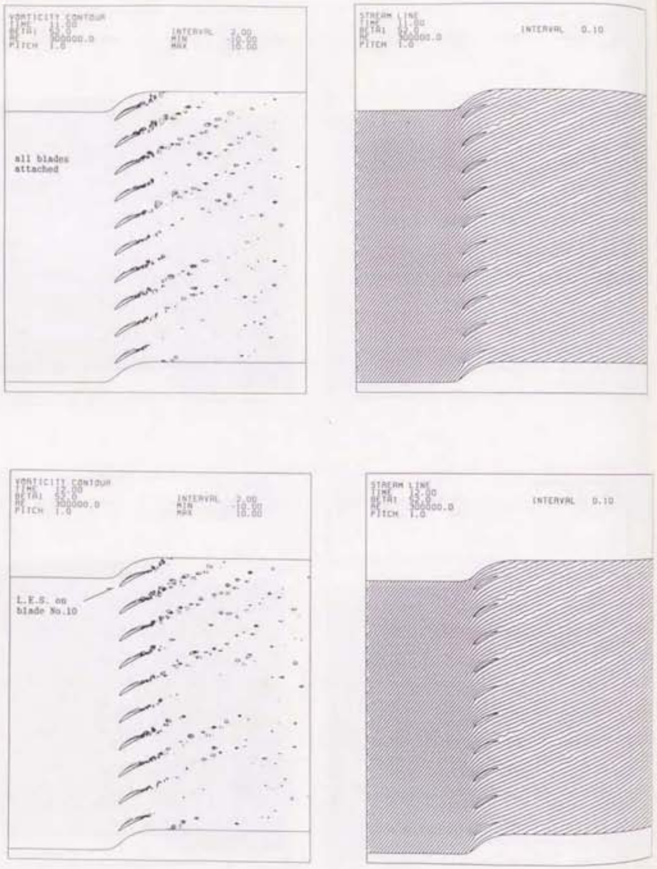


図３－５－３（ｃ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D1）

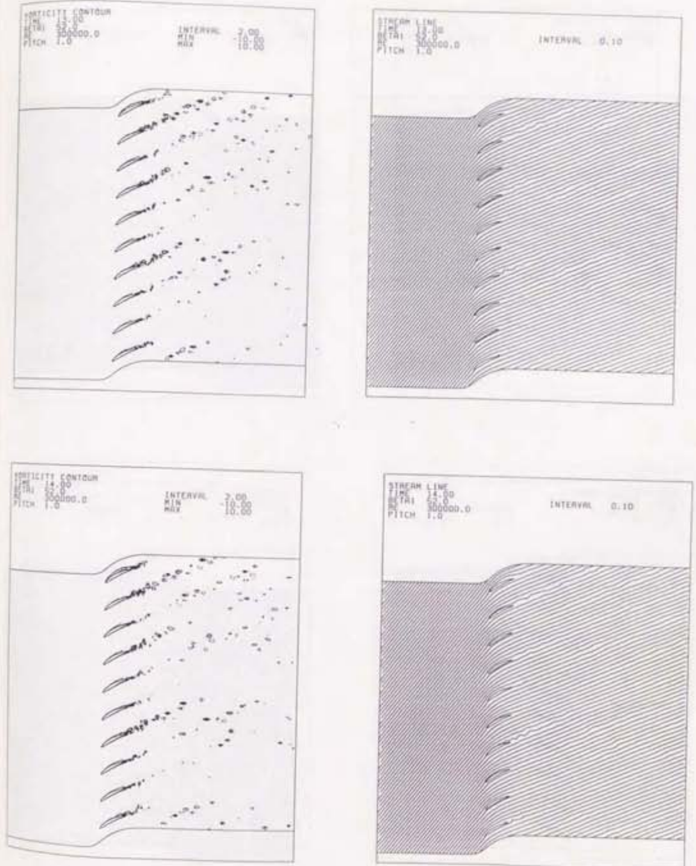


図３－５－３（ｄ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D1）

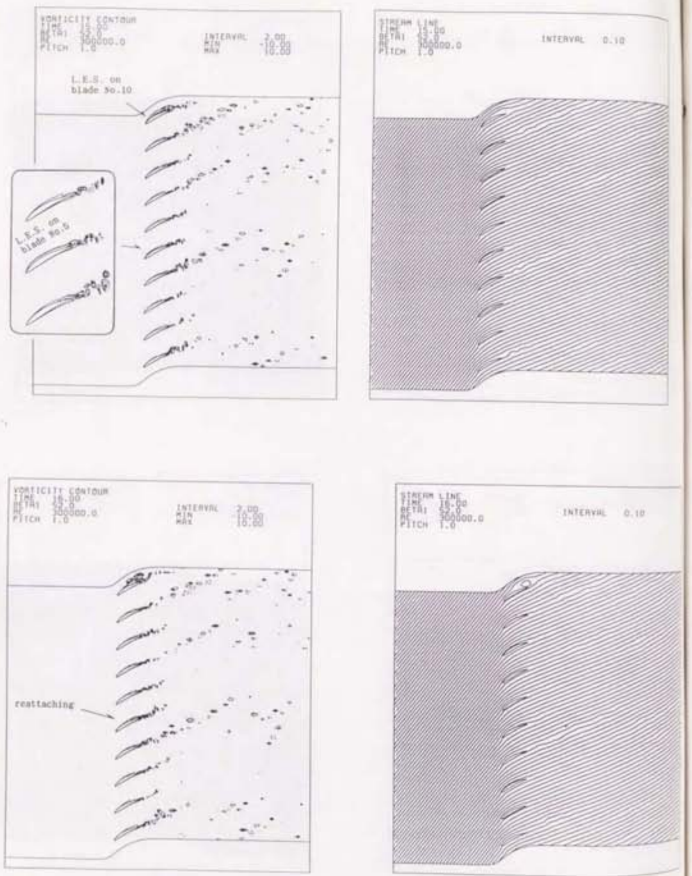


図３－５－３（ｅ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（DI）

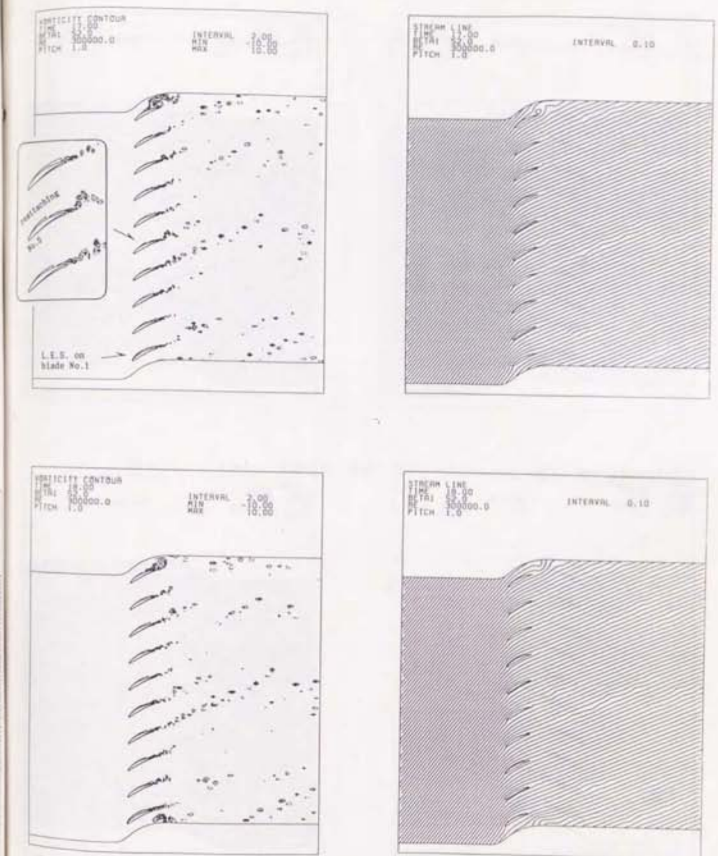


図３－５－３（ｆ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（DI）

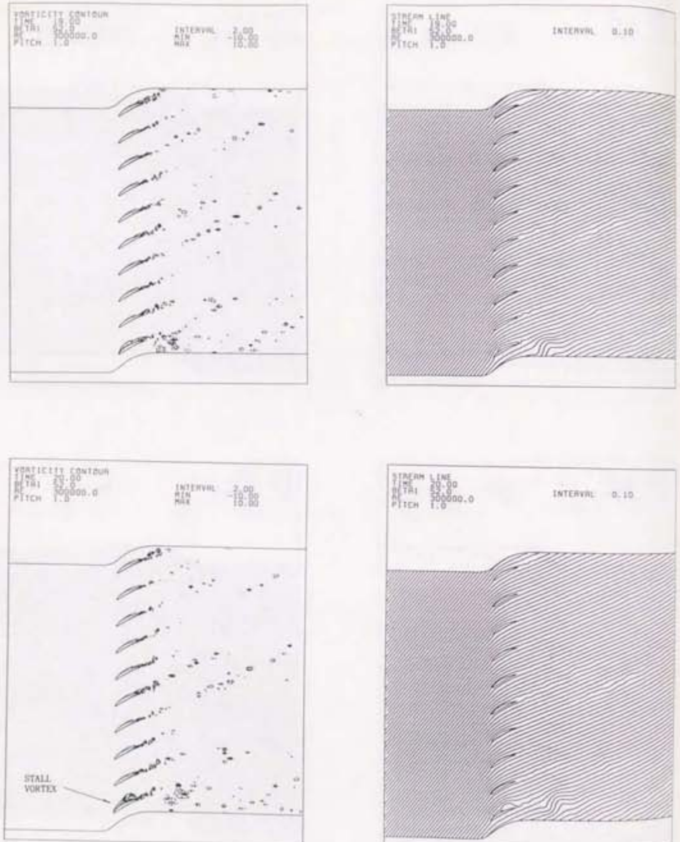


図３－５－３（ｇ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D1）

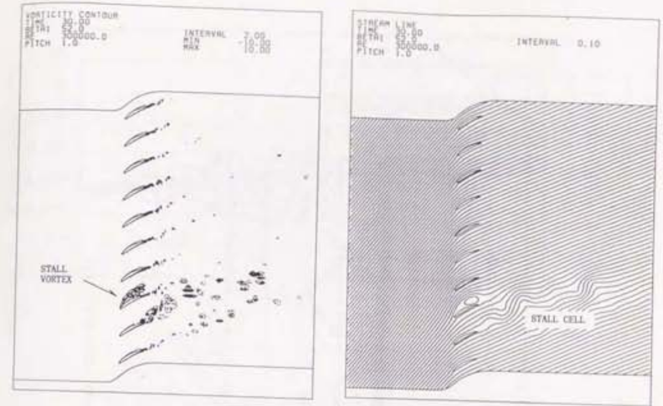


図３－５－３（ｈ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D1）

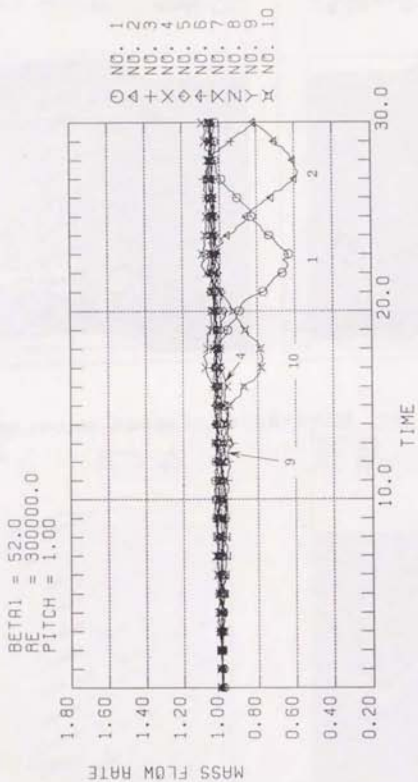


図3－5－4　流量変動（翼10枚，β_1＝52°，D1)

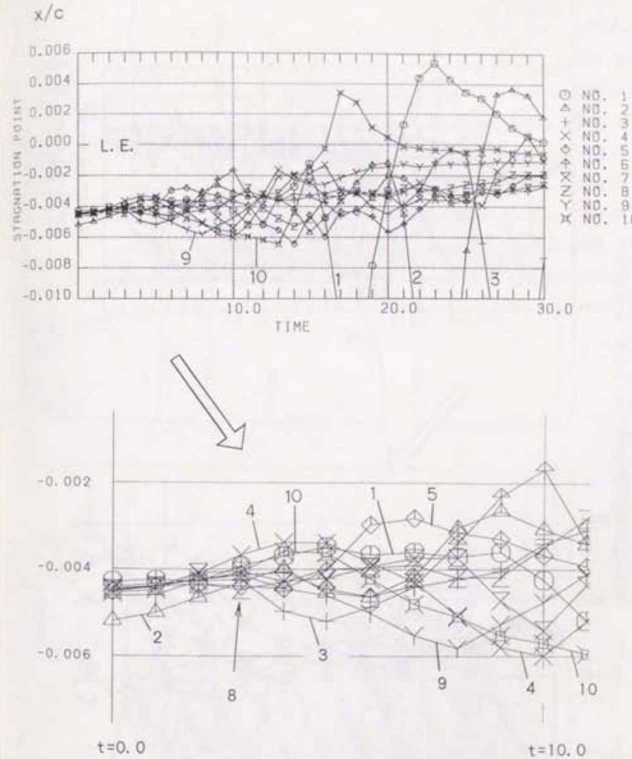


図3－5－5　セル数変化時の境界層の挙動

（a）淀み点の移動（D1)

