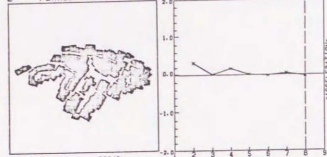


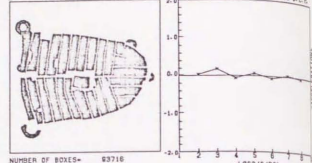
## 2) &lt;type&gt;\*による分類



TYPE NO.1 CPQP0000  
E PENALBA DE SANTIAGO

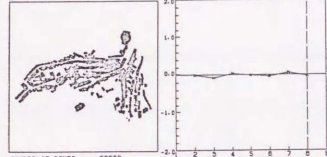
NUMBER OF BOXES= 5284  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5050  
AUTO-CORRELATION D= 0.1551  
DEGREE OF DISORDER= 0.0002

Σ ACCELERATION= 0.4882  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.5848

TYPE NO.2 COPNPN00  
E MORCULA

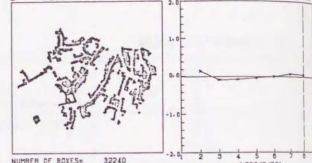
NUMBER OF BOXES= 83718  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3547  
AUTO-CORRELATION D= 0.1616  
DEGREE OF DISORDER= 0.0002

Σ ACCELERATION= 0.1119  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.4711

TYPE NO.3 CON000P0  
E MONTEFRIO

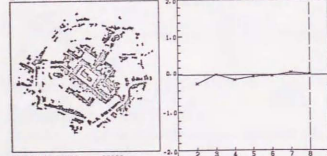
NUMBER OF BOXES= 32293  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8728  
AUTO-CORRELATION D= 0.0881  
DEGREE OF DISORDER= 0.0028

Σ ACCELERATION= -0.6929  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.2631

TYPE NO.4 CPNNO0P0  
E ALBEROBELLO

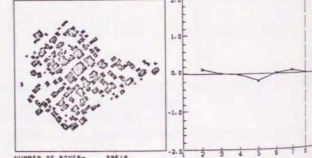
NUMBER OF BOXES= 32240  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3529  
AUTO-CORRELATION D= 0.0855  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007

Σ ACCELERATION= 0.0814  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.4583

TYPE NO.5 CN0N00P0  
E JELENJA GORA

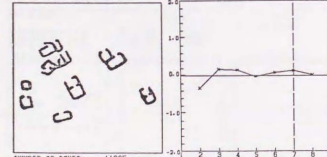
NUMBER OF BOXES= 23820  
RECTILINEAL DEGREE= 0.1928  
AUTO-CORRELATION D= 0.0461  
DEGREE OF DISORDER= 0.0028

Σ ACCELERATION= -0.3028  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.5243

TYPE NO.6 CP00N0P0  
E LINGGA

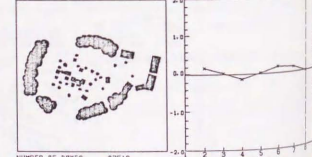
NUMBER OF BOXES= 23816  
RECTILINEAL DEGREE= 0.1903  
AUTO-CORRELATION D= 0.0788  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010

Σ ACCELERATION= 0.0033  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.4481

TYPE NO.7 CNPP0PP0  
M VIRA BLANCA

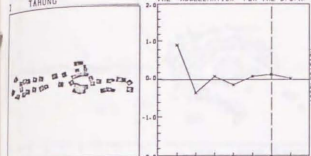
NUMBER OF BOXES= 11895  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5027  
AUTO-CORRELATION D= 0.0207  
DEGREE OF DISORDER= 0.0027

Σ ACCELERATION= 0.1853  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.9123

TYPE NO.8 CP0N0P0  
A TENADO

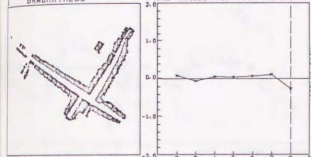
NUMBER OF BOXES= 37516  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4886  
AUTO-CORRELATION D= 0.0824  
DEGREE OF DISORDER= 0.0005

Σ ACCELERATION= 0.3758  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.6331

TYPE NO.9 CPNPNP00  
TARUNG

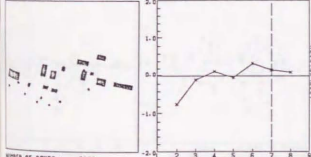
NUMBER OF BOXES= 12063  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8241  
AUTO-CORRELATION D= 0.0655  
DEGREE OF DISORDER= 0.0013

Σ ACCELERATION= 0.7246  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 1.7170

TYPE NO.11 CPNP0PPN  
BAHDATALUO

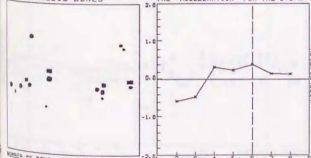
NUMBER OF BOXES= 22030  
RECTILINEAL DEGREE= 0.2722  
AUTO-CORRELATION D= 0.0444  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010

Σ ACCELERATION= 0.0204  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.8745

TYPE NO.13 CNNP0PPP  
P KIRIBIT

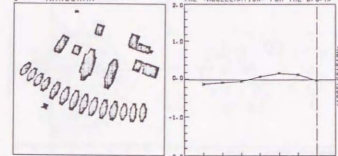
NUMBER OF BOXES= 8141  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8980  
AUTO-CORRELATION D= 0.0786  
DEGREE OF DISORDER= 0.0023

Σ ACCELERATION= -0.1777  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 1.8043

TYPE NO.15 CNPP0PPP  
D CORNELIS BONES

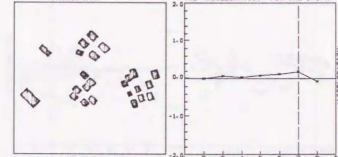
NUMBER OF BOXES= 2802  
RECTILINEAL DEGREE= 0.7725  
AUTO-CORRELATION D= 0.0247  
DEGREE OF DISORDER= 0.0142

Σ ACCELERATION= 0.1781  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 2.2870

TYPE NO.10 CNNNP0P0  
M NANGARA

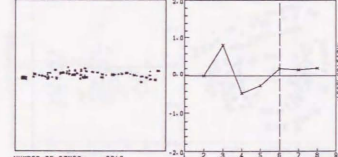
NUMBER OF BOXES= 35789  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3918  
AUTO-CORRELATION D= 0.0700  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007

Σ ACCELERATION= 0.1025  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.6400

TYPE NO.12 COP0PPPN  
M TRANJATA

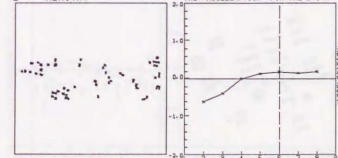
NUMBER OF BOXES= 18228  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8202  
AUTO-CORRELATION D= 0.0412  
DEGREE OF DISORDER= 0.0018

Σ ACCELERATION= 0.3054  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 0.5188

TYPE NO.14 COPNPPP  
M TARAVITAS

NUMBER OF BOXES= 3018  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8882  
AUTO-CORRELATION D= 0.0413  
DEGREE OF DISORDER= 0.0081

Σ ACCELERATION= 0.6377  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 2.0842

TYPE NO.16 CNN0PPPP  
D KERITAT

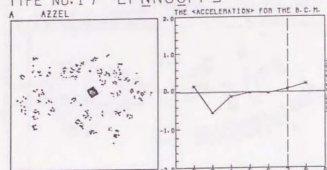
NUMBER OF BOXES= 3825  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8487  
AUTO-CORRELATION D= 0.0168  
DEGREE OF DISORDER= 0.0182

Σ ACCELERATION= -0.3515  
Σ ACCELERATION<sup>2</sup>= 1.6485



## TYPE NO.17 CPNNOQPP

A AZZEL

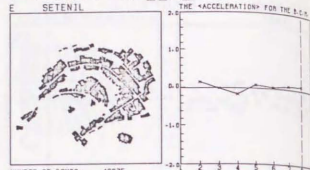


NUMBER OF BOXES= 4127  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4517  
AUTO-CORRELATION D= 0.0089  
DEGREE OF DISORDER= 0.2448

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.2754 I «ACCELERATION»= 1.1801

## TYPE NO.18 CPONPOPP

E SETENIL

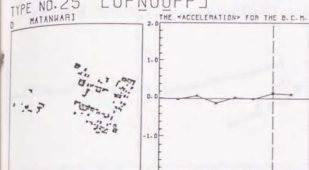


NUMBER OF BOXES= 46675  
RECTILINEAL DEGREE= 0.2955  
AUTO-CORRELATION D= 0.0088  
DEGREE OF DISORDER= 0.0005

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
0.2845 I «ACCELERATION»= 0.8202

## TYPE NO.25 COPNOQPP

HATANAHARI

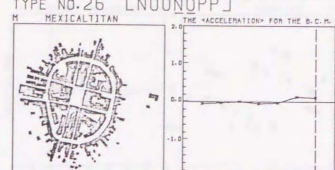


NUMBER OF BOXES= 8034  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4808  
AUTO-CORRELATION D= 0.0264  
DEGREE OF DISORDER= 0.0047

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
0.1602 I «ACCELERATION»= 0.4711

## TYPE NO.26 CNOONQPP

M MEXICALTIAN

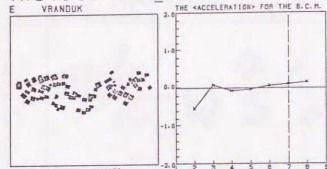


NUMBER OF BOXES= 57628  
RECTILINEAL DEGREE= 0.0970  
AUTO-CORRELATION D= 0.0970  
DEGREE OF DISORDER= 0.0003

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
0.0227 I «ACCELERATION»= 0.4060

## TYPE NO.19 CNPNOPPP

E VRANDUK

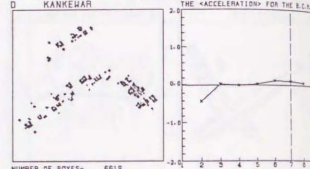


NUMBER OF BOXES= 14153  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8851  
AUTO-CORRELATION D= 0.0079  
DEGREE OF DISORDER= 0.0012

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.2322 I «ACCELERATION»= 1.0515

## TYPE NO.20 CN000PPP

D KANSEWAR

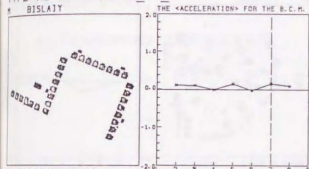


NUMBER OF BOXES= 6819  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4218  
AUTO-CORRELATION D= 0.0182  
DEGREE OF DISORDER= 0.0093

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.0601 I «ACCELERATION»= 0.7695

## TYPE NO.27 CPOPOPPP

BISLAJT

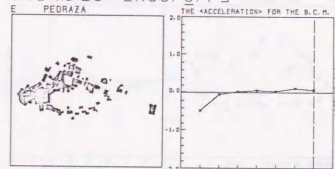


NUMBER OF BOXES= 14361  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5813  
AUTO-CORRELATION D= 0.0082  
DEGREE OF DISORDER= 0.0023

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
0.6095 I «ACCELERATION»= 0.6502

## TYPE NO.28 CN00POPPP

E PEDRAZA

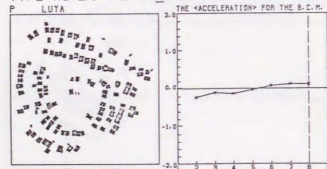


NUMBER OF BOXES= 17453  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6799  
AUTO-CORRELATION D= 0.0577  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.2422 I «ACCELERATION»= 0.9248

## TYPE NO.21 CNNNOPPP

P LUTA

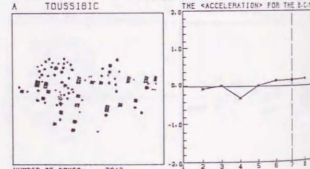


NUMBER OF BOXES= 28640  
RECTILINEAL DEGREE= 0.0700  
AUTO-CORRELATION D= 0.0395  
DEGREE OF DISORDER= 0.0009

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.1884 I «ACCELERATION»= 0.8140

## TYPE NO.22 CN0NOPPP

A TOUSSIGIC

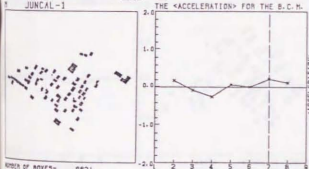


NUMBER OF BOXES= 7981  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6487  
AUTO-CORRELATION D= 0.0222  
DEGREE OF DISORDER= 0.0057

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.1824 I «ACCELERATION»= 0.8218

## TYPE NO.29 CPNNPOPPP

JUNCAL-1

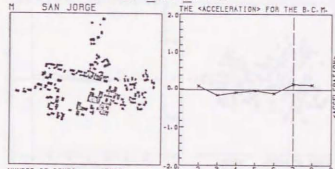


NUMBER OF BOXES= 9821  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6002  
AUTO-CORRELATION D= 0.0311  
DEGREE OF DISORDER= 0.0033

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
0.2633 I «ACCELERATION»= 0.8285

## TYPE NO.30 CPNNONPPP

M SAN JORGE

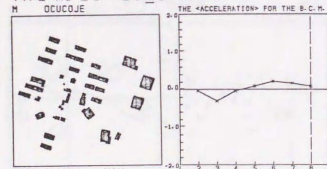


NUMBER OF BOXES= 10662  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4688  
AUTO-CORRELATION D= 0.0348  
DEGREE OF DISORDER= 0.0016

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
0.3783 I «ACCELERATION»= 0.6603

## TYPE NO.23 CONOPPPP

M OCUCOJE

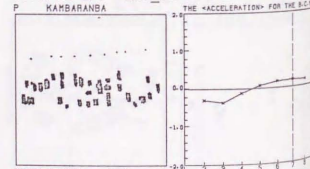


NUMBER OF BOXES= 23839  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3103  
AUTO-CORRELATION D= 0.0021  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
0.1298 I «ACCELERATION»= 0.9428

## TYPE NO.24 CNNNPPPPP

P KAMBARANBA

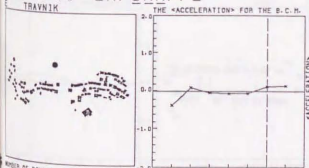


NUMBER OF BOXES= 11508  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6727  
AUTO-CORRELATION D= 0.0350  
DEGREE OF DISORDER= 0.0024

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.1812 I «ACCELERATION»= 1.3742

## TYPE NO.31 CNPONPPPP

D TRAWIK

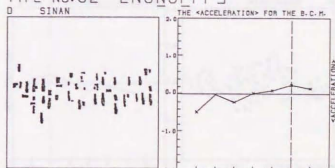


NUMBER OF BOXES= 8086  
RECTILINEAL DEGREE= 0.9122  
AUTO-CORRELATION D= 0.0382  
DEGREE OF DISORDER= 0.0028

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.1655 I «ACCELERATION»= 0.6716

## TYPE NO.32 CN0N0PPPP

D SINAN

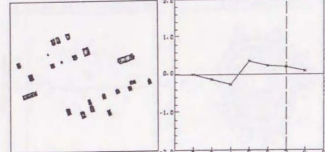


NUMBER OF BOXES= 10286  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8570  
AUTO-CORRELATION D= 0.0260  
DEGREE OF DISORDER= 0.0028

