

反射法地震探査データの
高分解能化処理に関する研究

松岡 俊文

①

反射法地震探査データの
高分解能化処理に関する研究

High Resolution Processing Technique
for Reflection Seismic Data

松岡 俊文

目次

要 旨	1
Abstract	7
Zusammenfassung	13
第1章 序 論	
1. 1 石油の探鉱における地震探査法の役割	22
1. 2 探鉱対象トラップの変化と高分解能記録の必要性	24
1. 3 物理探査における順問題と逆問題(本論文の構成)	27
第2章 反射法地震探査データの高分解能化処理に伴う問題点	
2. 1 反射法地震探査の特徴	32
2. 2 バイプロサイス震源	36
2. 3 反射係数列と分解能	39
2. 4 高分解能化処理における非線形性の問題	46
2. 5 ウェーブレットの推定の必要性	50
2. 6 予測型デコンボリューション処理の問題点	53
2. 7 周波数帯域が制限された場合のプレホワイトニング	55
第3章 ウェーブレットの統計的推定法	
3. 1 反射時系列の統計的性質	57
3. 2 バイスベクトラム	59
3. 3 バイスベクトラムの位相と ウェーブレットの位相との関係	65
3. 4 解法のアルゴリズム	67

3. 5	初期条件とアルゴリズムに関するコメント	78
3. 6	計算例	79
3. 7	トリスベクトラムへの拡張	88
3. 8	パイプロサイズデータへの適用例	90
3. 9	結論及び今後の展望	101
第4章	予測型デコンボリューションのパイプロサイズデータへの適用	
4. 1	予測型デコンボリューション	102
4. 2	予測演算子の逐次関係式	104
4. 3	予測型デコンボリューション演算子の数式表現	109
4. 4	最小位相の場合の出力波形	121
4. 5	パイプロサイズデータの場合の出力波形	127
4. 6	結論及び残された課題	137
第5章	パイプロサイズデータの高分解能化処理	
5. 1	パイプロサイズデータにおける順問題	139
5. 2	周波数帯域が制限された場合の プレホワイトニング法	141
5. 3	白色でない付加ノイズ量の評価法	148
5. 4	ガス層の拡がりの推定	159
5. 5	結論	167
第6章	順問題としての波動伝播経路の決定	
6. 1	波動伝播経路	170
6. 2	セル構造に対する波線法の適用限界	173
6. 3	フォワード, バックワード法	177
6. 4	相反定理に基づく波動伝播経路の決定法	179
6. 5	反射波に対する波動伝播経路の決定法	190
6. 6	結論及び今後の展望	199

第7章 結 論	201
---------	-----

謝 辭	206
-----	-----

参考文献	207
------	-----

要 旨

石油の探鉱作業とは地表で収集できる種々のデータをもとに、石油・ガスの存在確率が最も高い場所を見つけ出す作業である。このためにはまず現在の地下構造を正確に知る必要がある。現在の地下構造を知るために行う地下探査手法の中で、地下構造の探査能力が最も高いと考えられるのは物理探査法である。物理探査法は取り扱っている物理量の違いによって、重力探査、磁力探査、地震探査、電気探査等が知られている。このうち地震探査技術は精度も高く、石油の探鉱には最も広く用いられている手法である。

地下の地質的な境界面においては、各地層の弾性論的な性質を表す速度や密度、さらにこの両者の積である音響インピーダンスは変化する。そこで境界面における音響インピーダンスの違いによって弾性波が反射される性質を利用する地下探査法が、反射法地震探査である。

この技術を石油の探鉱に使用するには、得られた反射記録断面図の解釈作業が必要になる。解釈作業を通して、炭化水素の、生成、移動、集積という事項に対して考察を加える必要がある。これを行うには地史の再現が必要である。記録断面図の解釈作業は地史の再現のための出発点である。地史の再現作業は2つの要素に分割できる。一つは堆積後の地質的状況の変化の再現であり、構造運動史の再現である。構造運動史は記録断面図上では褶曲や断層となって表れてくる。もう一つは堆積岩が生成された時の堆積環境の復元である。

炭化水素の鉱床は、大きく構造トラップと層位トラップの2つに分類できる。構造トラップの探鉱には記録断面図上から探鉱対象地域の構造運動史の再現が必要となる。ところが近年メキシコ湾の探鉱などで見られるように、探鉱対象が構造トラップから層位トラップへと変化しつつある。そこで層位トラップの探鉱のために多くの新しい技術が開発されてきた。 Exxonの研究者達によって開発された地震層序学的手法は、代表的な手法の一つである。この技術は堆積環境の復元をもとにした手法であり、反射法地震探査記録から不整合面の同定や地層シーケンスの判定が必要となる。こ

れには非常に薄い地層の識別が不可欠である。

一方、地震探査記録は試掘が終わり石油やガスの存在が確認された後でも非常に重要な情報を提供できる。具体的には試掘によって得られたある点での情報をもとに、油ガスの平面的な拡がりの推定を行うことである。日本国内の探鉱では油ガスを含む砂岩層はきわめて薄く、数メートルの砂岩と頁岩の互層の場合が多い。このような場合において、各砂岩層の同定とその拡がりを示唆する記録断面を得ることは非常に重要な技術的課題であると同時に、石油の探鉱上不可欠である。この様に高い分解能を有する反射記録断面図を得る事は、今後とも石油の開発においては非常に重要な問題である。

一般に地下を伝播してきた弾性波は高周波数成分が減衰している。このため観測された地震探査データは分解能が低下している。そこで取得されたデータに対して分解能を向上させるデータ処理技術は、石油の探鉱上必要不可欠である。本論文においては、反射法地震探査データの高分解能化処理に関連した、いくつかの新しい手法の開発を行う。さらにここで開発した手法を、実際にガスが賦存する地域で取得されたデータに対して適用する事によって、開発された手法の有効性を確かめた。

通常反射法で用いられる地震波は、ダイナマイト震源やそのほかの非爆薬震源等の種々の方法によって作り出される。パイロサイス震源は代表的な非爆薬震源でありダイナマイト震源と比較して色々な長所を持っている。安全性や取扱いの容易さはこの震源が実際の現場で多用されている大きな理由となっている。しかしながら残念なことに、データ処理という観点から見るとこの震源には非常に大きな制約が存在している。すなわちパイロサイスで生成される震源のウェーブレットは最小位相ではないうえに周波数帯域が制限されている。この2つの性質によって、これまで開発されてきた通常の高分解能化処理の適用は困難であることが知られていた。そこで本論文ではこの様なデータに対する高分解能化処理技術の開発を試みた。

反射法地震探査のデータ解釈は、広い見地から見ると、逆問題の解法問題と考える事が出来る。一般に観測された地震トレースは、数学的には反

射係数列とウェーブレットのコンボリューションで書き表すことができる。これは数学的には、ウェーブレットがグリーン関数に対応し、反射係数列がモデルに対応した積分方程式と見なす事が出来る。このため高分解能化処理の目的は、この方程式を解いて地震トレースから反射係数列を復元させる事である。しかしながらこの方程式を解くには、グリーン関数の形状を事前に知っておく必要がある。

一般にこのグリーン関数は、考えている地下構造が非常に単純であったり、重力や磁力の異常値の解析問題であれば、事前にわかっている場合が多い。しかしながら一般には、逆問題を解く前に順問題を十分に検討する事によって関数の形状を求めておく必要がある。実は高分解能化処理技術に関する研究開発は、いかにしてグリーン関数を推定するか、あるいはグリーン関数が未知の時に、どの様にして方程式を解くかという課題を追求してきたと考えてよい。本論分では、先ず反射地震トレースの逆問題の解法を議論し、後半においてトモグラフィー解析などの様に、波動伝播経路がグリーン関数になっている場合について考察を加える。

歴史的に見ると高分解能化処理技術には2つのアプローチがあり、多くの研究者によって研究がなされてきた。一つはデコンボリューション処理技術であり、もう一つはウェーブレット処理技術である。Robinsonによって開発されたホワイトニングデコンボリューション処理技術は2つの仮定を設けて、ウェーブレットが未知である困難性を回避している。最初の仮定は地質学的な考察によるもので、反射係数列は定常でランダムな係数列で表現できるという仮定である。一方ウェーブレットに対しては最小位相の仮定を設けた。しかしながらこの最小位相の仮定は地質的な考察に基づく結果ではなく、数学的な仮定であった。

ウェーブレット処理は最小位相の仮定を取り除くために開発されてきた高分解能化処理技術の一つである。ウェーブレットの推定には直接的な観測が用いられてきた。海上の調査においては水深が充分ある場合にはウェーブレットの観測は行える。しかしながらパイロサイズ震源を含む陸上の調査では、孤立したウェーブレットは直接的な観測からは得ることができない。このためウェーブレット処理は陸上の調査では不可能であるといわ

れて来た。そこで本論文において直接的な観測を必要としないウエーブレットの推定手法の開発を試みた。

ここで試みた手法は観測されたデータの3次のスペクトラムを用いる手法である。3次のスペクトラムつまりバイスペクトラムは、3次の自己相関関数の2次元フーリエ変換で定義される。またバイスペクトラムは3つのフーリエ成分の掛け算となっているため、ウエーブレットの3重の掛け算に比例している。この関係より地震波のウエーブレットの位相関数を推定するための基本となる方程式が得られる。この基本式ではバイスペクトラムの位相は、3つの周波数の点でのウエーブレットの位相の和となっている。この基本方程式の解法には最小2乗法を用いることができ、ウエーブレットの位相スペクトラムは観測データから決めることができる。一方振幅スペクトラムは通常のスペクトル推定法によって得られる。このため最終的にはウエーブレットの形状を推定することができる。

ここで開発を試みた手法を実際のバイプロサイズデータに対して適用し、ウエーブレットの推定を試すとともにウエーブレット処理を施した。その結果、坑井検層ログから作成された合成地震記録との対比が著しく向上したと思われる。またバイプロサイズデータにおいても、観測されたウエーブレットの位相はゼロ位相ではないと考えられる事が明かとなった。

ところで記録断面の解釈を行うとき、分解能が非常に向上した記録断面を使うことが常に望ましいとは限らない。特に層位トラップではなく構造トラップが探鉱対象であるような場合には、解釈の鍵となるのは地震探査断面図から断層の同定である。このような場合には解釈担当者は記録断面に対して、わざわざ高周波成分をカットするフィルターの適用を行う。そこで Peacock と Treitel (1969)は出力の分解能をコントロールできるような予測型デコンボリューション処理手法の開発を行った。

Peacock と Treitel (1969)は予測距離を指定することで分解能をコントロールできることを示したとはいえ、実際の出力波形の形状は議論しなかった。つまり今まで予測型デコンボリューションは長い間、出力波形に対する明確な形状を知らないままで多用されてきた。

一方ホワイトニングデコンボリューション処理は最小位相ではないバイ

プロサイスデータへは適用できない。そこでパイプロサイスデータに対しては、多重反射の除去を目的に予測型デコンボリューション処理が使用される場合があった。しかしながらこの処理方法の理論的な正当性については、これまで考察されていなかった。

本論文においては予測型デコンボリューションの出力波形の形状を実際に記述することを試みた。その結果予測型デコンボリューション処理の適用の範囲が明確になった。さらにパイプロサイスデータに対して予測型デコンボリューション処理で周期の長い多重反射の除去が可能であることを理論的に示せた。そこで予測型デコンボリューション処理を実際のパイプロサイスデータに対して適用し、分解能の向上について考察を加えた。さらにパイプロサイスデータに対する予測型デコンボリューション処理の適用は、パイプロサイス震源の位相がゼロ位相であると仮定して行う位相補正法処理と数学的に同等であることがわかった。そこで位相補正法の処理結果と比較し両者がほぼ同等であることが例示できた。この結果処理手続きも簡単で計算時間も短い予測型デコンボリューション処理の方が、パイプロサイスデータに対しては実用的であると考えられる。

パイプロサイスデータに対して高分解能化処理を適用するにはもう一つ問題点があった。これは震源のウェーブレットの周波数帯域が制限されているために生じた問題である。この問題は逆問題においても数多く生じる問題で、不適切問題として知られている。そのため地震探査データの高分解能化処理のためには適切化の操作、つまりデコンボリューション処理におけるプレホワイトニング処置が必要となる。

本論文においては通常のプレホワイトニング法の考えを修正した手法を提案する。地下に送り込んだ信号の周波数帯域は既知である。そのため適切化のために付加するノイズはパイプロサイスのスweep信号の周波数帯域の外側だけでよいと考えられる。すると次の問題は付加するノイズの量はどれくらいが良いかという疑問が残る。最も分解能が向上したウェーブレットはゼロ位相のため、出力波形の位相スペクトラムがゼロになるように信号帯域の外側に付加ノイズを加えればよい。本論文においては出力波形の位相がゼロとなるデコンボリューションフィルターを求めると、白

色ではないノイズを加えて計算した演算子の位相の性質を調べ、新しいノイズの加え方を提案する。

ここで開発された手法はパイプロサイスデータに含まれている短周期の多重反射の除去にも適用できると考えられる。これは予測型デコンボリューション処理では除去が不可能であったものである。この結果、パイプロサイス震源が層位トラップの探鉱においても今後使用できる可能性を開いたと考えられる。またここで開発した手法を、実際の地震探査データに対して適用し、合成地震記録を作成し処理結果と比較した。これをもとに、地震探査データが取得された地域での探鉱上の課題であった非常に薄いガス層の拡がりの範囲の推定を試みた。

前述したように典型的な逆解析の例であるトモグラフィー解析などでは、事前に波動伝播経路を知っておく必要がある。そこで本論分の後半において、セル構造に対する波動伝播経路の新しい決定法を開発した。この手法は波の伝播現象を支配している「相反定理」と「フェルマーの原理」に基礎をおくもので、この手法を用いる事で、透過波ばかりでなく反射波の経路も決定できる事がわかった。さらにこの決定法は、今までの手法では適用が不可能であった波線の分岐現象に対しても、簡単に適用できる事が示された。

ここで行われた複雑な地下構造に対する、実用的な波線伝播経路の決定法の開発は、反射トモグラフィーの解析などへの適用を通して、今後益々重要な技術となる事が予測される。

High Resolution Processing Technique for Reflection Seismic Data

Abstracts

The objective of a seismic survey is to obtain information about subsurface geology. Seismic waves propagate into the earth and are reflected at interfaces between subsurface layers with different acoustic impedance. These reflected waves are detected by receivers set up on the surface of the earth and are digitally recorded. Various kinds of sophisticated technologies have been developed in order to make a clear image of the survey area. CDP stacking method is one of the most powerful technology to obtain the subsurface structure. Especially, since developing digital processing technologies in the 1960s, we have been able to obtain such enhanced images of the subsurfaces. For this reason, the reflection seismic method has been adopted in oil and gas explorations for a long time.

Recently, exploration targets for oil and gas have been shifted to stratigraphic traps from structure traps, as in the Gulf of Mexico. In order to explore for stratigraphic traps many new technologies have been developed since the 1980s. The seismic stratigraphy approach was first proposed by the Exxon research group and it was immediately adopted by many exploration geophysicists. To apply this new technology to stratigraphic traps, we have to identify thin beds from the reflection seismic data. Therefore, high resolution processing technique play one of the most important roles in exploration activities. To this end, many authors have been investigating various methods of processing such data. In this dissertation I will develop three new methodologies to obtain high resolution sections from observed reflection seismic data and also the new ray tracing method by using the reciprocity..

From a system theory point of view, an observed seismic trace is considered to be an impulse response of the earth system. Input to this system is a seismic wavelet generated by various methods such as a dynamite source or other nonexplosive sources. Vibroseis is a typical nonexplosive source that has many advantages as compared to a dynamite source. Safety characteristics and the simple operation of the

Vibroseis system are very attractive points for its adoption in the field. Since its development, the Vibroseis source has been used in many seismic surveys around the world. Unfortunately, however, the Vibroseis source has disadvantages from a data processing point of view. The source wavelet which is generated using the Vibroseis system, is not a minimum phase pulse and is band limited in nature. Owing to these two properties, the standard techniques to obtain high resolution sections, such as whitening deconvolution, cannot be applied to Vibroseis data.

Observed data in the reflection seismic method contain not only the reflectivity series but also undesired effects such as multiples, ghosting reflections, and attenuation which are convolved with the reflectivity series. Since Ricker first studied the mechanism of elastic wave propagation, many authors have tried to clarify the inherent mechanism of wave propagation. They demonstrated theoretically and experimentally that a wavelet changes its shape with time according to the law of attenuation and dispersion.

An actual seismic trace consists of many seismic wavelets overlapped with different strengths and arrival times, and can be expressed mathematically by the convolution product of a reflectivity series with a seismic wavelet. The purpose of high resolution processing is to invert the convolution equation and restore the reflectivity series from the seismic trace. Actually, the convolution equation can be considered as a Fredholm integral equation of the first kind where the model or the unknown function corresponds to the reflectivity series, and the Green's function corresponds to the wavelet, respectively.

The difficulty in solving the inverse problem in the reflection seismic case is that the problem becomes non-linear, since the wavelet, the Green's function in this case, is determined from the geological properties of the survey area. This geological property is represented by the reflectivity series. Therefore, the model and the Green's function are not independent. This is a typical problem that sometimes occurs in solving the inverse problems such as travel time tomography where wave paths are dependent on the unknown slowness functions. Therefore, to obtain the high resolution section, this problem must be avoided before applying the inversion theory. Once the Green's function is determined in some way, the integral equation can be solved and we can obtain high resolution sections.

Two approaches to the high resolution processing techniques have been developed by many researchers. One is known as deconvolution processing and the other is wavelet processing. The whitening deconvolution technique, developed by Robinson, requires two assumptions to avoid the above mentioned non-linearity. The first assumption, due to geological considerations, is that the reflectivity series can be represented by a purely random process. A minimum phase assumption for the seismic wavelet is also required. However, this assumption is more of a mathematical one which is required to avoid the non-linearity of the problem.

Wavelet processing has been developed in order to obviate this minimum phase assumption. Estimates of the seismic wavelet are obtained using direct measurements. In off shore seismic surveys, the basic wavelet can be acquired when the sea bottom has enough depth. However, this estimate does not include the deformation of the wavelet shape by subsurface effects such as peg-leg multiples or attenuation effects. For on shore survey, however, since the isolated wavelet cannot be obtained by direct measurements, wavelet processing fails. In this dissertation, therefore, I have developed the methodology of estimating the phase properties on the wavelet without the requirement of direct measurement. Once the phase information is obtained, a possibility of applying wavelet processing exists even in the on shore seismic case.

Investigating actual well-log data, Hosken has found that the probability distribution of reflection coefficients is non-Gaussian. His work has motivated the development of algorithms for the estimation of the phase spectrum of the seismic wavelet. Because of the non-Gaussian character of the reflectivity series, the seismic trace has higher order spectra which contain phase information of the wavelet.

The third order spectrum, or the bispectrum, is defined by the double Fourier transform of the third order correlation functions. Since the bispectrum is a triple product of the Fourier component, it is proportional to the triple product of the wavelet. Therefore we can obtain the governing equation to estimate the phase function of the seismic wavelet in which the phase function of the bispectrum becomes a sum of the wavelet phase. The least squares method is adopted to solve this governing equation, and finally the phase spectrum of the seismic wavelet is determined from the observed data.

Because of the band limited nature of the real seismic data, the allowable region of

the bispectrum is considerably reduced. Therefore I have developed an estimation algorithm applicable to band limited wavelets in order to apply the bispectrum methodology to real data.

