

極低温小型冷凍機における
非定常流体力振動にともなう熱輸送現象
に関する研究

堀 田 孝 明

極低温小型冷凍機における
非定在波流体振動にともなう熱輸送現象
に関する研究

平成7年12月

稲田 孝明

論文の内容の要旨

論文題目 極低温小型冷凍機における非定在波流体振動にともなう
熱輸送現象に関する研究

氏名 稲 田 孝 明

固体壁で構成された流路内における物体の振動は、しばしばその振動方向の熱輸送現象を誘発することが知られている。このような熱輸送現象は、振動する物体が固体であるか、液体であるか、気体であるかによって三種類に分類できる。気体に関しては一般にその圧縮性を無視することができないので、気体振動にともなう熱輸送現象においては、気体の圧力変動と変位振動の位相差が現象の特性に大きな影響を与える。本論文では、圧力変動と変位振動の位相が一致した振動を定在波と呼び、圧力変動と変位振動の位相が 90° ずれている振動を進行波と呼ぶ。しかし現実的には、純粋な定在波あるいは進行波はほとんど存在しない。一般的な気体振動のうち、その振動にともなう熱輸送現象の特性が定在波によって理解できる場合の振動を、便宜上ここでは定在波振動と呼んでいる。これに対して、進行波成分が熱輸送現象に及ぼす影響を無視できない場合の振動を、非定在波振動と呼ぶ。本論文では、物体の振動にともなう熱輸送現象のうち、特に気体の非定在波振動にともなう熱輸送現象を扱う。非定在波振動にともなう熱輸送現象は、そのほかの固体振動、液体振動、気体の定在波振動に

ともなう熱輸送現象に比べて複雑であり、理解しにくい。工学的見地から見ると、非定在波振動にともなう熱輸送現象は極低温小型冷凍機において頻りに現れる。あるときは熱損失として問題となり、またあるときには寒冷発生に不可欠な低温部分から高温部分への熱輸送を実現する。このような非定在波振動にともなう熱輸送現象の特性を把握することは、小型冷凍機の効率を向上させる上で非常に重要であるにもかかわらず、現時点では十分な理解が得られているとはいえない。そこで本論文においては、小型冷凍機内で問題となる非定在波振動にともなう熱輸送現象の例として、特にディスプレイサ型冷凍機におけるシャトル熱損失、ダブルインレット型パルス管冷凍機内の伝熱現象の二つを取り上げ、それぞれの現象についての特性を把握し、非定在波振動にともなう熱輸送現象を考察する手法を示すことを目的としている。

まず流体の振動にともなう熱輸送現象を、いくつかの仮定のもとで、もっとも簡単な平行二平板間流路の系について線形熱音響理論を用いて解析し、いくつかの極限的狀況での解を示すことによって、現象の特性を明らかにした。さらに流体振動にともなう熱輸送現象の直感的理解を助けるために、流体の速度変動の位相と、流体から固体壁へ流れる移動熱量の大きさが振動する位相との位相差を導入し、この位相差をいくつかの極限的狀況で求めて位相差と熱輸送の方向との相関を明らかにした。

次に、非定在波振動にともなう熱輸送現象の例として、ディスプレイサ型冷凍機に特有のシャトル熱損失について検討を行った。シャトル熱損失は冷凍機の冷凍能力に対して無視できない量の損失であることは従来から知られていたが、その現象の複雑さのゆえに、これまで厳密に検討された例はない。シャトル熱損失とは、軸方向に温度勾配を有するシリンダー内でディスプレイサと称する固体円筒が周期的に振動し、さらにシリンダーとディスプレイサの間の薄い間隙で気体が圧力変動をともなって振動する系で起こる熱輸送現象に起因する熱損失である。シャトル熱損失は固体振動、気体の定在波振動、気体の非定在波振動が達成した系での熱輸送現象として位置づけることができ、気体の圧力変動の影響まで考慮するとその解析は非常に難しくなる。本論文では、線形熱音響理論を用いることによって、これまで無視されていた気体層の圧力変動の影響を考慮してシャトル熱損失の解析を行い、ギホード・マクマホン

(GM) 冷凍機にこの計算を適用した。計算結果から、気体層の圧力変動が熱損失に及ぼす影響が決して無視できないことを示し、またいくつかのパラメータを変化させて計算を行うことにより、シャトル熱損失の基本的な特性を明らかにした。さらに計算結果からシャトル熱損失の低減方法を考察し、シリンダー内壁あるいはディスプレイサ外壁に厚さ数百 μm の薄い断熱被覆層を設けることによって、シャトル熱損失の大幅な低減が可能であることを示した。その一方で、気体の圧力変動の影響を含めてシャトル熱損失を測定する方法を新しく提案し、GM冷凍機を使って実際に測定を行った。測定結果と先の計算結果を比較したところ、熱損失の運転周波数依存性など、定性的には一致する傾向が得られ、線形熱音響理論によるシャトル熱損失の解析方法の有効性を示すことができた。

最後に、非定在波振動にともなう熱輸送現象の例として、オリフィス・ダブルインレット型パルス管冷凍機内の伝熱に関する検討を行った。パルス管冷凍機はディスプレイサを持たない新型の小型冷凍機であり、冷凍部分に機械的な振動要素がないために、高信頼性の冷凍機として実用化が期待されている。現在開発が進んでいるパルス管冷凍機では、パルス管高温端に付随する位相制御機構によって作動流体の振動の位相を制御し、積極的に非定在波振動を発生させ、それにともなう熱輸送現象を寒冷発生に利用している。オリフィス・ダブルインレット型冷凍機はパルス管冷凍機のうちでもっとも実用化に近いものであるが、この冷凍機の位相制御に関する知見は非常に少ない。作動流体の振動の位相は、寒冷発生だけでなく熱損失とも大きな関連を持つ。今後、実用化に向けてパルス管冷凍機の効率を改善していくためには、位相制御に関する基礎的な知見を得ることが重要である。そこで本論文では、熱線流速計を用いて、位相制御機構であるオリフィスバルブ、バイパスバルブでの作動流体の質量流速変動を測定し、オリフィス・ダブルインレット型冷凍機の位相制御特性と冷凍性能の関連を調べた。その結果、バイパスバルブの位相制御によりパルス管高温端での流体振動の位相を遅らせることが可能なこと、この位相の遅れが冷凍性能の向上につながること、また冷凍性能を向上させるためには、パルス管高温端での流体振動の位相と振幅の両者を最適化する必要があることなどがわかった。さらに熱線流速計によってバル

ス管内の流速変動を測定し、パルス管高温端での位相制御がパルス管低温端での流体挙動にどう反映するかを調べた。この測定結果から、まずパルス管内の流体振動は通常大きな乱れをともなっていることがわかった。オリフィスバルブによる位相制御はパルス管低温端での流体振動の位相を遅らせる効果があるが、同時に低温端での流速振幅の増大による蓄冷器効率の低下をもたらすことも確認できた。このことはオリフィスバルブのみによる位相制御の限界を示唆している。これに対し、バイパスバルブの位相制御は、パルス管低温端の流体振動の位相をある大きさに保ったまま、流速振幅の大きさを抑制する効果を持つことが確かめられた。このことはバイパスバルブによる位相制御効果の有効性を表している。また、冷凍機内の非定在波振動にともなう熱輸送現象の特性を考察し、パルス管の設計指針を与えるために、蓄冷器高温端での圧力振幅の大きさが一定の条件で、パルス管寸法を系統的に変えた性能測定を行った。その結果、一般的に用いられるパルス管寸法の範囲内においては、パルス管の縦横比によらずパルス管体積によって冷凍性能がおおむね整理できることがわかった。

目次

目次	i
主な記号	v
第1章 序論	1
1.1 極低温小型冷凍機	2
1.1.1 低温工学の歴史	2
1.1.2 極低温小型冷凍機の発展とその必要性	3
1.1.3 スターリング冷凍機	7
1.1.4 GM冷凍機	7
1.2 流体振動にともなう熱輸送現象の概説	11
1.2.1 系統分類	11
1.2.2 固体振動にともなう熱輸送現象	15
1.2.3 液体振動にともなう熱輸送現象	17
1.2.4 気体振動にともなう熱輸送現象	17
1.3 シャトル熱損失に関する従来の研究	23
1.3.1 シャトル伝熱	23
1.3.2 シャトル熱損失	34
1.4 パルス管冷凍機に関する従来の研究	35
1.4.1 パルス管冷凍機の種類	35
1.4.2 ベーシック型パルス管冷凍機	37
1.4.3 オリフィス型パルス管冷凍機	42
1.4.4 改良型パルス管冷凍機	46
1.4.5 オリフィス型および改良型パルス管冷凍機の解析	49

1.5 本研究の目的と内容	52
第2章 流体振動にともなう熱輸送現象の定性的理解	54
2.1 はじめに	55
2.2 非粘性流体の伝熱解析	56
2.2.1 解析のモデル	56
2.2.2 流体振動にともなう熱輸送の概念	58
2.2.3 温度変動	60
2.2.4 熱輸送量	62
2.3 熱輸送現象の特性	64
2.3.1 位相差の導出	64
2.3.2 ケース1；圧力変動が小さい場合	66
2.3.3 ケース2；温度勾配がない定在波振動の場合	70
2.3.4 ケース3；温度勾配がない進行波振動の場合	72
2.3.5 非定在波振動にともなう熱輸送現象の考察	78
2.4 まとめ	80
第3章 シャトル熱損失	81
3.1 はじめに	82
3.2 シャトル熱損失の解析	84
3.2.1 解析手法	84
3.2.2 計算結果および考察	102
3.2.3 シャトル熱損失の低減方法	112
3.3 シャトル熱損失の測定	118

3.3.1 測定方法	118
3.3.2 測定装置	120
3.3.3 測定結果	123
3.4 まとめ	128
第4章 オリフィス・ダブルインレット型バルス管冷凍機	129
4.1 はじめに	130
4.2 位相制御機構の考察	133
4.2.1 オリフィス、バイパス配管内流速測定	133
4.2.2 線形熱音響理論による位相制御機能の計算	150
4.3 バルス管内の流れ	156
4.3.1 バルス管低温端の位相	156
4.3.2 冷凍機不安定性とバルス管内流れの関係	170
4.4 バルス管寸法が冷凍性能に及ぼす影響	174
4.4.1 バルス管寸法影響の測定	174
4.4.2 線形熱音響理論によるバルス管寸法影響の計算	186
4.5 まとめ	190
第5章 結論	192
付録 気体層内の伝熱を考慮したシャトル伝熱の解析	195
A.1 はじめに	196
A.2 解析手法	197

A.3 計算結果	203
A.4 まとめ	208
参考文献	209
謝辞	218

主な記号

A : 面積 [m^2]

a : 音速 [m/s]

C_p : 定圧比熱 [$\text{J}/(\text{kgK})$]

C_v : 定積比熱 [$\text{J}/(\text{kgK})$]

c : 比熱 [$\text{J}/(\text{kgK})$]

D : シリンダー直径, パルス管内径, 管直径 [m]

d : 管直径, 線径 [m]

E : 流速計出力 [V]

F : 形態係数

Fo : フーリエ数 [無次元数]

f : 周波数 [Hz]

H, \dot{H} : 単位時間当たりのエンタルピー流量 [W]

h : 熱伝達率 [$\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$], または比エンタルピー [J/kg]

I : 単位時間当たりの仕事流量 [W], または電流 [A]

i : 虚数単位

K : 単位時間当たりの運動エネルギー流量 [W]

k : 熱伝導率 [$\text{W}/(\text{mK})$]

L : ディスプレーサ長さ, パルス管長さ, 長さ [m]

l : 長さ, 目開き [m]

\dot{m} : 質量流速 [kg/s]

\dot{m}_{av} : 質量流速の絶対値の一周期平均 [kg/s]

\dot{m}_0 : 単位面積当たりの質量流速 [$(\text{kg/s})/\text{m}^2$]

Nu : ヌセルト数 [無次元数]

P, p : 圧力 [N/m^2]

Pr : プラントル数 [無次元数]

p : ピッチ

Q : 単位時間当たりの熱流量 [W]

Q_{cond} : 熱伝導損失 [W]

- Q_{sh} : 単位時間当たりのシャトル伝熱量, またはシャトル熱損失量 [W]
- q : 熱流束 [W/m^2]
- R : 電気抵抗 [Ω]
- Re : レイノルズ数 [無次元数]
- r : 半径 [m]
- S : ディスプレーサストローク (全振幅) [m]
- s : 比エントロピー [$J/(kgK)$]
- T : 温度 [K]
- t : 時刻 [s], または肉厚 [m]
- u : 速度 [m/s]
- v : 速度 [m/s]
- V : 体積 [m^3]
- α : 温度伝導率 [m^2/s]
- β : 等圧膨張率 [$1/K$]
- Γ : 温度勾配 [K/m]
- γ : 比熱比 (C_p/C_v)
- δ : 気体層厚さ [m]
- ε : 放射率
- η : 空けき率
- θ : 圧力変動と変位振動の位相差 [deg], またはバルス管高温端と低温端での質量流速の位相差 [deg]
- λ : 温度浸透厚さ [m]
- λ_v : 速度境界層厚さ [m]
- μ : 粘性係数 [$Pa \cdot s$]
- ν : 動粘性係数 [m^2/s]
- ξ : 変位 [m], 第二粘性係数 [$Pa \cdot s$]
- ρ : 密度 [kg/m^3]
- σ : ステファン・ボルツマン定数 [$W/(m^2K^4)$]
- τ : 周期 [s], または固体壁肉厚 [m]
- ϕ : 圧力変動と質量変位振動の位相差 [deg]
- ψ : 熱流束変動と流速変動の位相差 [deg]

ω : 角周波数[rad/s]

(添字)

a : 振幅, または断熱被覆層

b : バイパスバルブ

c : シリンダー, または低温端

c,co : 複素数

d : ディスプレーサ

g : 気体

h : 高温端

i : 虚数

m : 時間平均

o : オリフィスバルブ

r,re : 実数

* : 共役複素数

第1章 序論

- 1.1 極低温小型冷凍機
 - 1.1.1 低温工学の歴史
 - 1.1.2 極低温小型冷凍機の発展とその必要性
 - 1.1.3 スターリング冷凍機
 - 1.1.4 GM冷凍機
- 1.2 流体振動にともなう熱輸送現象の概説
 - 1.2.1 系統分類
 - 1.2.2 固体振動にともなう熱輸送現象
 - 1.2.3 液体振動にともなう熱輸送現象
 - 1.2.4 気体振動にともなう熱輸送現象
- 1.3 シャトル熱損失に関する従来の研究
 - 1.3.1 シャトル伝熱
 - 1.3.2 シャトル熱損失
- 1.4 バルス管冷凍機に関する従来の研究
 - 1.4.1 バルス管冷凍機の種類
 - 1.4.2 ペーシック型バルス管冷凍機
 - 1.4.3 オリフィス型バルス管冷凍機
 - 1.4.4 改良型バルス管冷凍機
 - 1.4.5 オリフィス型および改良型バルス管冷凍機の解析
- 1.5 本研究の目的と内容

1.1 極低温小型冷凍機

1.1.1 低温工学の歴史^{(1),(2)}

低温工学の歴史は、気体液化の試みに端を発する。臨界点の存在を考えれば、常温での加圧だけでは液化不可能な気体が存在することは明らかであり、気体液化には低温生成が必要不可欠となる。

19世紀に入ると低温生成技術の発展とともに多くの気体が液化されていったが、それでも酸素、窒素、水素、ヘリウムなどのいくつかの気体については19世紀後半まで液化に成功した例がなく、これらは永久気体と呼ばれていた。ようやく Cailletet と Pictet がちょうど同じ時期に酸素の液化に成功したのが、1877年のことである。その後 Wroblewski と Olszewski が1883年に窒素の液化に、Dewar が1898年に酸素の液化に、Onnes が1908年にヘリウムの液化に成功した。この時点ですべての気体を液化できることが確認され、低温への探求は一つの時代を終えたと言える。低温工学はこの頃から工学的応用を目指した新たな段階へと発展していく。

ヘリウムの液化成功後、低温領域でのさまざまな物質の特性が調べられるようになり、その過程で1911年には Onnes により超電導体が発見された。しばらくすると超電導の工学的応用には多くの制約が付随することが明らかになっていったが、それでも超電導応用の可能性は低温工学の進展を大いに鼓舞した。現在では超電導応用分野のいくつかは実用の域に達しつつある。医療用のMRI（磁気共鳴イメージング診断装置）や磁気浮上式鉄道などはその一例である。

第二次世界大戦中には液体酸素、液体水素がロケットエンジンの推進燃料として使われはじめ、工業的なガスの需要も大きくなるにつれて、大規模な液化プラントが産業の分野に進出してきた。

真空産業の分野でも低温工学は大きく貢献している。低温での高い吸着能力を利用したクライオポンプは、清浄な高真空を実現するための装置としてその需要を伸ばしてきた。

熱雑音を嫌う赤外線検出器などにおいては、感度をよくするために冷却が必要となる。このような検出器は宇宙空間で利用されることが多いため、それに関連して低温工学の分野で解決しなければならない問題も少なくない。

以上に挙げた例のように、ヘリウム液化成功後の低温工学は工学的応用を目指して発展してきた。しかしその一方で、液体ヘリウム温度以下の超低温を得るための研究も行われている。1933年には磁気冷凍によって1K以下の温度が達成され、また1966年には希釈冷凍によって0.1K以下の温度が得られることが確認された。現在では核断熱消磁など、さらに低い温度を得るための方法もさかんに研究されている。

1.1.2 極低温小型冷凍機の発展とその必要性^{(1),(2)}

最初に「冷凍機」、「極低温」という言葉の意味を定義しておく。

ある対象物を冷却しようとするとき、大きく分けて二つの方法が考えられる。一つは被冷却物自身の断熱膨張や断熱消磁を利用した直接的な冷却方法であり、この場合には外界の温度が被冷却物の温度より高くても冷却が可能であるが、被冷却物は気体、磁性体などの特殊なものに限られる。気体を液化する試みの多くは、断熱膨張による直接的な冷却方法を利用していた。もう一つの方法は伝導冷却または放射冷却による間接的な冷却方法であり、この場合には被冷却物よりも低い温度の熱源の存在が必要となる。ヘリウム液化成功後の低温の工学的応用では、この間接的な冷却方法が主役となる。

後者の伝導冷却、放射冷却による間接的な冷却方法を用いるためには、自然界に存在する低い温度の熱源を利用する場合を除いて、環境温度よりも低い温度の熱源を人為的に作り出すことが必要となる。このような熱源を作るには、当然前者の直接的な冷却方法を用いるしかない。この熱源を作り出す機械が、冷凍機と呼ばれるものである。

極低温については、一般に明確な定義はなされていない。便宜的に80~150Kの適当な温度を境界にして、それ以下の温度を極低温とすることが多い⁽³⁾。19世紀に永久気体と呼ばれていた気体の常圧での沸点がこの近辺の温度以下であることから、その名残で極低温の範囲を決めているものと思われる。本論文中でも慣例にしたがって、80~150Kを境界としてそれ以下の温度を極低温と考えることにするが、特に明確に定義することは避けておく。

なお本論文中で「小型冷凍機」と表現するものは、蓄冷式のディスプレイサ型冷凍機に限定する。したがって小型のジュール・トムソン冷凍機⁽⁴⁾、磁気冷

冷凍機などはこの範囲ではない。ただしディスプレイサが存在しない蓄冷式の冷凍機であるパルス管冷凍機については、ディスプレイサ型冷凍機の変形と考え、小型冷凍機として扱うことにする。「極低温小型冷凍機」は、このような小型冷凍機のうちで、80～150K以下の温度での作動を目的とするものを意味する。通常の小型冷凍機は極低温領域で使用することを目的としているので、本論文で単に「小型冷凍機」と表現する場合は「極低温小型冷凍機」を表していることをここで断っておく。

低温工学の工学的な応用が進展するにつれて、小型冷凍機の必要性は急速に高まってきた。空気、ヘリウムなどの液化機は、低温熱源として使われる寒剤を供給するので、冷凍機として用いることも可能である。しかし従来の液化機を冷凍機として使用する場合には、以下に挙げるような問題が派生する。液化機は一般に大型であり、使用場所が限定される。信頼性が低く、定期的な保守点検が必要となる。液化機の種類によって使用温度が限定される。また少量の冷凍能力が必要な場合には経済的に不利である。そこでこれらの問題点を解決できるような、比較的小型で、信頼性が高く、使用温度範囲に制約のない冷凍機が要求されはじめたのである。

通常ヘリウムの液化にはジュール・トムソン（J-T）膨張を利用したクロードサイクル冷凍機などが使われるが、このような液化機はいくつかの向流式熱交換器や圧縮機、膨張機、J-T弁などから構成され、大型でかつ複雑なシステムとなる。これに対して、スターリング（Stirling）冷凍機、ギホード・マクマホン（Gifford-McMahon）冷凍機（以下ではGM冷凍機と呼ぶ）などのディスプレイサを用いた蓄冷式冷凍機については小型化が容易である。さらにある程度は長時間の無保守運転も可能であり、要求に応じた広い範囲の低温を得ることができる。

現在では小型冷凍機の用途は多岐にわたっており、その使用条件によっていくつかの種類の冷凍機が使い分けられている。産業的な用途としてはクライオポンプがほとんどであり、クライオポンプにはGM冷凍機が多く使われる。軍事用、宇宙開発でも検出器の冷却などに関連して多くの需要があると言われている。宇宙での利用を前提にすると、高信頼性、低振動、小型軽量などの制約は厳しくなり、この方面ではスターリング冷凍機、ヴィルミエ冷凍機などが使われる。このほかにも液体ヘリウムの再凝縮用、低温機器中のシールド板の冷

却用としての利用なども増えており、小型冷凍機の需要は今後さらに増大する傾向にあると思われる。最近では、従来は寒剤（液体ヘリウム）を低温熱源とする冷却に頼っていた4Kレベル以下の冷却用としても小型冷凍機が適用されはじめ、冷却用の寒剤を必要としない超電導マグネット⁽⁵⁾⁽⁶⁾の開発も進んでいる。

以下に小型冷凍機の開発の歴史とその種類を概観しておく。歴史的にもっとも古い小型冷凍機は、1864年に Kirk によって試作されたスターリングサイクルの冷凍機であろう。その後、小型冷凍機の要求が高まってきた1950年代に、Philips 社によってスターリング冷凍機の実用機が製作されはじめた。スターリング冷凍機の構造、動作原理は後節であらためて説明する。

ソルベイ冷凍機は1887年に Solvay によって発明され、1958年には空気液化用の膨張エンジンとして利用されている。ソルベイ冷凍機の概略図を図1.1に示す。熱力学的なサイクルは後述する GM 冷凍機のサイクルと類似しているので、ここではその説明を省略する。ソルベイ冷凍機と GM 冷凍機の違いは、GM 冷凍機のディスプレイサが理想的には外界に仕事をしないのに対して、GM 冷凍機のディスプレイサに相当するソルベイ冷凍機の膨張ピストンは膨張過程で外界に仕事をする点にある。

1918年には Villeumier によってヴィルミエ冷凍機が作られた。ヴィルミエ冷凍機の概略図を図1.2に示す。ヴィルミエ冷凍機とスターリング冷凍機との相違点は、ヴィルミエ冷凍機では機械的な圧縮機の代わりに熱的な圧縮機を用いているところである。ヴィルミエ冷凍機の熱力学的サイクルはスターリング冷凍機のサイクルとほとんど類似しているので、ここではその説明を省略する。

1960年には McMahon and Gifford によって GM 冷凍機が作られた。GM 冷凍機のシリンダーは両端が閉じているため、ディスプレイサは理想的には外界に仕事をしない。この点でソルベイ冷凍機と比べて、ディスプレイサを通しての作動流体の漏れが少ないこと、ディスプレイサおよびディスプレイサを駆動するクランク軸にかかる力が小さいこと、などの利点がある。GM 冷凍機の構造、動作原理は後節であらためて述べる。

パルス管冷凍機は1964年に Gifford and Longworth⁽⁷⁾によって発明された。1984年に Mikulin ら⁽⁸⁾が改良を加えたことによって冷凍性能が格段に向上し、最近では実用化に向けてさかんに研究開発が行われている。パルス管冷凍機の特徴は、ディスプレイサが存在しないこと、すなわち低温部分に機械的な振動要

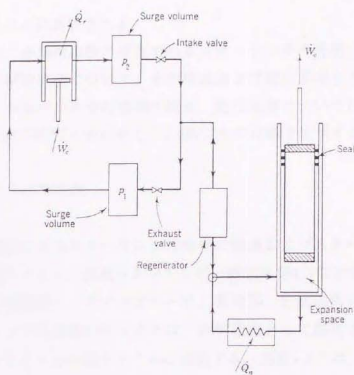


図1.1 ソルベイ冷凍機⁽²⁾

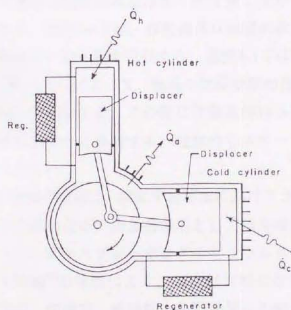


図1.2 ヴィルミエ冷凍機⁽²⁾

素がないということに集約される。

以下の節では、小型冷凍機のプロ型であるスターリング冷凍機、本論文での研究対象となるGM冷凍機について、その構造および動作原理などをもう少し詳しく説明する。なおパルス管冷凍機の構造、動作原理については、パルス管冷凍機に関する従来の研究と合わせて、1.4節でその詳細を説明する。

1.1.3 スターリング冷凍機

Philips 社の開発によるスターリング冷凍機の構造およびスターリング冷凍機の理想的な冷凍サイクル、温度-エントロピー線図を図1.3に示す。冷凍機は主に、ピストン（圧縮機）、ディスプレーサ、蓄冷器、作動流体によって構成される。スターリング冷凍機のサイクルは、外燃機関として開発されたスターリングエンジンのサイクルの逆サイクルに相当する。過程1-2では、作動流体はピストンによって高温の膨張空間で等温的に圧縮され、そのときに発生する熱は外界へ取り除かれる。過程2-3では、ディスプレーサが低温側から高温側へ動くことによって、高温の膨張空間の作動流体は蓄冷器を通して低温の膨張空間へと移動する。この際に作動流体は蓄冷器と熱交換しながら、等積的に低温の膨張空間へと移動する。過程3-4では、作動流体は低温の膨張空間で等温的に膨張し、外界（被冷却物体）から熱を吸収する。過程4-1では、ディスプレーサが高温側から低温側へ動くことによって、低温の膨張空間の作動流体は蓄冷器を通して高温の膨張空間へと移動する。この際に作動流体は蓄冷器と熱交換しながら等積的に高温の膨張空間へと移動する。理想的なスターリングサイクルの効率はカルノー効率に等しい。

スターリング冷凍機の開発は、特に宇宙応用に向けてさかんに行われている。赤外線検出器等の冷却のための衛星搭載用としては冷凍機の寿命が大きな問題となるが、ピストン、ディスプレーサをダイヤフラムスプリングで支持するクリアランスシール技術⁹⁾の実現により、寿命は大幅に改善されてきた。衛星搭載用冷凍機としては、信頼性、低振動、小型軽量化の観点から、スターリング冷凍機が現時点でもっとも優れた冷凍機であると言える¹⁰⁾。

1.1.4 GM冷凍機

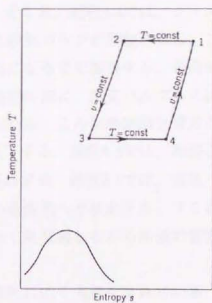
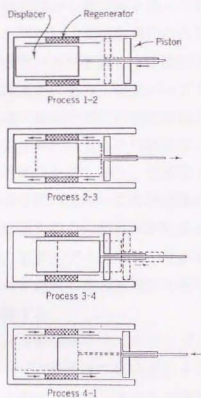


図1.3 Philips 社製スターリング冷凍機の構造とサイクル⁽²⁾

GM冷凍機の構造および理想的な冷凍サイクルの温度-エントロピー線図を図1.4に示す。冷凍機は主に圧縮機、吸気バルブ、排気バルブ、シリンダー、ディスプレイサ、蓄冷器、作動流体によって構成される。過程1-2では、ディスプレイサは低温側にあり、吸気バルブのみが開いている。したがって高温の膨張空間の作動流体の圧力が増加する。過程2-3では、吸気バルブのみが開いたままで、ディスプレイサが低温側から高温側へと移動する。すなわち、作動流体が高温の膨張空間から蓄冷器を通して熱交換しながら低温の膨張空間へと移動する。それと同時に、膨張空間内の作動流体の温度が下がるので、等圧状態を保つために吸気バルブを通して作動流体が流入してくる。過程3-4では、ディスプレイサは高温側にあり、吸気バルブが閉じられ排気バルブが開放される。したがって低温の膨張空間の作動流体は所定の圧力になるまで膨張する。最終的に低温の膨張空間内に残った作動流体は、この過程の間に、排気バルブから出ていった作動流体を押し出し、仕事をしたことになる。この断熱膨張仕事分だけ低温の膨張空間内に残った作動流体の温度は低下する。過程4-5では、冷却された低温の膨張空間の作動流体が外界から熱を吸収する。過程5-1では、排気バルブが開いたまま、ディスプレイサが高温側から低温側へと移動する。すなわち、作動流体が低温の膨張空間から蓄冷器を通して熱交換しながら高温の膨張空間へと移動する。

GM冷凍機はクライオポンプとして産業的に広く実用化されている。クライオポンプの凝縮または吸着による排気能力は高く、特に清浄な真空が実現できることから、クライオポンプは半導体の製造には欠かせないシステムとなっている⁽¹¹⁾。またGM冷凍機を多段化することは比較的容易であり、二段あるいは三段のGM冷凍機を構成すれば4K以下の冷凍が可能となる⁽¹²⁾。最近では4K以下の冷凍能力も大きくなり、これまで液体ヘリウムに頼るしかなかった4K以下の領域での冷却システムを、GM冷凍機のみで構成することも可能となってきた^{(5),(6)}。

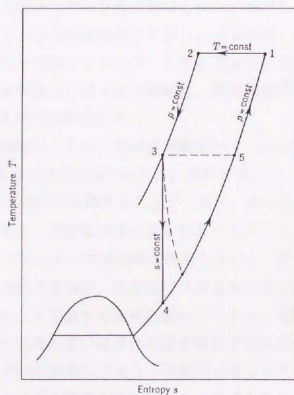
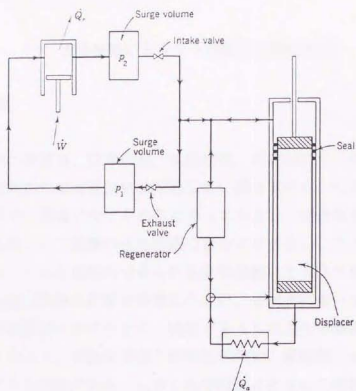


図1.4 G M冷凍機の構造とサイクル⁽²⁾

1.2 流体振動にともなう熱輸送現象の概説

1.2.1 系統分類

一般的に伝熱の形態は、伝導伝熱、放射伝熱、対流伝熱の三種類に分けることができる。原理的には対流伝熱は伝導伝熱に属するので、伝熱の形態は伝導伝熱と放射伝熱の二種類に分けられると言ってもよい。流体振動にともなう熱輸送現象も、当然この二種類の伝熱形態の複合にすぎない。さらに極低温小型冷凍機などのいろいろな機器内で見られる流体振動にともなう熱輸送現象においては、通常は放射伝熱の影響が非常に小さい。本論文においても、放射伝熱についてはその影響が十分に小さく、無視できるものとして議論をしていくことになる。したがって、本論文で扱う熱輸送現象は、原理的には伝導伝熱のみによって理解できる現象である。しかし流体振動にともなう熱輸送現象は、通常の伝熱に対する知識だけでは容易に理解しがたい特異な性質を持つ。本論文で特に流体振動にともなう熱輸送現象を取り上げるのは、多くの機器内で見られるこの現象の本質を理解することが、工学的見地から非常に重要だと思われるからである。なお本論文で扱う流体振動は、固体円管内、あるいは固体平板間での流路における流体振動である。

この節では流体振動にともなう熱輸送現象をいくつかの視点から系統的に分類する。まず振動する物体が固体であるか、液体であるか、気体であるかによって、図1.5のように三種類に分類することができる。本研究で対象としているのは流体の振動であるが、流体を固体に置き換えても同じような熱輸送現象が起こるので、図1.5の分類においては固体の振動も含める。固体が固体円管内あるいは固体平板間で振動する場合、現実的には潤滑剤に相当する液体あるいは気体が必要となる。ここで分類する固体振動についても、振動する固体と静止固体壁の間には、薄い気体あるいは液体の層が存在する状況を考えている。なお図1.5の分類には二相流の振動にともなう熱輸送は含まれていない。相変化現象を含んだ二相流はそれ自身特異な伝熱問題として考えられ、振動を含めて解釈することは非常に困難である。二相流の振動については本論文の対象外とし、図1.5の分類からも削除した。

液体、固体は一般には非圧縮性とみなせるが、気体は圧縮性を持つ。したがっ

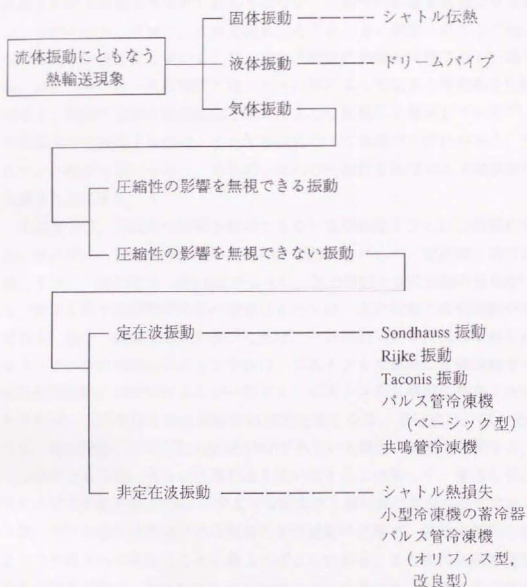


図1.5 流体振動にともなう熱輸送現象の分類

て気体振動にともなう熱輸送については、さらに図1.5のように二種類に分類することが可能である。一つは圧縮性の影響を無視できる場合であり、これは非圧縮性の液体振動と本質的に変わりはない。圧縮性の影響を無視できる場合とは、液体の場合と同様に、流体の流れを考えるときに密度一定として差し支えないような状況をさしている。二つめは圧縮性の影響を無視できない場合である。ここで用いている圧縮性とは、マッハ数によって定まる局所的な圧縮性ではなく、流路内全体の密度変化を考えた上での圧縮性を意味している⁽¹³⁾。以下の本論文中で議論するのは、すべて音速に比べて流速が十分に小さく、すなわちマッハ数が十分に小さく、局所的な流れの圧縮性を無視できる振動流の場合に限ることとする。