THE «ACCELERATION» FOR THE B.C.H.  
-LOG2 (R/P) I «ACCELERATION»  
-0.2509 I «ACCELERATION»= 1.1892

TYPE NO.33 CONNP $\overline{P}$ PP]

P PALAMBEI

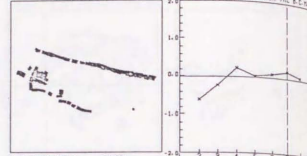


NUMBER OF BOXES= 8180  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.4246  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0243  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0050

$\Sigma$ ACCELERATION= -0.4155  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 1.2633

TYPE NO.34 CNN $\overline{P}$ QPP]

M PTD. VALDIVIA

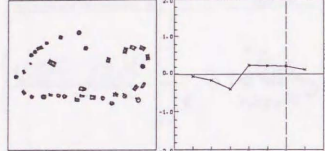


NUMBER OF BOXES= 10127  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.7884  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0395  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0005

$\Sigma$ ACCELERATION= -0.2643  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 1.4008

TYPE NO.35 C $\overline{N}$ NN $\overline{P}$ PP]

P NAPAHOCCNA

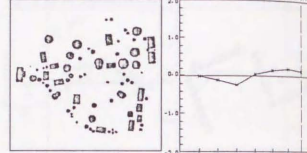


NUMBER OF BOXES= 8704  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.5613  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0218  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0053

$\Sigma$ ACCELERATION= 0.1776  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 1.3911

TYPE NO.36 CON $\overline{N}$ PP]

A POMBRA

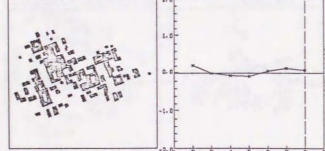


NUMBER OF BOXES= 27625  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.5271  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0430  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0008

$\Sigma$ ACCELERATION= 0.1482  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 0.8822

TYPE NO.37 CP $\overline{N}$ NN $\overline{P}$ PP]

D SHIVLI

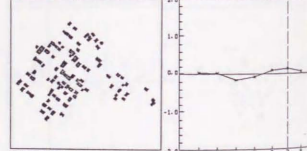


NUMBER OF BOXES= 52956  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.4751  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0825  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0009

$\Sigma$ ACCELERATION= 0.3307  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 0.6230

TYPE NO.38 CO $\overline{N}$ NN $\overline{P}$ PP]

M OXCAD

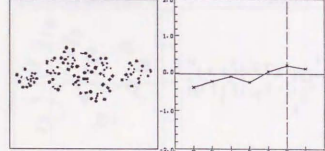


NUMBER OF BOXES= 12884  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.2978  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0295  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0026

$\Sigma$ ACCELERATION= 0.1284  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 0.5783

TYPE NO.39 C $\overline{N}$ NN $\overline{P}$ PP]

A ROUGOUBIN

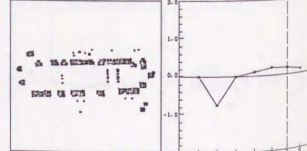


NUMBER OF BOXES= 3223  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.7804  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0000  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0048

$\Sigma$ ACCELERATION= -0.4301  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 1.2667

TYPE NO.40 CON $\overline{N}$ PP]

J WCCG

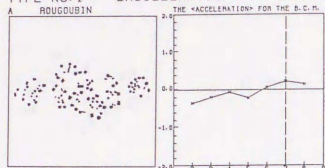


NUMBER OF BOXES= 15700  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.7250  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0481  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0018

$\Sigma$ ACCELERATION= -0.1684  
 $\Sigma$ ACCELERATION $^2$ = 1.3457

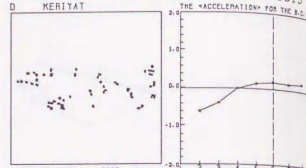
3) &lt;acceleration&gt;\*の総和による分類



TYPE NO.1  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.4301

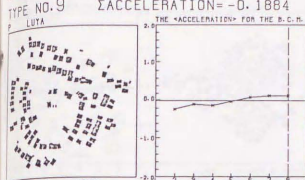
NUMBER OF BOXES= 7233  
RECTILINEAL DEGREE= 0.7024  
AUTO-CORRELATION D= 0.0290  
DEGREE OF DISORDER= 0.0048

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.2667  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNNPPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.2  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.3515

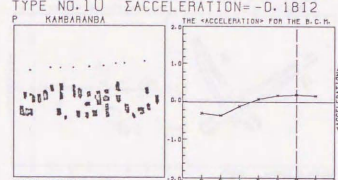
NUMBER OF BOXES= 8205  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8497  
AUTO-CORRELATION D= 0.0168  
DEGREE OF DISORDER= 0.0152

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.8405  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.9  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.1884

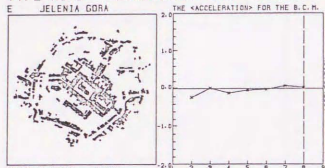
NUMBER OF BOXES= 28648  
RECTILINEAL DEGREE= 0.0720  
AUTO-CORRELATION D= 0.0395  
DEGREE OF DISORDER= 0.0009

$\Sigma$ ACCELERATION = -0.8140  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.10  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.1812

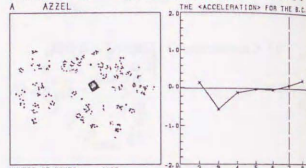
NUMBER OF BOXES= 11508  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8727  
AUTO-CORRELATION D= 0.0350  
DEGREE OF DISORDER= 0.0024

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.8740  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNNPPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.3  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.3029

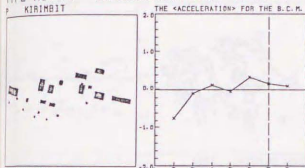
NUMBER OF BOXES= 35626  
RECTILINEAL DEGREE= 0.1928  
AUTO-CORRELATION D= 0.0851  
DEGREE OF DISORDER= 0.0009

$\Sigma$ ACCELERATION = -0.5343  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.4  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.2754

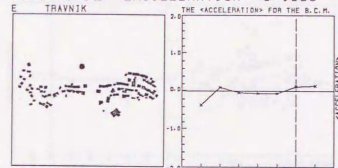
NUMBER OF BOXES= 4127  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4813  
AUTO-CORRELATION D= 0.0080  
DEGREE OF DISORDER= 0.0248

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.1801  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.11  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.1777

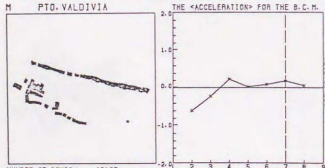
NUMBER OF BOXES= 8141  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8650  
AUTO-CORRELATION D= 0.0378  
DEGREE OF DISORDER= 0.0055

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.8043  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.12  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.1665

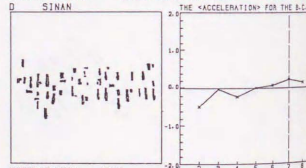
NUMBER OF BOXES= 6885  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8722  
AUTO-CORRELATION D= 0.0362  
DEGREE OF DISORDER= 0.0028

$\Sigma$ ACCELERATION = -0.8716  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.5  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.2549

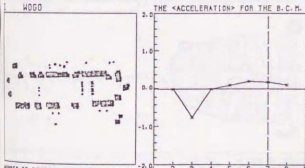
NUMBER OF BOXES= 10127  
RECTILINEAL DEGREE= 0.7884  
AUTO-CORRELATION D= 0.0396  
DEGREE OF DISORDER= 0.0025

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.4206  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.6  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.2509

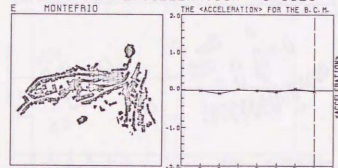
NUMBER OF BOXES= 10288  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8570  
AUTO-CORRELATION D= 0.0320  
DEGREE OF DISORDER= 0.0028

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.1882  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.13  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.1665

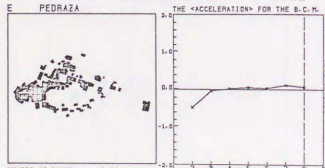
NUMBER OF BOXES= 19700  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8650  
AUTO-CORRELATION D= 0.0481  
DEGREE OF DISORDER= 0.0015

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.3457  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.14  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.0929

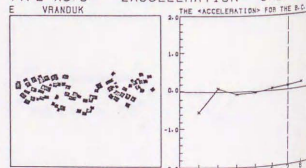
NUMBER OF BOXES= 32285  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8328  
AUTO-CORRELATION D= 0.0831  
DEGREE OF DISORDER= 0.0008

$\Sigma$ ACCELERATION = -0.2831  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.7  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.2422

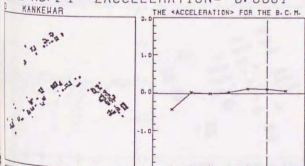
NUMBER OF BOXES= 17453  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8799  
AUTO-CORRELATION D= 0.0377  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010

$\Sigma$ ACCELERATION = -0.8249  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.8  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.2322

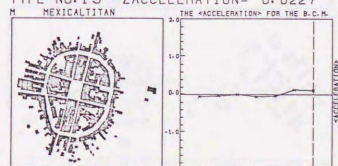
NUMBER OF BOXES= 14159  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8651  
AUTO-CORRELATION D= 0.0579  
DEGREE OF DISORDER= 0.0012

$\Sigma$ ACCELERATION = -1.0515  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.14  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.0681

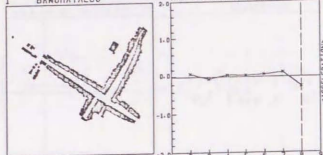
NUMBER OF BOXES= 6619  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4215  
AUTO-CORRELATION D= 0.0182  
DEGREE OF DISORDER= 0.0003

$\Sigma$ ACCELERATION = -0.7695  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

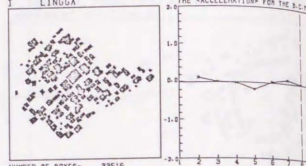
TYPE NO.15  $\Sigma$ ACCELERATION = -0.0227

NUMBER OF BOXES= 97828  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8870  
AUTO-CORRELATION D= 0.0870  
DEGREE OF DISORDER= 0.0003

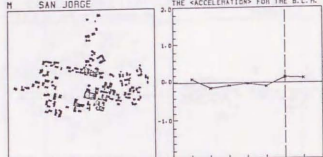
$\Sigma$ ACCELERATION = -0.1000  
 $\langle$ TYPE $\rangle$  = NNDFPF  
 $\langle$ LOG2 (R/R0) $\rangle$

TYPE NO.16 ACCELERATION= 0.294  
BANDHATALUD

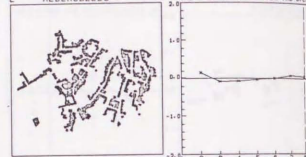
NUMBER OF BOXES= 29330  
RECTILINEAL DEGREE= 0.7322  
AUTO-CORRELATION D= 0.0444  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010  
ACCELERATION= 0.294  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.2945  
<TYPE>= PNDPPF

TYPE NO.17 ACCELERATION= 0.593  
LINGGA

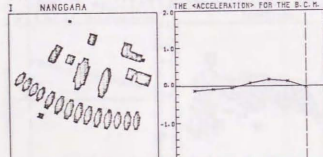
NUMBER OF BOXES= 33516  
RECTILINEAL DEGREE= 0.1583  
AUTO-CORRELATION D= 0.0788  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010  
ACCELERATION= 0.593  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.4485  
<TYPE>= PDDPPF

TYPE NO.18 ACCELERATION= 0.0763  
SAN JORGE

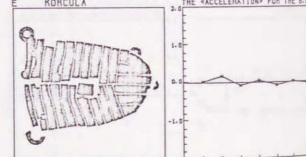
NUMBER OF BOXES= 15682  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4689  
AUTO-CORRELATION D= 0.0040  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010  
ACCELERATION= 0.0763  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.6883  
<TYPE>= PNDPPF

TYPE NO.19 ACCELERATION= 0.0914  
ALBERBELD

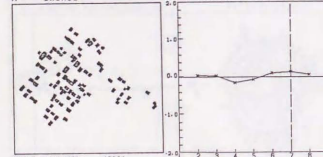
NUMBER OF BOXES= 32240  
RECTILINEAL DEGREE= 0.9390  
AUTO-CORRELATION D= 0.0050  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007  
ACCELERATION= 0.0914  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.4583  
<TYPE>= PNDPPF

TYPE NO.20 ACCELERATION= 0.1025  
NANGARA

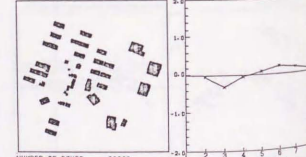
NUMBER OF BOXES= 33798  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3318  
AUTO-CORRELATION D= 0.0700  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007  
ACCELERATION= 0.1025  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.6450  
<TYPE>= NNPPFF

TYPE NO.21 ACCELERATION= 0.1119  
KORCULA

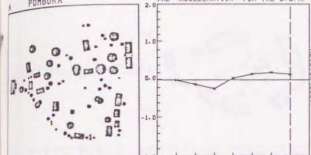
NUMBER OF BOXES= 82710  
RECTILINEAL DEGREE= 0.2847  
AUTO-CORRELATION D= 0.1516  
DEGREE OF DISORDER= 0.0002  
ACCELERATION= 0.1119  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.4211  
<TYPE>= DPNDP

TYPE NO.22 ACCELERATION= 0.1284  
OXCACO

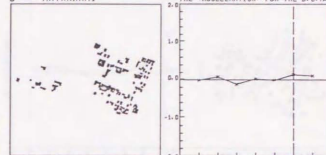
NUMBER OF BOXES= 12984  
RECTILINEAL DEGREE= 0.2379  
AUTO-CORRELATION D= 0.0250  
DEGREE OF DISORDER= 0.0009  
ACCELERATION= 0.1284  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.3783  
<TYPE>= DDNPPF

TYPE NO.23 ACCELERATION= 0.1288  
OCUCOJE

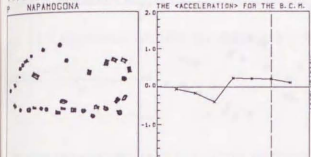
NUMBER OF BOXES= 29879  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5100  
AUTO-CORRELATION D= 0.0421  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010  
ACCELERATION= 0.1288  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.4127  
<TYPE>= DNDPPF

TYPE NO.24 ACCELERATION= 0.1462  
PERDIA

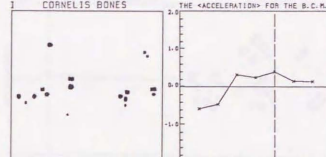
NUMBER OF BOXES= 27925  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3271  
AUTO-CORRELATION D= 0.0430  
DEGREE OF DISORDER= 0.0008  
ACCELERATION= 0.1462  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.6802  
<TYPE>= DNDPPF

TYPE NO.25 ACCELERATION= 0.1662  
MATAHWARI

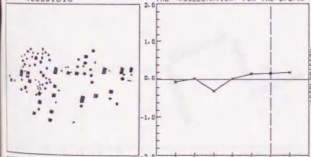
NUMBER OF BOXES= 8034  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4808  
AUTO-CORRELATION D= 0.0264  
DEGREE OF DISORDER= 0.0047  
ACCELERATION= 0.1662  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.4711  
<TYPE>= DPNDPP