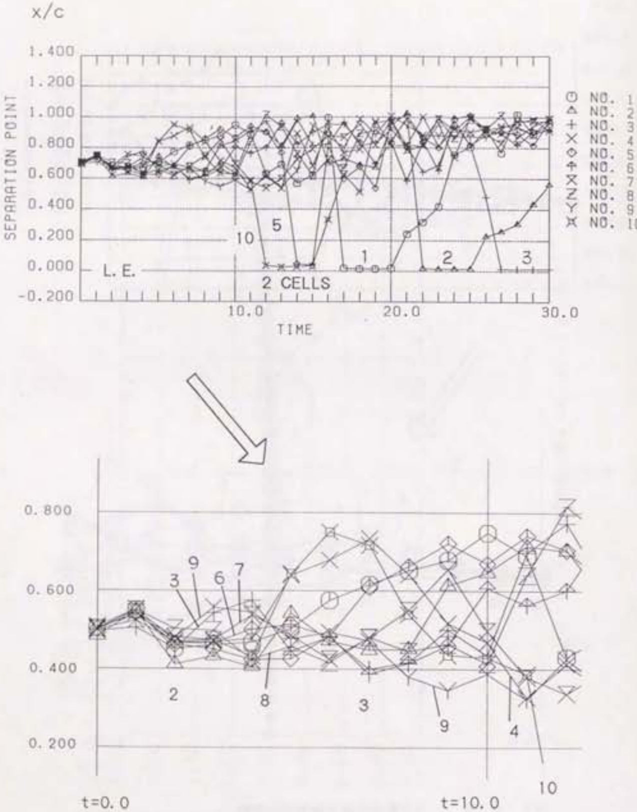


図3－5－5　　セル数変化時の境界層の挙動

（b）剥離点の移動（D1）

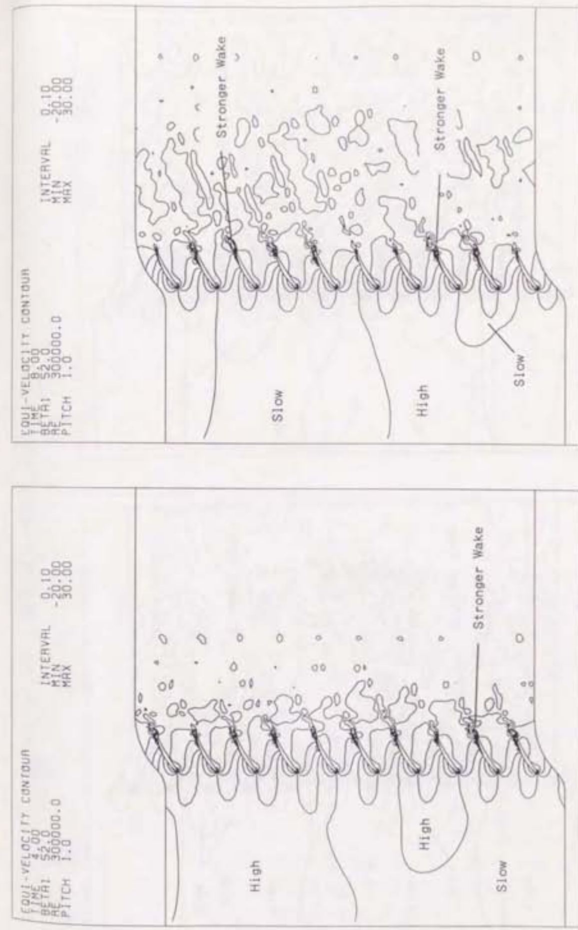


図3－5－6（a）　　翼面剥離域・後流域の成長とセル数変化：等速度分布

（等高線間隔は上流一様流の20％，翼10枚，β_1＝52°，D1）

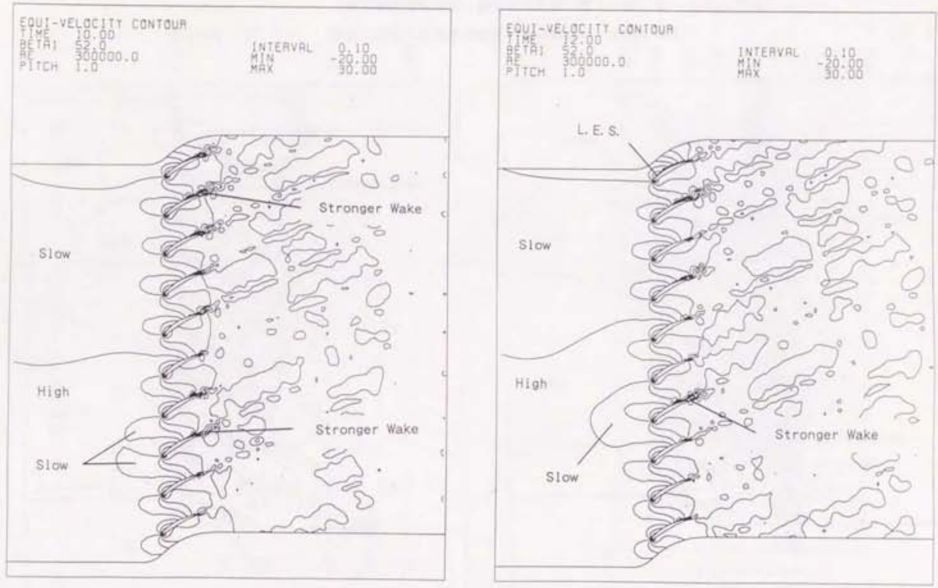


図3－5－6（b）　翼面剥離域・後流域の成長とセル数変化：等速度分布（D1）

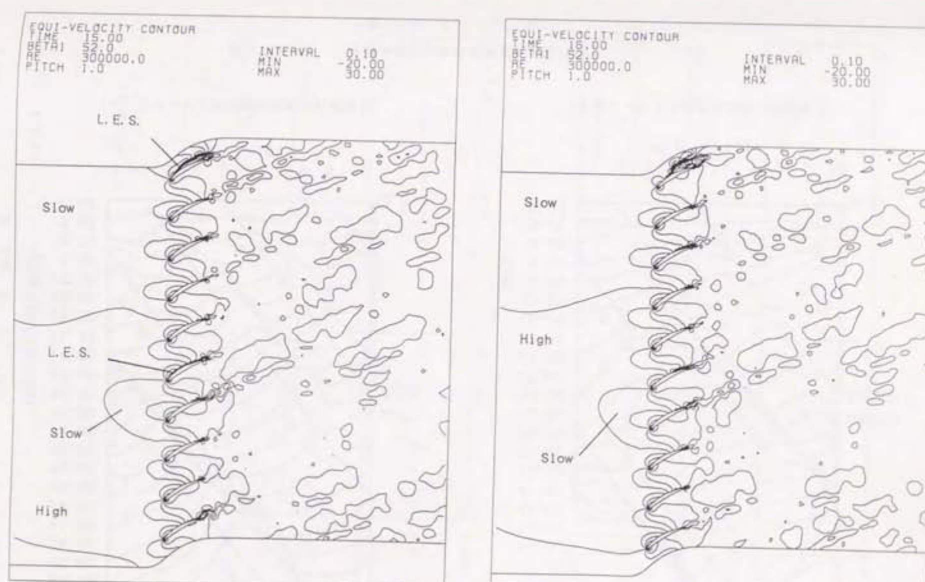
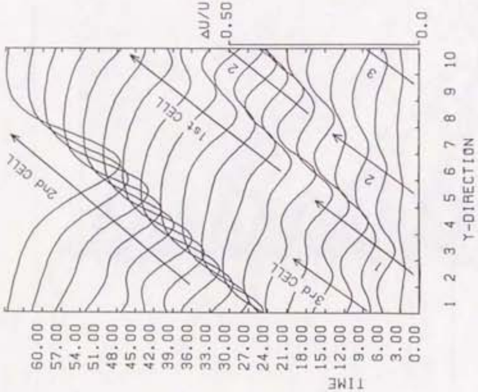
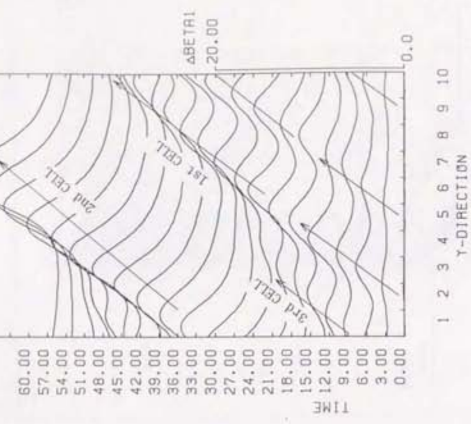