After applying the deconvolution filter which is computed by Robinson's method, the whitened reflectivity series is obtained and which is the reason why Robinson's methodology is called whitening deconvolution. During interpretation of seismic sections, however, it is not always desirable to use the very high resolution images. Because of exploration for structure traps rather than stratigraphic traps, the key is to identify faults from the seismic data. In such cases, interpreters require the seismic sections following the applications of a high cut filter. Whitening deconvolution, however, cannot control resolution of the output. To overcome this problem, Peacock and Treitel introduced a predictive deconvolution scheme which could control output resolutions.

Although Peacock and Treitel had shown that resolution control is achieved by specifying the prediction distance, little literature exists which discusses the actual output shape. Until now, predictive deconvolution has been applied for many years without knowledge of the explicit shape of the output. Since whitening deconvolution cannot be applied to zero phase Vibroseis data, the predictive deconvolution method has been adopted in order to eliminate the multiples. However, until now, the validity of this approach has been investigated empirically.

In this dissertation, I introduce a formulation which actually describes the shape of the predictive deconvolution output and hence make clear the limitation of predictive deconvolution approach. Using this formula it is shown that predictive deconvolution can only eliminate long period multiples for Vibroseis data. Short period multiples cannot be eliminated in this manner. This means that we cannot obtain the highest resolution data using the Vibroseis method. Therefore there exists a limitation to the application of the Vibroseis system in exploration works for the stratigraphic traps.

When high resolution processing techniques are applied to Vibroseis data, there exists another problem caused by the band limited nature of the source wavelet. This problem is equivalent to the one which occurs in the inversion theory and which is known as the ill-posed problem. Therefore, regularization is required in the high

resolution processing of seismic data.

As is well known, there are two approaches to overcome ill-posedness. One is to use the SVD methodology in which the small singular values are eliminated from the basic equation. The other approach is known as the Tichonov regularization method. This approach turns out to be exactly the same as methods which use pre-whitening, ridge regression, constrained least squares, damped least squares, or the Marquardt technique. This methodology uses the idea of modifying the Green's function in order to avoid zero division during the computing the inversion.

The pre-whitening method plays an important role in high resolution processing of seismic data owing to the band limited nature of the seismic wavelet. It is customary to improve the conditioning of the autocovariance matrix by adding to the diagonal a small fraction of the zero-lag autocovariance. In the Vibroseis method, however, the band width of the signal is already known before applying the deconvolution process. Adding white noise to the normal equations modifies the Green's function even in the frequency band where the signal exists. This is obviously not the optimum method to avoid the ill-posed problem in the Vibroseis system.

In this dissertation, I propose a method which can overcome this problem by modifying the idea of the pre-whitening method. Since the frequency band of the signal which is transmitted into the earth is known, the additive noise is required only outside the sweep band of the Vibroseis system. The problem here is to specify the amount of this additive noise. One approach is to determine the additive noise outside the signal band such that the phase spectrum of the output becomes zero. To obtain such a filter, the phase property of the operator computed from the autocovariance function with non-white additive noise is investigated in this dissertation and a method of adding the non-white noise is proposed.

The conclusions of this selection are as follows. If the Vibroseis data contain short or long period multiples, the noise must be added with equal amplitude for both the low and high frequencies. In the case of data which contain effects from the attenuation with low Q , the added noise is not equal outside the signal band. The noise is optimum when it reaches the same value as the signal amplitude at the frequencies of the signal band. Consequently, since the constant Q treats modifies the power spectrum exponentially, the additive noise is selected at the different levels of such a decay.

The method developed here can be applied to eliminate short period multiples in Vibroseis data which cannot be eliminated by using the conventional predictive deconvolution technique. This result opens the possibility of using the Vibroseis method even where the exploration targets are stratigraphic traps. The proposed method is applied to real seismic data which have been acquired using the Vibroseis method. To justify the methodology developed by the author of this dissertation, a synthetic seismogram is computed to compare with the processed data. The synthetic seismogram is generated by convolving the Vibroseis wavelet with the reflectivity series generated from the well log data. The agreement between the processed data and the synthetic seismogram is very reasonable and demonstrates that the methodology developed here is very useful in obtaining the high resolution seismic sections.

Finally, I will develop a new ray tracing method by using the reciprocity principle of the wave propagation. Conventional ray-tracing techniques like the shooting method have many difficulties when applied to tomography analysis. For example, (1) head waves are generally not included, (2) a single raypath is generally assumed for each pair of source and receiver, (3) large computation time is required in a cell structure model for many source-receiver pairs, and (4) it is difficult to find a raypath in a complicated velocity structure.

A new ray-tracing technique can overcome these difficulties. This is based on the two well-known principles : the reciprocity principle and Fermat's principle. The algorithm is divided into two steps : (1) calculating the travel time of first break at each grid point, and (2) estimating raypaths using calculated travel time data. In this second step, we use total travel time which is the sum of travel time from a source point and that from a receiver point. A minimum of the total travel time represents first break raypaths. Therefore, the method can treat not only a single first-break raypath, but also multipaths very easily. Also the method can be applied to ray tracing for reflected waves since stationary points of the total travel time along the reflection boundary become reflection points. Examples using simple methods show that this method is an appropriate ray-tracing approach for a cell model.

Zusammenfassung

Das Ziel seismischer Messungen ist es, Informationen über die Struktur des Untergrunds zu erhalten. Erdbebenwellen pflanzen sich in der Erde fort und werden an den Schnittstellen unterirdischer Lagen mit unterschiedlicher akustischer Impedanz reflektiert. Diese reflektierten Wellen werden von Empfängern an der Erdoberfläche erfaßt und digital aufgezeichnet. Es wurden bisher verschiedene Technologien entwickelt, um ein klares Bild des Meßbereichs zu erhalten. Die Stapelung für einen gemeinsamen Tiefpunkt ist eines der wirkungsvollsten Verfahren, um Informationen über die Struktur des Untergrunds zu erfahren. Besonders seit der Entwicklung digitaler Datenverarbeitung in den 60er Jahren gelingt es, ein wesentlich besseres Bild des Untergrunds zu erhalten. Dies ist auch der Grund, weshalb die Reflexionsseismik seit langer Zeit für die Suche nach Erdöl- und Erdgasvorkommen Anwendung findet.

In jüngster Zeit konzentrieren sich die Explorationsziele mehr auf stratigrafische Fallen wie zum Beispiel im Golf von Mexiko. Zu diesem Zwecke wurden seit den 80er Jahren zahlreiche neue Techniken entwickelt. Die Stratigrafeseismik wurde erstmals von der Exxon-Forschungsgruppe vorgeschlagen und sofort von zahlreichen Explorations-Geophysikern übernommen. Zur Anwendung dieser neuen Technologie auf stratigrafische Fallen müssen dünne Horizonte aus den Daten der Reflexionsseismik identifiziert werden. Hoचाuflösende Datenverarbeitungstechniken spielen deshalb eine wichtige Rolle bei Explorationsstätigkeiten. Entsprechend häufig haben sich Autoren mit der Untersuchung

verschiedener Datenverarbeitungsverfahren befaßt. In der vorliegenden Abhandlung werden drei neue Verfahren zum Erhalt hochauflösender Ausschnitte aus den Daten der Reflexionsseismik entwickelt.

Vom Standpunkt der Systemtheorie wird eine beobachtete seismische Spur als Impulsantwort auf das Erdsystem betrachtet. Eingang in dieses System ist ein seismisches Wavelet, das auf verschiedene Arten (z.B. Sprengung oder nicht-explosive Quellen) erzeugt wird. Vibroseis ist eine typische nicht-explosive Quelle, die gegenüber Dynamit zahlreiche Vorteile aufweist. Die hohe Sicherheit und die einfache Handhabung des Vibroseissystems sind sehr attraktive Eigenschaften für die Anwendung in diesem Bereich. Seit ihrer Entwicklung wurde die Vibroseisquelle weltweit auf zahlreiche seismische Messungen angewendet. Leider hat die Vibroseisquelle hinsichtlich der Datenverarbeitung einige Nachteile. Das Quellen-Wavelet, das durch den hydraulischen Vibrator erzeugt wird, ist kein Minimalphasenimpuls und weist eine beschränkte Bandbreite auf. Deshalb lassen sich die Standardtechniken zum Erhalt hochauflösender Ausschnitte wie Whitening-Dekonvolution nicht auf Vibroseisdaten anwenden.

Aus der Reflexionsseismik gewonnene Daten enthalten nicht nur die Reflexionsreihe, sondern auch unerwünschte Wirkungen wie multiple und Geisterreflexionen und Verstärkungen, die der Reflexionsreihe überlagert werden. Seit Ricker als erster die Vorgänge der elastischen Wellenfortpflanzung untersuchte, haben viele Autoren den inhärenten Mechanismus der Wellenfortpflanzung zu klären versucht. Sie erbrachten den theoretischen und

experimentellen Nachweis, daß, basierend auf dem Gesetz der Verstärkung und Dispersion, ein Wavelet zeitbedingt seine Form ändert.

Eine seismische Spur besteht aus zahlreichen, überlappenden seismischen Wavelets unterschiedlicher Stärke und Ankunftszeiten, und läßt sich mathematisch als Faltungsprodukt einer Reflexionsreihe mit einem seismischen Wavelet ausdrücken. Der Zweck der hochauflösenden Verarbeitung ist die Rückrechnung der Faltungsgleichung und die Wiederherstellung der Reflexionsreihe aus der seismischen Spur. Die Faltungsgleichung läßt sich als Fredholmsche Integralgleichung erster Art ansehen, wo das Modell bzw. die unbekannte Funktion die Reflexionsreihe ist und die Einflußfunktion das Wavelet ist.

Die Schwierigkeit bei der Lösung des inversen Problems in der Reflexionsseismik ist, daß das Problem nichtlinear wird, denn das Wavelet (in diesem Falle also die Einflußfunktion) wird aus den geologischen Eigenschaften des Meßbereichs bestimmt. Diese geologischen Eigenschaften werden von der Reflexionsreihe repräsentiert. Das Modell und die Einflußfunktion sind folglich nicht von einander unabhängig. Dies ist ein typisches Problem, das manchmal bei der Lösung inverser Probleme wie Laufzeit-Tomografie auftritt, wo die Wellenwege abhängig von den unbekanntem Langsamkeitsfunktionen sind. Um hochauflösende Ausschnitte zu erhalten, muß dieses Problem vor einer Anwendung der Inversionstheorie vermieden werden. Nachdem die Einflußfunktion irgendwie bestimmt wurde, läßt sich die Integralgleichung lösen und lassen sich hochauflösende Ausschnitte erhalten.

Zwei Anwendungsweisen auf die hochauflösenden Datenverarbeitungstechniken wurden in vielen Untersuchungen vorgeschlagen. Die eine ist die Dekonvolutionsverarbeitung, die andere ist die Wavelt-Verarbeitung. Die von Robinson entwickelte Whitening-Dekonvolutionstechnik verlangt zwei Grundvoraussetzungen, um die oben erwähnte Nichtlinearität zu vermeiden. Die erste Voraussetzung, aus geologischen Gesichtspunkten, ist, daß sich die Reflexionsreihe als Zufallsprozeß darstellen läßt. Darüber hinaus wird, aus rein mathematischen Erwägungen, eine Minimalphase für das seismische Wavelet vorausgesetzt.

Um ohne diese Minimalphasen-Voraussetzung auszukommen, wurde die Wavelet-Verarbeitung entwickelt. Schätzungen des seismischen Wavelets werden aus direkten Messungen angestellt. Bei seismischen Messungen auf hoher See läßt sich das grundlegende Wavelet erhalten, sofern der Meeresboden tief genug ist. Diese Schätzung enthält jedoch nicht die Verformung der Waveletform durch Untergrundeffekte wie Teilwegmultiple und Verstärkungseffekte. Für Landmessungen hingegen läßt sich das Wavelet nicht aus direkten Messungen isolieren, so daß die Wavelet-Verarbeitung versagt. In der vorliegenden Abhandlung wurde deshalb eine Methode zur Schätzung der Phaseneigenschaften des Wavelets entwickelt, die ohne direkte Messung auskommt. Wenn erst einmal die Phaseninformation bekannt ist, wird eine Wavelet-Verarbeitung selbst bei seismischen Landmessungen möglich.

Bei der Untersuchung von Bohrprofilaten hat Hosken entdeckt, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Reflexionskoeffizienten keine Gaußsche Normalverteilung ist.

Hoskens Arbeit motivierte die Entwicklung von Algorithmen für die Schätzung des Phasenspektrums seismischer Wavelets. Aufgrund der Nicht-Gaußschen Eigenschaft der Reflexionsreihe weist die seismische Spur ein Spektrum höherer Ordnung auf, das Phaseninformationen über das Wavelet enthält.

Das Spektrum dritter Ordnung bzw. das Bispektrum wird durch die doppelte Fourier-Transformierte der Korrelationsfunktion dritter Ordnung definiert. Weil das Bispektrum ein Dreierprodukt der Fourier-Komponente ist, ist es proportional zum Dreierprodukt des Wavelets. Deshalb läßt sich die Gleichung zur Schätzung der Phasenfunktion des seismischen Wavelets erhalten, wo die Phasenfunktion des Bispektrums die Summe der Waveletphase wird. Zur Lösung dieser Gleichung wurde die Methode der kleinsten Quadrate herangezogen, und letztendlich wird das Phasenspektrum des seismischen Wavelets aus den beobachteten Daten bestimmt.

Aufgrund der eingeschränkten Bandbreite echter seismischer Daten ist die zulässige Region des Bispektrums stark reduziert. Aus diesem Grunde wurde ein Schätzalgorithmus für Wavelets limitierter Bandbreite entwickelt, um die Bispektrummethode auf echte Daten anzuwenden.

Nach Anlegung des Dekonvolutionsfilters, das sich aus dem Robinson-Verfahren errechnet, wird die geweißte Reflexionsreihe erhalten -- und aus diesem Grunde wird hier von der Whitening-Dekonvolution gesprochen. Während der Interpretation der seismischen Ausschnitte ist es jedoch nicht in allen Fällen erstrebenswert, mit sehr hochauflösenden Bildern zu arbeiten. Wegen der Exploration von Strukturfallen anstelle von stratigrafischen Fallen,

liegt der Schlüssel bei der Identifizierung von Fehlern aus den seismischen Daten. In solchen Fällen erfordern Interpretationssätze, daß die seismischen Ausschnitte den Anwendungen eines Spitzenfilters. Whitening-Dekonvolution hingegen bietet keine Steuerung der Auflösung des Ausgangs. Zur Lösung dieses Problems entwickelten Peacock und Treitel ein prediktives Dekonvolutions-Schema, das die Steuerung der Ausgangsaufösungen ermöglicht.

Obwohl Peacock und Treitel nachgewiesen haben, daß die Auflösungssteuerung durch Definierung der vorhergesagten Strecke möglich ist, gibt es wenig Literatur über die tatsächliche Ausgangsform. Bis heute wurde die prediktive Dekonvolution viele Jahre lang angewandt, ohne Kenntnis der Form des Ausgangs. Da sich Whitening-Dekonvolution nicht auf Nullphase-Vibroseisdaten anwenden läßt, wurde die prediktive Dekonvolutions-Methode zur Eliminierung von Multiplen herangezogen. Bis heute wurde die Gültigkeit dieses Verfahrens allerdings nur empirisch untersucht.

In der vorliegenden Abhandlung wird eine Formel vorgestellt, mit der sich Form des prediktiven Dekonvolutionsausgangs beschreiben läßt und die Grenzen der prediktiven Dekonvolutions-Methode aufzeigt. Die Formel zeigt, daß sich durch prediktive Dekonvolution lediglich Langzeit-Multiplen der Vibroseisdaten eliminieren lassen, Kurzzeit-Multiplen jedoch nicht. Folglich lassen sich mit der Vibroseis-Methode keine höchstauflösenden Daten erhalten, so daß das Vibroseissystem nur beschränkt einsatzfähig für die Exploration stratigrafischer Fallen ist.

Bei hochauflösender Datenverarbeitung von Vibroseisdaten taucht ein weiteres Problem auf, das von der eingeschränkten Bandbreite des Quellen-Wavelets herrührt. Dieses Problem ist ähnlich dem, das in der Inversionstheorie auftaucht und als inkorrekt gestelltes Problem bekannt ist. Folglich ist eine Regulierung für die hochauflösende Verarbeitung seismischer Daten notwendig.

Inkorrekt gestellte Probleme lassen sich auf zwei Arten angehen: Durch die SVD-Methode, wo die kleinen Einzelwerte aus der Grundgleichung eliminiert werden, und durch die reguläre Tichonov-Methode. Letztere ist die gleiche wie die Methoden von Pre-Whitening, Kantenregression, kleinste Quadrate unter Nebenbedingungen, gedämpfte kleinste Quadrate oder die Marquardt-Technik. Diese Methode benutzt die Idee zur Modifizierung der Greenschen Funktion, um Nullteilung während der Rückrechnung zu vermeiden.

Die Pre-Whitening-Methode spielt eine wichtige Rolle bei der hochauflösenden Verarbeitung seismischer Daten wegen der beschränkten Bandbreite des seismischen Wavelets. Es ist üblich, die Bedingung der Autokovarianzmatrix zu verbessern, indem eine kleinen Teil der Nullverzögerungs-Autokovarianz auf die Diagonale zu addieren. Bei der Vibroseis-Methode ist die Signalbandbreite bereits vor der Anwendung des Dekonvolutionsprozesses bekannt. Die Addierung weißen Rauschens auf die normalen Gleichungen modifiziert die Greensche Funktion selbst in dem Frequenzband wo das Signal auftritt. Dies ist sicherlich nicht das optimalste Verfahren zur Vermeidung inkorrekt gestellter Probleme im Vibroseissystem.

In der vorliegenden Abhandlung wird eine Methode vorgeschlagen, die durch Modifizierung der Pre-Whitening-Methode dieses Problem bewältigt. Da das Frequenzband des in die Erde übertragenen Signals bekannt ist, wird das additive Rauschen lediglich außerhalb der Kippbandbreite des Vibroseissystems benötigt. Das Problem liegt bei der Festlegung des Betrags des additiven Rauschens. Eine Möglichkeit ist die Bestimmung des additiven Rauschens außerhalb des Signalbands, so daß das Phasenspektrum des Ausgangs Null wird. Um ein solches Filter zu erhalten, werden die Phaseeigenschaften des aus der Autokovarianzfunktion mit nicht-weißem, additiven Rauschen errechneten Operators in dieser Abhandlung untersucht und eine Methode zur Addierung nicht-weißen Rauschens vorgeschlagen.

Die Resultate dieser Auswahl sind wie folgt. Wenn die Vibroseisdaten Kurz- oder Langzeit-Multiple enthalten, muß das Rauschen mit der gleichen Amplitude für sowohl die niedrigen als auch die hohen Frequenzen addiert werden. Für Daten, die die Wirkungen aus der Verstärkung mit niedrigem Q enthalten, ist das additive Rauschen nicht gleich der Außenseite des Signalbands. Das Rauschen ist optimal, wenn es den gleichen Wert wie die Signalamplitude an den Frequenzen des Signalbands erreicht. Demzufolge, da die konstante Q das Leistungsspektrum exponential modifiziert, wird das additive Rauschen an den unterschiedlichen Pegeln eines solchen Ausschwingens gewählt.