TYPE NO.26 ACCELERATION= 0.1778  
NAPADGONA

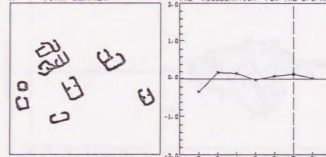
NUMBER OF BOXES= 8704  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5619  
AUTO-CORRELATION D= 0.0216  
DEGREE OF DISORDER= 0.0053  
ACCELERATION= 0.1778  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 1.3911  
<TYPE>= NNPPFF

TYPE NO.27 ACCELERATION= 0.1781  
CORNELIS BONES

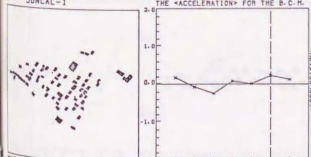
NUMBER OF BOXES= 2903  
RECTILINEAL DEGREE= 0.7729  
AUTO-CORRELATION D= 0.0247  
DEGREE OF DISORDER= 0.0140  
ACCELERATION= 0.1781  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 2.2870  
<TYPE>= NNPPFF

TYPE NO.28 ACCELERATION= 0.1924  
TOUSSIBIC

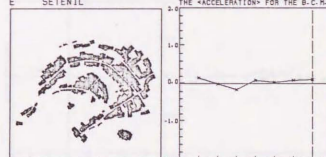
NUMBER OF BOXES= 3947  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6487  
AUTO-CORRELATION D= 0.0252  
DEGREE OF DISORDER= 0.0057  
ACCELERATION= 0.1924  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.9210  
<TYPE>= DNDPPF

TYPE NO.29 ACCELERATION= 0.1959  
VIRA BANCA

NUMBER OF BOXES= 11885  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5627  
AUTO-CORRELATION D= 0.0307  
DEGREE OF DISORDER= 0.0027  
ACCELERATION= 0.1959  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.9123  
<TYPE>= NPPDPF

TYPE NO.30 ACCELERATION= 0.2633  
JUNCAL-1

NUMBER OF BOXES= 8621  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6080  
AUTO-CORRELATION D= 0.0311  
DEGREE OF DISORDER= 0.0053  
ACCELERATION= 0.2633  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.9295  
<TYPE>= PNDPPF

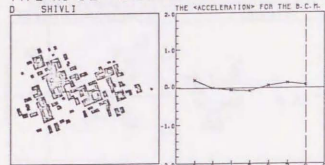
TYPE NO.31 ACCELERATION= 0.2645  
SETERIL

NUMBER OF BOXES= 48670  
RECTILINEAL DEGREE= 0.2895  
AUTO-CORRELATION D= 0.0888  
DEGREE OF DISORDER= 0.0005  
ACCELERATION= 0.2645  
-LOG<sub>2</sub>(R/R<sub>0</sub>)  
ACCELERATION= 0.6200  
<TYPE>= PNDPPF



## TYPE NO.32 ΣACCELERATION= 0.3337

D SHIVLI

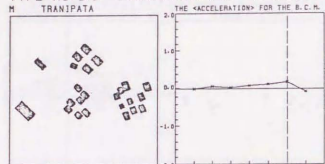


NUMBER OF BOXES= 33956  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.4754  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0025  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0029

ΣACCELERATION= 0.3337  
 <TYPE>= P0NNPPP

## TYPE NO.34 ΣACCELERATION= 0.3864

M TRANIPATA

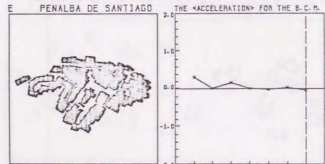


NUMBER OF BOXES= 16228  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.5205  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0415  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0015

ΣACCELERATION= 0.3864  
 <TYPE>= 0P0PPFN

## TYPE NO.36 ΣACCELERATION= 0.4882

E PENALBA DE SANTIAGO

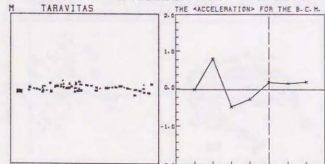


NUMBER OF BOXES= 32042  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.5020  
 AUTO-CORRELATION D= 0.1551  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0022

ΣACCELERATION= 0.4882  
 <TYPE>= P0P0000

## TYPE NO.38 ΣACCELERATION= 0.6277

M TARAVITAS

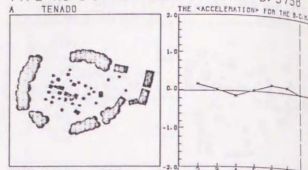


NUMBER OF BOXES= 3016  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.4892  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0411  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0081

ΣACCELERATION= 0.6277  
 <TYPE>= 0PNPPPP

## TYPE NO.33 ΣACCELERATION= 0.3758

A TENADD

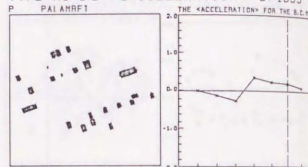


NUMBER OF BOXES= 37516  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.4889  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0244  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0005

ΣACCELERATION= 0.3758  
 <TYPE>= P0N0PFP

## TYPE NO.35 ΣACCELERATION= 0.4635

P PAIARRP1

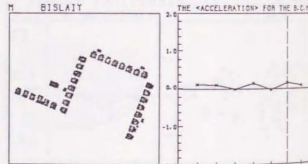


NUMBER OF BOXES= 8180  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.4248  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0243  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0050

ΣACCELERATION= 0.4635  
 <TYPE>= 0NNPPFP

## TYPE NO.37 ΣACCELERATION= 0.6069

M BISLAIT

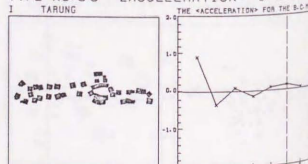


NUMBER OF BOXES= 14361  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.5613  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0352  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0020

ΣACCELERATION= 0.6069  
 <TYPE>= P0P0PFP

## TYPE NO.39 ΣACCELERATION= 0.7246

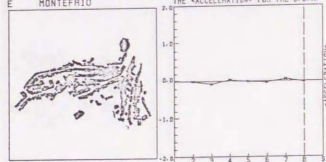
I TARUNG



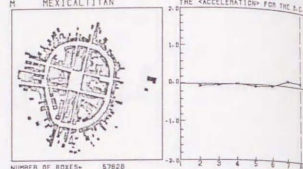
NUMBER OF BOXES= 12069  
 RECTILINEAL DEGREE= 0.5341  
 AUTO-CORRELATION D= 0.0555  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0013

ΣACCELERATION= 0.7246  
 <TYPE>= PNNPPFP

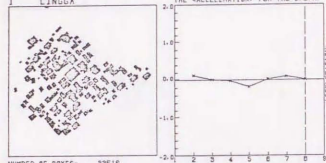
4) &lt;acceleration&gt;\*の絶対値の総和による分類

TYPE NO.1  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.2691  
E MONTEFRIO

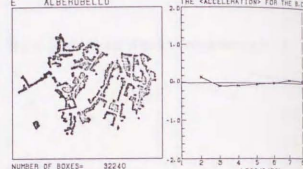
NUMBER OF BOXES= 32293  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5320  
AUTO-CORRELATION D= 0.0831  
DEGREE OF DISORDER= 0.0009  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.2691  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= 0N000P0

TYPE NO.2  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4060  
M MEXICALTITAN

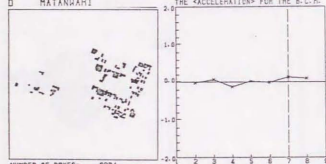
NUMBER OF BOXES= 57828  
RECTILINEAL DEGREE= 0.0870  
AUTO-CORRELATION D= 0.0070  
DEGREE OF DISORDER= 0.0003  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4060  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= N0000P0

TYPE NO.3  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4465  
L LINGGA

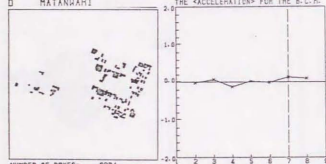
NUMBER OF BOXES= 33516  
RECTILINEAL DEGREE= 0.1889  
AUTO-CORRELATION D= 0.0789  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4465  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= P0N0P0

TYPE NO.4  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4583  
E ALBERDELLA

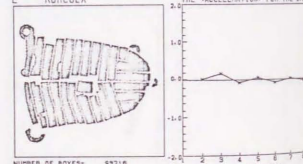
NUMBER OF BOXES= 32240  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3920  
AUTO-CORRELATION D= 0.0595  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4583  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= P0N0P0

TYPE NO.5  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4711  
D MATANAHARI

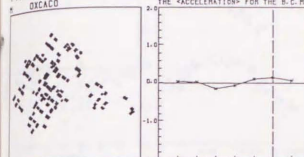
NUMBER OF BOXES= 8024  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4900  
AUTO-CORRELATION D= 0.0984  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4711  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= 0P00P0

TYPE NO.6  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5198  
M TRANIPATA

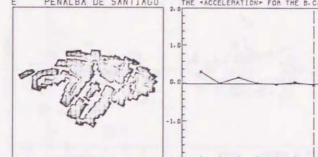
NUMBER OF BOXES= 16228  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5020  
AUTO-CORRELATION D= 0.0412  
DEGREE OF DISORDER= 0.0015  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5198  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= 0P0PP0

TYPE NO.7  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5343  
E JELENIA GORA

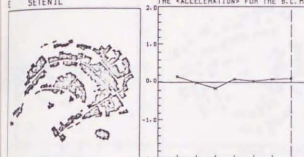
NUMBER OF BOXES= 33928  
RECTILINEAL DEGREE= 0.1829  
AUTO-CORRELATION D= 0.0001  
DEGREE OF DISORDER= 0.0005  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5343  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= N0N0P0

TYPE NO.8  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5783  
D OSAEC

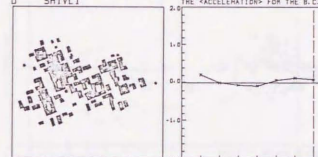
NUMBER OF BOXES= 12884  
RECTILINEAL DEGREE= 0.2370  
AUTO-CORRELATION D= 0.0295  
DEGREE OF DISORDER= 0.0026  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5783  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= 05N0P0

TYPE NO.9  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5949  
E PENALBA DE SANTIAGO

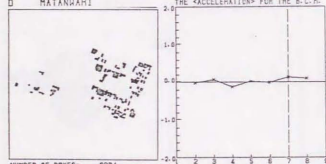
NUMBER OF BOXES= 52842  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5000  
AUTO-CORRELATION D= 0.1551  
DEGREE OF DISORDER= 0.0002  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.5949  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= P0P000

TYPE NO.10  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6200  
E SETNIL

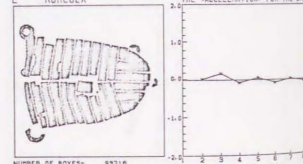
NUMBER OF BOXES= 48075  
RECTILINEAL DEGREE= 0.2655  
AUTO-CORRELATION D= 0.0660  
DEGREE OF DISORDER= 0.0005  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6200  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= P0N0P0

TYPE NO.11  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6230  
D SHIVLI

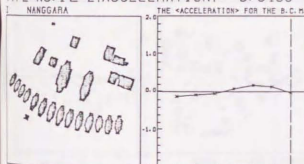
NUMBER OF BOXES= 52856  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4954  
AUTO-CORRELATION D= 0.0025  
DEGREE OF DISORDER= 0.0000  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6230  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= P0N0P0

TYPE NO.12  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6450  
D NANGGARA

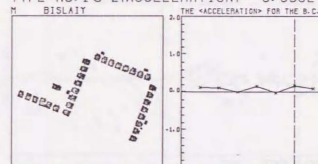
NUMBER OF BOXES= 8024  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4900  
AUTO-CORRELATION D= 0.0984  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6450  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= 0P00P0

TYPE NO.13  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6502  
M BISLAIT

NUMBER OF BOXES= 33718  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3347  
AUTO-CORRELATION D= 0.1516  
DEGREE OF DISORDER= 0.0002  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6502  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= 0P00P0

TYPE NO.14  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6539  
D TENADD

NUMBER OF BOXES= 33768  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4886  
AUTO-CORRELATION D= 0.0824  
DEGREE OF DISORDER= 0.0007  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6539  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= N0N0P0

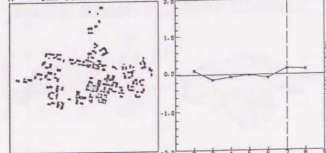
TYPE NO.15  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6745  
I BANGHALUD

NUMBER OF BOXES= 14351  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5613  
AUTO-CORRELATION D= 0.0382  
DEGREE OF DISORDER= 0.0020  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6745  
-LOG2 (R/FO)  
<TYPE>= P0P0P0



TYPE NO.16  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6883

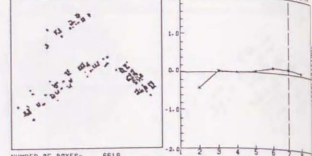
M SAN JORGE



NUMBER OF BOXES= 15082  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4689  
AUTO-CORRELATION D= 0.0268  
DEGREE OF DISORDER= 0.0018  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.6763  
<TYPE>= PNNPP

TYPE NO.17  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.7655

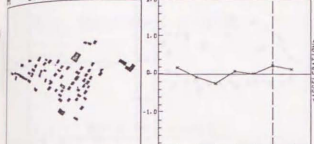
D KANKEHAR



NUMBER OF BOXES= 6616  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4210  
AUTO-CORRELATION D= 0.0162  
DEGREE OF DISORDER= 0.0093  
 $\Sigma$ ACCELERATION= -0.0091  
<TYPE>= NDDPP

TYPE NO.24  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.9285

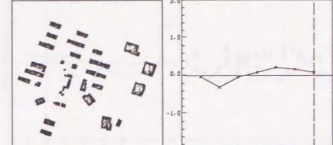
JUNCAL-1



NUMBER OF BOXES= 8621  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6020  
AUTO-CORRELATION D= 0.0311  
DEGREE OF DISORDER= 0.0039  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.2833  
<TYPE>= PNNPP

TYPE NO.25  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.9428

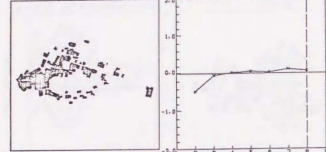
M DUCLOJE



NUMBER OF BOXES= 28930  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3103  
AUTO-CORRELATION D= 0.0421  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.1288  
<TYPE>= DNDPPP

TYPE NO.18  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.8049

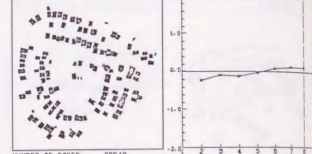
E PEDRAZA



NUMBER OF BOXES= 17453  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6790  
AUTO-CORRELATION D= 0.0277  
DEGREE OF DISORDER= 0.0010  
 $\Sigma$ ACCELERATION= -0.2423  
<TYPE>= NDDPP

TYPE NO.19  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.8140

P LUTA



NUMBER OF BOXES= 20840  
RECTILINEAL DEGREE= 0.0700  
AUTO-CORRELATION D= 0.0385  
DEGREE OF DISORDER= 0.0069  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.1884  
<TYPE>= NNDDPP