本論文では、圧縮性の影響を無視できない気体振動をさらに二種類に分類する。その前に、変位振動と圧力変動の位相差に着目して、定在波と進行波を定義しておく。定在波は、図1.6(a)のように、圧力変動と変位振動の位相が一致する（変位を表す座標軸の向きの設定によっては、圧力変動と変位振動が半周期ずれる）場合の振動で定義する。これは、一方が閉じた管に気体を封じ込め、もう一方の管の端部にピストンを設け、ピストンを周期的に往復運動させた場合の気体振動の状況にほとんど一致する。ピストンから閉端に向かう方向を正とすれば、圧力変動と変位振動はほぼ同位相となる。進行波は、図1.6(b)のように、変位振動と圧力変動の位相が 90° ずれている場合の振動で定義する。実際には純粋な定在波、あるいは進行波を見出すことは珍しく、厳密に言えば、ほとんどの振動が図1.6(c)に示すような定在波と進行波の重ね合わせである。これは、管内の速度境界層付近の気体の変位振動の位相が、気体の粘性の影響によって半径方向で異なることを考えればよくわかる。また管内の圧力変動をともしなう気体振動は、多かれ少なかれ振動方向に熱輸送をともしなうのが普通である。この熱輸送は気体の変位振動、圧力変動の位相に管軸方向の分布を作り出すことから⁽¹⁴⁾、純粋な定在波、あるいは進行波の実現が困難なことがわかる。圧縮性の影響を無視できない気体振動のうちで、その振動による熱輸送現象の特性を定在波振動だけから理解できる場合を、便宜上本論文中では定在波振動と呼ぶことにする。これに対して、進行波成分が熱輸送現象に及ぼす影響を無視できない場合の振動を、非定在波振動と呼ぶことにする。あとで説明するように、たとえばベーシック型パルス管冷凍機のパルス管内の熱輸送特性を理解

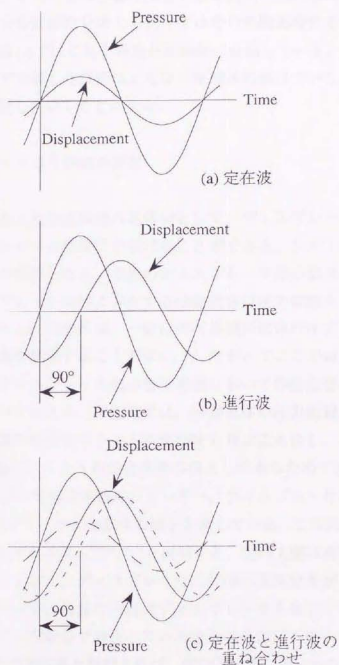


図1.6 定在波と進行波の定義

するのに行進波成分の影響を考える必要はないので、図1.5ではこれを定在波振動に分類している。また一般に小型冷凍機の蓄冷器内の熱輸送は進行波成分の影響を強く受け、定在波振動を考えるだけではその熱輸送特性を理解することはできないので、図1.5ではこれを非定在波振動に分類している。

以下では、ここで分類した振動にともなう熱輸送現象について、それぞれの具体例を挙げて説明していくことにする。

1.2.2 固体振動にともなう熱輸送現象

固体振動にともなう熱輸送現象の具体例として、ディスプレイサを有する小型冷凍機に特有のシャトル伝熱⁽¹⁵⁾を挙げることができる。シャトル伝熱は冷凍機において熱損失の要因となる。実際のディスプレイサ型小型冷凍機では、シリンダーとディスプレイサの間に介在する作動流体は圧力変動をともなって振動する。しかしシャトル伝熱とは、一般に両円筒間の流体の圧力変動を無視できる場合の伝熱機構を意味することが多い。したがってここでは、現実とは多少しかけ離れるが、ディスプレイサ型小型冷凍機において作動流体の圧力変動を無視した場合について考える。本論文では、作動流体の圧力変動を考慮した場合の現実的な冷凍機の熱損失をシャトル熱損失と呼ぶことにし、これについては圧縮性流体の振動にともなう熱輸送現象の例としてあらためて説明する。

図1.7はディスプレイサ型冷凍機のシリンダー、ディスプレイサの断面図であり、一周でディスプレイサが振動する様子を表している。この図を使ってシャトル伝熱の基本的なメカニズム^{(16),(17),(18)}を説明する。図の上側は高温、下側は低温で、その間でシリンダー、ディスプレイサに同様の温度分布が存在する。外側の円筒はシリンダーを、内側の円筒はディスプレイサを表している。ディスプレイサがシリンダー内中心で静止している場合に低温部へ浸入する熱は、作動流体の円筒軸方向の熱伝導を無視すれば、図の①→②、③→④の経路を通り、シリンダーおよびディスプレイサの軸方向の熱伝導のみに依存する。一方、ディスプレイサが往復運動する場合には、これに加えて図中の①と④、②と③が交代に半周期おきに向かい合い、①→④、③→②のような経路を通して熱が高温部から低温部へと浸入する。この移動熱量の増加分を生み出す伝熱機構がシャトル伝熱である。上記の説明からもわかるように、円筒軸方向に温度勾配がな

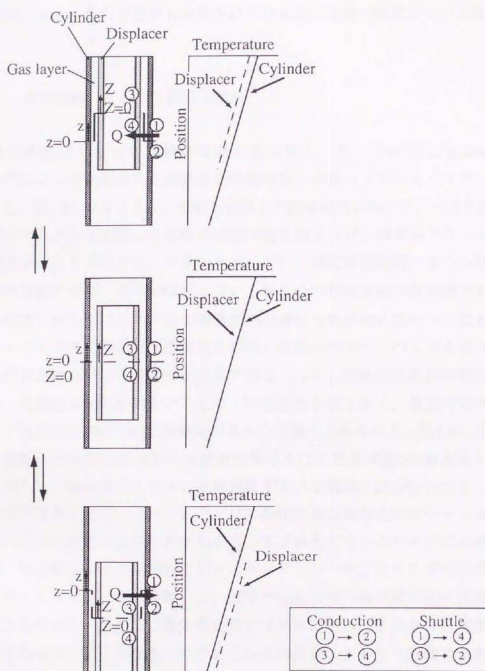


図1.7 シャトル伝熱の原理

ければシャトル伝熱は起こらない。シャトル伝熱についてはいくつかの解析的検討例があり、また測定例も報告されているが、従来の研究については1.3節に譲ることにする。

1.2.3 液体振動にともなう熱輸送現象

液体振動にともなう熱輸送現象の具体例として、1984年に Kurzweg and Zhao⁽¹⁹⁾によって提案された振動励起熱輸送管、通称「ドリームパイプ」が挙げられる。図1.8に示すように、液体を充填した固体管内において、一端を開放し、一端にピストンを設置して液体に往復振動を加えれば、簡単にドリームパイプを構成することができる。ドリームパイプの一端に高温熱源、もう一端に低温熱源を接続すれば、流体が静止している場合の円管軸方向の熱伝導のみによる熱移動量に対して、より大きな熱量が高温側から低温側に向かって流れる。ドリームパイプの作動には、相変化を利用した従来のヒートパイプと比べて、液体を往復振動させるのに動力が必要である。しかし作動温度範囲の制約が緩いこと、熱輸送の制御性がよいことなどの魅力的な面も多く、最近ではドリームパイプ実用化に向けての研究開発がさかんに進められている。図1.9に示すように、振動液体を固体壁面から速度境界層厚さにわたる速度0の静止層と、静止層に対して一様速度でスリップ往復運動するコア領域とに分けたスリップ流系モデル⁽²⁰⁾で考えれば、ドリームパイプの動作原理は根本的にはシャトル伝熱のメカニズムと同じであることがわかる。すなわちドリームパイプにおけるコア領域、静止層はシャトル伝熱におけるディスプレイサ、シリンダーにそれぞれ置き換えられる。しかし実際には、固体の振動では円筒半径方向に速度分布が形成されないのに対して、液体の振動では粘性によって半径方向に速度分布が形成される点で若干異なる。このような液体振動にともなう熱輸送現象の解析は、Kurzweg⁽²¹⁾、富永⁽²²⁾、Kaviani⁽²³⁾、小澤ら⁽²⁴⁾、Katsutaら⁽²⁵⁾、西尾ら⁽²⁶⁾によって報告されている。

1.2.4 気体振動にともなう熱輸送現象

A. 圧縮性の影響を無視できる気体振動

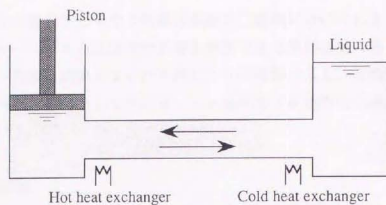
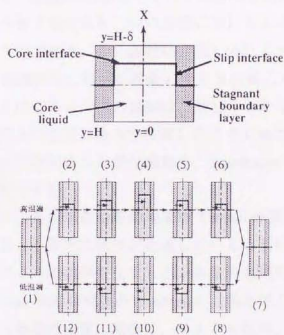


図1.8 ドリームパイプ



(図で上方が高温側、矢印は熱移動の方向を意味する)

図1.9 ドリームパイプのスリップ流系モデル⁽²⁰⁾

先に気体の振動にともなう熱輸送現象は二種類に分けられることを述べた。そのうちの一つである圧縮性の影響を無視できる気体振動の場合は、液体振動にともなう熱輸送現象とまったく同じように理解できる。この現象の応用例として、気体振動を利用してコンピュータ発熱素子を効率的に冷却する方法が研究されている^{(27),(28)}。

B. 定在波振動

圧縮性の影響を無視できない気体振動のうちで定在波振動にともなう熱輸送現象の例は多く、古くから研究がなされている。ここでは、熱エネルギーによって誘起される管内の自励振動現象も含めて紹介する。

歴史的に古いところでは、1777年に Higgins が水素火炎を管内に挿入して気体の自励振動を観測している。Higgins の実験は Putnam and Dennis⁽²⁹⁾の解説で詳しく論じられている。Higgins の観測したのと同様の自励振動はその後数多く報告されているが、大きく分けると二つの形態に分けられる。一つは Sondhauss 振動⁽³⁰⁾と呼ばれるものである。この振動は、図1.10のような一端が閉じて一端が開いた管内で、閉端近辺に熱源を設置したときに起こる。もう一つは Rijke 振動⁽³¹⁾と呼ばれるものである。この振動は、図1.11のように両端の開いた管内に気体を流し、管の入口近辺に熱源を設置したときに起こる。斎藤⁽³²⁾、野本ら⁽³³⁾、Ishii ら⁽³⁴⁾によって研究された気柱振動も、Sondhauss 振動あるいは Rijke 振動に分類することができる。

低温工学に関連する重要な自励振動現象に Taconis 振動⁽³⁵⁾がある。Taconis 振動は室温と低温を結んだ管内に気体が充満しているときに起こる振動であり、寒剤の移送管などでこの振動が発生すると、多量の寒剤の蒸発を誘起するために問題となる。Taconis 振動は前述の Sondhauss 振動と同じメカニズムで起こるが、それにともなう寒剤の大量の蒸発は、シャトル伝熱、ドリームパイプと同様のメカニズムによって室温部から低温部への熱移動が大きくなることで引き起こされると考えられる。

以上に挙げた自励振動およびそれにともなう熱輸送に関する解析的研究は、Rott⁽³⁶⁾の一連の研究によって大きく進展し、Swift⁽³⁷⁾や Merkli and Thomann⁽³⁸⁾によって適用されている。また Rott の論じている自励振動の安定限界については、Yazaki ら⁽³⁹⁾の実験結果によって支持されている。

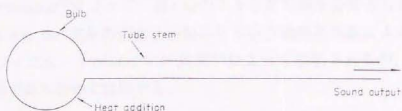


图1.10 Sondhauss 管⁽³⁰⁾

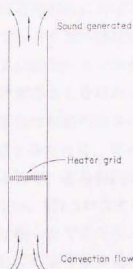


图1.11 Rijke 管⁽³¹⁾

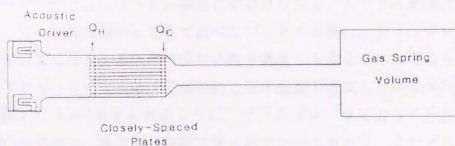


图1.12 共鸣管冷冻机⁽⁴⁰⁾

気体の定在波振動にともなう熱輸送現象を冷凍機に応用した最初の例は、Gifford and Longworth⁽⁷⁾によるベーシック型パルス管冷凍機である。その後 Merkli and Thomann⁽⁸⁾によって、図1.12のような蓄冷器を必要としない共鳴管冷凍機が開発される。気体の定在波振動にともなう熱輸送現象による冷凍は、すべてサーフィスヒートポンピング効果⁽⁴⁾によって説明されるが、これについては1.4.2節であらためて説明する。

C. 非定在波振動

圧縮性の影響を無視できない気体振動のうちで、進行波成分の影響を無視できない非定在波振動にともなう熱輸送現象の例は一見少ないように思われるが、ディスプレイサ型小型冷凍機の蓄冷器内における熱輸送現象のほとんどはこの範疇に属する。一般にディスプレイサ型小型冷凍機の膨張機内では、圧縮機あるいはそれに付随する吸気および排気バルブの開閉によって、気体に圧力変動が与えられる。ディスプレイサが存在しなければ気体振動は閉じた膨張空間内での定在波振動となるが、実際には前述のスターリング冷凍機、GM冷凍機などの熱力学的なサイクルを構成するために、ディスプレイサが圧力変動と約90°の位相差を持って振動しているので、蓄冷器内の流体振動は固体壁（蓄冷材）に対して定在波振動にはならない。図1.3のスターリング冷凍機の冷凍サイクルの模式図を見れば、このことは明らかであろう。富永⁽⁴²⁾は熱音響理論の立場から、従来の単なる熱交換器としての蓄冷器の見解とは別に、蓄冷器内の気体の非定在波振動にともなう熱輸送を解析し、冷凍に寄与する低温から室温への熱移動が存在することを指摘している。

そのほかの例としてシャトル熱損失が挙げられる。シャトル熱損失を論じるときは、先に固体振動のところで述べたシャトル伝熱に、シリンダーとディスプレイサの間に介在する気体の圧力変動を重畳して考えなければならない。したがってシャトル熱損失は、固体振動と気体振動が連成した熱輸送現象だと言える。図1.3、1.4にも見られるように、ディスプレイサによって分割された膨張空間内の気体は、高温側の膨張空間近辺でシールされる。またピストンリング状のシール材は、ディスプレイサに固定されてシリンダー壁面を摺動する。したがって、低温側から高温側への変位を正にとると、シリンダー壁とディスプレイサ壁にはさまれた気体の振動は、ディスプレイサに対しては定在波振動

であるが、シリンダー壁に対しては非定在波振動となる。すなわち、さらに厳密に言えば、シャトル熱損失は固体振動と定在波気体振動と非定在波気体振動が連成した系での熱輸送現象である。本論文では便宜上、このうちでもっとも現象が複雑な非定在波気体振動にともなう熱輸送現象にシャトル熱損失を分類している。

もう一つの例として、ベーシック型以外のパルス管冷凍機内の熱輸送現象を挙げることができる。あとで詳述するように、パルス管冷凍機はディスプレイサを持たない蓄冷式小型冷凍機であり、定在波振動を利用したベーシック型パルス管冷凍機と、その後開発されたオリフィス型、改良型パルス管冷凍機に分けられる。オリフィス型、改良型パルス管冷凍機は、どれもその冷凍機に特有な流体振動の位相制御機構を備えており、蓄冷器内だけでなく、パルス管内でも非定在波振動による熱輸送現象を考えなければならない。

本論文では、ここで分類した気体の非定在波振動にともなう熱輸送現象のうちで、特にシャトル熱損失、パルス管冷凍機を研究対象としている。以下の節では、このシャトル熱損失、パルス管冷凍機に関する過去の研究例を紹介する。

1.3 シャトル熱損失に関する従来の研究

1.3.1 シャトル伝熱

シリンダーとディスプレイサの間に介在する気体層の圧力変動の影響を無視したシャトル伝熱については、小型冷凍機の熱損失解明が重要な課題となってきた1960年代の後半頃から、シャトル熱損失の研究の前段階として具体的な研究が行われはじめた。先に触れたようにシャトル伝熱は固体振動にともなう熱輸送現象に属するが、小型冷凍機内のシャトル伝熱に関する研究のすべては、気体振動にともなう熱輸送現象を含んだシャトル熱損失の研究の第一段階の位置づけで行われている。小型冷凍機内のシャトル伝熱に関する最初の解析は Zimmerman and Longworth⁽¹³⁾によって提案された。彼らは小型冷凍機の設計指針を与えることを目的とし、シャトル伝熱をおおまかに見積もる非常に簡潔な解析式を提示している。その際に用いた主な仮定は、

- (1) 気体の圧力変動を無視してシャトル伝熱のみを考えること
 - (2) シリンダー、ディスプレイサの固体壁の熱容量を無限大とする、すなわち固体壁は温度変動しないこと
- の二点である。

彼らの基本的な考え方を端的に表したのが図1.13であり、これは図1.7で説明したシャトル伝熱のとらえ方とは若干異なる。図の(b)はディスプレイサがシリンダー内の中心に位置した状態を表している。このときに両者の軸方向温度分布が等しいとすると、シリンダー表面温度は、向かい合った位置でのディスプレイサ表面温度に一致するので、シリンダーとディスプレイサの間に熱移動は起こらない。ところが(a)のようにディスプレイサが高温側に移動したときには、シリンダー表面の温度が向かい合うディスプレイサ表面の温度よりも高くなるので、気体層を通してシリンダーB点からディスプレイサA点へと熱が移動する。逆に(c)のようにディスプレイサが低温側に移動したときには、シリンダー表面の温度が向かい合うディスプレイサ表面の温度よりも低くなるので、熱は気体層を通してディスプレイサA点からシリンダーC点へと移動する。したがってディスプレイサが一周期往復する間に、ディスプレイサが蓄熱体となって、シリンダーB点からC点へと熱が移動することになる。

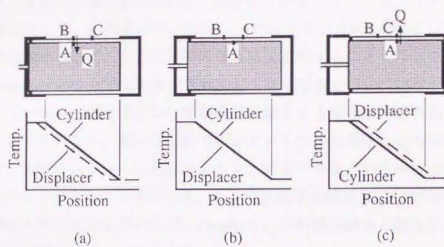


図1.13 シャトル伝熱の解釈

以上のようなシャトル伝熱の説明から、半周期でのシリンダーとディスプレイサの熱の授受、一周期に熱が運ばれる距離とディスプレイサの長さ、さらにディスプレイサの周波数を用いて、ディスプレイサが矩形波状に振動する場合について Zimmerman らは次のような解析式を導いた。

$$Q_{sh} = \frac{k_g \pi D S^2 \Gamma}{4\delta} \quad (1.1)$$

ただし Q_{sh} はシャトル伝熱による単位時間当たりの伝熱量、 k_g は気体の熱伝導率、 D はシリンダー直径、 S はディスプレイサストローク、 Γ は温度勾配、 δ は気体層厚さを表し、添字 g は気体層を意味している。この式は、シャトル伝熱の基本特性として、伝熱量がディスプレイサストロークの2乗および軸方向温度勾配に比例すること、また気体層の厚さに反比例することを示している。さらに Zimmerman らは上記(2)の仮定を緩和して数値計算を行い、提示した解析式と比較しているが、ディスプレイサが正弦振動をする場合に両者の結果はあまりよく一致していない。彼らは解析で用いたいくつかの仮定にその原因を求めているが、実際にはシャトル伝熱のとりえ方が不十分なために解析式の係数が誤っていることが原因だと思われる。あとで説明する筆者ら⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾のシャトル伝熱の解析と同じ係数を用いれば、Zimmerman らの解析結果と数値計算結果は比較的良好一致をみることができる。

Rios⁽¹³⁾は、Zimmerman ら⁽¹⁵⁾が固体壁の熱容量を無限大として解析解を導いているのに対し、シリンダー、ディスプレイサ内の熱伝導を考慮する必要性を主張してシャトル伝熱に対する解析を行っている。彼はシャトル伝熱量を、往復振動するディスプレイサ断面を通過するエンタルピー流量によって表した。解析で用いた主な仮定は、

- (1) 気体の圧力変動を無視してシャトル伝熱のみを考えること
- (2) シリンダー、ディスプレイサの肉厚は温度浸透厚さに比べて十分に大きいこと

の二点のみである。これらの仮定のもとで、半無限固体内の一次元熱伝導問題を考えることによってシリンダー、ディスプレイサ内の温度変動を求め、煩雑な計算を経て、ディスプレイサが正弦的に振動する場合について、以下のような単位時間当たりのシャトル伝熱の表式を得ている。

$$Q_{sh} = -\frac{\pi}{8} k_s S \Delta T \left(\frac{S}{L} \right) \left(\frac{D}{\delta} \right) \left(\frac{1+\lambda}{1+\lambda^2} \right) \quad (1.2)$$

$$\lambda = 1 + \frac{k_g}{2\pi\delta} \left(\frac{l_{Td}}{k_d} + \frac{l_{Te}}{k_e} \right) \quad (1.3)$$

$$l_T = 2\pi \sqrt{\frac{2\alpha}{\omega}} \quad (1.4)$$

ただし ΔT はディスプレーサの高温端と低温端の温度差, L はディスプレーサ長さ, k は熱伝導率, α は温度伝導率, ω はディスプレーサ角周波数を表し, 添字 d, c はそれぞれディスプレーサ, シリンダーを表す. そのほかの記号は前出の通りである. なお l_T は温度浸透厚さのオーダーを表している. さらに Rios は気体層が振動することを考慮してその影響についても調べ, 通常の条件では気体層の往復振動はシャトル伝熱に大きな影響を与えないことを示した. ただし仮定(1)の通り, 気体の圧力変動は考慮されていない. またシャトル伝熱の低減法にも言及し, 特にシリンダー, ディスプレーサの肉厚を薄くすることの有効性を, 別の解析によって示している.

Rios の解析式は, その導出においていくつかの細かい仮定を適用しているため, あとで示す筆者ら^{(16),(17),(18)}の解析, Baik ら⁽⁴⁴⁾の解析とは厳密には一致しないものの, シャトル伝熱の本質的特性をほぼ完全に表している. しかし残念ながら, 彼の解析はその後のシャトル伝熱の研究の中でほとんど引用されておらず, 彼の解析を用いて冷凍機のシャトル伝熱を見積もった例は筆者の知る限りでは見受けられない. その一因は Rios の解析の導出の煩雑性にあり, また彼が低温工学の分野で論文を発表していないことも影響していると思われる. いずれにせよ, 現在までに発表されているシャトル伝熱の解析式の中でも実用性, 厳密性の点で優れた部類に属する彼の解析式はその後ほとんど引用されることがなく, Radebaugh ら⁽⁴⁵⁾, 筆者ら, Baik らによって, 別の方法でシャトル伝熱の解析が発展していくことになる.

Harness and Newmann⁽⁴⁶⁾は, Zimmerman ら⁽⁴⁵⁾の仮定(2)を緩和してシャトル伝熱についての数値計算を行い, その結果を Zimmerman らの解析式から得られた結果と比較している. 数値計算で用いた主な仮定は,

(1) 気体の圧力変動を無視してシャトル伝熱のみを考えること

(2) シリンダー、ディスプレーサの固体壁は半径方向で温度が一樣であることの二点である。仮定(1)は Zimmerman らの仮定とまったく同じであるが、仮定(2)では固体壁に有限の熱容量を与えて温度変動を許している点で Zimmerman らの仮定(2)よりも現実に近い。数値計算結果と Zimmerman らの解析結果を比較すると、数値計算結果に固体壁の肉厚の影響とディスプレーサ振動周波数の影響が現れている点で異なり、固体壁肉厚の増大、また周波数の増大にともなってシャトル伝熱も増大している。

Radebaugh and Zimmerman⁽⁴⁵⁾は固体壁の周波数あるいは熱伝導率が小さい場合のシャトル伝熱について言及し、Zimmerman ら⁽¹⁵⁾の解析を拡張することによって、より適用範囲の広いシャトル伝熱の解析式を提案している。シリンダー、ディスプレーサを半無限固体と仮定して、その半無限固体表面に一定の振幅で周期的な温度変動がある場合を考えると、周波数が大きく、固体壁の熱伝導率が大きいときには、周期的温度変動にともなう単位時間当たりの固体壁への熱の出入りについての熱抵抗は小さく、シリンダー、ディスプレーサ間の気体層の熱抵抗がシャトル伝熱にとって重要な因子となる。逆に周波数が小さく、固体壁の熱伝導率が小さい場合には、単位時間当たりの固体壁への熱の出入りが小さく、固体壁の熱抵抗がシャトル伝熱にとって支配的な因子となる。Radebaugh らはまず、固体壁の熱抵抗がシャトル伝熱にとって支配的である場合を考えて、以下のような仮定のもとで解析を行った。

- (1) 気体の圧力変動を無視してシャトル伝熱のみを考える
- (2) シリンダー、ディスプレーサの肉厚は温度浸透厚さに比べて十分に大きく、
固体壁は半無限固体として扱うことができる
- (3) シリンダー、ディスプレーサは同じ物性値を持つ
- (4) 気体層の熱抵抗は無視する

これらの仮定のうち、(4)についてはあとで緩和される。この解析では固体壁に温度変動を許し、なおかつ固体壁の半径方向の温度分布を考慮している点で、Zimmerman らの解析よりも現実的であるが、Rios⁽⁴³⁾の解析に比べると厳密性に欠ける部分が多い。仮定(2)を利用して、一次元半無限固体の表面で周期的温度変動がある場合の半周期の熱浸入量を求めると、単位時間当たりのシャトル伝熱量について以下の解析式が得られる。

$$Q_{sh} = \frac{DS^2\Gamma}{2} \sqrt{\frac{\pi\gamma k\rho c}{2}} \quad (1.5)$$

ただし f はディスプレイサ周波数、 ρ は密度、 c は比熱を表し、物性値はすべて固体壁のものである。さらにこの式から得られる固体壁の熱抵抗と、Zimmermanらの解析式から得られる気体層の熱抵抗を直列に考えることによって、仮定(4)を緩和した次の式が導出される。

$$\frac{1}{Q_{sh}} = \frac{1}{Q_{shg}} + \frac{1}{Q_{shs}} \quad (1.6)$$

ただし Q_{shg} 、 Q_{shs} はそれぞれ(1.1)式、(1.5)式で表されたシャトル伝熱量に対応する。あとで筆者ら^(19,21,22)の解析によって指摘するように、Radebaughらのシャトル伝熱のとらえ方は不十分であり、この式の係数もZimmermanらの解析式の係数と同様に誤っている。しかしながら、条件によってシャトル伝熱が気体層の熱抵抗によって支配される場合と、固体壁の熱抵抗によって支配される場合の二通りが存在すること、また固体壁の熱抵抗によって支配される場合にはシャトル伝熱が周波数の平方根に比例した量になることを指摘した点は重要であり、Riosの解析に続いてRadebaughらの解析が行われたことにより、シャトル伝熱の基本的な特性の理解はほぼ完了したと言ってよい。またRadebaughらは仮定(2)に関して、実際の小型冷凍機の運転条件に合わせて温度浸透厚さを計算した例をいくつか示し、この仮定が十分に妥当であることを例証した。さらにRadebaughらは初めてシャトル伝熱の測定を行い、解析式(1.6)の結果と比較している。シャトル伝熱の測定方法は以下の通りである。まず冷凍機を運転して低温ステージを所定の温度まで冷却する。続いてディスプレイサを往復振動させたまま圧縮機の運転だけを中断したときの低温ステージの温度上昇率を測定する。同様にディスプレイサ、圧縮機の両者の運転を中断したときの低温ステージの温度上昇率も測定し、これらの温度上昇率の差からシャトル伝熱量を求める。彼らはこの手法によって、一段のスターリング冷凍機を使い、低温端温度と運転周波数をパラメータとしてシャトル伝熱を測定した。測定結果は(1.6)式の解析結果と15%の範囲で一致している。

Orlowska⁽²⁷⁾は、Radebaughら⁽²⁵⁾が用いたのと同様の測定手法を使ってシャト

ル伝熱の測定を行った。測定には一段のスターリング冷凍機を用い、低温ステージ温度、周波数、ディスプレイサストロークを変化させて多くの測定データを得ている。Orlowska は、蓄冷器効率の低下による損失、圧力損失などを測定結果から分離し、より精度の高いシャトル伝熱の測定を可能とした。その測定結果は Radebaugh らの解析結果と $\pm 8\%$ の範囲で一致している。

Sun and Chen⁽¹⁶⁾ は Radebaugh ら⁽¹⁵⁾ の解析を拡張し、固体壁と気体層の層流熱伝達を考えることによって、合計五つの熱インピーダンスによってシャトル伝熱を評価する式を与えている。五つのインピーダンスは、ディスプレイサ、シリンダー、気体層、ディスプレイサと気体層の境界、シリンダーと気体層の境界において与えられる。彼らの解析における主な仮定は、

- (1) 気体の圧力変動を無視してシャトル伝熱のみを考えること
- (2) シリンダー、ディスプレイサの肉厚は温度浸透厚さに比べて十分に大きいこと

の二点である。Sun らの解析でもっとも重要な点は、固体壁表面の温度変動と固体壁に浸入する伝熱量の変動の位相差 $\pi/4$ を考慮した点にある。この位相差を考慮しないと、シャトル伝熱が固体壁の熱抵抗に支配される場合にはシャトル伝熱量を $\sqrt{2}$ 倍に過大評価することになる。Rios⁽¹⁷⁾ の解析ではこの位相差は考慮されているが、Radebaugh らの解析では無視されている。彼らの解析結果は、Radebaugh らの測定結果と比べると 10% の範囲で一致している。

筆者ら^{(16),(17),(18)} は、図 1.13 に示した Zimmerman ら⁽¹⁵⁾ によるシャトル伝熱の説明に代表されるような従来のとらえ方とは若干異なった概念を導入した。図 1.7 がそれである。この概念をもとに、筆者らは Radebaugh ら⁽¹⁵⁾ の解析には以下に示す三つの問題点があり、改良の余地を残していることを指摘した。

- (1) ディスプレサの往復振動が正弦的な場合には、シャトル伝熱の有効面積が周期的に変化することを考慮しなければならない。ただし有効面積とは、図 1.7 の①の領域と④の領域が気体層を介して向かい合っている部分の面積をさす。
- (2) ディスプレサの変位と、シリンダー内壁、ディスプレイサ外壁の温度変動の間の位相差を考慮する必要がある。
- (3) 固体壁表面の温度変動と固体への浸入熱量の変動との間の位相差 $\pi/4$ を考慮しなければならない

なお(3)については Sun ら⁽⁴⁸⁾の解析では考慮されている。筆者らは以上の観点から、気体層に相当する表面層を有する二層の半無限固体を考え、シャトル伝熱の系を一次元熱伝導問題に帰着して解析を行い、以下の単位時間当たりのシャトル伝熱量の評価式を得ている。

$$Q_{sh} = \frac{\pi}{4} m_d D S^2 \Gamma \sqrt{\frac{\pi f k_d \rho_d c_d}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \gamma_d\right) \quad (1.7)$$

$$m_d = \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{rd} k_{rd})^2 + (\delta_{rd} k_{rd})^2}} \quad (1.8)$$

$$\gamma_d = \tan^{-1}\left(\frac{\delta_{rd} k_{rd}}{1 + \delta_{rd} k_{rd}}\right) \quad (1.9)$$

$$\delta_{rd} = \delta \sqrt{\frac{\pi f}{\alpha_d}} \quad (1.10)$$

$$k_{rd} = \frac{k_d}{k_g} \quad (1.11)$$

記号は前出の通りである。代表長さを気体層厚さ δ とし、熱伝達率を k/δ としたときのビオー数の逆数に相当する無次元数が k_{rd} である。また代表長さを気体層厚さ δ とし、ディスプレイサの振動周期 $1/f$ を時間にしたときのディスプレイサのフーリエ数の平方根に反比例する無次元数が δ_{rd} である。この解析で使われている主な仮定は、

- (1) 気体の圧力変動を無視してシャトル伝熱のみを考えること
- (2) シリンダー、ディスプレイサの肉厚は温度浸透厚さに比べて十分に大きいこと
- (3) 気体層の半径方向の温度分布は常に直線分布で表すこと
- (4) シリンダーの熱容量は無限大とする、すなわちシリンダー壁は温度変動しないこと

である。仮定(4)については、一部 Zimmerman ら⁽¹⁵⁾の解析の仮定に逆戻りしているが、これは同時に示された別の解析で緩和されている。筆者らはこの解析から、Radebaugh ら⁽⁴⁸⁾の解析が上記の問題点(1)に関連して常にシャトル伝熱を $4/\pi$ 倍に過大評価していること、問題点(2)、(3)に関連して条件によってはシャトル

伝熱をさらに、 $\sqrt{2}$ 倍に過大評価していることを指摘した。また気体層厚さをパラメータとして図1.14のようにシャトル伝熱の概観を明確にした。これは Rios⁽⁴³⁾ が示したシャトル伝熱の特性と同じ傾向を持つ。筆者らのシャトル伝熱の特性評価は、シャトル伝熱がビオ数、フーリエ数の二つの無次元数によって整理できることを示し、シャトル伝熱の特性評価に物理的な意味合いを導入することに成功した点で意義がある。筆者らは上記の解析を拡張し、熱抵抗の概念を用いて仮定(4)を緩和した解析も提示した。その結果は、別途行った数値計算によるシャトル伝熱の計算結果と非常に一致をみている。

