

非最小位相制御対象の  
2自由度構成によるロバスト制御

川 邊 武 俊

# もくじ

1 序論	1
1.1 非最小位相制御対象の概要	2
1.2 本書の構成	3
1.2.1 第1章の概要	3
1.2.2 第2章の概要	4
2 非最小位相制御対象の	
2 自由度構成によるロバスト制御	7
2.1 はじめに	8
2.1.1 非最小位相制御対象の物理上の実例	9
2.1.2 制御の目的と制御系の構成	10
2.1.3 本論文による2自由度構成の概要	11
2.1.4 予備的な考察(本論文でも 다루ない制御系の構成と制御性能)	12
2.2 非最小位相制御対象の2自由度構成によるロバスト制御	
2.2.1 制御系	13
2.2.2 制御系の設計	14
2.2.3 制御系の評価	15
2.2.4 フォーワードパスの最適化の検討	16
2.2.5 制御系の実験結果、他のクラスの実験系との比較等について	17
2.3 非最小位相制御対象の2自由度構成の概要	18
2.3.1 制御系の構成と制御系の設計	19
2.3.2 制御系の評価	20
2.4 おわりに	21
3 非最小位相制御対象の2自由度構成によるロバスト制御	
3.1 はじめに	22
3.2 制御系の構成	23
3.3 制御系の設計	24
3.4 制御系の評価	25

川邊武俊

# もくじ

1 序章	1
1.1 非最小位相制御対象の制御	2
1.2 本研究の概要	3
1.2.1 本研究の範囲	3
1.2.2 本論文の構成	6
2 ロバストな2自由度制御系の設計法	7
2.1 はじめに	8
2.1.1 非最小位相制御対象の制御上の問題点	8
2.1.2 制御の目的と制御装置の2自由度構成	10
2.1.3 本方法による2自由度制御系の設計	11
2.1.4 不安定な極限ゼロ点をもつパルス伝達関数の最小位相系近似法	13
2.2 ある種の非最小位相制御対象に対するロバストなフィードバック補償器の設計	17
2.2.1 あつかう非最小位相系のクラス	17
2.2.2 設計の方針	19
2.2.3 一巡伝達関数の周波数整形	23
2.2.4 フィードバック補償器の設計手順	33
2.2.5 内部モデルの付加, 他のクラスの非最小位相制御対象について	34
2.3 非最小位相制御対象の前置補償器の設計	35
2.3.1 連続系で制御対象が非最小位相系の場合	35
2.4 まとめ	37
3 操作端の飽和に対し制御演算の暴走を防ぐ内部安定化制御装置のブロック構成法	39
3.1 はじめに	40
3.2 飽和要素を用いた制御装置内信号の有界化	41

3.2.1	1 自由度制御系の場合	41
3.2.2	他の anti-windup 法との関係	42
3.2.3	2 自由度制御系の場合	47
3.3	まとめ	47
4	周波数領域でノイズやアンモデルダイナミクスを考慮するパラメータ同定法	50
4.1	はじめに	51
4.2	最小 2 乗法を基にした周波数重み付け同定法	52
4.3	計算機シミュレーションによる実証	54
4.3.1	自動車の後輪舵角からヨーレートへの伝達関数	54
4.4	実機の同定	58
4.4.1	自動車の後輪操舵角からヨーレートへの伝達関数	58
4.4.2	エルロン駆動系の目標値から舵角への伝達関数	60
4.5	まとめ	61
5	本方法の実機での検証	63
5.1	四輪操舵車の運動制御	64
5.1.1	はじめに	64
5.1.2	人間 - 自動車系	65
5.1.3	自動車の横運動 (操舵応答) ダイナミクス	67
5.1.4	$D^*$ モデルフォロイング制御装置の設計と実験	73
5.1.5	フィードバック系の設計	86
5.1.6	まとめ	91
5.2	電動位置決めサーボ系の制御	92
5.2.1	はじめに	92
5.2.2	位置決め機構	93
5.2.3	制御装置の設計	97
5.2.4	実機実験	102
5.2.5	1 自由度制御系 (PID) との比較実験	106
5.2.6	まとめ	110
6	終章	111
6.1	まとめ	112
6.2	今後の課題	113



参考文献

参考文献

114

付録

121

謝辞

125

1	謝辞
2	謝辞
3	謝辞
4	謝辞
5	謝辞
6	謝辞
7	謝辞
8	謝辞
9	謝辞
10	謝辞
11	謝辞
12	謝辞
13	謝辞
14	謝辞
15	謝辞
16	謝辞
17	謝辞
18	謝辞
19	謝辞
20	謝辞
21	謝辞
22	謝辞
23	謝辞
24	謝辞
25	謝辞
26	謝辞
27	謝辞
28	謝辞
29	謝辞
30	謝辞
31	謝辞
32	謝辞
33	謝辞
34	謝辞
35	謝辞
36	謝辞
37	謝辞
38	謝辞
39	謝辞
40	謝辞
41	謝辞
42	謝辞
43	謝辞
44	謝辞
45	謝辞
46	謝辞
47	謝辞
48	謝辞
49	謝辞
50	謝辞
51	謝辞
52	謝辞
53	謝辞
54	謝辞
55	謝辞
56	謝辞
57	謝辞
58	謝辞
59	謝辞
60	謝辞
61	謝辞
62	謝辞
63	謝辞
64	謝辞
65	謝辞
66	謝辞
67	謝辞
68	謝辞
69	謝辞
70	謝辞
71	謝辞
72	謝辞
73	謝辞
74	謝辞
75	謝辞
76	謝辞
77	謝辞
78	謝辞
79	謝辞
80	謝辞
81	謝辞
82	謝辞
83	謝辞
84	謝辞
85	謝辞
86	謝辞
87	謝辞
88	謝辞
89	謝辞
90	謝辞
91	謝辞
92	謝辞
93	謝辞
94	謝辞
95	謝辞
96	謝辞
97	謝辞
98	謝辞
99	謝辞
100	謝辞

# 記号一覧

$\mathcal{R}^n$	$n$ 次の実数ベクトルの集合
RHP	開複素右半平面
$RH_\infty$	プロパーで安定な有理伝達関数行列の集合
$I$	単位行列
$j$	虚数単位
$O$	ゼロ行列
$\lambda(A)$	行列 $A$ の固有値
$\sigma(A)$	行列 $A$ の特異値
$\bar{\sigma}(A)$	行列 $A$ の最大特異値
$s$	ラプラス演算子
$z$	$z$ 演算子
$\delta$	$\delta$ 演算子
$d_1$	入力外乱
$d_2$	出力外乱
$r$	目標値 または参照入力
$t$	時刻
$T_s$	サンプリング周期
$u$	制御装置出力
$y$	制御対象出力
$\bar{z}$	制御量
$z_1$	RHP のゼロ点
$\omega$	角周波数
$K$	制御装置 (1 自由度制御系の)
$K_2$	制御装置 (2 自由度制御系の)
$P$	制御対象
$P_0$	制御対象モデル
$S$	感度: $= (I + PK)^{-1}$
$T$	相補感度: $= PKS$
$\Delta_m$	乗法的モデル化誤差
$\text{sat}(\cdot)$	飽和要素      iv

### 伝達関数の表記

システムの状態空間表現が、入力を  $u$  出力を  $y$ , 状態量を  $x$  として

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

とあらわされる時、入力  $u(s)$  から 出力  $y(s)$  への伝達関数  $G(s)$  を

$$G(s) = [A, B, C, D]$$

または

$$G(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$$

と表す.

### 線形分数変換の表記

線形分数変換  $\mathcal{F}_V(G, K)$  を次のように定義する:

$$\mathcal{F}_V(G, K) \cong G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}$$

ここで  $\det(I - G_{22}K) \neq 0$ , ただし

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}.$$



## 1.1 非最小位相制御対象の制御

連続系伝達関数で動的システムを表したとき、無限遠点を含む複素左半平面にだけゼロ点をもつ最小位相系にたいし、右半平面にゼロ点をもつ動的システムを非最小位相系という。工学上で制御対象として扱われる非最小位相系には例えば次のようなものがある。

- 四輪操舵車: 後輪舵角から横加速度への伝達関数 [29].
- 飛行機: 昇降舵から前進速度への伝達関数, 方向舵からローリング角への伝達関数 [32].
- 双翼操舵式飛翔体: 舵角から垂直加速度への伝達関数 [34].
- Hubble 望遠鏡 (宇宙柔軟構造物): 制御力から変位への伝達関数 [78].
- 連続系で相対次数が2以上である動的システムを離散化したパルス伝達関数 [3, 33].

自動車や飛行機では従来実現が困難であった諸性能を実現するため、最近積極的に制御技術が採り入れられている。身近な例としては自動車の四輪操舵、旅客機のスAS (Stability Augmentation System: 安定性増大システム) [32] がある。四輪操舵の導入は操舵応答特性や安定性、SAS は操縦安定性のほか乗り心地、燃費に関与する。制御技術により燃費性能や操縦性能、運動性能が向上することは飛行機や自動車など乗りものを運用するうえで安全性や経済性への貢献が大きいと考えられている。飛行機と自動車が非最小位相系になる理由として、前後の翼やタイヤが発生する二つの力が作用しあって、連成した並進と回転の運動が起こるという力学構造上の相似点があげられる。

医学や工学、通信をはじめ色々な分野で宇宙利用は近年注目を集めている。宇宙利用の足掛かりとなる宇宙ステーションや宇宙構造物は打ち上げコストを小さくするため厳しく軽量化が求められる結果、柔軟な構造になることが多い。柔軟構造であるのに、精密な位置決めが要求される宇宙ステーションや衛星のマストやアンテナでは構造振動を制御で抑制しようとする [28, 44]。検出器 (センサー) と操作端 (アクチュエータ) の軸が一致しない non-colocate な場合、柔軟構造物が非最小位相系となることがある [79]。

半導体技術が発達した今日では、制御技術を実機に応用するとき、マイクロプロセッサを利用することが多い。このとき制御系設計では、まず制御対象のパルス



伝達関数を同定し、これを制御対象モデルとして制御系設計をすすめることがある[33]。このとき制御対象の連続系での伝達関数の相対次数が2以上であるならたとえ最小位相系であっても、サンプリング周期を短くすると必ずパルス伝達関数は非最小位相系になることが知られている[4]。制御対象をモデル化するとき、検出器と操作端の特性を1次遅れ系として真の制御対象に直列につないだモデルをつくることがあるが、このような場合、連続系で制御対象のモデルの相対次数は2以上になる。特に機械系の制御の分野では、制御対象が基本的に慣性系であったり2次振動系であることが普通で、連続系伝達関数の相対次数が2以上であることは操作を加えてから出力に影響がでるまでに時間遅れがあるダイナミカルシステムではむしろ一般的である。サンプリング周期を十分長くするとゼロ点は不安定領域(単位円外)に出ないことがあるが、サンプリング周期が長いとフィードバック制御では耐外乱性や安定余裕が満足できないことがある。

このように実機にたいして制御系を設計する場合、応用上重要な面で制御対象として非最小位相系が現れることがある。これまでに非最小位相制御対象の制御系設計を扱ったものとして文献[27, 62, 63, 64]、2自由度制御系の設計法として文献[13, 16, 47, 59]がある。しかし、これらの設計法は非最小位相系に適用できても特に非最小位相系の特殊性を考慮していない。また、制御系として重要な感度や安定余裕の仕様を盛り込みにくい[27, 13, 16, 59, 62, 63, 64]設計法になっている。

## 1.2 本研究の概要

色々な工学上の要請から非最小位相系を制御しようとするところがあるが、最小位相系に比べて非最小位相系はある意味で制御が困難である。この研究の目的は非最小位相制御対象を実際に制御し、実用に供することにある。本研究は以下の内容を含む。

### 1.2.1 本研究の範囲

実機の制御系を構築する過程には、制御対象のデータから制御対象のモデルを作る過程、制御対象のモデルに対し制御装置を設計する過程、制御装置を計算機で実現する過程がある。より良い制御性能をえるためには、以上のどの過程でも適切な方法がとられることが必要となる。本研究では非最小位相制御対象に対する制御系の設計に必要な次の方法を与える。

1. 非最小位相制御対象に対する制御装置の設計方法。

2. 制御対象のモデル化の方法, パラメータ同定の方法,

3. 制御装置を計算機で実現する方法,

さらにこれらの方法を実機において検証する。

### 制御装置の設計法について

制御装置の設計に関して, 最近, 線形制御理論の分野でロバスト制御, 2自由度制御系の研究が進められている, これらの研究の傾向としては, 例えば  $H^\infty$  制御 [11] に代表されるように, 一般性の高い汎用的な枠組を用意することを目的としているように見受けられる, 一方実機の制御装置の設計では, ある種の特徴を持つ制御対象に対してはその特徴に合わせて設計法を特殊化する必要性が生じる, 特に制御対象が非最小位相系である場合は最小位相系の場合より達成できる制御性能の限界が低いとため, 設計法があまりに汎用的なものであると設計者自身にこの限界がつかみにくく, 設計がしにくいという問題が起こる, また, 最近のロバスト制御の方法で制御装置を設計するには制御対象の不確かさに関する情報が必要とされる [12, 53], ところが制御対象の不確かさを含めたモデル化の方法は研究途上にあり [2], 現状では必ずしも制御対象の不確かさの情報が得られるとは限らない, 制御対象の不確かさが正確には分からない時, ロバスト制御の設計法は実用的な設計法とならないことが想像される, 本研究では, 非最小位相系の特徴を考慮した実用的な2自由度構成の制御装置の設計法を与える。

まず相対次数が2以上の連続系制御対象で, 離散化したときパルス伝達関数が非最小位相系となる問題に対しては非最小位相系であるパルス伝達関数を最小位相系に近似する方法を与える, 最小位相系への近似により特に不安定ゼロ点を意識しない設計法を使うことができる, 近似による誤差はもちろんアンモデルドダイナミクスとなるが, この場合近似誤差は既知なのでロバスト制御の手法を適用して対処することができる。

2自由度構成の制御装置はフィードバック補償器と前置補償器を持つが, 連続系において不安定ゼロ点を持つ制御対象についてはフィードバック補償器, 前置補償器それぞれについて設計法を与える, フィードバック補償器についてはとくに前節にあげた例を含むある種の非最小位相制御対象に対して有効な設計法を与える, 実用的な設計法とするため, ここでは古くから使われている一巡伝達関数の周波数整形を考える, 与える前置補償器の設計法は制御対象が不安定ゼロ点を持つことを考慮したものであるが, 結果的に一般の(最小位相系を含めた多入力多出力の)制御対象にも適用できる方法になっている。

## 制御対象のモデル化の方法、パラメータ同定の方法について

以後、制御対象のモデルを制御対象モデルと呼ぶ。制御装置の設計は制御対象モデルに対して行なうので、制御対象モデルは制御の仕様や設計法に応じて制御対象の特徴を十分に表現したものではなくてはならない。本研究では主に周波数領域で制御系設計を考えるので、制御対象モデルの精度も周波数領域で考慮するのがよいと考えられる。例えば安定性は制御系の重要な性質のひとつであるが、閉ループ系を構成したとき安定性を支配する周波数帯域では他の周波数帯域と比べてモデル化の精度は高くあるべきであろう。そこで、制御対象のモデル化では周波数重みの概念を導入し、精度が必要な周波数帯域でモデル化誤差を少なくしたり、データに混入しているノイズの影響を少なくすることを考える。また実用上の観点から演算量が少ない同定法となることを重視する。

モデル化では、モデルの構造を同定する問題と、モデルの構造を決めた後モデルのパラメータを同定する問題がある。実際のモデル化の方法のひとつは、あらかじめいくつかのモデルの構造を候補としてあげておき、次にそれぞれの候補についてパラメータを同定してみて、モデル化誤差を評価したうえで候補の中から一つを選ぶ方法である。この方法ではパラメータ同定の役割が大きいので、本研究では制御対象の入出力データからモデルのパラメータを決定する問題を考える。ここで制御対象は1入力1出力のものを考える。

## 制御装置を計算機で実現する方法について

制御装置の設計において期待した制御性能が実機において発揮されるには、制御則が十分な精度で実行されなければならない。本研究では制御対象と制御装置は線形であるとの仮定のもとに内部安定な制御系を構成するが、実機においては操作量として使えるエネルギーには限りがあり操作端が飽和して線形性の仮定が崩れることがある。このとき内部安定性が保たれなくなり制御装置の出力が通常の範囲をはるかに越えて大きくなることもある。このような現象は制御装置が積分器を含む場合 windup 現象として知られている [4, 6, 56]。制御装置は計算機で実現されるであろうが計算機での変数の言語長には限りがあるので、操作端の飽和にそなえて変数の上限を大きく設定すると分解能が粗くなり通常の状態では演算精度が不足することがある。また、変数がオーバーフローすると演算が暴走した後制御が続けられなくなることが起こりうる。

線形性の仮定のもとに制御系を設計する以上において操作端の飽和は特殊な状況と考えられるが、ある種の制御対象(例えば本論文であつかう自動車の制御)では操

作端の飽和により変数がオーバーフローする事態は安全性や利便性の上から好ましくない、また限られた性能の搭載計算機で十分な演算精度を達成しなければ製品として成立しないことがある、このような理由から windup への対策、すなわち anti-windup 法を考えることが必要となる、ところが操作端の飽和の特性をはじめから線形な制御装置の設計に持ち込むことは問題を複雑化させると考えられる、そこで本研究では windup 対策は異常な状況への対策であると考え、操作端の飽和がないときは制御装置は線形の制御装置としてはたらし、操作端が飽和したときは演算がオーバーフローしない windup 対策を与える、また与える方法は全ての内部安定化制御装置に適用可能で、windup 対策が制御装置設計の制約にならない特徴がある、

### 本方法の検証について

制御系の設計法は実機への適用を前提としたものであるべきで、優劣は実機への適用結果で判断されると考えられる、本方法は自動車の四輪操舵 [14, 29]、電気モータを使った自動車用の位置決めサーボ系 [40, 41] の実機で有効性が検証されている、

四輪操舵では、自動車の後輪舵角を操作して横運動を制御する制御系を設計する、この例では制御対象は連続系で実軸上に不安定ゼロ点を持つ、本方法により自動車の操舵応答特性を設計者の決めた特性に近づけ、さらに横風に対する安定性を向上できることを実験結果で示す、

電気モータの位置決め制御では、モータ電流を操作量、モータ回転角を制御量としたとき、離散化によって一般に制御対象モデルのパス伝達関数に振動的なゼロ点が現れる問題を扱う、振動的なゼロ点に考慮をはらわずモデルマッチング制御系を構成すると、モータ電流が振動しノイズのもとになる可能性がある、そこで、振動的なゼロ点を除去した制御対象モデルを導き、問題を解決する、また、制御系は積分器をもつ構成になるので、本方法を適用し数値演算の暴走を避ける、結果として、自動車用としての仕様を満たす、ロバストで、動作が滑らかな 2 自由度サーボ系が実現できることを示す、

### 1.2.2 本論文の構成

本論文の構成を説明すると、制御装置の設計について第 2 章に述べる、制御装置の計算機での実現については第 3 章に述べる、周波数重みを導入したパラメータ同定については第 4 章に述べる、また、これらの方法の実機における適用結果は第 5 章において述べる、



## 2.1 はじめに

### 2.1.1 非線形制御系設計法の概要と特徴

本稿では、非線形制御系の設計法について概説する。

## 第 2 章

非線形制御系の設計法

### ロバストな 2 自由度制御系の設計法

ここでは、ロバストな 2 自由度制御系の設計法について概説する。まず、制御系設計の目的と要求事項を明らかにする。次に、制御系の設計法について概説する。最後に、制御系の設計法について概説する。

#### 2.1.1 (Waterbed 効果) (2)

制御系設計の目的と要求事項を明らかにする。次に、制御系の設計法について概説する。最後に、制御系の設計法について概説する。

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

と仮定する。ただし、

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{m}}$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c}{m}}$$

この制御系の設計法について概説する。

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

と仮定する。ただし、

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

ただし、 $\omega_n$  は固有角周波数、 $\zeta$

は減衰比を表す。

この制御系の設計法について概説する。



## 2.1 はじめに

### 2.1.1 非最小位相制御対象の制御上の問題点

まず非最小位相系の制御上の問題点を整理する。

#### フィードバック補償の場合

制御量の応答を外乱や制御対象の変動に対してできるだけ不感にしたいとき、フィードバック補償が有効である。安定性が満足されるとすると、フィードバックゲインが大きいほど制御対象の変動や外乱の影響があらわれにくくなる。一方、Nyquist の安定性に関する定理は一巡伝達関数の位相遅れが大きい周波数帯域では、制御ゲインを大きくできないことを教えている。非最小位相系は Bode 線図を描いた場合、同じゲイン曲線を持つ最小位相系より位相遅れが大きいので、フィードバック補償では最小位相系に比べハイゲインな制御系を組むことが困難になる。次の Waterbed 効果はこのことを端的に示している。

#### 定理 2.1 (Waterbed 効果 [10])

制御対象  $P(s)$  (1 入力 1 出力) が  $\text{RHP}$  (Right Half Plane) にゼロ点  $z_1$  を持つとする。  $M_1$ ,  $M_2$  を

$$M_1 = \max_{\omega_1 < \omega < \omega_2} |S(j\omega)|, \quad M_2 = \|S(s)\|_\infty$$

と定義する。ただし

$$S(s) = (1 + P(s)K(s))^{-1} \quad : \text{感度} \\ K(s) \quad : \text{制御装置.}$$

このとき次の不等式が成り立つ。

$$c_1 \log M_1 + c_2 \log M_2 \geq \log |S_{ap}(z_1)^{-1}| \geq 0 \quad (2.1)$$

ここで

$$c_1 = \frac{1}{\pi} \int_{D_1} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + (\omega - \omega_0)^2} d\omega$$

$$c_2 = \frac{1}{\pi} \int_{D_2} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + (\omega - \omega_0)^2} d\omega$$

$$D_1 = [-\omega_2, -\omega_1] \cap [\omega_1, \omega_2], \quad D_2 = \overline{D_1}, \quad z_1 = \sigma_0 + j\omega_0$$

ただし  $S_{ap}$  は  $S$  の all-pass 成分。□

この定理からつぎのことがわかる。

$|S_{ap}(z_1)|$  が同じなら、

- ある周波数領域  $[\omega_1, \omega_2]$  で  $|S(j\omega)|$  を下げると  $\|S\|_\infty$  が上がる。
- $|S(j\omega)|$  を小さくする周波数領域を広げると  $\|S\|_\infty$  が大きくなる。

$\|S\|_\infty$  は定義  $S = (I + PK)^{-1}$  より、一巡伝達関数  $PK$  の Nyquist 線図と点  $s = -1$  との距離の逆数である。 $\|S\|_\infty$  は安定余裕の尺度とみることができる。また、 $|S|$  は出力外乱から制御量への伝達関数ゲインに対応する。すなわち非最小位相系では、広い周波数帯域で耐外乱性をよくすると、安定余裕が必ず犠牲になることがわかる。これは非最小位相系で顕著な性質である。文献 [60] では、多入力多出力の場合でも、非最小位相系では  $\|S\|_\infty$  の上限を定めると、制御バンド内で達成できる感度の下限が定まるという類似の結果を示している。

### 前置補償の場合

非最小位相系は前置補償に関しても最小位相系にくらべ制約条件が多い。その結果、目標値応答特性を調整できる範囲が最小位相系より小さくなる。フィードバック制御だけでは外乱除去、ロバスト安定性の性能が満足されても、目標値にたいする制御量の応答特性が仕様を満たさないことがある。感度関数  $S$  と相補感度関数  $T = PKS$  は

$$S + T = I$$

の関係をもつ。フィードバック系は  $S(j\omega)$  の最小特異値が小さいほど耐外乱性に優れ、 $T(j\omega)$  の最大特異値が小さいほどロバスト安定であるが、感度関数  $S$  と相補感度関数  $T$  はトレードオフの関係にある [53]。そこでフィードバック制御装置の設計では  $|S|$  と  $|T|$  や  $|T|$  に関係の深い  $|KS|$  と  $|S|$  のトレードオフをとることがある [26, 46, 53, 54, 74]。しかし  $T$  は  $K$  を制御装置とする単一フィードバック系で目標値に対する制御量の応答特性でもある。いま、 $T$  は目標値応答の観点から設計されておらず、仕様を満たさないかもしれない。仕様を満たさないときは前置補償を追加して制御装置を2自由度構成とし、すなわち2自由度制御系を構成して目標値応答を仕様にあわせる方法が考えられる。前置補償器を設計する方法として理想的な応答をする規範モデルを導入し、目標値応答を規範モデル応答に近づける方法がある。フィードバック系が最小位相系であれば、フィードバック系の逆モデルを使い前置補償器は逆モデルと規範モデルの積になるように設計すると目標値応答を規範モデル応答に一致させることができる。ところが制御対象が非最小位相系であるとき、フィードバック系も非最小位相系になる。そのため、フィードバック系の逆系を含むと、前置補償器は安定にならず内部安定な2自由度制御系が構成できない。

制御対象が非最小位相系である場合、以上のような問題点がある。ゼロ点の位置は検出や操作の方法に対して不動のものではなく、例えば振動制御における検出器と操作端の colocation のように検出や操作の方法を適切に選ぶことによって、ゼロ点の位置を好ましい位置に動かすことができる。ところが、場合によっては制御対象の機械的構造やコストの制約から、最適位置で検出や操作を実現できないことがあり、制御対象は非最小位相系として扱わざるをえない場合がある。また、パルス伝達関数が連続系伝達関数の相対次数に関連して不安定ゼロ点をもつことは検出器位置など制御対象側の改良では解決できない問題である。本論文の主なテーマはこのようなとき、どのような考え方、方法で制御系を設計するかという問題を扱うことである。

### 2.1.2 制御の目的と制御装置の2自由度構成

制御対象をフィードバック補償する機能と前置補償(目標値からのフィードフォワード補償)する機能を持つ制御装置を2自由度構成の制御装置と呼ぶ。2自由度制御装置を持つ制御系は2自由度制御系である。本研究では2自由度構成の制御装置の設計を考えるが、制御の目的として次の項目を考慮する。

- ロバスト性能

制御対象にある範囲の変動が起こっても安定性が崩れない、制御対象にある範囲の変動が起こっても閉ループ系の応答特性がある範囲内でしか変化しない。

- 耐外乱性

制御量が外乱の影響を受けにくい、外乱の影響が速くおさまる。

- 目標値応答特性

目標値に対し制御量の追従特性が仕様を満たす。

ロバスト性能と外乱除去はフィードバック補償により実現される可能性がある。一方、目標値応答性能が仕様を満たさない時は、前置補償で解決できる可能性がある。前置補償とフィードバック補償を併用する2自由度構成の制御装置では、どちらか一方の補償しかしない場合に比べて、ここにあげた全ての項目を満足する可能性が高くなる。本設計法では、まずロバスト性能、外乱除去の性能を満足する目的でフィードバック補償器を設計し、これで目標値応答が満足されない場合には別途前置補償器を追加する手順で2自由度制御系を設計する。

2自由度制御系の自由度やフィードバック補償器と前置補償器との関係は既約分解表現を用いた内部安定化2自由度補償器のパラメトリゼーションから明らかにさ

れている [51, 77]. この結果によると, 2 自由度制御系はフィードバック補償器と制御対象によって構成される 1 自由度制御系に安定な前置補償器を追加したものである. すなわち本方法のような設計手順をとっても 2 自由度制御系としての自由度は損なわれない. しかも前置補償器とフィードバック補償器は別々な最適化の過程で設計した方がより良い制御性能を得られることがある [47]. 設計手順を具体的に示すと次のようになる.

## 2 自由度制御系の設計手順

Step 1:

ロバスト性能, 耐外乱性などの仕様から, 閉ループ系を内部安定化する制御装置  $K$  を設計する.

Step 2:

$K$  を  $RH_\infty$  上で適当に左既約分解表現する,

$$K(s) = \tilde{K}_d^{-1}(s) \tilde{K}_n(s)$$

Step 3:

必要があれば, 目標値応答の仕様から, 適当な前置補償器  $Q(s) \in RH_\infty$  を導入し, 制御装置,

$$u(s) = K_2 \begin{bmatrix} r(s) \\ y(s) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$= \tilde{K}_d^{-1}(s) (Q(s)r(s) - \tilde{K}_n(s)\tilde{z}(s)) \quad (2.3)$$

を構成する.

以下, 本方法の概略を説明する.