TYPE NO.26  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.0515

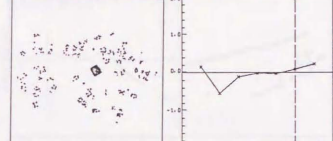
VRANDUK



NUMBER OF BOXES= 14033  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8951  
AUTO-CORRELATION D= 0.0379  
DEGREE OF DISORDER= 0.0012  
 $\Sigma$ ACCELERATION= -0.2922  
<TYPE>= NNDDPP

TYPE NO.27  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.1801

A AZZEL



NUMBER OF BOXES= 4157  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4417  
AUTO-CORRELATION D= 0.0098  
DEGREE OF DISORDER= 0.0248  
 $\Sigma$ ACCELERATION= -0.2754  
<TYPE>= PNDPPP

TYPE NO.20  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.8716

E TRAVNIK



NUMBER OF BOXES= 5860  
RECTILINEAL DEGREE= 0.9722  
AUTO-CORRELATION D= 0.0382  
DEGREE OF DISORDER= 0.0028  
 $\Sigma$ ACCELERATION= -0.1665  
<TYPE>= NNDDPP

TYPE NO.21  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.8802

A POMBOKA



NUMBER OF BOXES= 7925  
RECTILINEAL DEGREE= 0.3271  
AUTO-CORRELATION D= 0.0436  
DEGREE OF DISORDER= 0.0008  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.1482  
<TYPE>= DNDPPP

TYPE NO.28  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.1862

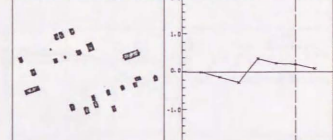
D SINAN



NUMBER OF BOXES= 10296  
RECTILINEAL DEGREE= 0.8570  
AUTO-CORRELATION D= 0.0302  
DEGREE OF DISORDER= 0.0020  
 $\Sigma$ ACCELERATION= -0.2509  
<TYPE>= NNDPPP

TYPE NO.29  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.2633

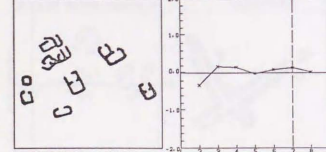
P PALAMBEI



NUMBER OF BOXES= 6180  
RECTILINEAL DEGREE= 0.4246  
AUTO-CORRELATION D= 0.0243  
DEGREE OF DISORDER= 0.0050  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4635  
<TYPE>= DNDPPP

TYPE NO.22  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.9123

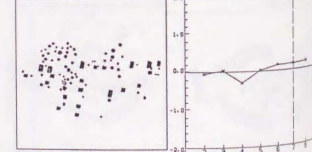
M VIRA BLANCA



NUMBER OF BOXES= 11595  
RECTILINEAL DEGREE= 0.5037  
AUTO-CORRELATION D= 0.0207  
DEGREE OF DISORDER= 0.0027  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.1959  
<TYPE>= NNDDPP

TYPE NO.23  $\Sigma$ ACCELERATION= 0.9210

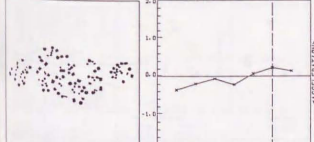
A TOUSSIBIC



NUMBER OF BOXES= 7947  
RECTILINEAL DEGREE= 0.6467  
AUTO-CORRELATION D= 0.0232  
DEGREE OF DISORDER= 0.0057  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.1824  
<TYPE>= NNDPPP

TYPE NO.30  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.2667

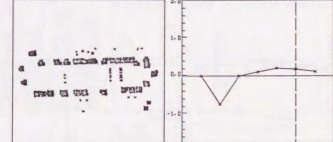
A ROUNGUBIN



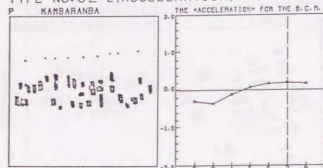
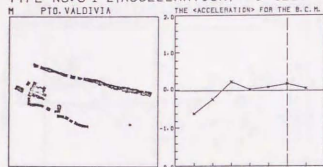
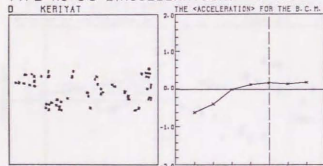
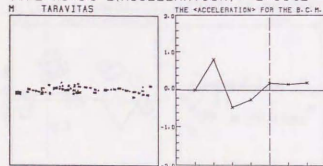
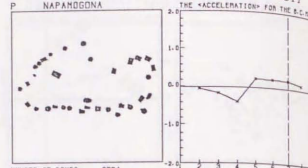
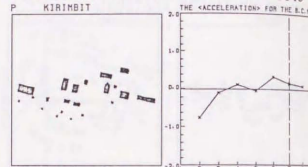
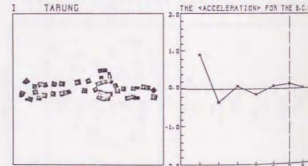
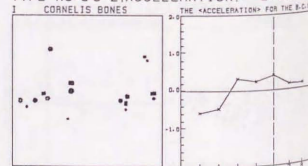
NUMBER OF BOXES= 7223  
RECTILINEAL DEGREE= 0.7804  
AUTO-CORRELATION D= 0.0205  
DEGREE OF DISORDER= 0.0048  
 $\Sigma$ ACCELERATION= 0.4301  
<TYPE>= NNDPPP

TYPE NO.31  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.3457

3 WODO



NUMBER OF BOXES= 19700  
RECTILINEAL DEGREE= 0.7290  
AUTO-CORRELATION D= 0.0481  
DEGREE OF DISORDER= 0.0015  
 $\Sigma$ ACCELERATION= -0.1665  
<TYPE>= DNDPPP

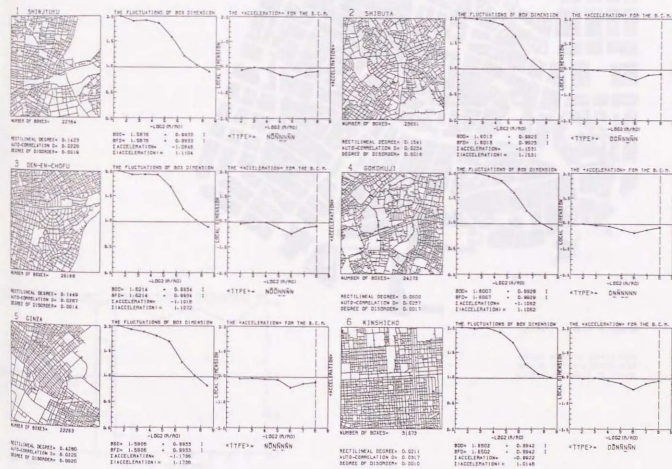
TYPE NO.32  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.3740TYPE NO.34  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.4206TYPE NO.36  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.6485TYPE NO.38  $\Sigma$ ACCELERATION= 2.0842TYPE NO.33  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.3911TYPE NO.35  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.6043TYPE NO.37  $\Sigma$ ACCELERATION= 1.7170TYPE NO.39  $\Sigma$ ACCELERATION= 2.2870

## 4.3 他のパターンとの比較

## 4.3.1 線的なパターンの分析

東京の幾つかの場所(新宿、渋谷、田園調布、護国寺、銀座、錦糸町)で採取した道路パターンに対して、同じように手法を適用してみる。これらのグラフ形は、どれも似ており、負の<

acceleratio>\*を持っている。なお、分析に使用したデータは、清水裕二君の1991年度修士論文「街区集合からみた都市空間の分析」に於いて作成されたものを使用させてもらった。





#### 4.3.2 都市的なパターンとの比較

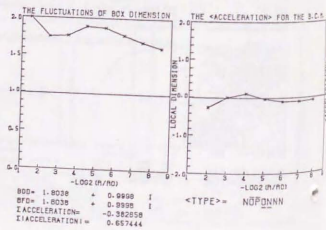
集落の配置パターンと比較する意味で、いわゆる都市的と呼べるようなパターンにも手法を適用してみる。ここでは、Wienのパターンと、そこから得られるグラフを示す。集落の配置パターンとの端的な違いは、その密度にあるが、 $\langle \text{acceleration} \rangle$  \*のグラフを見ると、集落の配置パターンの場合の多くが、最終的に正の領域に入ってくるのとは異なり、正の領域から、最終的には負の領域へと移り変わるような逆の変化を示している。なお、データの入力は、三橋正邦君による。

### Wien



NUMBER OF BOXES= 85392

RECTILINEAL DEGREE= 0.2346  
 AUTO-CORRELATION IN= 0.1945  
 DEGREE OF DISORDER= 0.0002



# 5

複素力学系によるランダムパターンの数式記述の可能性

／それ自身に向かう反復

Chapter 5

## 5. 複素力学系によるランダムパターンの数式記述の可能性

この章は、正確に言うと、補章とすべきものである。なぜなら、未だ結論らしきものが得られてはいないからだ。しかし、ここでは結論を得ることよりも、探索することが重要である。これまでの章が、「分析」的なアプローチで語られているのに対し、本章では、「生成」の論理によるアプローチをとる。序章に於いても述べた様に、パターンを分析して特徴を取り出すと、必ずその他の情報が失われる。ここでは、そのような特徴を抽出することではなく、正にパターンの等価物を得ることを目標に据えて、主に複素力学系と呼ばれる現代数学の一分野を基礎とした試みとその可能性について考えてゆく。

## 5.1 複素力学系の概要

1) 複素力学系とは<sup>[1] [2] [3]</sup>

a) 複素平面上の点列

$z$  を  $a + b i$  という形の複素数とすると、この複素数は、複素平面（ガウス平面）上の点として表わしうる。一般に、ある複素関数  $f$  を用いて、

$$z_{n+1} = f(z_n)$$

と表わせる複素数列  $\{z_0, z_1, z_2, \dots\}$  を複素力学系と呼ぶ。

この複素数列は、複素平面上に於ける点列の軌跡（点の分布パターン）として表わされる。この点列は、関数形や初期値及びパラメータの選び方によって、実に多様な動き方を示す。

例えば、最も簡単な  $z_{n+1} = z_n^2$  という関数形の場合を考えてみる。この場合、初期値  $z_0$  の選び方によって、次の3つの可能性がある。

- ①  $0 \leq |z_0| < 1$  のとき、この点列は0に収束していく。このとき、0は吸引的不動点（アトラクタ）と呼ばれる。
- ②  $1 < |z_0|$  のとき、この点列は無限遠へと発散していく。このとき、無限遠点  $\infty$  も吸引的不動点である。
- ③  $|z_0| = 1$  のとき、原点からの距離が1のま

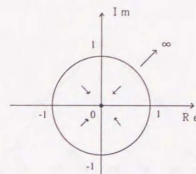


fig. 1

ま、いつまでもこの状態を保つ。（fig. 1）

このとき  $|z_0| = 1$  の点は中立であるといい、複素平面上で表わすと、0に引き寄せられる初期値  $z_0$  の集合と、 $\infty$ に引き寄せられる初期値の集合とを分かつ境界線を形成する。

この場合には、2つの吸引領域の境界線は原点を中心とする単位円である。

一般に、この境界線の集合は、ジュリア集合と呼ばれ、別の関数形の場合には、極めて複雑な形状を示す。このジュリア集合の性質を研究することが、複素力学系に於ける中心課題の一つとなっている。また、一般にはアトラクタの数も多数存在する。

次に、先程の関数形に、複素数のパラメータ  $c$  を加えた  $f(z) = z^2 + c$  即ち、 $z_{n+1} = z_n^2 + c$  という関数形を調べてみる。実は、この関数形は、前の例と比べて1つの複素数  $c$  が加えられただけに過ぎないにもかかわらず、先程の場合とは比べることができない程の驚くべき多様性を秘めているのである。初期値やパラメータのとり方によって、数列  $\{z_n\}$  がある点に収束したり、 $\infty$ へと発散したりするだけでなく、極めて多種多様な動きを示すのである。いくつかの点を周期的に回遊するパターン



$$\begin{array}{ccc}
 \mathbb{C} & \xrightarrow{Az(1-z)} & \mathbb{C} \\
 z=g(w) \downarrow & & \downarrow z=g(w) \\
 \mathbb{C} & \xrightarrow{w^2+\mu} & \mathbb{C}
 \end{array}$$

fig. 2 可換図式

もあれば、まさにカオス的な不規則挙動を示すもの、またそれらは別のパターンを示すものなど様々である。そもそも、私がこの複素力学系の問題に興味を持ったのは、単に1つの点を通常のように  $x$  と  $y$  という2つの変数の組としてではなく、1つの複素数で表示できるという利点に加えて、そうした様々なバリエーションがあるという記述を目にしたからである。果たして、どれ程のバリエーションがあるのかを、実際に調べてみようとしたのがきっかけであった。しかし、この問題は予想以上に深い領域である。調べても調べても調べつくせない深みがある。

もともとこの分野は古典数学の流れの中に端を発し、ともにフランスの数学者であるピエール・ファトゥ (1878-1929) とガストン・ジュリア (1893-1978) の2人によって、1906年のファトゥの論文を皮切りに1920年頃まで盛んに研究されたものである。彼らは複素平面における有理解像の反復についての美しい理論を展開し、その頂点を極めた。その後は、彼らの理論の難解さの故にしばらく大きな発展をみるのがなかったが、近年のコンピュータグラフィックスの進歩によって彼らの精妙なアイデアが理解され、またフラクタル理論との関連でその重要性が認識されてい

降、現在に至るまで精力的な研究が続けられており、新たな発見が日々行なわれている様な状況である。また、複素力学系の問題は、カオス理論とも深い関連がある。一般のカオス理論が主に実空間上のカオスであるとするれば、複素力学系は複素空間上のカオスということができる。

## b) 用語の説明

さて、先程の  $z_{n+1} = z_n^2 + c$  という関数形に話を戻す。この関数形は、複素力学系の研究の中でも、現在最も良く調べられているもののひとつである。

## 【標準形】

実のところ、一般の2次多項式  $az^2 + bz + c$  は fig. 2 のような可換図式によって、 $z^2 + \mu$  という標準形に変換できることが知られている。即ち、 $g(z)$ 、 $\mu$  を fig. 2 のようにすると、2次多項式  $az^2 + bz + c$  は、標準形  $z^2 + \mu$  という形にすることができる。

従って、 $z_{n+1} = z_n^2 + c$  という形の関数を調べることで、2次多項式全体の性質を研究することができるのである。

## 【共役】

ところで、2つの関数  $f$  と  $g$  が関数  $h$  によつて

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbb{C} & \xrightarrow{f} & \mathbb{C} \\
 h \downarrow & & \downarrow h \\
 \mathbb{C} & \xrightarrow{g} & \mathbb{C}
 \end{array}$$