Die hier entwickelte Methode läßt sich zur Eliminierung von Kurzzeit-Multiplen in Vibroseisdaten verwenden, die sich mit herkömmlicher prädiktiver Dekonvolutionstechnik nicht

eliminieren lassen. Dieses Ergebnis eröffnet die Möglichkeit zur Verwendung der Vibroseis-Methode selbst für Anwendungen, wo die Explorationsziele stratigrafische Fallen sind. Die vorgeschlagene Methode wird auf seismische Daten angewendet, die mit der Vibroseis-Methode erhalten wurden. Um die Berechtigung der in dieser Abhandlung entwickelten Methode nachzuweisen, wird ein synthetisches Seismogram für einen Vergleich mit den verarbeiteten Daten errechnet. Das synthetische Seismogram wird erzeugt durch Aufrollen des Vibroseis-Wavelets mit der Reflexionsreihe aus den Bohrprofilaten. Die Übereinstimmung der verarbeiteten Daten und dem synthetischen Seismogram ist sehr zufriedenstellend und zeigt, daß die hier entwickelte Methode hilfreich für den Erhalt hochauflösender seismischer Ausschnitte ist.

第 1 章 序 論

1. 1 石油の探鉱における地震探査法の役割

現代社会を語る時、石油の存在を無視しては不可能である。現代社会では、エネルギー源として多くの部分を化石燃料である石油に依存している。そしてこの状況は、今後しばらく続くものと考えられる。

地下に存在している石油・天然ガスの探鉱には、地下の状態を知らなければならぬ。地下の状態を知るには、地表から地下構造を推定する能力の度合いに大きく依存している。この能力を最も備えた技術が物理探査法である。物理探査法は地下に対する物理的な情報収集の手段であり、取り扱っている物理量によって、重力探査、磁力探査、地震探査、電気探査などがある。

地震探査法は、地下を伝播する地震波を用いて地下の弾性論的な性質に関する情報を抽出する技術体系である。そのため地震探査法によって得られる情報は、井戸を掘って得られる情報とは異なり、石油の存在を直接教えるものではない。残念ながら、油田に存在する炭化水素の埋蔵量や、観測地点と油田との距離を示唆する量を直接測れる手法は現在は存在しない。地震探査法で得られた情報は、他の多くの地下に関する地質情報と総合され、石油の探鉱に使用される。

石油の探鉱のために地震探査法が初めて使用されたのは1920年代である。1924年7月、ガルフオイルのためにヒーストンの南西に有る Orchard岩塩ドームを、ドイツの'Seismos'と呼ばれる物理探査会社が地震探査法によって発見したのが、一番最初であると言われている(Sheriff and Geldart, 1982)。その後いくたびかの大きな技術的な変遷を受けながら、現在では地震探査法は石油の探鉱に欠かせない地下探査手法の中心技術となった。

石油・天然ガスの成因には、無機成因説と有機成因説とがある。現在のところは有機成因説が一般的に認められている。有機成因説によると、油田が形成されるには、以下の様な地質学的な条件が満足されなければなら

ない(Selley, 1985)。

- (1) 有機物を含んだ根源岩が存在すること
- (2) 根源岩中の有機物が炭化水素に変わることに
- (3) 根源岩中から排出された炭化水素が地中を移動し、それを貯めることができる貯留岩が存在すること
- (4) 貯留岩から炭化水素が地表に逃げ出さないように貯留岩はシールされていること
- (5) 根源岩と貯留岩とシールが、炭化水素の集積に適するように空間的かつ時間的に適切に存在していること

これらの条件にたいして考察を加えるには、探鉱対象としている地域に対する地史の再現が必要である。すなわち石油の探鉱とは、石油の生成、移動、集積という基本要素について、地史の再現という観点から考察を与え、油田の存在確率が最も高い場所を選び出していく作業である。

地震探査法で取得できるのは、現時点における地下の状態に関する空間的な広がりを持ったデータである。このデータをもとにして、各地質年代における空間的な地下の状態の再構築が地史の再現である。層位学の基本法則である「地層累重の法則」は地史の再現作業にとって基本となる原理である。この法則は「相かさなる2つの地層のうち、本来下位にあった地層は上位の地層より古い」というものである。この法則より、地震探査法によって得られる2つの地層の空間的な上下関係から、時間的な前後関係が推定される。石油の探鉱においては、地史の再現は最終的には対象となる地層が堆積した時代までである。ある地層が堆積した時の地質状況を「堆積環境」と呼ぶ。つまり石油の探鉱作業に必要な地史の再現は、

(1) 堆積環境の復元

(2) 堆積後の地質的状况の変化の再現

に大きく2分できる(松岡・梅戸、1988)。

このように石油探鉱作業を進めていく上で、地震探査法で取得される地下構造に関する情報は、単に現存する石油の集積構造を示唆するばかりでなく、探鉱作業の基本となる地史の再現の出発点ともなる。この様に地震探査法は、炭化水素鉱床の探鉱では不可欠な技術の一部となっている。

1. 2 探鉱対象トラップの変化と高分解能記録の必要性

油田鉱床は詳細に調べれば、同じ状況は二つとない。しかしながら、大局的に眺めると、炭化水素の集油構造（トラップ）の違いから、石油鉱床のタイプを

(1) 構造が基本的に支配している構造トラップ

(2) 層位的な性質の変化が支配している層位トラップ

に大きく2分できる。背斜トラップは、構造トラップの代表的な例であり、世界の油・天然ガス田の8割はこれに関連したトラップである。このほかに構造トラップとしては、断層トラップ、ドームトラップなどがある。一方トラップの原因が、岩相や物性の空間的な変化等による場合が層位トラップである。層位トラップの例としては、同時代の堆積岩中において砂岩が水平方向に尖滅する尖滅トラップとか、不整合トラップ等がある。

石油探鉱の歴史を振り返って見ると、初期においては構造トラップの探査が中心であった。一般に巨大油田と呼ばれる油・ガス田の多くは、構造型の鉱床によっている。単純で大きな構造ほど発見が易しいため、最近ではパージフィールドを除いて、年ごとに新しく発見される油田は小規模で複雑な構造を持つ油田へと移行している。特にオイルショック以降、多くの地域では構造トラップはほとんど探鉱され、探鉱の主体は層位トラップへと変化しつつある。例えばメキシコ湾岸で現在行われている探鉱ターゲットの多くは層位トラップを対象としている。

構造トラップの探鉱においては堆積後の地質状況の変化の再現が重要であり、一方層位トラップの探鉱においては堆積環境の復元が鍵となる。石油の探鉱を目的とした堆積盆地の地質構造の分類法は Harding と Lowell (1979) による研究が有名である。彼らは構造の分類に際して、基盤岩を含んだ構造運動によるものか、あるいは基盤岩とは無関係であるかを基準としている。さらに、構造形成を支配している応力の種類と地層の変形様式を基準として最終的に8つに細分化した。Harding と Lowell (1979) による分類法の研究で重要な点は、これらの分類を行った後、各々の構造分類パターンで、どのような場所に石油鉱床が形成される可能性が高い

かについて述べている点である。すなわち、構造形態の形成過程も考慮しながら、集油の可能性のある場所を検討している。このため構造型の石油トラップの探鉱作業では、探査対象地域の地質構造の分類の同定を行い、この分類法を適用することで地史の再現が容易になる。むしろこの分類法の適用に際しては、これらの幾つかが複雑に組み合わせざった状況も考えなければならぬ。

構造運動によって地下に形成される典型的な地質構造は、褶曲と断層である。反射法地震探査で取得された重合断面から褶曲と断層を抽出する作業は、一番最初に行われる解釈作業であり、断層の正しい同定は、地質構造の分類作業では鍵となっている。これを正しく行うためには、反射法地震探査データに対して、マイグレーション処理と呼ばれる処理が正しく行われている必要がある。そのため、このような処理手法の改善に多くの研究開発の努力がはらわれてきた。

一方、地震層序学的なアプローチによる層位トラップ探鉱のための手法の開発は、VailやSangree等を中心とするExxonの研究者達によって開発されて来た(Payton, 1977)。地震層序学の一つの目標は、堆積環境の推定である。地下に存在する実際の貯留岩に対して、石油探鉱上必要となる情報は岩体の空間的形狀だけでなく、岩相の種類、孔隙率、及び浸透率などである。しかしながら現在のところ、これらの性質と地震探査法で得られる岩石の弾性論的な性質の間には決定論的な関係は確立されていない。そのため岩相の種類等については、層序学的なアプローチによって推定しようとしている。

地震層序学的手法を実際に適用する時に鍵となるのは、重合断面上で不整合面の同定である。さらにシーケンスユニットの抽出、各シーケンス内のホライゾンの特徴の抽出が重要である。シーケンスの平均的な厚さは数十フィートから数千フィートである。シーケンスはバラシーケンス、さらに単層 (bed) へと分割される。単層の平均的な厚さは1インチ以下から数十フィートと言われている (Van Wagoner et al. 1990)。地震層序学的手法では、このような単層を最小単位として議論を行っている。そのため、地震層序学的手法を適用するには、非常に詳細な反射波の特徴の抽出が鍵とな

る。そのためにはより高分解能な重合断面の作成が要求される。

高分解能な重合断面作成のための、データの取得及びデータ処理に対する要求は以前からあった。しかしながら構造解釈ばかりでなく、層序学的手法の発達によって、現在では高分解能重合記録の作成が従来以上に切実に要求されている。この要求に答えるための、より精度の高い分解能が向上した反射法重合断面の作成は地震探査法にとって非常に重要な技術的な課題である。

1. 3 物理探査における順問題と逆問題（本論文の構成）

近年物理探査法のデータ処理を逆問題として包括的に捉えようとする考えが研究者の間から提唱され始めた。石井(1986)によれば、「物理探査は基本的に観測結果から地下を求めるのであるから、常に逆問題を解いていると考えなければならない」、すなわち物理探査手法を逆問題の解法問題と考えようとするのが最近の大きな流れである。物理探査の技術全体を逆問題として捉えようとすると、技術全体を見渡す統一的な視点を我々に与えてくれるばかりでなく、実際の具体的な問題の解決においても、色々な指針を与えてくれる。異なる物理現象を用いた種々の物理探査手法が、逆問題の解法において本質的に同じ技術体系であるならば、今まで個々独立に開発され発展して来た種々の分野での技術が、全く違う対象に対しても適用できることになる。つまり物理探査法を逆問題の解法としてとらえると、データ処理上の実際の技術的な問題点の解決のヒントを与えてくれる。これが重要な点の一つである。本論文においても、著者は反射法地震探査データの高分解能化と言う問題に対して、逆問題の解法という観点で問題を捉える事で、具体的に直面している問題点の解決策を検討することが出来た。

逆問題を規定している基本的な概念は以下のような3つの要素である。

地下構造を表現するモデル : $m(u)$

観測データ : $e(t)$

物理法則を表すグリーン関数 : $G(t, u)$

これら3つの要素を用いて物理的な考察により、順問題を観測方程式として記述するわけである。

ここで物理法則を表すグリーン関数は、考えている地下構造が非常に簡単な場合にはその関数形が既に知られている事もある。例えば地下の密度変化による重力値への影響などである。しかしながら複雑な地下構造に対して、一般にはグリーン関数を書き下す事は不可能な場合が多い。このような場合には、ある地下構造を仮定して、先ず順問題を充分考察しグリーン関数の形を知っておく事が必要である。特に地震波を用いて地下構造を推定しようとする様な問題の場合には、波の伝播経路に対して順問題の充分

な考察が必要不可欠である。

物理法則を表すグリーン関数が、事前に順問題の考察によって知られている場合には、上で述べた3つの要素を用いて、問題を観測方程式によって書き下せる事ができる。しかしながら、これら3つの要素の間の関係によって方程式が非線形になる場合が生じてくる。特に物理探査法に現れる逆問題では、基本方程式が非線形性になる場合が多い。すなわち観測方程式に現れるこれら3つの要素がお互いに独立ではなかったり、方程式がモデルのパラメタにたいして非線形になったりする場合である。この非線形性は以下のような3つの場合に分類できる。

- (1) 観測方程式内のグリーン関数 G と、モデル m が独立でない。
- (2) (広い意味で)グリーン関数 G に対して観測データ e が影響を与える場合(e と G が独立ではない)。
- (3) 観測データ e がモデルパラメタ m に関して非線形関数になっている。

まずは(1)の場合の、グリーン関数とモデルが独立でないケースを考える。この例として一番わかりやすいのは、走時トモグラフィにおける波線経路の形状(グリーン関数 G に対応)と速度分布(地下構造を表すモデル m に対応)の関係である。つまり逆問題を解くには既知でなくてはならないグリーン関数が、これから求めようとするモデルに依存している場合である。この場合の非線形性の回避法は、次の2つの手法がある。

- ・グリーン関数を仮定する
- ・反復解法を採用する

グリーン関数を仮定する手法は、例えば走時トモグラフィの場合には地震波の伝播を直線で近似して解を求める手法に対応し、「逆プロジェクション法」として知られている(Herman, 1980, 六川, 1986)。

一方反復法はグリーン関数に対する仮定を設けずに、モデルに対して仮想モデルを考え、このモデルがどれだけ真の構造に近いかを判断しながら、仮想モデルを修正反復していく手法である。この場合には、モデルに対して順問題つまり波の伝播経路の決定問題は事前に解決されていなければならない。この方法は具体的には、事前に計算されたグリーン関数(波動伝播経路)を用いて逆問題を解き、その解とはじめに仮定したモデルの差を

最小にするように反復改良を行う方法である。こうすることによってモデルとグリーン関数との間に存在した非独立性は一応は回避することができる。

ついで(2)の場合の非線形性が表れる具体的な例は、波の散乱現象を波動方程式を用いて書き下したときである。すなわち散乱波がもう一度散乱される状況が生じている場合である。この場合に観測方程式を書き下し、逆問題として眺めると、グリーン関数の中に観測データが含まれる状況が生じている。この非線形性の回避法は、通常ボルン近似法が用いられる(Bleistein, 1984, 石井, 1986)。

さらに3番目の場合の非線形性とは、データがモデルパラメタに対して非線形となっている場合である。この場合は方程式をパラメタに対して線形化近似をした後、反復解法が用いられる(大久保・津, 1986, 村上・小川, 1986)。

このようにして線形化された観測方程式は次のような積分の形で記述される場合が多い。

$$e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t, u) m(u) du \quad (1.1)$$

この観測方程式で、観測データ $e(t)$ とグリーン関数 $G(t, u)$ は既知だが、地球の内部構造を表現しているモデル $m(u)$ が未知関数の時を考える。すると(1.1)式は、 $G(t, u)$ を積分核とするフレドホルムの第1種積分方程式となっている。すなわち多くの逆問題の解法は、最終的にはフレドホルムの積分方程式の解法問題に帰着される。そしてこれらの解法は次の2つの場合に大別される。

1. (1.1)式の観測方程式から、逆写像の演算子が具体的な形で解析的にもとまる場合
2. (1.1)式の積分方程式のまま、その数値解法問題に帰着される場合

である。

逆問題の解法で、もう一つの大きな問題は、解かれた結果が発散したり、

計算の途中で値が発散するような現象が見られることである。この問題は逆問題における不適切問題 (ill-posed problem) と呼ばれる問題で、実際の数値解法ではこれを回避しなければ物理的に正しい解は得られない。適切化を行うことは通常 "Regularization" と呼ばれている。適切化の方法は基本的には2つの方法が存在している。一つは、問題を書き直してしまう回避法と考えることができる。具体的には特異値分解を行った後で、いくつかの特異値をゼロと見なすことである。もう一つの手法は、解の発散を防ぐために、求める解に対して何らかの制限を加えて、条件付き最小2乗法を用いて解く回避法である。しかしながらこの手法はグリーン関数の形を全体的に歪め、求められる解をぼかしてしまう。

この様に地震探査データ処理は大きくは逆問題の解法問題と見なす事が出来、それらはいくつかのステージに分けられる。即ち

- (1) 地球物理学的な考察により、処理の目的に適した数学的なモデルを考える。
- (2) 順問題を解いてグリーン関数を知っておく。
- (3) 観測データを含む観測方程式を作る。
- (4) 観測方程式をモデルに対して解析的または数値的に解く。
- (5) 具体的な解法時には不適切問題の回避を行う。
- (6) 逆問題の解(データ処理結果)に対して地球物理学的な考察を行い、処理の目的が達成されたかを評価する。

本論文は、反射法地震探査データの高分解能化処理技術の開発を目的とする。今まで行われた多くの研究によって高分解能化処理技術としては、デコンボリューション処理とウェーブレット処理技術が開発されてきている。しかしながらこれらの処理技術はまだ完全とはいえない。特に陸上においてパイロサイス震源を用いた地震探査データに対しては、デコンボリューション処理及びウェーブレット処理は理論的には適用は不可能であった。このため今後地震層序学的な探査に必要となるより高分解能化された重合記録断面の提供は困難であると考えられていた。そこで本論文では、先ず前半部において、パイロサイスデータの高分解能化処理に対して考

察と解決策の検討を試みた。そのためここでは、高分解能化処理技術が現在抱えている次の3つの問題点、

- ・ウェーブレットの位相が推定できない問題点
- ・非最小位相のウェーブレットでは高分解能化処理が不完全な問題点
- ・周波数帯が制限されたバイプロサイスデータでは高分解能化処理が不可能な問題点

について考察を加え、これらに対して本研究論文の中で新しい解決策の検討を試み、各々、第3章、第4章、第5章で手法と同時に、実際の地震探査データを用いた結果について述べる。

一方本論文の後半において、逆問題の解法には避けて通れない順問題に対する考察を行った。前述したように、地震波を用いた地下構造の高分解能な推定には、波動伝播に対する十分な考察が、逆問題の適用以前に必要となる。特にトモグラフィー解析や、インバージョン処理の一種であるマイグレーション処理といった手法では、事前に波の伝播経路を知っておく必要がある。特に地下構造をセルに分割して表現するトモグラフィー解析では、セル状の構造に対して波動伝播の経路を決定しておく必要があった。しかしながらセル構造に対する波動伝播経路の決定は通常の波線追跡法では非常に困難であったため、色々な手法が開発されてきた (Sassa et. al., 1988)。そこでここでは、複雑な地下構造に対する波動伝播経路の決定問題に対して、波が伝播する際の基本法則である、相反定理とフェルマーの原理を用いた新しい手法の開発を行った。これについては第6章で述べる。

第2章 反射法地震探査データの 高分解能化処理に伴う問題点

2. 1 反射法地震探査の特徴

地震探査法は、地球内部を伝播する地震波を利用し、地下構造に対する情報を取得する技術体系である。通常地下構造の探査を目的とする地震探査法の場合には、自然地震よりも人工的に発生された地震波が利用される。地表において人工的に発生された地震波は、反射や散乱を繰り返しながら地下を伝播する。地下に存在する不均質媒体中での地震波の挙動は、大きく「反射・屈折・透過」の3つに分類される。このため着目する波動現象によって、地震波を用いる探査法も大きく次の3つに分類される。

- (1) 反射波を用いる反射法地震探査
- (2) 屈折波を用いる屈折法地震探査
- (3) 透過波を用いる(広い意味での)トモグラフィ法

これらの手法は探査目的、探査対象、探査深度、探査を行う状況等によって使い分けられている。また観測すべき地震波の種類や解析手法も違うため、観測システムもおおのずと異なってくる。現在石油の探鉱に最も多く使われているのは反射法地震探査である。

反射法の原理は、地下の媒質の密度と弾性波の伝播速度との積である音響インピーダンスの異なる境界面で弾性波が反射することを利用している。反射法で得られる地下情報は、地下の弾性波の伝播速度と、反射面の形状である。用いられている弾性波は、実体波で最も伝播速度が速い縦波(P波)が一般的である。しかしながら近年、地下の物性値の直接的な解析のために横波(S波)も併用される。