### 2.1.3 本方法による 2 自由度制御系の設計

連続系としては最小位相系であっても連続系伝達関数の相対次数が 2 以上である系のパルス伝達関数は非最小位相系になることがある. パルス伝達関数が非最小位相系になるのはサンプリング周期が短いときであるが, デジタル制御ではサンプリング周期を短くした方が制御性能を良くできる可能性がある. そのため制御対象の伝達関数が連続系で最小位相系であってもパルス伝達関数が非最小位相系になるという状況はデジタル制御では頻繁に起こる. 連続系伝達関数で表して相対次数が 2



以上の系はより相対次数の小さい系より位相遅れが大きくなりがちで、制御対象としては達成できる制御性能に若干制約をもつが、この制約は連続系として不安定ゼロ点を持つ制御対象のように強くない[23]。そこで本方法で与える近似法を用い制御対象のパルス伝達関数を最小位相系に近似しておいて、とくに不安定ゼロ点の存在を意識しない設計法で制御装置を設計する方法が有効性を発揮する。近似による制御対象モデルの誤差はアンモデルダイナミクスとなるが、ここでの近似誤差は既知なのでロバスト制御の手法で処理することができるし、本研究による近似法では近似誤差はサンプリング周期が短いほど小さくなる。あとに上げる電動位置決めサーボ系の例では実用的なサンプリング周期において近似誤差は十分小さくなる(第5.2節参照)。最小位相系への近似方法は第2.1.4節に示す。

制御対象が連続系で表現した時すでに不安定ゼロ点を持つ場合、本方法による2自由度制御系の設計の各ステップは次のように行なわれる。

Step 1 では  $P$  が非最小位相系である場合は Waterbed 効果があり、感度特性に顕著な制約がある。このステップの設計は第2.2節に述べる。ここではロバスト性能、耐外乱性の観点から、一巡伝達関数の周波数整形によりフィードバック補償器を設計する。

Step 2 では  $K$  を左既約分解表現するが、 $K$  の左既約分解はユニモジュラ行列を左からかける自由度を残している。フィードバック補償器の伝達関数は同じでも、どのようなブロック構成で実現するかは無限に考えられる。制御装置をどのようなブロック構成にするかはこのユニモジュラ行列で表すことができる。線形系の範囲で考えるかぎり、このユニモジュラ行列の自由度は制御系の特性に影響しない。ところが制御装置のブロック構成(演算順序)は anti-windup 特性に影響があり、実用上無視できない性能上の相違がでる場合がある。この問題は第3章で取り扱う。

Step 3 では必要に応じて前置補償器  $Q$  を設計する。設計の方針としては目標値に対する制御量の伝達関数がある規範モデルの応答にモデルマッチングさせることを考える。制御対象が最小位相系であれば  $Q$  を使って目標値に対する制御量の伝達関数は任意の安定系に厳密なモデルマッチングが可能であるが、制御対象が非最小位相系のときはこれができない。そのため、ノルム最小の意味でのモデルマッチングを考える。本方法は非最小位相系に限らず、多入力多出力の一般的な場合に適用できる。ここでは  $H_2$  ノルムによる最適化を扱うが、ノルムを  $H_\infty$  とする変更は容易に行なうことができる。前置補償器設計の方法は第2.3節で取り扱う。

巻末に付録として、本方法の基礎となる2自由度制御系のパラメトリゼーションをまとめる。



## 2.1.4 不安定な極限ゼロ点をもつパルス伝達関数の最小位相近似法

### 極限ゼロ点の問題

連続系が最小位相系であっても、離散化したときパルス伝達関数が非最小位相系になることがある [3]。いま連続系伝達関数が

$$P(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad (2.4)$$

$(m < n)$

で与えられたとする。ここで  $k$  は実数、 $n, m$  は正の整数、 $z_i (i = 1, \dots, m)$  は  $P(s)$  のゼロ点、 $p_j (j = 1, \dots, m)$  は  $P(s)$  の極である。このときゼロ次ホルダーで離散化システムを構成し、サンプリング周期  $T_s$  を 0 に近づけると、 $P(s)$  を離散化したパルス伝達関数  $P(z)$  は次のような関係を満たす。

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} T_s^{n-m} P(z) = \frac{k}{(n-m)!} \frac{(z-1)^m B_{n-m}(z)}{(z-1)^n} \quad (2.5)$$

ここで  $z$  は  $z$  演算子である。一般にホルダーをつけて  $P(s)$  を離散化した  $P(z)$  の相対次数は 1 になる。 $T_s \rightarrow 0$  の極限で  $P(z)$  の  $m$  個のゼロ点は 1 に、残りの  $n-m-1$  個のゼロ点は  $B_{n-m}(z) = 0$  の根に収束する。 $B_{n-m}(z) = 0$  の根を極限ゼロ点という。連続系伝達関数の相対次数  $n^* = n - m$  について、 $B_{n^*}(z)$  と極限ゼロ点を計算すると Table 2.1 のようになる。サンプリング周期が短いとき、 $n^* > 2$  で不安定ゼロ点が現れるため  $P(z)$  の逆系は不安定になる。また、 $n^* = 2$  のとき極限ゼロ点は -1 になり、 $P(z)$  の逆系を制御装置として使ったとき、制御入力に 1 サンプルおきに激しく振動する可能性がある。

デジタル制御系の性能は耐外乱性、安定余裕などサンプル周期が短くなるほど良くなるが、連続系で相対次数が 2 以上である制御対象では、制御対象の逆系を制御装置に使うときには注意が必要になる。以下に述べる  $\delta$  演算子で離散系を表現すると、極限ゼロ点のせいで非最小位相となったパルス伝達関数を最小位相系に近似できる。しかも近似精度はサンプル周期が短いほど良くなる。第 5.2 節では、この近似をもとに位置決めサーボ系を構成する。

### $\delta$ 演算子によるパルス伝達関数の表現

$\delta$  演算子  $\delta$  を次のように定義する。

$$\delta = \frac{z-1}{T_s} \quad (2.6)$$

Table 2.1 相対次数  $n^*$  に対する不安定な極限ゼロ点.

$n^*$	$B_{n^*}(z)$	unstable zeros of $B_{n^*}(z)$
1	1	
2	$z + 1$	-1
3	$z^2 + 4z + 1$	-3.732
4	$z^3 + 11z^2 + 11z + 1$	-1, -9.899
5	$z^4 + 26z^3 + 66z^2 + 26z + 1$	-2.322, -23.20
6	$z^5 + 57z^4 + 302z^3 + 302z^2 + 57z + 1$	-1, -4.542, -51.22

ここで,  $z$  は  $z$  演算子,  $T_s$  はサンプリング周期である.  $z$  演算子で表されたシステム

$$P(z) = [A_z, B_z, C_z, D_z] \quad (2.7)$$

は  $\delta$  演算子を使って,

$$P(\delta) = [A_D, B_D, C_D, D_D] \quad (2.8)$$

$$A_D = \frac{1}{T_s}(A_z - I), \quad B_D = \frac{1}{T_s}B_z, \quad C_D = C_z, \quad D_D = D_z$$

と表される.  $z$ -領域の単位円は  $\delta$ -領域では  $-\frac{1}{T_s}$  を中心とした, 半径  $\frac{1}{T_s}$  の円に写像される (Fig.2.1).  $T_s \rightarrow 0$  で,  $s$ -領域の安定領域と  $\delta$ -領域での安定領域は一致する.

次の  $\delta$  演算子とラプラス演算子  $s$  との関係は以下の議論で重要である.  $z = e^{sT_s}$  の関係から,

$$\begin{aligned} \lim_{T_s \rightarrow 0} \delta &= \lim_{T_s \rightarrow 0} \frac{z-1}{T_s} \\ &= \lim_{T_s \rightarrow 0} \left( s + \frac{1}{2!} T_s s^2 + \frac{1}{3!} T_s^2 s^3 + \dots \right) \\ &= s \end{aligned} \quad (2.9)$$

となる.  $T_s \rightarrow 0$  で  $\delta$  演算子で表された伝達関数  $P(\delta)$  は  $s$ -領域の伝達関数  $P(s)$  に一致する.

#### 例: 相対次数 2 の場合

連続系の伝達関数

$$P(s) = \frac{1}{s^2}$$

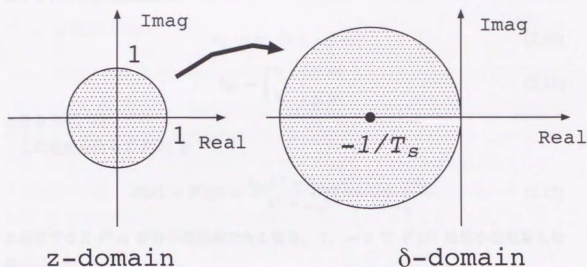


Fig. 2.1  $z$ -平面および  $\delta$ -平面の安定領域.

を考える,  $P(s)$  を 0 次ホルダーで離散化すると

$$P(z) = \frac{T_s^2(z+1)}{2(z-1)^2}$$

となり, ゼロ点は  $-1$  である.  $P(z)$  を  $\delta$  演算子を使って表現すると

$$P(\delta) = \frac{\frac{T_s}{2}\delta + 1}{\delta^2}.$$

$T_s \neq 0$  のとき  $P(\delta)$  は  $\delta$  平面上の  $-2/T_s$  に振動的ゼロ点をもつが,  $T_s \rightarrow 0$  で, ゼロ点は無限遠点だけになり, 伝達関数  $P(s)$  と  $P(\delta)$  は一致する.

#### 最小位相系への近似

上の例でもあきらかなように,  $\delta$  演算子でパルス伝達関数を表現すると, 極限ゼロ点に関する係数は  $T_s \rightarrow 0$  で 0 に収束する. この性質を使って, 極限ゼロ点を無視する近似を行なったパルス伝達関数を求めることができる.

**定理 2.2** ( $\delta$  演算子で表現したパルス伝達関数のゼロ点) 連続系の伝達関数

$$P(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} \dots + b_0}{s^n + a_n s^{n-1} \dots + a_1}$$

があったとする. 0 次ホルダーをつかって  $P(s)$  を離散化したパルス伝達関数を

$$P(\delta) = \frac{b_{d_{n-1}} \delta^{n-1} + b_{d_{n-2}} \delta^{n-2} \dots + b_{d_0}}{\delta^n + a_{d_n} \delta^{n-1} \dots + a_{d_1}}$$

とする。  $P(\delta)$  の係数は  $T_s \rightarrow 0$  で

$$a_{d_i} \rightarrow a_i, \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.10)$$

$$b_{d_i} \rightarrow \begin{cases} 0 & i > m \\ b_i & i \leq m \end{cases} \quad (2.11)$$

となる [18].  $\square$

この定理を使って  $P(\delta)$  を

$$P(\delta) \rightarrow P'(\delta) = \frac{b_{d_m} \delta^m + b_{d_{m-1}} \delta^{m-1} \dots + b_{d_0}}{\delta^n + a_{d_n} \delta^{n-1} \dots + a_{d_1}} \quad (2.12)$$

と近似すると  $P(s)$  が最小位相系である場合、  $T_s \rightarrow 0$  で  $P'(\delta)$  は最小位相系になる。

また、  $P'(\delta)$  の近似精度はあきらかに

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} (P(\delta) - P'(\delta)) = 0 \quad (2.13)$$

である。一般に耐外乱性や安定余裕などの制御性能はサンプル周期が短いほうが有利であるが、このとき、近似による誤差の影響も小さくなるのは好ましいことである。

ただし無視したゼロ点は当然アンモデルドダイナミクスとなるから、フィードバック補償器を構成する場合には考慮が必要になることがある。

## 2.2 ある種の非最小位相制御対象に対するロバストなフィードバック補償器の設計

### 2.2.1 あつかう非最小位相系のクラス

ここでは1入力1出力で実軸上に1個の不安定ゼロ点を持つ非最小位相制御対象を考える。ただし制御対象は無限遠点を除く虚軸上にゼロ点を持たないとする。この中には第1章であげた四輪操舵車、飛行機、飛翔体、Hubble望遠鏡が含まれる。

実軸上に1個の不安定ゼロ点を持つ非最小位相系は数学的に限られたクラスであるが、以下例をあげるように工学的には幅広い応用例があると考えられる。

#### 四輪操舵車

四輪操舵車の後輪舵角  $\delta_r$  に対する重心点横加速度  $a$  の伝達関数は次のように表される [1]。

$$\frac{\alpha(s)}{\delta_r(s)} = \frac{\frac{2K_r}{M}s^2 + \frac{4K_f K_r L_f (L_f + L_r)}{I_z M} \frac{1}{V}s - \frac{4K_f K_r (L_f + L_r)}{I_z M}}{s^2 + 2\left(\frac{K_f + K_r}{M} + \frac{L_f^2 K_f + L_r^2 K_r}{I_z}\right) \frac{1}{V}s + \frac{4K_f K_r (L_f + L_r)^2}{I_z M} \frac{1}{V^2} + \frac{2(L_r K_r - L_f K_f)}{I_z}} \quad (2.14)$$

ここで  $L_f$ ,  $L_r$  はそれぞれ前車軸と重心点の距離、後車軸と重心点の距離、 $K_f$ ,  $K_r$  はそれぞれ前輪と後輪のコーナリングパワー、 $M$  は自動車の質量、 $I_z$  はヨー慣性モーメント、 $V$  は車速である。 $K_f$ ,  $K_r$ ,  $M$ ,  $I_z$ ,  $V$  は物理的な性質から正の数である。 $L_f$  と  $L_r$  は重心点が前後車軸の間にある通常の自動車では正の数で表される。このようなパラメータの性質から、式(2.14)の分子第1項と第2項は正、第3項は負となり虚軸上に1個の不安定ゼロ点が現れる。分母の多項式の係数は全て正であり伝達関数は安定になる。

#### 飛行機、飛翔体

飛行機の昇降舵の舵角  $\delta_e$  に対する前進速度  $u$  の伝達関数は次のように表される。

$$\frac{u(s)}{\delta_e(s)} = \frac{a_{u3}s^3 + a_{u2}s^2 + a_{u1}s + a_{u0}}{(s^2 + 2\zeta_p\omega_p s + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)} \quad (2.15)$$

$$a_{u3} = X_{\delta_e}$$

$$a_{u2} = X_w Z_{\delta_e} - (Z_w + M_q + U_0 M_{\dot{w}}) X_{\delta_e}$$

$$a_{u1} = (Z_w M_q - U_0 M_{\dot{w}}) X_{\delta_e} + (U_0 X_w - g) M_{\delta_e} - (M_q X_w + g M_{\dot{w}}) Z_{\delta_e}$$

$$a_{u0} = (Z_w M_{\delta_e} - M_w Z_{\delta_e}) g$$



ここで  $X_{\delta_s}$ ,  $X_w$ ,  $Z_{\delta_s}$ ,  $Z_w$ ,  $M_q$ ,  $M_{\delta_s}$ ,  $M_w$ ,  $M_{\dot{w}}$  は有限次元微係数,  $U_0$  は基準前進速度,  $g$  は重力加速度である.  $\zeta_p$ ,  $\omega_p$  はそれぞれ長周期モードの減衰係数および非減衰固有振動数,  $\zeta_s$ ,  $\omega_s$  はそれぞれ短周期モードの減衰係数および非減衰固有振動数である. 有限次元微係数は飛行速度や高度などの条件によって変化するが典型的な飛行機の例では

$$\frac{u(s)}{\delta_{\phi}(s)} = \frac{1.825s^2 + 2.097s - 186.971}{(s^2 + 2 \times 0.086 \times 0.047s + 0.047^2)(s^2 + 2 \times 0.595 \times 1.76s + 1.76^2)}$$

となり虚軸上に1個の不安定ゼロ点をもつ安定な伝達関数になる [32].

また, 方向舵の舵角  $\delta_{rd}$  に対するローリング角  $\phi$  の伝達関数は次のように表される.

$$\frac{\phi(s)}{\delta_{rd}(s)} = \frac{a_{\phi 2}s^2 + a_{\phi 1}s + a_{\phi 0}}{(s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2)(s + \lambda_r)(s + \lambda_s)} \quad (2.16)$$

$$a_{\phi 2} = L'_{\delta_{rd}}$$

$$a_{\phi 1} = L'_v Y_{\delta_{rd}} - (N'_r + Y_v) L'_{\delta_{rd}} + L'_r N'_{\delta_{rd}}$$

$$a_{\phi 0} = (L'_v N'_v - L'_v N'_r) Y_{\delta_{rd}} + (U_0 N'_v + Y_v N'_r) L'_{\delta_{rd}} - (L'_r Y_v + U_0 L'_v) N'_{\delta_{rd}}$$

ここで,  $L'_{\delta_{rd}}$ ,  $L'_v$ ,  $L'_r$ ,  $N'_{\delta_{rd}}$ ,  $N'_v$ ,  $N'_r$ ,  $Y_{\delta_{rd}}$ ,  $Y_v$  は有限次元微係数,  $\zeta_d$ ,  $\omega_d$  は正の数でそれぞれダッチロールモードの減衰係数および非減衰固有振動数,  $\lambda_r$  はローリングモードの極,  $\lambda_s$  はスパイラルモードの極である. 有限次元微係数は飛行速度や高度などの条件によって変化するが, 典型的な飛行機の例では

$$\frac{\phi(s)}{\delta_{rd}(s)} = \frac{23.1s^2 + 0.527s - 337.82}{(s^2 + 2 \times 0.06 \times 3.02s + 3.02^2)(s + 3.365)(s + 0.0182)}$$

となり虚軸上に1個の不安定ゼロ点をもつ安定な伝達関数になる [32].

飛翔体の運動方程式は飛行機の運動方程式と同様に導くことができる. 文献 [34] の典型的な飛翔体では舵角に対する垂直加速度の応答が虚軸上に1個の不安定ゼロ点をもつ安定な伝達関数で表される.

### Hubble 望遠鏡 (振動系)

振動系の入力  $f$  (制御力, 加振力) に対する変位  $x$  の伝達関数はモード展開して

$$\frac{x(s)}{f(s)} = \sum \frac{K_i/I}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2} \quad (2.17)$$

と表される.  $i$  はモードの数に対応する正の整数,  $I$  は慣性,  $\zeta_i$ ,  $\omega_i$  は  $i$  番目のモードの減衰率と固有振動数である.

振動系では操作端と検出端の軸が一致すれば (colocation という), 式 (2.17) は最小位相系になることが知られている [79]. colocation でない場合  $K_i$  の符号が互い

に異なることがあり、係数の大小関係によっては非最小位相系になることがある。非最小位相系になる場合、不安定ゼロ点の個数や位置は係数によって決まる。

Hubble 望遠鏡のピッチ軸回りの回転運動の例 [78] ではレートジャイロの位置が colocation でないため  $s = 59.069$  [rad/s] に不安定ゼロ点が 1 個現れる。

そのほか文献 [7] でとりあつかう柔軟マニピュレータの制御入力に対する変位の伝達関数は  $s = 8.21$  [rad/s] に 1 個の不安定ゼロ点をもつ。

## 2.2.2 設計の方針

フィードバック系の特性は一巡伝達関数から直観的に理解しやすい。そこで一巡伝達関数の整形を考える。一巡伝達関数の整形を考える設計法として、古典制御で進み補償要素や遅れ補償要素を制御対象に繋げていく方法がある。この方法は安定余裕の基準が示されている利点があるが、系統的な設計法になっておらず、安定性を考えるのにゲイン特性と位相特性とを同時に考慮して補償要素を調節しなければならない複雑さがある。

一方  $H_\infty$  制御の枠組を用いると周波数整形は重みのゲイン特性の選択に帰着される。ノミナル安定性は解が見つかった時点で自動的に満足されるので、陽に考慮しなくてよい。しかし具体的な重みの与え方は示されておらず、重みを与えてみて満足な結果が得られなかったときどのように重みを修正するかは設計者に任されている。また、 $H_\infty$  制御の枠組でロバストに安定性を確保する方法として、スモールゲイン定理に基づく方法が推奨されている。たとえば制御対象の乗法的な変動  $\Delta_m$  を考えるときは  $T$  を相補感度として

$$\|\Delta_m T\|_\infty < 1$$

を設計仕様の一つとする。しかしこの方法では結果的に不確かさが過大に見積もられノミナル性能が満足されにくいることがあるほか、現実的には入手困難なアンモデルドダイナミクスの正確な情報を用いなければならないという問題点がある。本研究の目的は古典制御からの知見や  $H_\infty$  最適化に基づく方法の結果を利用しながら、非最小位相系に対する実際的で見通しのよいロバスト制御系の設計手順を与えることである。

これから述べるフィードバック補償器の設計において、制御対象の持つ問題点と考慮すべき設計仕様、対応する設計法を整理すると Table 2.2 のようになる。

ここでは制御系設計で考慮する点として、制御対象の不安定ゼロ点と振動的な極および制御対象のアンモデルドダイナミクスを考える。フィードバック制御系の仕様としては

Table 2.2 制御対象の注意点とロバストなフィードバック制御系の設計

制御対象の注意点	設計仕様
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 不安定ゼロ点 (Waterbed effect) <ul style="list-style-type: none"> <li>－ 低感度化と安定余裕にトレードオフがある</li> </ul> </li> <li>● 振動的な極 <ul style="list-style-type: none"> <li>－ 閉ループでは安定側に移動させる</li> </ul> </li> <li>● 制御対象のアンモデルドダイナミクス <ul style="list-style-type: none"> <li>－ 見積もりが悲観的 (閉ループの安定に悪影響がある) すぎるとノミナル性能が低下する</li> <li>－ 見積もりが楽観的 (閉ループの安定に悪影響がすくない) すぎるとロバスト性能が得られない</li> </ul> </li> </ul>	<p>[耐外乱特性]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ ノミナル性能 <ul style="list-style-type: none"> <li>* 安定である</li> <li>* 収束が早い</li> <li>* 低感度である</li> </ul> </li> <li>・ ロバスト性能 <ul style="list-style-type: none"> <li>* 適当な安定余裕がある</li> <li>* <math>P</math> の変動にたいしノミナル性能が変化しにくい。</li> </ul> </li> </ul> <p>[目標値応答特性]</p> <p>不満足なら前置補償器を設ける</p>

Table 2.2の続き

仕様に対応する一巡伝達関数の性質	$H_\infty$ S-T 混合感度問題での重みづけ
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Nyquist の安定条件 <math>\Leftrightarrow</math> ノミナル安定</li> </ul>	→ 自動的に達成される
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 制御バンド内で <math> L(j\omega)  \gg 1 \Rightarrow</math> 外乱に不感</li> </ul>	→ $ S(j\omega) $ の整形: $ W_S(j\omega) $ の選択
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 制御バンド外で <math> L(j\omega)  \ll 1 \Rightarrow</math> 安定余裕大</li> </ul>	→ $ T(j\omega) $ の整形: $ W_T(j\omega) $ の選択
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>\ 1+L\ _\infty</math> が大きい <math>\Rightarrow</math> 安定余裕が大, かつ外乱応答特性が非振動的</li> </ul>	→ $\ S\ _\infty$ の制限: $\ W_S\ _\infty^{-1}$ の選択
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>P</math> が変動しても <math>L(j\omega)</math> が変化しにくい (ロバスト性能が良い) <math>\Leftarrow P</math> と <math>K</math> の間で振動的な極ゼロ相殺がない</li> </ul>	→ $W_T, W_S$ の極の選択
○ 閉ループ極の指定	→ $W_T, W_S$ のゼロ点の選択 (部分的極指定)

$P$ : 制御対象,  $K$ : フィードバック補償器,  $L = PK$ : 一巡伝達関数,  $S = (1+L)^{-1}$ : 感度,  $T = L(1+L)^{-1}$ : 相補感度,  $W_S$ :  $S$  の重み,  $W_T$ :  $T$  の重み,  $\omega$ : 角周波数.

### 1. ロバスト性能

制御対象にある範囲の変動が起こっても安定性が崩れない、制御対象にある範囲の変動が起こっても閉ループ系の応答特性がある範囲内でしか変化しない。

### 2. 耐外乱性

制御量が外乱の影響を受けにくい、外乱の影響が速くおさまる。

を考慮する、これらの仕様を満たすためには一巡伝達関数に次の性質をもたせることを考える。

#### 1. ロバスト性能を得るための条件として、

モデル化誤差が大きい周波数帯域で、一巡伝達関数ゲイン  $|PK(j\omega)|$  が小さい (ロバスト安定)、あるいは安定余裕が大きい、しかも制御対象がある範囲で変動しても、 $|PK(j\omega)|$  すなわち一巡伝達関数ゲインの変化が少ない。

#### 2. 耐外乱性を得る条件として、

外乱の影響が問題になる周波数帯域で  $|PK(j\omega)|$  が大きい、外乱が励起するモードの減衰が速い。

一巡伝達関数が上記の性質をもつように一巡伝達関数を整形するアルゴリズムとして、感度  $S$  と相補感度  $T$  を評価する  $H^\infty$  混合感度問題 (以後 S-T 混合感度問題と呼ぶ) を用いる。問題は S-T 混合感度問題において目的に合致した重み付けの方法、または重みを修正する方法を導くことに帰着される。

非最小位相系に顕著な問題で Waterbed 効果 [10, 12] があらわれ、安定余裕の確保と低感度化が制約されることがある。Waterbed 効果の“強さ”は不安定ゼロ点の位置に依存する。そこで、 $S$  の重み  $W_S$  に不安定ゼロ点の情報を入れて、達成できる感度特性 (安定余裕と低感度化) の見通しをよくすることを考える。また、振動的な極に対してはフィードバック系の極を一部指定することを考える。

ここで  $H^\infty$  混合感度問題を使う注意として  $P$  と  $K$  の間の極ゼロ相殺の問題がある [53, 66, 70]。制御装置の共振で制御対象の減衰の低い反共振を埋めたり、逆に制御装置の反共振で制御対象の減衰の低い共振を吸収していると、制御対象の反共振点や共振点がずれたとき一巡伝達関数が大きく変化する。その結果、目標値応答特性が劣化したり閉ループ系が安定でなくなったりすることがある。制御対象の反共振点を制御装置の共振点で相殺していたとすると、そのモードで制御入力が過大になることがある。また、制御対象の遅い極が制御装置のゼロ点で相殺されていると、相殺された極は閉ループの極に残るので、入力外乱の影響が時間的に消えにくくなる。



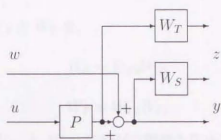


Fig. 2.2 S-T 混合感度問題の一般化プラント。

$H^\infty$  制御で極ゼロ相殺が起こらない方法として時間応答に着目する方法 [22], 正規化既約分解表現でのロバスト安定化を用いる方法 [53],  $S$  と  $KS$  の混合感度問題において重みの選択を考慮する方法 [73] などが提案されている。ここではこれらの方法を参考にして、感度と相補感度の混合感度問題において部分的な極配置が可能であり、選択的な極ゼロ相殺を考慮した周波数重みを用いる。

### 2.2.3 一巡伝達関数の周波数整形

周波数整形のアルゴリズムとして次の混合感度問題を用いる。

**定義 2.1 ( $H^\infty$ -S-T 混合感度問題)** 感度  $S$ , 相補感度  $T$ , 周波数重み  $W_T$  と  $W_S$  に対し

$$\left\| \begin{bmatrix} W_T T \\ W_S S \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (2.18)$$

を (準) 最適化し, かつ閉ループを内部安定化する フィードバック補償器  $K$  を求めよ。□

S-T 混合感度問題の一般化プラントは Fig.2.2 のように表される。

式 (2.18) がなりたてば次の関係がなりたつ。

$$\begin{aligned} \left\| \begin{bmatrix} W_T T \\ W_S S \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma &\Rightarrow \|W_S S\|_\infty < \gamma \quad \text{かつ} \quad \|W_T T\|_\infty < \gamma \\ &\Rightarrow |S(j\omega)| < |\gamma W_S(j\omega)|^{-1} \quad \text{かつ} \quad |T(j\omega)| < |\gamma W_T(j\omega)|^{-1} \end{aligned}$$

ここで,  $PK(j\omega) \gg 1$  のとき  $PK(j\omega) \approx S^{-1}(j\omega)$ ,  $PK(j\omega) \ll 1$  のとき  $PK(j\omega) \approx T(j\omega)$  が成り立つことから周波数重み  $W_T$ ,  $W_S$  を介して一巡伝達関数  $PK$  の周波数整形が可能である。重みが適当であれば式 (2.18) は文献 [20] の方法で

解くことができる。設計仕様を  $W_T$ ,  $W_S$  で表現することがすなわち設計問題になる。以下その方法を示す。

まず役割に応じて、 $W_S$  と  $W_T$  を、

$$W_S = W_{S0} W_{S1} \quad (2.19)$$

$$W_T = W_{T0} W_{T1} \quad (2.20)$$

と分割する。ここで、 $W_{S1}$  と  $W_{T1}$  は極ゼロ相殺を防止し、半数の閉ループ極の位置を指定する要素である。 $W_{S0}$  はとくに感度と安定余裕に関係し、感度と安定余裕のトレードオフを図解できるように選ぶ。 $W_{T0}$  は一巡伝達関数のゲインを制御バンド外で必要に応じて下げる要素である。

### 極ゼロ相殺の回避、部分的極配置

S-T 混合感度問題を使って  $K$  を求めたとき、最適化における中心解を使用すると、 $P$  と  $K$  に安定な極ゼロ相殺がおこることがある。これに関係する S-T 混合感度問題の性質をまとめると次のようになる。

**定理 2.3 (S-T 混合感度問題の極ゼロ相殺)**  $P$  (1 入力 1 出力),  $W_S$ ,  $W_T$  は最小実現で、 $W_i$  と  $W_s$  は極ゼロ共に安定であると仮定する。ここではとくに  $K$  は  $H^\infty$  (準) 最適中心解に対応する補償器とする。 $H^\infty$  (準) 最適化の結果、

1.  $P$  の安定ゼロ点上に  $K$  の極が現れる。
2.  $W_T$  と  $W_S$  の共通なゼロ点の位置に閉ループの極があらわれる。
3.  $P$  の安定極の位置に  $K$  のゼロ点が見れる。
4.  $W_S$  の極の位置に  $K$  の極が見れる。
5.  $W_T$  の極の位置に  $K$  のゼロ点が見れる。

**証明:**

- 準備 -

いま一般化プラントの状態空間表現は次のように表される。

$$G(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & O \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_s & O & B_s C_p \\ O & A_t & B_t C'_p \\ O & O & A_p \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} B_s \\ O \\ O \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} O \\ B_t D'_p \\ B_p \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_s & O & D_s C_p \\ O & C_t & D_t C'_p \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} D_s \\ O \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} O \\ D_t D'_p \end{bmatrix}$$

$$C_2 = [O \quad O \quad C_p], D_{21} = I$$

ただし

$$P(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A_p & B_p \\ \hline C_p & O \end{array} \right], W_S(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A_s & B_s \\ \hline C_s & D_s \end{array} \right] \quad (2.22)$$

$$W_T P(s) = \left[ \begin{array}{cc|c} A_t & B_t C'_p & B_t D'_p \\ O & A_p & B_p \\ \hline C_t & D_t C'_p & D_t D'_p \end{array} \right] \quad (2.23)$$

である。ここで  $P, W_S, W_T$  は最小実現,  $W_S, W_T$  の極ゼロは全て安定とする,  $W_T$  はインプロバーなものまで考える。また  $D_t D'_p$  は正則とする。

ここで条件

C1:  $[A, B_2]$  は可安定。

C2:  $D_{12}$  は列フルランク。

C3: 全ての周波数  $\forall \omega \in \mathbf{R}$  で

$$\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$$

が列フルランク。

O1:  $[A, C_2]$  は可検出。

O2:  $D_{21}$  は行フルランク。

O3: 全ての周波数  $\forall \omega \in \mathbf{R}$  で

$$\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$$

が行フルランク。

は満たされているものとする。

いま  $G$  を適当にスケールリング [67] して

$$D_{12}^* = [0 \quad I_{m_2}]$$

とする.