図3－5－6（c）　翼面剥離域・後流域の成長とセル数変化：等速度分布（D1）



（a）1コード上流の軸流速度の時間変化



（b）1コード上流の流れ角の時間変化

図3－5－7　失速点付近における失速セル数の変化

（翼10枚，β_1＝53°，D2）

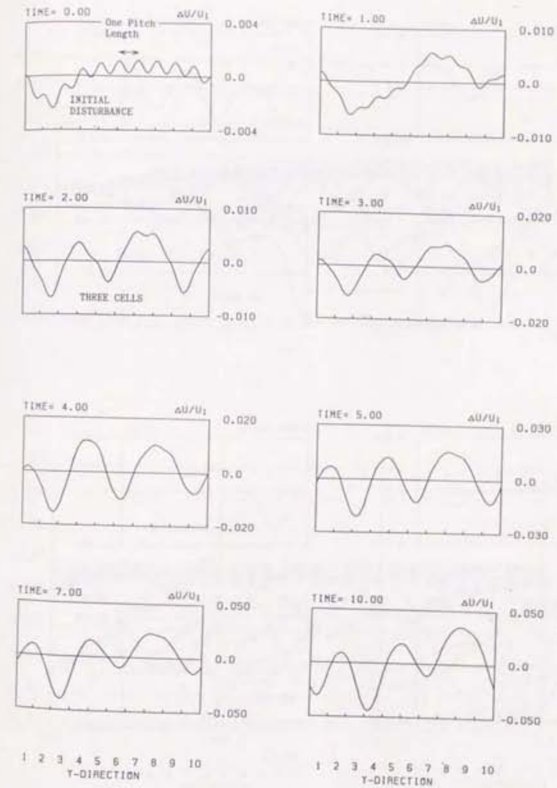


図3－5－8（a）　1コード上流の軸流速度の波形

（翼10枚，β_1＝53°，D2）

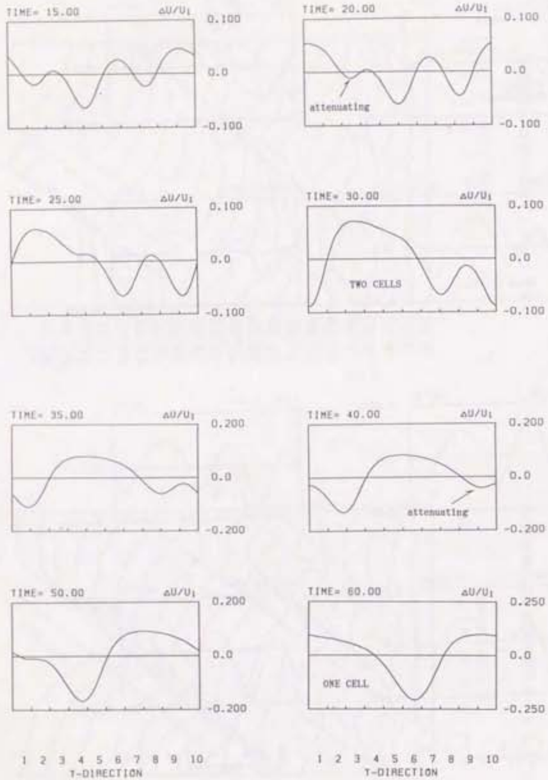


図３－５－８（ｂ）　１コード上流の軸流速度の波形（D2）

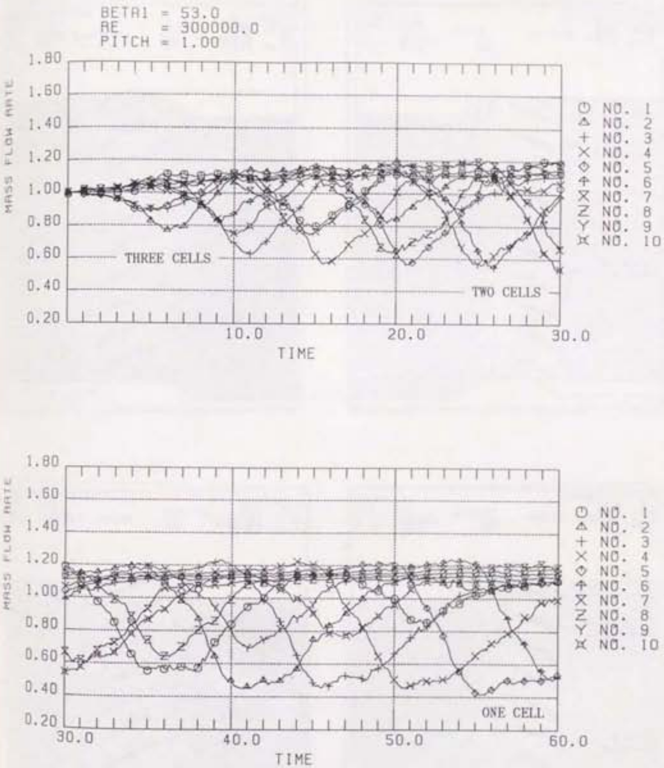


図３－５－９　流量変動（翼１０枚，β_1＝５３°，D2）

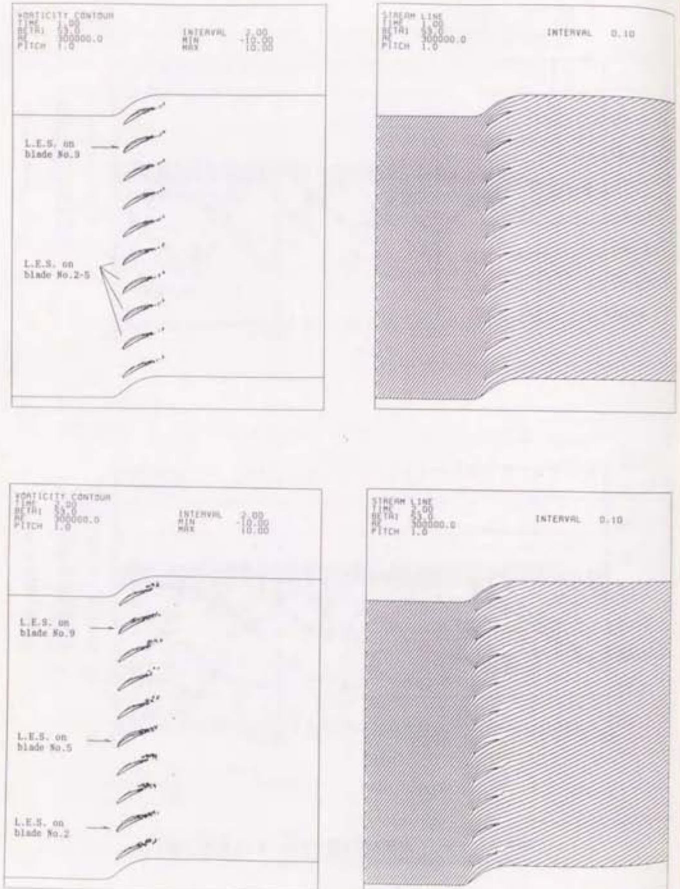


図３－５－１０（a）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線

（翼１０枚，$\beta_1 = 53°$，D2）

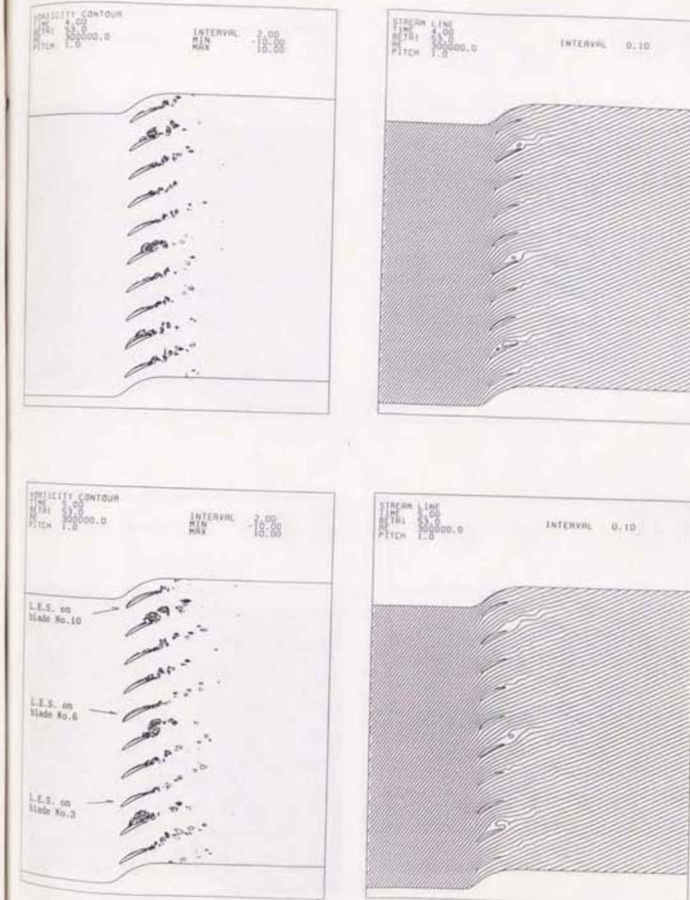


図３－５－１０（b）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D2）

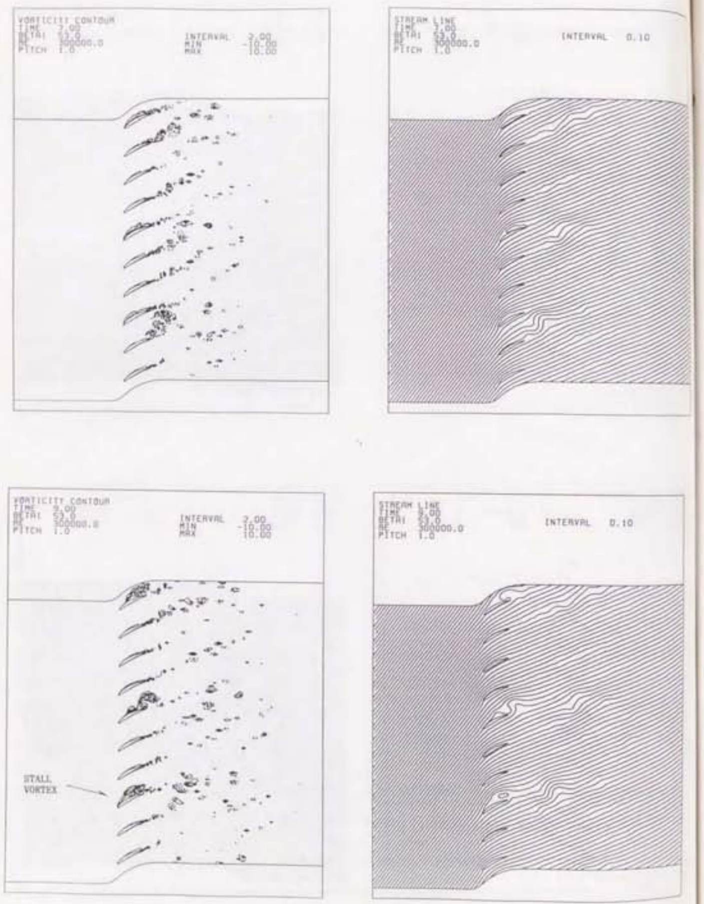


図３－５－１０（ｃ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D2）