反射法地震探査の基礎になっているのは、CDP重合法と呼ばれる基本的な考えである(Mayne 1962, 1967)。地下の反射面が地表面に対して水平の場合には、図2. 1のように震源が置かれている発震点と、受振器が設置されている受振点の、ちょうど中点の真下の反射面で弾性波は反射される。

CDP重合法の原理

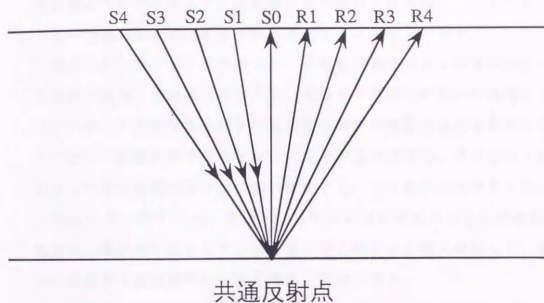


図2-1 地下構造が水平多層構造の時は、地震波は発震点と受振点の midpoint, S0の真下で反射される。さらにS1～S4で作り出された地震波も同じ共通反射点で反射され、受振点R1～R4で受振される。もしも地下構造が水平でない場合には、同一の共通反射点からは反射されない。

発震点と受振点が同じ距離だけ遠ざかっても、反射面上の同一の midpoint から反射してくる。この反射点を同じくする反射記録の組を CDP アンサンブルという。またこの点を共通反射点 (Common Depth Point) と呼ぶ。データ取得時において、発震点と受振点が異なった場合でも同じ共通反射点で反射されるように発震点と受振点を配置することによって、同一の点から複数個の反射データが取得できる。これはある一つの反射点に関する情報を取得するのに複数回の観測を行っていることに対応している。これらの複数個のデータに対して、反射波の到達走時の差を補正してたし合わせるると同一反射点からの反射波は強調されることが期待できる。

同じ CDP アンサンブル内でも、反射波はオフセット距離が大きいほど反射波は遅れて地表面に到達する。発震点と受振点が同一の場所にある時 (オフセット距離が零の時) の反射波の到達時間を垂直往復走時という。オフセット距離が零でないトレースの反射波の走時は、オフセット距離に依存して垂直往復走時からの遅れが生じる。この遅れの時間を NMO 時間 (Normal Moveout Time) と呼ぶ。NMO の量は地表面から反射面までの弾性波の伝播速度に依存している。そこでこの NMO 量に着目して、弾性波の伝播速度を速度解析によって得ることができる。

速度解析により求めた速度を基に各々のオフセット距離に対応した走時遅れの補正、すなわち NMO 補正を行い、CDP アンサンブルのトレースをたし合わせる。これを CDP 重合と呼ぶ。CDP 重合の結果、ランダムノイズに対する S/N 比は、重合数の平方根倍だけ改善される。

石油の探鉱を目的とする地下構造の探査では、反射法地震探査が最も良く用いられる。その理由は反射法が持っている以下のようないくつかの優れた特徴による。

- (1) 探査精度が高い。
- (2) 探査対象の深度が他の手法に比べて深い。
- (3) 探査対象地域が多くの場合堆積盆地であるため、水平多層構造の仮定が比較的高深度でも満足されやすい。
- (4) 地下構造を視覚的に表示することができる。

これらの特徴を生かして石油探鉱に活用するには、さらにいくつかの技術

的問題点の改良も必要である。その一つは、反射面が水平でない場合に対応するため、広い意味でのマイグレーション処理技術の開発である。さらにもう一つは、本論文でも考察する高分解能断面を得る技術の開発である。

2. 2 バイプロサイス震源

近年石油の探鉱を目的とした地震探査法において、バイプロサイス震源と呼ばれる機械的な振動を弾性波の震源として用いる手法が多用されている。P波発生用バイプロサイス震源の原理は、レーダ技術で開発されたチャープシグナルと呼ばれる技術によっている。通常トラックに積まれたバイプレーターを地表面に密着させ、周波数を低周波数から高周波数に一定に変化させながら振動板を上下に振動させる。この信号をスイープ信号と呼ぶ。通常スイープは数秒から数十秒間続けられる。するとこの振動によって生成された弾性波は地下を伝播し、地下の境界面で反射し再び地表に戻ってくる。地下には幾つもの境界面が存在しているため、地表で観測される波はこれら全ての反射が重なったデータとなっている。このデータに対して、S/N比の向上と、反射面からの反射波をなるべくパルス状に戻すため、観測データとスイープ信号との相互相関が取られる。するとパルス状に近いゼロ位相の波の系列が得られる。図2-2に示すスイープ信号の自己相関関数はクラウダーウエーブレットと呼ばれている

(Klauder, et al., 1960)。その結果バイプロサイス震源を用いる陸上の地震探査においては、このゼロ位相のクラウダーウエーブレットを地下へ送り込む震源の波形と考えてよい。そのためバイプロサイス震源を用いた記録のデータ処理では、スイープ信号との相互相関を求めた後は通常のダイナマイト震源の記録と、震源の位相が違う点を除いて基本的には同様な処理手続きを行えばよい。

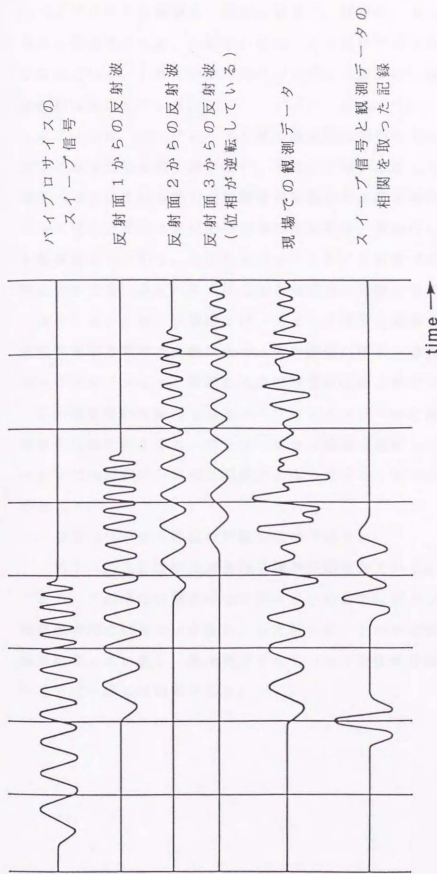


図2-2 ハイプロサイステータの原理を示す。相関を取る前のデ
 ータからは反射面の位置が推定出来ない。

バイプロサイス震源は、使用の簡便さ、経済性、エネルギーの大きさ、さらに安全性のため、反射法の震源として現在では非常に多くの調査で用いられている。しかしながらバイプロサイス震源は、便利な反面いくつかの制約も存在している。

まず一つは、バイプレータと言う機械的な震源を使用している制約上、地下に送り込める波の周波数に、下限と上限が存在している。したがって地下へ送り込まれる波は周波数帯が制限された帯域制限波である。完全なパルス状の波を作るのに必要となる周波数は、理論的には零からナイキスト周波数までである。このためバイプロサイス震源では、パルスに近い信号は作れても、真にパルス状の波の合成は不可能である。

次にバイプロサイス震源では、スイープ信号と観測されたデータとの相関関数を取る処理が必要になる。その結果、地下への入力波形はクラウダウエーブレットと呼ばれる、ゼロ位相の波と見なす必要がある。

この様な制約を持っているバイプロサイスデータに対して、通常の高分解能化処理であるデコンボリューション処理を適用しようすると、上で述べた2つの制約は致命的な問題点となってくる。すなわち、もう一度言い換えると、

- ・ウエーブレットの位相が最小位相ではない。
- ・地下への入力信号の周波数帯域が制限されている。

である。この様な性質を持ったデータに対してはデコンボリューション処理は原理的には適用出来ない。したがって、これらに対して何らかの解決策を開発しない限り、現在要求されているような高分解能の重合記録を得ることは一般には困難である。

2. 3 反射係数列と分解能

地震波の地層境界面での挙動についてはよく知られている。もしP波が境界面に垂直に入射する場合は、反射される波の振幅の大きさは、上下の地層の音響インピーダンス（密度とP波速度の積で定義される）の差に比例する。具体的には各反射面での反射係数 u_i の値は、境界面をはさむ上下の速度と密度によって次のように表現される。

$$u_i = \frac{v_{i+1} \rho_{i+1} - v_i \rho_i}{v_{i+1} \rho_{i+1} + v_i \rho_i} \quad (2.1)$$

但しここで v_i 、 ρ_i は第 i 層の速度と密度、 v_{i+1} 、 ρ_{i+1} は第 $i+1$ 層での速度と密度の値とする。

図2.3に実際の坑井における物理検層ログによって得られたデータを示す。図2.3(a)は速度検層データから得られた地下の速度データを示す。図2.3(b)は密度データである。これらを用いて、地下の音響インピーダンスは、両者の掛け算として図2.3(c)のように求められる。反射係数の値は、(2.1)式より音響インピーダンスから求めることができる。求めた反射係数列を図2.3(d)に示す。この図から、地下構造は非常に多くの不連続面から構成されていることがわかる。これらの一つ一つの不連続面は、堆積岩の場合には各堆積のユニットに対応していると考えられる。反射法データ処理の目的は、地表面において観測された反射波のデータから、なるべく高分解能に反射面の同定を試みることである。

しかしながら実際に取得される反射法のデータは、ずっと分解能が下がった記録となっている。この原因は、まず地下の反射面に入力している波がインパルスではないことによっている。一般に海上において震源として使われるエアガンが作り出す波形はインパルスでは無い。また陸上におけるダイナマイト震源が作り出す波もインパルスとは考えにくい。さらにパイロサイスデータでは周波数帯域が制限されているため、相互相関が取られた後の波形はインパルスとはならず、スイープ信号の周波数とスイープ時間によって波形が決まる。



図2-3 坑井検層記録から作られた反射係数列を示す。左から各々、速度データ、密度データ、音響インピーダンスデータ、反射係数列を示す。

一方Ricker(1953)に始まる一連の研究によって、人工的に生成された地震波は、地下の非弾性的な性質によって波形変形を生じることが知られている。Rickerは地中における非弾性による吸収効果は、地震波の周波数の2乗と伝播時間に比例すると仮定し、波形変形の議論を展開しウェーブレットの形状を求めた。これは通常リッカーウェーブレットと呼ばれている。さらに海上のデータでは、震源のゴースト、受振点でのゴースト等は全て波形変形を起こす原因となっている。また波形変形の大きな原因として、海底と海面間での多重反射現象が知られている。地下においても大きな反射係数を持つ二つの地層間で、多重反射が生じるような場合がある。この様にたとえ人工的にインパルスの波が作られても、この波が地下を伝播して行く間に波形変形を受けてしまい、観測された波はもはやインパルスではないと考えられる。

波形がインパルスではない場合には2つの波が重なってしまう。これによる分解能低下の問題は多くの研究者達によって考察されてきた(Widess, 1973, Sheriff and Geldart, 1982)。即ちどの程度2つの反射面が離れていれば、地震探査断面図上で2つのイベントとして認識できるかと言う問題である。SheriffとGeldartはこの問題に対して模型の構造を考えて、境界の上面と下面の距離がどれくらい離れていると2つの反射波は区別できるかに対して、モデル実験的な考察を加えた。その結果、上面と下面の距離が $\lambda/4$ (λ は波長)以下だと2つの反射面は区別できない事を示した。これは一般にレーリーの4分の一波長則と呼ばれている。

図2.4には震源をパイプロサイスと考え、スイープ周波数が8 Hzから50 Hzの場合に相当するパイプロサイスの震源波形を示す。この場合は使用できる周波数帯が制限されているため、波形は明らかにインパルスにはならない。この震源波形を図2.3(d)の反射係数列にコンボリューションして作成した合成地震記録を図2.5(a)に示す。また図2.5(b)にはもとの反射係数列を示す。もしも地下で波が伝播中に波形変形を受けなければ、取得されるデータは図2.5(a)の結果が取得されるはずである。

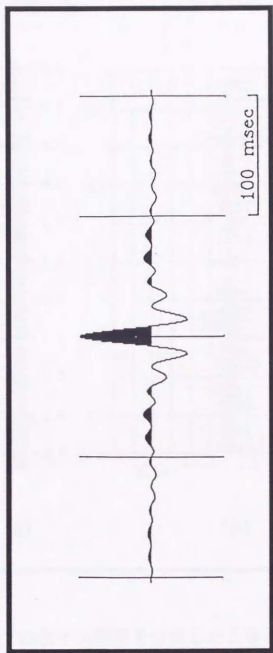


図2-4 バイロサイスを用いた場合の震源の波形。周波数帯域が制限されているためインパルスにはならない。

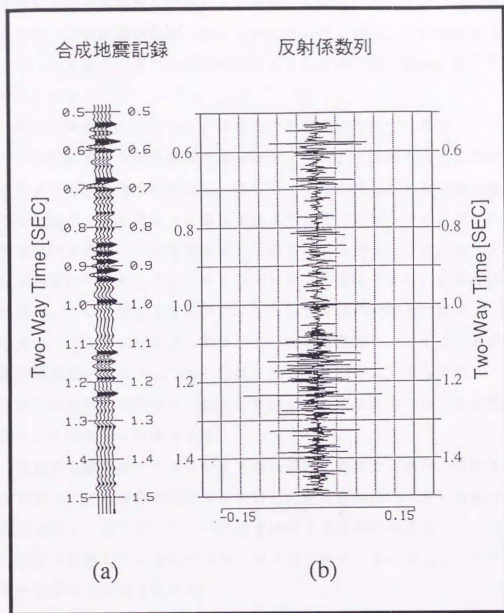


図 2-5 バイプロサイス震源を仮定したときの合成地震記録と反射係数列との比較

次に図2. 6に実際にこの坑井の近くで取得されたパイロサイスデータの重合記録断面を示す。この重合記録の作成には、高分解能化処理は一切行われていない。この図面では図2. 5に示した合成地震記録を、坑井位置に対応する場所に挟み込んで表示している。この図2. 6からわかるように、この両者はあまり良い一致を示していない。その理由は、パイロサイス震源で作られた弾性波が地下を伝播中に波形変形を起こした為と考えられる。

実際に観測されたデータには震源の影響のみならず、たとえばベグレグマルチプルや、非弾性効果による波形変形のような観測点での地質的な条件による影響が含まれている。特に0. 7秒の所に見られる強い振幅を持つ反射面について見ると、重合断面上では2つのピークと、1つのトラフが確認できるが、合成地震記録と比較すればわかるように、後ろのピークは波形変形によって生じたウエーブレットの影響であり、実際の地下の反射面はここには存在していない。さらに合成地震記録上において、0. 9秒及び1. 2秒の所に見られるいくつかの層構造についても、観測された重合断面図上では決して良い相関を示していない。そのため図2. 3 (d)に示した反射面の同定に、図2. 6のような記録断面を用いて解釈作業を行うことは非常に危険である。

反射法地震探査データに対する高分解能化処理の目的は、取得されたデータが持っている情報を最大限引き出し、最も分解能が上がった重合断面の作成である。本研究ではこの目的を達成するために必要ないくつかの新しい手法を検討した。さらに図2-6で示す実データに対して、ここで提案される手法の適用を試みた。

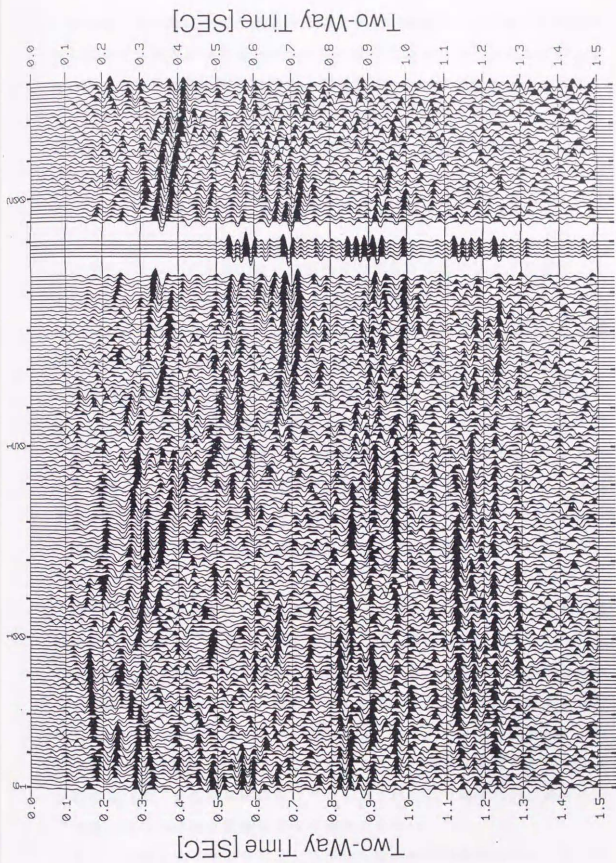


図2-6 検層データから作成された合成地震記録と実際に観測された反射法地震探査データ記録断面の比較を示す。地震記録断面は分解能が低く誤った解釈作業を行う可能性がある。

2. 4 高分解能化処理に表れる非線形性の問題

前の章で述べたように、反射法地震探査での観測データは地下の反射面から次々と反射されたウェーブレットが互いに重なりあったものと考えて良い。これを数学的に書き表すと、観測された反射地震記録 $x(t)$ は、インパルス列からなる反射時系列 $u(t)$ と、ウェーブレット $w(t)$ とのコンボリューションとなり (2.2) 式のように書き表せる。

$$X(t) = \int w(\tau) u(t-\tau) d\tau \quad (2.2)$$

この式を (1.1) 式と比較して逆問題の立場から眺めると、反射面に対応して決まる反射係数列は地下構造モデルに対応し、ウェーブレットはグリーン関数に対応している。この式が高分解能化処理での基本式となる観測方程式であり、反射法データ処理の数学モデルである。

高分解能化処理の目的は、観測データからウェーブレットの影響を取り除いて、分解能が向上した反射係数列の同定である。これは (2.2) 式の観測方程式において、取得された観測データをもとに積分方程式を解いて地下構造モデルを求める逆問題を解くことに対応している。しかしながら (2.2) 式においてグリーン関数に対応しているウェーブレットは、一般的には未知である。この事は単純にはこの積分方程式が解けないことを意味している。

地下での波形変形を数学的に表現しているグリーン関数は、当然地下構造に依存している。例えば、地下での各地層の弾性的な性質がわかれば、地下伝播中での波形変形の効果は計算できて、グリーン関数は求められる。このことはグリーン関数であるウェーブレットが、最終的に求め様としている地下構造 (モデル) に依存している。グリーン関数がモデルに依存している状況は、第 1.3 章で示した逆問題が非線形である場合に相当している。そのため順問題に対してより詳しい考察を行い、非線形性を回避しなければ高分解能化処理は実現できない。

第 1.3 章で述べたように、このような非線形性の回避法は次の二つが知

られている。

グリーン関数を仮定する

反復解法を採用する

(2. 2)式で表現された観測方程式を反復法を採用して非線形性の問題を回避しモデルとウェーブレットの両者を求める手法は、CDP重合後のデータに対してモデルベースのインバージョン処理として知られている(Cooke and Schneider (1983))。通常この手法は反射係数の推定を最終的な目的とはせず、(2. 1)式を考慮し各地層での音響インピーダンスの推定を行う。この手法は理想的には各地層境界面をすべて決めることが出来、最も分解能の高い処理結果が得られると考えられる。しかしながら、この手法は計算時間が非常にかかるという大きな欠点を持っている。さらに処理結果が初期モデルに大きく依存する反復法の持つ欠点もある。以上の理由により重合前のデータに対して反復法を用いて逆問題を解き、分解能をあげる処理は用いられない。