$X_\infty, Y_\infty$  をそれぞれ次の Riccati 方程式の正定対称解と定義する.

$$O = A_X X_\infty + X_\infty A_X - X_\infty B R^{-1} B^* X_\infty + C_1^* (I - D_{1*} R^{-1} D_{1*}^*) C_1$$

$$O = A_Y Y_\infty + Y_\infty A_Y - Y_\infty C^* \tilde{R}^{-1} C Y_\infty + B_1^* (I - D_{*1}^* \tilde{R}^{-1} D_{*1}) B_1^*$$

ただし

$$A_X = A - B R^{-1} D_{1*}^* C_1, \quad A_Y = A - B_1 D_{*1}^* \tilde{R}^{-1} C$$

$$R = D_{1*}^* D_{1*} - \begin{bmatrix} I_{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{1*} = [D_{11} \quad D_{12}]$$

$$\tilde{R} = D_{*1} D_{*1}^* - \begin{bmatrix} I_{p_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{*1} = \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{21} \end{bmatrix}$$

$$B = [B_1 \quad B_2], \quad C^* = [C_1^* \quad C_2^*]$$

- 証明 -

**補題 2.1 (文献 [70] Lemma 2.1.)**  $[D_{12}^\perp \quad D_{12}]$  と  $[D_{21}^\perp \quad D_{21}]^*$  が正交な直交マトリクスになるように  $D_{12}^\perp$  と  $D_{21}^\perp$  を選ぶ.

(a)  $X_\infty$  のゼロ化空間は  $A - B_2 D_{12}^* C_1$  の  $D_{12}^\perp C_1$  から不可観測な最大の安定不変部分空間に等しい.

(b)  $Y_\infty$  のゼロ化空間は  $A - B_1 D_{21}^* C_2$  の  $B_1 D_{21}^\perp$  から可制御な最大の安定不変部分空間と  $A - B_1 D_{21}^* C_2$  の最大の不安定不変部分空間との直和の直交補空間に等しい.  $\square$

**定理 2.4 (文献 [70] Theorem 2.2.)**  $A - B_2 D_{12}^* C_1$  の  $D_{12}^\perp C_1$  から不可観測な最大の安定不変部分空間を  $\text{Range}(V)$ ,  $A - B_1 D_{21}^* C_2$  の  $B_1 D_{21}^\perp$  から可制御な最大の安定不変部分空間と  $A - B_1 D_{21}^* C_2$  の最大な不安定不変部分空間との直和の直交補空間を  $\text{Range}(U)$  と表す. また  $K$  を最小実現だと仮定する.

(a)  $\mathcal{F}_U(G, K)$  の最大不可観測部分空間は  $\text{Range}[V^* \quad V^*]^*$  に等しい.

(b)  $\mathcal{F}_U(G, K)$  の最大不可制御部分空間は  $\text{Range}[U^* \quad -U^*]^*$  に等しい.  $\square$

補題 2.1 で  $A - B_2 D_{12}^* C_1$  の  $D_{12}^\perp C_1$  から不可観測な最大の安定不変部分空間の全ての固有値は  $G_{12}$  の安定なゼロ点の全てである (文献 [48] Lemma 4.3. 参照). いま  $D_{21} = I$  で正方であるから,  $Y_\infty$  のゼロ化空間の固有値の全ては  $A - B_1 D_{21}^* C_2$  の安定固有値の全てになる. これはあきらかに  $G_{21}$  の全ての安定ゼロ点である.

定理 2.4 の証明の過程から  $\mathcal{F}_U(G, K)$  の最大不可観測部分空間の固有値と  $X_\infty$  のゼロ化空間の固有値とは共通,  $\mathcal{F}_U(G, K)$  の最大不可制御部分空間の固有値と  $Y_\infty$  のゼロ化空間の固有値とは共通であることがわかる. また,  $K$  が最小実現でないときは,  $\mathcal{F}_U(G, K)$  の不可観測部分空間, 不可制御部分空間にそれぞれ  $K$  の不可観測部分空間, 不可制御部分空間が付け加わることが分かる.

よって,  $G_{12}$  の安定ゼロ点は全て  $\mathcal{F}_U(G, K)$  の不可観測モード,  $G_{21}$  の安定ゼロ点は全て  $\mathcal{F}_U(G, K)$  の不可制御モードである.

ところで

$$G_{12}(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A & B_2 \\ \hline C_1 & D_{12} \end{array} \right], \quad G_{21}(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A & B_1 \\ \hline C_2 & I \end{array} \right] \quad (2.24)$$

を調べると

- $G_{12}$  の安定ゼロ点は  $W_T$  と  $W_S$  の共通なゼロ点及び  $P$  の安定ゼロ点である.
- $G_{21}$  の安定ゼロ点は  $W_T$  と  $W_S$ ,  $P$  の安定極である.

$P, W_S, W_T, K$  の接続関係 (Fig. 2.2) を見ると

- $W_T$  や  $W_S$  の極によらず  $P$  のゼロ点の位置に不可観測モードがあるためには, その位置に  $K$  の極がなければならない (定理 2.3.1.).
- $W_T$  及び  $W_S$  の共通なゼロ点が不可観測モードになるためには, それらのゼロ点と同じ位置に閉ループ極がなければならない (定理 2.3.2.).
- $W_T$  や  $W_S$  のゼロ点によらず,  $P$  の極が不可制御モードになるためには,  $K$  のゼロ点で相殺されなければならない (定理 2.3.3.).

つぎに  $RH_\infty$  上での既約分解表現を用いて

$$S = (Y - RN)D, \quad R \in RH_\infty \quad (2.25)$$

$$T = N(X + RD) \quad (2.26)$$

$$K = (Y - RN)^{-1}(X + RD)$$

ただし

$$P = N/D, \quad XN + YD = 1, \quad X, Y, D, N \in RH_\infty$$

と表現できることを考慮すると



- $P$  の極位置, すなわち  $D$  のゼロ点位置によらず  $W_S$  の極が不可制御モードになるには,  $Y - RN$  が 1 入力 1 出力であるので  $Y - RN$  のゼロ点即ち  $K$  の極と相殺されなければならない (定理 2.3.4.).
- 同様に  $P$  のゼロ点位置, すなわち  $N$  のゼロ点位置によらず  $W_T$  の極が不可制御モードになるには,  $X + RD$  が 1 入力 1 出力であるので,  $X + RD$  のゼロ点即ち  $K$  のゼロ点と相殺されなければならない (定理 2.3.5.). □

少なくとも定理 2.3 の 1. と 3. により, 制御装置と制御対象の極ゼロ相殺が起こる. 定理 2.3 はこの極ゼロ相殺に対し次の方法を示唆している.

M1:  $P$  に相殺してはならない安定極  $p_k$ , ( $k=1, 2, \dots, k_p$ ) がある場合,  $W_S$  が  $p_k$  に極を持つようにする.

M2:  $P$  に相殺してはならない安定ゼロ点  $z_i$ , ( $i=2, 3, \dots, i_z$ ) がある場合,  $W_T$  が  $z_i$  に極を持つようにする.

$K$  に手法 M1 で極  $p_k$ , 手法 M2 でゼロ点  $z_i$  が加わるので, 定理 2.3 の 1. と 3. が原因で  $K$  が持つ極とゼロ点は最小実現すると消去することができる.

M1 と M2 は次のように説明することができる. 制御装置と制御対象の間で極ゼロ相殺がないとき, 制御対象の共振点は  $S$  の反共振点, 制御対象の反共振点は  $T$  の共振点になる. このとき手法 M1, M2 はそれぞれ  $S$ ,  $T$  のゲイン曲線が凹になるべき周波数で  $W_S^{-1}$ ,  $W_T^{-1}$  のゲイン曲線を凸にすることを意味している.

また, 定理 2.3 から部分的極配置法 [46, 73, 74] に関係する次の手法が導かれる.

M3:  $W_T$  と  $W_S$  に共通なゼロ点を持たせると, その位置に閉ループ系の極が指定できる.

M1 ~ M3 を使うには, 例えば 1 入力 1 出力系では  $T$  の重みに,

$$W_{Tz}(s) = \left[ \prod_{j=1}^{j_i} (s - q_j) \right] \prod_{i=1}^{i_z} \frac{1}{s - z_i} \quad (2.27)$$

$S$  の重みに

$$W_{Sp}(s) = \left[ \prod_{j=1}^{j_s} (s - r_k) \right] \prod_{k=1}^{k_p} \frac{1}{s - p_k} \quad (2.28)$$

を含めばよい. ただし  $q_j$ ,  $r_k$  は指定する極の位置を考慮して選び,

$$q_i = r_i, 1 \leq i \leq m \quad (2.29)$$

で  $m$  は指定する極の個数である。また  $j_i$  や  $j_s$  は一般化プラントのゼロ点の条件 [20] を考慮して決める。手法 M3 で閉ループ極  $p_i$  を原点から遠ざけることは

$$q_i = r_i, |r_i| > |p_i|, 1 \leq i \leq m$$

のように選ぶことに対応する。

### M1 ~ M3 を満たす周波数重み

M1 ~ M3 を考慮する重みの具体的な選択の一つは

$$W_{T1} = N^{-1}, \quad W_{S1} = D^{-1} \quad (2.30)$$

とすることである。ただし、 $N, D$  は  $P$  の  $RH_\infty$  上の既約分解  $P = \frac{N}{D}$  の要素である。ここで  $N, D$  の共通な極は閉ループ極になる。また、 $W_{S1}$  はあとで安定余裕を考慮しやすくするため  $W_{S1}(\infty) = 1$  とする。閉ループ極を  $P$  の極より収束性が向上するように選んだとすると  $|W_{S1}(j\omega)|$  が 1 以上になる周波数帯域が必ずあらわれ低感度化をめざす重みづけをしたことになる。

S-T 混合感度問題では  $P$  が虚軸上のゼロ点または極を持つ場合 C3 または O3 の条件が満たされなくなることがある。式 (2.30) のように重みを選ぶと  $P$  が虚軸上のゼロ点または極を持つ場合にも C3 および O3 は満たされる<sup>1</sup>。以下に示す方法で残りの重みを選択することができる。

### 感度と安定余裕のトレードオフ

重みつき感度最適化問題

$$\|W_S S\|_\infty < \gamma_S \quad (2.31)$$

において、制御系が内部安定であるとき  $W_S$  が満たすべき条件を考える。S-T 混合感度問題で式 (2.18) が解を持つには少なくとも式 (2.31) が

$$\gamma > \gamma_S$$

の条件のもとになりたなくてはならない。

制御対象の  $RH_\infty$  上での既約分解表現

$$P = ND^{-1}, \quad XN + YD = 1, \quad N, D, X, Y \in RH_\infty \quad (2.32)$$

<sup>1</sup>このためには一般化プラントを最小実現することが必要。

を使うと、内部安定な制御装置は

$$K = (X + Q_f D)(Y - Q_f N)^{-1}, \quad Q_f \in RH_\infty \quad (2.33)$$

とパラメタライズされる。式(2.31)は

$$\|W_S DY - W_S DN Q_f\|_\infty < \gamma_S \quad (2.34)$$

と書き直すことができる。まず  $P$  が安定な場合について考える。 $Q_f \in RH_\infty$  が存在する条件は  $P$  を実軸上に 1 個の不安定ゼロ点  $z_1$  を持つ安定な 1 入力 1 出力非最小位相系とすると、

$$\gamma_S^2 - W_S(z_1)^2 \geq 0 \quad (2.35)$$

となることである。ここでは式(2.34)に Nevanlinna-Pick の補間定理 [51] を適用し、式(2.35)は Pick 行列の準正定性から直接導かれる。

$\gamma_S = 1$  と規格化すると式(2.35)がなりたつとき

$$\|W_S S\|_\infty < 1 \Rightarrow |S(j\omega)| < |W_S(j\omega)|^{-1} \quad \forall \omega \Rightarrow \|S\|_\infty < \|W_S\|^{-1}$$

となる。複素平面上で  $PK(j\omega)$  と点  $s = -1$  との距離は  $\|S\|_\infty^{-1}$  であり  $\|W_S\|_\infty^{-1}$  で安定余裕の減少を抑えることができる。 $\|W_S^{-1}\|_\infty$  とゲイン余裕  $m_g$ 、位相余裕  $m_p$  との関係は次のようになる。

$$m_g \geq \frac{\|W_S^{-1}\|_\infty}{1 - \|W_S^{-1}\|_\infty}$$

$$m_p \geq 2 \sin^{-1} \frac{1}{2} \|W_S^{-1}\|_\infty$$

例えば  $\|W_S^{-1}\|_\infty = 0.75$  と指定すると、ゲイン余裕 12dB 以上、位相余裕 44deg 以上と指定することになり、 $\|W_S^{-1}\|_\infty = 0.5$  ではゲイン余裕 6dB 以上、位相余裕 29deg 以上を指定することになる。

トレードオフの見通しをよくするために、 $W_{S0}$  としてローパスフィルタ

$$W_{S0}(s) = \left( \frac{l^{\frac{1}{2}} s + b}{s + \omega_w} \right)^n, \quad b > 0, 1 > l > 0, \omega_w > 0 \quad (2.36)$$

を導入する<sup>2</sup>。 $W_{S0}$  は  $W_{S1}$  のゲイン特性を調節する要素である。 $b > 0$  としたが、全域通過成分はノルム条件を変えないので、周波数重みとしては最小位相系だけを考慮しておけば十分である。式(2.36)の係数の意味づけは

<sup>2</sup>厳密には  $N(\infty) = 0$  のときは

$$W_{S0}(s) = \left( \frac{l^{\frac{1}{2}} s + b}{s + \omega_w} \right)^n \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

として  $W_{S0}(\infty) = 0$  としなければならないが、 $\omega_0 \gg \omega_w$  としてよいので  $\frac{\omega_0}{s + \omega_0}$  の影響は殆んど問題にならない。

- $\omega_w$  は  $W_{S1}$  のゲイン特性を調節する周波数帯域を与えるパラメータ,
- $l$  は確保したい安定余裕を与えるパラメータ,
- $b$  はゲイン特性を調節する大きさを表す実数,
- $n$  は  $W_{s0}$  の次数を与える正の整数,

である.

式 (2.35) に式 (2.36) を代入し

$$0 < b \leq \left(\frac{1}{\gamma_1}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \left(1 - (l\gamma_1)^{\frac{1}{n}}\right) z_1 + \omega_w \right] \quad (2.37)$$

を得る. 但し  $\gamma_1 = W_{s1}(z_1)$ .

$P$  が虚軸を含む右半平面に極を持つときは, 重みとして式 (2.30) を使う. このとき式 (2.34) は

$$\|W_{S0}Y - W_{S0}NQ_f\|_{\infty} < \gamma_s \quad (2.38)$$

となり式 (2.35) は

$$\gamma_s^2 - [W_{S0}(z_1)Y(z_1)]^2 \geq 0 \quad (2.39)$$

となる. 式 (2.37) は式 (2.39) に応じて修正すればよい. 以後簡単のため式 (2.37) をもとに述べる.

式 (2.37) の関係は  $l$ ,  $\gamma_1$ ,  $n$  が与えられたとき,  $b$  と  $\omega_w$  の存在範囲として Fig.2.3 のように図示することができる.  $\left(\frac{b}{\omega_w}\right)^n > 1$  の領域があれば  $W_{S1}$  よりさらに感度を下げる重みづけが可能である. また,  $\left(\frac{b}{\omega_w}\right)^n < 1$  なら  $W_{S1}$  は感度を大きくする側に修正されなければならないことを示す. とり得る  $\omega_w$  の下限が大きいくことは, 広い周波数帯域で  $W_{S1}$  を修正しなければならないことを示す. 指定する極を虚軸に近付けると, とり得る  $\omega_w$  の下限は小さくなる. 指定する極を虚軸に近付けると  $\gamma_1$  が小さくなり,  $W_{S1}$  としては低感度化を緩めることになる.  $\omega_w$  を固定したとき  $b$  をより大きくし低感度化するには, 指定する極を虚軸に寄せるか ( $\gamma_1$  を小さくする),  $l$  を小さくするかしなければならないことが分かる.

$W_{S0}$  の次数に関して考える. 式 (2.37) を式 (2.36) に代入して  $n$  の極限をとると,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |W_{S0}(j\omega)| = \frac{-1+Z}{\gamma_1^{\frac{1}{0^2+1}} l^{\frac{0^2-Z}{0^2+1}}}, \quad (2.40)$$

$$\Omega = \omega/\omega_w, \quad Z = z_1/\omega_w$$

を得る. 重みの次数  $n$  を大きくすると低い周波数で感度が下げられるが, 式 (2.40) はその限界を示している. 簡単のため  $l = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 1$ ,  $Z = 0.1, 1, 10$  に対しそれぞれ  $n = 1, \infty$  として  $W_{s0}$  をプロットすると Fig.2.4 のようになる.

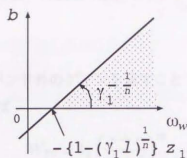


Fig. 2.3 b と  $\omega_w$  の存在領域.

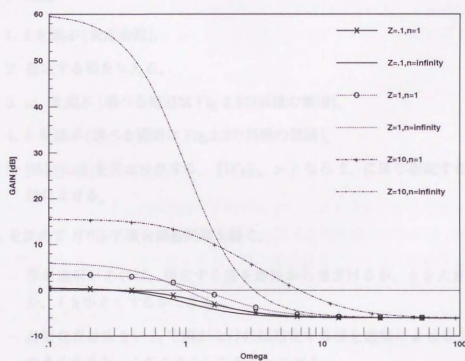


Fig. 2.4  $W_{S0}$  の Bode 線図.



$Z$  が大きく、制御バンドに比べ不安定ゼロ点が十分原点から遠いときは、 $W_{S0}$  の次数を大きくして、低い周波数での感度を下げることができるが、不安定ゼロ点が原点に近いと次数を上げて低い周波数の感度はあまり下がらない。

#### $W_{T0}$ の選択

$W_{T0}$  の目的は  $T$  の制御バンド外のゲインを落すことであるから、例えば制御バンドが低周波数の帯域であれば

$$W_{T0} = k_t \left( \frac{s + \epsilon}{\epsilon s + 1} \right)^m$$

とすればよい。ここで、 $k_t$  は実数、 $m$  は  $T$  (もしくは  $PK$ ) の傾斜をきめる整数、 $\epsilon$  は  $\epsilon \ll 1$  の実数である。

#### 2.2.4 フィードバック補償器の設計手順

以上のことを考慮し次の手続きで  $K$  を設計する。

##### Step1: $W_S$ の選択

1.  $l$  を選ぶ (安定余裕)。
2. 指定する極を与える。
3.  $\omega_w$  を選ぶ (選べる範囲は Fig.2.3 の斜線の領域)。
4.  $b$  を選ぶ (選べる範囲は Fig.2.3 の斜線の領域)。
5.  $|W_S(j\omega)|$  をチェックする。  $\|W_S\|_\infty > 1$  なら 2. に戻り指定する極を虚軸によせる。

##### Step2: $k_t$ を決めて $H^\infty$ -S-T 混合感度問題を解く。

- 準最適解があれば、指定する極を虚軸から遠ざけるか、 $b$  を大きくするか、 $l$  を小さくすることができる。
- 必要なだけ大きい  $k_t$  で解がなければ指定する極を虚軸によせるか、 $l$  を大きくするか、 $b$  を小さくして Step1 に戻る。

設計法の特徴を整理すると、

- 閉ループ系の特性を直観的に把握しやすい伝達関数の周波数整形を考えている。

- 感度と安定余裕のトレードオフの見通しがよい。
- 安定性を確保するために、一巡伝達関数ゲインを抑えることのほか古典制御的に安定余裕を考慮している。
- 周波数整形に  $H_\infty$  最適化 (混合感度問題) のアルゴリズムを利用している。

## 2.2.5 内部モデルの付加, 他のクラスの非最小位相制御対象について

### 内部モデルの付加

制御の仕様からフィードバック補償器が内部モデル  $W(s)$  を持つ必要があるときは, 制御対象  $P$  にかえて拡大系

$$P_E(s) = W(s)P(s) \quad (2.41)$$

を制御対象と考えて本手法を使うことができる。ただし  $P$  と  $W$  には不安定な極ゼロ相殺があってはならない。

$W(s)$  が虚軸上にゼロ点を持つときは, 式 (2.30) の  $W_{T1}$ ,  $W_{S1}$  を選択すれば混合感度問題は文献 [20] の方法で解くことができる。このとき  $P_E$  に対して混合感度問題から得られたフィードバック補償器を  $K_0$  とするとフィードバック補償器  $K$  は

$$K(s) = K_0(s)W(s)$$

となる [53, 73]。

### 他のクラスの非最小位相制御対象

以上述べたフィードバック補償器の設計手順では, まず感度最小化問題を解き, Waterbed 効果を考慮してから相補感度を含めた混合感度問題へと進んだ。始めに感度最小化問題を解き,  $W_S$  の候補を決め, 次に混合感度問題を解く手順そのものは Waterbed 効果を考慮するうえで制御対象が一般の非最小位相系 (複数の不安定ゼロ点を持ち, 多入力多出力) の場合にも有効であると考えられる。ただし, 制御対象の不安定ゼロ点の数が増えるまたは入出力数が増えると式 (2.36) は有効でなくなる。

また制御対象が多入力多出力系るとき, 混合感度問題において極ゼロ相殺を防止するには文献 [73] の方法が参考になる。

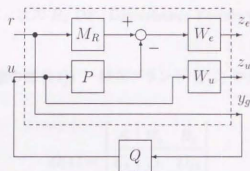


Fig. 2.5 前置補償器  $Q$  を求める一般化プラント.

## 2.3 非最小位相制御対象の前置補償器の設計

### 2.3.1 連続系で制御対象が非最小位相系の場合

#### 問題の設定

2自由度補償器の一部としての前置補償器 (フィードフォワード補償器) を考える。ここでは前置補償器からみた補償すべき系はフィードバック補償により安定化されていると仮定する。問題はある安定な規範モデル

$$M_R(s) = [A_R, B_R, C_R, D_R] \quad (2.42)$$

および安定な非最小位相制御対象 (フィードバック系)

$$P(s) = [A_P, B_P, C_P, D_P] \quad (2.43)$$

にたいし評価関数

$$J = \left\| \begin{bmatrix} W_e(s)(M_R(s) - P(s)Q(s)) \\ W_u(s)Q(s) \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (2.44)$$

を最小にする前置補償器  $Q(s) \in RH_\infty$  を求めることとする。ここで  $W_e(s)$ ,  $W_u(s)$  はそれぞれマッチング誤差, 前置補償器出力にかかる重みで,

$$W_e(s) = [A_E, B_E, C_E, D_E]$$

$$W_u(s) = [A_U, B_U, C_U, D_U]$$

とあらわす。一般化プラントは Fig. 2.5 のように定義できる。

以下  $Q(s)$  の解法と重み  $W_e, W_u$  に課される条件を調べる。

## $H_2$ DF 問題による解法

式(2.44)を解くのに、次の  $H_2$  DF (Disturbance Feedforward) 問題の解法を利用する。

定理 2.5 ( $H_2$  DF 問題の解 [11]) 一般化プラント  $G(s)$  が次のように表されたとする。

$$G(s) = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & O & D_{12} \\ O & I & O \end{array} \right] \quad (2.45)$$

ここで

A1:  $[C_1, A]$  は可検出,  $A$  は安定,

A2:  $[A, B_2]$  は可安定,

A3:  $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = O$ .

であると仮定する。一般化プラント  $G(s)$  を内部安定化し

$$\|\mathcal{F}_U(G(s), Q(s))\|_2 \quad (2.46)$$

を最小にする制御装置  $Q(s)$  はつぎのように与えられる。

$$Q(s) = [A - B_2 F_2, B_1, F_2, O] \quad (2.47)$$

ただし

$$F_2 = -B_2^T X_2 \quad (2.48)$$

ここで  $X_2$  は Riccati 方程式

$$X_2 A + A^T X_2 - X_2 B_2 B_2^T X_2 + C_1^T C_1 = O \quad (2.49)$$

を満たす正定対称解である。□

次に、この定理の仮定を吟味し、重み  $W_u(s)$ ,  $W_e(s)$  に課される条件を考える。いま一般化プラント  $G(s)$  の状態空間表現は次のように表せる。

$$G(s) = \left[ \begin{array}{cccc|cc|cc} A_E & B_E C_R & -B_E C_P & O & B_E D_R & -B_E D_P \\ O & A_R & O & O & B_R & O \\ O & O & A_P & O & O & B_P \\ O & O & O & A_U & O & B_U \\ \hline C_E & D_E C_R & -D_E C_P & 0 & D_E D_R & -D_E D_P \\ \hline O & O & O & C_U & O & D_U \\ & & O & & I & O \end{array} \right] \quad (2.50)$$

注意 1:  $[C_1, A]$  可検出,  $[A, B_2]$  可安定は式 (2.49) が正定対称解をもち,  $Q \in RH_\infty$  となる十分条件である [11].

注意 2: 仮定 A1 で,  $A$  安定は  $\mathcal{F}_U(G(s), Q(s))$  が内部安定になるための必要条件である. いま,  $Q(s) \in RH_\infty$  を求めることが目的であり,  $\mathcal{F}_U(G(s), Q(s))$  の内部安定性は問題でないで, この仮定は必要ない. (例えば  $W_e$  が不安定であるとき,  $\mathcal{F}_U(G(s), Q(s))$  は内部安定でなくなるが, ノルム条件と  $Q(s) \in RH_\infty$  が満足されればよい.)

注意 3: 仮定 A3 は loop-shifting [67] により, “ $D_{12}$  は列フルランク” と緩めることができる.

注意 4:  $\|\mathcal{F}_U(G(s), Q(s))\|_2$  が有限であるためには  $D_{11} = O$  が必要である.

以上の注意点を考慮すると, 問題設定より  $M_R(s), P(s)$  が安定であるので, 式 (2.44) を最小にする  $Q(s) \in RH_\infty$  を求めるために, 重み  $W_u(s), W_e(s)$  に課される条件は

1.  $D_E D_R = O$ .
2.  $D_U$  列フルランク, ( $D_{12}$  フルランク)
3.  $W_E(s)P(s), W_E(s)M_R(s), W_U(s)$  は可検出かつ可安定.

で十分である.

重み  $W_e$  はローパスフィルター,  $W_u$  はハイパスフィルターが選ばれる多くの場合では, 上記の条件は実用上の問題とはならないであろう.

## 2.4 まとめ

実軸上に 1 個の不安定ゼロ点をもつ非最小位相系の制御対象に対してフィードバック制御装置の設計を考えた. 提案する方法は, 混合感度問題を用いて, 一巡伝達関数の整形, 安定余裕, 極ゼロ相殺などを考慮することができる. また, 安定余裕, 感度特性, 閉ループ極の指定などの間のトレードオフ関係が分かりやすい. また, 極ゼロ相殺に関する定理 2.3 は制御対象が非最小位相系である場合に限らず成立する.

つぎに前置補償器の設計について述べた. 連続系制御対象が非最小位相系である場合,  $H_2$  ノルムを最小化する意味で規範モデルへモデルマッチングする方法を示し



た、この方法は第 5.1 節で実用上の有効性を確認する。ちなみにこの方法はノルム条件を  $H_\infty$  ノルムに容易に変更することができる。このときは一般化プラントの直達項  $D_{11} = 0$  の条件はなくすることができる。

### 第 3 章

## 操作域の飽和に対し制御演算の飽和を防ぐ内部安定化制御装置のブロック構成法



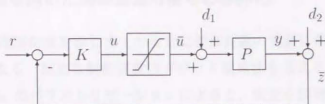


Fig. 3.1 操作端に飽和のある制御系.