上の可換図式を満足するとき、関数  $f$  と  $g$  は「共役」であるという。

## 【前方軌道】

$z_{n+1} = f(z_n)$  で決まる数列 (複素平面上の点列) を  $z_0$  の前方軌道  $\dots, 0^+(z_0)$  で表わす。

本研究では主として  $z_{n+1} = z_n^2 + c$  という関数形を示す様々な前方軌道を中心に調べた。

$z_{n+1} = z_n^2 + c$  という関数形による前方軌道の特徴的な性質は、当然調べられているのであるが、その前方軌道の描く具体的なパターンの形状に関しては、あまり詳しく書かれたものがない。これは、複素力学系一般の問題意識と本論に於ける問題意識との違いによるものと思われる。その前方軌道の描くパターンの形状が多様であればある程、パターンを扱うという観点からは、強力な武器となり得る。ただし、それらを使いこなすの有效な方法も同時に発見できれば話であるが、

## 【逆軌道】

前方軌道に対して逆軌道も定義しよう。これは、 $z_n$  から、 $z_{n-1}$ 、 $z_{n-2}$ 、 $\dots$ 、 $z_0$  まで逆にとどっていくときの数列である。ただし、前方軌道と逆軌道は同じではない。なぜなら、ある複素数  $z_k$  の逆像  $\{\omega \in \mathbb{C} \mid f(\omega) = z_k\}$  は、関数形  $f$  に対応して、1つではないからである。[4]

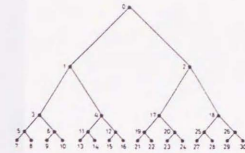


fig. 3

従って、逆軌道は逆像に関する点を全て集めて、 $0^-(z_0) = \{z \in \mathbb{C} : \text{ある } k=0, 1, 2, \dots \text{ について } f^k(z) = z_0\}$  で定義されるものである。

例えば、 $f(z) = z^2 + c$  の場合、ある  $z_k$  の逆像はそれぞれ2つずつあるから、逆軌道は fig. 3 の様にツリーを構成する。

## 【不動点】

初期値  $z_0$  としたときの軌道が、ただ1点だけから成るとき、この  $z_0$  を  $f$  の不動点又は固定点と呼ぶ。∞も不動点の1つである。

## 【周期点】

$z_k = z_{k+n}$  のとき、この  $z_0$  を  $f$  の周期点と呼び、そのときの軌道  $0^-(z_0)$  をサイクルと言う。また、 $z_k = z_0$  が成立する最小の自然数  $k$  を周期と呼ぶ。

## 【前周期点】

自分自身は、周期点ではないが、1ステップ後に周期点となる点のことを前周期点と呼ぶ。

即ち、 $z_{k+1} = z_k$  が成立しているときの  $z_0$  が  $f$  の前周期点である。

## 【固有値】

固有値は、軌道の特徴を表わす上で極めて重要なものである。

$z_0$  を  $f$  の周期  $n$  の周期点とする。  $z_0 \neq \infty$  のとき、

$$\lambda = (f^{\circ n})'(z_0)$$

を  $z_0$  の固有値という。

ここで  $f^{\circ n}(z) = f^{\circ} \cdots \circ f(z)$  であり、 $'$  は、 $z$  に関する微分  $\frac{d}{dz}$  である。

$\lambda$  は、サイクルに属するどの点についても同じである。

周期点  $z_0$  は、

- |  $\lambda | = 0$  のとき、超吸引的
  - $0 < | \lambda | < 1$  のとき、吸引的
  - |  $\lambda | = 1$  のとき、中立
  - |  $\lambda | > 1$  のとき、反発的
- と呼ばれる。

例えば、吸引的周期点(不動点)  $z_0$  は、複素平面上に於けるその近傍の点から出発する前方軌道を、自分自身に引き寄せる。それぞれの吸引的周期点は、自分自身に引き寄せる点の場合(吸引領域と呼ぶ)を持っている。吸引領域は、ベイスン、流域、鉢など呼ばれ  $A(f)$  で表わす。また、 $\partial A(a)$  は、 $a$  に引きつけられる領域の境界を表わす。

超吸引的な周期点(不動点)は、吸引力が大きく、それ故その前方軌道は極めて単純なものになる。この場合も、それぞれの吸引領域を持つ。逆に反発的な周期点(リペラー)は、その近傍にあ

る点をはねつける。従って、その近傍にある点の前方軌道は、反発的周期点から遠ざかる動きを示す。

一方、中立な周期点は、そのどちらでもない。また中立周期点を  $\lambda = e^{2\pi i \theta}$  と表わしたときに、 $\theta$  が有理数となるか無理数となるかによっても性質が異なり、前者を有理的中立周期点、後者を無理的中立周期点と呼ぶ。

## 2) マンデルブロー集合

$z_{n+1} = z_n^2 + c$  の本質的な部分は、その初期値  $z_0$  を 0 としたときの性質で決まってしまうことが知られている。そこで、 $z_0 = 0$  としたとき、パラメータは  $c$  だけだから、この  $c$  による性質の違いを調べれば良い。

先に述べた様に、この数列の性質は、大きく分けて  $\infty$  に引き寄せられるか(発散)、ある点群へ引き寄せられていくか、あるいは境界線上に留まるかの3つに分けて考えることができる。マンデルブロー集合とは、 $z_0 = 0$  としたとき、 $z_{n+1} = z_n^2 + c$  が  $\infty$  に発散しないためのパラメータ  $c$  が、複素平面上でどのような配置をとっているかを調べたものである。この集合は、いわゆるフラクタル的な、極めて微細な構造を持ち、その一部をいくら

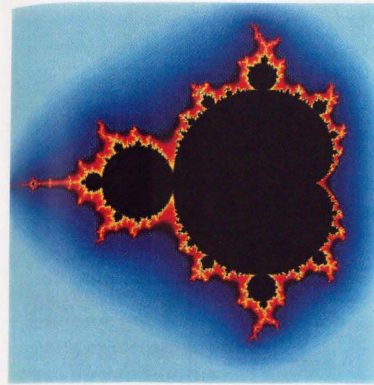


fig. 4  
マンデルブロー集合<sup>(5)</sup>

拡大していっても続々と複雑なパターンが表われる。そこには、自らのミニチュアや、次に述べる様々なジュリア集合の細部に非常に似たものも埋め込まれており、マンデルブロー集合はジュリア集合の one-page dictionary であるという言い方がなされる位である。そのため、完全な意味での自己相似ではないので厳密にはフラクタルとは言えない様であるが、その複雑な性質はまさにフラクタルと呼ぶに相応しく、また、どんなに拡大しても至るところ微分不可能なギザギザのままの特徴を示している。この一見単純な反復が、これ程神秘的で奥深い宇宙をはらんでいるとは、誰も予想することができなかったに違いない。

ところで、1991年春、京都大学の穴倉光広は、マンデルブロー集合の境界線のハウスドルフ次元は2であることを示した。これは、2次元平面上の図形としては最大の複雑さである。以後、マンデルブロー集合をM集合と略記することがある。

## 3) ジュリア集合

これに対して、あるパラメータ  $c$  が定められたとき、 $z_{n+1} = z_n^2 + c$  という数列が、 $\infty$  に発散しないような初期値  $z_0$  の集まりを考えることもできる。この集合を充填ジュリア集合 ( $K_c$ ) と呼び、その境界線の集合がジュリア集合 ( $J_c$ ) である。当然、 $c$  の値によって対応するジュリア集合は異なる。この境界線は、 $z_{n+1} = z_n^2$  のときの単位円に相当するものであり、 $c \neq 0$  のときの、2次多項式に於けるジュリア集合のほとんどはもっと複雑で、フラクタルになることが知られている。即ち、 $|c|$  が十分小さく、 $c \neq 0$  のときジュリア集合は、どの点でも接線をもたないジョルダン曲線となり、これはフラクタルである。またルエルとサリバンによって、このフラクタル次元が求められている。

① ルエル: 十分小さい  $c$  に対しては、

$$d = 1 + \frac{|c|^2}{4 \log 2} + c \quad \text{の 高次の項}$$

$d$ : フラクタル次元



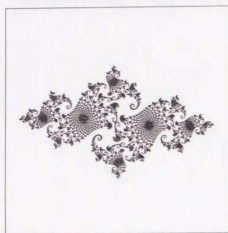


fig-5 ジュリア集合の例 (出典: [1])

② サリバン: 十分小さい  $c$  に対しては,  
 $c \neq 0$  であれば  $d > 1$

$d$ : フラクタル次元

ただし、十分小さい  $c$  を仮定しない場合でも  $d$  が  $c$  の関数として求まるかどうかや、円又は線分となる場合を除いて、全ての 2 次多項式のジュリア集合はフラクタルかどうかという問題は、まだ未解決である。

この境界線上には、反発的周期点が密に並んでおり、この境界線上の点を始点に選んだ場合、数列は境界線上をさまよひ、カオスのな振るまいを示す。境界線上の点はそれら自身に対して中立であり、境界線以外の点に対してはレバラーである。

ジュリア集合は、自分自身の前像及び逆像を全て含んでいる。従って、ジュリア集合は、自分自身を自身に向かって写像する。(このような性質を持つ集合を不変集合という。) この境界線は、ベイソンとベイソンの境界であり、セバトリスクス (分水嶺) と呼ばれることもある。

一方、パラメータ  $c$  を、マンデルブロー集合外に選んだときのジュリア集合はばらばらになった無数の点に分かれ、カントール集合となることが知られている。これをファトゥウの塵と呼ぶ。

320

正確には、 $f$  を有理関数  $f(z) = P(z)/Q(z)$  とすると、

[ジュリア集合]

$f$  の反発的周期点のすべてからなる集合を  $REP(f)$  とする。このとき  $f$  のジュリア集合  $J(f)$  は  $REP(f)$  の閉包として定義される。すなわち  $REP(f)$  を含む最小の閉集合である。

$J(f)$  は  $f$  に対して完全不変である。

[充填ジュリア集合]

ある複素数列  $z_{n+1} = f(z_n)$  が、 $\infty$  に発散しないための初期値  $z_0$  の集合を、充填ジュリア集合  $K(f)$  と呼ぶ。  $K(f)$  は、  $\mathbb{C} \setminus A(\infty)$  として定義される。ジュリア集合  $J(f)$  は  $K(f)$  の境界である。  $J(f) \neq \mathbb{C}$  ならば開近傍を含まない。

[ファトゥー集合]

$J(f)$  の補集合  $F(f) = \mathbb{C} \setminus J(f)$  をファトゥー集合と呼ぶ。  $K(f)$  のうち、その境界線の集合、即ち  $J(f)$  を除いた残りの集合も、当然  $F(f)$  に含まれる。このときの開集合  $F(f)$  の各連結成分を安定領域と呼ぶ。以後、ジュリア集合を  $J$  集合と略記することができる。

#### 4) 安定領域の分類

a) 安定領域とジュリア集合の性質

ファトゥー集合、即ち、境界線を形成するジュリア集合を除いた残りの集合は、このジュリア集合によって分けられたいくつかの領域を形成する。この各連結成分が安定領域と呼ばれることを前項で述べた。また、この中には、充填ジュリア集合のうち、境界線以外の領域も当然含まれる。そして、例えば、3 周期のジュリア集合は、平面を 3 つの領域に分け、しかもどの領域にも常に接するような境界線を形成する。これはアトラクタの数がどんなに多くなっても変わらない。アトラクタの数が  $n$  であるならば、境界上の点は全て異なる  $n$  個の領域に同時に接している。つまり、そのような点だけで境界の全体が構成されているのである。

また、安定領域の数は 0、1、2 から  $\infty$  まで様々な可能性がありうる。それでは、この安定領域の種類には、どのようなものがあるだろうか。ジュリア集合が、カントール集合となる場合以外、つまり、有界な安定領域が存在するときの安定領域に関しては、次のようなサリバンの画期的な 2 つの定理がある。

b) サリバンの分類定理

安定領域が有界であるとき、この安定領域は次

のような 5 つの場合しかないことが知られている。

- ① 吸引領域
- ② 超吸引領域
- ③ 放物領域
- ④ ジーゲル円板
- ⑤ エルマン円環

定理 1: (no wandering domain theorem)

有理関数のすべての安定領域  $D$  は前周期的である。すなわち、適当な非負整数  $n, p$  に対して  $f^{n+np}(D) = f^n(D)$  が成立する。特に  $n=0$  のときには周期  $p$  の周期的安定領域という。

定理 2: (Sullivan domains)

$D$  を有理関数  $f$  の周期的な安定領域とする。

すなわち、ある自然数  $p$  に対して

$$f^n(D) = D \text{ とする。}$$

このとき、 $D$  は次の 5 つのタイプのうちのいずれかになっている。

- ① 吸引領域 (A B)
- ② 超吸引領域 (S A B)
- ③ 放物領域 (P B)
- ④ ジーゲル円板 (S D)
- ⑤ エルマン円環 (H R)

321

c) 5つのサリバン領域

① 吸引領域 (A B)

この領域内に周期Pの吸引的周期点 $z_0$ が存在して関数族 $\{f^{(n)}, n \in \mathbb{N}\}$ は、 $n \rightarrow \infty$ のとき広義一様に $z_0$ に収束している。(Nは、自然数の集合)  
ex  $P(z) = z^2 - 0.35$ は2つの吸引領域をもつ。

$$\text{吸引固定点} \begin{cases} (1 - \sqrt{2.4}) / 2 \\ \infty \end{cases}$$

② 超吸引領域 (S A B)

この領域内に、周期Pの超吸引的周期点 $z_0$ が存在して、関数族 $\{f^{(n)}, n \in \mathbb{N}\}$ は $n \rightarrow \infty$ のとき広義一様に $z_0$ に収束している。

ex 1)  $P(z) = z^2$ は2つの超吸引領域をもつ

ex 2)  $P(z) = z^2 - 1$ は2つの超吸引領域をもつ

$$\begin{cases} \infty \text{を含む超吸引固定領域} \\ z_0 = 0 \text{含む超吸引周期領域} \end{cases}$$

(2周期)

③ 放物領域 (P B)

この領域の境界に、周期がpの約数であるような有理的中立周期点 $z_0$ で、 $(f^{(p)})'(z_0) = 1$ となる点が存在して、関数族 $\{f^{(n)}, n \in \mathbb{N}\}$ は、 $n \rightarrow \infty$ のとき広義一様に $z_0$ に収束している。  
このとき、有理的中立周期点 $z_0$ はジュリア集合の点となる。

ex 1)  $P(z) = z^2 + 0.25$ は1つの放物領域をもつ (0を含む内側の領域)

このとき、有理的中立周期点  $z_0 = 1/2$ で  $(f')'(z_0) = 1$ となる。

ex 2)  $P(z) = z^2 + e^{2\pi i/3}z$ は3周期の放物領域をもつ。

有理的中立周期点 $z_0$ は0である。

ex 3)  $P(z) = z^2 + (-0.481762 + 0.531657i)$ は5周期の放物領域をもつ。

④ 後に述べる様に、ディオファントス型の無理的中立不動点のまわりには、円周と解析的に同相な不変円周がびっしりととり囲んでおり、前方軌道がそれらの不変円周のうちの一つに落ちると、永久にその上で回り続けることになる。この不変円周の集まりをジーゲル・ディスクと呼ぶ。

⑤ エルマン円環

この他、特殊な場合には、エルマン・リングと呼ばれる円環状の領域もファトゥ集合に含まれる。エルマン自身は、これをアールノドの円環と呼んでおり、KLMトラスと関連がある。ただし、2次以下の有理関数や、多項式で定義される複素系系には、出現しないことがわかっている。

d) 穴倉の定理

さて、有界な安定領域の種類は、5つしかないことがわかったが、それらに対応するサイクルの個数やその上限はいくらのかという問題は長い間未解決であった。しかし、この問題は、1985年に穴倉光宏によって完全に解決された。