一般には反射法地震探査データの高分解能化を目的とする処理では、グリーン関数を仮定するアプローチが取られている。このアプローチに基づく処理を、デコンボリューション処理と総称している。しかしながら具体的な計算手順では、ウェーブレットの形自体を仮定する訳ではない。地質学、地球物理学的に合理的ないくつかの仮定を設け、順問題の考察を通して取得データから、グリーン関数とモデル(反射係数列)の両者を推定しようとするアプローチが採用されている。このための具体的なアルゴリズムは多くの考えが提唱され、また現在でも提唱され続けている。最も良く知られた手法は、Robinson(1957)によって開発されたホワイトニングデコンボリューション処理手法である。以下でこの手法について簡単に触れる。

地下の反射面の性質を考えると次のことに気づく。

・地下の地層境界面で反射する反射波の反射係数が、なん

らかの規則的構造を有しているとは考えられない。

この事の地質学的意味は、ある深度までの地下構造(但し深度方向のみの一次元情報)が与えられた時、それより深いところに存在する地層境界の場所(深度)と、そこでの反射係数の値は予測できないという事である。

つまり数学的には反射係数列はランダムなパルス列と考えてよく、その結果このパルス列の自己相関関数はデルタ関数になっている。これが(2.2)式の逆問題の非線形性を回避するためのモデルに対する仮定である。

次にグリーン関数(ウェーブレット)について考える。(2.2)式の観測方程式はコンボリューション積分でありフィルター操作を意味している。すなわち反射係数列はシステム(フィルター)の入力となり、ウェーブレットはこのシステムのインパルスレスポンス関数、あるいはグリーン関数に対応している。システム理論的な見方に立つと、ここでの問題は次のようになる。「ランダム時系列があるシステムに入力し、その出力を観測値として持っている時、このシステムの特性を表現しているグリーン関数は推定できるか」という問題である。ランダムな入力シグナルということから、入力のパワースペクトラムは白色になっている。したがってフィルターのパワースペクトルは出力シグナルのパワースペクトルから求まる。すなわちウェーブレットのパワースペクトルは、反射係数列に対してランダムな仮定が満足されれば観測データから求まる。

そこで次の問題はウェーブレットの位相スペクトラムをどうやって決めるかである。Robinsonはこの問題に対して、「ウェーブレットの位相スペクトラムは最小位相である」という数学的な仮定を設けた。これは実は地球物理学的な考察から導かれた仮定ではない。

これら二つの仮定、すなわち

- ・ 反射係数列がランダムであるという地質学的な仮定と
(観測方程式のモデルに対する仮定)
- ・ ウェーブレットは最小位相であるという数学的な仮定
(観測方程式のグリーン関数に対する仮定)

のもとでRobinsonは(2.2)式で書かれた反射法地震探査データの場合の非線形性の問題を回避することに初めて成功した。

上で述べた反射法地震探査データに対するモデル化とそのモデルを用いた逆問題の解法は、数学理論的に眺めるならば、観測データに対する線形時系列モデルのあてはめとなる。具体的には観測方程式として移動平均モデル(MAモデル)をあてはめ、逆問題の解法は自己回帰モデル(ARモ

デル)をあてはめている。さらにグリーン関数に対する最小位相の仮定より、移動平均モデルは可逆性(インバーティブル)を持つモデルを考えている。

2. 5 ウェーブレットの推定の必要性

反射法地震探査データの高分解能化処理の一つであるデコンボリューション処理を行うにはウェーブレットに対して最小位相の仮定が必要であった。しかしながら観測された反射法データのウェーブレットは、地下での非弾性的効果や探鉱機などの特性も考慮すると最小位相ではない。そこでウェーブレットが最小位相ではない場合にデコンボリューション処理を適用したらどうなるかについて考察し、現在の処理の限界を知るとともに解決すべき問題点を指摘する。

観測方程式で、ウェーブレットは最小位相ではないとする。すると反射時系列と最小位相ではないウェーブレットを用いて観測データは(2.3)式で記述できる。

$$X_i = b_0 u_i + b_1 u_{i-1} + \dots + b_L u_{i-L} \quad (2.3)$$

しかしながら、このデータは b_i と同じパワースペクトラムを持った最小位相のウェーブレット b'_i と、 u_i とは異なった白色雑音時系列 u'_i によって(2.4)式の移動平均モデルで表現できる。

$$X_i = b'_0 u'_i + b'_1 u'_{i-1} + \dots + b'_L u'_{i-L} \quad (2.4)$$

u'_i は最小位相であるため、その逆過程は収束し(2.5)式の自己回帰モデルで観測データは記述できる。

$$X_i + g'_1 X_{i-1} + \dots + g'_M X_{i-M} = u'_i \quad (2.5)$$

すると、白色雑音時系列 u'_i を求めるフィルターの演算子は一意に求まり、したがってデコンボリューション処理の出力として、 u'_i が求まる。

以上より次のことが結論される。実際のウェーブレットが最小位相でなくとも、デコンボリューション処理のききが悪い(分解能が上がらない)とは言えない。ウェーブレットの位相には無関係に、ホワイトニングデコンボリューション処理を実行すると分解能が上がった白色雑音時系列 u'_i が得られる。

問題は得られた処理結果 u'_i が真の地下構造を表わす反射係数列 u_i であるか否かの判断基準が、デコンボリューション処理の理論の中には無い点である。つまりウェーブレットの位相はどうあれ、処理過程において計

算が行き詰まったりすることはない。通常のデータ解析作業などでは理論的な仮定を満足しないようなデータに対しては、計算結果が不安定になったりして処理で必要となる仮定に対する問題点の確認が容易である。しかしながらデコンボリューション処理で必要となる最小位相の仮定は、非線形性の問題を回避するためであり、仮定されたグリーン関数に対して積分方程式を解いているため解法の手続き上では問題は発生しない。

では具体的にウエーブレットが最小位相でない場合の出力 u' は、真の反射係数列 u とどのような関係にあるか考察してみる。(2.3)式、(2.4)式、(2.5)式をZ変換する。

$$X(Z) = B(X)U(Z) \quad (2.6)$$

$$X(Z) = B'(X)U'(Z) \quad (2.7)$$

$$X(Z)G(Z) = U'(Z) \quad (2.8)$$

すると(2.6)式と(2.7)式より次式が得られる。

$$B(Z)U(Z) = B'(Z)U'(Z) \quad (2.9)$$

さらに $B'(Z)$ は最小位相であるため、可逆性の条件を満足しており、以下の式を得ることができる。

$$\begin{aligned} U'(Z) &= [B(Z)/B'(Z)]U(Z) \quad (2.10) \\ &= R(Z)U(Z) \end{aligned}$$

すなわち実際のウエーブレットが最小位相ではない観測データに対してホワイトニングデコンボリューション処理を施した結果は、真の反射係数列に対して $R(Z)$ というフィルターが適応された時系列データとなっている。さらにこのフィルターの特性は、全ての周波数領域でパワースペクトラムの値は変えず、位相のみを変化させるオールパスフィルターとなっている。

このように最小位相でないウエーブレットにはホワイトニングデコンボリューション処理は適用できない。適用すると得られた結果は地下での反射面の位置を正確には表現していない。これが現在のデコンボリューション処理が抱える基本的な問題点である。そこでこの問題点を解決し、高分解能な記録を作成するもう一つの方法がウエーブレット処理の考えである。

そこでまずはじめに、ウエーブレットを直接的な観測で取得しようとする

る研究が行われた。海上における地震探査の場合には、ある程度直接的にウエーブレットを観測することができる(White and O'Brien(1974)、芦田譲・鳥羽武文(1978)、朝倉夏雄・鳥羽武文(1979)、Hargreaves, 1992)。観測されたウエーブレットは、震源(エアガン)、受振器(ハイドロホン)及び探鉱機(特性)、さらに海水面でのゴースト反射の効果などを含んだ観測系のウエーブレットと考えられる。しかしながら陸上の地震探査では、反射面は地表直下にも存在すると考えるべきで、孤立したウエーブレットの直接的な観測は不可能である。

そこで本論文では統計的手法によるウエーブレットの位相の推定法を第3章において検討する(Matusoka and Ulrych, 1984)。通常の観測データからウエーブレットの位相が推定できれば、これと振幅スペクトラムとあわせてウエーブレットの情報は全て取得できる。つまりウエーブレット自体が観測データから推定されたことになり、(2.2)式のグリーン関数を一意に決めたことに対応し逆問題の非線形性を回避できる。これは陸上における高分解能化処理の一つであるウエーブレット処理の道を開く事である。さらに第3章では実際のパイロサイスのデータに対してここで検討した手法の適応を試みる。

ここで提案する統計的な手法によってウエーブレットの推定を試みたデータは、既に試掘によって非常に薄いガス層の存在が確認されている地域で取得されたパイロサイス震源のデータである。前に述べたように、パイロサイス震源の波形は、地表で作られた時はゼロ位相の波形と考えて良い。そのため第4章において述べる、位相補正法と呼ばれるゼロ位相の性質に着目した処理手法も開発されてきた。しかしながら今回、ここで推定されたウエーブレットは、後ほど第3章で述べるように、ゼロ位相とはなっていない。これは地震波が地下を伝播中に地下の非弾性的な性質によって位相を含めた波形変形が生じているためと考えられる。

2. 6 予測型デコンボリューション処理の問題点

探鉱対象が構造トラップの場合には、重合断面から褶曲や断層の同定が重要であった。そこで解釈担当者はこれらの同定が最も容易な重合断面を要求する。このためには分解能を多少犠牲にしても解釈作業が容易な重合断面が作られる。多くの場合デコンボリューション処理でデータの分解能を向上させた後、ハイカットフィルターが適用されるのはこの理由による。

デコンボリューション処理の一つである予測型デコンボリューション処理では、データから最大の分解能を持った断面を作り出すことができない。しかしながら石油の探鉱においてこの予測型デコンボリューション処理法が数多く適用されている理由は、予測距離を変えて処理結果の分解能をコントロールし解釈目的に最も適した重合断面を作りたいためである。予測型デコンボリューション処理法において予測距離が1の場合には、ホワイトニングデコンボリューション処理と一致する。しかし予測距離が1より大きいときには、この予測距離の値によって処理結果の分解能がコントロールできる。このことはすでに Peacock と Treitel (1969) によって指摘されていた。しかしながら彼らは予測距離の値によって、具体的に出力波形がどのように変化するかに関しては明確に示さなかった。つまり現在まで出力波形に対する明確な形状を知らないまま、非常に多くの場面で予測型デコンボリューション処理が用いられてきた。

また予測型デコンボリューション処理法は入力の特徴が最小位相ではない場合に適用できるか否かについての議論も明確でなかった。ゼロ位相の震源であるパイロサイスのデータに対しては、ホワイトニングデコンボリューション処理は明らかに適用できない。そこでパイロサイスのデータに対して多重反射の除去を目的として、予測型デコンボリューション処理が経験的に適用されて来た (Pollet, et al., 1982)。しかしながらこの場合も実際の出力波形についての厳密な理論的考察はなく、経験的な適用に対する理論的な保証はなかった。つまり予測型デコンボリューション処理の適用可能な範囲が明確ではなく、その結果この処理手法の蓋

用を引き起こす可能性がある。そこで本論文の第4章において、予測誤差演算子の逐次的関係式の導出を試みた。その結果予測型デコンボリューションの処理結果の波形の形状を数式で書き下すことができた (Ulrych and Matsuoka, 1991)。さらにこの結果を用いると、ゼロ位相のデータに対して多重反射の除去を目的として経験的に使用されてきた予測型デコンボリューション処理は、もしも周期が充分長い多重反射に対して適用する場合には理論的にも正当であることを示せた。

2. 7 周波数帯域が制限された場合のプレホワイトニング

第2. 2章で述べたバイプロサイスデータは信号の周波数帯域が制限されていた。周波数帯域が制限されたデータに対して高分解能化処理は適用できるかという問題がある。高分解能化処理を逆問題と考えれば、観測方程式の逆演算が必要となりウェーブレットで割る演算が必要となる。そのため周波数帯域が制限されたデータでは、計算途中において計算が発散する。これを解決するには逆問題における不適切問題の回避を行わなければならない。この回避法としてデコンボリューション処理では伝統的にプレホワイトニング手法を用いてきた (Yilmaz, 1987)。しかしながらプレホワイトニングの手法は、全ての周波数領域に対して等しい量のノイズを加え、グリーン関数の形を歪ませる手法であり最善とはいえない。特にバイプロサイスのように、先験的に信号の存在する周波数帯域に対する情報が有る場合には適当ではない。できれば特異値分解の手法 (Golub and Van Loan, 1983) によってグリーン関数を書き換える方が望ましい。

一方バイプロサイスデータはゼロ位相であるためホワイトニングデコンボリューション処理は適用できない。そのため今までは予測型デコンボリューション処理を適用し、データの高分解能化をはかってきた。しかしながらこの手法では周期が短い多重反射を含むような場合には、完全な高分解能化はできない。このことはバイプロサイスデータに対して、地下へ入力した全ての周波数帯域の信号を完全に復帰させ、最も分解能が向上した処理結果を得る技術がない訳である。探鉱対象が層位トラップへ変化しつつある現在、観測されたデータからスイープ信号の周波数帯域全体にわたって信号が回復できない状況は今後バイプロサイス震源の適用に関して大きな問題と考えられる。

そこでこの問題に対して本論文では、スイープ信号の周波数帯域にはノイズを加えず、スイープ信号の外側のみにノイズを加える手法の開発を行った (Matsuoka et al., 1990)。白色ではないノイズを加えることは、実は特異値分解の考え方をを用いているのと数学的には同等であると考えられる。またこの付加すべきノイズの量は単に不適切問題の回避であれば任意

の値でよい。

しかしながらパイロサイスのデータに対するデコンボリューション処理では、付加するノイズの量によって出力波形の位相が変化する。そのためパイロサイスデータの処理では、このノイズの量は任意ではない。時間面で最も分解能が向上しているウェーブレットはゼロ位相の波である事を考えれば、デコンボリューション処理の希望出力はゼロ位相の波にすべきである。そこで第5章においてはこの問題を考察し、出力波形がゼロ位相になる付加ノイズの値の評価も行った。

さらにここで提案した手法を実際のパイロサイスデータに適用した。実際に適用した地域での探鉱上の最も大きな課題は、非常に薄いガス層の拡がりの範囲を決めることであった。本論分で検討を加えたいいくつかの手法を適用した断面に対して、反射ホライズンの同定と追跡を行った結果、対象としているガス層の拡がりの範囲をある程度決定する事が可能となった。これらの検討結果も第5章において考察する。

第3章 ウェーブレットの 統計的推定法

3.1 反射係数列の統計的性質

反射法地震探査の目的は地下構造の高精度な同定であり、そのため反射法データに対する高分解能化処理は必須の条件であった。地球物理学的な考察によって反射法地震探査データ χ_t は反射係数列 u_t とウェーブレット w_k を用いて、(3.1) 式のコンボリューションの式で記述できた。

$$\chi_t = \sum_k w_k u_{t-k} \quad (3.1)$$

この式を解いて、反射係数列 u_t を求める逆問題を高分解能化処理と呼んでいる。高分解能化処理の困難性はグリーン関数に対応しているウェーブレットと、モデルに対応している反射係数列とが独立でない非線形性に起因していた。このため通常はこれら二つの関数に対して何らかの仮定を設けて、線形化して問題を解いた。

通常ウェーブレットは最小位相と仮定する。しかしながら最小位相の仮定は実際のデータでは成立しないと考えられている。そこで本章においては統計的な手法を用いてウェーブレットの位相の推定問題を考える (Matsuoka and Ulrych (1984))。具体的には観測データの3次のスペクトラムであるバイスペクトラム(bispectrum)を用いた位相の統計的な推定方法を開発した。この手法はウェーブレットに関してはなんら先験的な情報を必要としない。一方反射係数列に対してはRobinson(1957)が行った白色雑音の仮定を踏襲する。そしてこの統計的な手法では地下の反射面に対応する反射係数列に対して以下のような性質が要求される。

反射係数列はランダム (白色雑音) であり、その確率密度分布は正規分布ではなく、3次の相関関数はゼロでない。

地下の反射係数列の性質については既に多くの研究者によっていくつかの実験的研究も行われてきた。特にHosken(1980)によって行われた実際の

坑井のデータを用いた研究によると、反射係数列の確率密度分布は正規分布からずいぶんとはずれていることが指摘されている。本来正規分布であればゼロとなる分布の歪(skewness)は充分観測される量を持っている。これは以下で展開するバイスペクトラムを用いたアプローチに必要な、3次の自己相関関数がゼロにならないことを意味しており、ここでのアプローチの正当性を示している。

3. 2 バイスベクトラム

高次オーダーのスペクトラムについては Brillinger(1965) や Brillinger and Rosenblatt (1967a, 1967b) 等の先駆的な研究が知られている。これらは通常のパワースペクトラムと同様に高次オーダーの相関関数のフーリエ変換として定義される。バイスベクトラムは3次のオーダーの相関関数のフーリエ変換であり、Hasselma et al.(1963)によって海洋での波動現象の解析に用いられたのをはじめ、経済学 (Godfrey(1965))、地球の自由振動問題 (Zadro and Ceputo(1968))、ホログラフィーの解析 (Sato and Sasaki(1977)) 等へ応用された。以下においてまずバイスベクトラムの定義や性質などについて述べる。

$x(t)$ を定常確率過程とし、そのパワースペクトラムを $S(\omega)$ 、バイスベクトラムを $B(\omega_1, \omega_2)$ とする。ただし ω は角周波数とする。 $S(\omega)$ と $B(\omega_1, \omega_2)$ は各々、2次及び3次の相関関数 $\gamma(\tau)$ と $C(\tau_1, \tau_2)$ を用いて、これらのフーリエ変換として次式で定義される。

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau$$

および

$$B(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau_1, \tau_2) \exp(-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)) d\tau_1 d\tau_2 \quad (3.2)$$

ただし

$$\gamma(\tau) = E[X(t)X(t+\tau)] \quad (3.3)$$

$$C(\tau_1, \tau_2) = E[X(t)X(t+\tau_1)X(t+\tau_2)]$$

とする。ここで $E[\cdot]$ は期待値を取る演算子とする。

バイスベクトラムの物理的な意味については、Cramer(1946)のスペクトラムの表現を用いてHasselma et al.(1963)によって説明されている。Cramerのフーリエスペクトラム表現によると、任意の定常時系列は次式で表現できる。

$$X(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(i\omega t) dZ(\omega)$$

さらにこの時系列の平均値がゼロであれば、確率測度 $dZ(\omega)$ は次の性質を持っている。

$$E[dZ(\omega)] = 0$$

また $x(t)$ が実数ならば、次式も成立する。

$$dZ(\omega) = dZ^*(-\omega)$$

するとパワースペクトラムは次式で定義される。

$$\begin{aligned} E[dZ(\omega_1) dZ(\omega_2)] &= S(\omega_1) d\omega_1 : \text{if } \omega_1 + \omega_2 = 0 \\ &= 0 : \text{if } \omega_1 + \omega_2 \neq 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3.4) 式で $\omega_1 + \omega_2 = 0$ の条件を考えると、次式が得られる。

$$S(\omega) d\omega = E[dZ(\omega) dZ^*(\omega)]$$

すなわちパワースペクトラムは、ある周波数のフーリエ成分とその複素共役とを掛け合わせて期待値を取った量となっている。このためパワースペクトラムは常に実数となっており、もとのフーリエ成分が含んでいた位相の情報は完全に失われている。