### 3.1 はじめに

線形の範囲で内部安定な制御系でも、制御入力飽和がある場合、内部安定性が崩れることを示す。Fig.3.1の線形制御系を考える。

ここで  $P$  は制御対象、 $K$  は制御装置、 $d_1$  は入力外乱、 $d_2$  は出力外乱、 $r$  は目標値、 $\bar{u}$  は制御入力、 $u$  は制御入力の演算値、 $y$  は出力、 $z$  は観測量である。制御入力の飽和は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \bar{u}(t) &= u(t) + \bar{d}(t) \\ \bar{d}(t) &= \begin{cases} -u(t) + \text{sgn}(u(t)) u_L & |u(t)| > u_L \\ 0 & |u(t)| \leq u_L \end{cases} \end{aligned} \quad (3.1)$$

ここで  $\text{sgn}(u)$  は  $u$  の符号、 $u_L (> 0)$  は  $u$  の飽和値、 $t$  は時間を表す。いま、なんらかの原因によって (例えば外乱にたいして  $u_L$  が小さい)。

$$|u| > u_L$$

の状況が持続したとすると、 $u$  は式 (3.1) より次式のようになる。

$$u(t) = -K(p) [P(p) (\text{sgn}(u(t)) u_L + d_1(t)) + d_2(t) - r(t)] \quad (3.2)$$

ここで  $p$  は微分演算子である。式 (3.2) の状況では  $KP$  が不安定極を含むとき  $u$  は発散する。実際  $KP$  の極は不安定でなくともそれに近い位置にあるとき、 $u$  は大きくなる。実用上の問題点の一つは  $u$  の演算において制御用計算機の内部でオーバーフローが発生することである。制御装置の実装時には、 $u$  の最大値を評価してオーバーフローを起こさない言語長で数値演算することが必要である。 $u$  の最大値はひとつに式 (3.2) の状況が継続する時間 (積分時間) できまると考えられる。しかしこの積分時間は目標値のほか外乱  $d_1, d_2$  の入力状況にもよるので、事前の評価が困難であることが多い。そのため言語長を長くするといった数値表現法でのオーバーフロー対策は事実上不可能である。

## 3.2 飽和要素を用いた制御装置内信号の有界化

PID や 2 自由度制御系を含む全ての安定化制御装置の実装において、制御装置内の信号が有界になる一般的な制御装置のブロック構成法を考える。全ての安定化制御装置は、Youla のパラメトリゼーションによると、安定な伝達関数行列を要素として構成されることを利用する。すなわち安定な伝達関数行列と飽和要素とを組合わせて制御装置を構成する。

### 3.2.1 1 自由度制御系の場合

全ての内部安定化線形制御装置は次のような  $RH^\infty$  上の左既約分解表現で与えられる [9, 76].

$$K(s) = \tilde{K}_d(s)^{-1} \tilde{K}_n(s) \quad (3.3)$$

$$\tilde{K}_d(s) = M(s) (Y(s) - R(s) \tilde{N}(s)) \quad (3.4)$$

$$\tilde{K}_n(s) = M(s) (X(s) + R(s) \tilde{D}(s)) \quad (3.5)$$

$$\det(Y(s) - R(s) \tilde{N}(s)) \neq 0 \quad (3.6)$$

ただし  $M$  はユニモデュラ行列、 $P$  の  $RH^\infty$  上での既約分解表現を

$$P(s) = N(s) D^{-1}(s) = \tilde{D}^{-1}(s) \tilde{N}(s) \quad (3.7)$$

$$X(s) \tilde{N}(s) + Y(s) D(s) = I$$

$$\tilde{N}(s) \tilde{X}(s) + \tilde{D}(s) \tilde{Y}(s) = I$$

とする、 $I$  は単位行列、 $R \in RH_\infty$  は自由パラメータである、 $R$  は内部安定化制御装置を考える上での自由パラメータであるのたいし、 $M$  は制御装置のブロック構成の自由パラメータであるという意味づけることができる。

ここで  $\tilde{K}_d \in RH_\infty$ 、 $\tilde{K}_n \in RH_\infty$  であるから、式 (3.3) において不安定極を有する可能性があるのは  $\tilde{K}_d^{-1}$  である。まず  $\tilde{K}_d$  を直達項  $\tilde{K}_{dc}$  と強プロパーな項  $\tilde{K}_{d0}$  とに分ける。

$$\tilde{K}_d = \tilde{K}_{dc} + \tilde{K}_{d0} \quad (3.8)$$

式 (3.3) において  $\tilde{K}_d^{-1}$  を  $\tilde{K}_{dc}^{-1}$  のまえ向き経路と  $\tilde{K}_{d0}$  のうしろ向き経路とからなるループで実現する。さらに帰還ループの前向き経路終段に飽和要素を挿入する (Fig.3.2)。すなわち  $u(s)$  は

$$u(t) = \text{sat} \left( \tilde{K}_{dc}^{-1} \tilde{K}_n(p) (r(t) - \varepsilon(t)) - \tilde{K}_{d0}(p) u(t) \right) \quad (3.9)$$

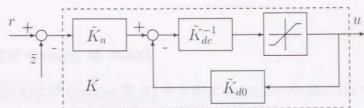


Fig. 3.2 制御演算のオーバーフローを防ぐブロック構成 (1 自由度構成制御装置).

と演算する. ここで  $\text{sat}(x(t))$  は  $x(t)$  を時間関数として飽和要素

$$\text{sat}(x(t)) = \begin{cases} x(t) & |x(t)| < u_L \\ u_L & |x(t)| \geq u_L \end{cases}$$

を表す. 飽和要素の制限値は  $u_L$  と等しく選ぶ. Fig. 3.2 の実現では  $\hat{K}_{d0} \in RH_\infty$  であることから帰還ループの入力  $\hat{K}_n(r - \hat{z})$  が有界ならば帰還ループの中の信号の有界性が保証される. 実際, 制御装置に入力される  $\hat{z}$  は検出器の出力で有界であることに注意すると,  $\hat{K}_n \in RH_\infty$  であることから  $\hat{K}_d(r - \hat{z})$  は有界であることがわかる. よって, 制御装置内の信号は必ず有界となる. 直達項  $\hat{K}_{dc}$  を帰還ループのうしろ向き経路から除いたのは代数ループが生じるのを防ぐためである. まえ向き経路に  $\hat{K}_{dc}^{-1}$  がはいっているが, 式 (3.6) を考慮すると  $\hat{K}_{dc}^{-1}$  の存在は保証されている.

また次に示すように, 他のいくつかの anti-windup 法は本方法の特別な場合になっている.

### 3.2.2 他の anti-windup 法との関係

#### Åström の方法

$u(s) = K(s)z(s)$  の状態空間での最小実現が

$$K(s) = [A, B, C, K(\infty)]$$

であったとする. Åström の方法 [4] は  $K$  を

$$u(s) = [A - HC, B - HK(\infty), C, K(\infty)](r(s) - \hat{z}(s)) + [A - HC, H, C, O]u(s) \quad (3.10)$$

のように演算する.  $H$  は  $A - HC$  の固有値の実部が正になるように選ばれる.

これは  $M$  を  $K$  の最小実現と同次とし,

$$M(s) = [A - HC, H + B_1, -C, I]D_1^{-1} \quad (3.11)$$



と選んだ場合に相当する。ここで  $B_1$  と  $D_1$  はそれぞれ  $\hat{K}_d$  の B 行列と D 行列である。

#### Hanus 等および Campo 等の方法

Hanus 等 [21] および Campo 等 [6] の方法は Åström の方法において  $H$  を特別に

$$H = BK(\infty)^{-1}$$

と選んだ場合に相当する。よって本方法においては

$$M(s) = [A - BK^{-1}(\infty)C, BK^{-1}(\infty), -C, I]D_1^{-1}$$

と選んだ場合になる。

#### Internal Model Control (IMC) による方法

IMC が適用できる条件として  $P \in RH_\infty$  が仮定される。Internal Model Control (IMC) による方法 [56] は

$$u(s) = R(s)(r(s) - \tilde{z}(s)) - R(s)P_0(s)u(s) \quad (3.12)$$

と演算する。ここで  $P_0$  は制御対象モデルである。これは既約分解表現を

$$\tilde{K}_d(s) = I, K_d(s) = I, \tilde{Y}(s) = I, Y(s) = I, \tilde{X}(s) = O, X(s) = O$$

とし、さらに

$$M(s) = I$$

と選んだ場合に相当する。

#### 証明

$$P(s) = [A_P, B_P, C_P, D_P]$$

とする。  $Y(s)$ ,  $X(s)$ ,  $\tilde{N}$ ,  $\tilde{D}$  などは以下のようにとることができることを利用する [77]。

$$Y(s) = [A_F, B_F, L, I]$$

$$X(s) = [A_F, F, L, O]$$

$$\tilde{N}(s) = [A_F, B_F, C_P, D_P]$$

$$\tilde{D}(s) = [A_F, F, -C_P, -I]$$

ただし

$$A_F = A_P - FC_P, \quad B_F = B_P - FD_P$$

ここで  $F$  は  $A_P - FC_P$  を安定化するオブザーバゲイン,  $L$  は  $A_P - LB_P$  を安定化する状態フィードバックゲインである,  $R(s) \in RH_\infty$  を

$$R(s) = [A_R, B_R, C_R, D_R]$$

とすると

$$Y(s) - R(s)\tilde{N}(s) = [A_0, B_1, C_0, D_1] \quad (3.13)$$

$$\tilde{X}(s) + R(s)\tilde{D}(s) = [A_0, B_2, C_0, D_2] \quad (3.14)$$

と表せる。ここで

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_R & B_R C_P \\ O & A_F \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_R D_P \\ B_F \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} B_R \\ F \end{bmatrix}$$

$$C_0 = [-C_R \quad L - D_R C_P], \quad D_1 = I - D_P D_R, \quad D_2 = D_R$$

これから内部安定化制御装置  $K(s)$  は

$$\begin{aligned} K(s) &= [A, B, C, K(\infty)] \\ &= [A_0 - B_1 D_1^{-1} C_0, B_2 - B_1 D_1^{-1} D_2, D_1^{-1} C_0, D_1^{-1} D_2] \end{aligned} \quad (3.15)$$

と表すことができる。

以上の準備のもとにはじめに式 (3.11)

$$M(s) = [A - HC, H + B_1, -C, I] D_1^{-1}$$

のユニモジュラ性を示す。式 (3.11) で,  $M(s) \in RH_\infty$  であるように  $H$  を選んだので,  $M^{-1}(s) \in RH_\infty$  を示せばよい。  $M^{-1}(s)$  がプロパーであることは明らかで, その状態空間表現は

$$M^{-1}(s) = [A + B_1 C, H + B_1, D_1 C, D_1]$$

と表せる。ここで式 (3.15) より

$$A + B_1 C = A_0$$

となる。いま

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_R & B_R C_P \\ O & A_F \end{bmatrix}$$

であり,  $R \in RH_\infty$  より

$$\text{real}(\lambda(A_R)) < 0$$

また,

$$\text{real}(\lambda(A_F)) < 0$$

となるよう  $F$  を選んだので

$$\text{real}(\lambda(A_0)) < 0$$

よって  $M^{-1}(s) \in RH_\infty$  が示された.

つぎに式 (3.4), (3.5) を計算し不可観測, 不可制御なモードをのぞくと

$$\tilde{K}_d = [A - HC, H, -C, I]$$

$$\tilde{K}_n = [A - HC, B - HK(\infty), C, I]$$

となる。ここで

$$\tilde{K}_{d0} = [A - HC, H, -C, O]$$

$$\tilde{K}_{dc} = I$$

とし, 式 (3.9) に代入すると Åström の式, (3.10) を得る.

さらに式 (3.11) においてとくに

$$H = BK^{-1}(\infty)$$

とすると Hanus 等, Campo 等の方法が得られる.

ここではつぎの公式を使った.

- 逆系

$$[A, B, C, D]^{-1} = [A - BD^{-1}C, BD^{-1}, -D^{-1}C, D^{-1}]$$

- 伝達関数行列のかけ算

$$[A_1, B_1, C_1, D_1] \times [A_2, B_2, C_2, D_2]$$

$$= \left[ \begin{bmatrix} A_1 & B_1 C_2 \\ O & A_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 D_2 \\ B_2 \end{bmatrix}, [C_1, D_1 C_2], D_1 D_2 \right]$$

さらに  $A_1$  と  $A_2$  はたがいに 1 行の数と列の数が等しいとき、上の式は相似変換

$$T = \begin{bmatrix} I & I \\ O & I \end{bmatrix}, T^{-1} = \begin{bmatrix} I & -I \\ O & I \end{bmatrix}$$

により

$$= \begin{bmatrix} A_1 & O \\ O & A_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 D_2 - B_2 \\ B_2 \end{bmatrix}, [C_1, C_1 + D_1 C_2], D_1 D_2$$

と変換できる。

- 伝達関数行列の足し算

$$[A_1, B_1, C_1, D_1] + [A_2, B_2, C_2, D_2]$$

$$= \begin{bmatrix} A_1 & O \\ O & A_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, [C_1, C_2], D_1 + D_2$$

## PID 制御装置のブロック構成例と計算機シミュレーション

制御対象は

$$P(s) = \frac{366}{s^2 + 30s}$$

とする。これを内部安定化する PID 制御装置、

$$K(s) = \frac{0.27s^2 + 12s + 162}{s(2.5 \times 10^{-3}s + 1)}$$

のブロック構成をあつかう。入力  $u$  は  $\pm 10$  で飽和するものとし、大きさ 15、継続時間 0.05 [sec] の入力外乱にたいする応答を計算機シミュレーションする。本方法では

$$\tilde{K}_{d0} = \frac{-0.685s + 9.87}{s^2 + 125.6s + 3948}$$

$$\tilde{K}_{dc} = 400$$

$$\tilde{K}_n = \frac{0.27s^2 + 12s + 162}{s^2 + 125.6s + 3948}$$

とし、飽和要素の制限値は±10とした。数値演算の方法により制御用計算機がオーバーフローしたときの挙動はことなるが、数値演算法としてここでは符号なしの数値演算を想定した。オーバーフローは積分器の出力が+12.8以上か-12.8以下で起こるとし、積分器(積算器)の出力の真値  $x$  が

$$x = \pm 12.8n + x_0 \quad (n \text{ は } 12.8|n| < |x| \text{ となる最大の整数})$$

となるとき  $x_0$  が出力されるとした。制御装置は離散系で実装するものとし、サンプリング時間は5[msec]とした。

Fig.3.3 に本方法にもとづき制御装置内でのオーバーフローを防止した場合(×印)、計算機オーバーフローがある場合(+印)、入力飽和のない理想的な場合(破線)を示す。理想的な場合  $u(t)$  が-12.8より小さくなるため、+印ではオーバーフローのため数値演算が暴走し、出力の振幅、収束時間ともに大きくなる。それにたいし本方法(×印)では出力の振幅、収束時間ともに小さくなっている。もちろんオーバーフローのおこる場合でも、数値表現を変えてより大きな値でオーバーフローが生じるように演算することは可能であるが、その場合、言語長を同じとすると演算精度が犠牲になる。

### 3.2.3 2自由度制御系の場合

$P$  にたいする内部安定な2自由度制御系の制御装置はつぎのように表される[50]。

$$\begin{aligned} u(s) &= \bar{K}(s) \begin{bmatrix} r(s)^T & \bar{z}^T(s) \end{bmatrix}^T \\ \bar{K}(s) &= [\bar{K}_1(s) \quad \bar{K}_2(s)] \\ \bar{K}_1(s) &= \bar{K}_d^{-1}(s) Q(s) \\ \bar{K}_2(s) &= \bar{K}_d^{-1}(s) \bar{K}_n^{-1}(s) \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで  $Q(s) \in RH_\infty$  は自由パラメータである。1自由度制御系のときとおなじように、式(3.16)は  $\bar{K}_d^{-1}$  を  $\bar{K}_{dc}^{-1}$  の前向き経路と  $\bar{K}_{d0}^{-1}$  の後向き経路からなるループで構成し、飽和要素を前向き経路に挿入すると(Fig.3.4)制御装置内の信号の有界性が保証できる。

## 3.3 まとめ

内部安定な線形制御系でも、制御入力飽和により制御入力の演算値が発散したり予想以上に大きくなったりする可能性がある。実機で制御入力の演算値が予想以



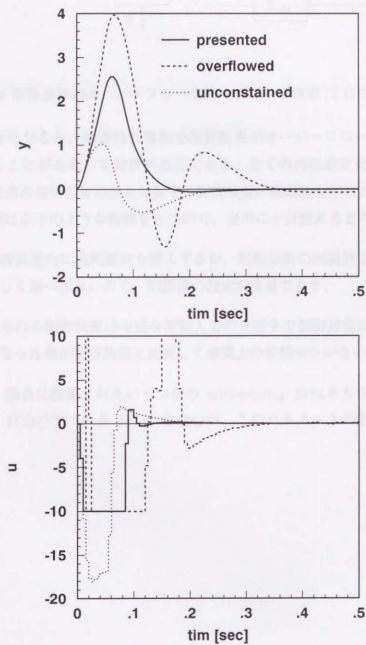


Fig. 3.3 PID 制御装置での計算機実験.

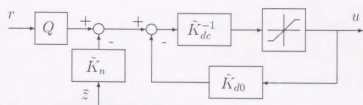


Fig. 3.4 数値演算のオーバーフローを防ぐブロック構成 (2 自由度構成制御装置),

上に大きくなると、制御用計算機で演算結果がオーバーフローし、制御結果に悪影響があることがあるので対策が必要である。全ての内部安定化制御装置にたいして制御装置内の信号の有界性を保証する制御装置の構成法を示した。

本方法は以下のような特徴をもつので、実用に十分耐えると考えられる。

- 制御装置内に飽和要素を挿入するが、飽和要素の制限値は制御入力飽和点に等しく選べば良いので、制限値の設定が容易である。
- 得られる制御装置は可能な制御入力の上限まで制御対象に入力するので、もともとなった線形制御装置と比較して事実上の性能劣化がない。

また、過去に提案されたいくつかの anti-windup 法は本方法の特殊な場合になっている。自由パラメータ  $M(s)$  を含むが、このパラメータの最適化は今後の課題である。

## 第 4 章

# 周波数領域でノイズやアンモデルダイナミクスを考慮するパラメータ同定法

## 4.1 はじめに

パラメータ同定において、ほとんどの場合同定対象は同定モデルよりダイナミクスが複雑である。また、データ取得時に無視できない大きさのノイズがどうしてもはいってしまうことがある。このような事情から、パラメータ同定ではノイズやアンモデルダイナミクスの影響を考えることが必要になる。

ノイズの影響を考慮した同定法としては、例えば拡張最小2乗法や一般化最小2乗法が知られている[57]。これらの方法では式誤差が適当な整形フィルタによって白色化できれば、偏りのない一致推定量を得ることができ、パラメータはデータ長に応じて真値に収束する。ところが、整形フィルタはあらかじめ適当に次数を決めておく必要があり、十分な精度の結果を得るためには長いデータが必要になる可能性がある。

アンモデルダイナミクスに関連する問題としては、例えば極端な例として、無限次元系の制御対象を振動制御のために有限次元でモデル化することがある[43]。このような場合に限らずとも、パラメータ同定において、多くの場合モデルの次数は同定対象の次数より低いと考えられる。同定モデルが同定対象より低次であればモデル化誤差は避けられないが、制御を考えると、とくに制御バンドに関連する周波数帯域で重点的に精度のよいモデルが同定されることが望ましいと考えられる。

ところで、状況によっては同定対象や検出器(センサー)等に関する事前知識、制御の仕様などから、それぞれノイズの分布する周波数帯域(例えば検出器の搬送波)やアンモデルダイナミクスとなるモードの存在する周波数帯域が事前情報として与えられる場合がある。このような場合はノイズやアンモデルダイナミクスの帯域をあらかじめ切り捨てたり、重みを軽くして影響を少なくしたりすると効果的であると考えられる。具体的な方法として、ここでは評価関数として

$$J = \|L_p(Y - \hat{Y})\| \quad (4.1)$$

を使うことを考える。ここで、 $Y$  は同定対象出力の時系列、 $\hat{Y}$  は同定モデルの出力の時系列、 $L_p$  は利用すべき周波数領域に重み付けを与えるためのフィルタである。誤差の評価のしかたとしては式誤差を採用する場合と出力誤差を採用する場合があるが、式(4.1)では制御系設計に整合性がよい出力誤差をとる。式(4.1)を最小化する手法としては例えば最適なパラメータを探索する方法があるが、一般に演算量が多くなり、実用性の上から好ましくない。そこでここでは最小2乗法を基に演算量の少ないアルゴリズムを考える。

本章の構成は2節に最小2乗法を基にした周波数重み付け同定法を述べる。3節

では計算機シミュレーションで本方法を検証する。4節では同定対象に対し本方法が有効であることを示す。5節をまとめとする。

## 4.2 最小2乗法を基にした周波数重み付け同定法

同定対象の入出力関係は離散的に次のように表せるものとする。

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \gamma(k) \quad (4.2)$$

ただし

$$B(q) = \sum_{i=0}^m b_i q^{m-i}, \quad A(q) = q^n + \sum_{i=1}^n a_i q^{n-i} \quad (4.3)$$

$y(k)$  は出力,  $u(k)$  は入力,  $n$  は同定対象の次数,  $m$  は分子多項式の次数,  $\gamma(k)$  はノイズやアンモデルダイナミクスによる項,  $q$  は進み演算子  $y(k+1) = qy(k)$ ,  $k$  は  $T$  をサンプリング間隔として, 信号が時刻  $kT$  におけるサンプル値であることを表す正の整数である。最小2乗法による  $A(q)$ ,  $B(q)$  のパラメータベクトル推定値  $\xi^T = [\hat{a}_n \cdots \hat{a}_1, \hat{b}_m \cdots \hat{b}_0]$  は次のようにえられる。

$$\xi = [X^T X]^{-1} X^T W \quad (4.4)$$

$$W^T = [\eta(1) \ \eta(2) \cdots \eta(k) \cdots \eta(N)]$$

$$X^T = [\chi(1) \ \chi(2) \cdots \chi(k) \cdots \chi(N)]$$

$$\eta(k) = \frac{q^n}{F(q)} y(k)$$

$$\chi^T(k) = \left[ \frac{[q^{n-1} \ q^{n-2} \cdots 1]}{F(q)} y(k), \frac{[q^m \ q^{m-1} \cdots 1]}{F(q)} u(k) \right]$$

ただし  $F(q)$  は状態変数フィルターの多項式で安定に選ばれる。  $N$  はデータ数である。評価関数は

$$J = \|W - X\xi\|_2 \quad (4.5)$$

であるがこれは次のように書き直すことができる。

$$J = \|\lambda(1) \ \lambda(2) \cdots \lambda(k) \cdots \lambda(N)\|^T \quad (4.6)$$

$$\lambda(k) = \frac{\hat{A}(q)}{F(q)} \left( y(k) - \frac{\hat{B}(q)}{\hat{A}(q)} u(k) \right) \quad (4.7)$$

$\hat{B}(q)$ ,  $\hat{A}(q)$  はそれぞれ  $B(q)$ ,  $A(q)$  の推定値である。式(4.7)の括弧の中は出力誤差を表しており,  $\hat{A}(q)/F(q)$  が評価関数において出力誤差の周波数重みになっていることがわかる[49]。ここで  $F(q)$  を

$$F(q) = \hat{A}(q) \quad (4.8)$$



のように選べれば最小 2 乗法にかかわる周波数重みはフラットになる。さらに前処理フィルタ  $L_p(q)$  を用い元入出力信号を前処理すると  $L_p(q)$  で周波数重み付けした同定結果を得ることができる。

$\hat{A}(q)$  は事前には未知であるから、 $F(q)$  を式 (4.8) のように設定する方法として、Steiglitz-McBride の方法 (SMM) [71] を使う。即ち、まず適当な安定多項式  $F_0(q)$  を選び式 (4.4) に従い 1 回目の推定値  $\hat{B}_1(q)$ 、 $\hat{A}_1(q)$  を得る。次に  $F(q)$  を

$$F_1(q) = \hat{A}_1(q)$$

と置き、再び式 (4.4) に従い 2 回目の推定値  $\hat{B}_2(q)$ 、 $\hat{A}_2(q)$  を得る。この手順を  $\hat{A}(q)/F(q)$  が十分フラットになるまで繰り返す。 $\hat{A}(q)$  が収束すると次の評価関数が最小化されたことになる [36]。

$$J_w = \|\lambda_w(1) \lambda_w(2) \cdots \lambda_w(k) \cdots \lambda_w(N)\|^T \|_2 \quad (4.9)$$

$$\lambda_w(t) = L_p(q) \left( y(k) - \frac{\hat{B}(q)}{\hat{A}(q)} u(k) \right) \quad (4.10)$$

また文献 [71] では “mode2 iteration” として、繰り返し計算の途中から補助変数

$$z(k) = \frac{\hat{B}(q)}{\hat{A}(q)} u(k) \quad (4.11)$$

を使い、式 (4.4) で  $\xi = [X^T X]^{-1} X^T W$  の代わりに

$$\xi = [Z^T X]^{-1} Z^T W \quad (4.12)$$

$$Z^T = [v(1) \ v(2) \cdots v(k) \cdots v(N)],$$

$$v^T(t) = \left[ \frac{[q^{n-1} \ q^{n-2} \ \cdots \ 1]}{F(q)} z(t), \frac{[q^m \ q^{m-1} \ \cdots \ 1]}{F(q)} u(t) \right]$$

とする方法が示されている。この方法では補助変数法の特徴により誤差が入力と無相関化され、式 (4.4) の場合にくらべパラメータ推定値の偏りが減る可能性がある。ただし補助変数を使うとき、 $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$  がすでに十分真値に近付いていることが条件になる。

以上のアルゴリズムをまとめると Fig.4.1 のようになる。

文献 [72] ではいくつかの仮定のもとで、SMM アルゴリズムは真値に収束することが示されている。文献 [72] の仮定にはとくにアンモデルダイナミクスがある場合成り立たないものがあるので  $\gamma(k)$  が白色ノイズ、モデルの分子分母次数が同定対象の次数と一致など、次章の計算機シミュレーションでは、同定対象次数とモデル次数が合っていないくても本方法が有効である例を示す。

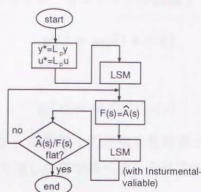


Fig. 4.1 周波数重みつきパラメータ同定アルゴリズム.

### 4.3 計算機シミュレーションによる実証

#### 4.3.1 自動車の後輪舵角からヨーレートへの伝達関数

四輪操舵では自動車のヨーレートを制御量、後輪舵角を操作量とする場合がある[15]。後輪舵角に対するヨーレートの伝達関数の同定を考える。自動車の2自由度モデルでは後輪舵角からヨーレートへの伝達関数は次のように表される[1]。

$$y(s) = G_r(s)u(s) \quad (4.13)$$

$$G_r(s) = \frac{H_r(s)}{A_r(s)}$$

ここで  $H_r(s)$ ,  $A_r(s)$  はそれぞれラプラス演算子  $s$  の1次と2次の多項式,  $y$  はヨーレート,  $u$  は後輪舵角である。現実の自動車では, 2自由度モデルでは考慮されていないタイヤや, サスペンションほかの高次ダイナミクスがある。簡単のためこれらのダイナミクスをまとめて

$$G_0(s) = \frac{1}{\tau_p s + 1}$$

のようにおき, シミュレーションでの同定対象は

$$G_r(s)G_0(s)$$

を考える。パラメータは典型的な小型乗用車が時速100 [km/h] での値を想定して,

$$G_r(s) = \frac{75s + 270}{s^2 + 10.44s + 61.8} \quad (4.14)$$

とする。また、 $\tau_r = 1/50$  とする。サンプリング間隔  $T$  は  $0.01$  [s] とし、データは

$$y(k) = y_0(k) + \gamma(k) \quad (4.15)$$

ただし

$$y_0(s) = G_r G_0(s) u(s),$$

とする。簡単のため、入力  $u$  は分散  $1$  の正規白色雑音とする。SMM アルゴリズムで、 $F_0(q)$  は  $q^n$  とし、繰り返し計算で繰り返しを終了する条件は

$$\max \left| 20 \log_{10} \left( \frac{\hat{A}(j\omega)}{F(j\omega)} \right) \right| < 1 \text{ [dB]}$$

とした。また mode 2 iteration を実行した。

### ノイズの影響

ノイズの影響を調べるため、ここでは同定モデルは分母多項式 3 次、分子多項式 2 次とし、 $\gamma$  を振幅  $0.5$  の一様な乱数とする。このとき  $y(k)$  と  $\gamma(k)$  のパワースペクトラムの比  $s/n$  は Fig.4.2 のようになる。 $s/n$  は高周波帯域で悪化している。前処理フィルタは  $s/n$  の良い帯域で重みを大きくするため、カットオフ周波数  $30$  [rad/s] の 10 次バターワース型ローパスフィルタとする。

結果は Fig.4.3 のようになる。図中で “LSM+prefilter” は前処理フィルタを使った最小二乗法での結果、“Weighted” は本方法の結果、“real” は真値である。

“LSM+prefilter” では、周波数重みとして高周波でゲインの大きい  $\hat{A}(q)/q$  がかるため、前処理フィルタの効果が十分でなく、真値との差異が大きい。一方、本方法では、 $s/n$  が悪い帯域を除外して同定モデルのあてはめを行なうので、真値とのずれが小さくなっている。

### モデル次数が低い場合

同定モデルの分母多項式を 2 次、分子多項式を 1 次として同定対象の次数よりモデル次数が低い場合をシミュレーションする。この問題設定では文献 [72] の結果からは SMM アルゴリズムの収束は保証されない。ノイズは簡単のため  $\gamma(k) = 0$  とする。また、前処理フィルタはカットオフ周波数  $30$  [rad/s] の 10 次バターワース型ローパスフィルタとし、 $G_0$  による遅れの影響を避けて、2 次モデルで近似しやすい周波数帯域に重みをつける。シミュレーション結果を Fig.4.4 に示す。

ここで “ $L_p = 1$ ” は前処理フィルタを使わず SMM の mode 2 iteration を用い、全周波数帯域でフラットな周波数重みをつけた結果である。

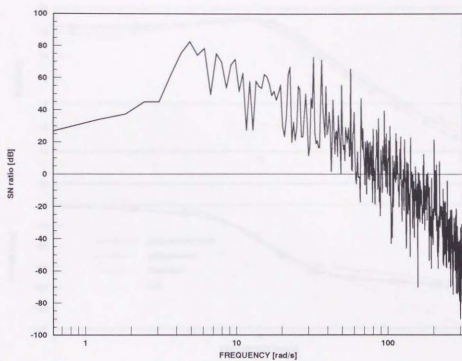


Fig. 4.2 sn 比.

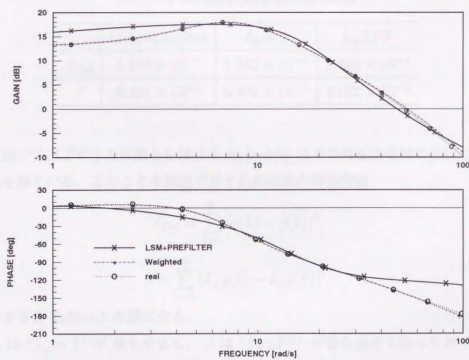


Fig. 4.3 ノイズに対する周波数重みの効果.

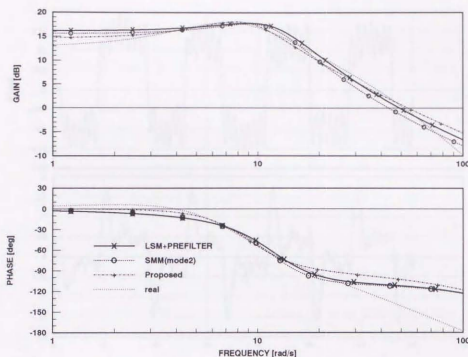


Fig. 4.4 アンモデルドダイナミクスに対する周波数重みづけの効果.

Table 4.1 重みによる同定結果の差異.

	LSM+prefilter	$L_p = 1$	$L_p$ :LPF
$J_{flat}$	$1.579 \times 10^{-1}$	$1.362 \times 10^{-1}$	$1.863 \times 10^{-1}$
$J$	$6.291 \times 10^{-2}$	$5.402 \times 10^{-2}$	$2.822 \times 10^{-2}$

本方法 (“ $L_p$ :LPF”) では重みを付けた 30 [rad/s] 以下の周波数帯域で真値に近い同定結果を得ている. このことを数値で示すために次の評価関数

$$J_{flat} = \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 \quad (4.16)$$

$$J = \sum_{k=1}^N (L_p y(k) - L_p \hat{y}(k))^2 \quad (4.17)$$

を計算すると Table 4.1 の様になる.