Baik and Chang⁽⁴⁴⁾ は、シリンダー、ディスプレイサ両者の温度変動を考慮した厳密な解析を与えている。この解析で用いた主な仮定は、

- (1) 気体の圧力変動を無視してシャトル伝熱のみを考えること
- (2) シリンダー、ディスプレイサの肉厚は温度浸透厚さに比べて十分に大きいこと

の二点のみである。シャトル伝熱を一次元の熱伝導問題に帰着しているのは筆者ら⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾ の解析と同じであるが、筆者らがシリンダーの熱容量を無限大としてシリンダー温度変動を考慮しなかったのに対し、Baik らはシリンダー、ディスプレイサの両者について境界条件を与えて温度変動を解き、熱抵抗の概念を用いずに数学的にシャトル伝熱を導出している。シャトル伝熱量を求める際には、ディスプレイサの往復振動にともなうエンタルピー流を用いているが、これは Rios⁽⁴³⁾ のシャトル伝熱量の導出方法と同じである。Baik らの解析式で単位時間当たりのシャトル伝熱量は、

$$Q_{sh} = \frac{\pi D S}{4} \sqrt{\omega k_d \rho_d c_d} T_{d0} \sin \phi \quad (1.12)$$

$$T_{d0} = \frac{FS}{2} \frac{a_c}{\sqrt{\left(\frac{a_d + a_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{a_d + a_c}{\sqrt{2}} + a_d a_c\right)^2}} \quad (1.13)$$

$$a_d = \frac{k_d}{h} \sqrt{\frac{\omega}{\alpha_d}} \quad (1.14)$$

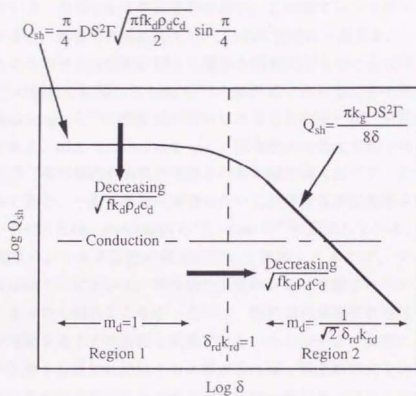


図1.14 シャトル伝熱の概観

$$a_z = \frac{k_z}{h} \sqrt{\frac{\omega}{\alpha_c}} \quad (1.15)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{a_d + a_c}{\sqrt{2}} + a_d a_c}{\frac{a_d + a_c}{\sqrt{2}}} \right) \quad (1.16)$$

と表されている。ただし h は熱伝達率を表す。この式でシリンダーの熱容量を無限大にすると、筆者らの解析式(1.7)~(1.11)に完全に一致する。

現在のところシャトル伝熱に関する簡易な解析式でもっとも正確なのは、筆者ら⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾の解析を拡張した Baik ら⁽⁴⁴⁾の解析式であろう。その簡易性から依然として Radebaugh ら⁽⁴⁵⁾の解析式が用いられることが多いが、定量的な評価には不適当である。Baik らの解析において、固体壁内の温度変動や熱の出入りに関する仮定は、固体壁内の温度浸透厚さが固体壁肉厚に比べて十分小さいということのみである。一般に小型冷凍機において固体壁温度浸透厚さが固体壁肉厚よりも小さいことは、Radebaugh ら⁽⁴⁵⁾、Baik ら⁽⁴⁴⁾が例証している。

以上、従来のシャトル伝熱の研究について概観してきたが、すべての解析（数値計算は除く）において、物性値の温度依存性は考慮されていない。この件についてまったく触れてこなかったのは、物性値の温度依存性はシャトル伝熱の特性を理解する上で本質的な問題ではないからである。実際に小型冷凍機のシャトル伝熱を定量的に評価する必要があるれば、簡易解析式を用いることによって、物性値の温度依存性を含めて軸方向の一次元熱バランスを考慮した数値計算を行えばよい。シャトル伝熱を二次元熱伝導問題としてとらえた上で差分化して数値計算を行うよりは、計算時間、労力を格段に節約できる。

シャトル伝熱に関する残された問題は、端部効果（end effect）と気体層内の伝熱の影響であろう。端部効果は現実の小型冷凍機において低温端、高温端部分の境界条件を厳密に考えたときに生じる問題であり、ディスプレイサストロークがディスプレイサ長さに比べて無視できない場合には影響が大きくなる。Zimmerman ら⁽⁴³⁾が数値計算結果から指摘しているように、通常的小型冷凍機の仕様でも端部効果は少なからず現れる。気体層内の伝熱は条件によってはシャトル伝熱に大きな影響を与える。この件については付録の章で論じることにする。

1.3.2 シャトル熱損失

前節で紹介したシャトル伝熱に関する研究は、すべてシリンダーとディスクプレーサの間に介在する気体層の圧力変動を考慮していない。気体層の圧力変動を考慮した厳密な意味でのシャトル熱損失を考えると、固体振動にともなう熱輸送現象に加えて、気体の定在波振動、非定在波振動にともなう熱輸送現象についても考える必要があるために、その現象の理解はシャトル伝熱に比べてはるかに難しくなる。シャトル熱損失の評価に圧力変動の影響を考慮することが不可避免的な問題であるにもかかわらず、現在までまったく圧力変動を含めたシャトル熱損失の研究が行われていないのは、このような現象の理解の難しさに原因がある。

1.4 バルス管冷凍機に関する従来の研究

1.4.1 バルス管冷凍機の分類

バルス管冷凍機という名称で呼ばれる冷凍機にはいくつかの種類があり、その種類によっては冷凍原理が大きく異なる。そこで従来の研究に触れる前に、バルス管冷凍機を系統的にいくつかの種類に分類しておく。

バルス管冷凍機と称する小型冷凍機は、Gifford and Longworth⁷⁾によって1964年に発明された。これは現在ではベーシック型バルス管冷凍機と呼ばれており、図1.15のような構造を持つ。冷凍機の主な構成要素は、圧縮機、蓄冷器、バルス管、そして作動流体である。スターリング冷凍機、GM冷凍機などの従来型のディスプレイサ型冷凍機と比べると、バルス管冷凍機の構造の単純さがわかる。ベーシック型だけでなく、すべてのバルス管冷凍機に共通するもっとも大きな特徴は、ディスプレイサがなく、低温部分に機械的な可動部分がないという点にある。したがってバルス管冷凍機は、開発当初から長寿命、低振動、高信頼性を期待されてきた。特に最近では宇宙技術の開発にともなって、衛星搭載用の冷凍機としての要求が高まっている。

ベーシック型冷凍機の出現から20年後の1984年に Mikulin ら⁸⁾によって改良されたバルス管冷凍機は、図1.16のようにバルス管高温端部分に絞りを入れて比較的容積の大きなリザーバを備えている。これはのちにオリフィス型バルス管冷凍機と呼ばれるようになる。オリフィス型冷凍機は、ベーシック型冷凍機とは異なる冷凍原理で作動することが知られている。

Radebaugh ら⁹⁾はオリフィス型冷凍機の登場後すぐに、バルス管冷凍機をベーシック型冷凍機、共鳴管冷凍機、オリフィス型冷凍機の三種類に分類し、その冷凍原理の違いに言及している。共鳴管冷凍機については1.2.4節で簡単に触れたが、本論文中ではこれをバルス管冷凍機として考えないことにする。共鳴管冷凍機の冷凍原理は後述するサーフィスヒートポンピングによって理解でき、ベーシック型冷凍機の冷凍原理に同じである。

オリフィス型冷凍機への改良によってバルス管冷凍機の冷凍性能が格段に向上すると、ダブルインレット型冷凍機¹⁰⁾をはじめとして、さらに多くの種類のバルス管冷凍機が開発されるが、これらの冷凍原理はほぼオリフィス型と同じ

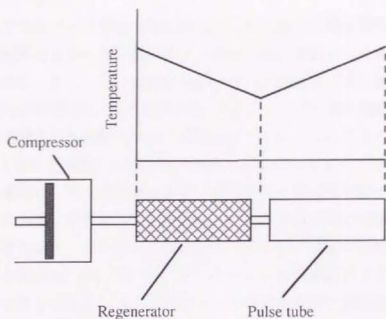


図1.15 ベーシック型パルス管冷凍機

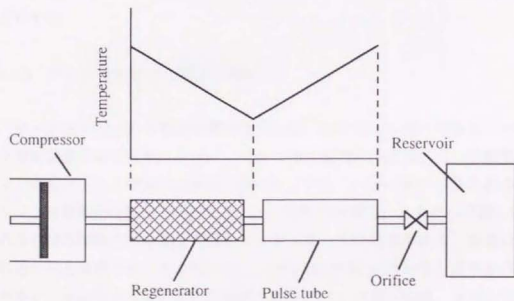


図1.16 オリフィス型パルス管冷凍機

だと言ってよい。

本論文ではパルス管冷凍機に対して、その冷凍原理を理解するのに重要となる位相制御に着目した分類を行う。位相制御に着目した分類は富永⁽⁵¹⁾によって提唱された。まずパルス管高温端部分での作動流体の変位振動の圧力変動に対する遅れを位相差 θ_0 、変位振幅を $|x_0|$ で表す。ただし変位振動の符号は、パルス管の低温端から高温端へ向かう方向を正とする。このときパルス管冷凍機を図1.17のように三種類に分類する。富永の命名にしたがって、本論文中でも三種類の冷凍機を、それぞれ第一世代、第二世代、第三世代のパルス管冷凍機と呼ぶことにする。このような分類法は、パルス管冷凍機の性能を評価する上で重要な指標となり、ベーシック型以降のパルス管冷凍機の位相制御機能を理解するのに役立つ。図1.17には、多くのパルス管冷凍機をこの三種類に振り分けた結果も示してある。ただし通常はパルス管冷凍機の高温端部分での変位振動あるいは流速変動を計測するのは困難なため、はっきりと分類できないパルス管冷凍機もあり、括弧付きで示したものは、筆者の推測のもとに分類したことを断っておく。本論文では第三世代に属すると思われる冷凍機、すなわちベーシック型、オリフィス型以外の冷凍機を総称して、特に改良型冷凍機と呼ぶことにする。

1.4.2 ベーシック型パルス管冷凍機

ベーシック型パルス管冷凍機の構成は図1.15に示した通りである。ベーシック型冷凍機の研究に触れる前に、パルス管冷凍機の圧縮機について説明しておく。現在は主に二種類の圧縮機が使われている。一つは図1.3に見られるスターリング冷凍機の圧縮機と同類のピストン式の圧縮機で、もう一つは図1.4に見られるGM冷凍機の圧縮機と同類のバルブを用いた圧縮機である。前者は正弦波に近い圧力波形を作り出すのに対し、後者は矩形波に近い圧力波形を作ることが多い。本論文では前者の圧縮機をスターリング型圧縮機、後者の圧縮機をGM型圧縮機と呼ぶ。これは、それぞれがGM冷凍機、スターリング冷凍機の圧縮機として使われていることにちなんでいる。また便宜上このような圧縮機の相違に応じて、図1.3のような圧縮機を用いたパルス管冷凍機をスターリング型と呼び、図1.4のような圧縮機を用いたパルス管冷凍機をGM型と呼ぶことに

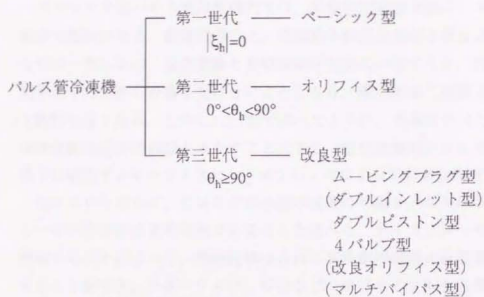


図1.17 パルス管冷凍機の位相制御による分類

する。実用的な側面で考えても、スターリング型パルス管冷凍機はスターリング冷凍機と競合し、GM型パルス管冷凍機はGM冷凍機と競合することになる。最初に Gifford and Longworth⁽⁷⁾によって試作されたのは、GM型のパルス管冷凍機であった。このほかに、最近ではパルス管冷凍機用の圧縮機として超音響圧縮機 (Thermoacoustic driver : TAD)⁽⁵²⁾⁽⁵³⁾⁽⁵⁴⁾が開発されている。これは熱エネルギーによる気体の自動振動を利用した圧縮機であり、この圧縮機を使うことによって、機械的な可動部分がまったくない冷凍機を構成することができる。

ベーシック型パルス管冷凍機内では、気体の定在波振動にともなう熱輸送現象が支配的になる。厳密に言うと、作動流体の圧力変動と変位振動の位相は完全には一致しない。圧力変動と変位振動が完全に一致すると、作動流体は一周期平均で外界から仕事を受けないことになり、熱力学第二法則より冷凍機として動作しなくなる。しかし1.2.1節で述べたように、本論文ではこのような系の気体振動は定在波振動とみなすことにする。定在波振動にともなう熱輸送は、以下に説明するサーフィスヒートポンピングによっておおむね理解できる。

先にスターリング、GMなどの小型冷凍機の冷凍サイクルにおいてディスプレイサの存在が必要不可欠であることを述べた。ディスプレイサの往復運動を制御することによって、作動流体は自由に高温膨張空間と低温膨張空間を往來することができ、スターリング、GMなどの冷凍サイクルを実現する。これに対して、ディスプレイサのないベーシック型パルス管冷凍機では、まったく別の方法で冷凍サイクルが構成されている。Gifford and Longworth⁽⁴¹⁾は、この寒冷発生のメカニズムを"surface heat pumping" (日本語に適当な訳語がないため、本論文ではサーフィスヒートポンピングと表記する) と呼び、パルス管内のある微小気体要素に着目し、微小気体要素と固体壁の熱の受け渡しを考えることによって冷凍サイクルを説明した。図1.18はパルス管内で微小気体要素が振動するときの、一周期での気体の位置変動と温度変動を表している。パルス管の右側が閉端になっており、左側から気体に圧力変動を与えている。この構造ではパルス管の左側が冷却される。最初 x の位置で固体壁と熱平衡状態にある気体要素は、圧縮されて x' の位置へ移動する。この圧縮過程は短時間で完了し、その間に気体要素と固体壁の間ではほとんど熱交換が行われないものとする。気体要素の温度は断熱圧縮によって T_1 から T_1' へと上昇する。次に気体要素は、 x' の位置で隣接する固体壁と熱平衡状態になるまで固体壁に熱を放出する。た

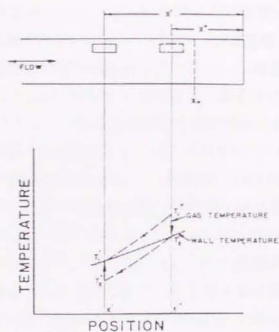


図1.18 サーフィスヒートポンピングサイクル⁽⁴¹⁾

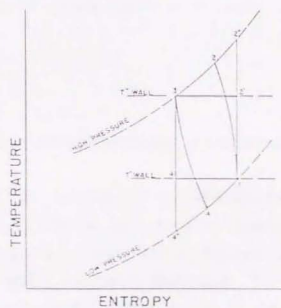


図1.19 サーフィスヒートポンピングとブレイトンサイクル⁽⁴¹⁾

だし固体壁の熱容量は十分に大きいと考える。気体要素の温度は T_1' から T_2' まで下降する。続いて膨張過程に入り、気体要素はもとの位置 x' に戻る。断熱膨張によって気体要素の温度は T_2' から T_3' まで下降する。膨張過程も短時間で終了し、この間に気体要素と固体壁の間で熱交換は行われない。最後に気体要素は、熱平衡状態になるまで x' の位置で隣接する固体壁から熱を受け取り、もとの温度 T_1' になる。以上のサイクルで、微小気体要素は固体壁から x' の位置で熱を受け取り、 x' の位置で固体壁に熱を放出している。したがってパルス管の左から右へと熱が運ばれ、左端で寒冷が発生する。この説明からもわかる通り、サーフィスヒートポンピングサイクルでは圧力上昇、圧力降下ではできるだけ短時間の間に行われることが望ましい。サーフィスヒートポンピングによる寒冷発生は、固体壁の温度勾配が大きくなり、 T_1' と T_2' 、 T_1'' と T_2'' の温度が等しくなったときに限界となるが、実際にこのような方法で、かなり大きな温度勾配を生み出せることが確かめられている。Gifford らによる Syracuse 大学のグループは、一段のベーシック型パルス管冷凍機で124Kを、冷凍機を二段に構成することによって79Kを得ている⁽⁵⁵⁾。

彼らはこの寒冷発生量が、パルス管のフーリエ数によって大きく影響されることを示している。フーリエ数 Fo は、

$$Fo = \frac{\alpha}{fD^2} \quad (1.17)$$

で表される。ただし f は冷凍機運転周波数、 α は気体の温度伝導率、 D はパルス管内径を表す。

さらにGiffordら⁽⁴¹⁾は、パルス管内の一つの微小気体要素に着目したとき、サーフィスヒートポンピングはブレイトンサイクル（正確に言えばブレイトン逆サイクル）に類似していることを示している。図1.19の1-2-3-4はパルス管内のある微小気体要素の温度—エントロピー線図である。サーフィスヒートポンピングサイクルが、1-2'-3-4'で表した理想的なブレイトンサイクルに近いことがわかる。ちなみに1-2'-3-4'はカルノーサイクルである。

このようにサーフィスヒートポンピングの原理は早くから理解されていたが、Giffordら⁽⁴¹⁾はベーシック型パルス管冷凍機の冷凍能力を定量的に評価することは困難であることを指摘している。パルス管冷凍機の冷凍サイクルは、微小気

体要素についてしか考えられない。すなわちパルス管の半径方向、軸方向の異なる位置での冷凍サイクルは、それぞれ別の定量的評価が必要となる。これは、パルス管の半径方向で流体の振幅が異なること、固体壁との熱的な緩和時間が異なること、また軸方向でも流体の変位振幅が異なることによる。

Longworth⁽⁵⁵⁾は、ベーシック型パルス管冷凍機の運転パラメータを変えた詳細な測定を行っている。彼はその測定結果をフーリエ数によって整理し、さらに実験で証明されたベーシック型パルス管冷凍機のいくつかの特性を用いて、冷凍能力を評価する整理式を提案している。

Gifford and Kyanka⁽⁵⁶⁾は、スターリング型の圧縮機を用いたベーシック型パルス管冷凍機を試作し、GM型の圧縮機を用いた冷凍機と比較している。スターリング型の圧縮機を用いると圧力波形は正弦波に近くなる。したがって前述の通り、サーフィスヒートポンピングの效果に悪影響が及ぶことが予想される。しかしGM型の圧縮機では、圧縮機と冷凍機をつなぐバルブでの等エンタルピー膨張による損失が大きいため、冷凍機全体の効率で見るとスターリング型のベーシックパルス管冷凍機の方が優れていると主張し、測定結果からその妥当性を確認している。

その後Mikulinら⁽⁶⁾がオリフィス型パルス管冷凍機を導入し、冷凍性能が著しく向上したことにともない、ベーシック型冷凍機の開発はほとんど行われなくなった。ベーシック型冷凍機に関しては、いまだGiffordらのグループ⁽⁵⁵⁾によって得られた性能を超えるものは報告されていない。オリフィス型冷凍機の導入以後のベーシック型冷凍機の研究には、Richardson⁽⁵⁷⁾⁽⁵⁸⁾による粘性を考慮した考え方の提示、Huang and Tzeng⁽⁵⁹⁾による性能試験、Boer⁽⁶⁰⁾⁽⁶¹⁾による冷凍性能の定量的解析などがある。

また前節の位相制御による分類では、パルス管高温端が閉端であるベーシック型冷凍機は明らかに第一世代に属する。

1.4.3 オリフィス型パルス管冷凍機

1984年にMikulinら⁽⁶⁾は、ベーシック型パルス管冷凍機のパルス管高温端を改良した冷凍機を提案した。その構造はすでに図1.16に示した通りで、パルス管高温端が絞り（オリフィス）を介して比較的体積の大きなリザーバに接続して

いる。そのほかの冷凍機の構成は本質的にベーシック型冷凍機と同じである。この冷凍機は、のちにオリフィス型パルス管冷凍機と呼ばれるようになる。彼らの試作したオリフィス型冷凍機は、作動流体に空気を用いている点で性能に限界があるものの、GM型圧縮機を用いた一段冷凍機で到達温度106Kを達成し、ベーシック型冷凍機の性能を大きく上回った。彼らはヘリウムを作動流体とすることによって、60K以下の低温を得ることが可能だと示唆している。

この研究を受けて、Radebaughら⁽⁴⁹⁾はオリフィス型冷凍機の性能を十分に引き出すことに成功した。彼らはオリフィスにニードルバルブを用い、作動流体にヘリウムガスを使用することによって最低到達温度60Kを得ている。圧縮機はスターリング型で、冷凍機の主な寸法は、パルス管外径12.7mm、長さ237mm、リザーバ体積1000cm³、蓄冷器直径19mm、長さ127mmで、蓄冷材には150meshの磷青銅を用いている。作動流体の圧縮比は1.24MPa/0.71MPa(=0.75)で、最適な運転周波数は9Hzであった。Radebaughらによって確立された技術により、オリフィス型パルス管冷凍機の性能はさらに向上する。1989年にLiangら⁽⁶²⁾は、スターリング型の圧縮機を用いて、最低到達温度49K、また77Kでの冷凍能力12Wを得ている。

パルス管冷凍機はディスプレイサを持たないので、圧縮機以外には機械的駆動部分がない。したがってその多段化は比較的容易である。Zhouら⁽⁶³⁾は、二つの圧縮機によって駆動する二段のオリフィス型パルス管冷凍機を試作し、最低到達温度31Kを達成した。その後、Twardら⁽⁶⁴⁾は一台のスターリング型圧縮機を用いた二段のオリフィス型冷凍機により、最低到達温度26Kを得た。最近では、Bradley and Radebaugh⁽⁶⁵⁾がGM型圧縮機を用いた三段のオリフィス型冷凍機によって、最低到達温度10.5K、22.5Kでの冷凍能力2Wを得ている。

オリフィス型パルス管冷凍機の寒冷発生の解釈は、ベーシック型冷凍機に比べると難しい。オリフィス型冷凍機は、ベーシック型のようにサーフィスヒートポンピングを利用していない。David and Marechal⁽⁶⁶⁾は、ベーシック型、オリフィス型の両者に対してパルス管の直径を系統的に変え、パルス管直径と作動流体の温度浸透厚さとの比に着目した実験を行い、オリフィス型ではサーフィスヒートポンピングが支配的な現象でないことを示した。

Radebaughら⁽⁴⁹⁾は周期平均のエンタルピー流の概念を用いて、ベーシック型とオリフィス型の冷凍原理の違いを説明している。理想気体近似において、振

動流体の一周期平均のエンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ は次式で表される。

$$\langle \dot{H} \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \dot{m} h dt = \frac{C_p}{\tau} \int_0^\tau \dot{m} T_e dt \quad (1.18)$$

ただし \dot{m} は質量流速、 h は比エンタルピー、 C_p は定圧比熱、 τ は周期、 T_e は温度変動を表す。蓄冷式の冷凍機において蓄冷器が理想的に働けば、蓄冷器内の一周期平均のエンタルピー流量は0となることはよく知られている。これは、蓄冷材の比熱が作動流体の比熱に比べて十分に大きく、蓄冷材と作動流体が完全に熱交換することを想定すれば容易に理解できる。このとき蓄冷器内のある場所に流入してくる作動流体の温度は常に一定であり、したがって蓄冷器内のエンタルピー流量も常に0となるからである。蓄冷器が理想的でパルス管冷凍機の低温端で冷凍能力があれば、パルス管内で低温端から高温端に向かうエンタルピー流が存在することになり、熱力学第一法則からパルス管内のエンタルピー流は冷凍能力に等しくなる。この様子を示したのが図1.20である。パルス管内で低温部から高温部へ向かうエンタルピー流を作るためには、流体の質量変位振動と温度変動に適当な位相差が必要となる。ベーシック型の場合は、作動流体とパルス管壁の熱交換によって質量流速変動の位相が変化し、この位相差が作り出される。それに対してオリフィス型の場合は、パルス管高温端部のオリフィスとリザーバによって質量流速変動の位相が変化し、この位相差が作り出される。本論文では、オリフィス型冷凍機におけるオリフィスとリザーバのようにより、作動流体の速度変動の位相を変化させる機構を総称して位相制御機構と呼ぶ。Radebaughらのエンタルピー流を用いた解釈は、その後 Rott⁽³⁶⁾の考え方を踏襲した Swift⁽³⁷⁾、Tominaga⁽⁶⁷⁾の熱音響理論による解釈へと発展し、さらに Kasuya ら^{(68),(69),(70)}の実験によって支持される。

一方で Zhu ら⁽⁵⁰⁾は、一周期の間で常にパルス管内に停留する気体要素に着目し、これを一種のピストンとみなしてオリフィス型パルス管冷凍機の寒冷発生について考察している。この考え方をを用いると、パルス管冷凍機における冷凍サイクルとスターリングサイクルの類似性が認識できる。彼らはこの概念からダブルインレット型冷凍機を発想した。Matsubara ら⁽⁷¹⁾も同様に、一周期の間にパルス管から出ていくことがない気体要素に着目し、これをピストンとみなして仮想ピストンおよび仮想P-V仕事の概念を提唱した。この概念を使うと、よ

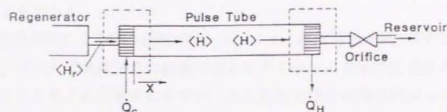


図1.20 エンタルピー流を用いたパルス管冷凍機の解釈⁽⁴⁹⁾

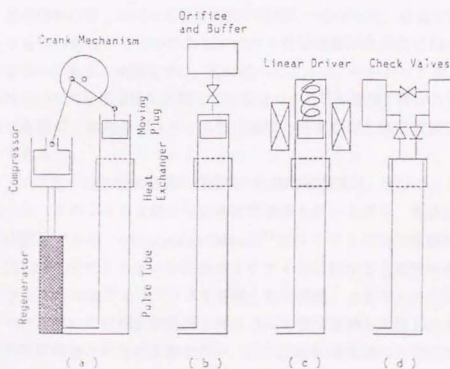


図1.21 パルス管冷凍機さまざまな位相制御機構⁽⁷⁵⁾

りスターリングサイクルとの類似性がはっきりし、スターリングサイクルのP-V仕事量が寒冷発生量に相当するという考え方をそのまま援用できる。

現在では、大きく分けると以上の二つの解釈が、オリフィス型、あるいはこのあとで触れる改良型のバルス管冷凍機の寒冷発生を考える上での主流となっているようである。

なお位相制御による先の分類では、オリフィス型冷凍機は第二世代に属する。これは、バルス管高温端での流速の向きがオリフィス前後の圧力差の正負に依存することを考えれば理解しやすい。また電気回路との類似性からもオリフィス型冷凍機が第二世代に属することが指摘されている⁽⁷²⁾。しかしバルス管内での流速測定が困難なことから、これを実験的に確かめた例^{(73),(74)}は少ない。

1.4.4 改良型バルス管冷凍機

ベーシック型からオリフィス型バルス管冷凍機への改良にともなう性能の向上は、そのほかの多くのバルス管冷凍機の開発につながった。最近ではオリフィス型よりも高性能のいくつかの新しいバルス管冷凍機が実用化に向けた開発の主流になりつつある。本論文では、先に述べたように、ベーシック型、オリフィス型以外のバルス管冷凍機を総称して改良型バルス管冷凍機と呼ぶことにする。その冷凍原理は、前述のオリフィス型冷凍機の冷凍原理とほぼ同様に解釈することができる。

オリフィス型バルス管冷凍機の高温端の位相制御機構は、オリフィスとリザーバであった。このような受動的な位相制御機構を用いる限り、流体振動の位相制御には限界がある。Matsubara and Miyake⁽⁷⁵⁾はオリフィス型冷凍機の限界を察知し、図1.21に示すようないくつかのオリフィスに代わる位相制御機構を提案した。さらに図の(b)でオリフィスを省略した冷凍機、つまりムービングプラグとリザーバを用いた位相制御機構を持つバルス管冷凍機を試作し、オリフィス型の位相制御機構との比較実験を行い、この位相制御機構の有効性を確認している。彼らの試作したムービングプラグ型冷凍機は、測定結果から第三世代の冷凍機であることも示されている。

続いてZhuら⁽⁵⁰⁾は、新しい位相制御機構としてオリフィス、リザーバにsecond inletと称する配管を加えた機構を提案し、この位相制御機構を持つ冷凍

機をダブルインレット型冷凍機と呼んだ。ダブルインレット型冷凍機の構造を図1.22に示す。彼らが使っている second inlet に相当する訳語は確定していない。本論文ではこれをバイパス配管と呼ぶことにする。彼らはスターリング型圧縮機を用いた一段のダブルインレット型パルス管冷凍機によって到達温度42Kを記録し、オリフィス型冷凍機よりもよい性能が得られることを確認している⁽⁷⁶⁾。

Kasuya⁽⁸⁸⁾は、パルス管冷凍機の性能とパルス管高温端に到達する仕事流との関係を調べるために、パルス管高温端にピストンを組み込んだダブルピストン型冷凍機を試作した。これは Matsubara⁽⁷⁹⁾のムービングプラグ型に近い構造を持っている。しかし、ムービングプラグ型ではムービングプラグのシールの摩擦抵抗によって流体振動の位相を作り出すのに対して、ダブルピストン型ではパルス管高温端のピストンの位相、振幅を機械的に自由に制御できる機構になっている。すなわちダブルピストン型冷凍機を用いれば、第二世代、第三世代の位相を任意に実現できる。

Matsubara⁽⁷⁷⁾はさらに、パルス管高温端に吸気および排気バルブと流量調整用の絞りを設け、これをGM型圧縮機に接続して4バルブ型パルス管冷凍機を試作した。バルブ開閉のタイミングを変えることによって、やはり第二世代、第三世代の位相を自由に設定できる。

ムービングプラグ型、ダブルピストン型、4バルブ型は、いずれも位相制御機構に機械的な可動部分を持つ。したがってパルス管冷凍機の長所をいくぶん犠牲にしている。しかしいぜんとして低温端には可動部分が存在しないため、スターリング、GM冷凍機に比べれば十分に高い信頼性を保つことができると考えられる。

Wang⁽⁷⁸⁾は、スターリング型パルス管冷凍機の特徴を利用した新型の冷凍機を試作した。スターリング型圧縮機のピストン背圧体積をリザーバに代用した冷凍機で、彼らはこれを改良オリフィス型冷凍機と呼んでいる。オリフィス型冷凍機のリザーバは大きな体積を持ち、圧力がほぼ一定に保たれるのに対し、彼らの冷凍機ではピストン背圧を利用してリザーバに積極的に圧力変動を与え、作動流体にオリフィス型とは違う位相を与えているものと思われる。

Cai⁽⁷⁹⁾はマルチバイパス型冷凍機を開発した。これはダブルインレット型冷凍機のバイパス配管に加え、パルス管、蓄冷器の中間部分をバイパス配管で接続した構造を持つ。彼らの測定結果では、マルチバイパス型はダブルインレ

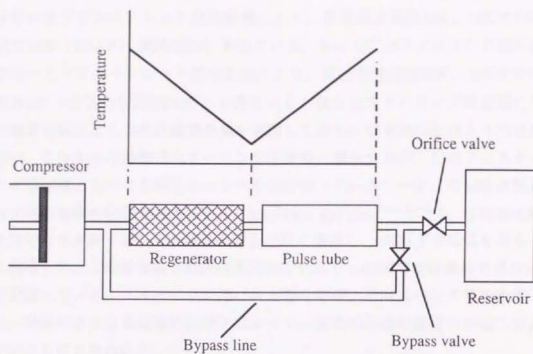


図1.22 ダブルインレット型パルス管冷凍機

ト型よりもよい性能を得ている。マルチバイパス型冷凍機については、パルス管冷凍機が多段化の一種としてとらえる意見もある。

改良型パルス管冷凍機のうち、特に構造が単純であるダブルインレット型冷凍機については、実用化に向けての冷凍性能試験が各国で行われている。その一例を紹介すると、Ohtani ら⁽⁸³⁾はリニアモーター駆動のスターリング型圧縮機を用いたダブルインレット型冷凍機により、最低到達温度35K、80Kでの冷凍能力10W (COPの値が0.036)を得ている。Burt ら⁽⁸¹⁾はスターリング型圧縮機を用いたダブルインレット型冷凍機により、最低到達温度30K、35Kでの冷凍能力1W (COPの値が0.005)を得ている。彼らはスターリング冷凍機に代わる衛星搭載用としての冷凍機開発を意図しており、冷凍機の仕様もその規格に近い。これらの冷凍機はスターリング冷凍機と競合するが、COPはスターリング冷凍機と比べても遜色ないレベルに近づいている。一方、GM冷凍機と競合する冷凍機の開発も進んでいる。Matsubara and Gao^{(82),(83),(84)}は、GM型圧縮機を用いたダブルインレット型冷凍機を三段に構成し、4K以下の低温を得ることに成功した。この冷凍機の最低到達温度は3.6Kで、4.9Kでの冷凍能力は119mWを記録している。スターリング型パルス管冷凍機、GM型パルス管冷凍機ともに、今後のさらなる冷凍性能向上によって、従来の小型冷凍機の市場に参入していくものと思われる。

1.4.5 オリフィス型および改良型パルス管冷凍機の解析

オリフィス型以降のパルス管冷凍機は、その開発が始まってからすぐに著しい冷凍性能の向上を実現しているが、一方で寒冷発生の解釈が確立しはじめたのはごく最近のことである。先に述べたように Radebaugh ら⁽⁴⁹⁾はエンタルピー流の概念からオリフィス型冷凍機の寒冷発生を解釈した。これを拡張したのが、Storch ら^{(85),(86)}による変動量の位相差に着目した簡易解析である。彼らはパルス管内の気体を断熱的に扱い、理想気体近似を適用して次の解析式を得ている。

$$\frac{\dot{H}}{P_a V_a f} = \frac{\pi}{\gamma} \left(\frac{P_d}{P_a} \right)^2 \cos \theta \quad (1.19)$$

ただし \dot{H} はパルス管内の単位時間当たりの平均エンタルピー流量を表し、エンタルピー流を使った解釈から、これは冷凍能力に相当する。また P_2 、 P_0 はそれぞれ作動流体の平均圧力と圧力振幅、 V_t はパルス管体積、 f は周波数、 γ は比熱比 (C_p/C_v)、 θ はパルス管高温端と低温端での質量流速の位相差を表している。彼らの提示した簡易解析は、現在でもオリフィス型パルス管冷凍機の設計指針として広く使われているが、以下に示すようにいくつかの問題点も残されている。パルス管内の作動流体を断熱的にとらえ、壁と作動流体の熱交換を考慮していないことは、変動量の位相の導出、さらにはエンタルピー流の導出にも影響を及ぼす。この解析の重要な因子である θ は経験的に与えるしかない。また蓄冷器を理想的に扱っているため、蓄冷器の効率については別途求める必要がある。しかしながら解析式が簡易であり、(1.19)式を変形することによって多くのパラメータの影響を見積もることができ、定性的には非常に有用な解析であることは間違いない。