一方パワースペクトラムは次式で定義される。

$$\begin{aligned} E[dZ(\omega_1) dZ(\omega_2) dZ(\omega_3)] &= B(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 : \text{if } \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0 \\ &= 0 : \text{if } \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 \neq 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

同様に $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0$ の条件で (3.5) 式を書き換えると次式を得る。

$$B(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 = E[dz(\omega_1) dz(\omega_2) dz^*(\omega_1 + \omega_2)]$$

つまりパワースペクトラムは独立変数として ω_1 と ω_2 の2つを決め、各々のフーリエ成分と、 $\omega_1 + \omega_2$ のフーリエ成分の複素共役を掛け合わせて期待値を取った値となっている。このためパワースペクトラムは複素数であり、もとのフーリエ成分が持っていた位相に対する情報を保持している。

パワースペクトラムと自己相関関数では以下の対称性が存在している。

$$\gamma(\tau) = \gamma(-\tau)$$

$$\hat{S}(\omega) = \hat{S}(-\omega)$$

同様に3次の相関関数に対して以下の対称性が成立している。

$$\begin{aligned} C(\tau_1, \tau_2) &= C(\tau_2, \tau_1) \\ &= C(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2) = C(\tau_1 - \tau_2, -\tau_2) \\ &= C(-\tau_1, \tau_2 - \tau_1) = C(\tau_2 - \tau_1, -\tau_1) \end{aligned}$$

これよりパワースペクトラムでの対称性は(3.6)式で与えられる。

$$\begin{aligned} B(\omega_1, \omega_2) &= B(\omega_2, \omega_1) \\ &= B(\omega_1, -\omega_1 - \omega_2) = B(-\omega_1 - \omega_2, \omega_1) \\ &= B(\omega_2, -\omega_1 - \omega_2) = B(-\omega_1 - \omega_2, \omega_2) \end{aligned} \quad (3.6)$$

さらにデータが実数だと次式も成立する。

$$B(\omega_1, \omega_2) = B^*(-\omega_1, -\omega_2)$$

時系列データ $x(t)$ が無次元元の移動平均モデルで書けているとする。

$$X(t) = \sum_{s=0}^{\infty} W_s U_{t-s}$$

すると U_t は白色雑音のため、(3.3)式より3次の自己相関関数は

$$C(\tau_1, \tau_2) = \gamma_u^3 \sum_{s=-\infty}^{\infty} W_s W_{s+\tau_1} W_{s+\tau_2}$$

となる。ここで $\gamma_u^3 = E[U_x^3]$ であり、 $S < 0$ では $W_S = 0$ とする。そこで (3. 2) 式の離散形を用いるとパイスベクトラムは次の簡単な式で書ける。

$$B(\omega_1, \omega_2) = \gamma_u^3 \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau_3=-\infty}^{\infty} W_S W_{S+\tau_1} W_{S+\tau_2} \cdot \exp(-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)) \quad (3.7)$$

$$= \gamma_u^3 \overline{W}(\omega_1) \overline{W}(\omega_2) \overline{W}(-(\omega_1 + \omega_2))$$

$$= \gamma_u^3 \overline{W}(\omega_1) \overline{W}(\omega_2) \overline{W}^*(\omega_1 + \omega_2)$$

ここで $\overline{W}(\omega)$ は移動平均モデルの係数のフーリエ変換に対応している。

$$\overline{W}(\omega) = \sum_{s=0}^{\infty} W_s \exp(-i\omega s)$$

但し ω_1 と ω_2 とは以下のような範囲で変化する。

$$-\pi \leq \omega_1 \leq \pi \quad (3.8)$$

$$-\pi \leq \omega_2 \leq \pi$$

$$-\pi \leq \omega_1 + \omega_2 \leq \pi$$

(3. 6) 式で与えられた対称性と (3. 7) 式および (3. 8) 式を考えると、パイスベクトラムでは結局図 3-1 に示すような対称性が成立している。特に実数の定常時系列データに対しては、図 3-1 のハッチを入れた範囲のみを計算すればよいことがわかる。その他の部分のパイスベクトラムの値は、全てこの範囲から対称性を用いて求めることができる。

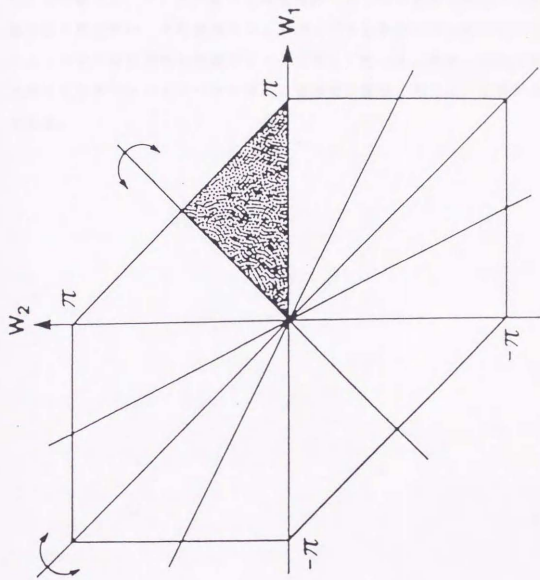


図3-1 バイスベクトラムの対称性の関係を示す。ハッチの有る部分のみが独立。

バイスペクトラムの計算方法は種々考えられる。Huber et al.(1971)や Brillinger(1965)はいくつかのバイスペクトラムの計算方法について述べている。ここでは Lii and Helland (1981) の手法を用いることにする。この方法は高速フーリエ変換 (FFT) を用いてデータを周波数面に変換し、その後 (3.7) 式によって周波数面で3つの周波数に対応する複素数の掛け算を行い、その結果をスムージングする計算手法を用いている。スムージングは正方形の領域のデータに対して行った。無論この正方形の大きさは求まったバイスペクトラムの分解能に影響するため、注意が必要である。

3. 3 バイスベクトラムの位相とウェーブレットの位相との関係

時系列データが移動平均モデルで与えられている時のバイスベクトラムは(3.7)式で与えられる。この関係式を反射法地震探査データの観測方程式に適用すると次式が得られる。

$$B_x(\omega_1, \omega_2) = \gamma_u^3 B_w(\omega_1, \omega_2) \quad (3.9)$$

ここで $B_x(\omega_1, \omega_2)$ はデータのバイスベクトラムであり、 $B_w(\omega_1, \omega_2)$ はウェーブレットのバイスベクトラムとなっている。

バイスベクトラムは複素数の値であるため、振幅の部分と位相の部分に分けて書くことにする。

$$B_w(\omega_1, \omega_2) = G(\omega_1, \omega_2) \exp(i\psi(\omega_1, \omega_2))$$

ウェーブレットも同様に振幅と位相の項に分けて書くことができる。

$$W(\omega) = H(\omega) \exp(i\phi(\omega))$$

すると(3.7)式よりバイスベクトラムの位相と、ウェーブレットの位相の間には次式の関係が成立している。

$$\psi(\omega_1, \omega_2) = \phi(\omega_1) + \phi(\omega_2) - \phi(\omega_1 + \omega_2) \quad (3.10) \\ (\text{mod } \pi)$$

ここで左辺の $\psi(\omega_1, \omega_2)$ は観測データからバイスベクトラムを求めれば推定することができる。(3.10)式はウェーブレットの位相の推定法の最も基本となる式である。この方程式を解いて $\phi(\omega)$ を推定することができれば、ウェーブレットの位相は推定できたことになる。(3.10)式を未知数である $\phi(\omega)$ に対して解くには、具体的なアルゴリズムの開発が必要になってくる。そこで以下においてはこの $\phi(\omega)$ の推定のためのアルゴリズムについて考察する。

基本方程式(3.10)式の解法のアルゴリズムは、時系列解析を目的とした統計学者によって既に2つほど示されている。一つは Brillinger (1977) によるアルゴリズムであり、原理的に(3.10)式が解法可能

あることを示したにすぎない。このため離散化された実際のデータに対しての解法のアルゴリズムを導出し、実際のデータに対して解くために必要となる初期値の与え方については本論文で検討を加える。

もう一つの方法は、Lii and Rosenblatt (1982) によって示された。このアルゴリズムは、いくつかの問題点を含んでおり決してよいとは言いがたい。さらに初期値の取扱いが不明であるため本論文で初期値の与え方を示した。またこの手法は実際のデータの場合にはほとんど適用できないことを示す。

ここで示す解法のアルゴリズムはこれら2つのアルゴリズムとは異なり、最初から離散化されたデータに対して(3.10)式の解法を考え、最小2乗法を用いるアルゴリズムであり多くのメリットを有している(Matsuoka and Ulrych, 1984)。特に実際の観測データは卓越周波数を有していると考えられるし、観測ノイズがあると考えべきである。このような状況を考えるならばこの最後の手法は(3.10)式の解法のための最も優れたアルゴリズムである。

3. 4 解法のアプローチ

Brillinger (1977)のアプローチは(3.10)式において $\psi(\omega_1, \omega_2)$ から $\phi(\omega)$ を次のような逐次的な形で導こうとする考えである。

$$\phi(\omega) = \left\{ 2 \int_0^\omega \phi(\lambda) d\lambda - \int_0^\omega \psi(\lambda, \omega - \lambda) d\lambda \right\} / \omega \quad (3.11)$$

ここでは離散化されたデータに対して、Brillingerが示したのと同様な逐次式を導出する。導出される式は、Brillingerが提案した(3.11)式の単純な離散化された式ではない。しかしながら離散データに対しては以下で導く式の方が解の精度は高い。式の導出は基本方程式(3.10)式から直接始める。

(3.10)式を以下のような範囲でたし合わせる。

$$\omega_1 + \omega_2 \leq \omega$$

$$0 \leq \omega_1 \leq \omega$$

$$0 \leq \omega_2 \leq \omega$$

すると離散化されたデータに対しては次式が得られる。

$$\sum_{\omega} \psi(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\omega} \{ \phi(\omega_1) + \phi(\omega_2) - \phi(\omega_1 + \omega_2) \}$$

いま、 $\omega_2 = \omega - \omega_1$ として上式を ω_1 に関するたし合わせの式に書き換える。

$$\sum_{\omega_1=0}^{\omega} \psi(\omega_1, \omega - \omega_1) = \sum_{\omega_1=0}^{\omega} \{ \phi(\omega_1) + \phi(\omega - \omega_1) - \phi(\omega) \}$$

さらに式の表現が簡単になるように、 $\Delta\omega = 1$ 、 $\omega_1 = i$ 、 $\omega_2 = j$ 、 $\omega = n$ とする。すると(3.10)式は次のように書ける。

$$\sum_{i=0}^n \psi(i, n-i) = \sum_{i=0}^n \{ \phi(i) + \phi(n-i) \} - (n+1)\phi(n)$$

さらに上式の右辺の第1項は、次のように書き換えられる。

$$\sum_{i=0}^n \{ \phi(i) + \phi(n-i) \} = 2 \sum_{i=0}^n \phi(i)$$

すると結局次式が得られる。

$$\sum_{i=0}^m \Psi(i, m-i) = 2 \sum_{i=0}^{m-1} \Phi(i) - (m-1)\phi(m) \quad (3.12)$$

この(3.12)式を逐次式の形に書き直すため、 $S(n)$ を次式で定義する。

$$S(m) = \sum_{i=0}^m \Psi(i, m-i) \quad (3.13)$$

(3.13)式を(3.12)式に代入すると、最終的に $\phi(m)$ は次のように書ける。

$$\phi(m) = \left[2 \sum_{i=0}^{m-1} \Phi(i) - S(m) \right] / (m-1), \quad m=2,3,\dots,N \quad (3.14)$$

ここで $n=N$ は $\omega = \pi$ に対応している。(3.14)式を見れば明らかのように、既知である $S(n)$ から $\phi(m)$ を求めるには、二つの初期値、すなわち $\phi(0)$ と $\phi(1)$ は既知でなければならない。

これらの初期値の問題については、Brillinger(1977)は何等の考察も加えていない。そこでこの初期値問題に対するアプローチは以下のような手法を用いた。まず最初の初期値は $\phi(0) = 0$ と仮定できる。その理由はウェーブレットは時間面で実関数であるため、周波数面で位相関数は偶関数となっている。そのため $\omega = 0$ での値は $\phi(0) = 0$ と仮定した。次に $\phi(1)$ を求めるために、 $\phi(N) = 0$ を仮定した。実際には $\phi(N)$ での値は次のような値を取る可能性がある。

$$\phi(N) = k\pi, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

しかしながら、これは時間面では求められたウェーブレットの純粋な時間シフトに対応している。実際 $\phi(N)$ で $k\pi$ とすると、これは線形な位相シフトを意味しており、単なる全体的な時間シフトに対応している。この仮定は以下で述べる3つのアルゴリズム全ての場合に必要である。この点は理論的にも重要であるため第3.5章でもう一度検討を加えることにする。

さて $\phi(N)$ に対する初期条件から $\phi(1)$ は次のようにして導く

ことができる。(3.12)式と(3.13)式より

$$\begin{aligned} S(m) - S(m-1) &= \left\{ 2 \sum_{i=0}^{m-1} \phi(i) - (m-1)\phi(m) \right\} \\ &\quad - \left\{ 2 \sum_{i=0}^{m-2} \phi(i) - (m-2)\phi(m) \right\} \\ &= m\phi(m-1) - (m-1)\phi(m) \end{aligned}$$

となる。よって

$$\begin{aligned} \{ S(m) - S(m-1) \} / \{ m(m-1) \} \\ = \phi(m-1)/(m-1) - \phi(m)/m \end{aligned}$$

が成立する。すると最終的に

$$\begin{aligned} \sum_{n=2}^N \{ S(n) - S(n-1) \} / \{ n(n-1) \} \\ = \sum_{n=2}^N \{ \phi(n-1)/(n-1) - \phi(n)/n \} \\ = \{ \phi(1) - \phi(2)/2 \} + \{ \phi(2)/2 - \phi(3)/3 \} + \\ \quad \dots + \{ \phi(N-1)/(N-1) - \phi(N)/N \} \\ = \phi(1) - \phi(N) \end{aligned}$$

が言えて、次式が得られる。

$$\phi(1) = \sum_{n=2}^N \{ S(n) - S(n-1) \} / \{ n(n-1) \} + \phi(N)/N \quad (3.15)$$

さて $\phi(0) = 0$ と、(3.15)式で求まる $\phi(1)$ より、最終的に $\phi(n)$ ($n = 2, 3, \dots, N$) は(3.14)式からリカーシブに求めることができる。この手法は図3-2に示すように、バイスベクト

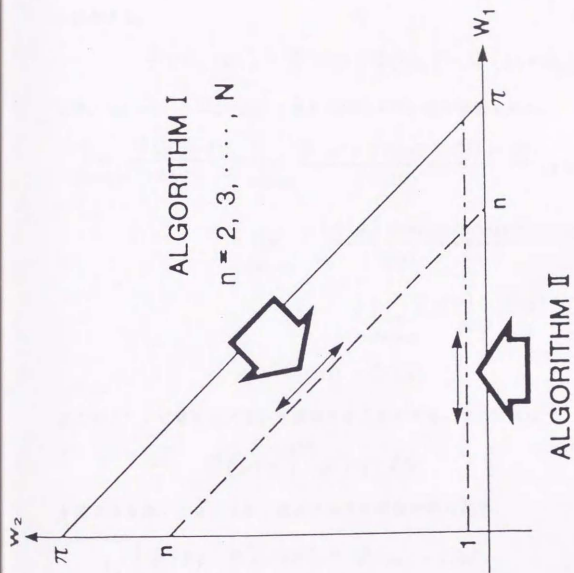


図3-2 バイスベクトル面上で示された位相推定のためのアルゴリズムA1と2。

ラムの位相データの対角要素をたし合わせることによって、 $\phi(n)$ を求めるアルゴリズムである。

次に2つ目のアルゴリズムについて考察を行う。再度(3.10)式から出発する。

$$\phi(\omega_1, \omega_2) = \phi(\omega_1) + \phi(\omega_2) - \phi(\omega_1 + \omega_2)$$

いま、 $\omega_1 = \omega$ 、 $\omega_2 = \Delta\omega$ とおき(3.10)式の極限を取る。

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\phi(\omega, \Delta\omega)}{\Delta\omega} &= \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\phi(\omega) + \phi(\Delta\omega) - \phi(\omega + \Delta\omega)}{\Delta\omega} \quad (3.16) \\ &= \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{-\{\phi(\omega + \Delta\omega) - \phi(\omega)\}}{\Delta\omega} \\ &\quad + \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\phi(\Delta\omega) - \phi(0)}{\Delta\omega} \\ &= -\phi'(\omega) + \phi'(0) \end{aligned}$$

ここで「'」は微分 $d/d\omega$ を意味することとする。すると実は

$$\phi(\omega) \equiv \int_0^\omega \phi'(\lambda) d\lambda$$

が言えるため、(3.16)式より以下の関係が得られる。

$$\int_0^\omega \{\phi'(\lambda) - \phi'(0)\} d\lambda = \phi(\omega) - c\omega$$

ここで $c = \phi'(0)$ とした。すると結局次式が得られる。

$$\phi(\omega) = \int_0^\omega \{\phi'(\lambda) - \phi'(0)\} d\lambda + c\omega \quad (3.17)$$

(3.16)式と(3.17)式より以下の関係式を得る。

$$\phi(\omega) = - \int_0^\omega \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\psi(\lambda, \Delta\omega)}{\Delta\omega} d\lambda + c\omega \quad (3.18)$$

ただしここで c は未知の定数であり以下のようにして決める。

ここでまた次の関係を仮定する。

$$\phi(\pi) = k\pi$$

(3.18)式で ω を π とすると、次式が得られる。

$$C = \left[\phi(\pi) + \int_0^{\pi} \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\psi(\lambda, \Delta\omega)}{\Delta\omega} d\lambda \right] / \pi \quad (3.19)$$

(3.18)式と(3.19)式を合わせると、パイスベクトラムの位相とウェーブレットの位相 $\phi(\omega)$ との連続形の関係式が求まる。すなわち(3.19)式の初期条件を(3.18)式に代入すれば $\phi(\omega)$ は推定できる。これが Lii and Rosenblatt (1982) によって示されたアルゴリズムである。

そこで次に(3.18)式と(3.19)式の離散化された場合の式を求めることにする。いま、 $\psi(\omega, 0) = 0$ であり、

$$\lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\psi(\lambda, \Delta\omega)}{\Delta\omega}$$

は $\Delta\omega = 1$ として $\psi(i, 1)$ と置き換えても一般性は失われない。すると(3.18)、(3.19)式は各々以下のように書き換えられる。

$$\phi(n) = -\sum_{i=0}^{n-1} \psi(i, 1) + Cn\pi/N \quad (3.20)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

$$C = \left\{ \phi(N) + \sum_{i=0}^{N-1} \psi(i, 1) \right\} / N \quad (3.21)$$

ここで $\phi(N) = 0$ または $k\pi$ とする。

このアルゴリズムもやはり2つの初期値を必要としている。しかしながら Lii and Rosenblatt (1982) はその点に関して詳しい考察を行っていない。そのため初期値の必要性を明確にし、推定のアルゴリズムの導出を非常に簡単にするため(3.10)式を $\omega_1 = i$, $\omega_2 = 1$ として書き直す。

$$\psi(i, 1) = \phi(i) + \phi(1) - \phi(i+1)$$

この式を $i = 0$ から $n-1$ までたし合わせる。すると簡単に次式が得られる。

$$\sum_{i=0}^{n-1} \psi(i, 1) = \phi(0) + n\phi(1) - \phi(n)$$

あるいは

$$\phi(n) = -\sum_{i=0}^{n-1} \psi(i, 1) + \phi(0) + n\phi(1) \quad (3.22)$$

となる。ここで $\phi(0) = 0$ でありもう一つの初期条件 $\phi(1)$ が与えられれば、全ての n にたいして $\phi(n)$ が (3.22) 式より簡単に推定できる。さらに $\phi(1)$ の初期条件は上の式で $n = N$ とし、 $\phi(N) = 0$ あるいは $k\pi$ とすれば $\phi(1)$ は求まる。