$J_{flat}$  は “ $L_p = 1$ ” が最も小さく,  $J$  は “ $L_p$ :LPF” が最も小さくなっており, それぞれ対応する前処理フィルター (“ $L_p = 1$ ” では  $L_p = 1$ ) による重みづけが有効であることが分かる, “ $L_p$ :LPF” ではとくに前処理フィルターで重み付けた周波数帯域で精度の良いモデルが得られたことが分かる.



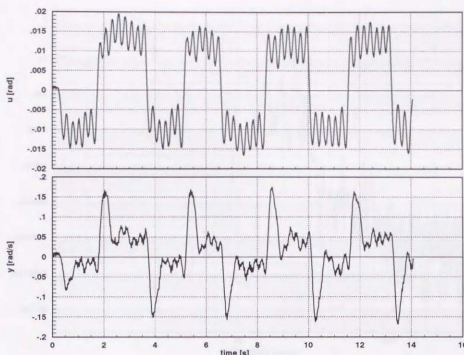


Fig. 4.5 四輪操舵車の同定データ (入力: 後輪舵角, 出力: ヨーレート)

## 4.4 実機の同定

### 4.4.1 自動車の後輪操舵角からヨーレートへの伝達関数

前の節の結果を受けて, この章では実際の四輪操舵車のデータ (Fig.4.5) を用いて同定を行なう。

実験は排気量 1.8 [l] の小型乗用車を用いた。ヨーレートの計測には分解能 0.01 [°/s] のレートジャイロを用いた。後輪舵角は, 減速比 440 のギヤを介して, 分解能 0.6 [°] のロータリエンコーダで計測した。実験は日産自動車テストコース内で行なった。データは, 幅 20 [m] 長さ 800 [m] の直線部で収録した。データのサンプリング周期は 0.01 [s], 量子化は 12 bit の A/D コンバータを使った。

前処理フィルターは, 自動車の実用時に入力の分布する周波数帯域に合わせて, 遮断周波数 18 [rad] の 10 次バターワース型ローパスフィルターとした。入力の周波数分布は Fig.4.6 のようになっており, 前処理フィルターのバンド内の周波数を含んでいるが 30 [rad/s] 以上の成分は含んでいない。

同定モデルを分母多項式 2 次, 分子多項式 1 次としたときの結果を Fig.4.7 に, また, 評価関数の値を Table4.2 に示す。Fig.4.7 で “Cor.” は  $y, u$  から直接相関関数

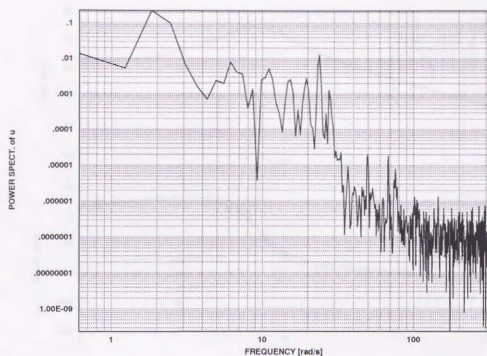


Fig. 4.6 入力データのパワースペクトラム.

Table 4.2 同定結果の重みによる差異.

	LSM+prefilter	$L_p = 1$	$L_p$ :LPF
$J_{flat}$	$5.835 \times 10^{-1}$	$2.871 \times 10^{-1}$	$2.906 \times 10^{-1}$
$J$	$4.700 \times 10^{-1}$	$1.685 \times 10^{-1}$	$1.661 \times 10^{-1}$

を計算して求めた周波数特性を示す.

“LSM+prefilter”と“ $L_p$ :LPF”とは明らかに結果が異なっており、周波数重みづけに本方法は効果があることがわかる. Fig.4.7 では“ $L_p = 1$ ”と“ $L_p$ :LPF”では、同定結果に大きな違いはないが、Table 4.2 を見ると  $J_{flat}$  は“ $L_p = 1$ ”が最も小さく、 $J$  は“ $L_p$ :LPF”が最も小さくなっており、周波数重みの効果として計算機シミュレーションと同様の傾向が現れている.

シミュレーションほど“ $L_p = 1$ ”と“ $L_p$ :LPF”とに差異がない原因として、

- 高周波の入力成分が少ないため、前処理フィルターのバンド外のモードが励起されなかった.
- 前処理フィルターのバンド外で出力の観測ノイズが少なかった.

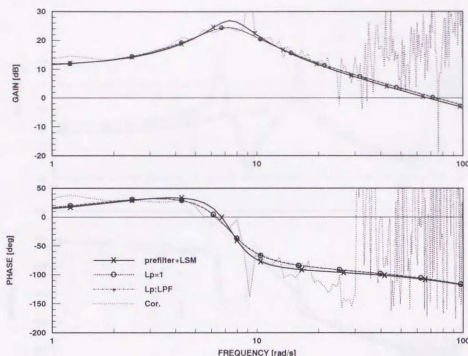


Fig. 4.7 同定結果 (四輪操舵車)

などのためデータに対し2次モデルが無理なく適合するためと考えられる。

ちなみにこのデータで同定モデルの次数を4とすると、“ $L_p = 1$ ”や“ $L_p$ :LPF”の同定結果では一組のごく近い極とゼロ点が現れた。このことから、このデータに対しては同定モデルの次数は高々3次で十分ことが分かった。

#### 4.4.2 エルロン駆動系の目標値から舵角への伝達関数

ここでは本方法と最小2乗法との比較を同定モデルの次数の点から行なう。例題として飛行機のエルロン駆動系の目標値から舵角への伝達関数の同定を扱う。入力とは3～20 [Hz]の正弦波スイープ信号、出力はエルロンの変位である[30]、サンプリング周期は1/51.2 [s]、データ数は1024個である。

前処理フィルタは入力の周波数分布にあわせて通過周波数20～120 [rad/s]の10次バタワース型バンドパスフィルタとした。

結果を Fig.4.8 に示す。本方法では同定モデルを分子4次、分母5次とした (“Weighted(5)”)、最小2乗法では分子次数4、分母次数5の場合 (“LSM(5)”)、分子次数9、分母次数10の場合 (“LSM(10)”)を示した。

“LSM(5)”では、得られたモデルは“Cor.”の特徴を表現していないが、“Weighted(5)”

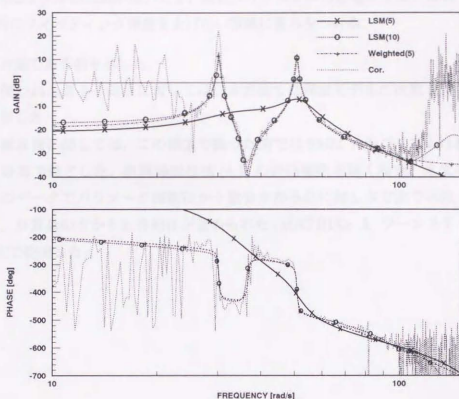


Fig. 4.8 飛行機エルロン目標値応答特性の同定結果.

では“LSM(5)”と同じ次数でありながら“Cor.”の共振点、反共振点などの特徴を反映している。最小2乗法で“Weighted(5)”と同程度に“Cor.”の特徴を表すには、同定モデルは10次(“LSM(10)”)前後が必要であった。

最小2乗法では非正規なノイズやアンモデルダイナミクスのため、同定モデルの次数が高くなる傾向があることが知られている[2]。制御系設計モデルを得るためには、最小2乗法で次数の大きめなモデルを同定しておき、つぎにモデル低次元化手法を用いる方法がとられることがある[2]が、本方法でははじめから次数の低いモデルが同定される可能性が示された。また、同定モデルの次数が低いと、数値演算上の精度が向上したり、PE条件が満たされやすくなることが期待できる。

#### 4.5 まとめ

パラメータ同定において、ノイズやアンモデルダイナミクスに対処するために周波数重みを設定する同定法を提案した。本方法で重みのつけかたは

- $s/n$  の良い帯域に重みをつける。

- 同定モデルの次数が低いとき、高次ダイナミクスの影響が少ない帯域や、重点的にフィッティング精度を上げたい帯域に重みをつける。

などが有効である例を示した。

よく使われる最小2乗法に対しては、本方法では同定モデルの次数を小さくできる例を示した。

また演算量に関しては、この論文で扱った例ではSMMアルゴリズムは数回の繰り返し計算で終了した。計算時間は式(4.1)の評価関数を解く場合、本文中の四輪操舵車のデータでパラメータ探索法が十数分かかるのに対し本方法では数十秒以下であり、計算量の点からも有利性が認められた(MATRIXxをワークステーションVAX上で使用した)。



## 本方法の実機での検証

この章では前の章で述べた方法を四輪操舵車の運動制御と電動位置決めサーボ系に適用し、有効性を検証する。

## 5.1 四輪操舵車の運動制御

### 5.1.1 はじめに

自動車の性能の一つに操舵にたいする応答特性がある。ドライバーが操舵したとき、自動車はドライバーが期待した応答(回頭運動)を示すことが望ましい。またそのとき修正操舵というようなドライバーの負担になることは少ないことが望ましい。操舵応答特性を支配する要素にはホイールベースや質量、慣性モーメントなど自動車の基本的な大きさからくる要素のほか、タイヤの性質、サスペンションの構造などがある。操舵応答特性を変化させるには、これらの要素の寸度や定数を設計する方法がある。ところが要素の特性のひとつひとつは操舵応答特性だけでなく乗り心地性能やブレーキ性能にも関係するため、諸性能の間でトレードオフの関係が生じることがあり、必ずしも設計者が意図したとうりの操舵応答特性が実現するとは限らない。

四輪操舵は自動車の前輪だけでなく後輪も操舵して、操作端の数を増やすことにより、他の性能と独立に操舵性能を改善することを目的とする。四輪操舵には、ハンドルと各四輪は機械的に全く切り離されており前後輪双方の舵角を操作量とする方式と前輪は従来どうり機械的にハンドルとむすばれており後輪の舵角だけを操作量とする方式とが考えられる。ここでは実用面での信頼性で有利と思われる後者の方式をとりあつかう。

この節では以下、自動車-人間系の観点から四輪操舵でどのような特性を実現すべきか考察する。その考察の結果として、ドライバーの操舵(参照入力)にたいし理想的な応答を示す規範モデルを仮定し、規範モデルの出力(目標値)に実際の自動車の運動を近付ける制御装置を考える。制御装置は操舵応答を規範モデルの応答に近付ける前置補償器と、前置補償だけでは除去できない外乱や自動車の特性変動の影響を除去するフィードバック補償器とからなる2自由度制御系となる。自動車の操舵応答特性は車速や路面(タイヤ)の状態によって変わりやすく、ロバストな制御系が要求される。また、後輪を制御入力とした自動車の回頭運動の伝達関数は非最小位相系になることがあり、非最小位相系を考慮した設計法が必要とされる。

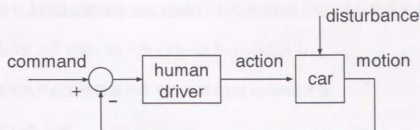


Fig. 5.1 人間自動車系.

### 5.1.2 人間 - 自動車系

#### 人間と自動車の閉ループ

人間が自動車を操縦するとき、Fig.5.1のような閉ループ系が構成されていると考えることができる。この閉ループ系の入力例えば自動車の目標位置や目標運動状態、出力は自動車の実際の位置や運動である。ドライバーの入力は視覚、体感する加速度などの情報であり、これら情報と経験などからハンドル操作、アクセル操作、ブレーキ操作、ギヤ操作などの運転操作(出力)を行ない目標と実際の差異を修正する。ドライバーはこの閉ループ系で制御装置としての役割を果たしている。

四輪操舵の目的はドライバーの制御装置としての負担を軽減し、また人間-自動車系の性能が向上するように自動車の特性を補償することであるといえる。そのためには、制御の目的として以下のことが考えられる。

- 自動車の開ループでの応答特性を補償し、ドライバーの運動目標にたいする操舵を容易にする。
- Fig.5.1で自動車のまわりに局所的な制御ループを作り、ドライバーの外乱除去の負担を少なくする。

Fig.5.1 では人間の出力、自動車の出力などが物理量として明確に定義されていないが、ドライバーの出力については以下のことが知られている。

**定義 5.1 (free control/fixed control)** 人間がハンドルを操作をする時ハンドルにトルクを加えるわけであるが

- ハンドルにトルクを加えることが最終的な操舵行為である場合を free control と呼び、
- ハンドル角を発生することが最終的な操舵行為である場合を fixed control と呼ぶ。□

状況により人間は自動車を free control したり fixed control したりするが、

- 操舵のタスクが軽い時ドライバーは free control し、
- 操舵タスクが困難な時ドライバーは fixed control する

といわれている [19] .

また Fig.5.1で、自動車の出力については次のことが知られている [69].

操舵する時ドライバーがどのような物理量の発生を目的としているのかというと、

- 緊急回避の場合のように予測外の操舵の目的は横方向の移動 (横加速度) の発生であることが多く、
- 予測内での操舵の目的は回頭運動 (ヨーレート: 回頭の角速度) の発生であることが多い

とされている。

また、自動車の望ましいオープンループ特性に関してはつぎのことがヒントとなる。色々な特性の自動車を運転することができることから、人間は、自動車の特性に対応してある程度、制御装置としての自分の特性を適応的に変えていると考えられる。人間が制御装置としての働きをする時、制御対象への適応の結果次のような関係が現れる [55].

**定理 5.1 (cross over model)** 人間の記述関数を  $H$ , 制御対象の伝達関数  $P$  とすると、Fig.5.1の閉ループにおいて、 $HP$  のゲインが 0 dB になる周波数 (cross over 周波数) の付近では

$$HP = \frac{C}{s} e^{-sT}. \quad (5.1)$$

がなりたつ。

ここで  $C$  は定数,  $s$  はラプラス演算子,  $T$  はむだ時間である。□

人間・自動車系に cross over model があてはまるとすると、cross over 周波数付近で  $P$  の位相おくれが大きいとき、人間は cross over 周波数付近で微分補償的な動作をし、逆に  $P$  の cross over 周波数付近での位相おくれが小さいと、人間の微分補償動作は軽減される可能性がある。

この結果はつぎの説につながる。

運転者が自分の動特性を調整して閉ループの性能向上をはかるとき、脳では操縦に必要な情報処理が発生する。運転しやすい対象では情報処理の量はすくなくすむ[25]。この情報処理の量は運転者の位相進み補償の大きさと密接に係る[52]。

関連ある報告として文献[60]では、ヨーレートや横加速度の応答の位相特性の遅れを減らすと人間・自動車系の性能が向上し、さらに自動車に対する官能評価の結果(フィーリング)も良くなるとしている。

これらの結果から、操舵角や操舵トルクにたいするヨーレートや横加速度の応答の位相おくれが小さいことは自動車の操舵応答特性の望ましい特性のひとつであろうと考えられる。

実際の自動車では次節に示すように車速が大きくなったり、氷上などでタイヤの能力が低下したりすると操舵応答の位相遅れは大きくなる傾向をもつ。

### 5.1.3 自動車の横運動(操舵応答)ダイナミクス

入力を前後輪の操舵角とした自動車の回頭運動の運動方程式は次のように記述される(Fig.5.2 参照)[1]。ここでは自動車に固定した座標系をとっている。車軸方向の並進運動の運動方程式は

$$2C_f + 2C_r = M\alpha \quad (5.2)$$

重心点回りの回転の運動方程式は

$$2C_f L_f - 2C_r L_r = I_z \ddot{\psi} \quad (5.3)$$

である。ただし

$C_f$  : 前輪の発生するコーナリングフォース

$C_r$  : 後輪の発生するコーナリングフォース

$L_f$  : 前車軸から重心点までの距離

$L_r$  : 後車軸から重心点までの距離

$M$  : 車両の質量

$I_z$  : 重心点回り地面垂直方向の慣性モーメント

$\alpha$  : 車軸方向の重心点加速度(横加速度)

$\ddot{\psi}$  : ヨー角加速度

横加速度は

$$\alpha = \dot{V}_y + V \dot{\psi} \quad (5.4)$$

とあらわされる。ここで



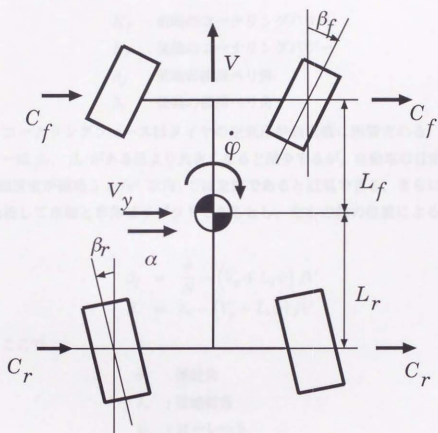


Fig. 5.2 四輪操舵車の力学的モデル.

$V_y$  : 重心点の車軸方向への並進速度 (横滑ベリ速度)

$V$  : 車速

である、コーナリングフォースはタイヤの横滑ベリ角に対し 1 次遅れに近い応答をするが、この遅れを近似のため無視すると

$$C_f = K_f \beta_f \quad (5.5)$$

$$C_r = K_r \beta_r \quad (5.6)$$

とあらわされる、ここで

$K_f$  : 前輪のコーナリングパワー

$K_r$  : 後輪のコーナリングパワー

$\beta_f$  : 前輪の横滑ベリ角

$\beta_r$  : 後輪の横滑ベリ角

である、コーナリングフォースはタイヤの空気圧や回転数に影響される、コーナリングパワーは  $\beta_f$ ,  $\beta_r$  がある値より大きくなると減少するが、自動車の日常的な運転状況 (横加速度が概略  $5 \text{ m/s}^2$  以内) では定数であると近似できる、さらにロールの影響を無視して車軸と車体はリジッドであるとし、左右の輪の位置による違いを無視すると

$$\beta_f = \frac{\theta}{N} - (V_y + L_f \dot{\psi}) / V \quad (5.7)$$

$$\beta_r = \delta_r - (V_y - L_r \dot{\psi}) / V \quad (5.8)$$

を得る、ここで

$\theta$  : 操舵角

$\delta_r$  : 後輪舵角

$\dot{\psi}$  : ヨーレート

$N$  : ステアリングギヤ比

である、ステアリングシャフトはハンドルを切ると捻れ、操舵角と実際の前輪の舵角との間には遅れがあるが、固有値が大きいくことからダイナミクスは無視し捻れの方は  $K_f$  の減少で代表させるという近似を用いている、以上の運動方程式をまとめると、次の状態方程式をえる、

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \quad (5.9)$$

$$x_p = [\dot{\psi} \quad V_y]^T, \quad u_p = [\theta \quad \delta_r]^T$$

$$A_p = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -2(L_f^2 K_f + L_r^2 K_r) / I_z V \quad a_{12} = -2(L_f K_f - L_r K_r) / I_z V$$

$$a_{21} = -2(L_f K_f - L_r K_r) / MV - V \quad a_{22} = -2(K_f + K_r) / MV$$

$$b_{11} = 2L_f K_f / I_z N$$

$$b_{12} = -2L_r K_r / I_z$$

$$b_{21} = 2K_f / MN$$

$$b_{22} = 2K_r / M$$

車速を一定とすると式 (5.9) は線形系と考えることができ、ヨーレート、横加速度の伝達関数はつぎようになる。

$$\dot{\psi} = \frac{H_f(s)}{G_p(s)} \theta + \frac{H_r(s)}{G_p(s)} \delta_r \quad (5.10)$$

$$\alpha = \frac{F_f(s)}{G_p(s)} \theta + \frac{F_r(s)}{G_p(s)} \delta_r \quad (5.11)$$

$$G_p(s) = s^2 + 2 \left( \frac{K_f + K_r}{M} + \frac{L_f^2 K_f + L_r^2 K_r}{I_z} \right) \frac{1}{V} s + \frac{4K_f K_r (L_f + L_r)^2}{I_z M} \frac{1}{V^2} + \frac{2(L_r K_r - L_f K_f)}{I_z} \quad (5.12)$$

$$H_f(s) = \frac{1}{N} \left( \frac{2L_f K_r}{I_z} s + \frac{4K_f K_r (L_f + L_r)}{I_z M} \frac{1}{V} \right) \quad (5.13)$$

$$H_r(s) = \frac{2L_r K_r}{I_z} s + \frac{4K_r K_f (L_f + L_r)}{I_z M} \frac{1}{V} \quad (5.14)$$

$$F_f(s) = \frac{1}{N} \left( \frac{2K_f}{M} s^2 + \frac{4K_f K_r L_r (L_f + L_r)}{I_z M} \frac{1}{V} s + \frac{4K_f K_r (L_f + L_r)}{I_z M} \right) \quad (5.15)$$

$$F_r(s) = \frac{2K_r}{M} s^2 + \frac{4K_f K_r L_f (L_f + L_r)}{I_z M} \frac{1}{V} s - \frac{4K_f K_r (L_f + L_r)}{I_z M} \quad (5.16)$$

自動車は、上記の線形方程式が成り立つ範囲では、式 (5.12) で  $L_r K_r - L_f K_f$  が正になるように設計されており  $G_p(s)$  は安定である。  $K_f$ 、 $K_r$  はタイヤの滑べり角や受け持つ荷重によっても変化する。ハンドルを切り過ぎると自動車がスピンすることがあるが、その一因は急激な運動による横滑べり角や荷重の増大で  $K_f$ 、 $K_r$  のバランスが崩れ、 $L_r K_r - L_f K_f$  の符合が負になり自動車が不安定化するためと説明することができる。

伝達関数の性質をみてみると

ヨーレート / 前輪舵角 : 強プロパーで安定な最小位相系

ヨーレート / 後輪舵角 : 強プロパーで安定な最小位相系

横加速度 / 前輪舵角 : プロパーで安定な最小位相系

横加速度 / 後輪舵角 : プロパーで安定な非最小位相系

である。横加速度 / 後輪舵角 が非最小位相系であることが制御装置の設計で問題になる。式 (5.9) で自動車のヨーレートや横加速度の応答をある程度記述することができる。式 (5.9) に小型乗用車の典型的なパラメータ

$$K_f = 45372.9 \text{ [N/rad]} \quad K_r = 74405.5 \text{ [N/rad]}$$

$$L_f = 1.122 \text{ [m]} \quad L_r = 1.428 \text{ [m]}$$

$$I_s = 2205 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad M = 1507 \text{ [kg]}$$

$$N = 17.6$$

を入れてヨーレート、横加速度の伝達関数を求めると、その周波数応答は Fig.5.3 のようになる。

車速が大きくなるにつれて

- 自動車の操舵角応答は振動的になり、
- 高い周波数での位相遅れが大きくなる。

Fig.5.4にコーナリングパワー  $K_f$ ,  $K_r$  がそれぞれ 50 % 減少したときの周波数特性の変化を示す。路面の状態 (乾燥路/氷結路) やタイヤの摩耗などの理由でコーナリングパワーは変化するが、コーナリングパワーの変化は自動車の操舵応答特性に影響がある。このほか積載重量によっても操舵応答は変化する。積載重量が大きいトラックでは積載時と空荷の時の操舵応答の差が大きいこともある。

## 制御系設計の方針

以上のことから制御の方針を考える。自動車の操舵応答特性には次のような性質がある。

ヨーレート、横加速度ともに

- 車速により操舵応答特性は大きく変わる。
- コーナリングパワー (路面) や積載条件の変化により操舵応答は変わる。
- 車速が大きくなると操舵応答は振動的で位相おくれが大きくなる。

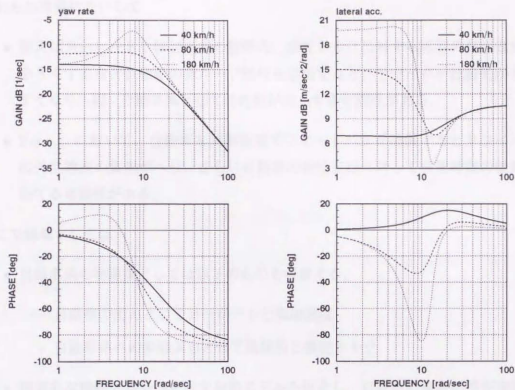


Fig. 5.3 乗用車の典型的な操舵応答特性.

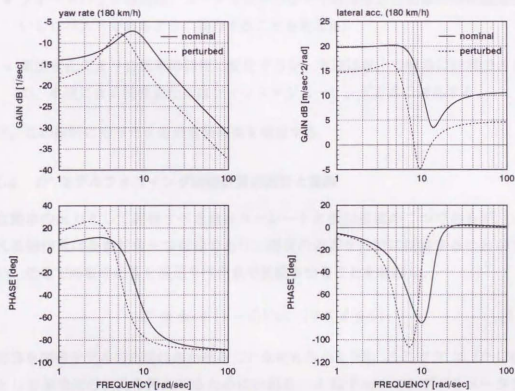


Fig. 5.4 コーナリングパワー変化による操舵応答特性の変化.



これらの性質にたいして

- 例えばヨーレートや横加速度の操舵角，操舵トルクに対する応答の位相遅れを小さくするなど自動車の開ループ特性を補償すると，ドライバーは操舵がしやすくなり人間-自動車系としての性能が向上する可能性がある。
- Fig.5.1 において，自動車を制御装置でフィードバック補償するとドライバーの外乱除去の負担がへり，さらに自動車の特性変動に対して前置補償の効果を保てる可能性がある。

そこで制御としては

- 自動車系の物理量としては以下のものを考慮する。
  - 自動車の出力としてヨーレートと横加速度
  - 自動車系への参照入力として操舵角と操舵トルク
- 理想的な操舵応答特性を示す規範モデルを仮定し，自動車の操舵応答が規範モデルの応答に近付くよう補償することを考える。
- フィードバック補償は，コーナリングパワーや車重など自動車の特性変動にたいしロバストであるように設計することを考える。
- 車速変化により自動車の特性は変化するが，車速は車上で容易に計測できるので，車速による特性変化にはゲインスケジューリング方式で対応する。

以下，この指針に沿った2自由度制御系を構成する。

#### 5.1.4 $D^*$ モデルフォロイング制御装置の設計と実験

自動車の出力として評価すべき量はヨーレートと横加速度の二つであるが，いま使える操作量は後輪舵角一つだけであり，両者の応答を同時に制御することができない。そこで両者の応答を満足すべき点で妥協させることを意図し，

$$D^* \equiv d\alpha + (1-d)V\dot{\psi}, \quad (0 \leq d \leq 1) \quad (5.17)$$

の応答を規範モデルの応答にあわせることを考える [35, 29]。ここで  $V$  は  $D^*$  に物理量として加速度の次元を持たせるためにいれる。 $d$  はチューニングパラメータで， $V$  を一定と考えると， $d=1$  なら  $D^*$  は横加速度， $0$  ならヨーレートと等価量となる。後輪舵角を入力とする  $D^*$  の伝達関数は  $d=0$  のときをのぞき，ほとんど全

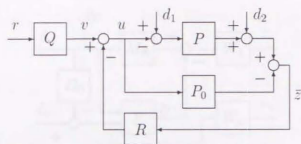


Fig. 5.5 IMC 制御系.

ての場合非最小位相になる．このため制御対象のゼロ点を前置補償器で相殺することができない．

横加加速度応答やヨーレート応答の評価試験は操舵角を入力して行なわれることが多いので，いま制御系への参照入力とは操舵角を考えることにする．

ここでは制御対象は安定系であることをつかって，2自由度制御系のブロック構成をFig.5.5のInternal Model Control (IMC) 構造 [56] とする．ここで， $P$  は制御対象， $P_0$  は制御対象モデル， $Q$  は前置補償器， $R$  は補償要素である．Fig.5.5では  $P = P_0$  とすると，参照入力  $r$  にたいする制御対象の応答は

$$y(s) = P(s)Q(s)r(s)$$

となるので，前置補償器  $Q$  は，フィードバック系とは独立に，制御対象公称系の規範モデルへの追従を考えて設計すればよい．制御対象が安定であることから，制御対象公称系の既約分解表現は

$$P_0(s) = N(s) = \tilde{N}(s) \quad (5.18)$$

$$X(s) = O, \quad \tilde{X}(s) = O, \quad Y(s) = D(s) = I, \quad \tilde{D}(s) = I$$

ととることができる．この分解をもとにすると，フィードバック補償器の既約分解表現は  $R \in RH_\infty$  を自由パラメータとして

$$K_{22}(s) = (I - R(s)P_0(s))^{-1} R(s)$$

となり，Fig.5.5のブロック構成をとることができる．

まず前置補償器の設計と，設計した前置補償器を実際の自動車に適用した場合の有効性を示し，つぎにフィードバック補償器の設計をおこなう．

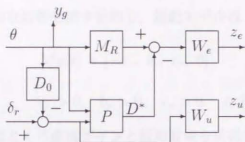


Fig. 5.6  $D^*$  モデルフォロイング前置補償器を求める一般化プラント.

また自動車特有の性質から、設計した前置補償器の効果は操舵角に対する開ループ特性を変変するだけでなく、操舵入力を操舵トルクと考えた自動車系の安定性を増大させ、横風をはじめとした外乱の除去にも有効であることをあとに示す。[14].