Tominaga による線形熱音響理論^{(87)~(91)}を使った解析は、簡単な数値計算を導入することによって、蓄冷器も含めて冷凍機全体についての解析を可能とした。この計算では、主にパルス管高温端部分の境界条件を与えることによって、冷凍能力を求めることができる。熱音響理論では、各変動量の位相に着目し、固体壁と流体の熱交換を考慮した上で冷凍機内の熱流、仕事流、エンタルピー流を求めているため、Storch ら^{(85),(86)}の解析よりは厳密である。しかし実機において境界条件が明らかな場合が少ないため、必ずしも実用的とは言えない。

Matsubara ら⁽⁷¹⁾は前述の仮想 P V 仕事の概念を使って、冷凍機全体のシステムについて数値計算を行った。この方法は概念的には非常に理解しやすいが、仮想ピストンを断熱的に扱っていることから Storch ら^{(85),(86)}の解析と同様の問題点が残る。

そのほか最近では数値計算が多く行われている。Wu and Zhu⁽⁹²⁾、Wang ら⁽⁹³⁾、Wu ら⁽⁹⁴⁾、Zhu and Chen⁽⁹⁵⁾はオリフィス型冷凍機について、Wang ら⁽⁹⁶⁾はダブルインレット型冷凍機について数値計算を適用しているが、いずれもパルス管内の気体振動を一次元的に扱っている。

以上の解析すべてについて言えることは、パルス管内の流れを層流として扱っている点である。最近ではパルス管を模擬した測定^{(97),(98)}により、パルス管内の

流れの複雑な様相が明らかになりつつあり、このような流れおよびそれにと
なう損失を解析しようとする試みも始まっている⁽⁹⁹⁾。

1.5 本研究の目的と内容

固体壁で構成された流路内における流体振動は、しばしばその振動方向の熱輸送現象を誘発することが知られている。本論文では、流体振動にともなう熱輸送現象のうちで、特に気体の非定在波振動にともなう熱輸送現象を扱う。非定在波振動にともなう熱輸送現象は、そのほかの固体振動、液体振動、気体の定在波振動にともなう熱輸送現象に比べて複雑であり、理解しにくい。

極低温小型冷凍機においては、非定在波振動にともなう熱輸送現象が頻繁に現れる。あるときは熱損失として問題となり、またあるときには寒冷発生に不可欠な低温部分から高温部分への熱輸送を実現する。このような非定在波振動にともなう熱輸送現象の特性を把握することは、小型冷凍機の効率を向上させる上で非常に重要であるにもかかわらず、現時点では十分な理解が得られているとは言いがたい。

そこで本研究においては、小型冷凍機内で問題となる非定在波振動にともなう熱輸送現象の例として、ディスプレイサ型冷凍機におけるシャトル熱損失、ダブルインレット型パルス管冷凍機内の伝熱現象の二つを取り上げ、それぞれの現象についての特性を把握し、非定在波振動にともなう熱輸送現象を考察する手法を示すことを目的とする。

以下に各章の内容をあらかじめ概説しておく。

第2章 流体振動にともなう熱輸送現象の定性的理解

標記の現象をいくつかの仮定のもとで、もっとも簡単な系について線形熱音響理論を用いて解析し、いくつかの極限的狀況での解を示すことによって、現象の特性を明らかにする。さらに流体振動にともなう熱輸送現象の直感的理解を助けるために、ある位相差を導入する。位相差は、流体の速度変動の位相と、流体から固体壁へ流れる移動熱量の大きさが振動する位相との差によって定義される。この位相差をいくつかの極限的狀況で求め、熱輸送現象との相関を明らかにする。

第3章 シャトル熱損失

本章では、第2章の定性的理解にもとづいて、これまで気体層の圧力変動を

含めて解析されたことがないディスプレーサ型小型冷凍機に特有のシャトル熱損失を対象として、非定在波振動にともなう熱輸送現象に対する解析的展開を図ることに主眼が置かれている。

圧力変動の影響まで考慮すると、シャトル熱損失は固体振動、気体の定在波振動、気体の非定在波振動が連成した系での熱輸送現象として位置づけられ、その解析は非常に困難である。この章ではまず、気体層の圧力変動を考慮して、線形熱音響理論にもとづいたGM冷凍機シャトル熱損失の計算を行う。次に計算結果から、気体層の圧力変動が熱損失に及ぼす影響を明らかにし、シャトル熱損失の低減方法を考察する。最後にGM冷凍機を用いたシャトル熱損失の測定法を提案し、測定結果と計算結果の比較を行う。

第4章 オリフィス・ダブルインレット型パルス管冷凍機

本章では、第2章の定性的理解にもとづいて、高信頼性の冷凍機として実用化が期待されているオリフィス・ダブルインレット型パルス管冷凍機を対象として、非定在波振動にともなう熱輸送現象に対する実験的展開を図ることに主眼が置かれている。

ディスプレーサを持たない小型冷凍機として開発されたパルス管冷凍機では、作動流体の振動の位相を制御することによって非定在波振動を発生させ、それにとまなう熱輸送現象を寒冷発生に利用している。オリフィス・ダブルインレット型冷凍機はパルス管冷凍機のうちでもっとも実用化に近いものであるが、この冷凍機の位相制御に関する知見は非常に少ない。作動流体の振動の位相は、寒冷発生だけでなく熱損失とも大きな関連を持つ。今後、パルス管冷凍機の効率を改善していくためには、位相制御に関する基礎的な知見を得ることが重要である。この章では、最初に熱線流速計を用いてオリフィスバルブ、バイパスバルブでの作動流体の流速変動を測定し、オリフィス・ダブルインレット型冷凍機の位相制御特性と冷凍性能の関連を明らかにする。次に熱線流速計によってパルス管内の流速変動を測定し、パルス管高温端での位相制御がパルス管低温端での流体挙動にどう反映するかを調べ、冷凍性能との関連を調べる。最後にパルス管寸法を系統的に変えた性能測定を行い、冷凍機内の非定在波振動にとまなう熱輸送現象の特性を考察する。以上の測定結果については、線形熱音響理論にもとづいた計算結果と随時比較しながら検討を加える。

第2章 流体振動にともなう熱輸送現象の 定性的理解

2.1 はじめに

2.2 非粘性流体の伝熱解析

2.2.1 解析のモデル

2.2.2 流体振動にともなう熱輸送の概念

2.2.3 温度変動

2.2.4 熱輸送量

2.3 熱輸送現象の特性

2.3.1 位相差の導出

2.3.2 ケース1；圧力変動が小さい場合

2.3.3 ケース2；温度勾配がない定在波振動の場合

2.3.4 ケース3；温度勾配がない進行波振動の場合

2.3.5 非定在波振動にともなう熱輸送現象の考察

2.4 まとめ

2.1 はじめに

流体振動にともなう熱輸送現象が系統的に分類できることは、すでに1.2節で述べた通りである。このうち、本研究で扱う気体の非定在波振動にともなう熱輸送はもっとも現象が複雑であり、解釈も困難である。そのために非定在波振動にともなう熱輸送現象の代表例であるディスプレイサ型小型冷凍機に特有のシャトル熱損失や、パルス管冷凍機内の伝熱現象については、その基本的特性の把握が重要であるにもかかわらず、いまだ未解明の部分が多い。

シャトル熱損失、パルス管冷凍機内の伝熱現象については、それぞれ第3章、第4章で議論するが、これらの複雑な問題を扱う前に、非定在波振動にともなう熱輸送現象の基本的な特性を明らかにしておくことは意義がある。本章では、もっとも簡単な系である平行二平板間流路内での流体振動を取り上げ、非粘性流体の仮定のもとで線形熱音響理論を用いて非定在波振動にともなう熱輸送現象の解析を行う。静止固体壁間の流路における非定在波振動にともなう熱輸送現象については、すでに線形熱音響理論を用いた解析が行われている⁽⁸⁷⁾⁻⁽⁹¹⁾。しかし従来の解析はかなり煩雑であり、このような解析を用いて現象の物理的側面をとらえるのは難しい。そこで本章においては、現象の直感的理解を助けるために、流体の速度変動と、流体から固体壁へ流れる移動熱量の変動との位相差に着目し、いくつかの極限的状況における位相差と熱輸送の相関を明らかにする。本章の解析結果は、固体振動、液体振動、気体の定在波振動の系にも簡単に適用することが可能なため、一般的な流体振動にともなう熱輸送現象を理解する際にも有用である。

2.2 非粘性流体の伝熱解析

2.2.1 解析のモデル

解析は、図2.1に示すような x 軸、 z 軸方向に無限長の平行二平板間流路を対象とする。 y 軸は、流路内で二つの固体壁から等距離の点に原点をとり、固体壁表面に垂直に設定する。流路の幅は $2y_0$ である。流路内の流体に関する変動量はすべて正弦的に振動し、流体の圧力、温度、 x 軸方向速度を複素表示によってそれぞれ、

$$p = p_c \exp(i\alpha x) + p_m = (p_r + ip_i) \exp(i\alpha x) + p_m \quad (2.1)$$

$$T = T_c \exp(i\alpha x) + T_m \quad (2.2)$$

$$u = u_r \exp(i\alpha x) \quad (2.3)$$

と表すことにする。ただし ω は角周波数、 t は時刻、 i は虚数単位である。添字 m は時間平均の値を、 c は複素数を、 r は実数を、 i は虚数をそれぞれ表す。添字 c で表された複素数は、変動量の振幅および位相の情報を含む。複素表示においては、実数部分のみが現実的な量としての意味を持つ。ここでは x 軸方向速度 u の変動を位相の基準とし、 u の振幅 u_r は実数で $u_r \geq 0$ としておく。 p の振幅を複素数で表現しているので、流体の圧力変動と速度変動の位相差は、 p_r 、 p_i の値によって任意に設定することができる。したがって上記の系によって非定在波振動にともなう熱輸送現象を表すことができる。 x 軸方向変位は、(2.3)式から、

$$\xi = \xi_c \exp(i\alpha x) = -i \frac{u_r}{\omega} \exp(i\alpha x) \quad (2.4)$$

となる。

解析に先立って、以下のような仮定を行う。

- (1) 放射伝熱は無視できる。
- (2) 固体壁の熱容量は無限大とする。すなわち固体壁は温度変動しない。
- (3) 流体は非粘性として扱う。
- (4) 流れは層流で、流体は x 軸方向のみに振動する。

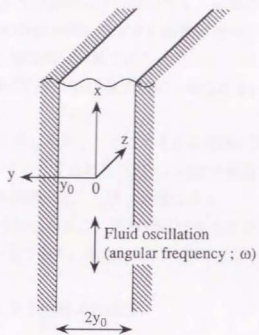


図2.1 平行二平板間流路

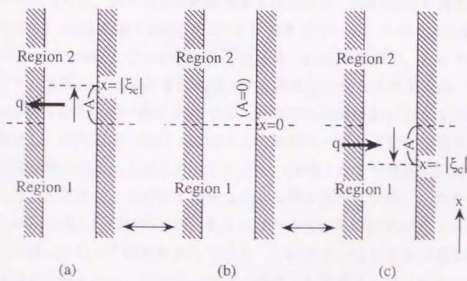


図2.2 流体振動にともなう熱輸送の概念

- (5) 圧力波の波長に比べて流路幅は十分に小さく、流体の圧力は y 軸方向に一様である。また流体の変位振幅も圧力波の波長に比べて十分に小さい。
- (6) すべての変動量は z 軸方向に一様である。
- (7) すべての変動量の時間平均値は y 軸方向に一様である。すなわち p_m , T_m は y によらない。
- (8) すべての変動量は十分に小さく、ここで考える流体の変位振動の範囲内で p , T , u , ξ は x によらない。すなわち $-|\xi_c| < x < |\xi_c|$ の範囲で、 T_c は y と t の関数、 p_c , u_c , ξ_c は t のみの関数、 p_m , T_m は一定値となる。
- (9) すべての変動量は十分に小さく、線形近似が成り立つ。
- (10) 流体の物性値は一定であり、温度、圧力に依存しない。

2.2.2 流体振動にともなう熱輸送の概念

上記のような解析モデルにおいて、まずは流体振動にともなう x 軸方向熱輸送量がどのように表されるかを考える。次章以下の解析においては、この熱輸送量を振動流体のエントロピー変動から求めているが、本章では現象の理解を容易にするために、別の方法で熱輸送量を算出する。図2.2にその算出方法の概念図を示す。(b)は流体の変位 ξ が0のときを表している。このときに座標 $x=0$ で流体および固体壁を二つの領域に分割する。 $x < 0$ を領域1、 $x > 0$ を領域2と呼ぶことにすると、(b)のときに領域1から領域2へ流れる熱流量は、固体壁、流体の x 軸方向熱伝導のみに依存する。本章では流体振動にともなう熱輸送のみに着目し、(b)の状況における領域1から領域2への熱流量を無視する。(a)は流体変位が最大になった局面を表している。領域1と2の境界は点線で示してある。このとき領域1の流体と領域2の固体壁が面積 A を介して向かい合い、領域1から領域2への熱の流れ、あるいはその逆の熱の流れが起こる。(c)は流体変位が最小になった局面を表している。このときには領域1の固体壁と領域2の流体が面積 A を介して向かい合い、領域1と領域2の間で熱の流れが起こる。以上のような固体壁と流体の境界面を通しての領域1から領域2への熱流量の一周期平均が0にならない場合には、 x 軸方向に流体振動にともなう熱の流れが生じる。ここまでの説明からも明らかなように、この熱の流れを考える際には、流体の速度変動の位相と、流体から固体壁へ流れる移動熱量が変動する

位相との間の位相差が重要なパラメータとなる。この位相差に関しては次の2.3節で考察することにし、まず本節ではこの移動熱量を解析的に求めることにする。いま流体振動による領域1から領域2への単位時間当たりの平均の熱流量を Q として、これを複素表示で表された領域1と領域2が向かい合う面積 A と、同じく複素表示で表された領域1から領域2への単位時間当たりの熱流束 q を使って表すと、

$$Q = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \operatorname{Re}[A] \operatorname{Re}[q] dt \quad (2.5)$$

となる。ただし $\tau (=2\pi/\omega)$ は振動の周期を、 Re は実数部分を表す。係数の2がかけられているのは、平板が二枚あることを意味している。前述の仮定より、 q は流体が振動する範囲内では x 座標によらない。 A 、 q はそれぞれ次のように表せる。

$$A = \begin{cases} \xi_{\infty} \exp(i\omega t) & \left(0 \leq t < \frac{\tau}{2}\right) \\ -\xi_{\infty} \exp(i\omega t) & \left(\frac{\tau}{2} \leq t < \tau\right) \end{cases} \quad (2.6)$$

$$q = \begin{cases} -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=y_0} = -k \frac{\partial T_{\infty}}{\partial y} \Big|_{y=y_0} \exp(i\omega t) & \left(0 \leq t < \frac{\tau}{2}\right) \\ k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=y_0} = k \frac{\partial T_{\infty}}{\partial y} \Big|_{y=y_0} \exp(i\omega t) & \left(\frac{\tau}{2} \leq t < \tau\right) \end{cases} \quad (2.7)$$

ただし k は流体の熱伝導率を表す。また z 軸方向については単位長さあたりで考えている。(2.6)、(2.7)式より、(2.5)式は次のようになる。

$$Q = \frac{2}{\tau} \left\{ \int_0^{\tau/2} \operatorname{Re}[\xi_{\infty} \exp(i\omega t)] \cdot \operatorname{Re} \left[-k \frac{\partial T_{\infty}}{\partial y} \Big|_{y=y_0} \exp(i\omega t) \right] dt \right. \\ \left. + \int_{\tau/2}^{\tau} \operatorname{Re}[-\xi_{\infty} \exp(i\omega t)] \cdot \operatorname{Re} \left[k \frac{\partial T_{\infty}}{\partial y} \Big|_{y=y_0} \exp(i\omega t) \right] dt \right\}$$

$$= -\frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \operatorname{Re}[\xi_c \exp(i\omega t)] \cdot \operatorname{Re} \left[k \frac{\partial T_c}{\partial y} \right]_{y=y_0} \exp(i\omega t) dt \quad (2.8)$$

2.2.3 温度変動

(2.8)式で表される Q を求めるために、ここでは T_c を導く。

連続の式と運動方程式を用いてエネルギー方程式を変形すると得られる熱輸送の一般式⁽¹⁰⁾は、仮定より粘性項が無視できるので、流体に関して次のように書くことができる。

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \bar{v} \cdot \operatorname{grad} s \right) = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) \quad (2.9)$$

ただし \bar{v} は速度ベクトル、 k は流体の熱伝導率を表す。 ρ 、 s はそれぞれ流体の密度、比エントロピーの変動で、以下のように表される。

$$\rho = \rho_c \exp(i\omega t) + \rho_m \quad (2.10)$$

$$s = s_c \exp(i\omega t) + s_m \quad (2.11)$$

(2.9)式の右辺を展開すると $k(dT_m/dx)$ の項が現れるが、これは図2.2で無視した流体の軸方向熱伝導に関する熱流束に相当する。ここでも流体振動による熱輸送だけを考えて、この項を無視することにする。 a を音速、 ν を動粘性係数、 $\lambda_v = \sqrt{2\nu/\omega}$ を速度境界層厚さとする、 $\partial/\partial x$ 、 $\partial/\partial y$ のオーダーはそれぞれ ω/a 、 $1/\lambda_v$ である⁽¹¹⁾。仮定(5)から $\omega/a \ll 1/\lambda_v$ となり、 $(\partial^2 T_c / \partial x^2) / (\partial^2 T_c / \partial y^2) \ll 1$ とオーダー評価できる。さらに変動量の二次以上の項を省略して式を線形化すると、(2.9)式は次のように整理できる。

$$\rho_m T_m \left(i\omega s_c + u_r \frac{ds_m}{dx} \right) = k \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} \quad (2.12)$$

熱力学的な関係式から、一般に比エントロピーについて次の式が成り立つ。

$$ds = \frac{c}{T_m} dT - \frac{\beta}{\rho_m} dp \quad (2.13)$$

ただし c は定圧比熱, β は等圧膨張率を表す. この関係式を使うと, (2.12)式は,

$$i\omega\rho_m c T_c - k \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} = i\omega T_m \beta p_c - \rho_m c \frac{dT_m}{dx} u_t \quad (2.14)$$

となる. これを T_c について解くと, 次を示す一般解が得られる.

$$T_c = C_1 \exp\left\{-(1+i)\frac{y}{\lambda}\right\} + C_2 \exp\left\{(1+i)\frac{y}{\lambda}\right\} + A_1 p_c + iA_2 u_t \quad (2.15)$$

ただし,

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\alpha}{\omega}} \quad (2.16)$$

$$A_1 = \frac{T_m \beta}{\rho_m c} \quad (2.17)$$

$$A_2 = \frac{1}{\omega} \frac{dT_m}{dx} \quad (2.18)$$

であり, α は温度伝導率, λ は温度浸透厚さを表している. C_1, C_2 は境界条件によって定まる複素数である. 境界条件,

$$y = y_0 \quad (y = -y_0) \quad \text{で,} \quad T_c = 0 \quad (2.19)$$

$$y = 0 \quad \text{で,} \quad \frac{\partial T_c}{\partial y} = 0 \quad (2.20)$$

より C_1, C_2 を求めると,

$$C_1 = C_2 = -\frac{A_1 p_c + iA_2 u_t}{2 \cosh(1+i)y_0} \quad (2.21)$$

となる。ただし、

$$Y_0 = \frac{y_0}{\lambda} \quad (2.22)$$

である。(2.15)式に(2.21)式を代入して T_c を求めると、

$$T_c = \left[1 - \frac{\cosh(1+i)\frac{y}{\lambda}}{\cosh(1+i)Y_0} \right] (A_1 p_c + iA_2 u_r) \quad (2.23)$$

となる。したがって(2.2)式より、温度変動は次式で表せる。

$$T = \left[1 - \frac{\cosh(1+i)\frac{y}{\lambda}}{\cosh(1+i)Y_0} \right] (A_1 p_c + iA_2 u_r) \exp(i\omega t) \quad (2.24)$$

2.2.4 熱輸送量

(2.8)式に(2.23)式を代入して整理すると、以下のように具体的に流体振動にともなう x 軸方向熱輸送量を求めることができる。

$$\begin{aligned} Q &= -\frac{k}{\lambda} \left(\frac{u_r}{\omega} \right) \operatorname{Im} \left[(1+i)(A_1 p_c + iA_2 u_r) \tanh \{ (1+i)Y_0 \} \right] \\ &= \frac{k}{\lambda} \left(\frac{u_r}{\omega} \right) (A_2 B_1 u_r + A_1 B_1 p_c + A_1 B_2 p_r) \end{aligned} \quad (2.25)$$

ただし Im は虚数部を表し、 B_1 、 B_2 は、

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \frac{-\sinh(2Y_0) + \sin(2Y_0)}{\cosh(2Y_0) + \cos(2Y_0)} \\
 &= \frac{\exp(-2Y_0) - \exp(2Y_0) + 2\sin(2Y_0)}{\exp(-2Y_0) + \exp(2Y_0) + 2\cos(2Y_0)} \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_2 &= -\frac{\sinh(2Y_0) + \sin(2Y_0)}{\cosh(2Y_0) + \cos(2Y_0)} \\
 &= \frac{\exp(-2Y_0) - \exp(2Y_0) - 2\sin(2Y_0)}{\exp(-2Y_0) + \exp(2Y_0) + 2\cos(2Y_0)} \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

である。以上より、流体の圧力変動、速度変動が与えられれば、流体の非定在波振動による x 軸方向の熱輸送量が計算できる。なお本章では現象の理解を容易にするために図2.2のような概念をもとに熱輸送量を計算したが、第3章の解析で示すように、振動流体の x 軸方向のエントロピー流量から熱輸送量を計算することも可能である。後出の(3.41)式を用いて計算した結果は、(2.25)式と完全に一致する。

本章では熱の移動のみに言及しているが、熱輸送と同時に、 x 軸方向で仕事の輸送も起こる^{(37),(89)}。これは流体要素が一周期で平均して仕事を発生あるいは吸収するためである。仕事の発生あるいは吸収に関する話を導入すると、熱輸送現象の物理的理解に混乱を招くおそれがあるので、本章では仕事の話に立ち入ることはしない。念のため言い添えておくと、ここでの伝熱解析は仕事の発生、吸収とは独立で、仕事を考慮しても解析結果は変わらない。

(2.25)式によって流体の非定在波振動による熱輸送量を求めることができたが、この式から現象の物理的な意味を考察するのは困難である。そこで次節では、前述の位相差を計算し、いくつかの極限的な状況での現象について考察することによって、非定在波振動にともなう熱輸送現象の概観をとらえる。

2.3 熱輸送現象の特性

2.3.1 位相差の導出

図2.2の概念より、流体の速度変動と、流体と固体壁の境界面を通る移動熱量的変動との間の位相差が、流体振動にともなう熱輸送現象を理解する上で重要なことは明白である。流体から固体壁へ向かう熱流束 q_w を計算すると、

$$\begin{aligned} q_w &= -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=y_w} = -k \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=y_w} \exp(i\omega t) \\ &= \frac{k(1+i)(A_1 p_c + iA_2 u_t) \tanh\{(1+i)Y_0\}}{\lambda} \exp(i\omega t) \\ &= \frac{k}{\lambda} \{ (A_2 B_2 u_t + A_1 B_2 p_t - A_1 B_1 p_t) + i(-A_2 B_1 u_t - A_1 B_1 p_t - A_1 B_2 p_t) \} \exp(i\omega t) \\ &= q_{wc} \exp(i\omega t) \end{aligned} \quad (2.28)$$

と表せる。ただし B_1 、 B_2 はそれぞれ(2.26)、(2.27)式にしたがう。 q_w の u に対する位相の進みを ψ で定義する。ただし $-\pi < \psi \leq \pi$ とする。(2.3)式の通り、位相の基準として u の振幅は正の実数としているので、位相差 ψ は、

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{\operatorname{Im}[q_{wc}]}{\operatorname{Re}[q_{wc}]} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-A_2 B_1 u_t - A_1 B_1 p_t - A_1 B_2 p_t}{A_2 B_2 u_t + A_1 B_2 p_t - A_1 B_1 p_t} \right) \quad (2.29)$$

と表せる。

図2.2の説明では、流体と固体壁との間で熱の授受が存在することによって、 x 軸方向の時間平均の熱移動が生じることを示した。流体の温度浸透厚さ δ は、固体壁との熱交換に寄与する流体の幅を示す指標であり、(2.22)式で表される流路幅の半分の長さ δ と温度浸透厚さの比 Y_0 は、振動流体による熱輸送現象にとって重要な意味を持つパラメータとなる。この Y_0 に関して $Y_0 \rightarrow 0$ と $Y_0 \rightarrow \infty$ の二通りの極限的な場合を考え、そのときの位相差 ψ を計算する。 $Y_0 \rightarrow 0$ の場合は、小型冷凍機の蓄冷器内の現象のように、流体と固体壁の熱交換が非常によい場合に相当する。 $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合は、オリフィス型、改良型パルス管冷凍機のパ

ルス管内の伝熱現象のように、固体壁と流体がほとんど断熱的な場合に相当する。

まず $Y_0 \rightarrow 0$ のときは、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow 0} \frac{B_1}{Y_0} = \frac{1}{2} \lim_{Y_0 \rightarrow 0} \left\{ -\frac{\exp(-2Y_0) - 1}{-2Y_0} - \frac{\exp(2Y_0) - 1}{2Y_0} + 2 \frac{\sin(2Y_0)}{2Y_0} \right\} = 0 \quad (2.30)$$

$$\lim_{Y_0 \rightarrow 0} \frac{B_2}{Y_0} = \frac{1}{2} \lim_{Y_0 \rightarrow 0} \left\{ -\frac{\exp(-2Y_0) - 1}{-2Y_0} - \frac{\exp(2Y_0) - 1}{2Y_0} - 2 \frac{\sin(2Y_0)}{2Y_0} \right\} = -2 \quad (2.31)$$

である。(2.29)式から位相差は、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow 0} \psi = \tan^{-1} \left(\frac{A_1 p_t}{-A_1 p_i - A_2 u_i} \right) \quad (2.32)$$

となる。一方 $Y_0 \rightarrow \infty$ のときは、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow \infty} B_1 = \lim_{Y_0 \rightarrow \infty} B_2 = -1 \quad (2.33)$$

であるから、位相差は、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow \infty} \psi = \tan^{-1} \left(\frac{A_2 u_t + A_1 p_i + A_1 p_t}{-A_2 u_i - A_1 p_i + A_1 p_t} \right) \quad (2.34)$$

と表せる。

(2.25), (2.32), (2.34)式を使って、流体振動にともなう熱輸送現象について考察する。以下ではケース1～3に場合分けして、流体振動によって生じる熱輸送の特性を明らかにしていく。ケース1は、圧力変動が小さく、(2.25)式の右辺の最後の括弧内の第二項、第三項が第一項に比べて無視できる場合である。これは振動方向に時間平均の温度勾配を持つ流路内の固体振動、液体振動による熱輸送現象、つまりシャトル伝熱、ドリムパイプなどに相当する。ここで

言うシャトル伝熱は、厳密には気体層の熱抵抗が無視できる場合のシャトル伝熱をさしている。ケース2は、1.2.1節で定義した進行波の成分が小さく、かつ振動方向の時間平均の温度勾配が小さく、(2.25)式の右辺の最後の括弧内の第一項、第三項が第二項に比べて無視できる場合である。これは運転開始直後、つまり温度勾配が0の場合のベーシック型パルス管冷凍機の状況に近い。ケース3は、1.2.1節で定義した定在波の成分が小さく、かつ振動方向の時間平均の温度勾配が小さく、(2.25)式の右辺の最後の括弧内の第一項、第二項が第三項に比べて無視できる場合である。これは運転開始直後、つまり温度勾配が0の場合のディスプレイサ型小型冷凍機の蓄冷器内の状況や、運転開始直後のオリフィス型パルス管冷凍機のパルス管内高温端近辺の状況に近い。以上の説明からわかる通り、線形理論の範囲内においては、ケース1～3の場合の熱輸送量を単純に重ね合わせることによって、一般的な非定在波振動にともなう熱輸送現象にたどりつくことができる。

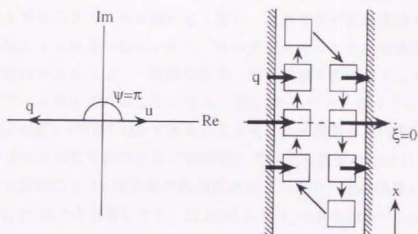
2.3.2 ケース1；圧力変動が小さい場合 ($p_1 \rightarrow 0$, $p_2 \rightarrow 0$)

[$Y_0 \rightarrow 0$ の場合]

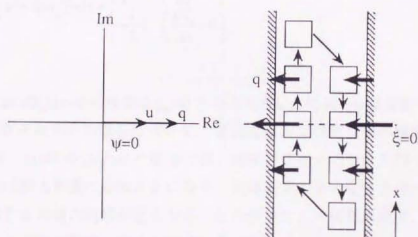
まず $Y_0 \rightarrow 0$ のときについて考える。(2.28)式の q_{ac} の実数部の符号に注意すると、(2.32)式から位相差は、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow 0} \psi = \tan^{-1} 0 = \begin{cases} \pi & \left(\frac{dT_m}{dx} > 0 \right) \\ 0 & \left(\frac{dT_m}{dx} < 0 \right) \end{cases} \quad (2.35)$$

となる。なお $dT_m/dx=0$ の場合は $q_{ac}=0$ となるために、位相差 ψ は定義できない。 dT_m/dx が正負それぞれの場合について、複素平面上での流体の速度変動 u と流体から固体壁への熱流束 q_{ac} の位相関係、および一周期にわたる流体要素と固体壁の熱交換の様相の変化を示したのが図2.3である。流体要素と固体壁の熱交換の様子を示した図について説明を加えておく。図中の太い矢印は熱の流れの向きと大きさを表している。ここでは図2.2とは少し異なった概念で、流体振動にともなう x 軸方向の時間平均の熱移動の方向を評価する。流体要素が正の変位



(a) $dT_m/dx > 0$



(b) $dT_m/dx < 0$

図2.3 位相関係および熱交換の様相 (ケース 1, $Y_0 \rightarrow 0$)

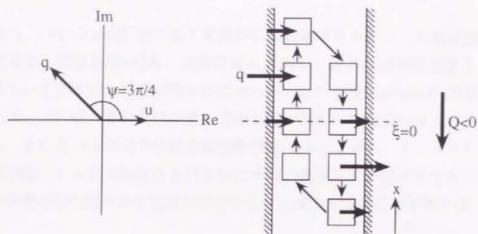
を持つときに固体壁から受け取る熱量の総和が正で、負の変位を持つときに固体壁へ放出する熱量の総和が正ならば、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の上方から下方へ熱が流れる。逆に、流体要素が正の変位を持つときに固体壁へ放出する熱量の総和が正で、負の変位を持つときに固体壁から受け取る熱量の総和が正ならば、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の下方から上方へと熱が流れることになる。図2.3から明らかなように、 $Y_0 \rightarrow 0$ の場合には位相差 ψ が0または π であることから、流体要素が正の変位を持つとき、あるいは負の変位を持つときに固体壁と交換する熱量の総和はどちらも0となり、流体振動による x 軸方向の熱移動は起こらない。流体振動にともなう熱輸送量を(2.25)式から計算しても、(2.30)式より $Y_0 \rightarrow 0$ の場合には0となる。

[$Y_0 \rightarrow \infty$ の場合]

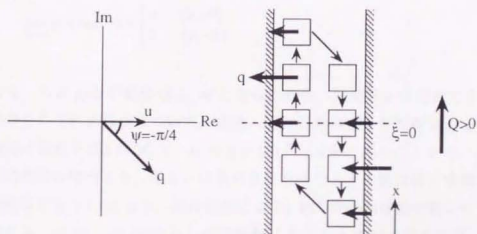
次に $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合を考える。(2.28)式の q_{wc} の実数部、虚数部の符号に注意して位相差を求めると、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow \infty} \psi = \tan^{-1}(-1) = \begin{cases} \frac{3}{4}\pi & \left(\frac{dT_m}{dx} > 0 \right) \\ -\frac{1}{4}\pi & \left(\frac{dT_m}{dx} < 0 \right) \end{cases} \quad (2.36)$$

となる。なお $dT_m/dx=0$ の場合は $q_{wc}=0$ となるために、位相差 ψ は定義できない。 dT_m/dx が正負それぞれの場合について、位相関係および熱交換の様相の変化を図2.4に示す。(a)の $dT_m/dx > 0$ の場合には、流体要素が正の変位を持つときに固体壁から受け取る熱量の総和が正になり、流体要素が負の変位を持つときに固体壁へ放出する熱量の総和が正となる。したがって、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の上方から下方へ熱が流れる。(b)の $dT_m/dx < 0$ の場合には、(a)とはまったく逆のことが起こり、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の下方から上方へ熱が流れる。(a)、(b)に共通して言えるのは、どちらも温度の高い方から低い方へ向かって流体振動にともなう熱輸送が起こっていることである。これはまさしく、シャトル伝熱、ドリームパイプの特性にほかならない。 $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合の流体振動にともなう熱輸送量を、(2.18)、(2.25)、(2.33)式を使って計算すると、



(a) $dT_m/dx > 0$



(b) $dT_m/dx < 0$

図2.4 位相関係および熱交換の様相 (ケース 1, $Y_0 \rightarrow \infty$)

$$Q = -\frac{k}{\lambda} \left(\frac{u_x}{\omega} \right)^2 \frac{dT_m}{dx} \quad (2.37)$$

となる。いくつかの仮定のもとで解析した結果ではあるが、熱輸送量が流体の熱伝導率、変位振幅の2乗、温度勾配に比例し、流体の温度浸透厚さに反比例するという基本的な特性が明らかになった。 Q の符号は dT_m/dx の符号によって変わる。これは、常に温度が高い方から低い方へと熱が流れることを意味している。また $Y_0 \rightarrow 0$ の場合には熱輸送量が0になることから、ケース1の場合に、流体振動にともなう熱輸送を引き起こすのに適当な位相差 ψ を作るには、流体と固体壁の熱交換がある程度不完全でなければならないことがわかる。

2.3.3 ケース2；温度勾配がない定在波振動の場合 ($p_i \rightarrow 0$, $dT_m/dx \rightarrow 0$)