この Lii and Rosenblatt (1982) のアルゴリズムは離散化されたデータに対しては結局は (3.22) 式と同等である。(3.22) 式の導出の過程で $\Delta\omega = 1$ としたが $\Delta\omega = 2$ とすると (3.22) 式に対応する式として、次式が得られる。

$$\phi(2n) = -\sum_{i=0}^{n-1} \psi(2i, 2) + \phi(0) + n\phi(2)$$

この式より明らかに、 $\phi(1)$ 、 $\phi(3)$ 、 \dots は推定できない。つまり Lii and Rosenblatt のアルゴリズムは、データから求められるバイスベクトラムの中で、図 3-2 に示したように、直線 $(i, 1)$ または $(1, j)$ ($i, j = 0, 1, 2, \dots, N$) 上のデータのみを用いて計算される。これは Brillinger によるアルゴリズムが、データから推定できる全てのバイスベクトラムの値を用いて、ウェーブレットの推定を行っているのとは対照的である。

次に最小 2 乗法を用いて (3.10) 式を直接解く手法を示す。いま、 $\omega_1 = i$ 、 $\omega_2 = j$ とし、もう一度基本方程式 (3.10) 式から始めることとする。

$$\psi(i, j) = \phi(i) + \phi(j) - \phi(i+j)$$

ここでバースベクトラムの対称性より $i = 1, 2, \dots, N/2$ 及び $j = i, i+1, \dots, N-i$ の範囲のみを考える。

さてここで推定できる全てのバースベクトラムについて、上の式を書き下す。但し $\psi(i, 0)$ 、 $(i = 0, 1, \dots, N)$ は常に $\phi(0)$ となり、これは初期条件として既知であるとしているため除く。たとえば、それらの式の始めの幾つかは次のような式である。

$$\psi(1, 1) = 2\phi(1) - \phi(2)$$

$$\psi(1, 2) = \phi(1) + \phi(2) - \phi(3)$$

⋮

$$\psi(1, N-1) = \phi(1) + \phi(N-1) - \phi(N)$$

$$\psi(2, 2) = 2\phi(2) - \phi(4)$$

$$\psi(2, 3) = \phi(2) + \phi(3) - \phi(5)$$

⋮

$$\psi(N/2, N/2) = 2\phi(N/2) - \phi(N) \quad ; \text{if } N \text{ is even}$$

これらの方程式を全て合わせると次のような行列の形で書いた連立方程式が得られる。

$$\tilde{A} \tilde{\Phi} = \Psi$$

但し

$$\tilde{\Phi} = (\phi(1), \phi(2), \dots, \phi(N))^T$$

$$\Psi = (\psi(1,1), \psi(1,2), \dots, \psi(2,2), \psi(2,3), \dots, \psi(N/2, N/2))^T$$

であり、行列 \tilde{A} は以下のようなスパースな行列となっている。

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & | -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 - 1 \end{pmatrix}$$

ここで仮に $N=6$ の場合を考える。すると行列 \tilde{A} は具体的には以下のような行列になる。

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

これを次のようなベクトルを定義して書き直す。

$$a_1 = (2, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)^T$$

$$a_2 = (-1, 1, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 0)^T$$

$$\vdots$$

$$a_6 = (0, 0, 0, 0, -1, 0, 0, -1, -1)^T$$

$$\tilde{A} = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$$

するとこれらのベクトルは、次式を計算してみると結果は0となり線形独立ではない。

$$\sum_{\lambda=1}^6 \lambda a_{\lambda} = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 6a_6 = 0$$

つまり行列 \tilde{A} は正則な行列にはなっていない。この議論は一般的なNについても成立し、行列 \tilde{A} のランクはN-1である。

このため

$$\tilde{A} \underline{\Phi} = \underline{\Psi}$$

を簡単に解くことは不可能である。そこでこの問題点を回避するため、行列 \tilde{A} から a_6 ベクトルを取り除いた行列Aを次のように定義する。

$$A = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$$

すると元の連立方程式はA及び $\phi(6)$ を用いて次のように書ける。

$$A \underline{\Phi} + a_6 \phi(6) = \underline{\Psi}$$

ここで初期条件として $\phi(N) = \phi(6) = 0$ と仮定すると結局次式を得る。この仮定の物理的な意味については、次章で考察する。

$$A \underline{\Phi} = \underline{\Psi} \quad (3.23)$$

この議論は一般の場合に拡張できて、最終的には行列 \tilde{A} を書き直したAを用いて、(3.23)式と同じ形をした連立方程式が導ける。

すると新しい未知数のベクトルは

$$\underline{\Phi} = (\phi(1), \phi(2), \dots, \phi(N-1))^T$$

である。行列Aの大きさは、Nが奇数か偶数かで異なっており、次のような関係がわかる。

$$(N/2)^2 \times (N-1) \quad : N \text{ even}$$

$$\{(N-1)(N+1)\}/4 \times (N-1) \quad : N \text{ odd}$$

結局未知数 $\phi(i)$ に対して、スパースな行列 A を用いた連立方程式を導くことができた。するとウェーブレットの位相は最小 2 乗法を用いて求められる。

$$\hat{\Phi} = (A^T A)^{-1} A^T \Psi$$

ここで重要なのは、このアルゴリズムはデータから推定可能な全ての独立なバイスペクトラムの値を使って最小 2 乗法的にウェーブレットの位相を求めている点である。このためこの手法は実際のデータへの適用を考えると最も有効な手法である。

3. 5 初期条件とアルゴリズムに関するコメント

これら3つのアルゴリズムはどれも初期条件として $\phi(0)$ と $\phi(\pi)$ を指定しなければならない。第3.4章で述べたように $\phi(\pi)$ はゼロか $k\pi$ と仮定できる。 $k\pi$ のときは純粋に時間ズレを生じるだけである。

一方 $\phi(0)$ もゼロか $\pm\pi$ にできる。この初期条件としてゼロではなく $\pm\pi$ を使うことは、求まったウエーブレットの符号は反転するがアルゴリズムはこの初期値に依存しているため、正しく与えることが重要である。しかしながら $\phi(0)$ の値は $B(0, 0)$ が正しく求めれば (3.10) 式より $\phi(0)$ も正しく決めることができる。このため $\phi(0)$ の初期値に関しては任意性は残らない。そこで具体的な計算はいつも $\phi(0) = 0$ とし、バイスベクトラム $B(0, 0)$ での位相の値によって時間面で推定されたウエーブレットの符号を変えた。つまり推定されたウエーブレットの符号については、ここで開発したバイスベクトラムを用いる推定法では任意性はない。

これら3つのアルゴリズムの基本的な違いについてここで検討しておく。Brillinger(1977)によるアルゴリズムは、独立なバイスベクトラムの値を用いてウエーブレットの位相を逐次的な方法で求める手法である。そのためデータから推定されたバイスベクトラムの誤差に敏感である。特に初期条件としての $\phi(1)$ の値が含む誤差には敏感であると考えられる。

Lii and Rosenblatt (1982) のアプローチは、 $\psi(i, 1)$ または $\psi(1, j)$ 、 $(i, j = 0, 1, \dots, N)$ の値しか用いていない。つまりデータから推定可能なバイスベクトラムのほんの一部の値しか用いていない。これは周波数帯が制限された場合には致命的な欠点となってくる。

本論文で新たに開発した手法は観測データから推定できる全ての独立なバイスベクトラムの値をもとに、未知数に対して最小2乗法を用いて解いている。この手法では初期条件は必然的に連立方程式に組み込まれており、 $\phi(1)$ を別に推定する必要はない。さらに逐次的な解法でなく、すべての未知数を同時に最小2乗法で解いているため、バイスベクトラムの推定誤差に対しても比較的強い。

3. 6 計算例

次にこれら3つのアルゴリズムを比較検討するためテストデータを用いてウエーブレットの推定を行った。始めはLii and Rosenblatt (1982) が用いた簡単なウエーブレットの例で比較した。次により現実的である周波数帯が制限された場合に対応するデータに対して適用を試みた。

まず次のようにしてテストデータを作成した。確率分布が典型的な非正規分布である指数分布に従うような反射係数列データ u_k を作成した。この時

$$E[u_k] = 0, \quad E[u_k^2] = 1, \quad E[u_k^3] = 2$$

とした。この反射係数列に対して最小位相のウエーブレットと、最小位相ではなくミックスドフェイズのウエーブレットをコンボリューションしてテストデータを作成した。この例を図3-3に示す。

これらのウエーブレットは最小位相では

$$(1.0, -0.833, 0.167)$$

であり、ミックスドフェイズの場合は以下のような非常に簡単な3ポイント長のウエーブレットを用いた。

$$(1.0, -3.50, 1.50)$$

これら2つは無論同じ振幅スペクトラムを持っている。

このテストデータに対して、Lii and Helland (1981) のプログラムを用いて164サンプルのデータを5レコード用いてバイスペクトラムの推定を行った。図3-4にこの両者のデータをもとに3つのアルゴリズムを用いて推定したウエーブレットを示す。また $\hat{\phi}(\omega)$ の値に対する初期条件の任意性より、推定されたウエーブレットは必要であれば時間シフトさせてある。図3-4よりわかるようにこれら3つのアルゴリズムは、このような簡単な場合には充分満足できるウエーブレットの推定を行うことができる。

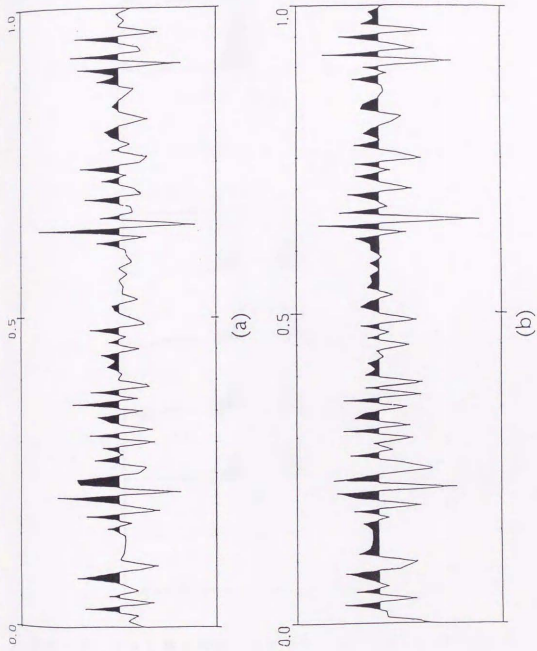
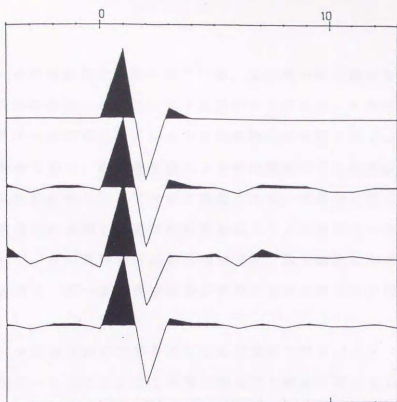
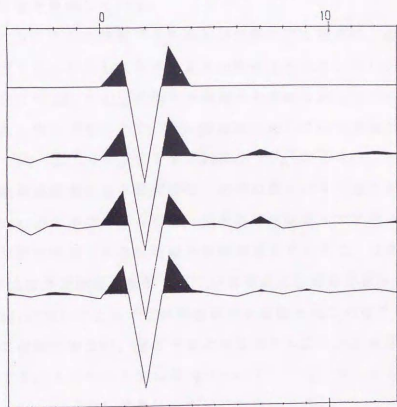


図3-3 シミュレーションスタディに使用したデータの最初の10
0サンプル。(a)は最小位相のウエアプレットの場
合、(b)はミックスドフェイズの場合を示す。



(a)



(b)

図3-4 (a) 最小位相のウェーブレットに対して3つのアルゴリズムを用いて推定したウェーブレットの結果を示す。最初のトレースは真のウェーブレット。トレース2, 3, 4は使用したアルゴリズム1, 2, 3に対応。

(b) は(a)と同様で、入力のウェーブレットがミックスドフェイズの場合を示す。

次にデータの周波数が制限されている、より現実的な場合を考える。この場合の代表的な例はパイロサイスのデータである。またそれ以外にも、取得されたデータのウェーブレットの周波数帯は制限されていると考えた方がよい場合も多い。地下を伝播してきた地震波のうち高周波数成分は一般的に低周波数成分に比べて大きく吸収される。そのため得られたデータは低周波数成分が卓越し、高周波数成分はノイズに隠れている。そのため取得されたデータの高周波数成分の領域では、地下構造に対する情報は含まれていないと考え、データの周波数帯が制限されたと考える手法の確立が重要である。

入力データの周波数が制限されていると推定できるバースベクトラムの範囲は、図3-5に示すように非常に限られた範囲になってしまう。この図で ω_L と ω_H は各々帯域が制限された周波数のローカットとハイカットの周波数の値を意味している。

バースベクトラムの推定できる範囲が制限された場合は、位相成分の推定のアルゴリズムに対して非常に大きな影響を与える。Brillingerによる手法は、 $\omega = \omega_L + \omega_H$ の条件を満足する直線に沿ってバースベクトラムの値をたし合わせることで $\phi(\omega)$ を推定した。このため図3-5より明らかのように、 $\phi(\omega)$ を推定できる範囲は ω_B から ω_H までである。このため低周波数側のある範囲では、位相の推定は不可能である。すなわちBrillingerのアルゴリズムでは、周波数帯が制限されたデータの場合には未知数の数が使用できる対角成分の数を越えてしまう。つまりBrillingerによる手法は周波数帯が制限されている場合には適用できない。

LiiとRosenblattによる手法は周波数帯が制限されているデータに対しては明らかに適用できない。図3-5よりこのアルゴリズムを適用する場合に必要なバースベクトラムの $\psi(i, 1)$ 、 $\psi(1, j)$ 、 $(i, j = 0, 1, \dots, N)$ の値は全てゼロとなっている。

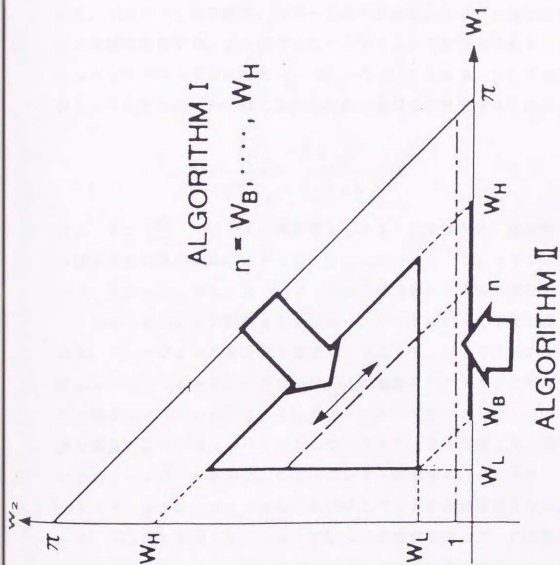


図 3-5 周波数が制限されたデータに対して位相推定に必要なバ
イスベクトラムの範囲を示す。

本論文で示した手法は(3.23)式の線形連立方程式を解いて、 $\hat{\phi}(\omega)$ を求めた。これは入力データの周波数帯が制限されているような場合には、(3.23)式の行列Aの係数を修正し、初期条件に対応して $\hat{\phi}(\omega_H) = 0$ を仮定すればよいだけである。すると(3.23)式は周波数のバンド幅 $\omega_H - \omega_L$ 、特に ω_L によって方程式の数が未知数の数より多い場合か、少ない場合に分かれる。未知数の数は $\omega_H - \omega_L$ である。一方推定できるバースペクトルの数は、図3-5からわかるように中に描かれた三角形の面積に比例する。さらにバースペクトラムの対称性を考慮すると、独立なバースペクトラムの数は $\frac{1}{4}(\omega_H - 2\omega_L)^2$ となる。そこで単位周波数を Δf とすると、未知数と方程式の数の比は次の式で与えられる。

$$L \equiv \frac{(f_H - 2f_L)^2}{4(f_H - f_L)\Delta f}$$

但し $f = \frac{\omega}{2\pi}$ とする。通常考えられるような場合は、未知数よりも方程式の数の方が多い。たとえば、 $f_H = 50 \text{ Hz}$ 、 $f_L = 10 \text{ Hz}$ とし、 $\Delta f = 2 \text{ Hz}$ としても、 $L \cong 3$ となり充分最小2乗法は適用できる。

このようなバンドが制限されたウエーブレットに対して位相の推定を試みた。ウエーブレット長さは10ポイントとした。このウエーブレットの振幅スペクトラムを図3-6に示す。この振幅スペクトラムに対応する最小位相のウエーブレットと、ミックスドフェイズのウエーブレットを作り、反射係数列にコンボリューションしてテストデータを作成した。図3-7にこのテストデータを示す。ウエーブレットの推定は、360サンプルのテストデータ10レコードをもとにバースペクトラムの推定を行い、 $\omega_L = 3$ 、 $\omega_H = 16$ として、ウエーブレットの推定を行った。その結果を図3-8に示す。これら2つのデータセットに対して観測ノイズの影響を知るため、各々20%の付加ノイズを加えた。結果は、ノイズが加わらなかった場合と比較してほとんど差は見られなかった。これはおそらくバースペクトラムを推定するときに行うスムージングによって、このようなノイズの軽減効果が非常に大きい為であると考えられる。図3-8には周波数が制限されてかつノイズが加わった例も示す。

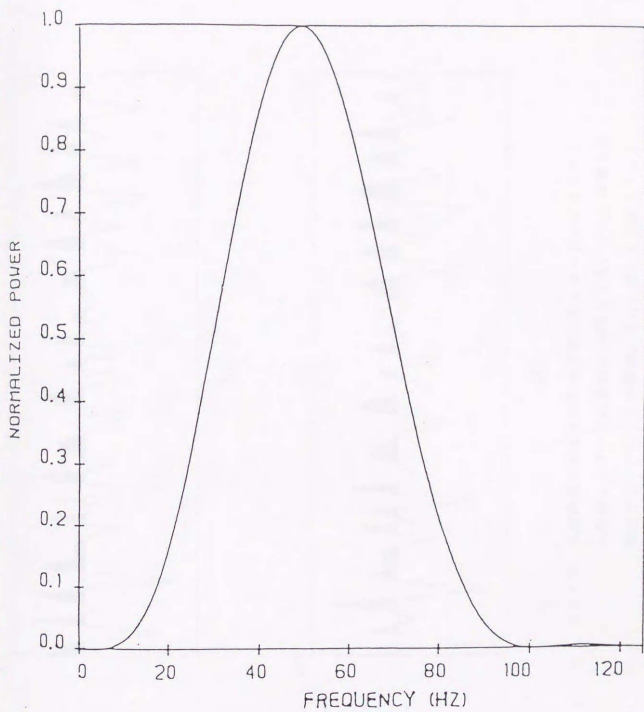
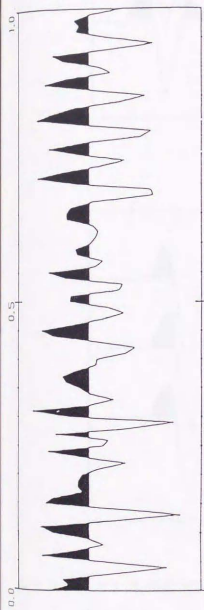
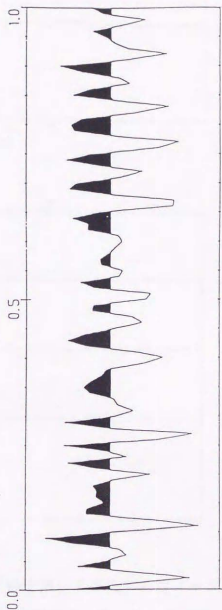