[穴倉の定理]

ある次数dの有理関数fの周期的な安定領域(A B)、(S A B)、(P B)、(S D)、(H R)の各々のサイクルの個数を#(A B)、#(S A B)、#(P B)、#(S D)、#(H R)とすると、有理関数fの周期的な安定領域のサイクルの個数は、

$$\begin{aligned} \#(A B) + \#(S A B) + \#(P B) + \\ \#(S D) + 2 \#(H R) &\leq 2(d - 1) \\ \#(H R) &\leq d - 2 \end{aligned}$$

さらに、上記の不等式を満たすような任意の非負整数の組を与えれば、そのような組み合わせの周期的な安定領域を持つ有理関数が存在する。[6]

ここで、 $2(d - 1)$ は、有理関数Rの次数をdとしたときの、特異点の数の上限である。

[特異点]

fは $\mathbb{C}$ 上の有理関数とする。  
すなわち

$$f(z) = P(z)/Q(z)$$

このときf(z)の次数は多項式P(z)とQ(z)の次数の高い方とする。

次数dの有理関数fの特異点とは $f'(z) = 0$ を満たす点であって、その個数はたかだか $2d - 2$ 個である。

特異点の挙動は、有理関数の力学的な分類にとって重要である。

[1] 前出: フラクタルの美

[2] 前出: フラクタルの世界

[3] 前出: フラクタル・イメージ

[4] Ciは、リーマン球面を表している。即ち、ガウス平面 $\mathbb{C}$ に、無限遠点を付け加えたものである。

[5] M集合やJ集合を描くのは、通常、極めて時間のかかる作業であるが、現在では、非常に簡単に描くことができるソフトが作られている。

ここで示した図は、Apple Macintosh Quadra 700によりAdobe Photoshop 2.5EのKPT Mandelbrot set Explorer及びKPT Julia set Explorerを用いて作成したものである。

[6] 前出: フラクタルと数の世界



## 5) 考えるアプローチ

対象とするパターンを、複素力学系に基づいて、簡単な数式、あるいはその等価物を生成するための簡単なルールに置き換えるという目標を立てたとき、考えるアプローチは、大きく言って、次の3つに分けて述べることができる。

第一には、まず、複素力学系の描き出す軌道のパターンには、どのようなものがあるのかを調べることである。

第二には、IFS（反復関数）システムと呼ばれるアメリカの数学者たちの開発したシステムを参考にしてつづ、その方向での可能性を探ることである。IFSシステムは、目標とする図形イメージを生成するための簡単なアフィン変換の組を、会話型の処理によって導き出すという、正に本章の目指す目標に合致する様なシステムである。これは、主に画像情報の圧縮という観点から興味を持たれているが、後に述べる様に、規則的なフラクタル図形や自己アフィンな図形以外の、一般のパターンにも適用できるかどうかは、今のところ明らかでない。

第三には、上記1、2の探索を参考にしてつづ、対象パターンを前方軌道に置き換えること（前方軌道化）あるいは逆軌道に変換する（逆軌道化）

324

ための、様々な問題点を含めて、具体的な戦略を描き出すことである。

この3つのアプローチに基づいて、続く5.2節では、M集合、J集合上の力学系を探索する。また、次の5.3節では、IFSシステムの概要を調べてみる。最後の5.4節に於いて、対象パターンの数式記述化に関する具体的な問題点について考えてみる。

## 5.2 M集合、J集合の探索

## 5.2.1 M集合の特徴点とその前方軌道

1) 吸引領域（アトム $H_n$ ）の中心点

M集合は、その複雑な外形にも関わらず、連結な集合であることが知られているが、その図を見れば容易に分かる様に、幾つかの特徴的な部分から構成されている。極めて単純化して言えば、それらは大小様々の大きさから成る円板的な球根状の部分と、そこから伸びた無数のアンテナに、その構成要素を分けることができるだろう。このうち、円板状の領域は、それぞれある吸引的サイクルに対応した一つの連結成分である。つまり、その円板状の領域内に含まれる様なパラメータ $c$ を持つ $z_{n+1} = z_n^2 + c$ からの数列 $\{z_n\}$ は、ある周期の吸引的周期点（不動点） $z_0$ を持つ。特に、その連結成分 $H$ の中心点 $c_H$ は、正しく定まり、これはその連結成分と同じ周期の超吸引的 $n$ 周期点をとる。例えば、心臟型曲線（カーディオイド曲線）で囲まれた最も大きな領域は、周期が1の超吸引的不動点をとる領域であり、その中心点は0である。従って、この中心点 $c=0$ は、超吸引不動点を持つ。また、周期が2の周期点が、吸引的である様な領域は、このカーディオイド曲線に付着した次に大きな円板状の領域であり、その中心点 $c=-1$ は、周期2の超吸引的サイクルを持つ。例

えば、 $z_0=0$ の場合、その軌道は、 $\{-1, 0\}$ の超吸引的サイクルとなる。一般に、どの周期の周期点についても、その周期点が吸引的である様なパラメータは、単位円板 $D$ と同相な（一つまたは複数個の）連結成分から成っているということが、ドゥアディとハバートの証明された。この一つの連結成分、即ち、 $f_c$ が $\infty$ 以外の吸引的周期点（超吸引的でも良い）を持つ様なパラメータ $c$ のなす集合を $H$ で表し、マンデルブロにならって、これをアトムと呼ぶ。 $H$ は開集合である。

## 【ドゥアディとハバートの定理】

$K$ を $H$ の一つの連結成分とする。 $K$ は単位円板 $D$ と同相であり、 $c \in K$ に対して、 $f_c$ の（超）吸引的周期点の固有値を対応させる写像 $\rho: K \rightarrow D$ は同型写像である。ちなみに、周期が1のハート型領域は、アトム $H_1$ と呼び、固有値を $\lambda$ とすると、このカーディオイド曲線は、

$$c = \lambda / 2 (1 - \lambda / 2), \quad |\lambda| < 1$$

と表わされる。ハート型の先端のくぼみに当たる点は、 $c=0.25$ であり、カスプ点と呼ばれている。同様に、周期が2の周期点が吸引的であるような領域 $H_2$ は、

325

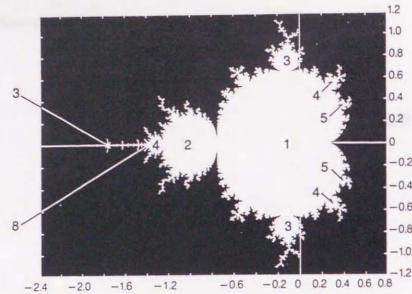


fig. 6  
主な周期に対応する  
連結成分の位置

$$|\alpha + 1| < 1/4$$

と表される半径  $1/4$  の円板である。fig. 6には、 $M$  集合に於いて、主な周期に対応する連結成分が、どのように配置されているかを示してある。それぞれの連結成分の中心は、次のように求めることができる。周期が  $k$  のアトラクタに対応する連結成分の中心は

$$f_k^k(0) = 0$$

で与えられる。(ここで、 $f_k = z^k + c$ ) この方程式は、 $c$  に関する次数が  $2^{k-1}$  であるので、 $k$  周期アトラクタに対応する連結成分の個数は、たかだか  $2^{k-1}$  個までありうる。

- ①  $k=1$  のとき、 $c_H=0$  である。

それに対応する連結成分は、ハート型領域であり、これを  $H_1$  とすると、

$$H_1 = \{c \in \mathbb{C}; \lambda/2(1 - \lambda/2), |\lambda| < 1\}$$

である。

- ②  $k=2$  のとき、 $c_H$  は  $c^2 + c = 0$  の解である。ここで、解は  $c=0$  と  $c=-1$  となり、このうち  $c=0$  は、既に周期1の中心であるから  $c=-1$  を中心とする連結成分(アトム  $H_2$ ) ただ一つが求まる。従って、2周期のアトラクタに対応する連結成分は、 $c=-1$  を中心

とする半径  $1/4$  の円板となる。

- ③  $k=3$  のとき、連結成分の中心は、 $(c^2 + c)^2 + c = 0$  の解である。これは4つの解をとる。 $c=0$  を無視すれば、 $c^2 + 2c^2 + c + 1 = 0$  を解けば良い。従って、実根  $c = -1.7549$  (アンテナ部にある小さなマンデルブロ集合の中心) と2つの虚根  $c = -0.1226 \pm 0.7449i$  が、3周期のアトラクタに対応する連結成分の中心となる。
- ④  $k=4$  のとき、8つの根があり、そのうちの2つは  $k=1, 2$  の場合に得たものである。残り6つの解のうち、2つの実根は、 $c = -1.3107$  ( $H_2$  から周期倍分岐によって伸びているつばみの中心) と  $c = -1.9408$  (主アンテナの尖端付近の衛星に属する) であり、4つの複素根は、 $c = 0.282 \pm 0.530i$  と  $c = -0.1565 \pm 1.0323i$  となる。
- ⑤  $k=5$  のとき、 $c=0$  を無視して、5周期のアトラクタに対応する連結成分の中心は、15個存在する。
- ⑥  $k=6$  のとき、6周期のアトラクタに対応する連結成分の中心は、27個存在する。
- ⑦  $k=7$  のとき、7周期のアトラクタに対応する連結成分の中心は、63個存在する。

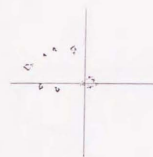


fig. 7

- ⑧  $k=8$  のとき、8周期のアトラクタに対応する連結成分の中心は、120個存在する。
- ⑨  $k=9$  のとき、9周期のアトラクタに対応する連結成分の中心は、252個存在する。

アトム  $H_k$  の中心点が示す前方軌道はおとなしく、 $n$  個の点列となる。ちなみに、 $M$  集合のうち、カーディオイド  $H_1$  に付着している  $p$ -サイクルの円板  $H_p$  のサイズが、 $1/p^2$  に比例するという推測は、最近、J. グッゲンハイマーとR. マックギーによって証明された。<sup>[7]</sup>

- 2) 吸引領域(アトム  $H_k$ ) に含まれる中心点以外の部分に関する前方軌道

既に述べた様に、吸引領域の中の中心点以外の部分は、吸引的な  $n$  周期点をもつ。これらの前方軌道は、幾つかの群 ( $n$  個) を構成するようである。(fig. 7 参照) 中心に近い点に関する軌道ほどおとなしく、 $M$  集合の境界線に近づくにつれて、複雑な挙動を示すようになる。

- 3) アトム  $H_k$  の付け根の点とその前方軌道  
次に、特徴的であるのは、各連結成分(アトム  $H_k$ ) の付け根にあたる点であろう。この  $c$  の値に

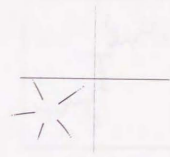


fig. 8

対応して、有理的中立周期点(不動点)が存在する。この点が示す力学系は、放物型と呼ばれる。(fig. 8 参照) 固有値  $\lambda$  に関して、

$$|\lambda| = 1, \lambda = e^{2\pi i \theta}$$

と表したときの  $\theta$  を内角(内パラメータ)といい、この場合は、 $\theta$  が有理数となる。即ち、 $\theta = p/q$  と表せる。また、このときの  $c$  の値によって周期の数が分かる。力学系の示す性質は、パラメータ  $c$  の値そのものよりも固有値や内部パラメータ  $\theta$  の値の方が、本質的に関わっているのである。ハート型図形におけるカスプ点も、これらの付け根の点の一つに含まれる。 $\theta = p/q$  と表したとき、例えば、周期が2である  $H_2$  の付け根の点は、 $p/q = 1/2$  とすれば、それに対応する点  $c$  を求めることができる。このときの  $c = -3/4$  である。また、周期が3である  $H_3$  の付け根の点は、 $p/q = \pm 1/3$  となり、 $c = (-1 \pm 3\sqrt{3}i)/8 = -0.125 \pm 0.6495i$  である。同様に、周期が4である  $H_4$  の付け根の点は、 $c = 1/4 \pm i/2$  のところから出ていることが分かっていく。

- 4) ミシウレビッチ点  
連結成分から無数に突起したアンテナの先端や、枝分かれの点も特徴的である。これらの点



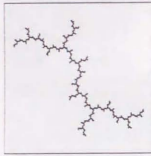


fig 9

は、ミシウレピッチ点と呼ばれている。cがミシウレピッチ点であるとき、特異点0は、それ自身周期点とはならないが、前周期的であり、最終的には、反発的周期点(不動点)へと移される。これに対応するジュリア集合は、有界な安定領域を持たない樹枝状のパターンを示す。(fig. 9 参照)

正確には、 $f_c(z) = z^2 + c$ としたとき、

$$f_c^n(0) = f_c^{n-1}(0)$$

$$n \geq 3, n-2 \geq k \geq 1$$

を満たすパラメータcの値をミシウレピッチ点と呼ぶ。

#### [ミシウレピッチ点の位置]

- ①  $n=3, k=1$  の場合、cの満たすべき方程式は、 $(c^2+c)^2+c=c^2+c$  である。c=0のとき、特異点z=0は、周期点(不動点)であることが既に分かっているので、それ以外の根  $c=-2$  がミシウレピッチ点である。これは、主アンテナの先端である。 $(0 \Rightarrow -2 \Rightarrow 2 \Rightarrow 2)$  となり、特異点0は、反発的不動点2に移される。
- ②  $n=4, k=1$  のとき、cの満たすべき方程式は、 $((c^2+c)^2+c)^2+c=(c^2+c)^2+c$  である。c=0、-2以外の根は、

以下のように、3つ得られる。

$$\text{実根: } c = -1.54369$$

$$\text{虚根: } c = -0.22816 \pm 1.11514i$$

- ③  $n=4, k=2$  のとき、cの満たすべき方程式は、 $((c^2+c)^2+c)^2+c=c^2+c$  によって、c=0、-1、-2を無視すると、その他の根は、 $c = \pm i$  である。(H<sub>3</sub>の上方に出ている右アンテナの先端)このcに対応するジュリア集合は、典型的な樹枝状となる。
- 5) ファトゥ集合内にジーゲル・ディスクの生じる点

M集合の境界線上( $\partial M$ )の点で、その固有値が無理的中立となり、しかも以下に述べるようなディオファントス条件を満たすとき、ファトゥ集合内にジーゲル・ディスクが生じる。このときのジーゲル・ディスクの中心は、無理的中立不動点である。言い換えれば、ファトゥ集合に於いて、ディオファントス条件を満たす無理的中立不動点のまわりには、ジーゲル・ディスクが生じるということである。これを生じさせる、幾つかのcの値が知られている。

#### a) ディオファントス条件

固有値 $\lambda$ を、 $\lambda = e^{2\pi i \theta}, 0 \leq \theta \leq 2\pi, |\lambda| = 1$ と

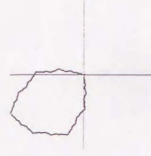


fig 10

置いたとき、この $\theta$ がディオファントス数となるとき、ディオファントス条件を満たすという。ここで、ディオファントス数とは、有理数から非常に離れた無理数のことであり、いかなる有理数によっても近似できない無理数のことである。