[$Y_0 \rightarrow 0$ の場合]

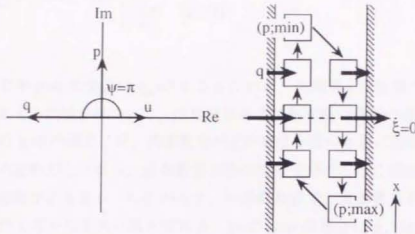
(2.28)式の q_{we} の実数部の符号に注意すると、(2.32)式から位相差は、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow 0} \psi = \tan^{-1} 0 = \begin{cases} \pi & (p_i > 0) \\ 0 & (p_i < 0) \end{cases} \quad (2.38)$$

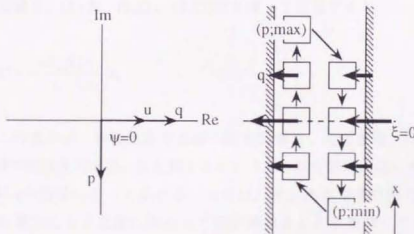
となる。なお $p_i = 0$ の場合は $q_{we} = 0$ となるために、位相差 ψ は定義できない。 p_i が正負それぞれの場合について、流速、圧力、熱流束の位相関係および熱交換の様相の変化を図2.5に示す。位相差 ψ が0または π であることから、流体要素が正の変位を持つとき、あるいは負の変位を持つときに固体壁と交換する熱量の総和はどちらも0となり、流体振動による x 軸方向の熱移動が起こらないことがわかる。(2.25)、(2.30)式から流体振動にともなう熱輸送量を計算しても、 $Y_0 \rightarrow 0$ の場合には0となる。

[$Y_0 \rightarrow \infty$ の場合]

(2.28)式の q_{we} の実数部、虚数部の符号に注意して位相差を求めると、



(a) $p_i > 0$



(b) $p_i < 0$

図2.5 位相関係および熱交換の様相 (ケース 2, $Y_0 \rightarrow 0$)

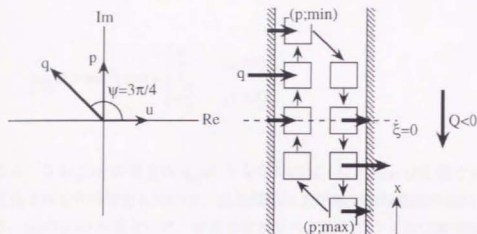
$$\lim_{Y_0 \rightarrow \infty} \psi = \tan^{-1}(-1) = \begin{cases} \frac{3}{4}\pi & (p_1 > 0) \\ -\frac{1}{4}\pi & (p_1 < 0) \end{cases} \quad (2.39)$$

となる。なお $p_1=0$ の場合は $q_{av}=0$ となるために、位相差 ψ は定義できない。 p_1 が正負それぞれの場合について、位相関係および熱交換の様相の変化を図2.6に示す。(a)の $p_1>0$ の場合には、流体要素が正の変位を持つときに固体壁から受け取る熱量の総和が正になり、流体要素が負の変位を持つときに固体壁へ放出する熱量の総和が正となる。したがって、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の上方から下方へ熱が流れる。(b)の $p_1<0$ の場合には、(a)とはまったく逆のことが起こり、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の下方から上方へ熱が流れる。(a)、(b)に共通して言えるのは、流体要素の圧力が最小になる位置から最大になる位置に向かって流体振動にともなう熱輸送が起こっていることである。これはパーシック型パルス管冷凍機などで見られるサーフィスヒートポンピングの特性にはかならない。 $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合の流体振動にともなう熱輸送量を、(2.17)、(2.25)、(2.33)式を使って計算すると、

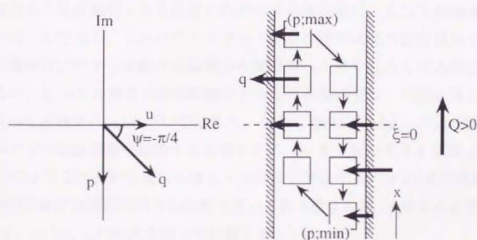
$$Q = -\frac{\alpha T_m \beta}{\lambda} \left(\frac{u_1}{\omega} \right) p_1 \quad (2.40)$$

となる。この式から、熱輸送量が流体の温度伝導率、変位振幅、圧力振幅に比例し、流体の温度浸透厚さに反比例するという基本的な特性が明らかになった。 Q の符号は p_1 の符号によって変わる。これは、常に流体要素の圧力が最小になる位置から最大になる位置に向かって熱が流れることを意味している。また $Y_0 \rightarrow 0$ の場合には熱輸送量が0になることから、ケース1と同様にケース2の場合にも、流体振動にともなう熱輸送を引き起こすのに適当な位相差 ψ を作るには、流体と固体壁の熱交換がある程度不完全でなければならないことがわかる。

2.3.4 ケース3；温度勾配がない進行波振動の場合 ($p_1 \rightarrow 0$, $dT_m/dx \rightarrow 0$)



(a) $p_1 > 0$



(b) $p_1 < 0$

図2.6 位相関係および熱交換の様相 (ケース 2, $Y_0 \rightarrow \infty$)

[$Y_0 \rightarrow 0$ の場合]

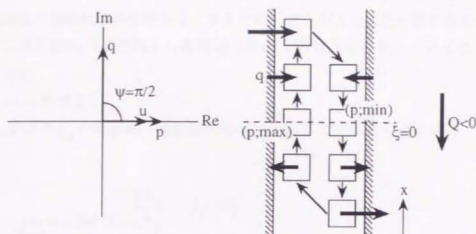
(2.28)式の q_{ac} の虚数部の符号に注意すると、(2.32)式から位相差は、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow 0} \psi = \tan^{-1}(\pm \infty) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & (p_i > 0) \\ -\frac{\pi}{2} & (p_i < 0) \end{cases} \quad (2.41)$$

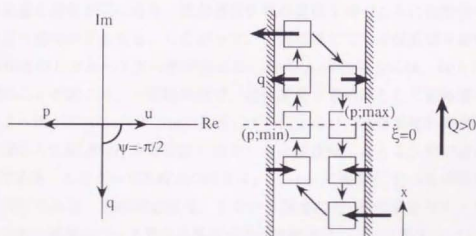
となる。なお $p_i = 0$ の場合は $q_{ac} = 0$ となるために、位相差 ψ は定義できない。 p_i が正負それぞれの場合について、位相関係および熱交換の様相の変化を図2.7に示す。(a)の $p_i > 0$ の場合には、流体要素が正の変位を持つときに固体壁から受け取る熱量の総和が正になり、流体要素が負の変位を持つときに固体壁へ放出する熱量の総和が正となる。したがって、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の上方から下方へ熱が流れる。(b)の $p_i < 0$ の場合には、(a)とはまったく逆のことが起こり、一周単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の下方から上方へ熱が流れる。(a)、(b)に共通して言えるのは、流体要素が膨張過程にある位置から圧縮過程にある位置に向かって流体振動にともなう熱輸送が起こっていることである。これはディスプレイサ型小型冷凍機の蓄冷器内で、作動流体の蓄冷材に対する振動が低温側から高温側へと熱を汲み上げる特性にはかならない。 $Y_0 \rightarrow 0$ の場合の流体振動にともなう熱輸送量は、流路が狭くなることによって必然的に0に近づいてしまう。しかし現実的には y - z 平面の同じ断面積についての熱輸送量を議論する必要がある。いま平板の肉厚を無限小として、図2.1のような流路が幾重にも重なった状況を想定する。(2.25)式の熱輸送量を y - z 平面の単位断面積当たりの熱輸送量 Q_0 に書き直すには $1/Y_0$ 倍する必要がある。(2.17)、(2.30)、(2.31)式を使って計算すると、

$$Q_0 = -T_m \beta u_i p_i \quad (2.42)$$

となる。つまり単位断面積当たりで考えれば、熱輸送量は流速振幅、圧力振幅に比例する特性を持つ。(2.42)式の符号は p_i の符号によって変わる。これは、常に流体要素が膨張過程にある位置から圧縮過程にある位置に向かって流体振動にともなう熱輸送が起こることを意味している。(2.42)式の熱輸送を起こすに



(a) $p_r > 0$



(b) $p_r < 0$

図2.7 位相関係および熱交換の様相 (ケース 3, $Y_0 \rightarrow 0$)

は、適当な位相差 ψ を作り出すために流体と固体壁の熱交換が完全であることが要求される。ディスプレイサ型小型冷凍機の蓄冷器効率の向上を目的として、作動流体と蓄冷材の熱交換をよくするためのさまざまな工夫が行われているが、これは蓄冷器内で低温端から高温端へ向かう熱輸送を促進していることにはかからない。

$[Y_0 \rightarrow \infty \text{ の場合}]$

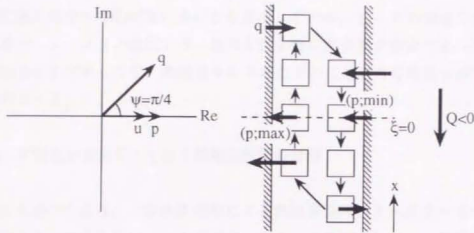
(2.28)式の q_{wc} の実数部、虚数部の符号に注意して位相差を求めると、

$$\lim_{Y_0 \rightarrow \infty} \psi = \tan^{-1} 1 = \begin{cases} \frac{1}{4}\pi & (p_i > 0) \\ -\frac{3}{4}\pi & (p_i < 0) \end{cases} \quad (2.43)$$

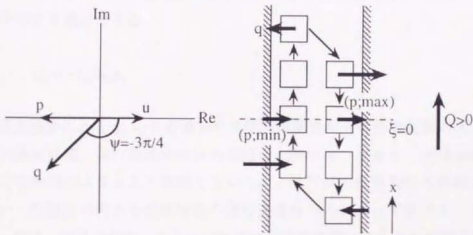
となる。なお $p_i=0$ の場合は $q_{wc}=0$ となるために、位相差 ψ は定義できない。 p_i が正負それぞれの場合について、位相関係および熱交換の様相の変化を図2.8に示す。(a)の $p_i > 0$ の場合には、流体要素が正の変位を持つときに固体壁から受け取る熱量の総和が正になり、流体要素が負の変位を持つときに固体壁へ放出する熱量の総和が正となる。したがって、一周期単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の上方から下方へ熱が流れる。(b)の $p_i < 0$ の場合には、(a)とはまったく逆のことが起こり、一周期単位で、流体要素を蓄熱体として固体壁の下方から上方へ熱が流れる。(a)、(b)に共通して言えるのは、流体要素が膨張過程にある位置から圧縮過程にある位置に向かって流体振動にともなう熱が流れていることである。したがって熱輸送の向きは、 $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合も $Y_0 \rightarrow 0$ の場合とまったく同じである。運転開始直後、すなわち温度勾配が0の場合のオリフィス型パルス管冷凍機のパルス管内高温端近辺の熱輸送は、ここで取り上げた $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合の熱輸送に近い。 $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合の流体振動にともなう熱輸送量を、(2.17)、(2.25)、(2.33)式を使って計算すると、

$$Q = -\frac{\alpha T_m \beta}{\lambda} \left(\frac{u_c}{\omega} \right) p_i \quad (2.44)$$

となる。この式から、熱輸送量が流体の温度伝導率、変位振幅、圧力振幅に比



(a) $p_r > 0$



(b) $p_r < 0$

図2.8 位相関係および熱交換の様相 (ケース 3, $Y_0 \rightarrow \infty$)

例し、流体の温度浸透厚さに反比例するという基本的な特性がわかる。\$Q\$の符号が\$p_i\$の符号によって変わることは、常に流体要素が膨張する位置から圧縮される位置に向かって熱が流れることを意味している。\$Y_0 \rightarrow 0\$の場合と合わせて考えると、ケース3の状況では、流体と固体壁の熱交換が完全であっても、ある程度不完全であっても、熱輸送を引き起こすのに適当な位相差\$\psi\$が作られることがわかる。

2.3.5 非定在波振動にともなう熱輸送現象の考察

先にも述べた通り、非定在波振動による熱輸送量は、ケース1~3の熱輸送量の和によって表される。ここではケース1~3を総合して、一般的な非定在波振動にともなう熱輸送現象について、\$Y_0 \rightarrow 0\$の場合、\$Y_0 \rightarrow \infty\$の場合に分けて考察する。

[\$Y_0 \rightarrow 0\$の場合]

ケース1, 2では熱輸送量は0となるので、ケース3の熱輸送量のみが意味を持つ。したがって、熱輸送量を\$x\$-\$z\$平面の単位断面積当たりで表すと、(2.42)式がそのまま適用できる。

$$Q_0 = -T_m \beta u_i p_i \quad (2.45)$$

非定在波振動による\$Y_0 \rightarrow 0\$の場合の単位断面積当たりの熱輸送量の大きさは、流体の速度振幅、進行波成分の圧力振幅に比例する。つまり、流体振動の定在波成分は熱輸送にまったく貢献しないし、\$x\$軸方向の温度勾配も熱輸送には関係ない。熱輸送の向きも流体振動の進行波成分のみによって決まる。言い換えれば、固体、液体の振動、あるいは気体の定在波振動にともなう熱輸送現象は、\$Y_0 \rightarrow 0\$の極限では顕在化しないことになる。

[\$Y_0 \rightarrow \infty\$の場合]

(2.37), (2.40), (2.44)式より、非定在波振動による熱輸送量は、

$$Q = -\frac{k}{\lambda} \left(\frac{u_i}{\omega} \right)^2 \frac{dT_m}{dx} - \frac{\alpha T_m \beta}{\lambda} \left(\frac{u_i}{\omega} \right) p_i - \frac{\alpha T_m \beta}{\lambda} \left(\frac{u_i}{\omega} \right) p_i \quad (2.47)$$

と表される。熱輸送量の大きさは、 x 軸方向温度勾配、流体の変位振幅、定在波成分、進行波成分の圧力振幅などによって決まり、熱輸送の向きもこれらが複雑に絡み合って決まる。なお固体あるいは液体振動による熱輸送では第1項のみが問題となり、これはケース1ですでに考察した通りである。気体の定在波振動による熱輸送では、第1項、第2項について考える必要がある。熱輸送の方向は、第1項、第2項の和が0になるときの dT_m/dx の大きさを基準として決めることができる。

$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{T_m \beta \omega \rho_l}{\rho_m c u_t} \quad (2.48)$$

この温度勾配は、Swift⁽¹⁷⁾が単一平板に接する定在波振動の伝熱解析で求めた臨界温度勾配に等しい。 dT_m/dx が上式右辺よりも大きいときは、 Q は負の値を持ち、 dT_m/dx が右辺よりも小さいときは、逆に Q は正となる。

2.4 まとめ

いくつかの仮定のもとで、平行二平板間流路における非定在波振動にともなう熱輸送現象を解析し、最初に振動方向の熱輸送量として(2.25)～(2.27)式を導出した。しかしこれらの式から現象の物理的なイメージを得ることは難しい。そこで次に、流体振動にともなう熱輸送現象の基本的な特性を明確にし、直感的な理解を助けることを目的として、二つの極限的狀況である $Y_0 \rightarrow 0$, $Y_0 \rightarrow \infty$ の場合の解析式を導いた。その結果、非定在波振動だけでなく、固体振動、液体振動、気体の定在波振動にともなう熱輸送現象の特性を明らかにするとともに、流体の速度変動と、流体と固体壁の境界面を通る移動熱量の変動との間の位相差を使って、流体振動による熱輸送の性質をわかりやすく説明した。

第3章 シャトル熱損失

3.1 はじめに

3.2 シャトル熱損失の解析

3.2.1 解析手法

3.2.2 計算結果および考察

3.2.3 シャトル熱損失の低減方法

3.3 シャトル熱損失の測定

3.3.1 測定方法

3.3.2 測定装置

3.3.3 測定結果

3.4 まとめ

3.1 はじめに

すでに実用化されたものを含めて、極低温小型冷凍機の主な課題はその効率の向上と信頼性の向上の二点にある。GM冷凍機、スターリング冷凍機などのディスプレイサ型小型冷凍機については、開発当初からこの二点について改善が行われてきた。その結果、現在では多くの目的に応じて実用化されるにいたっている。しかし超電導工学を含めた昨今の低温工学の進展にともない、小型冷凍機にはさらなる効率、信頼性の向上が求められるようになってきた。

ディスプレイサ型の小型冷凍機の効率や冷凍能力を制限している主要因子として、蓄冷器効率⁽¹⁾⁽⁹⁾、シャトル熱損失、伝導損失の三つを挙げることができる。このうち伝導損失については熱伝導の基本法則にしたがうので、構造上の問題が許す範囲で、固体壁に熱伝導率の小さい材質を用い、その肉厚を薄くすることによって低減可能である。また極低温領域における蓄冷器効率は、蓄冷材の比熱の減少と作動流体であるヘリウムガスの比熱の増加にともなって低下するが、近年この問題に対処するために、新しい蓄冷材の開発を中心とした多くの研究^{(12),(10)}が行われ、冷凍能力の向上に成果をあげている。しかしもう一つの主要な損失であるシャトル熱損失についての評価方法はいまだ確立しておらず、シャトル熱損失を低減する余地もまだ残されていると考えられる。

シャトル熱損失とは、つきつめれば、シリンダーとディスプレイサの間の気体層にできる半径方向の温度分布に起因する熱損失である。この温度分布を形成する主な要因として、シリンダーとディスプレイサの相対運動と、気体層の圧力変動の二つを挙げることができる。第1章でも述べた通り、本論文ではシリンダーとディスプレイサ間の気体層の圧力変動を考慮しない場合の伝熱機構を特にシャトル伝熱と呼び、両者の要因が重畳して起こる損失をシャトル熱損失と呼ぶ。1.2節において、シャトル熱損失は気体の非定在波振動にともなう熱輸送現象に分類されたが、さらに厳密に言えば、固体振動、気体の定在波振動、非定在波振動が連成した系での熱輸送現象に属することになる。

1.3.1節で紹介したように、固体振動をともなう熱輸送現象の代表例であるシャトル伝熱を対象とした解析は、これまでに多く提案されており^{(1)(5)-(10),(4),(44),(45),(48)}、その伝熱機構もおおむね明らかにされている。一方、静止固体壁間での定在波振動、非定在波振動にともなう熱輸送現象に関しては、線形熱音響理論の立場

から解析が行われている⁽⁸⁷⁾⁻⁽⁹¹⁾。しかし、固体振動、定在波振動、非定在波振動が連成した複雑な熱輸送現象であるシャトル熱損失については、現在までに検討された例はない。また実機におけるシャトル熱損失の測定に関しては、圧力変動の影響を除去したシャトル伝熱の測定が行われた例^{(45),(47)}はあるが、気体層が圧力変動をともなう現実的なシャトル熱損失を測定した例はない。

本章ではまず、線形熱音響理論を使ったGM冷凍機のシャトル熱損失の解析を行い、計算結果をシャトル伝熱の計算結果と比較することによって、気体層の圧力変動がシャトル熱損失に及ぼす影響を考察する。次にシャトル熱損失の低減方法として二つの例を挙げ、解析結果よりその妥当性について検討を加える。最後にGM冷凍機を用いて実際にシャトル熱損失を計測する手法を提案し、その方法による測定結果を解析結果と比較する。

3.2 シャトル熱損失の解析⁽¹⁰⁾

3.2.1 解析手法

A. 膨張機のモデルと解析の仮定

シャトル熱損失を解析するために、図3.1の断面図のような一段の膨張機モデルを考える。この膨張機はシリンダー、ディスプレーサ、気体層（作動流体）、ピストンリング状のシール材で構成される。シール材はディスプレーサに固定されている。気体層以外の構成要素はすべて固体である。ディスプレーサは、厚さ δ の薄い気体層を介して、シリンダー内を周波数 f 、ストローク（全振幅） S で正弦的に往復運動する。ディスプレーサに設定した軸方向座標を x と定義し、低温端を原点にとる。またディスプレーサ、気体層、シリンダーには、それぞれ図のように半径方向座標 y_d , y_g , y_c を定義する。ディスプレーサの長さは L とし、ディスプレーサ、気体層、シリンダーの高温端（ $x=L$ ）、低温端（ $x=0$ ）での一周期平均温度は、いずれもそれぞれ T_h , T_c とする。ディスプレーサ外径は D_d 、シリンダー内径は D_c 、ディスプレーサ、シリンダー肉厚はそれぞれ τ_d , τ_c とする。ディスプレーサ内壁、シリンダー外壁は断熱されている。また気体の圧力は正弦的に変動し、ディスプレーサの往復運動は高温端での気体の圧力変動に対して1/4周期遅れている。

解析は以上の膨張機モデルの周期定常状態を対象とする。解析に先立って、次のような仮定を行う。

- (1) 放射伝熱は無視できる。
- (2) ディスプレーサ、シリンダーの肉厚、および気体層厚さは、シリンダー外径に比べて十分に小さく、気体層は矩形流路、ディスプレーサ、シリンダーは平板として扱える。
- (3) 圧力波の波長に比べて、気体層厚さ、ディスプレーサ長さはどちらも十分に小さい。したがって気体の圧力は半径方向に一律であり、 x と時刻 t のみの関数として表される。また圧力の時間平均は x 軸方向で一定である。
- (4) 流れは層流で、気体は x 軸方向のみに運動する。したがって y 軸方向の気体の速度は常に0である。
- (5) 温度の時間平均は、ディスプレーサ、気体層、シリンダーにわたって、 y 軸

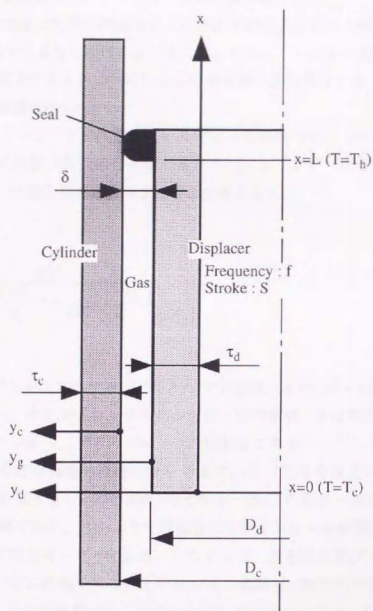


図3.1 膨張機のモデル

方向に一様である。

(6) すべての変動量は十分に小さく、線形近似が成り立つ。

(7) 気体の物性値は時間平均温度および時間平均圧力における値、固体壁の物性値は時間平均温度における値でそれぞれ代表し、 x のみの関数として扱う。

後述の計算条件あるいは一般的な G M 冷凍機の運転条件では、(1)～(5)の仮定はほとんど問題にならない。

(1) に関してシリンダー内壁とディスプレイサ外壁の間の放射伝熱量 Q_r を計算する。放射伝熱量の最大値を見積もるために、シリンダー壁全面の温度が T_h 、ディスプレイサ壁全面の温度が T_c の場合を考えると、

$$Q_r = \frac{\sigma(T_h^4 - T_c^4)}{\frac{1 - \epsilon_c}{F_c} A + \frac{1}{AF} + \frac{1 - \epsilon_d}{\epsilon_d} A} \quad (3.1)$$

となる。ただし σ はステファン・ボルツマン定数 ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$)、 A はシリンダー、ディスプレイサの向かい合う面の面積、 F は形態係数、 ϵ_c 、 ϵ_d はそれぞれシリンダー、ディスプレイサの放射率である。ただしここでは、仮定 (2) を使って平行平板間の放射伝熱を考えている。これを後述の計算で使う表 3.1 の条件で計算すると、 Q_r は約 0.3 W となる。表 3.1 の条件で熱伝導損失を計算すると、約 6 W であり、またあとで計算結果を示すシャトル熱損失についても、熱伝導損失と同じオーダーである。したがって、放射伝熱量がそのほかの熱損失に比べて十分に無視できることがわかる。実際は x 軸方向で壁面に温度勾配があるので、放射伝熱量はここで求めた値よりもさらにずっと小さくなる。

表 3.1 の計算条件における τ_d/D_{co} 、 τ_c/D_{co} 、 δ/D_{co} を計算すると、最大でも 0.034 であることから、(2) は十分妥当な仮定だと言える。ただし D_{co} はシリンダーの外径を表している。

(3) の仮定は、一般に G M 冷凍機の運転周波数が低い ($f < 10 \text{ Hz}$) ことを考えると十分妥当である。

(4) の仮定について考える。Kurzweg ら⁽¹⁰⁴⁾によれば、管内往復振動流の乱流遷移は、二つのパラメータ α 、 β によって決まる。

表3.1 計算条件

Cylinder (stainless steel 304)

Inner diameter : 70mm

Thickness : 1.25mm

Displacer (bakelite)

Thickness : 2.5mm

Length from hot end to cold end : 140mm

Stroke : 32mm

Frequency : 0.5Hz

Temperature at hot end : 270K

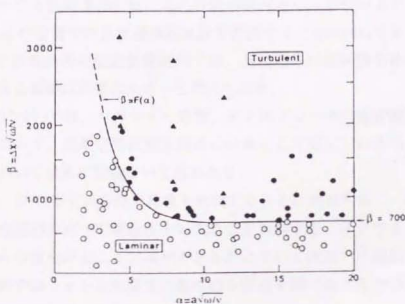
Temperature at cold end : 20K

Gas (helium)

High pressure at hot end : 2.35MPa

Low pressure at hot end : 1.05MPa

Gas gap at room temperature : 0.25mm

図3.2 乱流遷移マップ⁽¹⁰⁴⁾

$$\alpha = a\sqrt{\omega/\nu} \quad (3.2)$$

$$\beta = \Delta x\sqrt{\omega/\nu} \quad (3.3)$$

ただし a は管半径, ω は角周波数, ν は動粘性係数, Δx は振動流のストローク (振幅の2倍) を表す. α は管半径と速度境界層厚さの比を表し, これは Womersley 数に相当する. β は, 速度境界層厚さの二倍を代表長さにとったときの, 最大流速に対するレイノルズ数に相当する. 現実的な値として周波数以外の計算条件を表3.1のように定め, 上式の管半径 a を気体層厚さの二分の一で置き換えると, 図3.2に示す乱流遷移マップより, もっとも乱流遷移しやすいと思われる低温端において乱流遷移周波数は約6Hzとなる. ただし図中の黒塗りのデータは乱流状態を, 白抜きのデータは層流状態を表している. ここで得られた乱流遷移周波数の値は, あとに示す計算においても乱流遷移が起こり得ることを示唆している. しかしいま考えている膨張機モデルでは, 気体層は高温端で閉端となっているため, 高温端に近づくほど Δx は小さくなり, また動粘性係数 ν は温度が高いほど大きくなる傾向にある. したがって, ある程度周波数が大きくなっても乱流遷移が起こるのは低温端付近の一部分のみである. たとえば, $x=L/2$ の位置での乱流遷移周波数を計算すると約400Hzであり, あとで示す図3.12の計算結果の周波数範囲内では, 乱流遷移が膨張機全体のシャトル熱損失に与える影響は非常に小さいと考えられる.

(5)の仮定については, シリンダー外壁, ディスプレーサ内壁が断熱されているモデルにおいて, 周期定常状態を解析の対象として考えているので, 今回の計算条件においては特に問題ないと思われる.

一方, (6), (7)の仮定は非線形現象を無視することに相当する. 一般に小型冷凍機では平均圧力に比べて変動圧力の大きさを無視することができない. したがってこれらの仮定がどこまで適用できるかについては大いに検討の余地があるが, 本解析ではシャトル熱損失の基本的な特徴を調べることを目的とし, 線形理論の範囲内で解析を行うにとどめる.

なお本章で行う解析は, 第2章で行った解析と比べると, 流体の粘性を考えていること, 固体壁の熱容量を有限とすることなど, 多くの点でより厳密な解析である. しかしその分だけ物理的イメージはとらえにくく, 具体的な計算結果からその現象の特徴をつかまざるを得ない.

B. 諸変動量の定式化

周期的な変動量である圧力，温度， x 軸方向速度，比エントロピー，密度を複素表示によってそれぞれ，

$$p_g = p_{g,co} \exp(i\omega t) + p_{g,m} \quad (3.4)$$

$$T_j = T_{j,co} \exp(i\omega t) + T_m \quad (3.5)$$

$$u_j = u_{j,co} \exp(i\omega t) \quad (3.6)$$

$$s_j = s_{j,co} \exp(i\omega t) + s_{j,m} \quad (3.7)$$

$$(j=d, g, c)$$

$$\rho_g = \rho_{g,co} \exp(i\omega t) + \rho_{g,m} \quad (3.8)$$

と表す。ただし ω は角周波数， t は時刻， i は虚数単位，添字 m は時間平均，添字 d, g, c はそれぞれディスプレイサ，気体層，シリンダーを表す。第2章でも述べた通り，複素表示においては，実数部分のみが現実的な量として意味を持つ。添字 co で表される複素数は，変動量の振幅のみならず位相の情報も含み，また y の関数として y 軸方向の分布も表す。ただし仮定(3)より，(3.4)式中の $p_{g,m}$ だけは y に関して一定値をとる。ここで高温端 ($x=L$) での圧力変動をすべての変動量の位相の基準にとり， $p_{g,co}(x=L)$ を実数で表すことにすると，膨張機モデルの設定条件から， $u_{d,co}$ ， $u_{c,co}$ はそれぞれ，

$$u_{d,co} = 0 \quad (3.9)$$

$$u_{c,co} = -\frac{\omega S}{2} = u_{c,re} \quad (3.10)$$

となる。 $u_{c,co}$ は実数なので添字 re を用いて $u_{c,re}$ と表した。シリンダーは固体であるから， $u_{c,re}$ は x ， y 座標によらず一定である。

C. 数値計算の概要

熱音響理論から得られるのは，ある座標 x におけるエネルギーの流れである。これを膨張機全体に適用するためには， x 軸方向のエネルギー流量の一周期での時間平均の保存を考えて数値計算を行う必要がある。その数値計算の概要を図3.3に示す。数値計算は x 軸方向に要素分割 ($l=1 \sim i_{max}$) して一次的に行わ

Boundary conditions ($I=1$)

$$p_{g,co}, T_m, \langle u_{g,co} \rangle_y, H+Q_{cond}(=const.)$$

$I=i$

$$p_{g,co}, T_m, \langle u_{g,co} \rangle_y; \text{ given}$$

$$dp_{g,co}/dx = \text{func.}(p_{g,co}, T_m, \langle u_{g,co} \rangle_y, H+Q_{cond})$$

$$dT_m/dx = \text{func.}(p_{g,co}, T_m, \langle u_{g,co} \rangle_y, H+Q_{cond})$$

$$d\langle u_{g,co} \rangle_y/dx = \text{func.}(p_{g,co}, T_m, \langle u_{g,co} \rangle_y, H+Q_{cond})$$

▼ Runge-Kutta method

$I=i+1$

$$p_{g,co}, T_m, \langle u_{g,co} \rangle_y$$

図3.3 数値計算の方法

れる。熱音響理論による解析を用いて、図のような形で $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$ の x についての一階微分方程式を表せれば、高温端あるいは低温端での境界条件を与えることによって、任意の場所での $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$ について解くことができる。後述するように、 x 軸方向の熱流量、仕事流量はこれら $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$ より求めることができる。ただし、 $\langle \rangle_y$ は y 軸方向の平均値を、図中の H は x 軸方向の単位時間当たりの平均エンタルピー流量を、 Q_{cond} は単位時間当たりの軸方向熱伝導量を表す。平均エンタルピー流量は、

$$H = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left(\langle \dot{m}_g h_g \rangle_y + \rho_g A_d u_d \langle T_d \rangle_y + \rho_c A_c u_c \langle T_c \rangle_y \right) dt \quad (3.11)$$

と表され、その単位は[W]である。ただし τ は周期、 \dot{m}_g は気体の質量流速、 h_g は比エンタルピー、 A_d , A_c はそれぞれディスプレイサ、シリンダーの断面積、 c_p , c_v はそれぞれディスプレイサ、シリンダー材料の比熱を表している。ここでは周囲とは完全に断熱されている膨張機モデルを考えているので、エンタルピー流量 H と軸方向の熱伝導量 Q_{cond} 、単位時間当たりの平均の運動エネルギー流量 K の総和は x 軸方向で保存される。 K は次式のように変動量の三次のオーダーで表されるので、時間平均すると0になる⁽⁸⁸⁾。

$$K = \int_0^\tau \left\{ \dot{m}_g \left(\frac{1}{2} u_g^2 \right) + \rho_d A_d u_d \left(\frac{1}{2} u_d^2 \right) + \rho_c A_c u_c \left(\frac{1}{2} u_c^2 \right) \right\} dt \quad (3.12)$$

したがって $H + Q_{cond}$ は x 座標によらない一定値をとる。

D. 基礎方程式

基礎方程式は連続の式、運動方程式、熱輸送の一般式⁽¹⁸⁾である。

$$A_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_g A_g u_g)}{\partial x} = 0 \quad (3.13)$$

$$\rho_{g,m} \frac{\partial u_g}{\partial t} = - \frac{\partial p_g}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_g + \left(\xi + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial^2 u_g}{\partial x^2} \quad (3.14)$$

$$\rho_j T_j \left(\frac{\partial s_j}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \text{grad } s_j \right) = \text{div} (k_j \text{ grad } T_j) \quad (3.15)$$

(j=d,g,c)

ただし μ は粘性係数、 ξ は第二粘性係数、 \bar{v}_j は速度ベクトル、 k は熱伝導率を表す。なお熱輸送の一般式は、連続の式、運動方程式を使ってエネルギー方程式を変形したものである。本解析では線形理論の範囲で議論するので、すでにここで示した運動方程式、熱輸送の一般式は一部線形化してある。これら三つの基礎方程式に加えて、図3.3で示したように、単位時間当たりの平均エネルギー流量の保存式、

$$H + Q_{\text{cond}} = \text{const.} \quad (3.16)$$

を用いて、以下では順次 $dp_{g,c0}/dx$ 、 dT_m/dx 、 $d\langle u_{g,c0} \rangle_y/dx$ を求めていく。

E. 速度変動

(3.14)式で表される運動方程式より、気体の速度変動を求める。 a を音速、 ν を動粘性係数、 $\lambda_v = \sqrt{2\nu/\omega}$ を速度境界層厚さとする、(3.14)式中の $\partial/\partial x$ 、 $\partial/\partial y$ のオーダーはそれぞれ ω/a 、 $1/\lambda_v$ となる⁽¹⁷⁾。後述の計算条件の範囲内、あるいは一般的なGM冷凍機の運転条件においては $\omega/a \ll 1/\lambda_v$ となるので、(3.14)式は、