図3-6 周波数帯が制限された場合のシミュレーションスタディ
に使用したウェーブレットの周波数特性を示す。

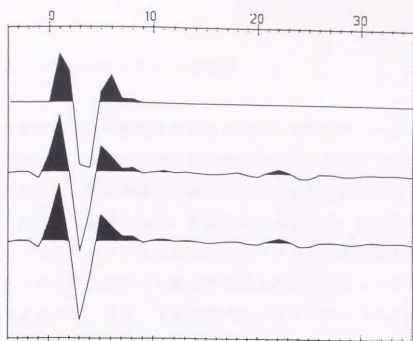


(a)

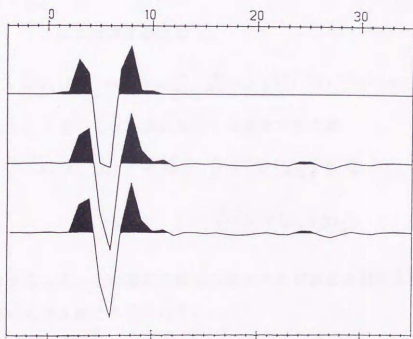


(b)

図3-7 周波数帯が制限された場合のシミュレーションスタディ
 に使用したデータの最初の100サンプル。(a)は最小位
 相のウェーブレットの場合、(b)はミックスタフエィ
 ズの場合を示す。



(a)



(b)

図3-8 (a) 本研究で開発された手法を用いて推定したウェーブレット。

最初のトレースは最小歪相の真のウェーブレットを示す。2番目のトレースは入力データに対してノイズを含まないデータの結果であり、最後のトレースは入力データが20%のノイズを含むような場合の結果を示す。

(b) は (a) と同様で真のウェーブレットがミックスドフェイズの場合を示す。

3. 7 トリスベクトラムへの拡張

いままでは3次の統計量のものに着目してきたが、一般にはそれ以上の高次のスペクトラムの利用も充分考えられる。これは Hosken(1980) が指摘したように、反射係数列の確率分布のどがり (kurtosis) が大きい点に着目した手法と考えられる。具体的には4次のオーダーのスペクトラムである、トリスベクトラムを用いたウエーブレットの位相の推定手法である。トリスベクトラムに対して最小2乗法を適用し、ウエーブレットの位相を推定する手法は、第3. 4章で述べたバイスペクトラムの手法の単純な拡張として式の導出が行える。そこでここではトリスベクトラムの場合の基本方程式と最初のアルゴリズムに対応する解法に必要な具体的な結果のみを述べる。

(3. 7) 式に対応する式は

$$T(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = Y_{\alpha}^4 W(\omega_1) W(\omega_2) W(\omega_3) W^*(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$$

であり、(3. 10) 式に対応する基本方程式は

$$\begin{aligned} \psi(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= \phi(\omega_1) + \phi(\omega_2) + \phi(\omega_3) \\ &\quad - \phi(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \pmod{\pi} \end{aligned}$$

で与えられる。この基本方程式の逐次的な解法の連続形及び離散化された場合の式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi(\omega) &= \frac{2}{\omega^2} \left[3 \int_0^{\omega} (\omega - \lambda) \phi(\lambda) d\lambda \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\omega} \int_0^{\omega - \lambda} \psi(\lambda, \nu, \omega - \lambda - \nu) d\nu d\lambda \right] \\ \phi(m) &= \frac{2}{(m+1)(m+2) - 6} \left[3 \sum_{k=0}^{m-1} (m-k+1) \phi(k) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^{m-k} \psi(k, l, m-k-l) \right], \quad m=2, 3, \dots, N \end{aligned}$$

この場合も2つの初期条件が必要であるが、これらはバースベクトラムの場合と同様に次式で定義される $S(n)$ を用いて推定できる。

$$\begin{aligned} S(m) &\equiv \frac{1}{3} \sum_{i=0}^m [\psi(i, m-1, 0) \\ &\quad + \psi(i, 0, m-1) + \psi(0, i, m-1)] \\ &= 2 \sum_{i=0}^{m-1} \phi(i) - (m-1)\phi(m) + m\phi(0) \end{aligned}$$

具体的には上式で $n=N$ を考え、 $S(n)$ の差を計算することで初期条件は決まる。

3. 8 バイプロサイスデータへの適用例

次にここで開発した手法の実際のデータへの適用例を考える。適用したデータは第2. 3章「反射係数列と分解能」において使用したのと同じデータである。第2. 3章においては実際の検層記録をもとにゼロ位相のバイプロサイス震源を仮定して合成地震記録を作成した。このデータを再度図3-9に示す。

さてバイプロサイスデータは周波数帯域が制限されているため、ウェーブレットの推定にはここで開発した推定アルゴリズムしか適用することができない。そこでこの合成地震記録を入力として、最小2乗法を用いて位相の推定を行い、さらに振幅スペクトラムと組み合わせて、ウェーブレットの推定を行った。使用したデータ長は448個で、64個のデータ毎にFFTを適用した。推定された結果を図3-10に示す。

第3. 5章で述べたようにこの推定法は2つの初期条件を必要としており、この値によって推定されたウェーブレットは純粋な時間ズレを生じる場合がある。そのためここではウェーブレットが推定された後、最大値が0. 2秒の所に来るように表示してある。図3-10(a)は合成地震記録を作成するのに用いたゼロ位相のウェーブレットを示す。さらに図3-10(b)にはここで開発した手法によって推定されたウェーブレットを示す。

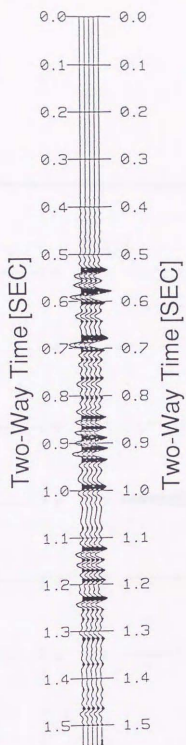


図3-9 バイブロサイズデータのウェーブレットをゼロ位相と考え、
坑井検層ログをもとに作成した合成地震記録。

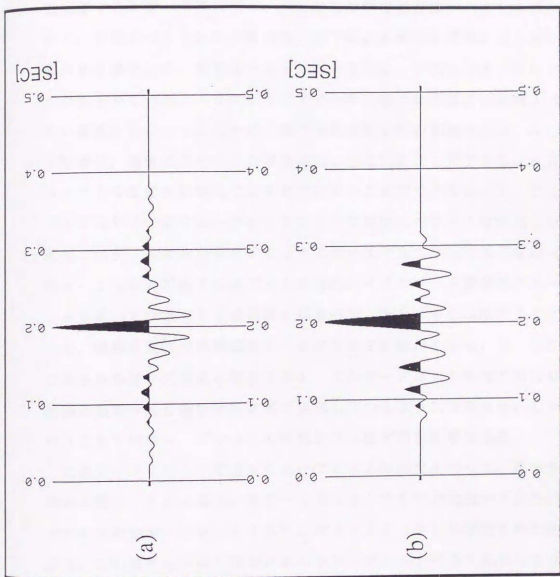


図 3-10 (a) ゼロ位相のバイブロサイデータのウエーブレット。
 (b) ここで開発された手法を用いて推定されたウエーブレット。

図3-10に示したように、推定されたウェーブレットはほぼゼロ位相であり、最大ピークの位置から離れると多少振動する様子を示すが、基本的には入力ウェーブレットを充分再現している結果と考えられる。そこで次にゼロ位相ではない波形についても、正しく推定が出来るかどうか検討することにする。

第2、3章で述べたように地表近傍で生成されたウェーブレットは地下を伝播するに従って変形する。この変形の影響は振幅スペクトルばかりでなく、位相スペクトルにも表れる。地下の非弾性的な性質による吸収の影響がある場合には、振幅スペクトルばかりでなく位相も大きく変化することが知られている。パイロサイスデータの場合には震源の振幅スペクトルが事前にわかっているため、地下での波形変形の振幅スペクトルに対する影響は、通常のスเปクトル推定法によって知ることができる。一方位相スペクトルの変形に関しては今までは知ることができなかった。ここではパイロサイスのウェーブレットにおいて振幅スペクトルは変化しないが、位相スペクトルのみが変化するような場合を考えて手法の適用を行った。図3-11に位相が90度ずれた場合のパイロサイス震源のウェーブレットを用いて作成した合成地震記録を示す。図3-9と比較することによって、位相の変化が地震探査データに及ぼす影響がわかる。0.7秒の所に見られる強い反射波に着目すると、このデータはゼロ位相の場合の合成記録をあたかも正負を逆転させて図示しているようにも見える。しかしながらこれらはウェーブレットの位相が90度ずれた影響である。

このデータに対して同様にウェーブレットの推定を行った。推定された結果を図3-12に示す。図3-12(a)は90度位相がずれたパイロサイスのウェーブレットであり、図3-12(b)は推定された結果である。この場合もやはり推定されたウェーブレットは多少振動しているが、明らかにゼロ位相ではなく90度に近い位相ズレが存在していることがわかる。この合成地震記録に対するウェーブレットの推定結果は、ここで開発した手法が、実際のデータに対しても充分有効であろうことを示唆していると考えられる。

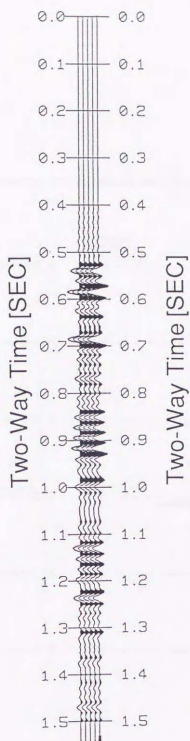


図3-11 バイプロサイズデータのウェーブレットの位相が90度ずれていると考え、坑井検層ログから作成した合成地震記録。

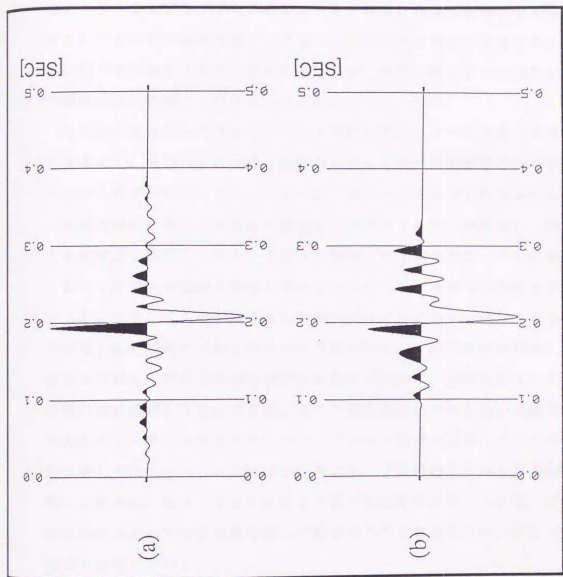


図 3-1-2 (a) 90度位相がずれたバイプロサイデータのウェーブレット。
 (b) ここで開発された手法を用いて推定されたウェーブレット。

合成地震記録の比較的単純な例に対する結果をふまえ、次に実際に観測されたパイロサイスのデータに対してウエーブレットの推定を試みた。推定に使用した実データは第2章の図2-6に示した記録のCDP番号151から200までを用いた。これを図3-13に再度示す。

図3-13に示されたデータをもとにウエーブレットの推定を行った。推定されたウエーブレットを図3-14に示す。この波形変形の影響は振幅スペクトラムばかりでなく位相スペクトラムにも見られると考えられる。図3-14はゼロ位相の波形ではない。このように震源で生成された地震波は地下を伝播する途中で波形変形を受け、実際に観測された波形の位相は震源の位相と同じとは考えられない。

次にこの推定されたウエーブレットを用いて、ウエーブレット処理の適用を考える。希望波形は現場で取得されたのと同じ周波数帯を持つゼロ位相のクラウドウエーブレットとした。図3-14に示したウエーブレットを基本波形と考えてそれを希望波形に戻すフィルターを設計し、図3-14の推定したウエーブレット自身に適用した結果を図3-15に示す。このフィルターを実際の記録に適用しウエーブレット処理した結果を図3-16に示す。さらにゼロ位相のパイロサイスのウエーブレットを用いて作成した合成地震記録を挟み込んで図示した。この合成地震記録と処理結果を比較し、結果の精度の検討が可能であるのは、希望波形としてゼロ位相の波を設定したためである。そこで高分解能化処理に用いた図3-13の入力データと比較すると、ウエーブレット処理の結果、データの分解能は著しく向上したことがわかる。特に0.68秒の所に見られる非常に強い反射波は、図3-13と比較して単一の反射波になっている。この結果は挟み込まれた合成地震記録と比較すると明らかのように、正しい地下構造を表現している。

このようにここで開発された手法を用いることによって、陸上の反射法地震探査データに対する、ウエーブレット推定の道が開かれ、ウエーブレット処理の適用の可能性が示された。またパイロサイスのデータにおいても位相情報も含めたウエーブレットの推定問題は必要であり、単純に観測されたウエーブレットはゼロ位相とする考えは正しくないことが判った。

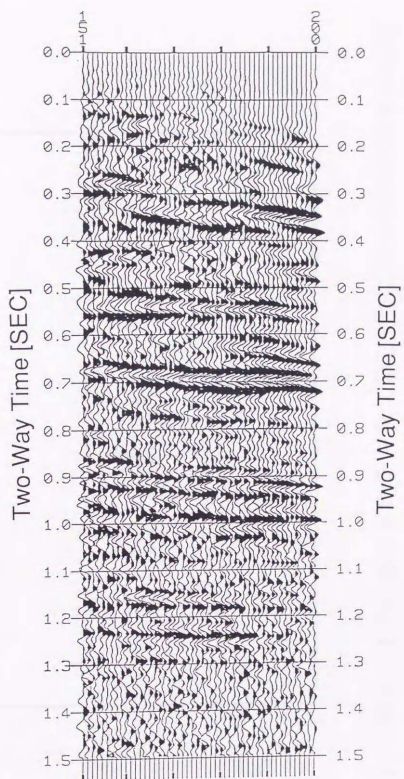


図 3-13 ウェーブレットの推定に用いた入力データ。

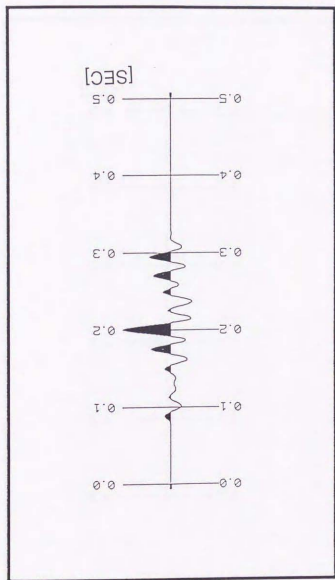


図3-14 図3-13に示されたデータに対してここで開発された手法を用いて推定されたウエーブレット。ゼロ位相とはなっていない。

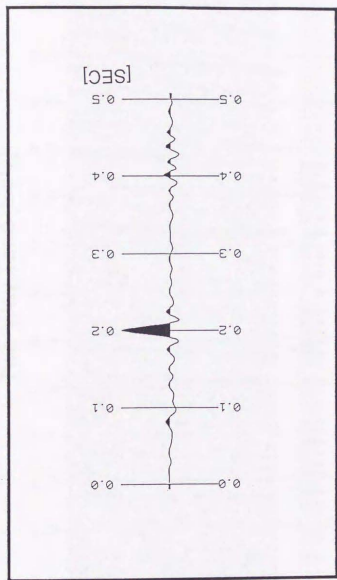


図3-15 推定されたウエーブレットに対してパルスに戻すフィルタを適用した結果。周波数帯が制限されているため完全なパルスには戻らない。

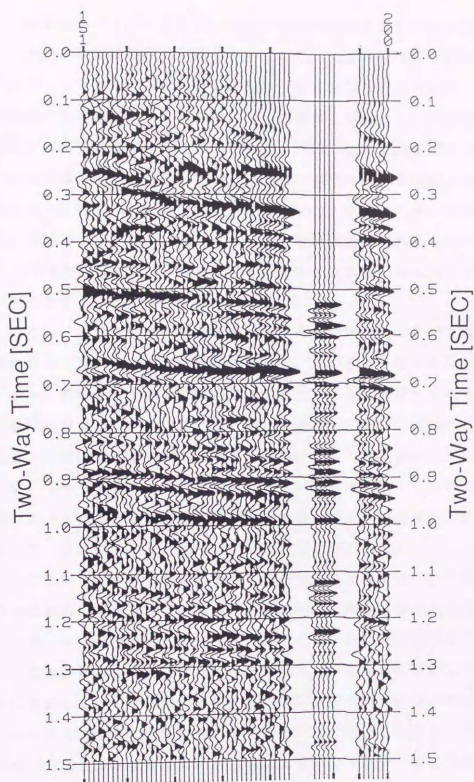


図3-16 推定されたウェーブレット（図3-14）を基本波形と考え、入力データに対してウェーブレット処理を施した結果。分解能が向上し合成地震記録との対比も明確である。特に0.68秒に見られる反射波と合成地震記録との対応は著しく向上した。

3. 9 結論及び今後の展望

この章ではバースベクトラムを用いた反射法地震探査データのウェーブレットの位相推定問題を考察した。ここで示した手法は統計的な手法でウェーブレットから最小位相の仮定を取り除く最初の試みである。位相推定の具体的なアルゴリズムとしては3つの場合を検討した。そのうち2つは連続形での式は既に与えられていたが、実際の推定に必要な離散化された式の導出を行なった。またその過程で初期条件の重要性和結果の任意性に対して詳細な検討を加えた。さらにテストデータに対する計算例の結果、実際のデータにおいてしばしば生じる周波数帯が制限された場合では、ここで開発された最小2乗法を用いるアルゴリズムしか適用できないことが明らかとなった。

さらにバイプロサイズ震源を用いた実データに対してここで開発した手法によってウェーブレットの推定を行い、これを基本波形と見なしたウェーブレット処理を施した。この処理結果と合成地震記録を比較すると、記録の分解能は向上し、より真の地下構造を表現していると思われる。今まで陸上の地震探査記録に対しては基本波形の直接的な観測が不可能であったため、ウェーブレット処理が適用できないでいた。しかしながらここで開発された手法はバイプロサイズデータを含む陸上での地震探査法データに対して、ウェーブレット処理の可能性を開いたと考えられる。

ここで用いた手法は周波数面で位相の情報を推定する手法であった。そのため基本的にはサンプルの個数と同じ数の未知数を推定する必要が生じてくる。一方時間面において時系列解析で用いられる移動平均モデルを考え、この係数を直接推定する方法を考えれば推定する未知数はデータの個数に比較して非常に少数でよい。そのため推定された結果は時間面でのアプローチの方がより安定であると想像される。しかしながらこの手法では、非線形方程式の解法が必要となるため具体的なアルゴリズムは未だ開発されていない。今後はこのような時間面での統計的なウェーブレットの推定法の開発が期待される。