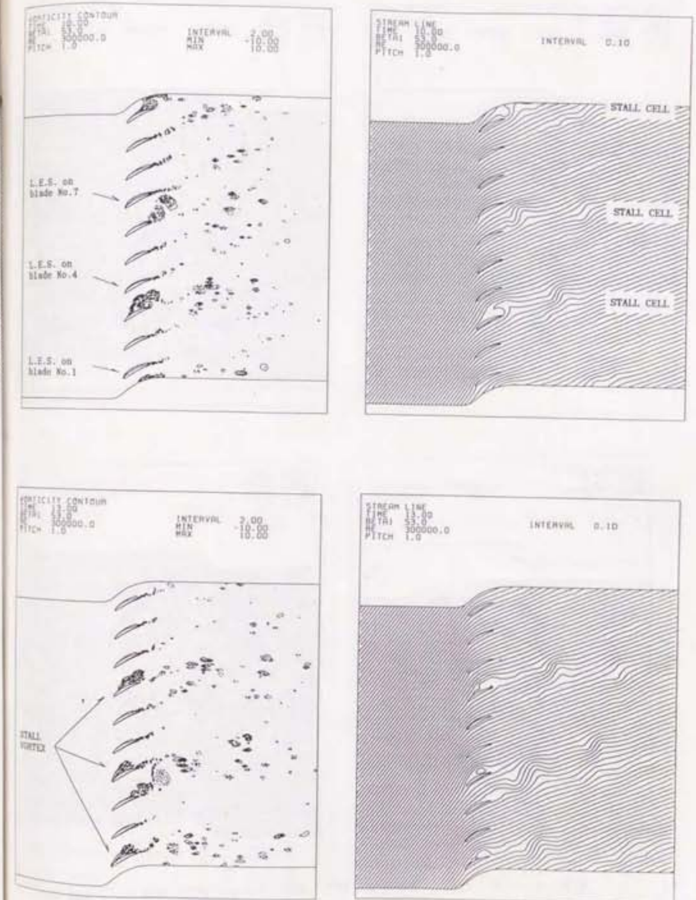


図３－５－１０（ｄ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D2）

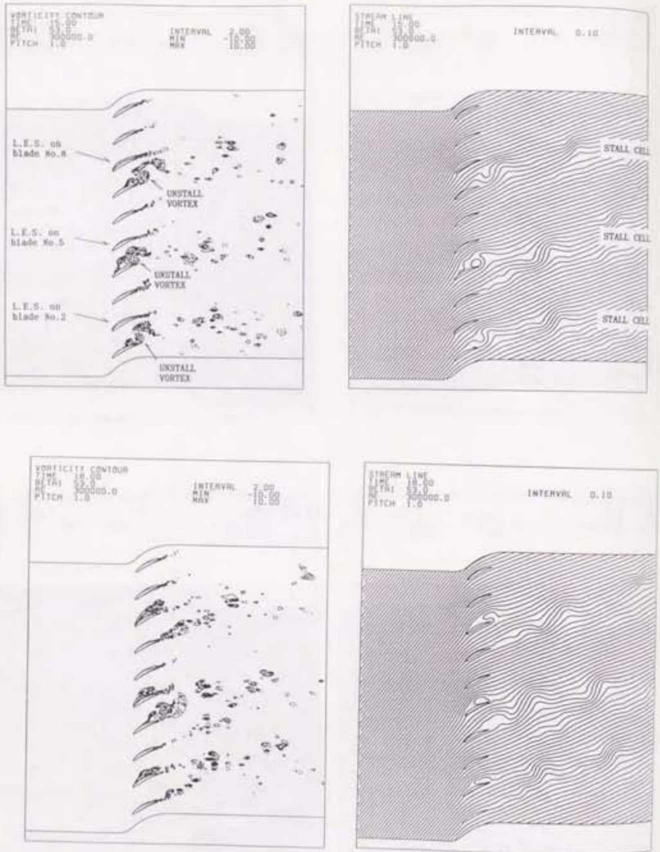


図３－５－１０（ｅ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D2）

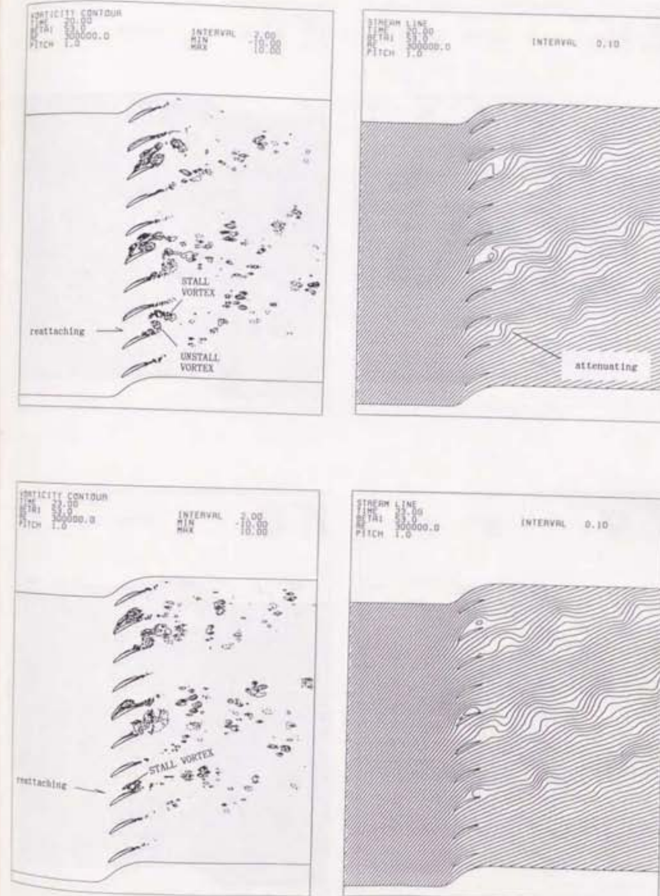


図３－５－１０（ｆ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D2）

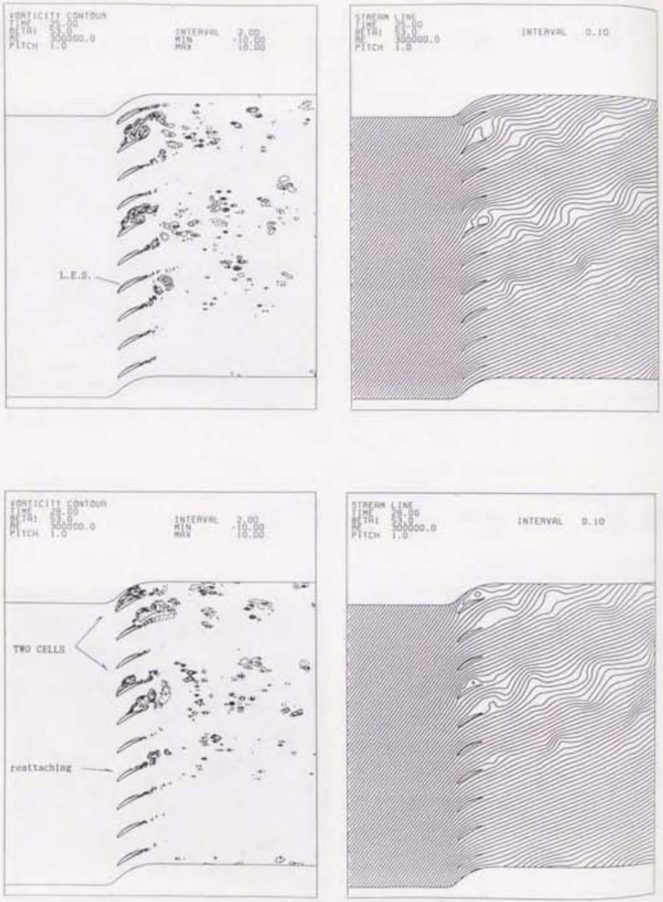


図３－５－１０（ｇ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D2）

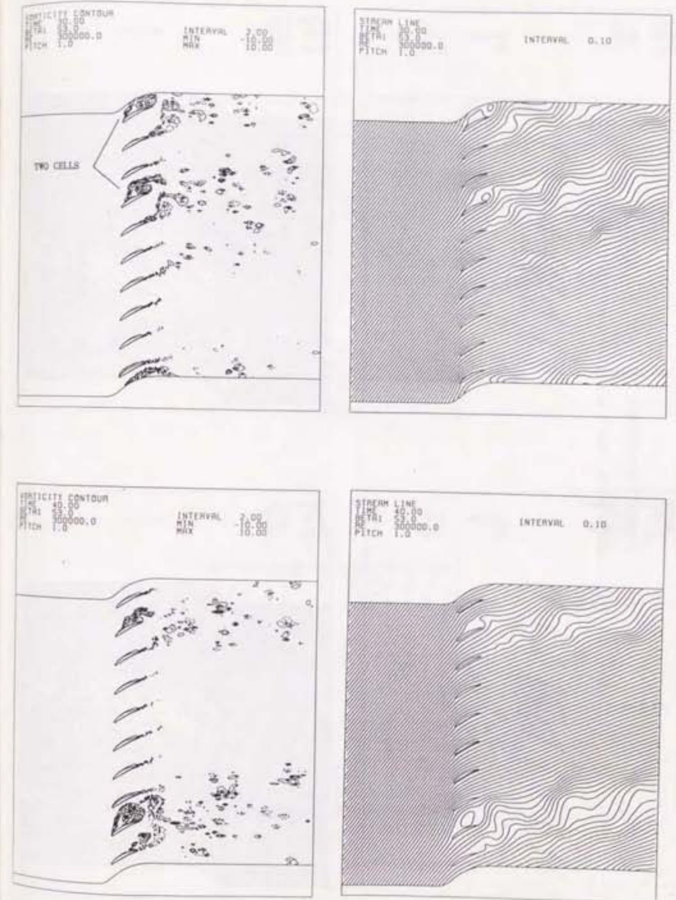


図３－５－１０（ｈ）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（D2）

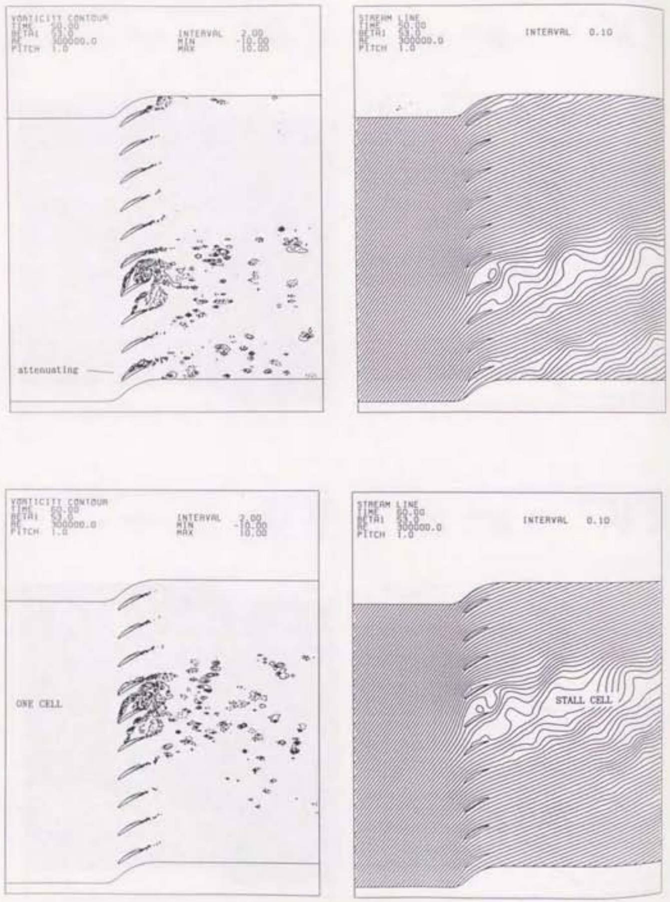


図3－5－10（i）　旋回失速の発生・成長とセル数の変化：渦度分布と流線（DI）

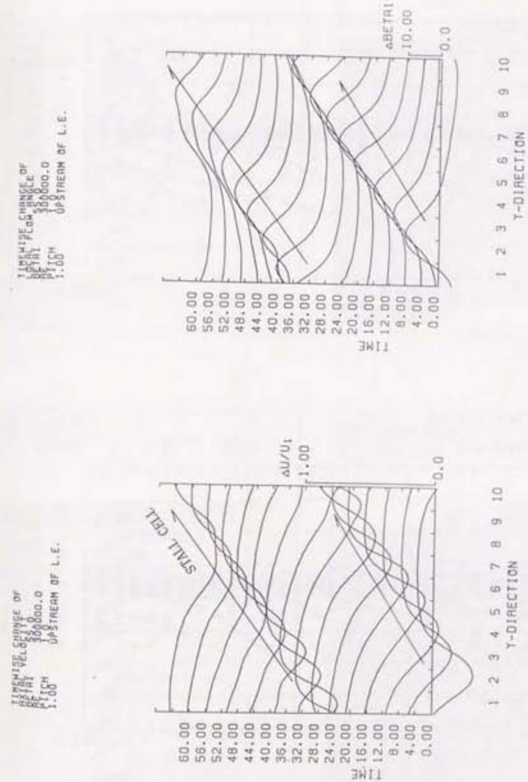


図3－5－11　失速点を大きく越えた流入角におけるセル数の変化

1コード上流の軸流速度（翼10枚，$\beta_1=55°$，BI)