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{g,m}} \frac{\partial p_g}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u_g}{\partial y_g^2} \quad (3.17)$$

と整理できる。これに(3.4)、(3.6)式を代入すると、

$$i\omega u_{g,c0} = -\frac{1}{\rho_{g,m}} \frac{dp_{g,c0}}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u_{g,c0}}{\partial y_g^2} \quad (3.18)$$

となる。壁面での境界条件、

$$y_g = 0 \text{ で、 } u_{g,c0} = u_{d,c0} = 0 \quad (3.19)$$

$$y_g = \delta \text{ で、 } u_{g,c0} = u_{c,c0} = u_{c,rc} \quad (3.20)$$

を用いて(3.15)式を解くと、 $u_{g,co}$ は $dp_{g,co}/dx$ の関数として次のように表せる。

$$u_{g,co} = \frac{i}{\omega \rho_{g,m}} \frac{dp_{g,co}}{dx} (1 - f_1) + u_{c,rc} f_2 \quad (3.21)$$

ただし f_1 , f_2 は y_g の関数で、

$$f_1 = \frac{\cosh\{(1+i)(y_g - \delta/2)/\lambda_v\}}{\cosh\{(1+i)(\delta/2)/\lambda_v\}} \quad (3.22)$$

$$f_2 = \frac{\sinh\{(1+i)y_g/\lambda_v\}}{\sinh\{(1+i)\delta/\lambda_v\}} \quad (3.23)$$

となる。

なお(3.21)式の右辺第一項、第二項はそれぞれ振動 Poiseuille 流、振動 Couette 流の解⁽¹⁰⁾であり、それらの重ね合わせがここで求めた速度変動にはかならない。

F. 圧力勾配

線形化した運動方程式から求めた(3.21)式を y_g が0から δ の範囲で平均し、 $dp_{g,co}/dx$ について整理すると、

$$\frac{dp_{g,co}}{dx} = \frac{i\omega \rho_{g,m}}{\langle f_1 \rangle_y - 1} \left(\langle u_{g,co} \rangle_y - u_{c,rc} \langle f_2 \rangle_y \right) \quad (3.24)$$

となり、 $\langle u_{g,co} \rangle_y$ によって $dp_{g,co}/dx$ を表すことができる。

G. 温度変動

本節の解析の一部は、第2章の繰返しになるところもあるが、理解しやすいようにあえて同様の式展開を掲載しておく。

(3.15)式で表される熱輸送の一般式から温度変動を求める。右辺に(3.5)式を代入すると現れる $k_j(dT_m/dx)$ ($j=d, g, c$) は、ディスプレイサとシリンダーとの相

対運動および気体の圧力変動とは無関係なので、ここでは無視する。(3.17)式の導出と同様のオーダー評価をすると、 $(\partial^2 T_{g,co}/\partial x^2)/(\partial^2 T_{g,co}/\partial y_g^2) \ll 1$ となり、またディスプレイサ、シリンダーについても、 $(\partial^2 T_{j,co}/\partial x^2)/(\partial^2 T_{j,co}/\partial y_j^2)$ のオーダーは $\alpha_g \omega / a^2 \ll 1$ となる ($j=d, c$)⁽³⁷⁾。ただし、 α は温度伝導率を表す。さらに変動量の二次以上の項を省略して式を線形化し、仮定(5)を使うと、熱輸送の一般式は次のように整理できる。

$$\rho_{j,m} T_m \left(i \omega x_{j,co} + u_{j,co} \frac{\partial x_{j,m}}{\partial x} \right) = k_j \frac{\partial^2 T_{j,co}}{\partial y_j^2} \quad (3.25)$$

($j=d, g, c$)

ただし $\rho_{d,m}$, $\rho_{c,m}$ はそれぞれディスプレイサ、シリンダーの密度を表す。また熱力学的な関係式から、一般に比エントロピーについて次の式が成り立つ。

$$ds = \frac{c}{T_m} dT - \frac{\beta}{\rho_m} dp \quad (3.26)$$

ただし c は定圧比熱、 β は等圧膨張率を表す。この関係式を使うと、(3.25)式はディスプレイサ、気体層、シリンダーについてそれぞれ以下のようになる。

$$i \omega \rho_{d,m} c_d T_{d,co} - k_d \frac{\partial^2 T_{d,co}}{\partial y_d^2} = 0 \quad (3.27)$$

$$i \omega \rho_{g,m} c_g T_{g,co} - k_g \frac{\partial^2 T_{g,co}}{\partial y_g^2} = i \omega T_m \beta \rho_{g,co} - \rho_{g,m} c_g \frac{dT_m}{dx} u_{g,co} \quad (3.28)$$

$$i \omega \rho_{c,m} c_c T_{c,co} - k_c \frac{\partial^2 T_{c,co}}{\partial y_c^2} = -\rho_{c,m} c_c \frac{dT_m}{dx} u_{c,co} \quad (3.29)$$

先に求めた $u_{g,co}$ の解(3.21)式を(3.28)式に代入し、(3.27)~(3.29)式を $T_{d,co}$, $T_{g,co}$, $T_{c,co}$ について解くと、以下のような一般解が得られる。

$$T_{d,co} = f_d \quad (3.30)$$

$$T_{g,co} = \frac{T_m \beta}{\rho_{g,m} c_g} p_{g,co} + \left\{ -\frac{1}{\omega^2 \rho_{g,m}} \frac{dp_{g,co}}{dx} \left(1 - \frac{Pr}{Pr-1} f_1 \right) + i \frac{u_{c,rc}}{\omega} \frac{Pr}{Pr-1} f_2 \right\} \frac{dT_m}{dx} + f_g \quad (3.31)$$

$$T_{c,co} = i \frac{u_{c,rc}}{\omega} \frac{dT_m}{dx} + f_c \quad (3.32)$$

ただし,

$$f_j = C_{j1} \exp \left\{ -(1+i) \frac{y_j}{\lambda_j} \right\} + C_{j2} \exp \left\{ (1+i) \frac{y_j}{\lambda_j} \right\} \quad (3.33)$$

$$\lambda_j = \sqrt{\frac{2\alpha_j}{\omega}} \quad (j=d, g, c) \quad (3.34)$$

である。ここで Pr はプラントル数を表し、(3.34)式の λ_j は温度浸透厚さに相当する。(3.33)式中の C_{j1} 、 C_{j2} は境界条件によって定まる複素数である。境界条件は、

$$y_d = 0 \text{ で, } \frac{\partial T_{d,co}}{\partial y_d} = 0 \quad (3.35)$$

$$y_g = 0 \text{ (} y_d = \tau_d \text{) で, } T_{d,co} = T_{g,co} \quad (3.36)$$

$$k_d \frac{\partial T_{d,co}}{\partial y_d} = k_g \frac{\partial T_{g,co}}{\partial y_g} \quad (3.37)$$

$$y_c = \delta \text{ (} y_c = 0 \text{) で, } T_{g,co} = T_{c,co} \quad (3.38)$$

$$k_g \frac{\partial T_{g,co}}{\partial y_g} = k_c \frac{\partial T_{c,co}}{\partial y_c} \quad (3.39)$$

$$y_c = \tau_c \text{ で, } \frac{\partial T_{c,co}}{\partial y_c} = 0 \quad (3.40)$$

と表される。これに(3.30)~(3.32)式を代入して連立方程式を解くと、未知数 C_{j1} 、 C_{j2} ($j=d, g, c$) は dT_m/dx の一次関数として与えられる。なお $dp_{g,co}/dx$ は(3.24)式で表される。したがって $p_{g,co}$ 、 T_m 、 $\langle u_{g,co} \rangle_y$ が既知のとき、 $T_{j,co}$ ($j=d, g, c$) は dT_m/dx の一次関数として求められることになる。また、 f_1 、 f_2 、 f_3 は y の関数であるから、

$T_{j,co}$ も y の関数となる ($j=d, g, c$)。 C_{ji} , C_{jc} の表式はたいへん煩雑であり、本計算においては具体的な計算条件を代入したのち、数値的に連立方程式を解いて C_{ji} , C_{jc} を求めている。

H. 熱流量

ディスクプレーサとシリンダーとの相対運動および気体の圧力変動に関連する x 軸方向の熱流束の時間平均は、変動量の二次のオーダーまで考えると、

$$q_j = T_m \rho_{j,m} \langle s_j u_j \rangle_t \quad (3.41)$$

($j=d, g, c$)

と表される⁹⁰⁾。ただし $\langle \rangle_t$ は一周期の平均を意味する。ディスクプレーサ、気体層、シリンダーのそれぞれにこの式を適用し、(3.26)式の関係式を使って整理すると、

$$q_d = 0 \quad (3.42)$$

$$q_g = \frac{\rho_{g,m} c_g}{2} \operatorname{Re} [T_{g,co} u_{g,co}^*] - \frac{T_m \beta}{2} \operatorname{Re} [\rho_{g,co} u_{g,co}^*] \quad (3.43)$$

$$q_c = \frac{\rho_{c,m} c_c u_{c,rc}}{2} \operatorname{Re} [T_{c,co}] \quad (3.44)$$

となる。ただし右肩の添字*は共役複素数を、 Re は実数部を表す。(3.42)式が0になるのは、ディスクプレーサ上に座標軸 x を設定したことによる。これらの熱流束を y 軸方向で積分し、 $u_{g,co}$, $T_{g,co}$, $T_{c,co}$ に関する(3.21), (3.31), (3.32)式を代入して計算することにより、以下のように x 軸方向の単位時間当たりの平均熱流量が得られる。

$$Q_d = \pi D_m \int_0^{\delta_d} q_d dy_d = 0 \quad (3.45)$$

$$Q_g = \pi D_m \int_0^{\delta_g} q_g dy_g$$

$$= \frac{\pi D_m \delta}{2} \operatorname{Re} \left[\left\{ i \frac{c_g}{\omega} \frac{dp_{g,co}^*}{dx} \left(\langle f_1^* f_g \rangle_y - \langle f_g \rangle_y \right) + \rho_{g,m} c_g u_{c,rc} \langle f_2^* f_g \rangle_y \right\} \right]$$

$$+ \frac{c_g}{\omega^2(P_r - 1)} \left(-\frac{i}{\omega p_{g,m}} \frac{dp_{g,co}}{dx} \frac{dp_{g,co}^*}{dx} \langle f_1 \rangle_y + u_{c,rc} \frac{dp_{g,co}^*}{dx} \langle f_2 \rangle_y \right) \frac{dT_m}{dx} \Bigg] \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} Q_c &= \pi D_m \int_0^{z_c} q_c dy_c \\ &= \frac{\pi D_m \tau_c}{2} \rho_{c,m} c_p u_{c,rc} \operatorname{Re} \left[\langle f_c \rangle_y \right] \end{aligned} \quad (3.47)$$

ただし D_m は膨張機の代表直径として、シリンダー内径とディスプレイサ外径の平均値を表している。いま $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$ が既知とすると、関数 f_j に含まれる未知数 C_j , C_p は、前節の議論より dT_m/dx の一次関数として求められる ($j=d, g, c$)。また $dp_{g,co}/dx$ は (3.24) 式よりわかるので、(3.46), (3.47) 式から Q_d , Q_c が dT_m/dx の一次関数として求められる。以上より、ディスプレイサとシリンダーの相対運動および気体の圧力変動に起因する単位時間当たりの平均熱流量の総和 Q_{Σ} は、 $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$ によって定まる定数 a_0 , a_1 を使って、次のような形に整理することができる。

$$Q_{\Sigma} = Q_d + Q_g + Q_c = a_0 + a_1 \frac{dT_m}{dx} \quad (3.48)$$

1. 仕事流量

単位時間当たりの平均仕事流量 I は、変動量の二次のオーダーまで考えると、

$$I = \pi D_m \delta \left\langle \left\langle p_g u_g \right\rangle_y \right\rangle_t = \frac{\pi D_m \delta}{2} \operatorname{Re} \left[p_{g,co}^* \langle u_{g,co} \rangle_y \right] \quad (3.49)$$

と表せる⁽⁸⁶⁾。したがって $p_{g,co}$, $\langle u_{g,co} \rangle_y$ がわかっていれば、 I を求めることができる。

1. 温度勾配

ディスプレイサとシリンダーとの相対運動と気体の圧力変動にともなう熱流量 Q_{Σ} , 仕事流量 I を使くと、エンタルピー流量 H は、

$$H = Q_{\text{cs}} + I \quad (3.50)$$

と表せる⁽⁸⁸⁾。前述の通り、固体壁および気体層の純粋な x 軸方向熱伝導に関連する単位時間当たりの熱流量 Q_{cond} とエンタルピー流量 H の和は座標 x にかかわらず一定である。

$$H + Q_{\text{cond}} = Q_{\text{cs}} + Q_{\text{cond}} + I = \text{const.} \quad (3.51)$$

本解析では Q_{cs} と I の間での粘性散逸によるエネルギー変換を考えていないが、これは(3.17)式の導出の際と同様のオーダー評価によって無視することができる⁽³⁷⁾。なお熱流量 Q_{cond} は、温度勾配 dT_m/dx の一次関数として、

$$Q_{\text{cond}} = -(k_d A_d + k_g A_g + k_c A_c) \frac{dT_m}{dx} \quad (3.52)$$

と表される。ただし A_d , A_g , A_c はそれぞれディスプレイサ、気体層、シリンダーの断面積である。

(3.48), (3.49), (3.51), (3.52)式より温度勾配は、

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{(H + Q_{\text{cond}}) - I - a_0}{a_1 + a_2} \quad (3.53)$$

となる。ただし、

$$a_2 = -(k_d A_d + k_g A_g + k_c A_c) \quad (3.54)$$

である。 $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$ が既知のときには式(3.48), (3.49)より a_0 , a_1 , I の値がわかるので、温度勾配 dT_m/dx は $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$, $H + Q_{\text{cond}}$ によって表される。

K. 平均速度勾配

(3.13)式で表される連続の式を使って、 $d\langle u_{g,co} \rangle_y/dx$ を求める。(3.13)式を線形化して整理すると、

$$i\omega A_g \rho_{g,co} + \rho_{g,m} A_g \frac{\partial u_{g,co}}{\partial x} + \rho_{g,m} u_{g,co} \frac{dA_g}{dx} + A_g u_{g,co} \frac{d\rho_{g,m}}{dx} = 0 \quad (3.55)$$

となる。熱力学的な関係式、

$$dp = -\rho_m \beta dT + \frac{\gamma}{a^2} dp \quad (3.56)$$

より、(3.55)式を整理すると、

$$\frac{\partial u_{g,co}}{\partial x} = i\omega \left(\beta T_{g,co} - \frac{\gamma}{\rho_{g,m} a^2} p_{g,co} \right) + \left(\beta \frac{dT_m}{dx} - \frac{1}{A_g} \frac{dA_g}{dx} \right) u_{g,co} \quad (3.57)$$

となる。ただし γ は比熱比を表す。この式を y 方向で平均化し、(3.21)、(3.31)式を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{d\langle u_{g,co} \rangle_y}{dx} = & \frac{i\omega}{\rho_{g,m}} \left(\frac{T_m \beta^2}{c_g} - \frac{\gamma}{a^2} \right) p_{g,co} + \frac{i\beta}{\omega \rho_{g,m}} \frac{Pr}{Pr-1} \frac{dp_{g,co}}{dx} \frac{dT_m}{dx} \langle f_1 \rangle_y \\ & - \beta u_{c,rc} \frac{Pr}{Pr-1} \frac{dT_m}{dx} \langle f_2 \rangle_y + i\omega \beta \langle f_g \rangle_y \\ & - \frac{1}{A_g} \frac{dA_g}{dx} \left\{ \frac{i}{\omega \rho_{g,m}} \frac{dp_{g,co}}{dx} (1 - \langle f_1 \rangle_y) + u_{c,rc} \langle f_2 \rangle_y \right\} \end{aligned} \quad (3.58)$$

となる。流路面積の勾配 dA_g/dx は、ディスプレイーサ、シリンダーの線膨張係数と、温度勾配 dT_m/dx がわかれば求められる。 $p_{g,co}$ 、 T_m 、 $\langle u_{g,co} \rangle_y$ が既知のときには、 $dp_{g,co}/dx$ は(3.24)式より求められ、また dT_m/dx は(3.53)式より求めることができるので、関数 f_g に含まれる未知数 C_{g1} 、 C_{g2} も求められ、(3.58)式より $d\langle u_{g,co} \rangle_y/dx$ は $p_{g,co}$ 、 T_m 、 $\langle u_{g,co} \rangle_y$ 、 $H+Q_{cond}$ によって表される。

L, X 軸方向の分布および境界条件

境界条件として高温端 ($x=L$) での時間平均温度 $T_m (=T_h)$ 、気体の圧力変動

$p_{g,co}$, 速度変動 $\langle u_{g,co} \rangle_y$ がわかっていて, さらに固体壁および気体層の x 軸方向熱伝導による熱流量 Q_{cond} とエンタルピー流量 H の和が与えられているとき, (3.24), (3.53), (3.58)式を用いて, 前述の通り数値計算によって任意の x 座標での $p_{g,co}$, T_m , $\langle u_{g,co} \rangle_y$ を求めることができる. また(3.48), (3.49), (3.52)式を使えば, 任意の x 座標での x 軸方向熱流量, 仕事流量も計算することができる. $H+Q_{cond}$ がわからない場合には, 先に与えた高温端での境界条件に加えて, 低温端での時間平均温度 $T_m (=T_c)$ が与えられていれば, 繰り返し計算によってこの境界条件を満たす $H+Q_{cond}$ を求めることができる.

ここで気体層高温端での $\langle u_{g,co} \rangle_y$ の境界条件に触れておく. 解析の対象となる膨張機モデルでは, x 軸をディスプレイサ上に設定しているために, 気体流路は高温端で閉端になっているとみなせる. したがって気体の高温端での速度の境界条件は,

$$\langle u_{g,co} \rangle_y = 0 \quad (3.59)$$

と与えて, 以下の計算を行った. しかし気体の速度変動を求める際に, 境界条件として(3.20)式のように, $y_g = \delta$ での気体の速度をシリンダーの見かけ上の速度で与えているので, これら二つの境界条件は気体層高温端で矛盾することになる. この影響を調べるために, (3.20)式の境界条件を次のように変えて計算を行ってみた.

$$y_g = \delta, \quad x \leq L - \frac{S}{2} \quad \text{で,} \quad u_{g,co} = u_{c,co} = u_{c,rc} \quad (3.60)$$

$$y_g = \delta, \quad x > L - \frac{S}{2} \quad \text{で,} \quad u_{g,co} = \frac{2(L-x)}{S} u_{c,rc} \quad (3.61)$$

両方の境界条件で計算した結果を比較したのが図3.4である. 計算条件を表3.1の通りで, 気体層厚さを変えて熱損失を計算している. 図のように両者の結果にはほとんど差が見られず, ディスプレーサストロークがディスプレイサ長さに比べて表3.1の計算条件の程度に小さければ, 速度に関する境界条件の矛盾は特に問題にならないことがわかる.

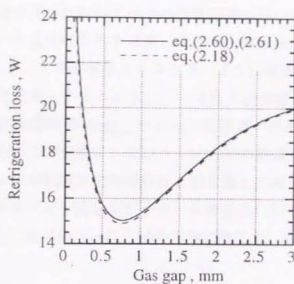


図3.4 速度境界条件の影響

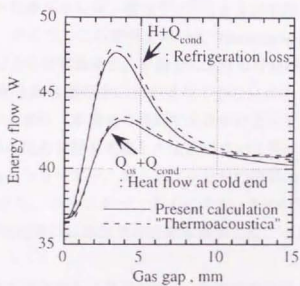


図3.5 解析の検証

3.2.2 計算結果および考察

以上のような方法で得られたいくつかの計算結果について考察する。計算で使った物性値はすべて温度依存性を考慮してある。固体壁の熱収縮も考慮しているため、 x 座標によって気体層厚さも異なる。また仕事流量 I が損失に加担すると考えて、低温端に流入するエンタルピー流量と固体壁および気体層の x 軸方向熱伝導による熱流量の和 $H+Q_{\text{cond}}$ によって冷凍機の熱損失を定義する。計算結果で示す熱損失もこの定義にしたがう。3.2.1節の計算過程からもわかるように、厳密にはシャトル熱損失を伝導損失と切り離して考えることはできないが、近似的にはエンタルピー流量 H がシャトル熱損失に対応している。以下では特に断らない限り、実用的な一段GM冷凍機に準じて、表3.1の計算条件に基づいて計算を行う。

A. 解析の検証

まず解析および数値計算の検証を行う。

静止固体壁からなる流路内で気体が圧力変動をともなって往復運動する系で起こる熱輸送現象を計算するには、富永^{(88)・(91)}による線形熱音響理論を用いた解析が有力である。そこで、この解析を用いた"Thermoacoustica"と称する簡易計算プログラム⁽¹⁰¹⁾による計算結果と、本論文における計算結果とを比較する。

"Thermoacoustica"は静止固体壁の系にしか適用できないので、計算はディスプレイサが静止している条件（本論文の解析では見かけ上シリンダーが静止している条件）で、気体の圧力変動を考慮した場合について行った。ディスプレイサストロークは0mm、シリンダー、ディスプレイサの肉厚はどちらも5mm、固体壁の熱膨張率は0とし、シリンダー、ディスプレイサの材質はともにステンレス304で、気体の物性値には理想気体近似を適用した。それ以外の計算条件は表3.1にしたがう。

エンタルピー流量と固体壁および気体層の x 軸方向熱伝導による熱流量の和 $H+Q_{\text{cond}}$ と、低温端に流入する総熱流量 $Q_{\text{in}}+Q_{\text{cond}}$ が、気体層厚さに対してそれぞれどのように変化するかを計算した結果が図3.5である。実線は本論文の解析を用いた計算結果、破線は"Thermoacoustica"による計算結果を表している。計算プログラム"Thermoacoustica"では、固体壁内部の温度変動の位相など近似的に

解析している部分もあるが、上記の計算条件においては実線と破線はほぼ一致している。この結果は、ディスプレーサが静止しているという特別な条件において、本論文の解析が妥当であることを示しており、これをもって本論文の解析および数値計算の検証とする。

B. 気体層厚さの影響

現実的な範囲で気体層厚さを変えて熱損失を計算した結果を図3.6中の実線で示す。さらに気体層厚さが大きくなったときの熱損失の特性については、あとであらためて説明する。図中の破線は境界条件として高温端での圧力変動を0とした場合、すなわちシャトル伝熱の計算結果である。一点鎖線は、従来のシャトル伝熱の解析^{(16),(17),(18)}を用いて、膨張機軸方向の熱バランスを考慮して数値計算した結果である。また Conduction と記された実線は、気体の圧力変動がなく、ディスプレーサも静止している場合、つまり固体壁と気体層の x 軸方向の純粋な伝導損失 Q_{cond} の計算結果である。なお気体層厚さは温度300Kにおける値を示している。

まず破線と一点鎖線の結果を比較する。一点鎖線は気体層の半径方向の温度分布を直線で近似した従来のシャトル伝熱の解析結果である。破線と一点鎖線の計算結果がほぼ一致していることから、シャトル伝熱だけを考える場合には、従来のシャトル伝熱の解析で用いられている温度分布の近似が通常のGM冷凍機の運転条件で十分妥当であると言える。

シャトル伝熱の特性から、図中の破線、一点鎖線の結果では気体層厚さの増加にともなって気体層での熱抵抗が増大し、熱損失が単調に減少する。一方、実線で示した圧力変動の影響を考慮した場合の熱損失の計算結果では、気体の圧力変動の影響を受けて、熱損失が極小となる最適な気体層厚さの存在が確認できる。実線と破線を比較すると、気体層厚さが比較的小さいときには計算結果に顕著な差は見られないが、気体層厚さが大きくなるにつれて結果に差が現れてくる。これは、熱損失に及ぼす気体の圧力変動の影響が、気体層厚さの増大にともなって大きくなっていることを示唆している。

ここで現実的にシャトル熱損失が冷凍性能に及ぼす影響を考察しておく。小型冷凍機において、冷却温度80Kでの冷凍能力は通常10~100Wであり⁽¹⁰⁷⁾、GM冷凍機の気体層厚さを0.5mm程度だと考えると、図3.6からシャトル熱損失の影

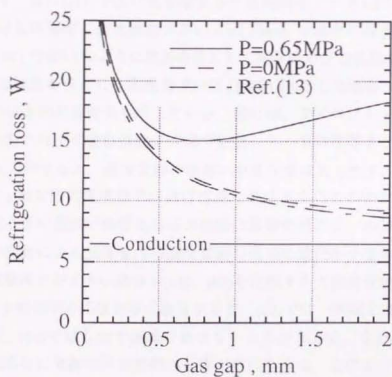


図3.6 気体層厚さの影響

響がいかにか大きいかかわかる。また伝導損失と比較しても、シャトル熱損失の大きさは無視できない。気体の圧力変動の影響によるシャトル熱損失の増加も、気体層厚さ0.5mmのときに約2.5Wであり、冷凍能力に対して無視できないオーダーである。

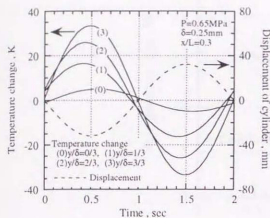
気体の圧力変動の影響をさらに詳しく調べるために、 $x/L=0.3$ の位置で気体層内のいくつかの y 座標における温度変動を一周期にわたって計算した結果を図3.7に示す。図の(a1), (a2)は気体層厚さが比較的小さい $\delta=0.25\text{mm}$ の場合、(b1), (b2)は気体層厚さが比較的大きい $\delta=1.25\text{mm}$ の場合の計算結果である。また(a1), (b1)は表3.1のように境界条件として高温端の圧力変動を与えた場合、(a2), (b2)は境界条件として高温端での圧力変動を0とした場合、すなわちシャトル伝熱の場合の計算結果を示している。図には、ディスプレイサから見たシリンダーの見かけ上の変位振動を点線で併記した。気体層厚さが小さい場合の(a1), (a2)を比較すると、温度変動の様相に顕著な差は見られず、どちらも一周期を通じて y 軸方向の温度分布がほぼ直線で表されることがわかる。気体層厚さが比較的小さい領域で熱損失に圧力変動の影響が現れないのは、このように気体の圧力変動による気体層内の温度変動の様相の変化が小さいためである。一方、気体層厚さが大きい場合の(b1), (b2)を比較すると温度変動の様相は大きく異なり、 y 軸方向の温度分布に着目すると、(b2)では一周期を通じてほぼ直線で表せるが、(b1)ではもはや直線で表せないことがわかる。気体層厚さが大きくなると熱損失に気体の圧力変動の影響が現れるのは、このような温度変動の様相の変化のためである。

C. 粘性の影響

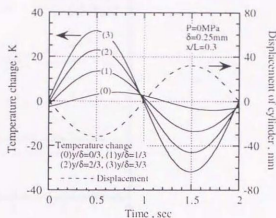
気体の粘性が熱損失に及ぼす影響を調べた結果を図3.8に示す。図3.6と同様に気体層厚さに対する熱損失の変化を表している。図中の実線は気体の粘性を考慮した場合、破線は粘性を0とした場合の計算結果である。

気体を非粘性流体とした場合でも、3.2.1節で示した解析と同様の手法で解くことができるが、気体の y 軸方向の速度変動の分布を考えなくてよいので、計算はずっと簡略化される。ここで非粘性流体についての解析を概説しておく。

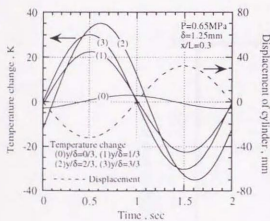
(3.6)式の u_{geo} は y 座標に関して一定値をとり、(3.21)式のような y 軸方向の速度分布はない。線形化した運動方程式から求められる(3.18)式は、粘性項が消え



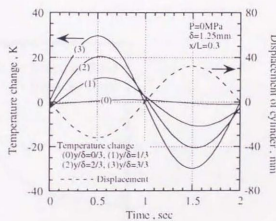
(a1)



(a2)



(b1)



(b2)

図3.7 気体層内の温度変動 ($x/L=0.3$)

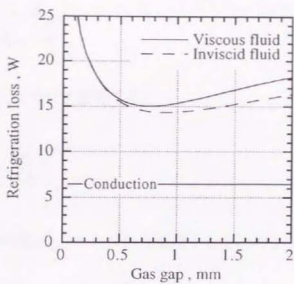


図3.8 粘性の影響

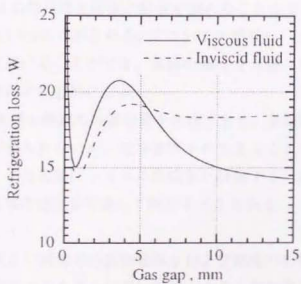


図3.9 気体層厚さが大きい領域での
気体層厚さおよび粘性の影響

て、

$$i\omega u_{g,co} = -\frac{1}{\rho_{g,m}} \frac{dp_{g,co}}{dx} \quad (3.62)$$

となり、これを $u_{g,co}$ について整理すると、

$$u_{g,co} = \frac{i}{\omega \rho_{g,m}} \frac{dp_{g,co}}{dx} \quad (3.63)$$

となる。また圧力勾配 $dp_{g,co}/dx$ について整理すると次のようになる。

$$\frac{dp_{g,co}}{dx} = -i\omega \rho_{g,m} u_{g,co} \quad (3.64)$$

(3.63), (3.64)式はそれぞれ(3.21), (3.24)式に対応している。これらの式を用いると、あとは3.2.1.G節以降と同様に解析を進めることができる。(3.63), (3.64)式には、(3.22), (3.23)式で示される y についての関数 f_1, f_2 が含まれないので、煩雑な積分計算を避けることができ、気体の粘性を考慮した3.2.1節の解析に比べると式の導出は非常に容易になる。

図3.8において実線と破線の計算結果を比較すると、気体層厚さが小さい領域ではほとんど差が見られないが、気体層厚さが大きくなると結果に差が現れてくる。すなわち、より正確にシャトル熱損失を評価するためには、計算が多少煩雑であっても気体の粘性を考慮して解析すべきである。

D. 気体層厚さが大きい領域での気体層厚さおよび粘性の影響

図3.6の気体層厚さよりもさらに広い範囲（大きな気体層厚さ）で計算した結果を、図3.9に示す。計算条件は表3.1の通りである。図中の実線は気体の粘性を考慮した計算結果、破線は気体を非粘性流体と仮定した場合の計算結果である。なお気体層厚さが大きくなると3.2.1.A節の仮定(2)が成立しなくなるが、ここでは平行平板間のシャトル熱損失の一計算例として結果をとらえ、特にGM冷凍機を意識しないことにする。実線の計算結果では、熱損失は気体層厚さの

増大にともなう極小値、極大値を順に持ち、最終的には減少しながら一定値に漸近している。一方、破線の非粘性流体についての計算結果では、熱損失は気体層厚さの増大にともなう極小値をとり、その後明確な極大値を経過せず一定値に漸近している。

E. ディスプレーサストロークの影響

ディスプレーサストロークを変えて熱損失を計算した結果を図3.10に示す。実線は表3.1のように高温端での圧力変動を与えた場合を、破線は高温端での圧力変動を0とした場合、すなわちシャトル伝熱による損失を表している。

破線のシャトル伝熱の計算では、(1)の $\delta=0.25\text{mm}$ 、(2)の $\delta=1.25\text{mm}$ のどちらの場合でも、熱損失はストロークの2乗に比例して大きくなる。これは従来のシャトル伝熱の解析⁽¹⁾⁽⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾から得られる結果と一致している。一方、実線の圧力変動の影響を考慮した場合の計算でも、ストロークが小さいときにやや直線からはずれるものの、破線とほとんど同じ傾きでストロークの2乗に比例して熱損失が増大する。このことから、通常の冷凍機の運転条件においては、気体の圧力変動がシャトル熱損失に及ぼす影響はディスプレーサのストロークに依存せず、シャトル伝熱のみがストロークの2乗に比例して大きくなることがわかる。

F. 圧力振幅の影響

気体の高温端における圧力振幅の大きさを変えて、いくつかの気体層厚さについて熱損失を計算した結果を図3.11に示す。高温端での圧力変動の位相は、先の膨張機モデルの設定条件の通り一定としている。

圧力振幅が大きくなると熱損失も増大するが、気体層厚さが大きいほど、その増加割合が大きくなっていることがわかる。

G. 周波数の影響

周波数を変えて熱損失を計算した結果を図3.12に示す。実線は表3.1のように高温端での圧力変動を与えた場合の熱損失を、破線は高温端での圧力変動を0とした場合、すなわちシャトル伝熱による熱損失を表す。また図中の(1)は気体層厚さが 0.25mm の場合、(2)は 1.25mm の場合の計算結果である。

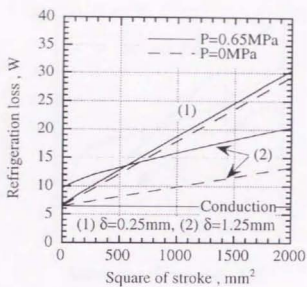


図3.10 ディスプレーサストロークの影響

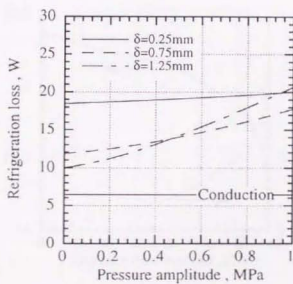


図3.11 圧力振幅の影響

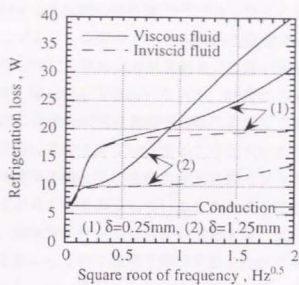


図3.12 周波数の影響

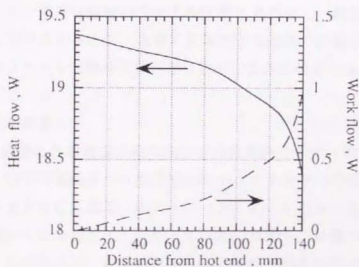


図3.13 熱流量と仕事流量の分布

破線のシャトル伝熱の計算では、周波数を0から高くしていくと、最初に熱損失は周波数の平方根に比例して増大し、その後一旦は一定値に漸近する。ここまでは従来のシャトル伝熱の解析解^{(16),(17),(18)}と一致した傾向である。しかしさらに周波数を高くすると、従来のシャトル伝熱の解析ではシャトル伝熱が一定値のままであるのに対し、破線(2)の計算結果では再び周波数の平方根に比例して増大しはじめる。図には示されていないが、破線(1)の場合もさらに周波数を高くすると、同様に熱損失が周波数の平方根に比例して増大しはじめる。このことは、気体層を介したディスプレイサとシリンダーとの間のシャトル伝熱とは別に、気体の速度境界層と気体主流部分との間でシャトル伝熱と同様の機構の伝熱が起こっていることを示唆している。このような熱輸送現象は、気体を液体に置き換え、固体壁が静止した場合を想定することによって、ドリームパイプ⁽¹⁹⁾の熱輸送とまったく同じ原理で理解することができる。ドリームパイプの解析⁽²⁰⁾においても、周波数が比較的高い領域では周波数の平方根に比例して伝熱量が増大することが知られている。このようなシャトル伝熱の特性については、付録の章であらためて議論する。