#### 前置補償器の設計

簡単のため、設計モデルとして式(5.9)を使う。  $u_p$  を入力として  $D^*$  を出力とした制御対象の伝達関数は次のように表すことができる。

$$P(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A_p & [B_{p1} \ B_{p2}] \\ \hline [da_{21} + V \ da_{22}] & [db_{21} \ db_{22}] \end{array} \right] \quad (5.19)$$

ここで

$$B_{p1} = [b_{11} \ b_{21}]^T, \quad B_{p2} = [b_{12} \ b_{22}]^T$$

である。自動車を線形系として扱うため車速  $V$  は一定と考える。規範モデル  $M_R(s)$  を、

$$M_R(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A_R & B_R \\ \hline C_R & O \end{array} \right] \quad (5.20)$$

とおく。後輪舵角  $\delta_r$  を操作量として  $D^*$  を  $M_R$  の応答に追従させることを考える。2.3.1節の方法を応用する。Fig.2.5にならって一般化プラントを定義するとFig.5.6のようになる。ここでは  $P(s)$  の操舵角からの項、

$$P_f(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A_p & B_{p1} \\ \hline [da_{21} + V \ da_{22}] & db_{21} \end{array} \right]$$

は制御系からみると確定外乱になるが、 $M_R - P_f$  をあらためて規範モデルと考えればよい。またFig.5.6で  $D_0$  は

$$D_0 = \frac{b_{21}}{b_{22}}$$

で、後輪の直達項で前輪からの直達項を打ち消す項である。

いま制御対象の振動的な応答を消す目的で、規範モデルは1次系

$$M_R(s) = [-a_r, b_r, c_r, 0] \quad (5.21)$$

$$a_r > 0, \quad b_r > 0, \quad c_r > 0 \quad \in R^1$$

マッチング誤差の重みはとくに直流ゲインと低周波域を重視して、

$$W_e(s) = [0, 1, q, 0] \quad (5.22)$$

入力重みは前置補償器の次数をおさえるため

$$W_u \text{ (定数)} \quad (5.23)$$

とする。一般化プラント  $G$  の状態空間表現は

$$G(s) = \left[ \begin{array}{ccc|cc} 0 & c_r & -C_p & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ b_r \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} -db_{22} \\ 0 \end{array} \right] \\ 0 & a_r & 0 & \left[ \begin{array}{c} B_{p1} \\ B_{p2} \end{array} \right] & \\ \hline O & O & A_p & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ W_u \end{array} \right] \\ \hline q & 0 & O & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right] & \\ \hline 0 & 0 & O & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right] & \\ \hline & & O & I & 0 \end{array} \right] \quad (5.24)$$

となる。この一般化プラントに式(2.47)を適用して前置補償器をえる。

自動車搭載の制御装置では、車速  $V$  に対応する制御ゲインがテーブルの形で格納されており、 $V$  を引数とした検索でゲインスケジューリングを実行する。

**定理 5.2** 上の一般化プラントに、式(2.47)を適用して得た前置補償器は文献[29]に示すモデルフォロイング設計法[16]で得られた補償器と等価である。□

## 文献[29]の方法

規範モデルの出力を  $y_r$  とする。規範モデルと  $D^*$  の追従誤差を

$$e \equiv D^* - y_r$$

と定義する。 $\theta$  がステップ入力であると仮定し、制御対象、規範モデル、追従誤差の拡大系を次のように定義する。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ e \\ \dot{x}_r \end{bmatrix} = A_{ext} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ e \\ \dot{x}_r \end{bmatrix} + B_{ext} \dot{\delta}_r \quad (5.25)$$

但し,

$$A_{ext} = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ C_p & 0 & -c_r \\ 0 & 0 & a_r \end{bmatrix}, \quad B_{ext} = \begin{bmatrix} B_{p2} \\ D_p \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

$x_r$  は規範モデルの状態量である。 $(A_{ext}, B_{ext})$  は  $a_r$  が規範モデルの  $A$  行列で安定に選ばれることから可安定である。この拡大系にたいし次の評価関数

$$J = \int_0^t (q e^2 + W_u \dot{e}^2) dt, \quad q \geq 0, W_u > 0$$

を最小にする制御則は次のように得られる。

$$\delta_r(t) = k_1 x_p(t) + k_2 \int_0^t e(\tau) d\tau + k_3 x_r(t) - D_0 \theta(t) \quad (5.27)$$

ここで  $k_1, k_2, k_3$  はつぎの定常リカッチ方程式をとりて、以下のように得られる [16].

$$\begin{aligned} A_{ext}P + PA_{ext} + Q - PB_{ext}B_{ext}^T P/W_u &= 0 \\ [k_1 \ k_2 \ k_3] &= -W_u^{-1} B_{ext}^T P \end{aligned} \quad (5.28)$$

ただし

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

である。

以上求めた制御則はフィードバック補償であるが、Fig.5.7のように制御対象の位置にモデルを入れ、後輪舵角を取り出して前置補償器とする。この前置補償器の伝達関数は

$$\delta_r(s) = [K(sI - A_{ext} - B_{ext}K)^{-1} B_c - D_0] \theta(s) \quad (5.29)$$

ただし

$$\begin{aligned} B_c &= \begin{bmatrix} B_{p1} - B_{p2}D_0 \\ 0 \\ b_r \end{bmatrix} \\ K &= [k_1 \ k_2 \ k_3] \end{aligned}$$

であり本方法で得た前置補償器と一致する。

以下計算機シミュレーションと実車両による実験で前置補償の有効性を示す。



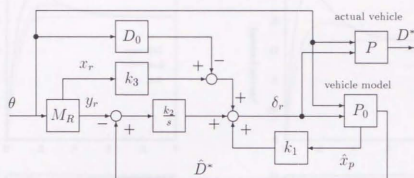


Fig. 5.7  $D^*$ -モデルフォロイング前置補償器.

### 計算機シミュレーションによる検証

車両のパラメータを

$$K_f = 36750 \text{ [N/rad]} \quad K_r = 49000 \text{ [N/rad]}$$

$$L_f = 1.0 \text{ [m]} \quad L_r = 1.5 \text{ [m]}$$

$$I_z = 1960 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad M = 1225 \text{ [kg]}$$

$$N = 20$$

として計算機シミュレーションを行なう。規範モデルは次のように選ぶ。

$d = 0$  (ヨーレート制御) の場合

$$y_r = G(V) \frac{1}{1 + 0.005s} \theta$$

$d = .5$  の場合

$$y_r = G(V) \frac{1}{1 + 0.075s} \theta$$

$d = 1$  (横加速度制御) の場合

$$y_r = G(V) \frac{1}{1 + 0.1s} \theta.$$

制御装置の次数をあまり上げずに操舵応答を非振動的とし、高い周波数までの位相特性を改善するため1次遅れ系の規範モデルを採用した。ここで  $G(V)$  は後輪を操舵しないときの制御対象車両の  $D^*$  の定常ゲインである。過渡特性の変化を見るために四輪操舵により定常ゲインが変化しない規範モデルを選んで、結果を

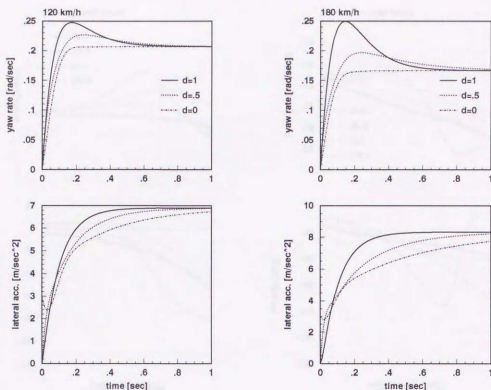


Fig. 5.8  $D^*$  モデルフォロイング四輪操舵車の操舵応答 (計算)

Fig.5.8, Fig.5.9に示す。図中“FWS”は後輪を切らない前輪のみ操舵の場合である。重みは

$$W_u = 1, \quad q = 1$$

とした。この重みで、 $D^*$  は規範モデルに追従誤差は十分小さくなっている。ヨーレートを制御した場合 ( $d = 0$ ) 横加速度の応答はやや遅くなり、逆に横加速度を制御すると ( $d = 1$ ) ヨーレートにオーバーシュートが生じる。 $d = .5$  では応答は両者の中間的な性質を示していることから、 $d$  を変えることでヨーレートと横加速度の応答の妥協をはかる設計が可能であることが分かる、またどの場合でもヨーレート、横加速度の位相遅れは制御がないときに比べ改善されている。

計算機シミュレーションの結果、 $d$  のほかに規範モデルの応答特性を使って、操舵応答をチューニングする可能性が示された。

#### 四輪操舵車による実験

排気量 1.8 [l] の小型乗用車改造の四輪操舵実験車 (Fig.5.10) を使って走行テストを行なった。この実験車では後輪は 10Hz 付近までの応答特性をもつ油圧サーボ系で操舵され、後輪舵角は 16 ビットのマイクロコンピュータで演算される。サンプリング

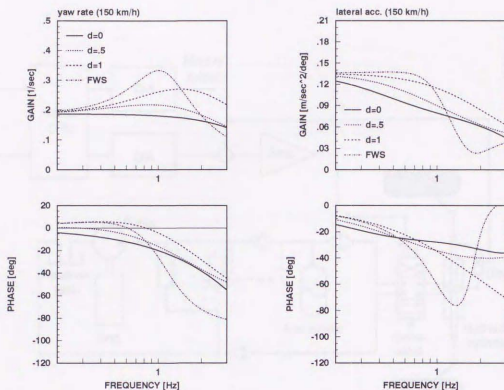


Fig. 5.9  $D^*$  モデルフォロイング四輪操舵車の操舵応答 (計算)

グ周期は 500 Hz である、ハンドル角  $\theta$  は分解能 0.3 度のロータリーエンコーダで検出されている。

車両実験の結果を Fig.5.11 に示す、実験車の応答は計算機シミュレーションの結果と一致した傾向を示したことから、本方法によって、操舵応答特性は規範モデルの応答に近付けることが可能であることが分かった、規範モデルと実際の車両の応答は若干誤差があるが、これはモデリング誤差の影響であると考えられる。

#### 入力を操舵トルクとしてみた時の安定性

操舵トルクを入力としてみた場合、 $D^*$  モデルフォロイング制御の前置補償器が自動車の横運動の安定性にどの様に影響するか調べる [14]、操舵トルクを扱うためにステアリング系の運動を考える、ハンドル回りの運動方程式は次のように書かれる。

$$\dot{x}_s = A_s x_s + B_{s1} T_s + B_{s2} x_p \quad (5.30)$$

ここで

$$x_s = \begin{bmatrix} \dot{\theta} & \theta \end{bmatrix}^T$$

$$A_s = \begin{bmatrix} -D_s/I_s & -2\xi K_f/N^2 I_s \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

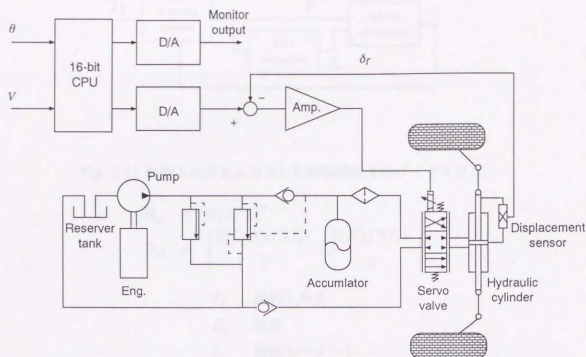


Fig. 5.10 実験車の構成.

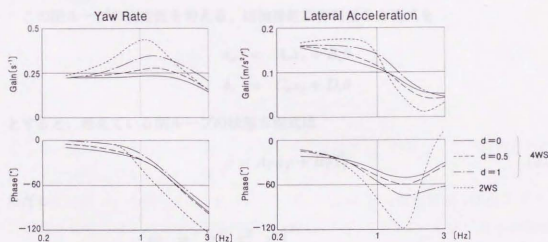


Fig. 5.11  $D^*$  モデルフォロイング四輪操舵車の操舵応答 (実験: 150 km/h).

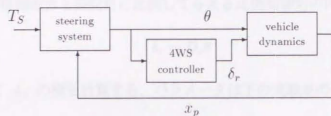


Fig. 5.12 操舵トルクを入力とした四輪操舵車のダイナミクス.

$$B_{s1} = [1/I_s \ 0]^T$$

$$B_{s2} = \begin{bmatrix} 2\xi L_f K_f / N I_s V & 2\xi K_f / N I_s V \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$T_S$  : 操舵トルク

$D_s$  : 粘性

$I_s$  : 慣性モーメント

$\xi$  : トレール

である。ここではキングピン回りの慣性モーメントは無視し、ステアリングコラムの捻れは固有値が大きいことからダイナミクスを無視する等の近似を使った。

操舵トルク  $T_S$  を入力と考えると、自動車横運動の状態量  $x_p$  がフィードバックされており、ステアリング系 - 四輪操舵制御装置 - 自動車横運動のダイナミクスが閉ループを構成することが分かる (Fig.5.12)。

この閉ループの安定性を考える、四輪操舵制御装置の方程式を

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c \theta$$

$$\dot{\delta}_r = C_c x_c + D_c \theta$$

とすると、考えている閉ループの状態方程式は

$$\dot{x} = A_T x_T + B_T T_S \quad (5.31)$$

ただし

$$x_T = \begin{bmatrix} x_p & x_c & x_s \end{bmatrix}^T$$

$$A_T = \begin{bmatrix} A_p & B_{p2} C_c & 0 & B_{p1} + B_{p2} D_c \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ B_{s2} & 0 & A_s & \end{bmatrix} \quad (5.32)$$



である。基になる前輪操舵車 ( $\delta_r = 0$ ),  $D^*$  モデルフォロイング四輪操舵 ( $d = 1$ ,  $0.5, 0$ ), 及び後輪舵角を操舵角に比例して与える比例制御則の四輪操舵,

$$\delta_r = D_c \theta$$

の場合について  $A_T$  の極を計算する。パラメータは下の実験車のものを用いる。

$$\begin{aligned} K_f &= 45372 \text{ [N/rad]} & K_r &= 74405 \text{ [N/rad]} \\ L_f &= 1.12 \text{ [m]} & L_r &= 1.43 \text{ [m]} \\ I_z &= 2205 \text{ [kgm}^2\text{]} & M &= 1507 \text{ [kg]} \\ D_s &= 0.588 \text{ [Nms]} & I_s &= 0.062 \text{ [Nms}^2\text{]} \\ \xi &= 0.031 \text{ [m]} & N &= 17.6 \end{aligned}$$

四輪操舵による  $D^*$  の定常ゲイン  $G(V)$  は

$$G(V) = V^2 / 35.7(1 + 0.0031V^2)$$

とした、これは定常的には後輪舵角が低速では前輪と逆相、高速では同相に切れる設定になっている。 $D^*$  モデルフォロイングの規範モデルは

$d = 0$  (ヨーレート制御) の場合

$$y_r = G(V) \frac{1}{1 + 0.05s} \theta$$

$d = .5$  の場合

$$y_r = G(V) \frac{1}{1 + 0.077s} \theta$$

$d = 1$  (横加速度制御) の場合

$$y_r = G(V) \frac{1}{1 + 0.1s} \theta$$

である。また、比例制御則の場合、比例ゲインは他の  $D^*$  制御のときと操舵応答の定常ゲインが等しくなるように選ぶ。

それぞれの  $A_T$  の極を Fig.5.13 に示す。図中 “prp” は比例制御則の場合を示す。

車速が大きくなるにつれて前輪操舵車の極は虚軸に近づく。それに比べ四輪操舵ではいずれの場合も極が安定化されている。その効果は特に  $D^*$  モデルフォロイングで大きい。

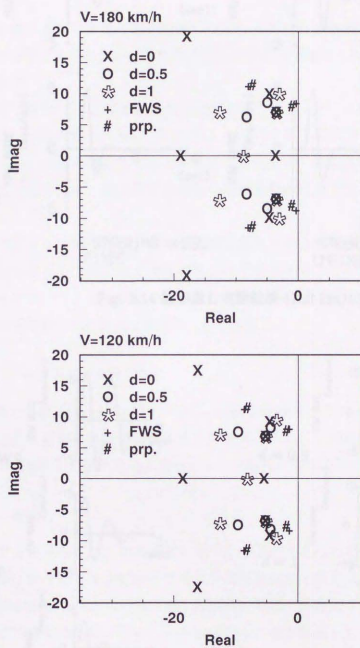


Fig. 5.13 操舵トルク入力系の極位置.

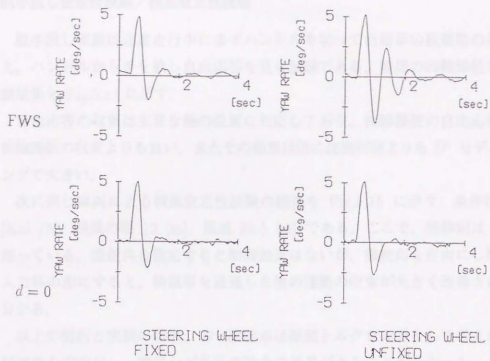


Fig. 5.14 舵手放し実験結果 (150 km/h).

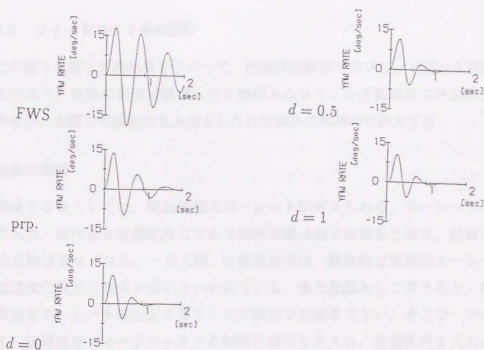


Fig. 5.15 横風安定性試験結果 (180 km/h).

## 舵手放し安定性試験／横風安定性試験

舵手放し実験は直進走行中にまずハンドルを切って自動車の横運動の初期値を与え、ハンドルから手を放し自由応答を見る試験である。前節の四輪操舵車による実験結果を Fig.5.14 に示す。

自由応答の収束は主要な極の位置に対応しており、四輪操舵の自由応答の収束は前輪操舵の収束よりも良い、またその効果は特に比例制御よりも  $D^*$  モデルフォロイングで大きい。

次に同じ車両による横風安定性試験の結果を Fig.5.15 に示す。条件は車速 180 [Km /h]、横風の幅 12 [m]、風速 22.5 [m] である。ここで、制御則は  $d = 0$  を使っている。操舵角を固定すると制御効果はないが、操舵角を自由に操舵トルク入力系の形にすると、横風帯を通過した後の運動の収束が大きく改善されることが分かる。

以上の解析と実験の結果、 $D^*$  制御系は操舵トルクを入力として考えた自動車の横運動を安定化し、横風など外乱の除去に効果があることが分かった。これは Fig. 5.12 の系において、制御装置 - 横運動ダイナミクスの部分の位相がフィードフォワード的に進み補償されたためと考えることができる。

### 5.1.5 フィードバック系の設計

この節では節 2.2 の結果をつかって、四輪操舵制御でのフィードバック補償器の設計を行なう。前節の前置補償は入力操舵トルクとした自動車系で外乱除去に効果があるが、本節では操舵角を入力とした自動車系の制御の目的とする。

#### 検出量の選択

検出する量としては、横加速度とヨーレートが考えられる。ヨーレートを制御装置の入力、操作量を後輪舵角とすると制御対象は最小位相系となり、制御系の設計での制約は少なくなる。一方人間 - 自動車系では、緊急的な操舵はヨーレートより横加速度の発生に関係が深いといわれている。また製品として考えると、精度のよい安価なヨーレート検出器を得ることが現状では簡単でない。そこで一つの方法として、加速度をフィードバックする制御系構成を考える。後輪舵角を入力とした重心点の横加速度の伝達関数は前節で示したように安定であるが非最小位相系になる。2.2節の結果を使うと、不安定ゼロ点が原点に近い場合、安定余裕と低感度とのトレードオフが厳しくなる。そこで検出器の位置を工夫し、不安定ゼロ点ができるだけ原点から遠くなる位置で横加速度を検出することを考える。重心点から前車軸

Table 5.1  $l_s$  に対する不安定ゼロ点.

$l_s$ [m]	不安定ゼロ点
-0.5	6.45
0	8.14
0.5	11.79
1	38.73
2	none

方向に  $l_s$  離れた所の横加速度  $\alpha_s$  は

$$\alpha_s = l_s \ddot{\psi} + \alpha \quad (5.33)$$

となる, 典型的な小型乗用車のパラメータ

$$K_f = 36750 \text{ [N/rad]} \quad K_r = 49000 \text{ [N/rad]}$$

$$L_f = 1 \text{ [m]} \quad L_r = 1.5 \text{ [m]}$$

$$I_z = 1960 \text{ [Nms]} \quad M = 1225 \text{ [kg]} \quad N = 20$$

を入れて,

$$P_1(s) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\alpha_s(s)}{\delta_r(s)}$$

を計算すると,  $V = 100 \text{ [km/h]}$  において,  $l_s$  をパラメータとして不安定ゼロ点は Table 5.1 のようになる. 検出器の位置を重心点から前方に移すほど不安定ゼロ点は原点から遠ざかり, やがて不安定ゼロ点はなくなるが, ここでは検出器を車室内に取めることとして

$$l_s = 0.9 \text{ [m]}$$

と選ぶ,  $l_s = 0.9 \text{ [m]}$ ,  $V = 100 \text{ [km/h]}$  のとき

$$P_1(s) = \frac{k(s - z_1)P_{1b}(s)}{P_{1a}(s)}$$

$$P_{1b}(s) = (s - z_2)$$

$$P_{1a}(s) = (s^2 + 2\zeta_p s + \omega_p^2)$$

$$k = 375, \quad z_1 = 23.43, \quad z_2 = -25.599,$$

$$\zeta_p = 0.6640, \quad \omega_p = 7.8613$$



となる。ここでは設計モデルとして、検出器や操作端の遅れとして

$$P_2(s) = \frac{30}{s + 30}$$

を考慮した

$$P(s) = P_1(s)P_2(s)$$

を考える。

### フィードバック補償器の設計

四輪操舵制御系としての仕様は実験などを通して検討する必要があるが、ここでは仮に、

- $10[\text{rad/s}]$  付近の外乱の排除。
- $T$  のローloff特性を  $70 [\text{rad/s}]$  から  $20 [\text{dB/decade}]$ 。
- ゲイン余裕  $6 [\text{dB}]$  以上かつ位相余裕  $29 [\text{deg}]$  ( $\|W_s\|_\infty = 0.5$ ) 以上。
- $P_1$  に関する極ゼロ相殺は許容しない。

とする。また、検出端や操作端の特性は車両本体の特性に比べ変わりにくいと考える、この部分の極ゼロ相殺は許容することにする。ノルム条件は極ゼロ相殺を許容したほうが満たされやすくなる。

感度関数の周波数重みとして

$$\begin{aligned} W_{s1}(s) &= W_{s11}W_{s12}(s) \\ W_{s11}(s) &= \frac{s^2 + 2 \times 0.707 \times \omega_p s + \omega_p^2}{P_{1a}(s)} \\ W_{s12}(s) &= \frac{s^2 + 2 \times 0.707 \times 10s + 100}{s^2 + 2 \times 0.2 \times 10s + 100} \end{aligned}$$

を選ぶ。  $W_{s11}$  の分母  $P_{1a}$  で  $P_1$  の極の相殺を防止する。また、分子で一組の閉ループ極  $5.5588 \pm 5.5588j$  を指定する。  $W_{s12}$  はとくに  $10 [\text{rad/s}]$  を中心にした周波数帯域での感度の低下を目的とする。式 (2.36)

$$W_{s0}(s) = \left( \frac{l^{\frac{1}{n}} s + b}{s + \omega_w} \right)^n$$

のパラメータは仕様から

$$l = 0.5, \quad \omega_w = 16, \quad n = 4$$

とすると式(2.37)よりただちに  $b$  の条件

$$b < 1.590$$

を得る。ここで  $l$  は安定余裕の仕様から 0.5 とした。この重みづけで安定余裕の仕様が満たされるかどうかチェックすると

$$\|W_s^{-1}\|_{\infty} \leq l$$

になるので安定余裕の仕様が満たすことができる。

$T$  の周波数重みとして、

$$W_t = 0.0148 \frac{s^2 + 2 \times 0.707 \times \omega_p s + \omega_p^2}{P_{b1}(s)} \quad (5.34)$$

と選ぶ。 $P_1$  のゼロ点を制御装置で相殺しないためには  $W_t$  の分母には  $P_{b1}$  を含ませればよい。またここで  $W_t$  の分子は閉ループの極指定から決まる。相対次数は分子側が 1 次高く、 $T$  を 1 傾斜 (20 [db/decade]) でロールオフさせる。係数 0.0148 は  $T$  のロールオフ周波数の仕様から決まる。ここまで重みを決めるとノルム条件

$$\left\| \frac{W_s(s)S(s)}{W_t(s)T(s)} \right\|_{\infty} \leq 1$$

は

$$b = 1.4948$$

のときほとんど最適となり、 $b$  の値がきまり感度特性がきまる。

極とゼロとの位置に課した条件が実現されたかをチェックする。制御装置  $K$  のゼロ点と極は Table 5.2 のようになる。制御対象の安定極  $-5.22 \pm 5.8781j$  と安定ゼロ  $-25.599$  は最小実現により制御装置から消去できることが分かる。制御装置での相殺を許した制御対象の極  $-30$  は制御装置のゼロ点に現れている。また  $W_{s12}$  の極  $-2 \pm 9.7980j$  は制御装置の極になっていることがわかる。さらに閉ループの極を計算すると

$$\begin{array}{lll} -5.5588 \pm 5.5588j & -7.0714 \pm 7.0747j & -18.115 \\ -18.530 \pm 0.9563j & -20.728 & -26.372 \\ -30 & -76.373 & -5042.9 \end{array}$$

となり  $W_s$  と  $W_t$  の共通のゼロ点として指定した極  $-5.5588 \pm 5.5588j$  が現れていることが示される。設計の結果として  $S$  と  $T$  を Fig.5.16 に示す。図から与えた周波数特性に関する仕様が満たされていることが分かる。

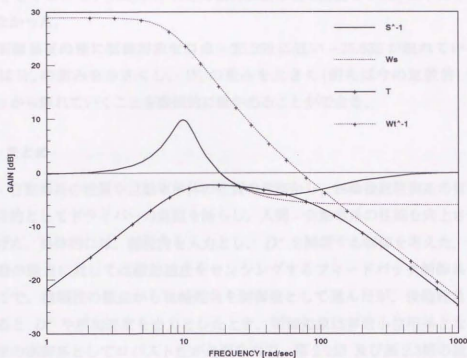


Fig. 5.16  $S^{-1}$ ,  $T$ ,  $W_s$ ,  $W_t^{-1}$  の Bode 線図.

Table 5.2  $K$  の極およびゼロ点.

ゼロ点	極
$-5.2200 \pm 5.8781j$	$-5.2200 \pm 5.8781j$
$-25.599$	$-25.599$
$-11.080$	$-2.0000 \pm 9.7980j$
$-17.166$	$-15.997$
$-16.889 \pm 1.3613j$	$-16.00 \pm 0.003437j$
$-5.3156 \pm 6.0309j$	$-16.003$
$-30.00$	$-25.636$
$+0.32299$	$-160.87$
$\infty$	$-4981.8$

$W_{s0}$  の次数  $n$  を大きくすると低い周波数で感度を下げやすいが、他の定数は同じで  $n = 1$  とすると  $0.1 \text{ [rad/sec]}$  付近の低周波数帯域で感度を  $0[\text{dB}]$  以下にすることができなかった。

また制御装置の極に制御対象ゼロ点  $-25.599$  に近い  $-25.636$  が現れているが、この極は  $W_i$  の重みを小さくし、 $W_f$  の重みを大きく (例えば今の定数倍) すると  $-25.599$  から離れていくことを数値的に確かめることができる。

### 5.1.6 まとめ

人間 - 自動車系の性質や自動車単体の性質の考察から、四輪操舵制御系の目的を考えた。目的としてドライバーの負担を減らし、人間 - 自動車系の性能を向上させることを上げた。具体的には、操舵角を入力とし、 $D^*$  を補償する制御を考えた。外乱、特性変動の除去に対しては横加速度をセンシングするフィードバック制御系を考えた。ここで、信頼性の観点から後輪舵角を制御量として選んだが、後輪舵角を操作量とすると  $D^*$  や横加速度を出力としたとき、制御対象は非最小位相系となり、かつ自動車の制御系としてロバスト性が必要なので、第 2.2 節 及び第 2.3 節の設計法が必要とされた。前置補償 ( $D^*$  制御) に関しては有効性を計算機シミュレーションと実車両による走行実験で確認した。フィードバック補償器の設計では、2.2 節の方法を使うと、極配置と一巡伝達関数の周波数整形の考慮が可能であることを数値例で示した。

また自動車の性質から、 $D^*$  モデルフォロ잉制御の前置補償器は操舵トルクを入力とした自動車の安定性を向上させ、外乱除去に効果を出し得ることを示した。

今後の課題としては、実験を通して、フィードバック補償の効果の確認、仕様の検討などがある。

## 5.2 電動位置決めサーボ系の制御

### 5.2.1 はじめに

最近自動車に色々な制御系が搭載されるようになり、その操作端(アクチュエータ)として高精度で応答の速い位置決めサーボ系の必要性が大きくなっている。サーボ系の動力源としては、自動車への搭載性がよいことから電気モータが注目されている [68]。

四輪操舵車で後輪を操舵する電動位置決めサーボ系についてこれから述べる。サーボ系の目的は所定の精度で舵角を目標値に追従させることである。また、乗用車に搭載することから静粛に動作することが要求される。

自動車用のサーボ系の制御装置設計で考慮すべき点として次のことがあげられる。サーボ系の部品は大量生産品であるので個々の部品特性はある程度ことなり、さらに長期間の使用により変化してくる可能性がある。すなわち制御装置はパラメータ変動に対しロバストであることが要求される。次に操舵するとタイヤ横力が負荷になる。また、コストを下げたり機械的なフェイルセーフを考えたりするため、機械系の摩擦が大きいことがある。すなわちサーボ系は耐外乱性が要求される。

パラメータ変動に対しロバストで耐外乱性に優れるサーボ系を実現する方法として、可変構造の制御系を用いる方法が研究され、ロボットアーム他への応用で有効性が報告されている [24, 75]。ところが、この方法はモータ電流の急激な切替えを必要とし、静粛性で問題が発生することが懸念される。そこで静粛性を確保できる可能性がある制御法として、2自由度制御系の一つであるロバストモデルマッチング制御 [59] (RMM) の応用を考える。

モータを使った位置決めサーボ系の場合、電流制御により回転角をサーボすると制御対象のパルス伝達関数に振動的な極限ゼロ点が見れることが多い。RMM では補償器に制御対象の逆系を用いるため、何らかの対策をしない場合、制御装置に振動的な極があらわれモータ電流が振動的になり、ノイズが発生することがある。この対策として、 $\delta$  演算子を使ってパルス伝達関数を表し近似的に振動的なゼロ点を除去する 2.1.4 節の方法を応用する。

RMM 制御系は積分器を含むため、制御対象入力であるモータ電流が制限をうける自動車用のサーボ系では anti-windup を考慮する必要がある。anti-windup に 3 章の方法を用いる。

また本例では、はじめ使われていた油圧操舵装置に代替するため、電動位置決め



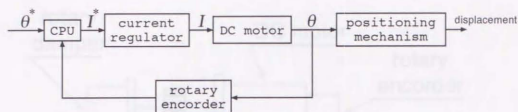


Fig. 5.17 電動位置決めサーボ系の構成.