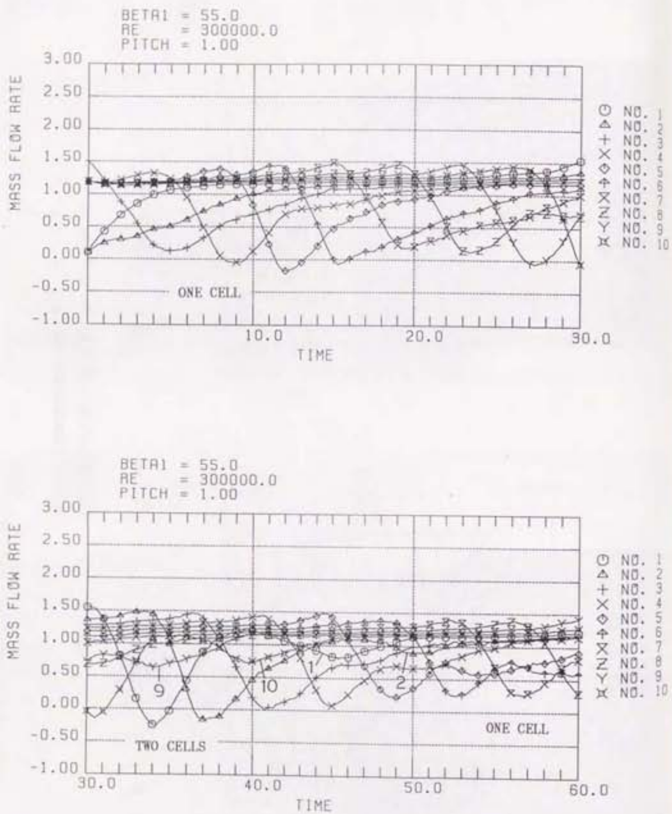


図3－5－12　流量変動（翼10枚，β_1＝55°，E1）

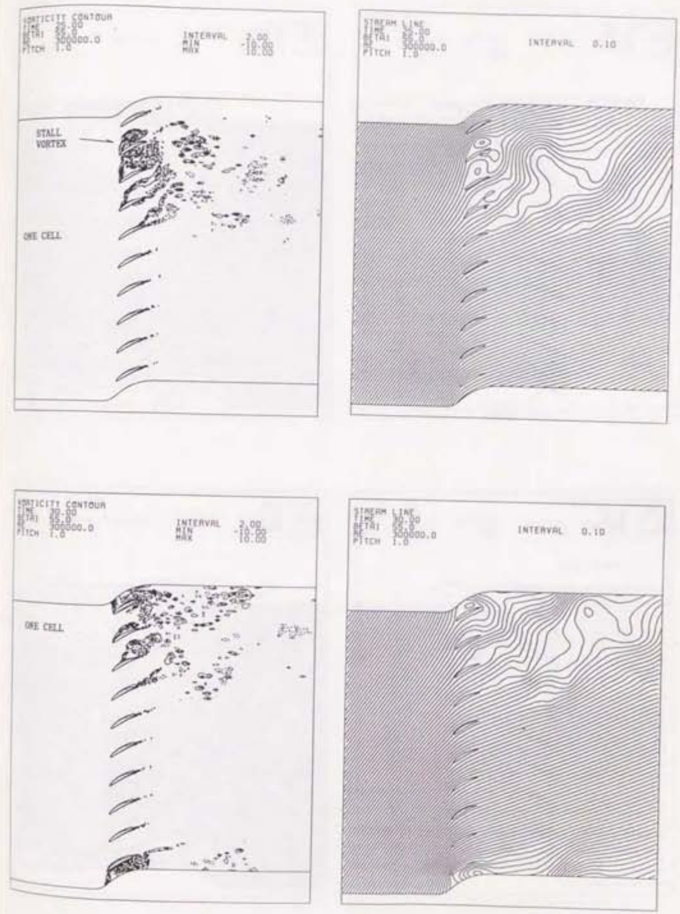


図3－5－13（a）　失速セルの分裂と消滅：渦度分布と流線

（翼10枚，β_1＝55°，E1）

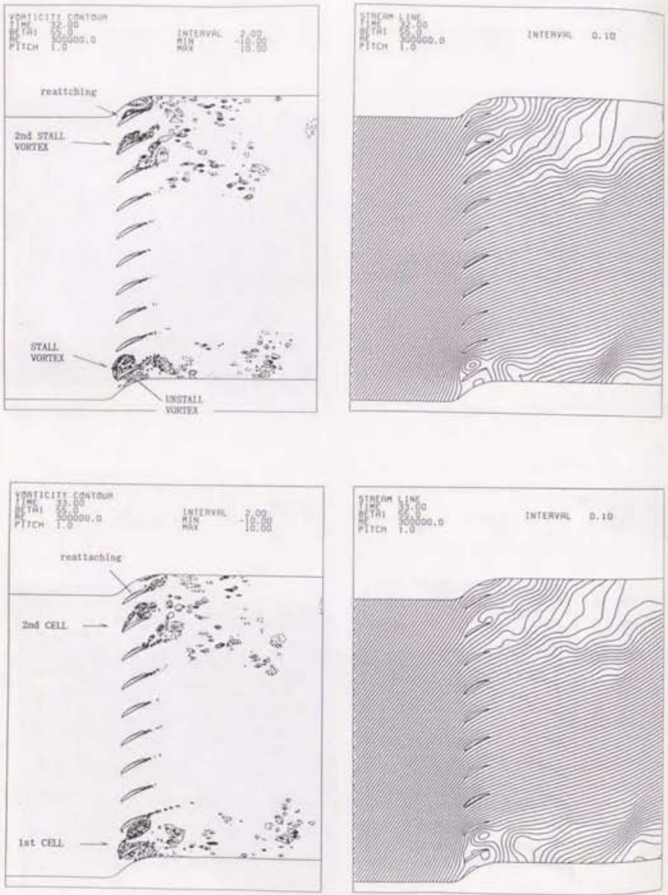


図3－5－13（b）　失速セルの分裂と消滅：渦度分布と流線（E1）

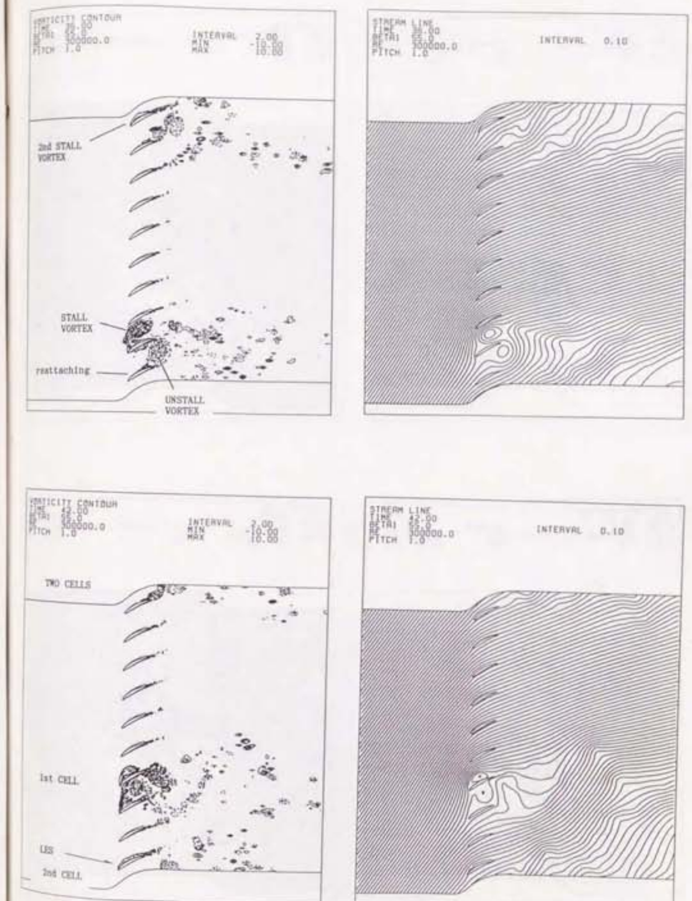


図3－5－13（c）　失速セルの分裂と消滅：渦度分布と流線（E1）

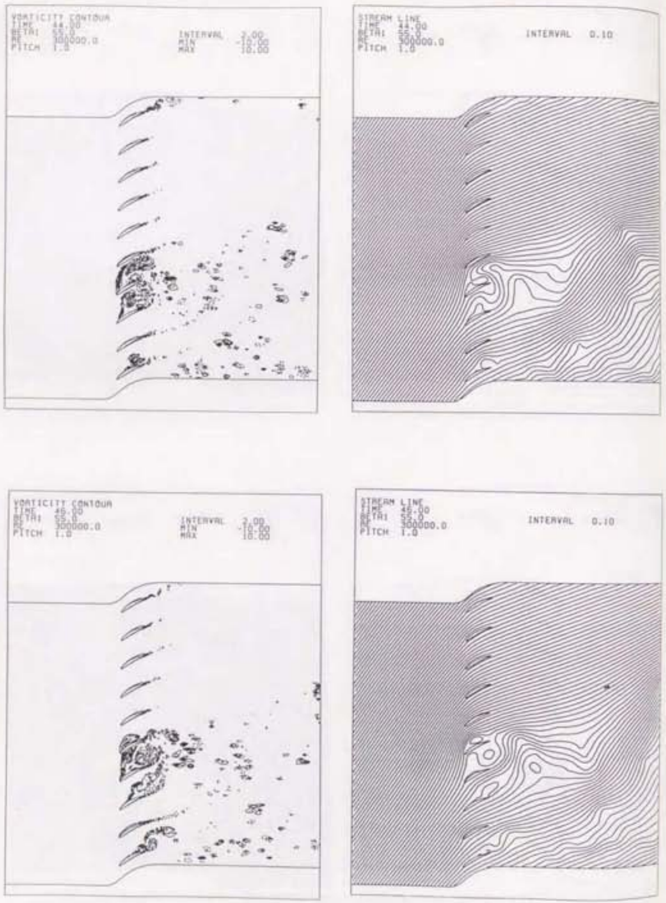


図３－５－１３（d）　失速セルの分裂と消滅：渦度分布と流線（E1）

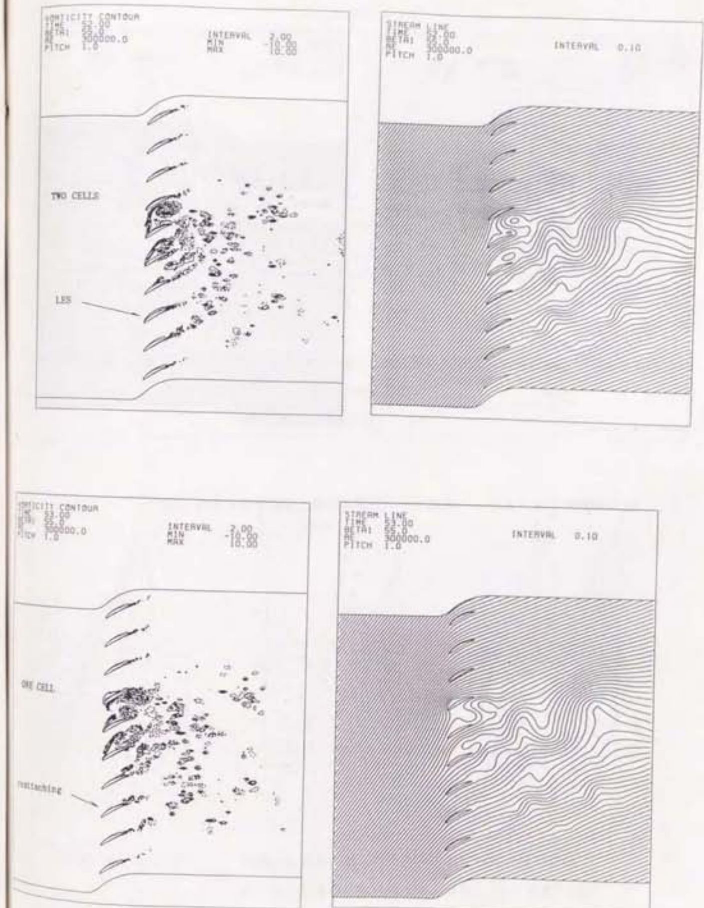


図３－５－１３（e）　失速セルの分裂と消滅：渦度分布と流線（E1）

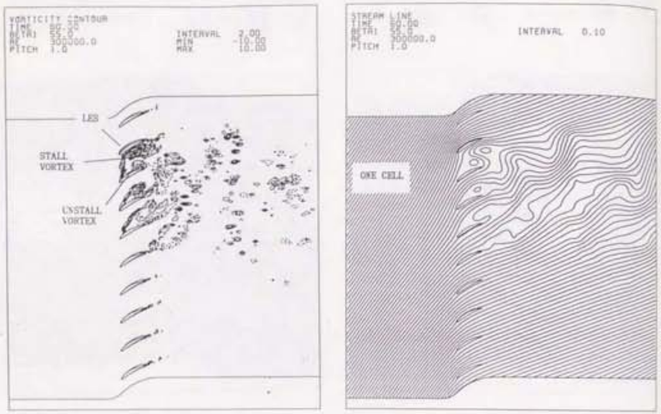


図３－５－１３（ｆ）　失速セルの分裂と消滅：渦度分布と流線（E1）

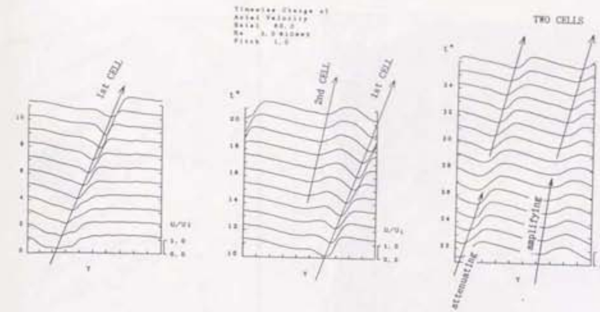


図３－５－１４（ａ）　失速点を大きく越えた流入角におけるセル数の変化

０．５ｺｰﾄﾞ上流の軸流速度

（翼１０枚，β_1＝６０°，E2）

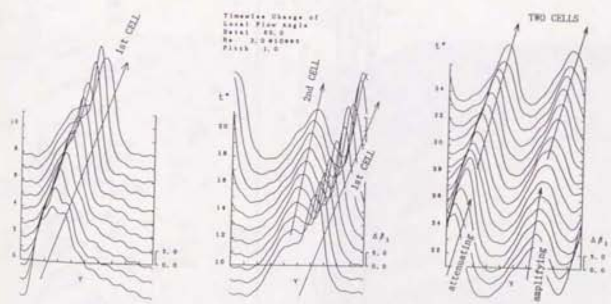


図３－５－１４（ｂ）　失速点を大きく越えた流入角におけるセル数の変化

０．５ｺｰﾄﾞ上流の流れ角（翼１０枚，β_1＝６０°，E2）

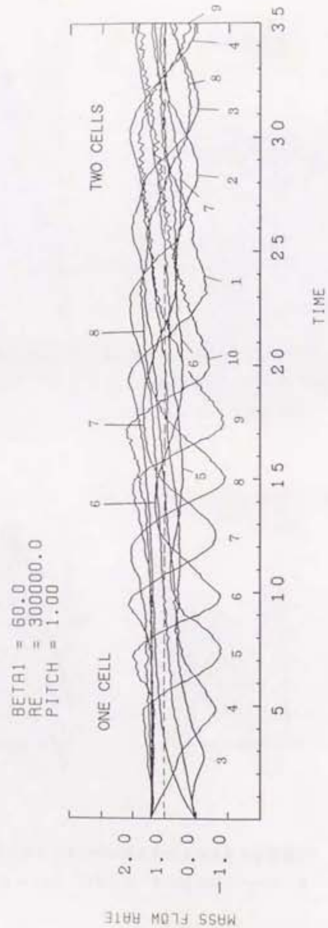