実線の圧力変動の影響を考慮した場合の熱損失の計算では、周波数を0から高くしていくと、最初は破線のシャトル伝熱と差がなく、熱損失は周波数の平方根に比例して大きくなるが、次第に気体の圧力変動の影響が大きくなり、熱損失は破線のシャトル伝熱の計算結果に比べて大きな値をとるようになる。

H. 熱流量と仕事流量

図3.13に熱流量と仕事流量の軸方向分布の計算例を示す。計算条件は表3.1の通りである。図では高温端から低温端に向かうエネルギーの流れを正としている。熱流量の大きさは低温端に向かうにつれて小さくなり、仕事流量の大きさは低温端に向かうにつれて大きくなっている。つまり、計算の対象領域を一つのシステムとして見ると、高温熱源から得た熱の一部を仕事に変換して残りの熱を低温熱源に捨てる熱機関サイクルになっていることがわかる。

3.2.3 シャトル熱損失の低減方法

A. 固体壁肉厚の削減による低減

シャトル伝熱の低減法として、固体壁の肉厚を薄くすることは Rios⁽⁴³⁾によって最初に提言された。現実的にどこまで肉厚を薄くできるかについては、耐圧構造上の問題で制限されるが、その限界を無視すれば、固体壁の肉厚削減によるシャトル伝熱の低減は有効である。このような方法が、気体の圧力変動を考慮したシャトル熱損失についても有効であるかどうかを調べるために、シリンダー壁の肉厚を変えて熱損失を計算した結果を図3.14の実線で示す。シリンダー壁の肉厚以外の計算条件は表3.1の通りである。シリンダー壁の肉厚を変えると、軸方向の伝導損失の大きさも変化する。そこで、ディスプレイサストロークが0で、圧力変動がない場合の計算結果によって伝導損失を定義し、全熱損失量から伝導損失を差し引いた損失量（これを Q_{eff} と表す）を図中の点線で示した。この Q_{eff} は近似的にはシャトル熱損失に相当する。シリンダー肉厚が比較的大きいとき Q_{eff} はほぼ一定であるが、シリンダー肉厚が0.2mm以下になると Q_{eff} は急激に減少する。したがってシリンダー肉厚を0.2mm以下にできればシャトル熱損失の低減が可能である。

境界条件として高温端での圧力変動を0とした場合、すなわちシャトル伝熱の同様の計算結果を図3.15に示す。圧力振幅とシリンダー肉厚以外の計算条件は表3.1にしたがう。図3.14と同様、シリンダー肉厚を薄くすると、点線で示した Q_{eff} は急激に減少している。

図3.16はディスプレイサストロークが0で、300Kでの気体層厚さが3mmの場合の同様の計算結果である。ディスプレイサストローク、気体層厚さ、シリンダー肉厚以外の計算条件は表3.1にしたがう。3.2.2節の計算結果から、図3.14の計算条件は、熱損失に対する気体の圧力変動の影響が小さい領域にあるが、図3.16の計算条件は、気体の圧力変動の影響が熱損失に顕著に現れる領域にある。図3.16の場合もやはり、シリンダー肉厚を薄くすると点線の Q_{eff} は減少する傾向にあるが、図3.14、図3.15ほど急激な減少は見られない。

固体壁の肉厚を薄くすることによってその熱容量を減少させると、シャトル伝熱と同様にシャトル熱損失も減少する。図3.14～16より、このような傾向は、シャトル熱損失を引き起こす二つの要因であるディスプレイサの振動と気体の圧力変動のうち、どちらが支配的な因子である場合にも共通して見られるが、ディスプレイサの振動が支配的な因子であるときに特に顕著な傾向である。これは、シャトル伝熱が固体壁を蓄熱体として起こる損失である⁽⁴⁵⁾ことを如実に

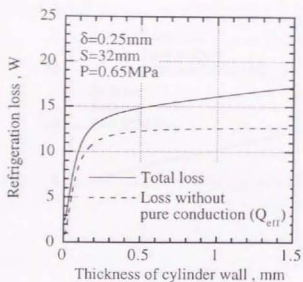


図3.14 シリンダー壁肉厚の影響

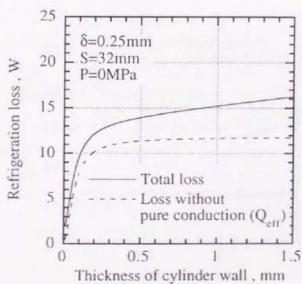


図3.15 シリンダー肉厚の影響 (圧力変動がないとき)

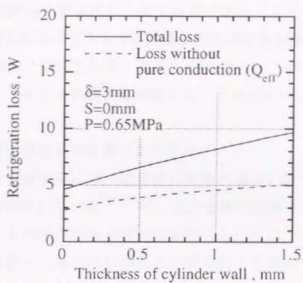


図3.16 シリンダー壁肉厚の影響
(ディスプレイサ静止のとき)

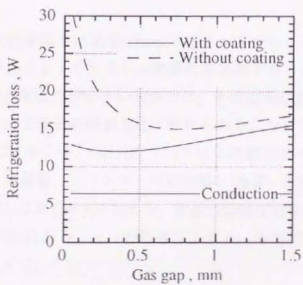


図3.17 断熱被覆層による熱損失低減

表している。

以上をまとめると、固体壁の肉厚を薄くすることは、伝導損失の低減だけでなく、シャトル熱損失の低減法としても有効である。しかし図3.14のように、通常のGM冷凍機運転条件でシャトル熱損失の低減効果が現れるのはシリンダー壁が非常に薄い場合に限定される。構造上の問題から、今の段階では固体壁の肉厚削減によってシャトル熱損失を低減することは難しいと言える。

B. 固体壁への低熱伝導物質の被覆による低減

シャトル伝熱を低減するには、固体壁に低熱伝導率の物質を被覆することが効果的なことが指摘されている^{(16),(17),(18)}。圧力変動の影響を考慮したシャトル熱損失の低減に対する同様の手法の有効性を調べるために、シリンダー内壁に低熱伝導率物質を被覆した場合の熱損失の計算を行った結果を図3.17に示す。実線は被覆層がある場合の熱損失、破線は被覆層がない場合の熱損失を表している。被覆材の物性値は、一般的な発泡断熱材の物性値を用いて、熱伝導率 0.018 W/mK 、比熱 960 J/(kgK) 、密度 15.9 kg/m^3 とした。簡単のため被覆材の物性値の温度依存性は考慮せず 100 K の物性値で代表している。被覆厚さは 0.1 mm である。

GM冷凍機の気体層厚さは通常 0.5 mm 以下であるから、図3.17の計算結果より、このような手法によってシャトル熱損失を低減することが可能であると考えられる。特に気体層厚さが小さい領域では、その効果が顕著である。

ここで被覆層がある場合の解析方法に触れておく。シリンダー内壁に断熱被覆が施されている場合には、(3.25)式で示される熱輸送の一般式を、ディスプレーサ、気体層、被覆層、シリンダーの計四層に適用して解析を行うことになる。図3.1の y 座標には新たに y_s が加わり、座標の設定はほかの y 座標にならう。(3.5)～(3.7)式の添字 j は d, g, a, c の四通りとなる。なお添字 a は断熱被覆層を表す。速度に関しては、

$$u_{a,co} = u_{c,co} \quad (3.65)$$

である。(3.25)式を断熱被覆層に適用すると、

$$i\omega\rho_{a,m}c_aT_{a,co} - k_a \frac{\partial^2 T_{a,co}}{\partial y_a^2} = -\rho_{a,m}c_a \frac{dT_m}{dx} u_{a,co} \quad (3.66)$$

となり、これを $T_{a,co}$ に関して解くと次のようになる。

$$T_{a,co} = i \frac{u_{c,rc}}{\omega} \frac{dT_m}{dx} + f_a \quad (3.67)$$

式中の f_a の定義は(3.33)式に準ずる。境界条件(3.35)～(3.40)式のうち、(3.38)、(3.39)式は以下のように書き換えられ、境界条件を表す式は合計八式となる。

$$y_g = \delta \quad (y_a = 0) \text{ で, } T_{g,co} = T_{a,co} \quad (3.68)$$

$$k_g \frac{\partial T_{g,co}}{\partial y_g} = k_a \frac{\partial T_{a,co}}{\partial y_a} \quad (3.69)$$

$$y_a = \tau_a \quad (y_c = 0) \text{ で, } T_{a,co} = T_{c,co} \quad (3.70)$$

$$k_a \frac{\partial T_{a,co}}{\partial y_a} = k_c \frac{\partial T_{c,co}}{\partial y_c} \quad (3.71)$$

(3.45)～(3.47)式の熱流量には Q_a が加わり、

$$\begin{aligned} Q_a &= \pi D_m \int_0^{\tau_a} q_a dy_a \\ &= \frac{\pi D_m \tau_a}{2} \rho_{a,m} c_a u_{c,rc} \operatorname{Re} \left[\langle f_a \rangle_y \right] \end{aligned} \quad (3.72)$$

となる。さらに(3.48)、(3.52)式は、

$$Q_{os} = Q_d + Q_g + Q_a + Q_c \quad (3.73)$$

$$Q_{cond} = - \left(k_d A_d + k_g A_g + k_a A_a + k_c A_c \right) \frac{dT_m}{dx} \quad (3.74)$$

と書き換えられる。また(3.58)式に関連して、計算では断熱被覆層の熱膨張率はシリンダーのそれと等しいと仮定している。基本的には固体壁が一層増えただけで、上記の式が加わる以外、解析手法は3.2.1節の説明と変わらない。

3.3 シャトル熱損失の測定⁽¹⁰⁸⁾

3.3.1 測定方法

気体の圧力変動の影響を考慮しないシャトル伝熱については、第1章でも触れたように、これまでにいくつかの測定例⁽⁴⁵⁾⁽⁴⁷⁾が報告されている。従来のシャトル伝熱の測定では、冷凍機を運転して低温ステージを所定の温度まで冷却したあと、ディスプレイサを往復運動させたまま圧縮機の運転だけを中断し、そのときの低温ステージの温度上昇速度からシャトル伝熱量を求める。したがって気体の圧力変動の影響は測定から除去されている。これに対して、シャトル伝熱に気体の圧力変動の影響を含めた、いわゆるシャトル熱損失を測定した例は、筆者の知る限りでは見受けられない。

実際に冷凍機で起こっている熱損失を評価するためには、圧力変動の影響を含めたシャトル熱損失を測定することが望ましいのは言うまでもない。そこでこの節では、現実的な運転条件で定常運転しているディスプレイサ型冷凍機を使ってシャトル熱損失を測定する方法を提案する。

定常運転している冷凍機の一周期平均のシリンダー軸方向温度分布（以下、軸方向温度分布はすべて一周期平均での温度分布を意味する）は、図3.18の破線で示したように連続的な温度勾配を持つ分布となる。一方、シリンダー外壁面B点にヒーターを設置して温度制御を行うと、実線で示したように、ヒーターから上の部分の温度勾配が0となるシリンダーの温度分布が実現できると考えられる。ディスプレイサの軸方向温度分布がシリンダーの軸方向温度分布に追従し、ヒーターから上の部分でディスプレイサの温度勾配が0となり、またヒーターから上の部分で気体の圧力変動に起因する熱輸送が無視できるとすれば、シャトル伝熱の原理⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾により、図のA点からB点への熱の移動は遮断できる。したがってB点での気体の時間平均仕事流量を無視すれば、B点でヒーターから下の部分へ流れる時間平均のエンタルピー流量はヒーターからの熱入力に等しくなり、ヒーターの熱入力によってB点でのシャトル熱損失と伝導損失の和を評価することができる。

ここでヒーターから上の部分での気体の圧力変動に起因する熱流量、および仕事流量について補足しておく。図3.18のようにシリンダーとディスプレイサ

表3.2 測定装置仕様および測定条件

Cylinder (stainless steel 304)
 Outer diameter : 72.5mm
 Inner diameter : 70mm
 Length from cold stage to heater 2 : 140mm

Displacer (bakelite)
 Outer diameter : 69.5mm
 Inner diameter : 50mm
 Stroke : 32mm

Gas (helium)
 High pressure at hot end : 2.35MPa
 Low pressure at hot end : 1.05MPa
 Gas gap at room temperature : 0.25mm

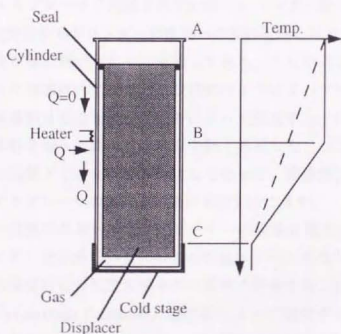


図3.18 シャトル熱損失の測定方法

の間の気体層流路はディスプレイサ上端のシール材によって閉じているため、ヒーターから上の部分では圧力変動にともなう気体の往復運動の振幅は比較的小さい。3.2.1節の線形熱音響理論による解析を使って、表3.2に示す測定条件においてヒーターから上の部分での時間平均の熱流量および仕事流量を計算した結果は、あとに示す熱損失の測定結果に比べて非常に小さくなる。したがってここでは、温度勾配が0のときはヒーターから上の部分での軸方向熱流量および仕事流量は無視してよいと考えた。

3.3.2 測定装置

3.3.1節の測定方法により、一段のGM冷凍機においてシャトル熱損失の測定を行った。測定に用いたGM冷凍機の概略を図3.19に示す。膨張機の仕様、運転条件（測定条件）を表3.2にまとめて示した。作動流体はヘリウムガス、シリンダーの材質はステンレス304、ディスプレイサの材質はベークライトで、蓄冷器はディスプレイサに内蔵されている。シリンダー壁は十分に真空断熱され、また真空容器からシリンダー外壁面への放射伝熱を防ぐために、シリンダー外壁には真空多層断熱（MLI）を施してある。ヘリウムガスの吸排は、圧縮機とつながった冷凍機内の吸気および排気バルブによって行われる。ディスプレイサの往復運動は室温部分の変位計によって測定する。圧力変動は歪みゲージ式圧力変換器を使って膨張機の高圧空間で測定した。以下に示す測定は、すべてバルブの開閉タイミングを一定にして行った。膨張機室温部で測定した圧力波形とディスプレイサの変位との関係を図3.20に示す。

シリンダー外壁の熱電対の配置、ヒーターの設置位置などの詳細を図3.21に示す。シリンダー低温部の外壁には銅の低温ステージが取り付けられており、冷凍機の低温端の温度はこの低温ステージの温度で評価する。低温ステージの温度はCGR（Carbon Glass Resistance）温度計によって測定する。低温ステージにはヒーター1を取り付け、これによって低温端の温度を制御する。シリンダー外壁には熱損失測定用のヒーター2を取り付ける。シール材の摺動による発熱が測定に影響を及ぼさないようにするため、ヒーター2はシール材の摺動部よりも下に設置する。周方向の加熱量を均一にするために、ヒーター2の設置位置に銅箔を一周巻き、その上からヒーター2を取り付けた。図3.21に示すよう

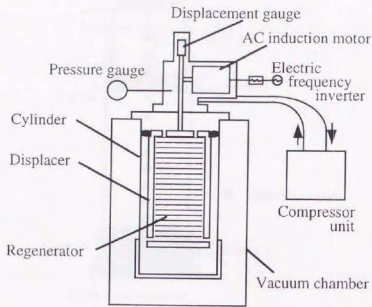


図3.19 測定装置 (GM冷凍機)

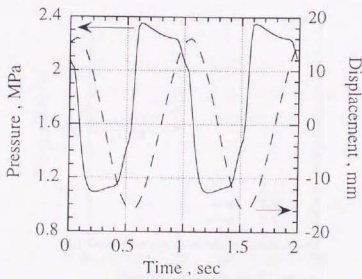


図3.20 圧力波形とディスプレーサ変位振動

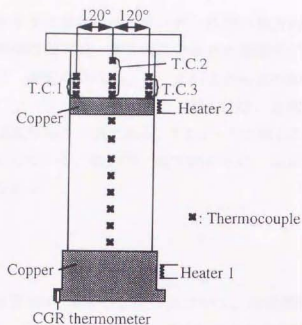


図3.21 熱電対, ヒーターの配置

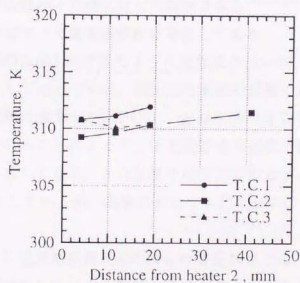


図3.22 シリンダー壁温度分布 (ヒーター 2 上側)

に、ヒーター2から下の部分にはシリンダー外壁の軸方向に数箇所、上の部分にはシリンダー外壁の軸方向、周方向にそれぞれ数箇所T型熱電対を取り付けて温度測定を行う。測定の際には、ヒーター2から上の部分の温度がなるべく一定になるようにヒーター2を制御した。図3.22は、定常状態でのヒーター2から上の部分の温度分布の一例である。T.C.1~3で表した記号は、図3.21で示した熱電対に対応している。軸方向、周方向ともに、ほぼ一定の温度に制御できていることがわかる。

3.3.3 測定結果

測定は低温端温度20K、80Kの二通りについて、冷凍機の運転周波数をいくつか変えて行った。シャトル熱損失と伝導損失の和の測定結果を図3.23に示す。 T_h はヒーター2の直下の熱電対の温度を、 T_c は低温端の温度を表す。図中の実線は3.2節の解析による $H+Q_{\text{cond}}$ の計算結果で、測定結果に対応している。破線は高温端での圧力変動を0として計算した結果、すなわちシャトル伝熱量と伝導損失の和を表している。横軸を周波数の平方根で表しているのは、シャトル伝熱の解析解が周波数の平方根に対して整理できる^{(16),(17),(18)}ためである。なお計算で用いた物性値はすべて温度依存性を考慮してある。

測定での圧力変動は図3.20で見たように矩形波に近いが、3.2節の解析では圧力波形を正弦波として扱っている。図3.23の実線の計算では、測定での矩形波状の圧力変動の振幅に係数 $\pi/2$ をかけて、正弦波状の圧力変動の振幅を決定した。この係数をかけることによって、圧力変動を半周期で積分した値は、計算と測定でおおむね等しくなる。また計算では圧力変動とディスプレイサの変位との位相差を90°としているが、測定においても図3.20のようにこの位相差はほぼ90°である。

図3.23(a)に示した低温端温度20Kの場合の測定結果では、周波数の増加にともなって熱損失が増大している。実線の圧力変動の影響を考慮した熱損失の計算結果でも、測定と同じ周波数領域では同様の周波数依存性が見られ、定性的な傾向は一致している。一方、破線で表したシャトル伝熱の計算結果では、測定を行った周波数の範囲において熱損失はほとんど変化しない。このことから測定で得られた周波数依存性の定性的傾向は、気体の圧力変動の影響に依存し

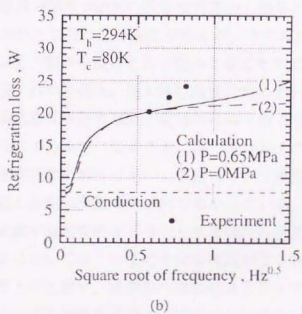
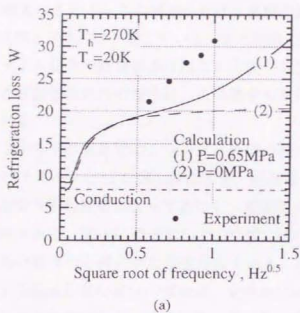


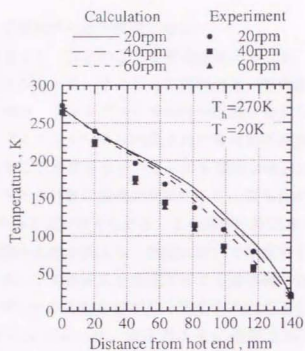
図3.23 熱損失測定結果

ていることが推測できる。

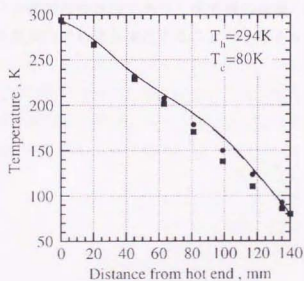
図3.23(b)に示す低温端温度80Kの場合の測定結果でも、周波数の増加にともなって熱損失が増大しており、この傾向はやはり実線の圧力変動の影響を含めた熱損失の計算結果と定性的に一致している。また測定と同じ周波数領域では、破線で示したシャトル伝熱の計算結果はほとんど変化しないことから、測定で得られた熱損失の周波数依存性の傾向は、この場合も気体の圧力変動の影響によるものと思われる。

次にヒーター2から下の部分でのシリンダー外壁の軸方向温度分布の測定結果を、周波数をパラメータとして図3.24に示す。低温端温度が20K、80Kのいずれの場合も温度分布が周波数によって変化し、周波数が低いほど温度分布は上に凸になる傾向がある。図中に線で示したのは図3.23の実線の圧力変動の影響を含めた熱損失の計算から得られた温度分布である。低温端温度が20Kの場合、周波数に対する温度分布の変化の傾向は、定性的には計算結果と測定結果でよく一致していることがわかる。図には示していないが、高温端での圧力変動を0としたシャトル伝熱の計算では、温度分布に周波数依存性が見られない。このことから、温度分布の周波数依存性は気体の圧力変動が原因になっていると考えられる。低温端温度が80Kの場合の計算から得られた温度分布も、同様に周波数が低い方が上に凸になる傾向があるが、その傾向は低温端温度20Kの場合ほど顕著でなく、図からはほとんど読みとることができない。

以上のように図3.23の熱損失、図3.24の温度分布においては、ともに測定結果と計算結果で周波数依存性の傾向が定性的には一致しているものの、定量的には必ずしも一致していない。このことに関してはいくつかの原因が挙げられる。まず線形熱音響理論の解析で用いた仮定について検討の余地がある。解析は微小変動を想定した線形理論の範囲内で解かれている。このような線形解析が、大きな圧力変動や温度変動をともなう冷凍機内の現象に対してそのまま適用できるかどうかについては、いまだ十分な検証がなされていない。今後さらに多くの実験結果との比較や、非線形の数値計算を行って検証していく必要があると考える。また圧力変動の波形は、計算では正弦波で解かれているのに対し、実際には図3.20のように矩形波状である。前述の通り計算で圧力振幅の補正はしてあるものの、このことも測定結果と計算結果の不一致の一因であろう。これに関連して、圧力変動とディスプレイサの変位振動の位相差を 90° として計



(a)



(b)

図3.24 シリンダー壁温度分布

算したことも、定量的不一致の原因となる。

一方、測定誤差としては次のような要因が考えられる。シリンダーの軸方向温度分布は図3.21のヒーター2によって制御でき、気体層厚さが十分に小さい通常の運転条件では、ディスプレイサ外壁の温度分布もシリンダーの温度分布にしたがうが、ディスプレイサに内蔵された蓄冷器の温度分布の様子は今回の実験装置から知ることができない。もっとも極端な場合には、図3.18の実線で示したディスプレイサ外壁の温度分布に対して、蓄冷器の温度分布は破線で示した温度分布をとることが考えられる。この場合は熱伝導によってディスプレイサ外壁から蓄冷器へと熱が浸入し、測定において熱損失を大きく見積もってしまう可能性がある。この熱浸入を推定することは困難であるが、仮に図3.18のB点でのディスプレイサ外壁と蓄冷器の温度差が5Kだとし、低温端までの軸方向温度分布がディスプレイサ、蓄冷器ともに直線であると仮定すると、図3.23(a)の測定の場合には約6Wシャトル熱損失を過大評価することになる。この測定誤差がどの程度であるかを調べ、また誤差を少なくするためには、シリンダーとは別に蓄冷器の温度分布を測定し、かつ制御する必要がある。

ここで提示した測定結果は、今回の測定で用いたGM冷凍機の仕様、運転条件におけるシャトル熱損失の特性であり、冷凍機の仕様、運転条件等が変われば、当然シャトル熱損失の特性も変化することが予想されることを、最後に付け加えておく。

3.4 まとめ

デイスプレーサ型小型冷凍機の損失の主要因子であるシャトル熱損失について、線形熱音響理論の立場から解析を行い、いくつかのパラメータを変化させて計算を行うことによってシャトル熱損失の特性を明らかにした。この計算結果から、従来の解析では考慮されていなかった作動流体の圧力変動の影響が、冷凍機の運転条件によっては熱損失に大きな影響を与えることがわかった。本章で指摘したシャトル熱損失の特性は、デイスプレーサ型冷凍機の熱設計を行う上で、重要な指針になると思われる。

次にシャトル熱損失を低減するためのいくつかの方法を考え、計算結果からその妥当性を検証した。現実的な低減方法として、固体壁に低熱伝導率の物質を薄く被覆することが有効であることが確かめられた。

これまでは、作動流体の圧力変動の影響を含めてシャトル熱損失を測定する方法は確立されていなかった。本章では、デイスプレーサ型冷凍機を定常運転させたまま、圧力変動の影響も含めてシャトル熱損失を測定する手法を新たに提案した。この手法によって実際に一段GM冷凍機を使ってシャトル熱損失を測定し、周波数依存性を調べたところ、定性的には計算結果と一致する結果が得られた。

現象的な側面からとらえると、シャトル熱損失は、固体振動、気体の定在波振動および非定在波振動が連成した系で起こる複雑な熱輸送現象である。以上の結果は、線形熱音響理論を用いた解析がこのような複雑な系に対しても適用可能であり、振動流体にともなう熱輸送現象一般についての理解に有用であることを示している。

第4章 オリフィス・ダブルインレット型 パルス管冷凍機

4.1 はじめに

4.2 位相制御機構の考察

4.2.1 オリフィス、バイパス配管内流速測定

4.2.2 線形熱音響理論による位相制御機能の計算

4.3 パルス管内の流れ

4.3.1 パルス管低温端の位相

4.3.2 冷凍機不安定性とパルス管内流れの関係

4.4 パルス管寸法が冷凍性能に及ぼす影響

4.4.1 パルス管寸法影響の測定

4.4.2 線形熱音響理論によるパルス管寸法影響の計算

4.5 まとめ

4.1 はじめに

パルス管冷凍機の研究開発は、ベーシック型冷凍機⁽⁷⁾からオリフィス型冷凍機⁽⁸⁾への改良による性能の向上にともない、近年急速に活発になってきた。スターリング冷凍機などのディスプレーサ型小型冷凍機と比べると、パルス管冷凍機の特徴は冷凍部分に機械的な振動要素がないことに集約される。そのため、高い信頼性が要求されるような場合、たとえば宇宙での利用などを考えると、既存のディスプレーサ型冷凍機を凌駕する可能性を持つ。

第1章の図1.15, 1.16に示したように、ベーシック型冷凍機とオリフィス型冷凍機の構造を比較すると、ベーシック型ではパルス管高温端が閉端になっているのに対し、オリフィス型ではオリフィスとリザーバタンクからなる位相制御機構が付随している。オリフィス型冷凍機の出現以降は、ムービングプラグ型冷凍機⁽⁷⁵⁾やダブルインレット型冷凍機⁽⁵⁰⁾など、パルス管高温端にさまざまな位相制御機構の工夫を施した冷凍機が開発されてきた。パルス管冷凍機がパルス管高温端の位相制御に着目して図1.17のように三種類に分類されることは、すでに第1章で述べた通りである。線形熱音響理論によれば、このうちでもっとも冷凍能力が大きく、最低到達温度も低いのが、第三世代のパルス管冷凍機である⁽⁵¹⁾。一方、種々のパルス管冷凍機が位相制御機構の種別によってどの世代に属するかについては、オリフィス型冷凍機が第二世代の冷凍機に、ダブルインレット型冷凍機が第三世代の冷凍機に分類されることが以前から指摘されているが^{(69), (109)}、実験によってそれを確かめた例は少なく、特にダブルインレット型冷凍機の位相制御に関しては実験的な知見が非常に少ない。Rawlinsら⁽⁷³⁾は熱線流速計を用いて、オリフィス型冷凍機のパルス管高温端、蓄冷器高温端および低温端での質量流速の測定を行い、オリフィス型冷凍機が図1.17の分類で第二世代に属することを確かめている。Caiら⁽⁷⁴⁾はダブルインレット型冷凍機のパルス管高温端での質量流速を測定することによって、圧力変動と質量流速変動の位相差について言及しているが、ダブルインレット型冷凍機が第三世代に属することを明確に示すにはいたっていない。矢崎ら^{(98), (110)}はレーザー流速計を使ってパルス管内での作動流体の流速測定を行い、ダブルインレット型冷凍機において第三世代の位相差が実現できることを立証しているが、彼らの実験では微小な圧力変動しか与えていないために、装置は冷凍機として作動してい

ない。

パルス管内部の流体挙動については、現在のところほとんど未知の状態である。パルス管高温端の位相制御がパルス管内部の流体振動の位相にどのように反映しているか、パルス管内部の流体振動がはたして一次元の周期的な振動であるかなどは、オリフィス型あるいは改良型パルス管冷凍機の寒冷発生機構、熱損失を理解する上で非常に重要であるにもかかわらず、依然として十分な検討がなされていない。Davidら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾は、熱線流速計によってパルス管内の流速測定を試みた。彼らはパルス管内の流れが乱流遷移していることを確認したが、本人たちも言及しているように、信頼できるデータを得るにはいたっていない。前述の通り Rawlinsら⁽⁷⁾は、熱線流速計を用いてオリフィス型冷凍機において低温端熱交換器と蓄冷器の間で流速変動の測定を行っている。彼らはその結果から、低温端部分での流体振動の位相について考察を加え、解析⁽⁸⁾⁽¹⁸⁾との比較を行っている。最近では、Leeら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾や、矢崎⁽⁹⁾によって、可視化技術を利用したパルス管内の流れの模擬測定が行われている。Leeらはパルス管内に時間スケール、空間スケールの大きな流れが発生する可能性があることを指摘した。矢崎は、ダブルインレット型パルス管冷凍機においてバイパス配管を通る循環流が存在すること、その循環流の方向が一定でないために冷凍機の性能に不安定が発生することを示唆している。

第二世代、第三世代に属するパルス管冷凍機のパルス管内の熱損失は、本質的には非定在波振動にともなう熱輸送現象としてとらえることができる。単純な層流振動による非定在波振動にともなう熱輸送現象であれば、線形熱音響理論を用いて定性的な議論をすることは可能である。しかしパルス管内の流れが乱流遷移した振動流であるときは、その熱損失が線形熱音響理論で説明できるかどうかはわからない。

以上のような背景をふまえて、本章ではまずオリフィス・ダブルインレット型パルス管冷凍機の位相制御機構について調べるために、熱線流速計を用いてオリフィス、バイパス両バルブ近辺の配管内での質量流速変動の測定を行い、両バルブの持つ位相制御機能およびその効果について考察する。次にオリフィス・ダブルインレット型冷凍機のパルス管内に熱線流速計を設置して質量流速変動の計測を行い、パルス管高温端での位相制御がパルス管低温端での流体の挙動にどう反映するかを調べる。これに関連して、測定中に観測された冷凍機

の不安定性とパルス管内の流体挙動との関係についても考察する。最後に、パルス管内の熱損失の構造を調べ、パルス管の形状についての設計指針を与えるために、いくつかの寸法が異なるパルス管を使って冷凍機の性能試験を行う。以上の測定結果に対しては、線形熱音響理論を用いた計算と適宜比較しながら検討を加えていく。

4.2 位相制御機構の考察⁽¹¹³⁾⁽¹¹⁴⁾

4.2.1 オリフィス、バイパス配管内流速測定

A. 非定在波振動の位相差の定義

本章では、非定在波振動の位相差に関する議論が多々現れる。最初に本章で論じる位相差についての定義を明確にしておく。

第1章の図1.5, 1.6では、非定在波振動を気体の圧力変動と変位振動の位相差によって定義した。第1章の図1.17のバルブ管冷凍機の種類に際しても、気体の圧力変動と変位振動の位相差を基準としている。しかし本章で扱う位相差は、すべて気体の圧力変動に対する質量変位振動の遅れによって定義し、これを ϕ で表すことにする。

流体振動の位相をその変位振動によって決めるか、あるいは質量変位振動によって決めるかの違いは、線形理論の範囲内、つまり変動量の振幅がさほど大きくない状況では問題にならない。たとえば、富永^{(87)・(91)}による線形熱音響理論では流体の変位振動について位相の議論を展開しているが、これを質量変位振動に置き換えても得られる結果は同じになる。ただし音響質量流(acoustic streaming)⁽⁸⁷⁾に関しては議論の余地が残る。しかし現状の線形熱音響理論の計算では音響質量流の影響は小さいと考えて無視されることが多い。以下に示す測定結果およびその考察においても、当面は音響質量流の影響を無視して議論を進めることにする。

B. 測定装置

測定に用いたダブルインレット型バルブ管冷凍機の概略を図4.1に示す。冷凍機は大きく分けて圧縮機、蓄冷器、バルブ管、リザーバタンク、低温熱交換器(低温ステージ)、二つの室温熱交換器、二つの位相制御用バルブから構成され、作動流体としてヘリウムガスを用いている。冷凍機の構成要素の代表的な寸法は図中に示した通りである。圧縮機はスターリング型で、リニア駆動ピストンを使用している。蓄冷材には高温側半分にステンレス球($\phi 0.30 \sim 0.35 \text{mm}$)を、低温側半分に銅の金網($\phi 34 \text{mm}$, 325 mesh)を使用した。位相制御用の二つのバルブには市販のニードルバルブを用い、ここでは図のようにそれぞれを