#### [ディオファントス数]

無理数 $\alpha$ が、ディオファントス数であるとは、ある正数 $a, b$ を選んでおくと、どのように整数 $p, q$ をとっても、

$$|\alpha - p/q| > a/q^b$$

が成り立つことをいう。例えば、黄金数 $\tau = (1 + \sqrt{5})/2$ は、ディオファントス数である。あるいはまた、区間[0,1]に属するほとんどの実数は、ディオファントス数である。

ジーゲル・ディスクを生じる点としては、以下のものが知られている。(これらの点が生み出す軌道パターンは fig-10 参照)

- ①  $c = -0.39054 \pm 0.58679i$
- ②  $c = 0.374188 \pm 0.193411i$
- ③  $c = 0.234974 \pm 0.514380i$
- ④  $c = -0.735039 \pm 0.140414i$
- ⑤  $c = -0.044663 \pm 0.643849i$



fig 11

#### 6) M集合の外側の点

M集合の外側にあるパラメータをもつような力学系の示す前方軌道は、必ず、最終的には無限遠点 $\infty$ に引き寄せられていくものである。ただし、それが本当に無限遠点へと発散していくかどうかは、基本的に、有限回数の反復では決定できない。しかし、通常はある有限回数で試行を打ち切らざるを得ないので、何らかの判定基準が必要である。この判定基準の取り方にも幾つか考え方があろうであるが、ある時点kに於ける $z_k$ の絶対値が2を超えたら、その数列は発散するとみて以後の試行を打ち切って良い。M集合の境界線から遠いパラメータに対応する力学系ほど、早く発散してしまうため、その描く前方軌道は比較のおとなしいが、パターンという観点からは、幾何学的ランダムなパターンを示すことが多いといえる。(fig-11

) 逆に、M集合の境界線に近いパラメータに対応する力学系ほど、長い間さまよっている。真に境界線沿いのパラメータの場合には、発散するのかもしれないかを、有限回数の試行では決定できないくらいである。これらM集合の外側にある点に関する前方軌道は、M集合内部の点に関するものと比較すると、よりランダムなパターンを描くと言えそうである。なぜなら、後者の描く前方軌道

は、極めて複雑なものもあるとはいえ、あるまじまりを形成するのに対して、前者の描く軌道は、あまりまじまりをつくらないからである。その意味からすると、後者は高い集群性をもつものに対して、前者は集群性が低いと言うことができる。

### 5.2.2 固有値及びポテンシャルと軌道パターンの関係

力学系の性質に関して本質的に関わっているのは、固有値と内部パラメータの値である。M集合の内部にある点に関しては、固有値の絶対値が0から1に向かって大きくなるにつれて、その描く軌道も複雑に変化していく。M集合の境界線上では、固有値の絶対値が1となる点が現われ、その内周角の値によって、放物型となったり、fig-10のような閉曲線型（正確には曲線ではなく、フラクタルなギザギザをもっているが）となったりする。一方、M集合の外側にある点の描く軌道の特徴づけるものとして、ポテンシャル関数がある。これは、簡単に言うと、発散の速度を反映する関数である。

#### 1) 固有値の求め方

ドゥアディとハバードは、 $c \in H$  (M集合に於

ける連結成分、アトム) に対して、吸引サイクルの固有値  $\rho_H(c)$  に関して考察を行ない、写像  $\rho_H: H \rightarrow D$  が等角同相写像であることを示した。(ここで、Dは単位円板を表す。) [6] このことから、それぞれの連結成分Wには、それに対応する吸引のサイクルが超吸引的であるような、即ち、 $\rho_H(c_H) = 0$  となるような、Hの中心  $c_H$  が正しく定まっていることがわかる。このことは、5.2.1節1) 項に於いて述べたとおりである。

所与の  $c \in H$  に対して、 $\{z_1, z_2, \dots, z_k\}$  を、それに対応するアトラクタとする。このとき、

$$\rho_H(c) = 2^k \prod_i z_i$$

として固有値の値を求めることができる。これが、0となるとすれば、特異点  $z = 0$  が、このサイクルに属していなければならぬ。

#### 2) M集合に関するポテンシャル関数とエスケープ時間関数

M集合の外側にあるパラメータが関与する軌道の性質を特徴づけるポテンシャル関数  $G(c)$  は、次式で与えられる。

$$G(c) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\log |z_k|}{2^k}$$

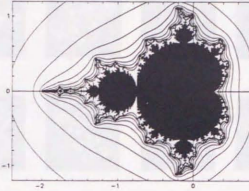


fig-12

ここに、 $z_k = z_{k-1}^2 + c$ 、 $z_0 = c$ 、 $k = 1, 2, \dots$  また、ポテンシャル  $G$  は、次のような(連続な) エスケープ時間関数  $E(c)$  及び(離散) エスケープ時間関数  $L(c; T)$  を誘導する。

$$E(c) = -\log_2 |G(c)|$$

$$L(c; T) = \begin{cases} k, & 0 \leq k \leq T \text{ について} \\ T, & \exists t(0) \in T \text{ かつ } t'(0) \in T \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

$T$  は  $\infty$  を含むターゲット集合である。つまり、これはターゲット集合に到達するまでの反復回数を表わすものである。

この  $L$  によって定義された等高線を fig-12 に示す。

#### 3) M集合に関する軌道の対称性

M集合は、実数軸に関して対称な形をしている。このことから想像できるように、その描く前方軌道も、ある対称性をもっている。即ち、実数軸に関して対称な位置にあるパラメータが関与する軌道は、それぞれ実数軸に関して対称な関係にある。

#### 4) 固有値及びポテンシャルと軌道パターンの関係に関する辞書

これまで、M集合に関して、その特徴的な点の

関与する軌道のパターンや、それらの特徴づける固有値、ポテンシャル関数といったものについて述べてきたが、かなりの特徴づけができるとはいえ、パラメータの値と軌道パターンを完全に対応づけるような規則性は、まだ見つかっていないし、そもそも、そのような単純な規則性があるとも思われない。とりあえずできることは、ひたすら軌道パターンを調べ続けることだけである。そこで、ある刻み間隔(0.01)でパラメータを変化させ、M集合の内外を含むパラメータ空間内の全ての軌道パターンと、そのときの固有値(M集合内部の点に関して)及びポテンシャル関数(M集合の外側の点に関して)を対応させた、まさに辞書と呼ぶべきものをつくってみた。かなりのページ数に及ぶので、付録として最後に添付してある。

[7] 前出: フラクタル・イメージ

[8] R.L.デバニー: カオス力学系入門 第2版  
(共立出版, 1990)



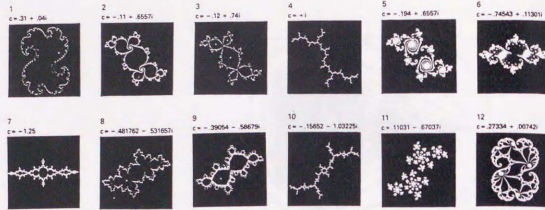


fig-13

## 5.2.3 J集合上の点とその前方軌道

ジュリア集合は完全集合であり、自分自身的前方像及び逆像を含んでいる。従って、J集合上の点を作り出す前方軌道の形は、そのJ集合そのものの形を見れば、ほぼ予想が付く。J集合上の点を作り出す前方軌道は、J集合の一部分である。よって、まずは、J集合そのものの形について調べてみる必要がある。

## 1) 特徴的なJ集合の形とその前方軌道

H.O.バイトゲン/P.H.リヒター著『フラクタルの美』には、いろいろな特徴的なパラメータcに対応するJ集合の形が載せられている。また、線分や円周の様に、比較的単純な形となるものもある。

## a) 線分となるJ集合

c = -2.0に対応するJ集合は、閉区間  $I = [-2, 2]$  となる。このJ集合上の点を初期値にもつ、パラメータc = -2.0の前方軌道は、閉区間I上にばらまかれたダストになる。

## b) 円周となるJ集合

5.1節の概要の項で述べた様に、パラメータc =

0.0の場合のJ集合は、単位円となる。この単位円周上の点を初期値にもつ力学系の軌道は円周上をさまよう。

## c) その他の特徴的なJ集合

様々なcに対応するJ集合の形をfig-12に示す。出典は、前述のH.O.バイトゲン/P.H.リヒター著『フラクタルの美』である。

## d) J集合近傍の探索

c) で述べた特徴的なJ集合の近傍(境界線の内外)に関する前方軌道を調べた。紙面の都合で全てを載せることはできないが、境界線(J集合)をはきんで、その内と外の領域では、様々な異なる軌道が示された。

## 5.3 IFS型のアプローチ

## 1) 反復関数システム: IFS (Iterated Function System)

IFSは、M. バーンスレーを中心とするジョージア工科大学の応用数学者グループの開発したシステムであり、会話型の処理を施すことによって、目標とする図形をアトラクタとしてもつようなアフィン写像の組みを得ることができるシステムである。これによって得られた幾つかのアフィン写像の式を用いて、乱数により、どの写像を適用するかを選択しながら、任意の初期値から出発する軌道を描くと、目標とする図形が、極限集合として浮かび上がってくる。これは、ある図形を、正にその等価物を得るための簡単なルールに置き換えるものであり、本章の目標に合致するものである。ただし、現在のところ、自己アフィンなフラクタル図形に関しては、その効果が確認されているものの、より一般的な任意の図形に対しても適用できるかどうかは明らかでない。

## a) フラクタル不変集合

[ハッチンソン・楯の定理] <sup>[6]</sup>

2次元写像  $w_i (i = 1, 2, \dots, N) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  が、縮小的であるならば、即ち任意の  $x, y$  に対し、

$$d(w_i(x), w_i(y)) \leq s \cdot d(x, y) \leq d(x,$$

y)

を満たし、それぞれ唯一の不動点を持つなら、以下を満たす不変集合Aが唯一存在する。

$$A = \bigcup_{i=1}^N W_i(A)$$

ただし、 $d(\cdot, \cdot)$  はユークリッド距離である。

この不変集合は、非常に多くのフラクタル図形を表しうるものが分かっており、規則的なフラクタルは、ほとんどこの形式によって表現できる。<sup>[6]</sup> つまり、規則的なフラクタルであれば、それ自身の縮小写像の和として表すことができるのである。IFSシステムも、この定理にその基礎を置いている。

## b) アフィン変換群とランダムな選択

縮小写像を行うアフィン変換群  $w_1, w_2, \dots, w_N$  がある。wは、例えば、次の形式で表される。

$$w \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

任意の点  $z_0$  を選び、点列  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_{1,000,000}, \dots$  を生成するために、変換  $(w_1, w_2, \dots, w_N)$  をそれぞれの写像を選ぶための確率値に基づいて、ランダムに取り出して適用する。例

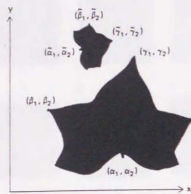


fig-14

例えば、 $z_{73}$ を得るには、 $w_1(z_{72})$ 、 $w_2(z_{72})$ 、 $\dots$ 、 $w_N(z_{72})$ から任意に一点を選ぶ。すると、この点列は、次の極限集合に収束する。

$$A = w_1(A) \cup w_2(A) \cup \dots \cup w_N(A)$$

先に述べたように、規則的なフラクタルや自己アフィンなフラクタルは、全てこの形に表しうる。

Aは、それを作った変換 $w_1 \sim w_N$ が分かれば、完全に確定される。また、Aはそれぞれの変換に与えられた条件つき確率が正である限り、確率値には依存しない。ただし、いづれかの確率が小さすぎると、全体像が現れるまでに時間がかかる。

#### c) アフィン変換の例

fig-14 に示す大きな葉は、変換前のものである。小さな葉は、それに縮小的なアフィン変換を施したものである。このとき、

$$w \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by + e \\ cx + dy + f \end{bmatrix}$$

とすると、変換 $w$ の $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$ を求めたい。 $a$ 、 $b$ 、 $e$ は、次の線形方程式を解くことによって得られる。

$$\begin{aligned} \alpha_1 a + \alpha_2 b + e &= \tilde{\alpha}_1 \\ \beta_1 a + \beta_2 b + e &= \tilde{\beta}_1 \\ \gamma_1 a + \gamma_2 b + e &= \tilde{\gamma}_1 \end{aligned}$$



fig-15

同様に、 $c$ 、 $d$ 、 $f$ は、次の線形方程式を解くことによって得られる。

$$\begin{aligned} \alpha_1 c + \alpha_2 d + f &= \tilde{\alpha}_2 \\ \beta_1 c + \beta_2 d + f &= \tilde{\beta}_2 \\ \gamma_1 c + \gamma_2 d + f &= \tilde{\gamma}_2 \end{aligned}$$

#### d) IFSアトラクタの例

fig-15 は、以下のような縮小的アフィン変換によって得られた不変集合の例である。

$$w_1(x) = (0.836x + 0.044y, -0.044x + 0.836y + 0.169)$$

$$w_2(x) = (-0.141x + 0.302y, 0.302x + 0.141y + 0.127)$$

$$w_3(x) = (0.141x - 0.302y, 0.302x + 0.141y + 0.169)$$

$$w_4(x) = (0, 0.175337y)$$

ここで、それぞれの変換を選択する確率 $p_i$ とすると、 $(p_1, p_2, p_3, p_4) = (0.4, 0.2, 0.2, 0.2)$ として、5000回反復した結果得られた軌道が、fig-15 に示したものである。このアトラクタの存在は、エルトンによって証明されている。

#### [エルトンの定理]

任意の初期値 $x_0 \in \mathbf{R}^2$ 及び任意の $\mathbf{R}^2$ 上の閉球Bに対して、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\#\{x_n \mid x_n \in B\}}{n}$$

は、唯一の値 $\mu(B)$ に収束する。ただし、 $\mu$

$\{ \}$  は、軌道 $x_0, x_1, \dots, x_n$ の中で、Bに属する点の総数を表し、 $\mu(B)$ はボレル測度である。

#### 2) IFSコードの決定

##### a) IFSコード

2次元空間 $\mathbf{R}^2$ からそれ自身へのアフィン変換 $w: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ は、次式によって定義される。

$$w \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + b_2 \end{bmatrix}$$

$a_{ij}, b_j$ は、実定数である。

Aは、行列 $(a_{ij})$ 、 $b$ をベクトル $(b_1, b_2)$ と書き、 $x$ はベクトル $(x_1, x_2)$ と書くこと、

$$w(x) = Ax + b$$

と書ける。

このように、アフィン変換は、6つの実数で決まる。ある一つのアフィン変換を与えられると、次の式を満たす非負の数 $s$ が、必ず存在する。

$$\|w(x) - w(y)\| \leq s \cdot \|x - y\|$$

このうち、最も小さい $s$ を、 $w$ に於けるリブシッツ定数と呼ぶ。ここで、

$$\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

である。

$s < 1$ であるアフィン変換は、縮小的と呼ばれ、全ての $\vec{x}, \vec{y}$ について、次式が満たされるとき、シメトリと呼ばれる。

$$\|w(x) - w(y)\| = \|x - y\|$$

逆に、リブシッツ定数が1より大きいときは、拡大的と呼ばれる。

2次元IFSは、N個のアフィン変換の集合で構成され、次のように表記されるものである。

$$\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_N\}$$

また、それぞれの写像は、確率集合 $\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ を持つ。ここで、 $p_i > 0$ で、かつ