図3－5－15　流量変動（翼10枚，β_1＝60°，E2）

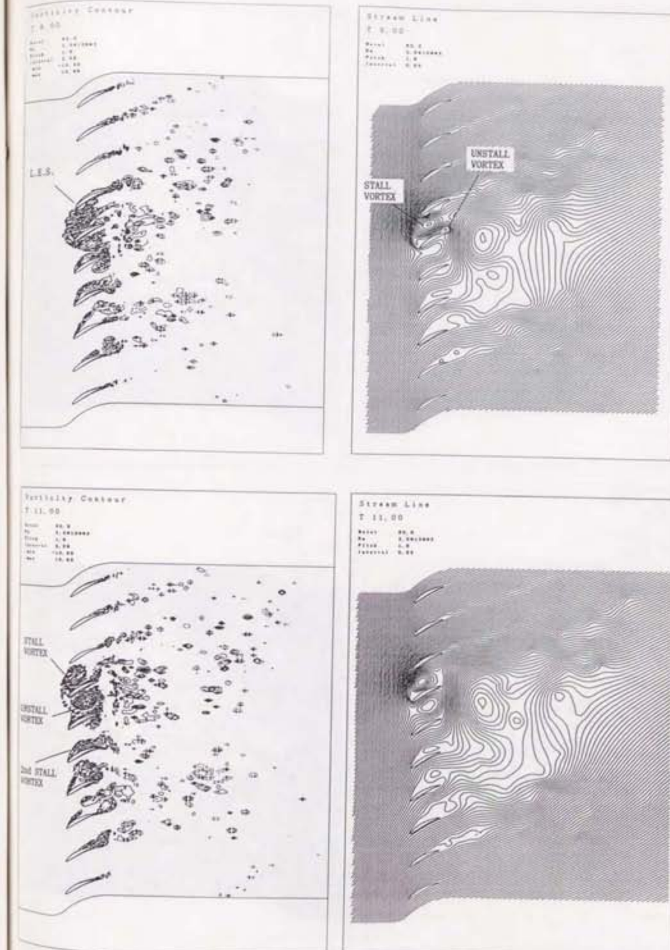


図3－5－16（a）　失速セルの分裂：渦度分布と流線

（翼10枚，β_1＝60°，E2）

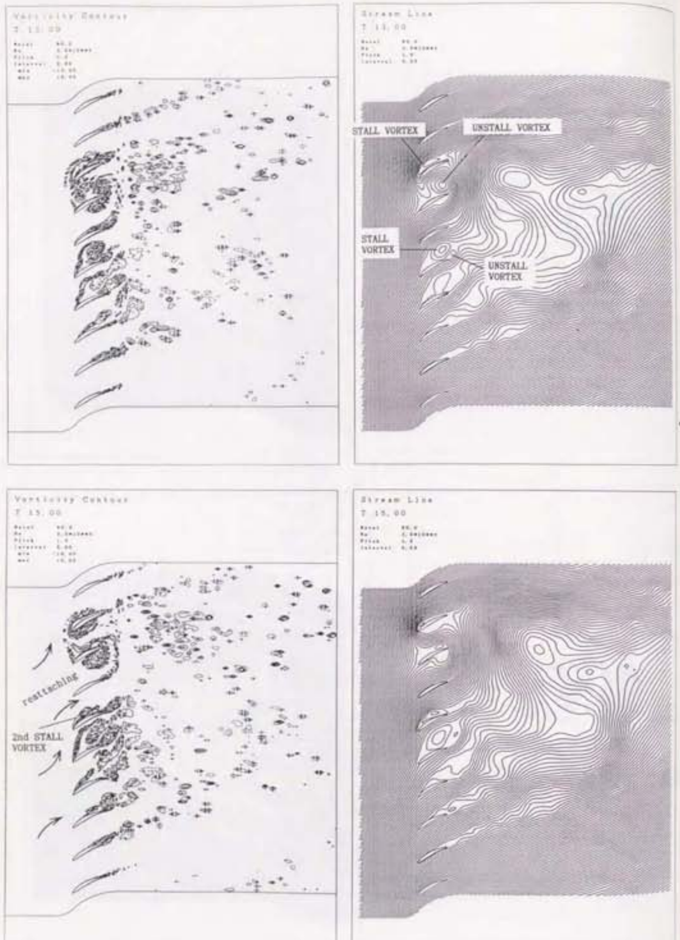


図３－５－１６（ｂ）　失速セルの分裂：渦度分布と流線（E2）

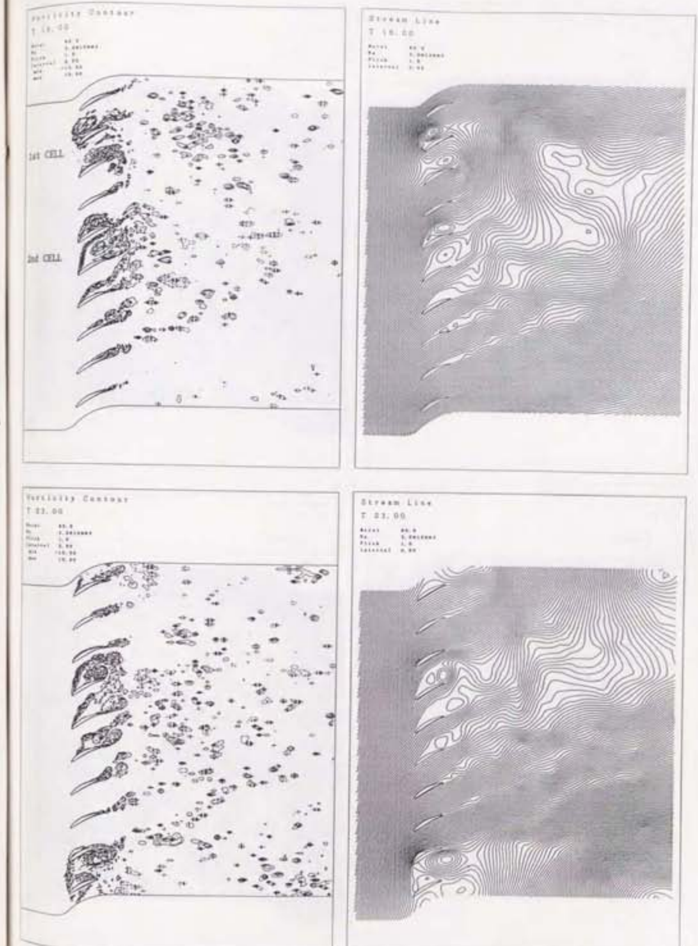


図３－５－１６（ｃ）　失速セルの分裂：渦度分布と流線（E2）

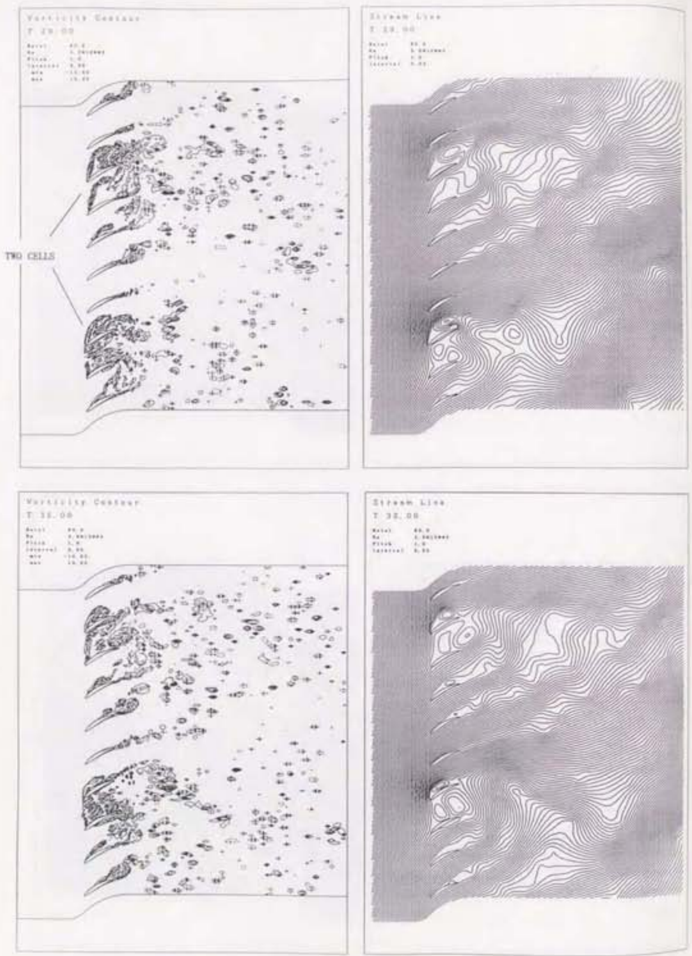


図3－5－16（d）　失速セルの分裂：渦度分布と流線（E2）

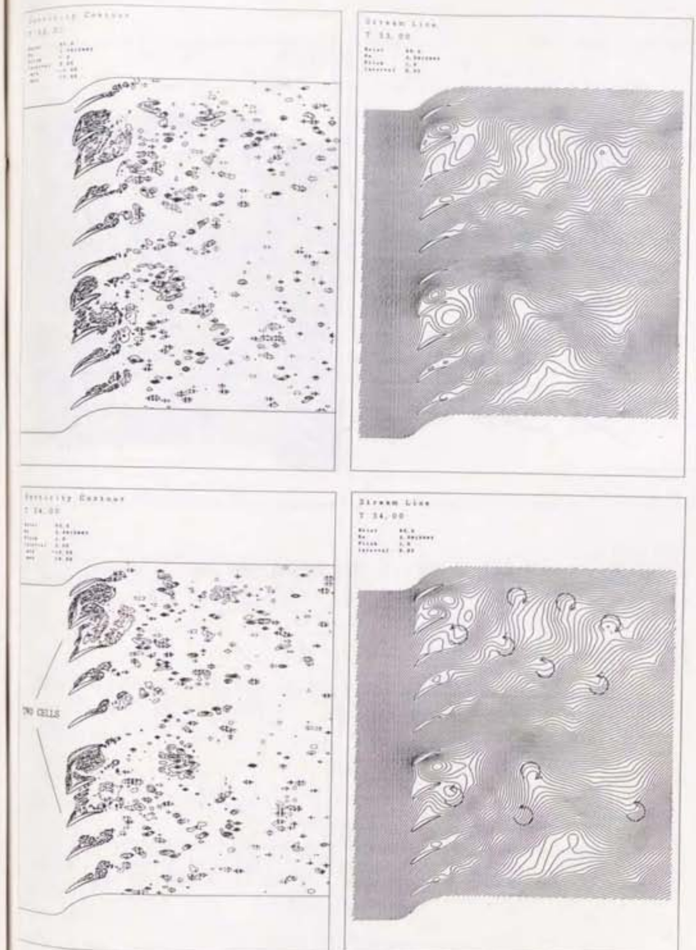


図3－5－16（e）　失速セルの分裂：渦度分布と流線（E2）

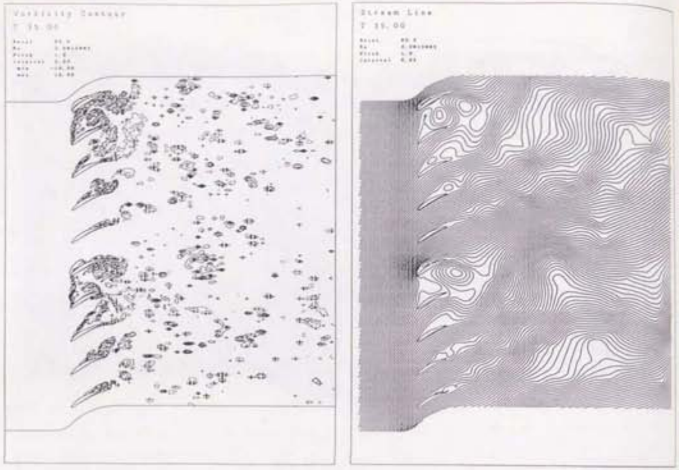


図3－5－16（f）　失速セルの分裂：渦度分布と流線（E2）

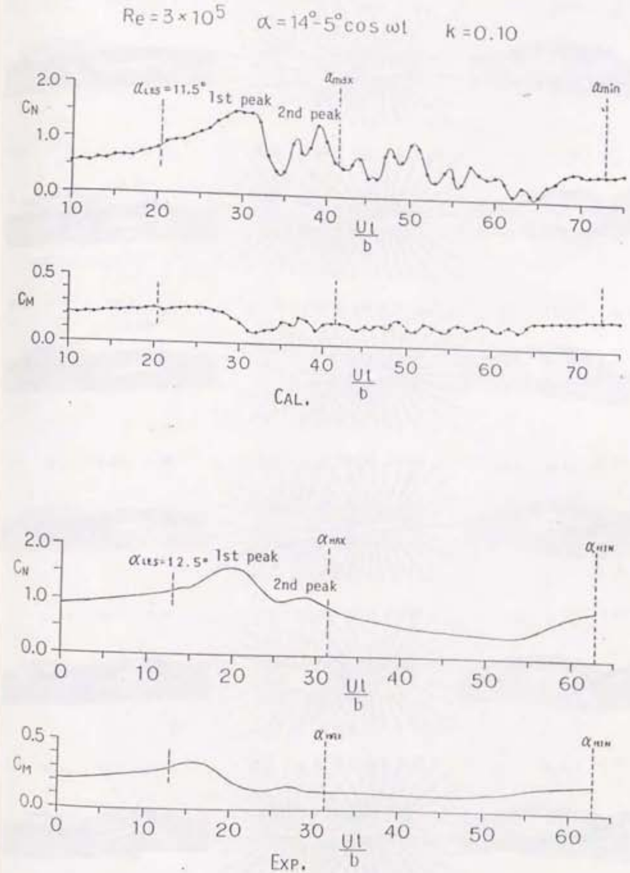


図3－5－17　大振幅で角振動する単独翼のC_N、C_Mの時間的変化

Second Peak の発生

（$\alpha_e = 14° - 5° \cos\omega t$, $k = 0.10$, $Re = 3 \times 10^5$）

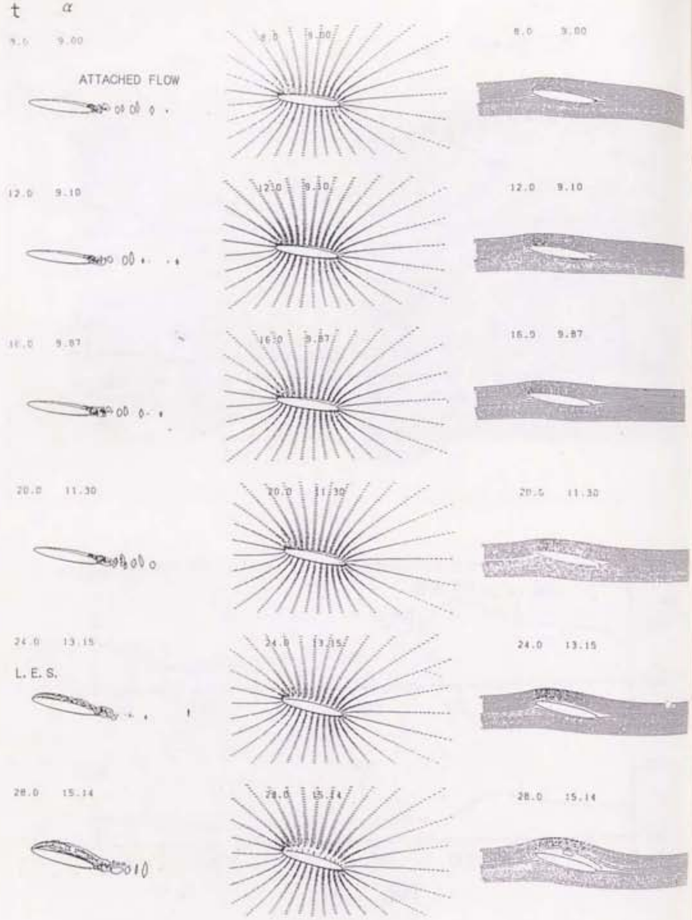


図3－5－18（a）　大振幅で角振動する単独翼周辺の流れの挙動
第２の失速渦の成長
（$\alpha_0 = 14° - 5° \cos\omega t$，$K = 0.10$，$Re = 3 \times 10^5$）