サーボ系は油圧操舵装置と同様の目標値応答特性となることが仕様のひとつとされた。油圧操舵装置と同様の目標値応答特性を得ようとする、PID制御器では一巡伝達関数ゲインが大きすぎて十分な耐外乱性およびロバスト性能が得られなかった。本例では2自由度制御系とすることで目標値応答特性と耐外乱性、ロバスト性能を両立することができた。

この節では以後、制御対象となる位置決め系の構成を説明し、 $\delta$ 演算子を使ったゼロ点の除去を中心に制御系設計法を述べ、計算機シミュレーションと実機の実験により提案する方法の有効性を検証する。

## 5.2.2 位置決め機構

代表的な自動車用の位置決め機構として、四輪操舵車の操舵アクチュエータをとりあげ制御上の問題点を考える。

制御対象となる位置決め機構を Fig.5.17 に示す。位置決め機構は直流モータで駆動される。モータの回転角はロータリーエンコーダで検出され、16 bit マイクロプロセッサで構成される中央演算ユニットにフィードバックされる。中央演算ユニットは電流目標値を演算し、パルス変調方式の電流制御器に指令を出す。

Fig.5.18 に位置決め機構の機械的構成を示す。直流モータの回転は平歯車によりボールねじに伝達され、出力軸の並進運動に変換される。出力軸にはフェイルセーフのためバネがついており、モータの電流が遮断されると、バネにより出力軸は中立位置に戻される。しかもバネはあらかじめ縮めた状態で組み込まれており、中立位置において出力軸に加わる外力がバネの初期加重を越えないうちは、出力軸が動かないように押えるはたらきをしている。ロータリーダンパーは同じくフェイルセーフのために付けられており、モータ電流が遮断されたとき出力軸が急激に中立位置に戻るのを防止する。運動方程式は、非線形要素をもつ2次振動系的な系とし

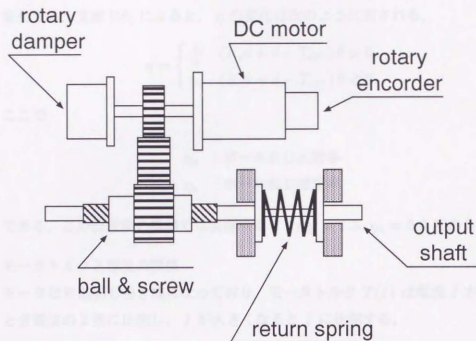


Fig. 5.18 位置決め機構.

て、次のように書くことができる。

$$J_m \ddot{\theta} + D_b \dot{\theta} + \eta K_s \theta = T(I) - \eta(d - T_{off}) \quad (5.35)$$

ここで

$J_m$  : 可動部の慣性モーメント

$D_b$  : 粘性係数

$K_s$  : バネ定数

$\eta$  : トルク伝達率

$\theta$  : モータ軸回転角

$I$  : モータ電流

$T(I)$  : モータトルク

$T_{off}$  : バネの初期加重

$d$  : 外乱

である。

非線形な要素として次のものがある。

- トルク伝達率

とくにボールねじの回転速度が低いとき、トルクが伝達される方向(モータト

ルクで機構が駆動されるか、または外乱で機構が駆動されるか), により  $\eta$  が変化する。文献 [58] によると,  $\eta$  の変化は次のように表される。

$$\eta = \begin{cases} \frac{1}{\eta_p} & (K_s \theta + d - T_{off}) \dot{\theta} > 0 \\ \eta_n & (K_s \theta + d - T_{off}) \dot{\theta} < 0 \end{cases}$$

ここで

$\eta_p$  : ボールねじ正効率

$\eta_n$  : ボールねじ逆効率

である。この位置決め機構では実測すると  $1/\eta_p = 1.3$ ,  $\eta_n = 0.6$  である。

- モータトルクと電流の関係

モータは界磁側も巻き線になっており、モータトルク  $T(I)$  は電流  $I$  が小さいとき電流の2乗に比例し、 $I$  が大きくなると  $I$  に比例する。

- バネの初期加重

バネの初期加重はモータ回転角の中立位置をさかいに次のように変化する。

$$T_{off} = \begin{cases} T_0 & \theta > 0 \\ 0 & \theta = 0 \\ -T_0 & \theta < 0 \end{cases}$$

ただし  $T_0$  は定数である。

バネの初期加重はステップ外乱とみなすことができる。

外乱としてはこのほか摩擦がある。摩擦のため、モータ回転角と電流の関係にヒステリシスループがあらわれる。Fig.5.19 はこの位置決め機構を 0.1 [Hz] の正弦波で駆動したときのモータ回転角を示している。電流をゼロから増やしていくと、モータ回転角はバネの初期加重により、電流にして 22 [A] から立ち上がり、一定の傾きで上昇する。そのまま電流を減らしてゆくとモータ回転角は摩擦により電流が 24 [A] になるまで固着し、それから一定の傾きで減ってゆくが、トルク伝達率が違うので傾きは立ち上がりのときと異なっている。さらに電流を減じるとモータトルク特性の2次特性があらわれ、電流 10 [A] 付近から曲線で原点に落ち込む。

このほか出力軸に加わるタイヤの反力が外乱になる。これら非線形性や外乱によらず正確な目標値応答を実現する制御装置が要求される。

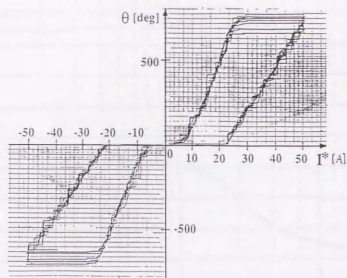


Fig. 5.19  $I^*$  に対する  $\theta$  のヒステリシス.

#### 制御対象モデルの同定

実験データから制御対象モデルを同定する。手順は、まず連続系のモデルを同定し、このモデルを基にパルス伝達関数を求める。このパルス伝達関数が振動的なゼロ点を持つことが問題になる。

**連続系モデル** 位置決め機構および電流制御器と、モータで構成される電気回路の部分にモデル化すべきダイナミクスが存在すると考えられる。そこで電流目標値  $I^*$  に対するモータ回転角  $\theta$  の応答をモデル化する。電流目標値  $I^*$  に対する  $\theta$  の周波数応答試験の結果を Fig. 5.20 に示す。

この周波数応答試験では、摩擦やバネ初期加重の影響がモータトルクと比べ相対的に少なくなるように、 $I^*$  の振幅は 35 [A] と大きくとった。制御対象モデルは式 (5.35) が 2 次振動系に近く、ゲインの測定結果が高周波で  $-40[\text{dB} / \text{decade}]$  の傾きをもつので 2 次系をあてはめる。低周波ではモータの回転速度が遅く摩擦やボールねじによる非線形性が強く出ると考えられるので、2 次系へのあてはめは 2 ~ 5 [Hz] の周波数帯域で行なう。結果は次のようになる。

$$A_{pc}(s)\theta(s) = b_{pc}I^*(s) \quad (5.36)$$

$$A_{pc}(s) = p^2 + a_{pc1}s + a_{pc0}$$

$$a_{pc1} = 11.2, \quad a_{pc0} = 146, \quad b_{pc} = 50.2$$

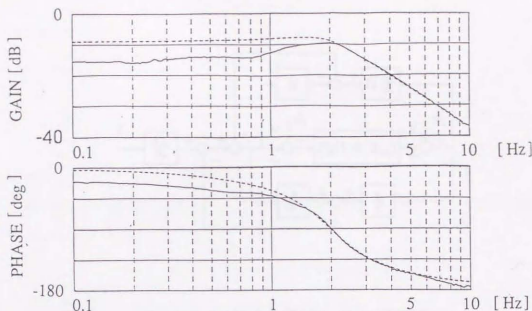


Fig. 5.20  $I^*$  に対する  $\theta$  の周波数応答.

離散化 式 (5.36) を 0 次ホルダーで離散化すると式 (5.37) を得る.

$$A_{pz}(z)\theta(z) = B_{pz}(z)I^*(z) \quad (5.37)$$

$$A_{pz}(z) = z^2 + a_{pz1}z + a_{pz0}$$

$$B_{pz} = b_{pz1}z + b_{pz0}, \quad b_{pz1} \neq 0$$

ここで  $z$  は  $z$  演算子である. 式 (5.36) は相対次数が 2 なので, 式 (5.37) のゼロ点は  $T_s$  をサンプリング周期として  $T_s \rightarrow 0$  で  $z = -1$  に収束する. いま  $T_s = 5$  [msec] とすると, 式 (5.37) のゼロ点は  $z$ -平面上で

$$z = -0.98$$

になる. そのため, 式 (5.37) の逆系を制御装置が含むと, 制御装置の出力が振動的になりサーボ系では電流が振動するため騒音を発生しやすくなる. 次節では, ロバストモデルマッチング制御系の性質に対応した, 制御対象の振動的なゼロ点の処理法を考える.

### 5.2.3 制御装置の設計

#### ロバストモデルマッチング制御系

入出力へのステップ外乱を漸的に除去し, 目標値に対するモータ回転角の伝達関数を規範モデルにモデルマッチさせる 2 自由度 1 型サーボ系を構成する. この目



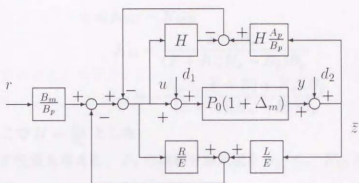


Fig. 5.21 ロバストモデルマッチング制御系.

のため, Fig.5.21 に示すロバストモデルマッチング (RMM) 制御系 [59] の構成を考える. ここで  $y, r, u, d_1, d_2$  はスカラーとする.

$$P_0(\delta) = \frac{B_p(\delta)}{A_p(\delta)}$$

は制御対象モデルの伝達関数である.  $A_p$  と  $B_p$  とは既約,  $A_p$  の次数は  $n$  とする.  $\Delta_m$  は制御対象の乗法的アンモデルダイナミクス,

$$M_R(\delta) = \frac{B_m(\delta)}{A_m(\delta)} \quad (5.38)$$

は目標値  $r$  にたいする制御対象出力の応答の規範モデルの伝達関数で  $A_m$  は  $A_p$  と同じ次数のモニックで安定な多項式である.  $R$  と  $L$  は次の Diophantine 方程式

$$A_p(\delta)(E(\delta) + R(\delta)) + L(\delta)B_p = E(\delta)A_m(\delta) \quad (5.39)$$

をみたす多項式である. ここで  $E(\delta)$  は次数が  $n-1$  以上のモニックで安定な多項式とする. このとき  $R$  と  $L$  の次数は  $E$  の次数を越えないようにすることができる [31].  $B_m$  の次数は  $B_p$  の次数を越えないものとする.  $H$  は定常ゲイン 1 のローパスフィルターである.

$$H \in RH_\infty$$

と仮定する. また  $H$  は  $HP_0^{-1} \in RH_\infty$  になるように選ぶ.

RMM 制御系は入力  $u$  を

$$u = -HP_0^{-1}y + Hu + \frac{E}{R+E} \left( -\frac{L}{E}y + \frac{B_m}{B_p}r \right) \quad (5.40)$$

すなわち

$$u = K_{21}r - K_{22}y \quad (5.41)$$

$$K_{21} = \frac{EH_a B_m}{(E+R)(H_a - H_b)B_p}$$

$$K_{22} = -\frac{H_b A_p(E+R) + H_a L B_p}{(E+R)(H_a - H_b)B_p}$$

と発生する。ここで  $H = \frac{H_b}{H_a}$  とした。

RMM 制御系の性質を考える。  $P_0$  の既約分解表現を  $n_p/d_p$ ,  $K_{22}$  の既約分解表現を  $n_k/d_k$  とすると,

$$n_p n_c + d_p d_c = (H_a A_m E B_p) E_1^{-1} E_2^{-1} \quad (5.42)$$

ここで  $E_1, E_2$  はそれぞれ  $n_p, n_k$  の分母多項式とする。

入出力関係を

$$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = V(\Delta_m) \begin{bmatrix} r \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

と表すと,

$$V_{11}(\Delta_m) = \frac{A_p B_m E}{B_p [A_m E + \Delta_m [H A_p (E+R) + L B_p]]}$$

$$V_{12}(\Delta_m) = -\frac{[H A_p (E+R) + L B_p](1 + \Delta_m)}{A_m E + \Delta_m [H A_p (E+R) + L B_p]}$$

$$V_{13}(\Delta_m) = -\frac{[H A_p (E+R) + L B_p] A_p}{B_p [A_m E + \Delta_m [H A_p (E+R) + L B_p]]}$$

$$V_{21}(\Delta_m) = \frac{B_m E (1 + \Delta_m)}{A_m E + \Delta_m [H A_p (E+R) + L B_p]}$$

$$V_{22}(\Delta_m) = \frac{B_p (E+R)(1-H)(1+\Delta_m)}{A_m E + \Delta_m [H A_p (E+R) + L B_p]}$$

$$V_{23}(\Delta_m) = -\frac{[H A_p (E+R) + L B_p](1 + \Delta_m)}{A_m E + \Delta_m [H A_p (E+R) + L B_p]}$$

となる。

式 (5.42), (5.43) より, RMM 制御系は次の性質をもつことがわかる。

- 公称系にたいする安定性

$\Delta_m=0$  のとき Fig.5.21 の制御系が内部安定である必要十分条件は定理 6.2 より式 (5.42) がユニモデュラになることである。この条件は  $P_0$  が最小位相系のととき  $H, M_R \in RH_\infty$ , 安定多項式  $E$  を任意に選んで満たすことができる。  $P_0$  が非最小位相系のときは  $H$  および  $B_m$  のゼロ点が  $P_0$  のゼロ点をふくめば内部安定である。

- 目標値応答

$V_{21}(\Delta_m)$  は  $H \simeq 1$  のとき

$$V_{21}(\Delta_m) \simeq M_R$$

となる。アンモデルダイナミクスがあっても、 $H$  のカットオフ周波数より低い周波数で目標値応答は規範モデルの応答に近くなる。

- 耐外乱性

$d_1 = \frac{T_s \delta + 1}{\delta}$  (単位外乱) として、 $V_{22}(\Delta_m)$  に最終値の定理 [33] をつかうと、

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\delta}{T_s \delta + 1} V_{22}(\Delta_m) d_1 = 0$$

また同様に、 $d_2$  に単位外乱を与えて、 $V_{23}(\Delta_m)$  に最終値の定理をもちいると、

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\delta}{T_s \delta + 1} V_{23}(\Delta_m) d_2 = -1$$

RMM 制御系は入出力外乱にたいし 1 型サーボ系としての外乱除去特性をもつ。

- $u$  の発生

$H$  及び  $B_m$  のゼロ点が  $B_p$  のゼロ点を含まないとき、 $B_p$  のゼロ点が  $V_{11}(\Delta_m)$ 、 $V_{13}(\Delta_m)$  の極に現れることがある。

このように RMM 制御系を使うと、目標値応答やサーボ系としての特性は仕様可以满足できる。ところが、いま、制御対象のゼロ点は振動的であるため、 $u$  が目標値や出力外乱により振動的になることがある。これを防ぐには、 $H$  と  $M_R$  のゼロ点に制御対象の振動的なゼロ点を含ませる方法 [42] と、制御対象モデルを最小位相系に近似する方法 [40, 41] が考えられる。ここでは  $H$  と  $M_R$  の自由度が大きい後者の方法を述べる。

### $\delta$ 演算子を利用した制御対象モデルの最小位相系近似

$\delta$  演算子で式 (5.37) のパルス伝達関数を表現すると

$$A_p(\delta)\theta(\delta) = B_p(\delta)I^*(\delta) \quad (5.44)$$

$$A_p(\delta) = \delta^2 + a_{p1}\delta + a_{p0}$$

$$B_p(\delta) = b_{p1}\delta + b_{p0}$$

となる。いま次の最小位相系を制御対象モデルとする。

$$A_p(\delta)\theta(\delta) = b_{p0}I^*(\delta) \quad (5.45)$$

定理 2.2 から,  $T_s \rightarrow 0$  で, 式 (5.44) の系数は

$$a_{p1} \rightarrow a_{pc1}, \quad a_{p0} \rightarrow a_{pc0}, \quad b_{p1} \rightarrow 0, \quad b_{p0} \rightarrow b_{pc} \quad (5.46)$$

のようになることを考慮すると, 式 (5.45) は  $T_s$  が十分短いとき, 式 (5.44) の十分よい近似式になる。

これから, 記述を簡単にするため, 連続伝達関数  $M(s)$  をサンプリング周期  $T_s$ , 0 次ホルダーで離散化し, 得られたパルス伝達関数を  $\delta$  演算子で表現し, 分子多項式で,  $T_s \rightarrow 0$  で 0 となる項を 0 と置く操作を,

$$T_\delta[M(s), T_s]$$

とかく。すなわち

$$T_\delta \left[ \frac{b_{pc}}{s^2 + a_{pc1}s + a_{pc0}}, T_s \right] = \frac{b_{p0}}{\delta^2 + a_{p1}\delta + a_{p0}}$$

である。

次の節では式 (5.45) をもとに制御系を設計する。無視したゼロ点はアンモデルドダイナミクスになり安定性に影響するので, 安定余裕を調べながら制御装置の定数を決めていく。

### 定数の決定

目標値応答として, 3 [Hz] 以下の周波数で目標値に追従することを目標とする。そこで規範モデルとして

$$M_R(\delta) = T_\delta \left[ \frac{50^2}{s^2 + 100s + 50^2}, T_s \right] \quad (5.47)$$

を選ぶ。  $H$  は  $M_R$  よりカットオフ周波数の高い

$$H(\delta) = T_\delta \left[ \frac{100^2}{s^2 + 200s + 100^2}, T_s \right] \quad (5.48)$$

を候補とする。

いま制御対象を最小位相系で近似したため, 乗法的アンモデルドダイナミクスとして,

$$\Delta_{m1} = \frac{b_{p1}}{b_{p0}} \delta$$

が存在する。  $T_s \rightarrow 0$  で  $\Delta_{m1} \rightarrow 0$  であるが, 有限の  $T_s$  にたいする安定余裕から  $T_s$  を決める。

$T_s$  の近似のない制御対象モデルを使った一巡伝達関数

$$P_0(1 + \Delta_{m1})K_{22}$$

のナイキスト線図を Fig.5.22 に示す。  $T_s = 0.05$  [sec] とすると制御系は不安定であるが、  $T_s = 0.005$  [sec] とすると制御系は安定で、ゲイン余裕 14 [dB] 位相余裕 45 [°] となりサーボ系の安定余裕の目安を満足する。このときの目標値、入力外乱に対する計算機シミュレーションを Fig.5.23 に示す。“proposed scheme” は本方法，“conventional scheme” は RMM 制御系で制御装置極が制御対象の振動的ゼロ点を含む場合である。ここで入力単位入力、入力外乱はモータ電流 10 [A] に相当する単位入力を、時刻  $t=0.3$  [sec] で与えた。

どちらの方法でもモータ回転角の応答は規範モデルの応答に一致し、耐外乱性は同等であるが、“conventional scheme” ではモータ電流が振動し、実機としたとき騒音の問題が懸念される。“proposed scheme” ではモータ電流の振動が解決されている。次節では実機でこの効果を確認する。

## 5.2.4 実機実験

### ブロック構成

制御装置は積分器を含むので anti-windup を考慮しておく必要がある。第 3 章の結果を使って、anti-windup を考慮したブロック構成を考える。

いま、 $P_0$  は Diophantine 方程式 (5.39) の両辺を  $E A_m$  でわって、

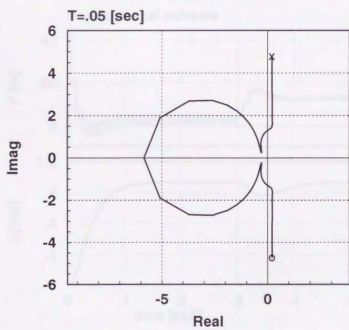
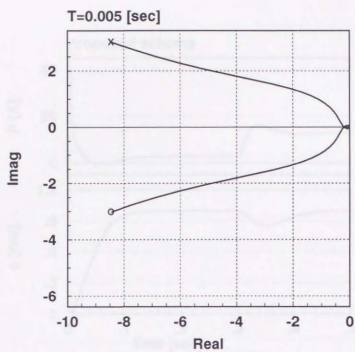
$$\begin{aligned} P_0(\delta) &= \frac{n_p(\delta)}{d_p(\delta)} \\ n_p(\delta)x_p(\delta) + d_p(\delta)y_p(\delta) &= 1 \\ n_p &= \frac{B_p}{A_m}, \quad d_p = \frac{A_p}{A_m}, \quad x_p = \frac{L}{E}, \quad y_p = \frac{E+R}{E} \end{aligned}$$

と既約分解表現される。この既約分解表現をつかうと、 $K_{22}$  は

$$\begin{aligned} K_{22} &= \frac{y_p - q_f n_p}{x_p + q_f d_p} \\ q_f &= y_p \frac{H_b A_m}{H_a B_p} \end{aligned} \quad (5.49)$$

とあらわされる。ここで内部安定性の仮定から、 $\frac{H_b A_m}{H_a B_p} \in RH_\infty$  である。第 3 章の結果をつかい、式 (5.49) から、Fig.5.24 のようにブロックを構成することができる。





frequency X:6.3 rad, O: .1 rad

Fig. 5.22 一巡伝達関数の Nyquist 線図.

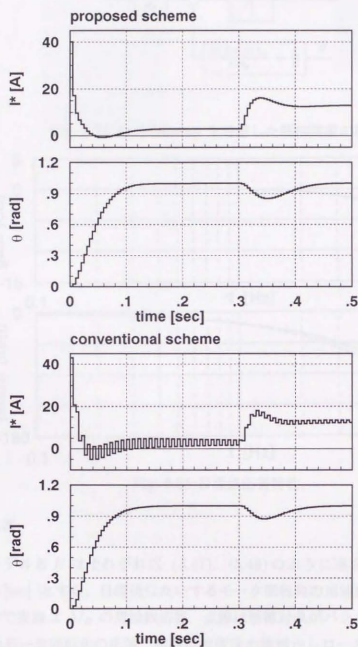


Fig. 5.23 ステップ応答および外乱応答 (計算機シミュレーション).

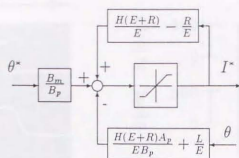


Fig. 5.24 Anti-windup を考慮した制御装置の構成.

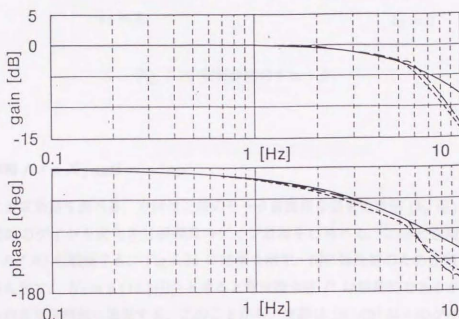


Fig. 5.25 目標値応答特性.

### 目標値応答

規範モデルと  $H$  はそれぞれ式 (5.47), (5.48) のように選ぶ。サンプリング周期は 0.005 [sec] とする。目標値にたいするモータ回転角の周波数応答を Fig.5.25 に示す。図中で実線は  $M_R$  の周波数応答、点線は制御対象がパラメータ同定を実施した状態でのモータ回転角の応答、破線は位置決め機構からロータリーダンパーをはずし、さらにバネ定数が 33 パーセント 少ない状態でのモータ回転角の応答を示す。ロータリーダンパーの撤去とバネ定数の低下は経年変化を模擬している。機械系の特性変動、摩擦力やバネの初期加重その他非線形性があるにもかかわらず、制御系は安定で応答は 5 [Hz] 付近まで規範モデルの応答に追従している。これより高い周波数での応答が劣化しているのはモータ電流を  $\pm 50$  [A] で制限しているためであ

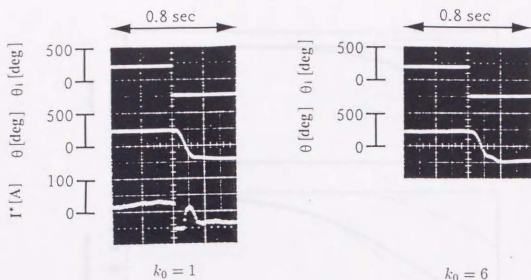


Fig. 5.26 安定余裕のチェック.

る。

#### 安定余裕 / ノイズ / anti-windup

次に安定余裕を調べる。方法は正規のモータ電流指令値を定数倍 ( $k_0$  倍) して一巡伝達関数のゲインを変化させ制御系のゲイン余裕をしらべる。このとき同時に電流波形 (ノイズ) も観察する。Fig.5.26 に結果を示す。図には比較のため正規 ( $k_0 = 1$ ) の場合も示す。 $K_0 = 6$  (15 [dB]) とすると電流指令値  $I^*$  は振動的であるが、モータ回転角はまだ目標値に追従する。このことから、実際は 15 [dB] 以上のゲイン余裕があるものと考えられる。

また正規状態では電流波形はなめらかであり、問題になるような電氣的、音的、機械振動的なノイズは発生しなかった。

$K_0=1$  のとき  $I^*$  に飽和がみられるが、ブロック構成で anti-windup が考慮されているので、制御計算機は暴走に至っていない。

#### 5.2.5 1 自由度制御系 (PID) との比較実験

四輪操舵車の後輪操舵装置はもともと目標値応答特性が 4.5[Hz] でカットオフする油圧システムであった。油圧システムを電動位置決めサーボ系で代替するため、電動位置決めサーボ系の目標値応答特性は 4.5[Hz] でカットオフする仕様とされた。目標値応答を 4.5[Hz] としたときのサーボ系の性能を 1 自由度制御系 (PID) の場合と 2 自由度制御系の場合で比較する。

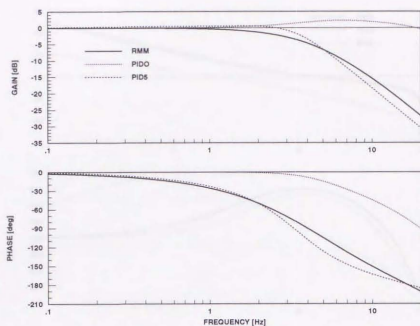


Fig. 5.27 比較する制御系の目標値応答特性.

#### 定数の設定

比較したPIDおよびRMMの設計上の目標値応答特性、一巡伝達関数をそれぞれFig.5.27, Fig.5.28に示す、ただしここでは制御対象は制御対象モデルに等しいとしている。

##### ● “PID5” のチューニング

PIDの一つ、“PID5”は目標値に対する制御量の応答特性 $\theta(s)/\theta^*(s)$ が

$$\frac{(2\pi \times 4.5)^2}{s^2 + 2 \times 0.95 \times (2\pi \times 4.5)s + (2\pi \times 4.5)^2} \quad (5.50)$$

に近くなるようにゲインをチューニングした。このPIDでは設計上のゲイン余裕は35[dB]、位相余裕は60[deg]になった。設計上の目標値応答特性の式(5.50)に対する誤差は0～10 [Hz]の周波数応答で3.5 [dB]以内になった。設計上の一巡伝達関数のゲインは“PID0”または“RMM”より小さくなった。

##### ● “PID0” のチューニング

一方もう一つのPID(“PID0”)はサーボ系の基準であるゲイン余裕12[dB]以上、位相余裕45[deg]以上、目標値応答特性のオーバーシュート率15[%]を目安としてチューニングを行なった。このPIDでは設計上のゲイン余裕は13[dB]、



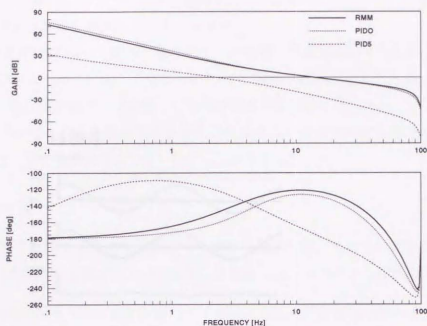


Fig. 5.28 比較する制御系の一巡伝達関数.

位相余裕は 52 [deg], オーバーシュート率は 15[%] となった。また、設計上の目標値応答特性は 20[Hz] で -2[dB] であり、仕様とは異なる結果になった。

#### ● RMM の設定

RMM では規範モデル  $M_R$  を適宜に選択することにより制御対象モデルに対する目標値応答特性を式 (5.50) とほぼ同じ ( 0 ~ 10 [Hz] の周波数応答で誤差 ± 0.5 [dB] 以内) とした。閉ループ特性は  $H$  をカットオフ周波数 18[Hz] のフィルターとすることで設計上の一巡伝達関数ゲインを “PIDO” とほぼ同じにすることができた。設計上のゲイン余裕は 13[dB], 位相余裕は 57[deg] となった。

サンプリング周波数は PID, RMM とともに 0.005 [sec] とした。

#### 比較実験

目標値をモータ回転角換算 270[deg], 1[Hz] の正弦波としたときのそれぞれのサーボ系の応答を Fig.5.29 に示す。

$\theta_m$  は制御対象モデルを制御対象としたときの設計上の応答,  $\theta$  はモータ回転角,  $e$  は制御誤差  $\theta_m - \theta$  を表す。制御誤差の原因として摩擦、モデル化誤差が考えられる。

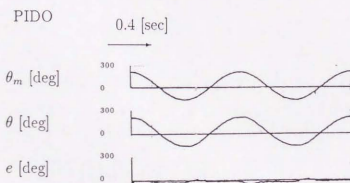
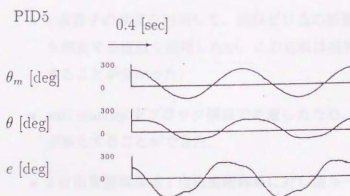
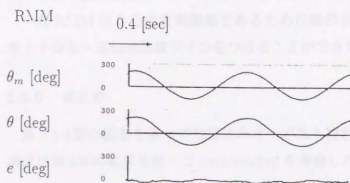


Fig. 5.29 正弦波応答の比較.