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N = 1$$

である。

$s_i$ を $w_i$  ( $n=1, 2, \dots, N$ )のリブシッツ定数とする。

もし、次式を満たせば、IFSコードは、平均縮小条件に従うという。

$$s_1^{p_1} \cdot s_2^{p_2} \cdot s_3^{p_3} \cdot \dots \cdot s_N^{p_N} < 1$$

IFSコードは、平均縮小条件を満たすような一つのIFSであり、以下のように縮小的アフィン変換と、その選択確率の組として構成されるものである。

$$\text{IFSコード } \{w_n, p_n \mid n=1, 2, \dots, N\}$$





fig-16

## b) IFSコードの決定

IFSコードを一つ決定すると、エルトンの定理から、一意に定まる、ある極限集合が得られる。従って、IFSシステムによって求めるものは、正にこのIFSコードなのである。このうち、アトラクタの構造を決めるのは、 $w_n$ であり、レンダリングの情報を決めるのは、 $p_n$ である。

IFSシステムに於いては、このIFSコードを、後に述べるカラージュ定理に基づいて、会話型で決定していくのである。

## [カラージュ・アルゴリズム]

まず、目標とする図形イメージを、ターゲット集合 $T$ とする。適当な数 $N$ の、 $T$ に関する縮小像 $S_i$ を用意し(これをサブタイトルと呼ぶ)、画面上で調節しながら、目標イメージ $T$ を、これらのサブタイトルで巧みに覆っていく。このようにしてできるサブタイトルの和集合をカラージュと呼び、また、各サブタイトルに関して、 $s_i = w_i(T)$ となる縮小的アフィン写像が定まる。このとき、できるだけ重複のないようにサブタイトルを決定していくと、効率的なIFSコードを求めることができ、カラージュが視覚的に $T$ に近いほど、得られる不変集合も $T$ に近くなる。 $N$ は、できるだけ小さい方が良く、次に述べるカラージュ定理は、カラー

ジュが目標イメージ $T$ に視覚的に近くなれば、そこで得られるアトラクタも $T$ に近くなることを保証するものである。

[カラージュ定理]<sup>[11]</sup>

カラージュ定理は、反復関数システムIFSのアトラクタ $A$ と、目標の集合 $T$ とのハウスドルフ距離について記述するものである。

$\{w_n, p_n : n = 1, 2, \dots, N\}$ を、縮小アフィン変換によるIFSコードとする。 $s < 1$ を写像の最大リプシッツ定数とする。 $\varepsilon$ は正の数とする。 $T$ は与えられた $\mathbf{R}^2$ 上の有界閉部分集合とし、写像 $w_i$ は、次の様に選ばれているとする。

$$h\left(T, \bigcup_{n=1}^N w_n(T)\right) < \varepsilon$$

すると、

$$h(T, A) < \frac{\varepsilon}{1-s}$$

ここに於いて、 $A$ は、IFSのアトラクタである。つまり、目標イメージ $T$ に十分近くなるような $\bigcup_{n=1}^N w_n(T)$ が決定されれば、それによるアトラクタも、 $T$ に十分近くなるのである。

[9] 徳永隆治他: 最も簡単なカオスの力学系IFS (数理学No.348)

[10] 前出 高安著: フラクタル

[11] 前出: フラクタル・イメージ

## 5.4 対象パターンの前方軌道化、逆軌道化の可能性

## 5.4.1 可能性と問題点

## 1) 対象パターンがフラクタルであるとき

少なくとも、対象パターンが規則的なフラクタル、つまり、自己相似集合となっているとき、あるいは、自己アフィンな集合となっているときは、IFS型のアプローチによって、対象パターンを生み出すための規則(IFSコード)を得ることができそうである。例えば、ジュリア集合はフラクタルであることが分かっているが、このジュリア集合を得るための標準的なアルゴリズムは、まさに最も単純なIFSシステムとも呼ぶべきものである。即ち、ある初期値 $U_0$ から出発し、その逆軌道を求めていく。このとき、 $U_0$ の逆像としては、

$$w_1(U) = +\sqrt{U-c}$$

と

$$w_2(U) = -\sqrt{U-c}$$

の二つある。

このとき、正と負の逆像のうちどちらを選択するかは、乱数によって決めていく。従って、これは逆像ツリー上のランダムウォークと見なせる。このようにして、順次逆像を求めていくと、ほぼジュリア集合に近い形が得られる。ただし、このときの変換は、非線形であり、多少の修正を加えないと、対象とする $c$ の値によっては、ジュリア

集合の全貌を得るまでに、非常な時間がかかることになる。

## 2) 対象パターンが単純な図形であるとき

前述した様に、対象とするパターンが、線分や円周などのときは、ジュリア集合として表すことができる。また、対象とするパターンが、対称形るとき、パラメータ $c$ も対称な位置にある。

## 3) 対象パターンが複素力学系の軌道であることが分かっているとき

仮に、あるパターンが、複素力学系の作り出す軌道のパターンであることが分かるとしても、数多くの問題がある。

## a) 未知数

ここで、少なくとも、関数形は分かっているものとする。

このとき、未知なのは、

- i) 初期値 $z_0$ 。
- ii) パラメータの値
- iii) 点列の最初の値 $z_1$ 。
- iv) 点列の最終値 $z_n$ 。

であり、これらの未知数を決定するための戦略が

必要となる。

b) 座標系の問題

複素点列の逆算に関しては、原点の位置及び、対象パターンに対する座標軸の角度を推定する必要がある。このうち、不動点があれば、それを手がかりとすることができる。

c) スケール（縮尺）の問題

パターンそれ自体としては、複素力学系の軌道点列であったとしても、実際の縮尺が分からなければパラメータ等の数値を求めることはできない。

以上のように、少し考えただけでも、多くの問題が発生してくる。これらの問題に対処するためには、複素力学系そのものの発展を含めて、更に多くの知見や試みが必要とされるであろう。

# 6

まとめ  
epilogue



## 6. まとめ

今のところ、規則的とは呼べないような”ランダムな”パターンを、如何に扱おうのかというのが、本論の主題であった。そこでは、関連すると思われる諸々の事項が現われ、また消えていった。もとより、一つのストーリーに基づいて、直線的に記述することよりも、むしろ様々なアプローチの可能性を探ることこそ、重点が置かれていた。とはいえ、論旨がかなり錯綜して不明瞭になっている部分があることも否めないと思う。そこで、ここでは、何ができ、何ができなかったのかを、率直に記してまとめたい。

## \*

ランダムなパターンと呼ぶものに対するアプローチは、かなり以前から行われ続けてきた。そして、それはほとんど全て確率論的な観点からのアプローチであった。本論に於いても、確率は登場しているが、基本となっているものは、形態的・幾何学的な観点である。つまり、確率論的なアプローチが、パターンの性質というよりも、その背後に隠されている確率、及びその確率分布としての規則性を解明することによって、結果的にパターンの性質あるいは因果関係を論じようという構えに対し、本論のそれは、異なっている。一見、ランダムに見えるパターンの背後に

ある規則性（言い換えれば、記述可能性）を見出そうとする意図は同じであっても、確かに、様々にあり得たかもしれない多くの可能性の中で、結果として、このようにしか成り得なかった、この世界の様に、結局、そのようであり得ないパターンの原因を探ることよりも、まず、パターンの持つ性質そのものから、いかなる記述可能性を発見しうるのか、という構えをとったのである。

その手掛かりの一つとなったのは、フラクタル理論であった。フラクタル理論は、今のところ、ランダムなパターンに対して、幾何学的観点からアプローチできるほとんど唯一のものであり、フラクタル次元という指数によって、見えがかりの異なるパターンどおしに共通する性質に言及することができるということは画期的なことである。しかし、フラクタル理論自体にも様々な拡張が試みられているというものの、フラクタルではないパターンは、依然として残されたままである。これらに対するアプローチの方法として、本論では、

- i) <相>\*の記述
- ii) <型>\*の記述
- iii) <構造>\*の設定

という3段階に分けて、ランダムパターンを記述するための、様々な可能性を探索した。その中でも、まず、〈相〉\*の記述の一つとして構成した自己相関度\*及び乱れ度\*は、これまで統計・確率的にしか捉えられてこなかったランダムさの一面を、形態的・幾何学的観点から記述できるものとして、なにがしかの役割を果たし得たと考えている。集落の配置パターンの場合、重心点分布として見たときには、配置のルースさを反映して、かなり高い乱れ度\*の値を示すが、形をそのまま保存して、面的なデータとして計算すると、どの集落も、一転して乱れ度\*は低くなる。これらは、各住居ひとつひとつのまとまりが反映しているからであるが、この意味でも、集落は、見えがかりのルースさにかかわらず、確実に秩序づけられていると言うことができるだろう。

その他、〈相〉\*の記述に関して、様々な指標を構成した。従来、最近隣距離の平均値に基づいて、ランダム型を基準とした3つの分類しかなかったことを考えると、他の性質に基づいたパターンの特徴を計量できる指標や手法を幾つか用意できたことは、一応の成果であろう。

特に、フラクタル理論からの拡張として構成した階層的格子変化法\*と呼ぶ方法は、〈型〉\*の設

定及び〈構造〉\*の設定へと展開させていく上で、基礎となるものである。固有名詞としての性格をもつ〈相〉\*に対して、〈型〉\*とは、ランダムパターンを巡る普通名詞的なものであり、《図形幾何学》に於ける丸や三角、四角といった図形概念に相当するものである。〈相〉\*の記述に於いて構成した指標の値を基に、幾つかの〈型〉\*の設定を試みた。これは、既存のランダム型、凝集型、均等型という3つの型を更に延長したものである。その他にも、階層的格子変化法\*から得られるグラフ形を基にして〈型〉\*の設定を行った。そもそも、階層的格子変化法\*と呼んでいる手法の元になっているのは、フラクタル次元を測定するための方法であるが、フラクタルでないものについても、そこで得られるグラフの形に特徴が表れるはずだという着想に基づいている。

ところで、これらのランダムパターンに関して最も重要な性質とは、一体何であろうか。例えば、通常、〈構造〉\*と言う場合には、要素と要素の間の関係性に関心が払われている。しかし、フラクタルに於ける中心概念であるところの自己相似性という性質を考えてみると、そこでは、部分と部分の関係ではなく、レベルの異なる部分と全体(様々なレベルでのより大きな部分)との間の

関係性に基づいている。本論では、このような部分と全体の間に見出しうる何らかの関係性を、パターンを〈構造〉\*と呼んで、〈型〉\*や通常の「構造」より上位にあると思われる、もっと大きな性質に言及することを試みた。フラクタルのもつ自己相似性という性質は、ことばを変えれば、スケール不変性のことでもある。つまり、観測の尺度を変えても、その見え方の複雑さが変化しないという性質である。とすれば、観測の尺度を徐々に細かく見ていったとき、それにつれて見え方の複雑さが増してくるようなパターンや、逆に、細かく見れば見るほど、単純になってくるようなパターンもあるに違いない。

この特徴を抽出するために、〈相〉\*の記述や〈型〉\*の設定に於いて用いた階層的格子変化法\*によって、観測尺度を変えたときの複雑さの変化率を図化し、この変化率のことを仮に〈acceleration〉\*と呼んで、パターンを〈構造〉\*や〈型〉\*を設定するための基礎に置いた。これにより、いわゆるフラクタルを、〈acceleration〉\* $\neq 0$ のパターンと位置づけ、これを基準とした4つの〈構造〉\*を設定した。

- a) 〈acceleration〉\* $\neq 0$ のパターン  
 ⇒ フラクタル(スケール不変性)

b) 正の〈acceleration〉\*をもつパターン

⇒ 観測尺度を細かくするにつれて、徐々に複雑さが増してくるようなパターン

c) 負の〈acceleration〉\*をもつパターン

⇒ 観測尺度を細かくするにつれて、徐々に複雑さが減ってくるようなパターン

d) その他(正と負の〈acceleration〉\*をもつパターン)

これら、本論で構成した幾つかの手法の有効性を確かめるため、これまで研究室で長年にわたって調査してきた海外の伝統的集落の配置パターン全131例に適用した。まずは、〈相〉\*の記述に於いて設定した指標の数値を求め、それによってクラスター分析を行なった。その後、地域数6と同程度のグループに分けた場合の群を調べ、ほぼ類似したパターンが識別されていることを確かめた。次に、階層格子的変化法\*に基づいた分類を試みた。この集落の配置パターンの分析は、それぞれの住居の重心点分布としてのパターンと、そのままの形で面的なデータとしての分析の2種類行っている。これにより、主として形態的・幾何学的観点から、様々な地域にまたがる集落の配置パターンについての、類似と差異に言及できる可能性が開けたと考える。その他、比較のために、



線的なパターンや都市的なパターンについても、手法を適用してみた。ここまでの記述は、全て分析的であったが、非常に簡単な図形を除いては、パターンを分析してその特徴を取り出すと、必ずその他の情報が抜け落ちる。逆に、分析によって得られたものをいくら積み重ねても、元のパターンには決して到達することはできない。このことを敷衍すれば、結局パターンはパターンをもってしか記述できないことになる。これに対して、デカルトは、図形を方程式で表すことに成功した。それと同様な試みをランダムパターンに関して行うための第一歩として、その可能性を探ってみた。真にパターンの等価物として、簡単な数式やそれを生み出すための単純なルールに置き換えることを目標とし、そのための方法論として、複素力学系と呼ばれる数学の一分野に着目した。しかし、IFSシステムと呼ばれる現在アメリカで開発中のシステムの存在によって、そのような試みが全く的外れではないことが分かったものの、何分にも問題の大きさが大きすぎるため、十分な成果を出すには至らなかった。そこでは、それらがつくり出す軌道のパターンを調べることにまず主眼を置き、その特徴量である固有値やポテンシャルとの関係を主に調べた。

このように、単なる可能性の示唆も含め、ランダムなパターンに関する様々な側面からのアプローチを試みてきた。もともと、すぐに結論の出るような類の研究ではなく、果たしてどれほどのことがなし得たのかについては、諸賢の判断を仰ぐしかないが、これらのランダムパターンに関する記述法として、従来、確率分布に基づいた大まかな3つの分類しかなかったことを考えると、目標とした基礎論の概略的枠組みづくり、あるいは、形態的・幾何学的観点からのアプローチの可能性は、示し得たのではないかと考えている。

\*

それでも、まだやり残したことが依然として山積みになっている。この探求は、今ようやく始まったばかりなのだ。現在、様々な分野に於いて、不規則なものや複雑なものに対する関心が、急速に高まりつつある。それは、ことばを換えれば、自然に対する関心である。建築もまたこの動きと無縁ではない。思えば、今まで我々が用いてきた幾何学の何と初等的なことか。本論では、十分に展開できなかったが、この種の問題に対処するためには、分析的な思考方法ではなく、まさに生成の論理が重要になってくると信ずる。



Faint, illegible text visible through the paper from the reverse side of the page.

## 付録

1. マンデルブロー集合の辞書
2. プログラムリスト
3. 参考文献