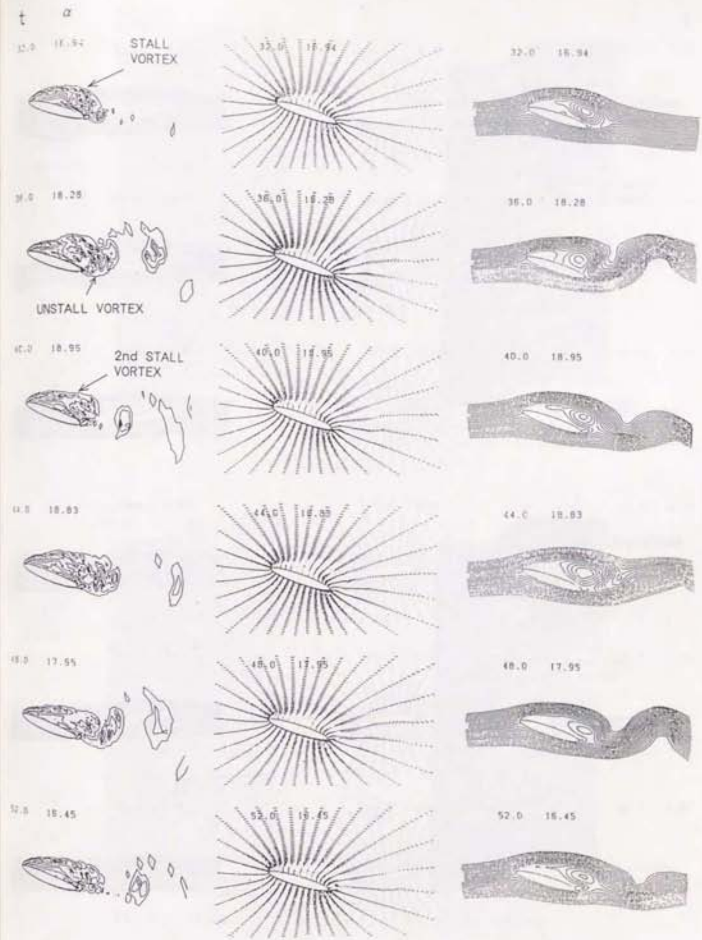


図3－5－18（b）　大振幅で角振動する単独翼周辺の流れの挙動

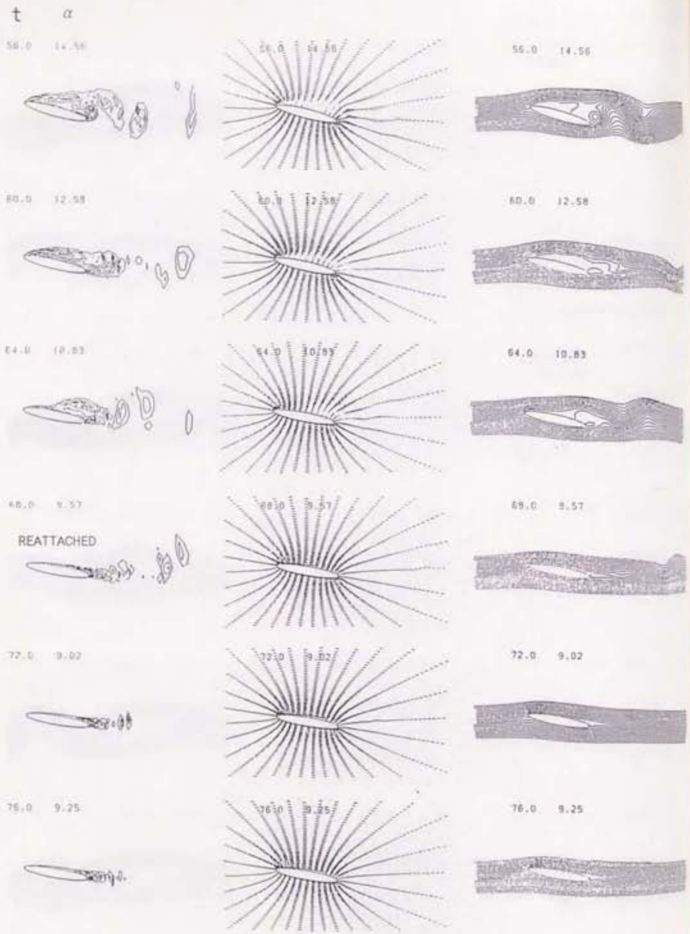


図3－5－18（c）　大振幅で角振動する単独翼周辺の流れの挙動

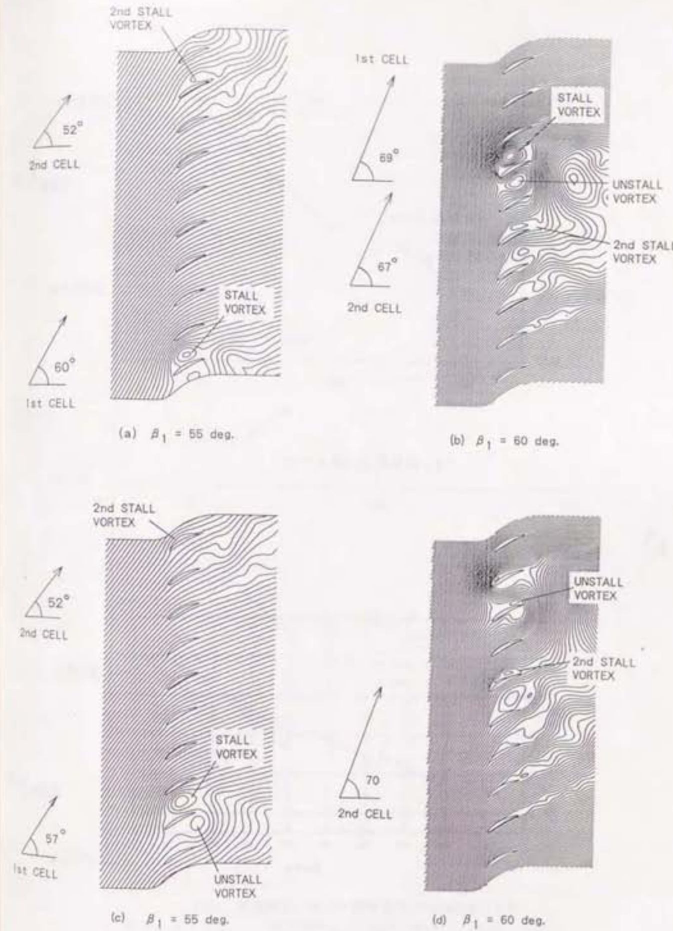
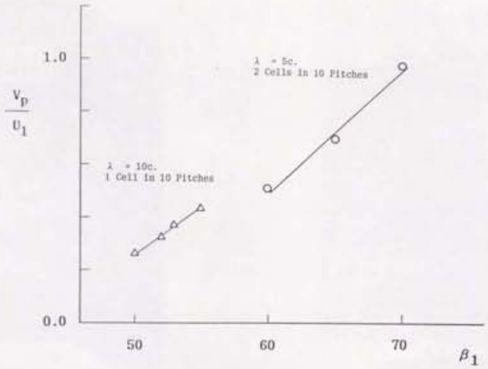


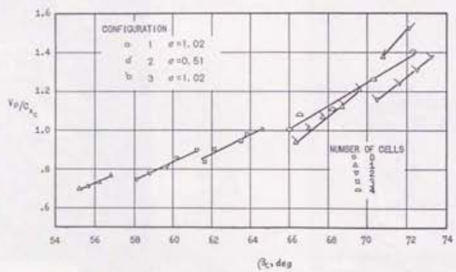
図3－5－19　第2セルの分裂と成長・減衰

（a）β_1＝55°，t＝32　（b）β_1＝60°，t＝11

（c）β_1＝55°，t＝36　（d）β_1＝60°，t＝15



（a）計算結果（翼１０枚）



（b）Kriebelによる単独ローター実験結果　[32]