結果は“RMM”と“PIDO”では $e$ は実用上十分に小さいが“PID5”では制御ゲインが小さ過ぎるため制御誤差が大きくなった。

1 自由度制御系の場合、耐外乱性やロバスト性能は目標値応答特性と必ずしも両立しないことが知られている。本例ではPIDで仕様の目標値応答特性を得ようとするに十分に一巡伝達関数ゲインが高くできず制御誤差が大きくなった。

一方RMMは2自由度制御系であるため仕様の目標値応答特性を満足しつつ、実用上十分な一巡伝達関数ゲインをつけることができた。

### 5.2.6 まとめ

第2.1.4節の結果を使って位置決めサーボ系を設計した。またサーボ系のブロック構成は第3章の結果を使って anti-windup を考慮した。以下のような結果をえた。

- 機械系のパラメータ変動に対して十分なロバスト性能をもつサーボ系が構成できた。
- $\delta$  演算子の性質を利用して、極限ゼロ点の影響による制御対象の振動的ゼロ点を無視する近似を適用したが、この近似は現実的なサンプリング周期で有効であることが分かった。
- anti-windup をブロック構成で考慮したため、数値演算的にもロバストなサーボ系とすることができた。
- 2 自由度制御系は1 自由度制御系に対し閉ループ特性と目標値応答特性を別個に調整できる点で有利である例を示した。

## 第 6 章

## 終章

## 6.1 まとめ

制御技術を応用する上で、時として現れる非最小位相系の制御対象について制御系の設計を考えた。第1章では、応用上重要な場面で制御対象が非最小位相系になる例をあげた。また制御対象が非最小位相系になるときの制御技術上の問題点を整理した。

第2章では、非最小位相系の特殊性を考慮した2自由度制御系の設計法を述べた。ここでは2自由度制御系のパラメトリゼーションから出発し、前置補償器とフィードバック補償器の関係から、2自由度制御系の設計の手順を考えた。フィードバック補償器の設計では、 $H_\infty$  混合感度問題を使った周波数整形法を示した。 $H_\infty$  制御では従来周波数重みの与え方が明確になっていなかった。ここでは、非最小位相系で制御性能に関係の深い不安定ゼロ点の位置を周波数重みの選択に反映させるとともに、従来問題とされた混合感度問題での極ゼロ相殺の問題を扱い、部分的に閉ループの極を指定できる重みの選択法を提供した。前置補償器の設計では、 $H_2$  ノルムを最小化する意味でのモデルマッチングによる方法を与えた。

また連続系制御対象の相対次数の関係で、パルス伝達関数が非最小位相系になる問題に対しては $\delta$  演算子でパルス伝達関数を表現し、最小位相系に近似する方法を考えた。

第3章では操作端の飽和により、制御用計算機の数値演算がオーバーフローする問題を扱った。ここでは内部安定化制御装置の既約分解表現における自由度が制御装置のブロック構成の自由度に対応することを明らかにし、全ての内部安定化制御装置に適用可能なオーバーフロー対策を示した。

第4章では、同定において周波数領域での事前情報を活用することを考え、周波数重みを導入したパラメータ同定アルゴリズムを導いた。このアルゴリズムでは実用面での要請から演算量が少ないことを考慮した。また、周波数重みの与え方を検討した。

最後に、第5章では本設計法を実機に適用し、設計法が実用に耐えるものであることを確認した。四輪操舵車の例では自動車の操舵応答性で本方法の効果が認められた。また、自動車用の位置決めサーボ系への応用では、自動車用としての仕様を満たすロバストで滑らかな動作のサーボ系を実現した。



## 6.2 今後の課題

制御装置の設計では、非最小位相系としては1入力1出力で実軸上に1個の不安定ゼロ点をもつ制御対象について考えた。例えば振動制御では、制御対象が多入力多出力系でしかも複素共役な不安定ゼロ点を持つ可能性がありこのような場合へ対応する問題が残されている。またモデルマッチング問題を考えると、非最小位相系で不安定ゼロ点を扱う問題は反安定系における不安定極を扱う問題と類似性があり[12]、本方法は反安定系制御対象の制御系設計問題に発展できる可能性がある。

閉ループの極構造やロバスト性能を考慮する方法として本方法の他に文献[5, 50, 65]などが提案されており、これらの方法と本方法との比較に興味もたれる。

また $H_\infty$ 制御では、制御装置の設計は周波数重みを含めて一般化プラントを定義することであるが、個々の制御問題に対して一般化プラントを定義する指針を与える問題に対してはまとまった方法がなく、研究の余地がおおいに残されていると考えられる。

デジタル制御系ではサンプル周期の決定は制御系設計の主要な問題である。 $\delta$ 演算子でパルス伝達関数を近似する問題では、近似誤差や制御仕様と関連してサンプルリング周期を決める問題が残っている。

制御装置の anti-windup では、ブロック構成に関係する自由パラメータを導いた。anti-windup 法としては操作端の飽和が終ったあと速やかに制御の効果を回復させる問題がある。この観点から自由パラメータを最適化する問題が残されている。

パラメータ同定に周波数重みを導入したが、同定の周波数重みと制御装置の設計を関連付ける課題がある。制御器設計に都合よくモデル化を行なうことにより設計を簡単にしたり、限られた次数の制御装置で制御性能を向上させたりする可能性が考えられる。

## 参考文献

- [1] 安部: 自動車の運動と制御, 共立出版 (1979)
- [2] 足立: ユーザのためのシステム同定理論, 計測自動制御学会 (1993)
- [3] K. J. Åström, P. Hagander and J. Sternby: Zeros of Sampled Systems, *Automatica*, **20**-1, 31/38 (1984)
- [4] K. J. Åström and B. Wittenmark: *Computer Controlled System Theory and Design*, Prentice-Hall (1984)
- [5] G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard and R. Smith:  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide, MUSYN Inc. (1991)
- [6] P. J. Campo and M. Morari: Robust Control of Processes Subject to Saturation Nonlinearities, *Computer Chemistry Engineering*, **14**-4, 343/358 (1990)
- [7] Bor-Sen Chen and Tsang-Yi Yang: Robust Optimal Model Matching Control Design for Flexible Manipulators, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **115** 173/178 (1993)
- [8] R. Y. Chiang, M. G. Safonov, K. Haiges, K. Madden and J. Tekaway: A Fixed  $H^\infty$  Controller for a Supermaneuverable Fighter Performing the Herbst Maneuver, *Automatica*, **29**-1, 111/127 (1993)
- [9] C. A. Deoser, Ruey-Wen Liu, J. Murray and R. Saek: Feedback System Design: The Fractional Representation Approach to Analysis and Synthesis, *IEEE Transaction on Automatic Control*, **AC25**-3, 399/412 (1980)
- [10] J. C. Doyle, B. Francis and A. Tannenbaum: *Feedback Control Theory*, MacMillan (1992)

- [11] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargoneker and B. A. Francis: State-Space Solution to Standard  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  Control Problems, IEEE Transaction, **AC34**-8, 831/847 (1989)
- [12] B. A. Francis: A Course in  $H_\infty$  Control Theory, Springer-Verlag (1987)
- [13] 藤崎, 池田: 2 自由度積分型最適サーボ系の構成, 計測自動制御学会論文集, **27**-8, 907/914 (1991)
- [14] 藤代, 伊藤, 川邊, 金井, 越智: 四輪操舵車の安定性に関する一考察, 計測自動制御学会論文集, **25**-2, 208/214 (1989)
- [15] 古川: ビークルダイナミクスから見た 4WS の研究動向, 自動車技術, **44**-3, 59/72 (1990)
- [16] 古田, 小宮: 線形多変数系に対するモデル追従型サーボコントローラの設計, 計測自動制御学会論文集, **18**-1, 8/14 (1982)
- [17] S. Garg : Robust Integrated Flight/Propulsion Control Design for a STOVL Aircraft Using H-Infinity Control design Techniques, Automatica, **29**-1, 129/145 (1993)
- [18] P. J. Gawthrop : Hybrid Self-tuning Control, Proc. IEE Pt.D, **127**-5 (1980)
- [19] M. Good: Effects of Free-Control Variable on Automobile Handling, Vehicle System Dynamics, **8**-4, 253/285 (1979)
- [20] K. Glover and J. Doyle: State-space Formulation for All Stabilizing Controllers that Satisfy an  $H_\infty$  norm bound and relations to Risk Sensitivity, System and Control Letters, **11** ,167/172 (1988)
- [21] R. Hanus, M. Kinnaert and J. -L. Henrotte: Conditioning Technique, a General Anti-Windup and Bumpless Transfer Method, Automatica, **23**-6, 729/739 (1987)
- [22] 原: 時間応答に基づく  $H_\infty$  制御, SICE 夏季セミナー'92- 新しい制御理論に基づく制御系設計法- テキスト, 35/41, 計測自動制御学会 (1992)
- [23] 原: 制御系における零点 [VI] 制御系の特性と零点, 計測と制御, **29**-9, 830/838 (1990)

- [24] 橋本, 原島: VSS 制御系によるデジタルサーボ, 日本ロボット学会誌, 7-3, 119/124 (1989)
- [25] 堀内: 操縦者の制御動作モデルと操縦性の評価, 自動車技術, 45-3, 5/11 (1991)
- [26] Y. S. Hung and B. Polrud: An  $H_{\infty}$  Approach to Feedback Design with Two Objective Function, IEEE Transaction, AC37-6, 820/824 (1992)
- [27] 市川: 非最小位相プラントのモデル適合, 計測自動制御学会論文集, 19-7, 526/530 (1983)
- [28] 池田, 木田: 大型宇宙構造物におけるこれからの制御技術, 計測と制御, 31-1, 170/173 (1992)
- [29] 伊藤, 藤代, 川邊, 金井, 越智: 四輪操舵車の新しい制御法, 計測自動制御学会論文集, 23-8, 828/834 (1987)
- [30] MATRIXx Demonstration System ID and DSP, MATRIXx V3.1 Demonstration program, Integrated Systems Inc. (1993)
- [31] T. Kailath: Linear Systems, Prentice-Hall (1980)
- [32] 金井: フライトコントロール, 槇書店 (1985)
- [33] 金井, 堀: デジタル制御システム入門 - デルタオペレータの適用 -, 槇書店 (1992)
- [34] 金井, 越智, 坂: 双翼操舵方式を用いた飛翔体の垂直加速度制御系の設計, 防衛大学校理工学研究報告, 29-1, 173/181 (1991)
- [35] 金井, 越智, 藤代, 伊藤, 川邊: 四輪操舵車の適応ヨーレート, 横加速度および  $D^*$  制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, 24-4, 426/428 (1988)
- [36] 川邊, 金井: パラメータ同定における周波数重み付けの一方法, 第 34 回自動制御連合講演会資料, 187/188 (1991)
- [37] 川邊, 北森: 操作端の飽和による制御演算暴走を防ぐ制御器構成法, 計測自動制御学会論文集, 29-7, 851/853 (1993)

- [38] 川邊, 松村, 北森:  $H_\infty$  最適化による非最小位相系の制御系設計, 計測自動制御学会論文集に投稿中
- [39] 川邊, 松村, 金井, 北森: 周波数重みを考慮したパラメータ同定法, 計測自動制御学会論文集に投稿中
- [40] 川邊, 山村, 金井: デルタ演算子を用いて設計したロバストな自動車用位置決めサーボ系の制御器, 計測自動制御学会論文集, **27-6**, 707/710 (1991)
- [41] T. Kawabe, Y. Yamamura and K. Kanai: Robust Controller for a Servo Positioning System of an Automobile, Proc. of the 29th IEEE CDC, 2170/2175 (1990)
- [42] 川邊, 山村, 寺尾: 自動車用アクチュエータのロバスト制御, 第10回適応制御シンポジウム資料, 131/134 (1990)
- [43] 川谷, 松嶋: 正規化既約分解表現に基づく橋梁のロバスト制振制御, システム制御情報学会論文誌, **6-1**, 48/56 (1993)
- [44] 木田: 大型宇宙構造物のロバスト制御, 計測と制御, **30-6**, 695/700 (1991)
- [45] N. J. Krikelis: State Feedback Integral Control with 'Intelligent' Integrator, Int. J. Control, **32-3**, 465/473 (1983)
- [46] H. Kwakernaak: Robust Control and  $H_\infty$ -Optimization -Tutorial Paper, Automatica **29-2**, 255/273 (1993)
- [47] D. J. N. Limebeer, E. M. Kasennally and J. D. Perkins: On the Design of Robust Two Degree of Freedom Controllers, Automatica, **29-1**, 157/168 (1993)
- [48] D. J. N. Limebeer and Y.S.Hung: An Analysis of the Pole-zero Cancellations in  $H_\infty$ -Optimal Control Problems of the First Kind, SIAM J.Control and Optimization, **25-6**, 1457/1493 (1987)
- [49] L. Ljung :System Identification the Theory for the User, 169/207, Prentice-Hall (1987)
- [50] 前田, 兎玉, 鄭: 安定領域を指定した  $H_\infty$  制御, 計測自動制御学会論文集, **28-10**, 1194/1200 (1990)



- [51] 前田, 杉江: システム制御理論, 朝倉書店 (1991)
- [52] J. D. McDonnell: Pilot Rating Techniques for the Estimation and Evaluation of Handling Qualities, AFFDL-TR-68-76 (1968)
- [53] D. C. McFarlane and K. Glover: Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Description, Springer-Verlag (1990)
- [54] D. C. McFarlane and K. Glover: A Loop Shaping Design Procedure Using  $H_\infty$  Synthesis, IEEE Transaction, **AC37**-6, 759/769 (1992)
- [55] D. T. McRuer *et al.* : A Review of Quasi-Linear Pilot Model, IEEE Trans.on Human Factor in Electronics, **HFES** 231/249 (1967)
- [56] M. Morari and E. Zafriou: Process Control, Prentice-Hall (1989)
- [57] 中溝: 信号解析とシステム同定, コロナ社, (1990)
- [58] 西村, 中川, 川崎: ウォームギヤ減速機構の動特性, 精密機械, **51**-8, 49/55 (1985)
- [59] 大森, 佐野: 安定性を補償したロバストモデルマッチング, 第9回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 139/142 (1989)
- [60] S. D. O'Young and B.A.Francis: Sensitivity Tradeoffs for Multivariable Plants, IEEE Transactions, **AC30**-7, 625/632 (1985)
- [61] R. M. Phelan: Automatic Control Systems, Cornell University Press (1977)
- [62] L. Qiu and E. J. Davison: Performance Limitation of Non-minimum Phase Systems in the Servomechanism Problem, Automatica, **29**-2, 337/349 (1993)
- [63] A. Saberi, B. M. Chen and P. Sannuti: Theory of LTR for Non-minimum Phase Systems, Recoverable Target Loops, and Recovery in a subspace Part 1. Analysis, Int. J. Control, **53**-5, 1067/1115 (1991)
- [64] A. Saberi, B. M. Chen and P. Sannuti: Theory of LTR for Non-minimum Phase Systems, Recoverable Target Loops, and Recovery in a subspace Part 2. Design, Int. J. Control, **53**-5, 1117/1160 (1991)

- [65] M. Saeki:  $H_\infty$  Control with Pole Assignment in a Specified Disk, Int. J. Control, **56**-3, 725/731 (1992)
- [66] 佐伯:  $H^\infty$  制御と LQG 制御の関係, 第 41 回システム制御情報講習会「 $H^\infty$  制御の基礎」テキスト, システム制御情報学会 (1992)
- [67] M. G. Safonov, D.J.N.Limebeer and R.Y.Chang: Simplifying the  $H^\infty$  Theory via Loop-shifting, Matrix-pencil and Descriptor Concept, Int.J.Control, **50**-6, 2467/2488 (1989)
- [68] 佐藤, 井之口: 自動車用アクチュエータのインテリジェント化, 自動車技術, **44**-9, 22/28 (1990)
- [69] 佐野, 古川, 小口, 中谷: 車両のヨー応答特性と横加速度応答特性が人間-自動車系の性能に及ぼす影響, 自動車技術会論文集, **26**, 135/141 (1983)
- [70] J. Sefton and K. Glover: Pole/zero Cancellation in the General  $H_\infty$  Problem with Reference to a Two Block Design, System and Control Letters, **14**, 295/306 (1990)
- [71] K. Steiglitz and L. E. McBride :A Technique for the identification of linear system, IEEE Trans. **AC10**, 461/464 (1965)
- [72] P. Stoica and T. Söderström :The Steiglitz-McBride Identification Algorithm Revised-Convergence Analysis and Accuracy Aspects, IEEE Trans. **AC26**, 712/717 (1981)
- [73] M. C. Tsai, E.J.M. Geddes and I. Postlethwaite: Pole-zero Cancellations and Closed-loop Properties of an  $H^\infty$  Mixed Sensitivity Design Problem, Proceeding of the 29th Conference on Decision and Control, 1028/1029 (1990)
- [74] M. C. Tsai E. J. Geddes and I. Postlethwaite: Pole-Zero Cancellation and Closed-Loop Properties of  $H_\infty$  Mixed Sensitivity Design Problem, Automatica, **28**-3, 519/530 (1992)
- [75] 安田, 杉山, 平井: 可変構造制御による多変数サーボ系の即応性の改善, 計測自動制御学会論文集, **24**-2, 28/34 (1989)

- [76] D. C. Youla, H. A. Jabr and J. J. Bongiorno, Jr.: Modern Wiener-Hopf Design of Optimal Controllers -Part II: The Multivariable Case, IEEE Transaction on Automatic Control, **AC21**-3, 319/338 (1976)
- [77] M. Vidyasagar: Control System Synthesis, MIT Press (1987)
- [78] B. Wie and F. Bauer: Classical and Robust  $H_\infty$  Robust Control Redesign for the Hubble Space Telescope, The 1992 AIAA Guidance, Navigation and Control Conference (1992)
- [79] T. Williams: Transmission-Zero Bounds for Large Space Structure with Application, J. Guidance, Control and Dynamics, **12**-1, 33/38 (1989)

## 付録:2 自由度制御系のパラメトリゼーション

Fig.6.1 において,  $K_2$  は制御装置,  $P$  は制御対象とする. ベクトル  $r(t) \in \mathcal{R}^p$ ,  $u(t) \in \mathcal{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathcal{R}^p$  はそれぞれ目標値 (参照入力), 制御入力, 制御対象の出力,  $\varepsilon \in \mathcal{R}^p$  は制御量,  $d_1(t) \in \mathcal{R}^m$ ,  $d_2(t) \in \mathcal{R}^p$  はそれぞれ入力外乱, 出力外乱である. 各信号間の伝達関数行列を

$$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ V_4 & V_5 & V_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

のように表す.

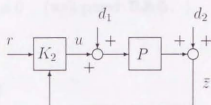


Fig. 6.1 2 自由度制御系.

**定義 6.1 (2 自由度制御系の内部安定性)** Fig.6.1 の系が内部安定であるとはこの系が *well-posed* で, かつ  $V_1$  から  $V_6$  までの全ての要素が  $RH_\infty$  に属することである.  $\square$

以下形式的に

$$u(s) = K_2 \begin{bmatrix} r(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{21} & -K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(s) \\ y(s) \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

と表す. このとき,  $V_1 \sim V_6$  は具体的に次のように与えられる.

$$\begin{aligned} V_1 &= (I + K_{22}P)^{-1}K_{21}, & V_2 &= (I + K_{22}P)^{-1}K_{22}P, & V_3 &= (I + K_{22}P)^{-1}K_{22} \\ V_4 &= (I + PK_{22})^{-1}PK_{21}, & V_5 &= (I + PK_{22})^{-1}P, & V_6 &= (I + PK_{22})^{-1}PK_{22} \end{aligned} \quad (6.3)$$

ただし

$$\begin{aligned} (I + PK_{22})^{-1} &= I - P(I + K_{22}P)^{-1} \\ K_{22}(I + PK_{22})^{-1} &= (I + K_{22}P)^{-1}K_{22} \end{aligned}$$

などの関係がある.

2自由度制御系を内部安定化する制御装置  $K_2$  のパラメトリゼーションを考える.  
 2自由度制御系の内部安定性は1自由度制御系の内部安定性と密接な関連がある.  
 Fig.6.2 の1自由度制御系

$$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = H(P, K) \begin{bmatrix} r \\ d_1 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$H(P, K) = \begin{bmatrix} (I + PK)^{-1} & -P(I + KP)^{-1} \\ K(I + PK)^{-1} & (I + KP)^{-1} \end{bmatrix}$$

の内部安定性は次のように定義される.

**定理 6.1 (1自由度制御系の内部安定性)** Fig.6.2 の1自由度制御系が内部安定である必要十分条件は

1.  $\det(I + P(s)K(s)) \neq 0$  (well-posed である.)
2.  $H(P, K) \in RH_\infty$

が成り立つことである.  $\square$

定理 6.1 は次の定理でいえることができる.

**定理 6.2** いま,  $K$  の既約分解表現が

$$K = \tilde{K}_d^{-1} \tilde{K}_n = K_n K_d^{-1}$$

と与えられたとする. このとき, 次のことは等価である.

- Fig.6.2 の1自由度制御系が内部安定である.
- $\Delta = \tilde{D}K_d + \tilde{N}K_n$  がユニモジュラ.
- $\tilde{\Delta} = \tilde{K}_d D + \tilde{K}_n N$  がユニモジュラ.  $\square$

このとき, 1自由度制御系を内部安定にする, 全ての制御装置  $K$  のパラメトリゼーションは次のように与えられる.

**定理 6.3 (内部安定な1自由度制御系のパラメトリゼーション)** 制御対象  $P(s)$  の  $RH_\infty$  上での既約分解表現を次のように仮定する.

$$P = ND^{-1} = \tilde{D}^{-1}\tilde{N} \quad (6.5)$$

$$XN + YD = I, \quad \tilde{N}\tilde{X} + \tilde{D}\tilde{Y} = I \quad (6.6)$$



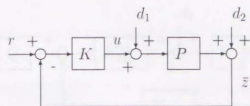


Fig. 6.2 1 自由度制御系.

Fig.6.2 の 1 自由度制御系を内部安定化するすべての制御装置  $K$  は次のように与えられる.

$$K(s) = (Y(s) - R(s)\tilde{N}(s))^{-1} (X(s) + R(s)\tilde{D}(s)) \quad (6.7)$$

$$= (\tilde{X}(s) + D(s)M(s)) (\tilde{Y}(s) - N(s)M(s))^{-1} \quad (6.8)$$

$$\det(Y(s) - R(s)\tilde{N}(s)) \neq 0$$

$$\det(\tilde{Y}(s) - N(s)M(s)) \neq 0$$

ここで  $R(s)$ ,  $M(s)$  は  $RH_\infty$  に属する自由パラメータである.  $\square$

このような  $P$  を内部安定化する全ての  $K$  の集合を

$$\Omega(P)$$

と表す.

文献 [51, 77] によると 2 自由度制御系が内部安定になる必要十分条件は以下のよう  
に与えられる.

**定理 6.4 (内部安定な 2 自由度制御系)** Fig.6.1 の 2 自由度制御系が内部安定になる  
必要十分条件は

$$1. K_{22} \in \Omega(P)$$

2.  $K_{22}$  の左既約分解表現を

$$K_{22}(s) = \tilde{K}_{22d}^{-1}(s) \tilde{K}_{22n}(s) \quad (6.9)$$

とする, このとき

$$\tilde{K}_{22d} K_{11} \in RH_\infty \quad (6.10)$$

となっていること,  $\square$

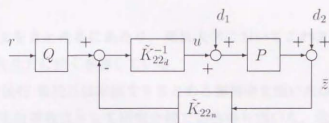


Fig. 6.3 2 自由度制御系 ( $RH_\infty$  上の規約分解表現).

いま

$$Q(s) = \hat{K}_{22d}^{-1}(s)K_{11}(s)$$

と表すと,

$$K_{11} = \hat{K}_{22d}^{-1}(s)Q(s), \quad (Q(s) \in RH_\infty).$$

よって, 内部安定な 2 自由度制御系は Fig.6.3 のように構成することができる. この定理を利用して, 次の節で内部安定な 2 自由度制御系を次の手順で設計する.

また, とくに  $V_4$  を書きなおすと, 次のようになる.

$$V_4 = NQ \quad (6.11)$$

この式は 2 自由度制御系での, 可能な目標値応答の伝達関数のクラスを表している.

前節の事実から, 内部安定な 2 自由度制御系のフィードバックループにはいる補償器

$$\hat{K}_{22d}^{-1}\hat{K}_{22s}$$

のパラメトリゼーションは内部安定な 1 自由度制御系の補償器  $K$  のパラメトリゼーションと同じであり,  $\hat{K}_{22d}$  と  $\hat{K}_{22s}$  は  $K$  を既約分解してえられることが分かる. このことを利用すると第 2 節の手順で 2 自由度制御系を設計することができる.

## 謝辞

著者はこの論文をまとめるにあたり、東京大学においてこれまで親身な御指導をいただいた次の先生方に深く感謝している。

東京大学 北森俊行 教授には本論文をまとめる御指導を頂いたほか、東京大学における著者の研究生指導教官として研究全般で御指導を頂いた。北森俊行先生の学風にふれる機会を得て、制御理論のみならず工学研究のありかたを学ぶ機会を得たのは、著者の今後の研究活動になによりも有益であると実感する。

東京大学 新 誠一 助教授には東京大学での輪講その他の機会で適切かつ有益な御指導を頂いた。

著者は日産自動車株式会社 総合研究所 電子研究所においても、入社以来、幾多の有益な御指導いただいた。東京大学 寺尾満 名誉教授には日産自動車株式会社 総合研究所 電子研究所 顧問として、指導を頂いたばかりでなく、研究活動の多くの場面で便宜をはかっていただいた。

防衛大学校 金井喜美雄 教授には日産自動車株式会社での著者の研究を指導して頂いた。また、研究活動において幾多の便宜をはかっていただいた。著者は日産自動車に入社するまで制御理論を専門に学ぶ機会を持たなかったが、寺尾満先生と金井喜美雄先生に制御理論を御教授いただいたことは、たいへんな幸運であった。

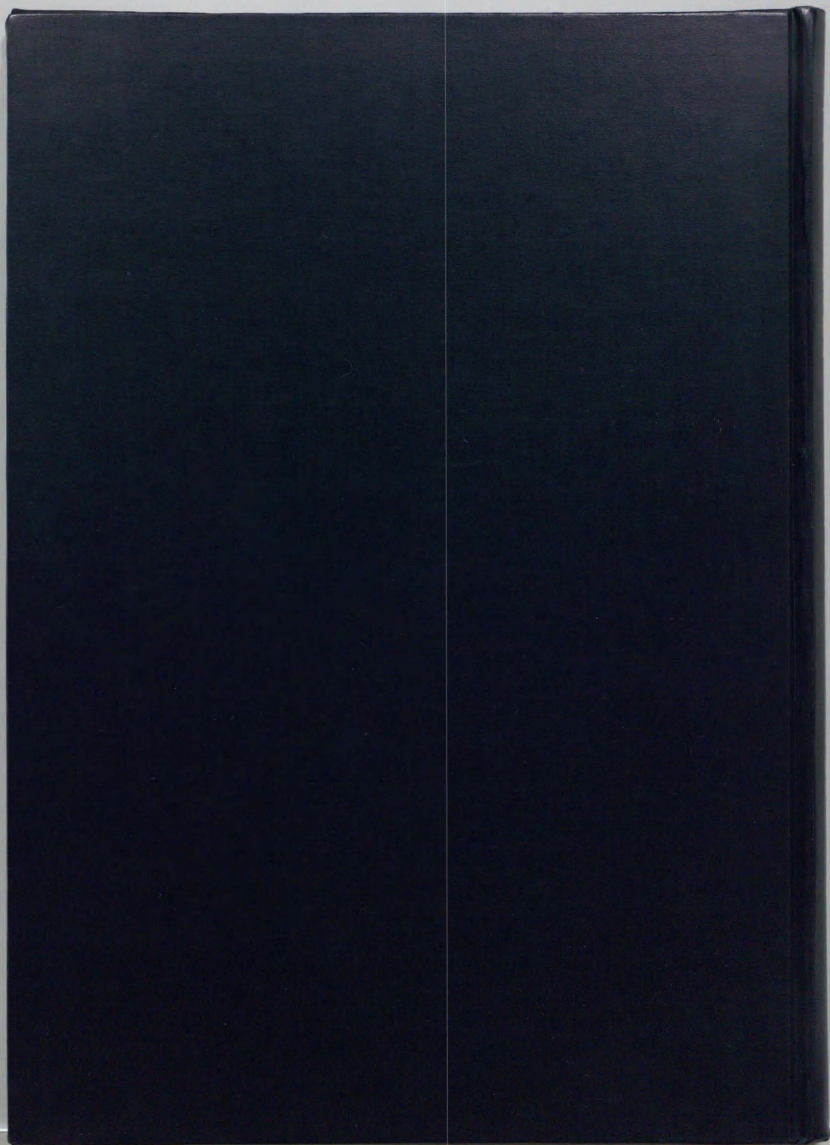
また、著者の上司にあたる日産自動車株式会社 総合研究所 電子研究所 廣田幸嗣 所長には著者の研究に特別の御理解をいただき、研究を学位論文としてまとめる機会をあたえていただいた。

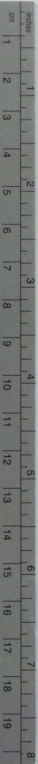
日産自動車株式会社 総合研究所 電子研究所 浅野正春 主幹研究員には上司としての広範な見地から、著者の研究活動を支援していただいた。

日産自動車株式会社 総合研究所 電子研究所 松村利夫 主任研究員には著者の研究に貴重な御意見を頂いたばかりでなく、直属上司として、学位論文をまとめる上で、幾多の便宜を計っていただいた。

東京大学 工学部 計数工学科 北森研究室 潮部 昇 助手には貴重な御意見をいただいたばかりでなく、東京大学での研究活動において幾多の御支援をいただいた。

東京大学 工学部 計数工学科 北森研究室の学生の皆さん、森田彰さん、半場滋さん、大石泰章さん、田原鉄也さん、岡本浩希さん、田中玲子さんにはたいへんお世話になった。





## Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM Kodak

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



## Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