図３－５－２０　　流入角による失速セル数と動翼相対伝播速度の変化

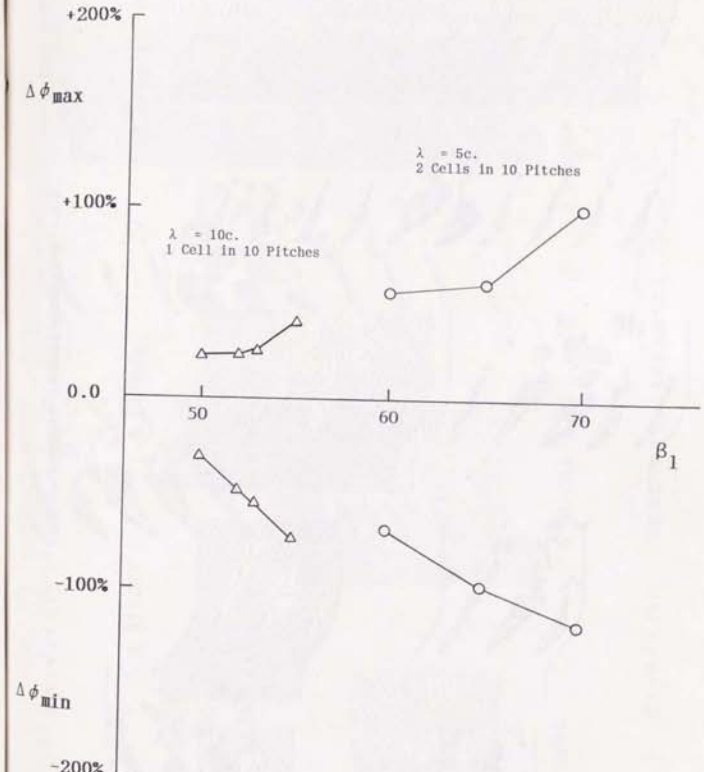


図３－５－２１　　流入角による失速セル数と変動振幅の変化
計算結果（翼１０枚）

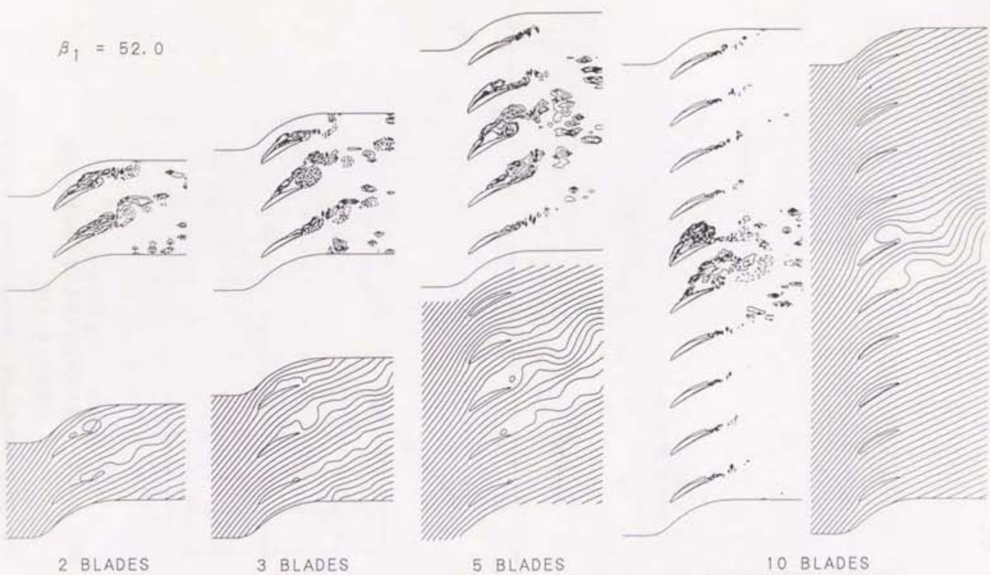


図3－6－1（a）　1波長当たり翼枚数による旋回失速の変化：β_1＝52°

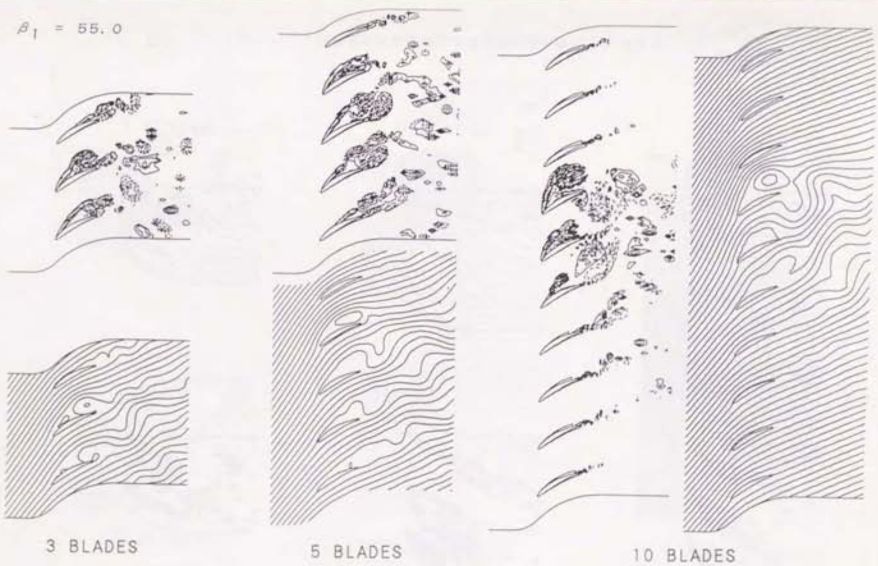


図3－6－1（b）　1波長当たり翼枚数による旋回失速の変化：β_1＝55°

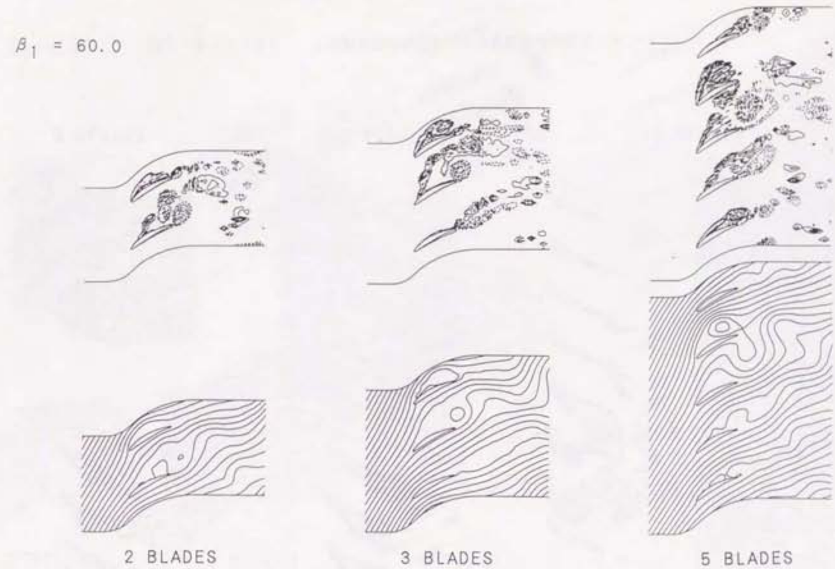


図3－6－1（c）　1波長当たり翼枚数による旋回失速の変化：β_1＝60°

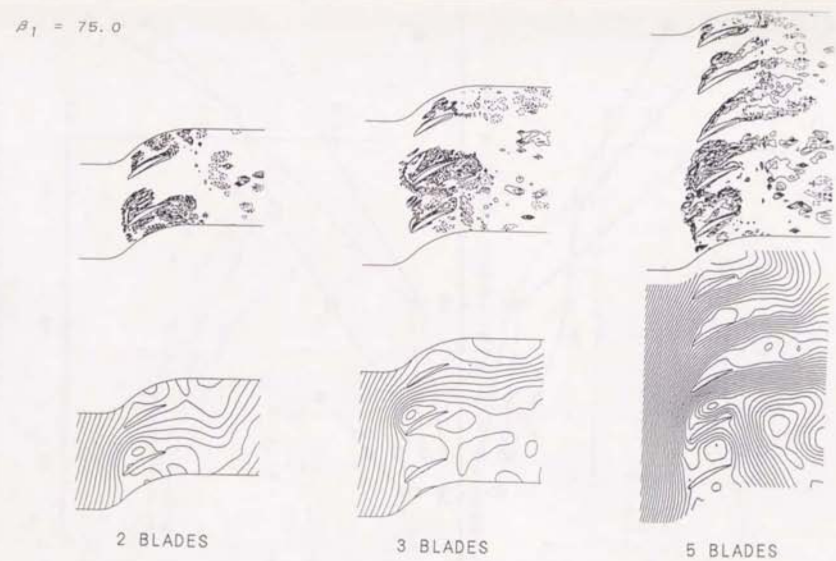


図3－6－1（d）　1波長当たり翼枚数による旋回失速の変化：β_1＝75°

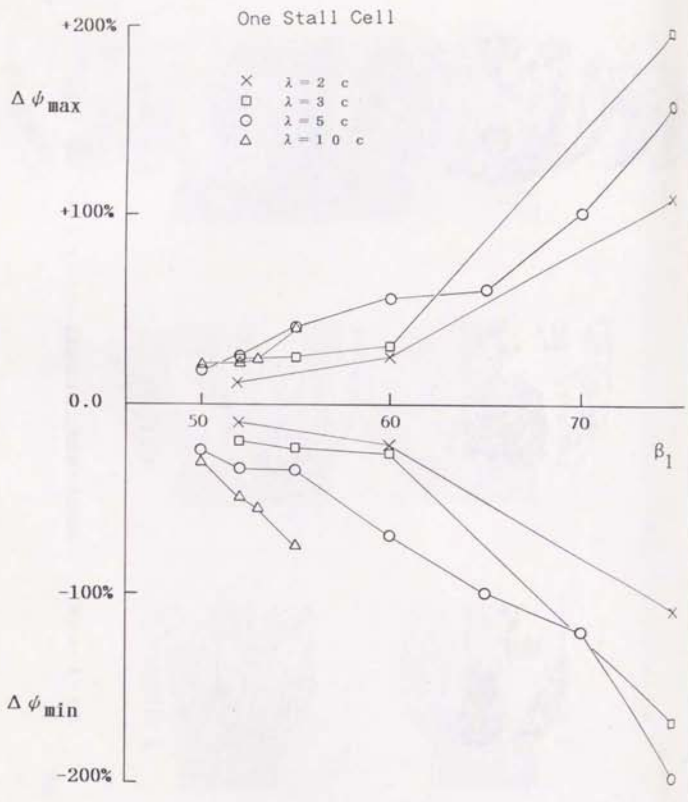


図３－６－２　　１波長当たり翼枚数と流入角による流量変動振幅の変化

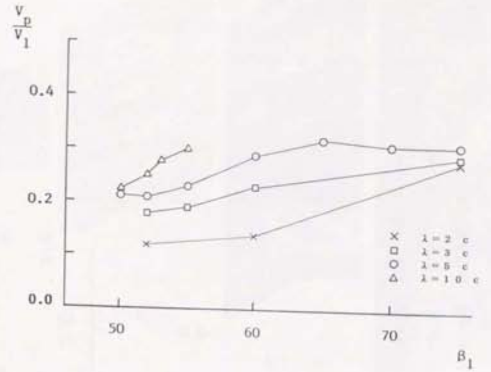


図３－６－３（ａ）　１波長当たり翼枚数と流入角による伝播速度の変化

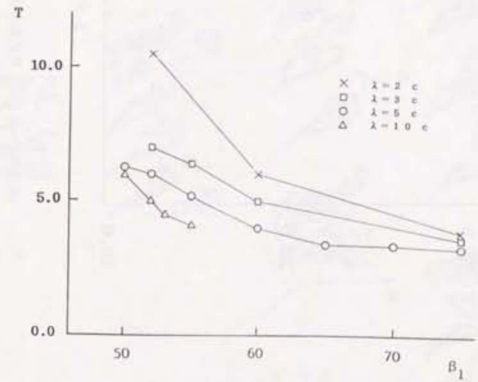


図３－６－３（ｂ）　１波長当たり翼枚数と流入角による伝播時間の変化

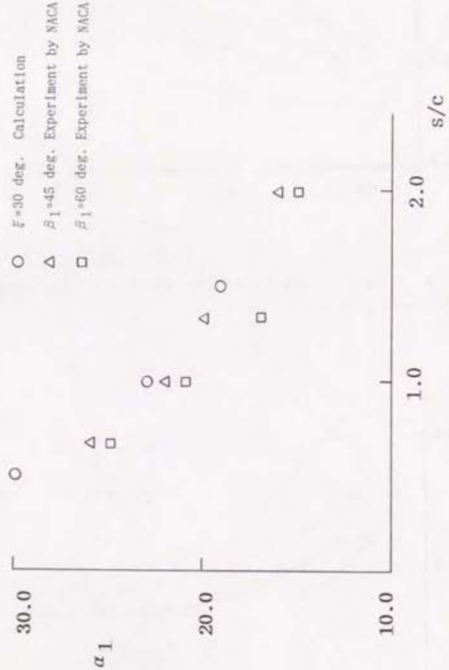


図3－6－4　節弦比による静的失速点の変化
計算結果と2次元翼列実験[by NACA,98]との比較

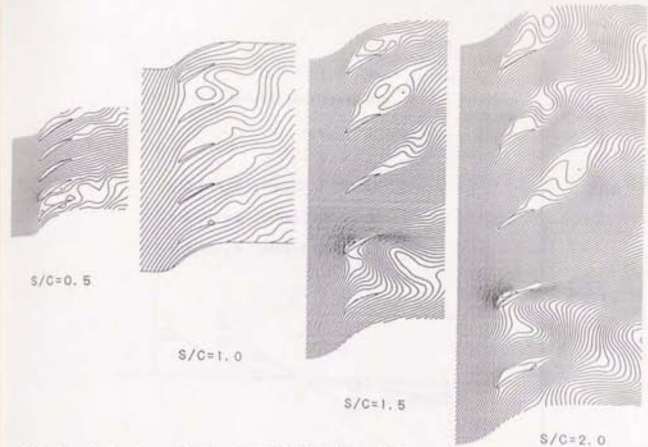


図3－6－5（a）　節弦比による旋回失速の流れの変化
流線（翼5枚，β_1＝60°）

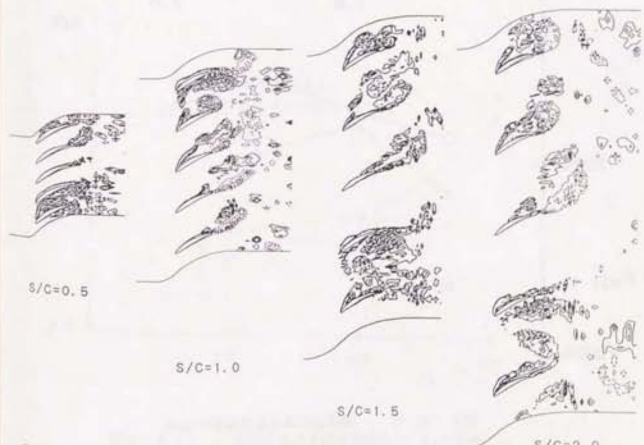


図3－6－5（b）　節弦比による旋回失速の流れの変化
渦度分布（翼5枚，β_1＝60°）

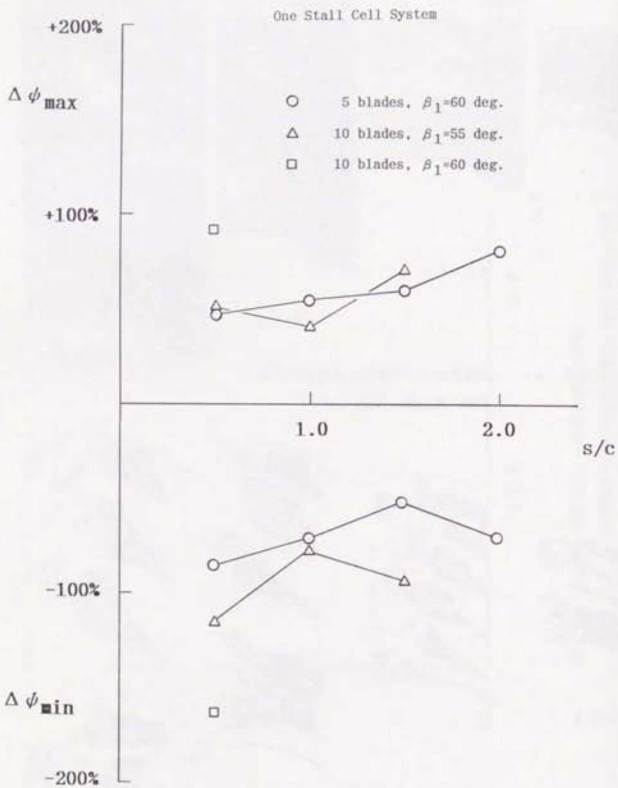


図３－６－６　　節弦比による流量変動の変化

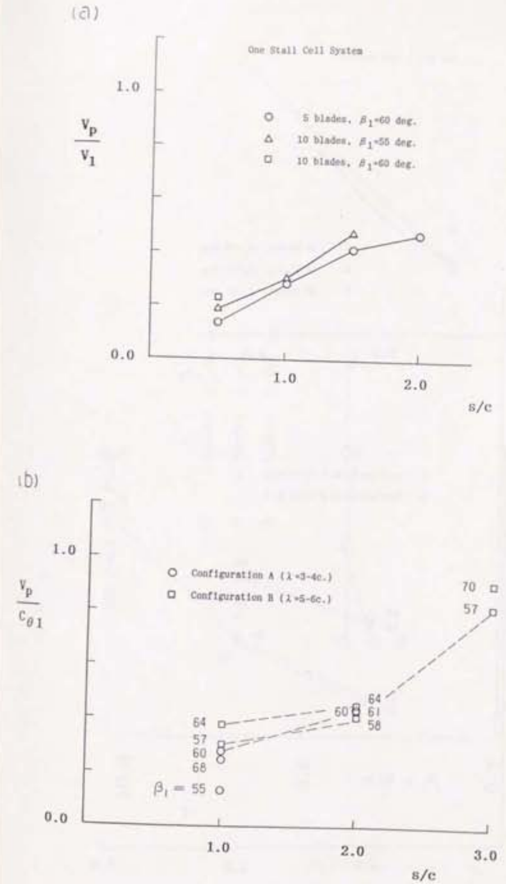
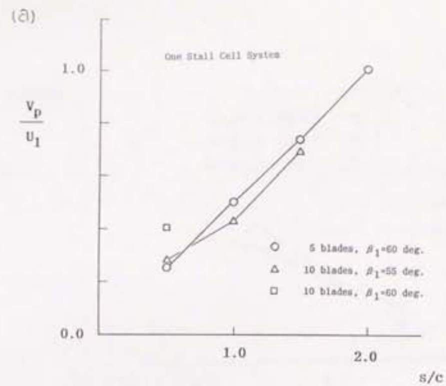


図３－６－７　　節弦比による伝播速度Ｖp／Ｖ₁の変化

（ａ）計算結果

（ｂ）Kriebelによる円形翼列実験結果[32]

(a)



(b)

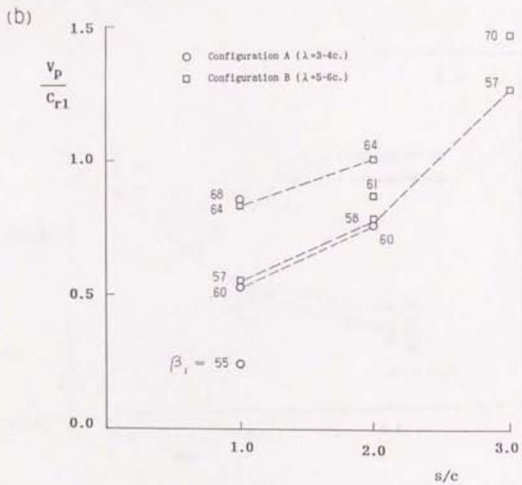


図3－6－8　節弦比による伝播速度V_p／U_1の変化

（a）計算結果

（b）Kriebelによる円形翼列実験結果[32]

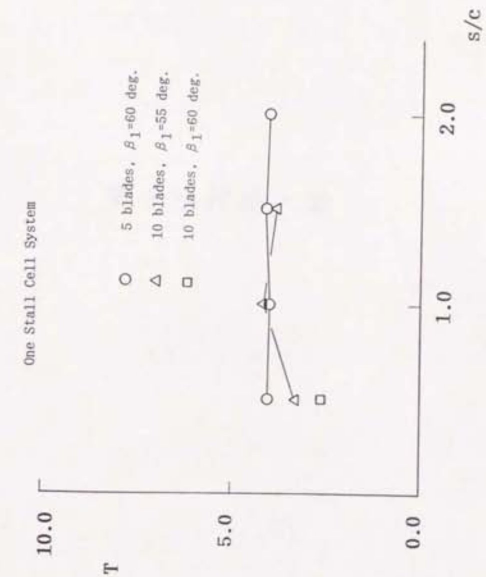


図3－6－9　節弦比による1ピッチ伝播時間の変化