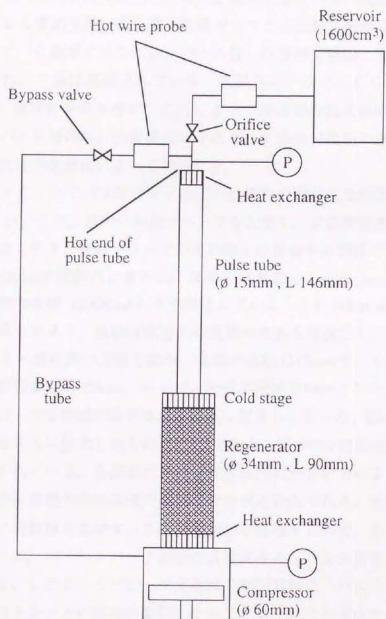


図4.1 測定装置全体図

オリフィスバルブ、バイパスバルブと呼ぶ。またオリフィスバルブを介してパルス管高温端部とリザーバタンクを結ぶ配管をオリフィス配管、バイパスバルブを介してパルス管高温端部と圧縮機を結ぶ配管をバイパス配管と呼ぶことにする。パルス管高温端部と蓄冷器高温端の二つの室温熱交換器は、どちらも冷却水によって一定温度に保たれる。パルス管、低温熱交換器、蓄冷器は真空容器に封入され、十分に断熱されている。低温ステージにはCGR (Carbon glass resistance) 温度計を取り付け、これによって冷凍機の到達温度を測定する。圧縮機内、パルス管内の圧力変動は、それぞれ室温熱交換器の近くに設置した歪みゲージ式圧力変換器によって計測する。

オリフィス、バイパス両バルブ近辺の配管内の質量流速変動を測定するために、図4.1のように二箇所に熱線プローブを配置し、定温度型熱線流速計によって流速測定を行う。熱線プローブの支持部分の詳細を断面図で図4.2に示す。熱線は内径10mmの流路内に置かれ、流路には熱線から前後3mm離れた位置にステンレス製の金網(200mesh)が充填されている。これはRawlinsら⁽⁷⁾⁽¹⁵⁾が用いた手法と同じであり、金網は流路内の気体の流れを層流化し、また半径方向の速度分布を一樣に保つ役割を持つ。金網の直径は15mmで、その充填厚さはオリフィス配管測定用で5mm、バイパス配管測定用で3mmとした。

このプローブ支持部の設計は以下の点に留意して行った。図4.2のヘリウムガスの流路をさらに拡大したものが図4.3である。図中の u は流速を表す。熱線はd点に置かれている。各部分の寸法はできるだけ小さい方がよい。これは、寸法の増加が冷凍機の無効容積の増加につながるからである。無効容積の増大は冷凍性能に悪影響を及ぼす。また測定結果を整理する際に、あとで述べるようにオリフィス、バイパスバルブ近辺の質量流速からパルス管高温端の質量流速を計算する。したがってプローブ支持部の無効容積は、パルス管高温端の質量流速を見積もるときの誤差の要因になってしまう。この理由からも、図中の流路寸法を極力小さくすべきである。ここでは作動流体として1MPa、300Kのヘリウムガスを考え、最大の質量流速 \dot{m} を0.2g/sとして設計している。ちなみに実際の測定でのオリフィス、バイパスバルブでの最大質量流速は0.14g/sであった。最初に L_{ab} について考える。a点から流出した流体は、b点に達するまでに流路壁面に再付着することが望ましい。このような系での流体の再付着に関して調べた井口ら⁽¹⁶⁾の研究によれば、ここに掲げた条件での再付着距離は約

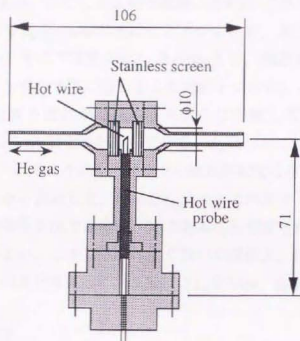


図4.2 プローブ支持部概略図

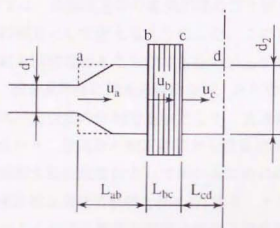


図4.3 プローブ支持部流路拡大図

19mmと推測できる。ただしa b間の流路は図4.3の点線のような形状を想定している。これより L_{ab} を19mm以上にした方がよいが、前述の通り L_{ab} はできるだけ小さくしたい。そこで実際には L_{ab} を10mmとし、無効容積の減少、再付着の促進のためにa b間の流路に図のような傾斜をつけた。b c間の金網については、c点で流出する流れが層流になるように考慮して選定した。ここでは200meshのステンレス製金網を用いている。 L_{bc} については、スぺーサによって金網厚さを変えられるようにし、d点での流れが乱流にならないように測定データの様子を見ながら決定した。最後に L_{cd} について検討する。d点での流れが層流であり、かつ半径方向で速度が一樣であることが望まれるので、 L_{cd} はできるだけ小さい方がよい。しかし熱線の取り扱いの関係上、 L_{cd} を小さくするのにも限界がある。この点を考慮して、実際には L_{cd} を3mm、 d_2 を10mmとした。

C. 抵抗温度計校正

オリフィス配管、バイパス配管内では気体が温度変動することが予想される。そのため、熱線流速計を気体の温度に対して校正し、熱線近辺の気体の温度変動を測定する必要がある。計測で用いた熱線は直径 $5\mu\text{m}$ 、長さ1mmのタングステン細線である。タングステン細線は抵抗温度計としても用いることができる⁽¹⁷⁾。そこで測定では、熱線流速計の電気回路の切り替えによって、熱線を流速計、抵抗温度計の両方として使えるようにした。この方法では、測定中に流速計出力と温度変動を同時に得ることができない。しかし測定はすべて周期定常状態で行うので、両者を同時に得る必要はない。あとで述べる測定においては、バルブ管高圧端の圧力変動の位相を基準として、流速計出力の変動と温度変動の位相を照らし合わせ、流速計の校正結果から質量流速変動を求めている。

タングステン細線を抵抗温度計として用いるためには、事前に校正しておく必要がある。温度計校正装置の概略を図4.4に示す。タングステン細線は銅管内に設置され、そのごく近辺に基準温度測定用のT型熱電対が二つ配置されている。室温以下の温度については、液体窒素と熱交換した窒素ガスを流すことによって銅管を十分に冷却した後、窒素ガスの供給を止め、その後の温度上昇の過程で校正を行った。室温以上の温度については、銅管外壁に取り付けたヒーターへの電気入力によって銅管の温度を制御して校正を行った。校正結果の一例を図4.5に示す。240~420Kの範囲で、グラフは十分良好な直線性を示してい

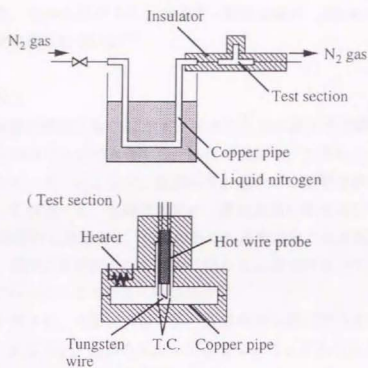


図4.4 温度計較正装置の概略

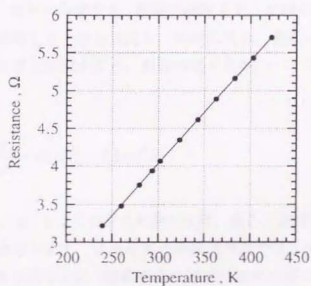


図4.5 温度計較正結果

ことがわかる。なおタングステン温度-抵抗曲線は、80Kの低温まで直線性を保つことが確認されている⁽¹¹⁷⁾。

D. 熱線流速計校正

流速計校正装置の概略を図4.6に示す。流体の圧力は減圧弁で調節し、流量の大きさは気体出口のバルブで調整する。流体の温度は、室温以上の場合には配管に取り付けたヒーターによって、室温以下の場合には配管を液体窒素で冷却することによって制御する。熱線流速計は、測定装置に組み込むのと同様に図4.2の形で校正装置内に設置する。校正の際にも温度測定と流速測定は一本の熱線で行うため、温度と流速計出力を同時に得ることはできないが、校正は十分に定常な状態で行っているので特に問題はない。

熱線流速計を使うと、理想的には流体の質量流速は流速計の出力と流体の温度のみによって決定でき、流体の圧力に依存しないことが知られている⁽¹¹⁵⁾。そこで校正は、測定での封入圧力と同じ一定圧力のヘリウムガスについて行い、校正式は質量流速について整理することにした。

校正結果を示す前に、理想的な場合について定温度型の熱線流速計の基礎式を導出しておく。流体の温度を T 、熱線の温度を T_w 、熱線に流れる電流を I とする。いま熱線の温度 T_w を一定と仮定し、放射伝熱と、熱線から熱線を支持するブロングへの熱伝導を無視すると、熱線の周りの熱のバランスは次のように表せる。

$$\frac{1}{4}\pi d^2 l \rho c \frac{dT_w}{dt} + \pi d l h (T_w - T_a) = I^2 R \quad (4.1)$$

ただし d , l , ρ , c , R , h はそれぞれ熱線の直径、長さ、密度、比熱、電気抵抗、熱線周りの熱伝達率を表す。定温度型の熱線流速計では、(4.1)式の左辺第一項は省略できる。熱伝達率 h は、細線表面の強制対流熱伝達についての Collis and Williams⁽¹¹⁸⁾の実験式で与えることにする。

$$Nu_f = \left(0.24 + 0.56 Re_f^{0.45} \right) \left(\frac{T_f}{T_a} \right)^{0.17} \quad (4.2)$$

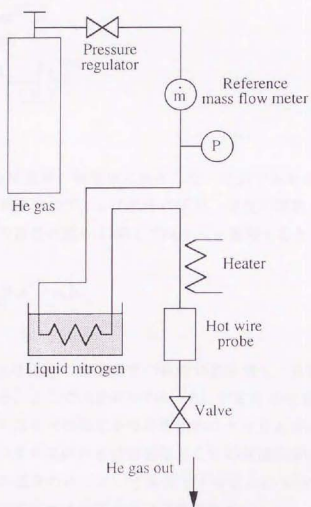


図4.6 流速計較正装置概略

ただし $T_f = (T_w + T_s)/2$ は膜温度で, $Nu = dh/k_f$, $Re = du/\nu_f$ はそれぞれ膜温度で計算したヌセルト数, レイノルズ数である. k_f , ν_f はそれぞれ流体の膜温度での熱伝導率, 動粘性係数, u は流体の速度を表す. (4.2)式を(4.1)式に代入して速度 u について整理すると,

$$u^{0.45} = a_1(b_1 E^2 - a_2)b_2 \quad (4.3)$$

$$a_1 = \frac{1}{0.56\pi d^{0.45}IR} \quad (4.4)$$

$$a_2 = 0.24\pi R \quad (4.5)$$

$$b_1 = \frac{1}{k_f(T_w - T_s)} \left(\frac{T_s}{T_f} \right)^{0.17} \quad (4.6)$$

$$b_2 = \nu_f^{0.45} \quad (4.7)$$

となる⁽¹¹⁹⁾. a_1 , a_2 は流体の物性値に依存しない定数であるが, b_1 , b_2 は流体の物性値に關係する係数なので, u は流体の圧力, 温度の関数となる. ここで, 単位断面積当たりの質量流速 \dot{m}_0 に関して(4.3)式を整理すると,

$$\dot{m}_0^{0.45} = a_1(b_1 E^2 - a_2)b_3 \quad (4.8)$$

$$b_3 = \mu_f^{0.45} \quad (4.9)$$

となる. ただし μ_f は流体の膜温度での粘性係数を表し, b_3 も流体の物性値に關係する係数となる. ここで(4.8)式中の b_1 , b_3 に含まれる流体の物性値は k_f と μ_f のみであり, これらは今回の測定条件の範囲内のヘリウムガスでは圧力にはほとんど依存しない. つまり流体の単位断面積当たりの質量流速は, 理想的には流速計の出力と流体の温度のみによって決定できることになる⁽¹¹⁵⁾. 図4.2の熱線が配置されている流路内では半径方向に速度分布がないとし, この流路での質量流速を \dot{m} , 流路断面積を A とすると,

$$\dot{m}^{0.45} = (A\dot{m}_0)^{0.45} = A^{0.45} a_1(b_1 E^2 - a_2)b_3 \quad (4.10)$$

となる. なお今回の測定における質量流速の範囲内で, 流路内で半径方向の速度分布が十分に一様性を保つことは確認してある.

いくつかの質量流速について、流体の温度 T と流速計出力 E の2乗との関係を示したのが図4.7である。図からわかるように、この関係は室温近辺においては直線で近似できる。図4.7から流速計の較正曲線をいくつかの流体温度について求めると、図4.8のようになる。図中の座標軸は、(4.10)式をもとにして定めている。質量流速が大きき ($\dot{m}^{0.45} \geq 0.15$)、熱線周りの熱伝達率が強制対流によって支配されるとき、較正曲線は(4.10)式にしたがって直線で表される。一方、質量流速が小さいとき ($\dot{m}^{0.45} < 0.15$) には、自然対流やブロングを通しての熱伝導などの影響が無視できなくなるために較正曲線は直線にならないが、この場合は二次曲線によって比較的良好に近似できる。図4.8中の較正式の係数 $a \sim d$ を流体温度に対して整理すると図4.9のようになり、いずれも直線でよく近似できることがわかる。

熱線流速計の周波数応答性は、熱線に矩形波電流を印加することによって擬似的に調べることができる。今回用いた熱線は20 μ s以下の応答性があり、後述の測定条件における速度変動を検出するには十分である。

E. 測定方法および測定条件

測定はオリフィス、バイパス両バルブの開度を変化させて行った。通常ニードルバルブの開度を表す指標として流量係数(Cv値)を使うことが多いが、これは一方向の定常流れを基準とした値であり、いま測定対象としている振動流において妥当かどうかは疑問である。そこで以下の測定結果では、オリフィス、バイパスバルブの開度を表すおおよその指標として、それぞれのバルブを通過する質量流速の絶対値の一周期平均を用いることにした。以下ではこれを平均質量流速と呼び、 \dot{m}_{av} で表す。測定条件は、周波数2.5Hz、封入圧力1.1MPa、圧縮機ピストンストローク12.5mm(掃引体積35.3cm³)でそれぞれ一定である。今回の測定では圧縮機の効率が最適化されていないため、冷凍機の効率についてはあえて議論せず、冷凍機の性能はすべて最低到達温度で評価した。なお以下では、図4.1に示したように、パルス管側の室温熱交換器の上端部をパルス管高温端と呼ぶことにする。

F. オリフィスバルブの機能

まずはオリフィスバルブの機能を調べるために、バイパスバルブを閉じた条

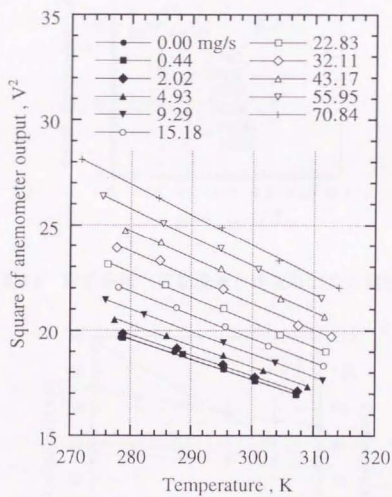


図4.7 較正結果（流体温度と流速計出力の関係）

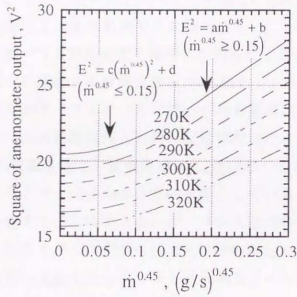


図4.8 較正曲線（質量流速と流速計出力の関係）

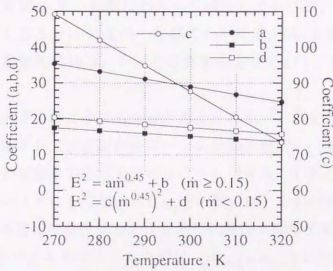


図4.9 較正曲線の係数

件で、オリフィスバルブの開度のみを変えた場合の測定結果を示す。測定で用いたニードルバルブの性質上、バイパスバルブを通過する流量を完全に0にすることはできない。しかしオリフィスバルブを通過する流量と比較すると、バイパスバルブを通過する流量は無視できるほど小さい。したがって、ここでの測定はオリフィス型バルブ管冷凍機を模擬した測定だと言える。

オリフィスバルブを通過する質量流速 \dot{m}_0 の変動を、バルブ管内の圧力変動 P_p とともに、いくつかのオリフィスバルブでの平均質量流速 $\dot{m}_{0,av}$ について図4.10に示した。熱線とバルブ管高温端との間の配管体積は小さいので、ここでは質量流速 \dot{m}_0 はバルブ管高温端での質量流速 \dot{m}_h にはほぼ等しいと考えてよい。質量流速はバルブ管からリザーバに向かう方向を正としている。質量流速の向きは流速計出力から決定することはできないが、バルブ管内の圧力変動から推定することができる。図中のバルブ管内の圧力 P_p は平均圧力からの変化分を表している。以下、一周期的変動を表すグラフの時間軸はすべて P_p の変動を基準として描かれ、 P_p が負から正に変わる点を時刻0として定義している。

バルブ管高温端での圧力変動に対する質量変位振動の遅れで定義された位相差 φ_h について議論するために、測定で得られた変動量の位相を決定しなければならない。質量流速 \dot{m}_h を一周期にわたって積分していけば、質量変位 m_h が求められる。ただしここでは、 m_h の一周期での平均値が0になるように積分範囲を決める。各変動量の位相は、もっとも簡単な方法として、変動量が0になる点で定義する。

なお位相の決め方にはほかにも方法が考えられる。たとえば、冷凍機の運転周波数を基本周期として変動波形をフーリエ級数に展開し、基本周期の位相によってそれぞれの変動量の位相を決めることもできる。しかしこの位相から求めた φ_h と前段落のようにして得られた φ_h との間には、今回の結果では有意な差は認められず、本節では前段落のような位相決定法を採用することにした。

図4.10の情報をわかりやすくするために、 $\dot{m}_{0,av} (= \dot{m}_{h,av})$ に対して位相差 φ_h 、バルブ管内の圧縮比 P_p/P_1 、到達温度 T_c の変化をまとめたのが図4.11である。 T_c は $\dot{m}_{0,av}$ によって大きく変化する。 $\dot{m}_{0,av}$ には最適値が存在するように思われる。今回の測定条件では、 φ_h の値は $\dot{m}_{0,av}$ に関係なく約85°ではほぼ一定であり、オリフィス型冷凍機が第二世代の冷凍機に分類されることがわかる。 P_p/P_1 はオリフィス開度の増大にともなって減少する傾向にあるが、その変化は比較的小さい。し

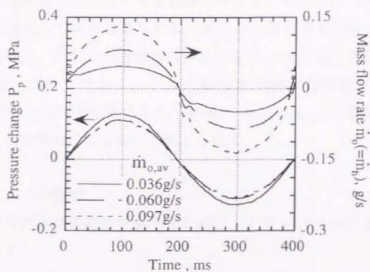


図4.10 質量流速変動（オリフィスバルブ）

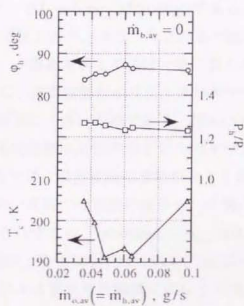


図4.11 オリフィスバルブの機能

たがって到達温度にもっとも大きな影響を与えているのは、パルス管高温端での平均質量流速 $\dot{m}_{h,av}$ であると思われる。 $\dot{m}_{h,av}$ が小さすぎるとベーシック型冷凍機に近づくために、大きな冷凍能力は得られない、一方 $\dot{m}_{h,av}$ の増加は蓄冷器効率の低下を招くばかりでなく、パルス管内での流体の振動にともなう損失⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を増大させる可能性もはらんでいる。 $\dot{m}_{o,av}(=\dot{m}_{h,av})$ に最適値が存在するのは、このような理由によるものと考えられる。

G. バイパスバルブの機能

次にバイパスバルブの機能を調べるために、バイパスバルブをあけた場合の測定結果を示す。

熱線とパルス管高温端との間の配管体積は小さいので、ここではオリフィス、バイパス両バルブ近辺での質量流速 \dot{m}_o 、 \dot{m}_b の和は、パルス管高温端での質量流速 \dot{m}_h には等しいと考えてよい。

まずいくつかのバイパスバルブでの平均質量流速 $\dot{m}_{b,av}$ について、オリフィスバルブ、バイパスバルブ近辺で測定した作動流体の温度変動の様子を、それぞれ図4.12、4.13に示す。どちらも $\dot{m}_{o,av}$ は 0.060g/s である。図にはパルス管内の圧力変動 P_p も併記した。図4.12から、オリフィスバルブ近辺の作動流体の温度は、 $\dot{m}_{b,av}$ の値に関係なく、一周期を通じてほぼ一定に保たれることがわかる。これは図4.1に示したように、測定位置がオリフィスバルブのリザーバ側にあり、作動流体の圧力変動が非常に小さいためである。図4.13を見ると、バイパスバルブ近辺の作動流体の温度変動は比較的大きく、バイパスバルブが閉じているときと開いているときとは、温度変動の様相が大きく異なることがわかる。

\dot{m}_o 、 \dot{m}_b および \dot{m}_h の一周期での変動の様子を、一例としてオリフィス、バイパス平均質量流速がそれぞれ $\dot{m}_{o,av}=0.060\text{g/s}$ 、 $\dot{m}_{b,av}=0.017\text{g/s}$ のときについて、パルス管内の圧力変動 P_p とともに図4.14に示す。 \dot{m}_o はパルス管からリザーバへ向かう方向を、 \dot{m}_b はパルス管から圧縮機に向かう方向を、 \dot{m}_h はパルス管の低温端から高温端へと向かう方向をそれぞれ正としている。質量流速の向きは、パルス管内および圧縮機内の圧力変動から推定した。この図より、バイパス配管を通して流体がパルス管に出入りすることによって、パルス管高温端での質量流速 \dot{m}_h の位相が変化する様子がよくわかる。今回の測定条件では、 $\dot{m}_{o,av}$ 、 $\dot{m}_{b,av}$ を変えても \dot{m}_o 、 \dot{m}_b の波形の位相はほとんど変化しない。しかし \dot{m}_o と \dot{m}_b

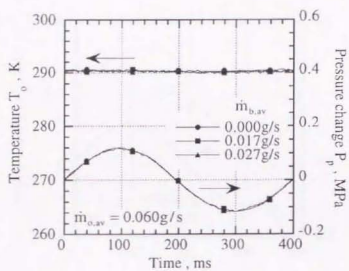


図4.12 温度変動（オリフィスバルブ）

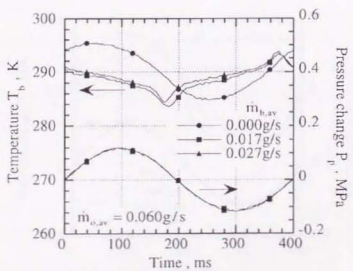


図4.13 温度変動（バイパスバルブ）

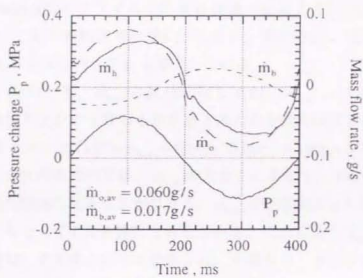


図4.14 質量流速変動（オリフィスバルブ、バイパスバルブ、パルス管高温端）

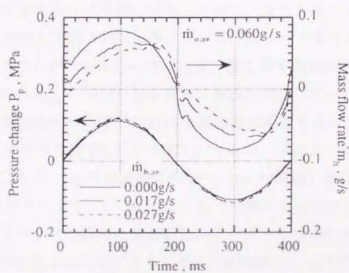


図4.15 質量流速変動（パルス管高温端）

には位相差が存在するので、その重ね合わせである \dot{m}_h の位相および $\dot{m}_{h,av}$ の大きさは $\dot{m}_{o,av}$ 、 $\dot{m}_{b,av}$ の大きさによって変化する。

$\dot{m}_{o,av}=0.060\text{g/s}$ でオリフィス平均質量流速一定のときについて、いくつかの $\dot{m}_{b,av}$ に対して \dot{m}_h の変動波形を図4.15に示す。前述の φ_h の定義にしたがえば、 $\dot{m}_{b,av}$ が大きくなるにつれて φ_h も増大している。

$\dot{m}_{o,av}$ が一定のとき、 $\dot{m}_{b,av}$ の変化に対して φ_h 、 $\dot{m}_{b,av}$ 、パルス管内の圧縮比 P_y/P_1 、到達温度 T_c がどう変わるかをまとめたのが図4.16である。図の(a)~(c)では $\dot{m}_{o,av}$ が異なり、それぞれ $\dot{m}_{o,av}=0.049, 0.060, 0.100\text{g/s}$ の場合に対応する。今回の測定条件の範囲内では、 $\dot{m}_{o,av}$ の大きさによって、 T_c の $\dot{m}_{b,av}$ に対する依存性に特徴的な傾向を見ることができる。 $\dot{m}_{o,av}$ が比較的小さい(a)の場合は、 $\dot{m}_{b,av}$ の増大にともなって T_c は単調に上昇している。これに対し $\dot{m}_{o,av}$ をやや大きくした(b)の場合は、 T_c を最小にする最適な $\dot{m}_{b,av}$ が現れる。さらに $\dot{m}_{o,av}$ を大きくした(c)の場合には、 T_c は $\dot{m}_{b,av}$ の増加にともなって単調に低下している。 P_y/P_1 については、 $\dot{m}_{b,av}$ が大きくなるにしたがって(a)~(c)のいずれの場合も単調に増加している。しかし全体を通して P_y/P_1 の変化は小さく、 P_y/P_1 は T_c の変化に大きな影響を及ぼしていないように思われる。 φ_h については、(a)~(c)のいずれの場合も $\dot{m}_{b,av}$ の増加にともなって単調に増加している。またバイパスバルブを開くことによって $\varphi_h \geq 90^\circ$ が実現されており、ダブルインレット型冷凍機が第三世代の冷凍機に属することがわかる。一方 $\dot{m}_{h,av}$ は、図に示す測定範囲内では、(a)~(c)のいずれの場合も $\dot{m}_{b,av}$ の増加にともなって単調に減少している。

本実験の測定条件の範囲で P_y/P_1 は冷凍性能に影響を及ぼさないと想定し、 T_c を φ_h 、 $\dot{m}_{b,av}$ について整理したのが図4.17である。図にはデータから推測される等温線を併記した。 φ_h の最適値は 90° から 110° の範囲に存在しているが、図中の $\varphi_h \geq 90^\circ$ のデータはすべてバイパスバルブを開いたときのデータであり、ここにオリフィスバルブのみの位相制御にバイパスバルブの位相制御効果を加えることの有効性を見ることができる。またこの図から、 φ_h が同じであっても $\dot{m}_{b,av}$ を変えることによって到達温度が変化し、逆に $\dot{m}_{b,av}$ が同じであっても φ_h が変わると到達温度が変化することがわかる。つまり低い到達温度を得るためには、 φ_h 、 $\dot{m}_{b,av}$ の両者を最適化する必要があると言える。

4.2.2 線形熱音響理論による位相制御機能の計算

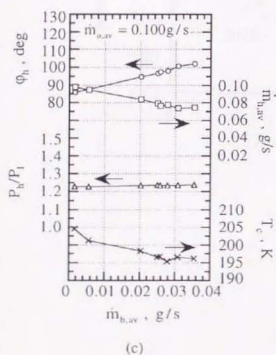
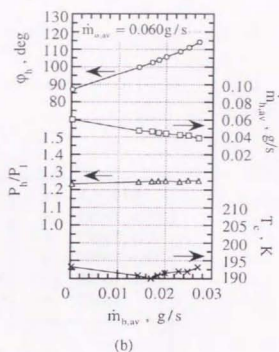
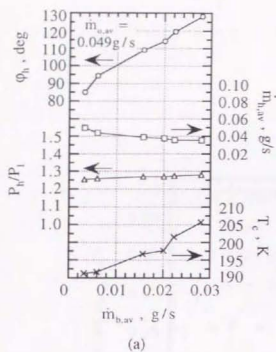


図4.16 バイパスバルブの機能

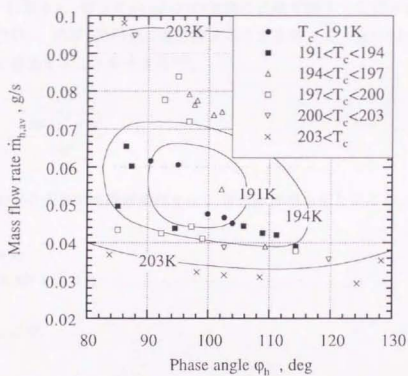


図4.17 低温端温度に及ぼす位相差と平均質量流速の影響

前述の測定と同じ条件で、文献(106)の計算プログラムにもとづいて線形熱音響理論^{(88)~(91)}による計算を行った。

文献(106)の計算プログラム"Thermoacoustica"を適用するためには、流路壁が円管または平行平板でなければならない。ここでは、金網あるいは小球によって構成される蓄冷器、熱交換器をすべて円管の束で近似する。図4.18(a)のような線径 d 、目開き l 、ピッチ $p(=d+l)$ の金網の点線で囲まれた部分を、図4.18(b)のような内径 r 、肉厚 t の円管に置き換えることを考える。金網の空けき率 η は次のように近似することができる⁽¹²⁰⁾。

$$\eta = 1 - \frac{\pi d \sqrt{d^2 + p^2}}{4p^2} \quad (4.11)$$

いま図4.18(b)の円管の流路断面積を A_1 、管壁断面積を A_2 とすると、

$$A_1 = \pi r^2 \quad (4.12)$$

$$A_2 = \pi(r+t)^2 - \pi r^2 \quad (4.13)$$

である。ここで、

$$A_1 + A_2 = p^2 \quad (4.14)$$

$$\eta = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \quad (4.15)$$

として金網を円管に置き換えることにすれば、以下の式が得られる。

$$r = p \sqrt{\frac{\eta}{\pi}} \quad (4.16)$$

$$t = \frac{p}{\sqrt{\pi}} (1 - \sqrt{\eta}) \quad (4.17)$$

空けき部も含めた金網の全断面積と円管の束の全断面積が等しくなるように円管の本数を定めれば、(4.16)、(4.17)式より積層金網を円管の束に置き換えるこ

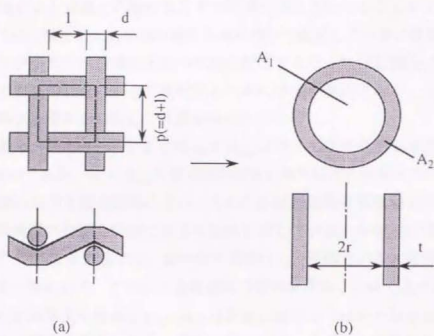
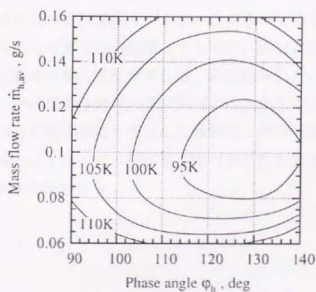


図4.18 円管モデル

図4.19 低温端温度に及ぼす位相差と平均質量流速の影響
(計算結果)

とができる。

小球の場合にも金網と同様の考え方で円管の束に近似することができる。今回の計算では、簡単のため小球の配列を単純格子で仮定して円管に置き換えた。

金網および小球の冷凍機軸方向の温度勾配にともなう熱伝導損失は、金網および小球の充填の具合によって変化するために予測が困難である。ここではこのような熱伝導損失を無視して計算を行った。

計算結果を、図4.17と同じように φ_h と $\dot{m}_{h,av}$ について到達温度を等温線で示したのが図4.19である。 φ_h と $\dot{m}_{h,av}$ に最適値が存在するのは測定結果と同じであり、また等温線の傾向も測定結果に近い。このことは線形熱音響理論を用いた計算によって冷凍機の性能を評価できる可能性を示している。ちなみにほかの従来の解析^{(7),(8),(9),(86)}による計算では、蓄冷器を理想化し、流体とパルス管壁の熱交換を考慮していないため、このような最適値の傾向を得ることはできない。

冷凍機の到達温度や最適な φ_h 、 $\dot{m}_{h,av}$ は計算と測定とではやや異なる。これにはいくつかの理由が考えられる。測定においては、必ずしも計算のようにすべの変動量が正弦波とは限らない。また現状では蓄冷器の流路のモデル化についての検討はなされていない。特に蓄冷器の熱伝導損失を無視して計算を行ったことが、測定結果に比べて到達温度がかなり低くなっていることの主要な原因となっている。ちなみに蓄冷器の流路モデルで図4.18(b)の管壁の軸方向に適当な見かけ上の熱伝導率を与えて計算すれば、測定結果に近い到達温度を得ることは可能であり、その際の等温線の傾向は図4.17と大きくは変わらないことも確認している。さらに微小変動を想定した線形化、流体の振動方向に垂直な流れを考慮していないことなどは、熱音響理論の本質的な仮定であり、今後検証していく必要があると思われる。

4.3 パルス管内の流れ

4.3.1 パルス管低温端の位相

A. 測定装置

実験で用いたダブルインレット型冷凍機の概略を図4.20に示す。4.2.1節の図4.1で示した装置とはほぼ同じ構成であるが、冷凍機の寸法など若干異なる部分もあるので簡単に説明する。作動流体にはヘリウムガスを用いている。圧縮機として使ったリニア駆動のピストンの直径は60mm、蓄冷器は直径34mm、長さ88mm、パルス管は直径20mm、長さ85mm、リザーバ体積は 1600cm^3 である。蓄冷材には約1100枚のステンレス製の金網($\phi 34$, 325mesh)を使用した。4.2節と同様に、本節においても、二つの位相制御用のニードルバルブを図のようにオリフィスバルブ、バイパスバルブと呼ぶことにする。パルス管高温端、蓄冷器高温端の二つの熱交換器は、どちらも冷却水によって一定温度に保たれる。パルス管、低温熱交換器、蓄冷器は真空容器に封入され、十分に断熱されている。低温ステージの温度はCGR (Carbon glass resistance) 温度計によって測定する。圧縮機内、パルス管内の圧力変動は、それぞれ室温熱交換器付近に設置した歪みゲージ式圧力変換器によって計測する。パルス管内の質量流速は、パルス管高温端から挿入した熱線流速計プローブによって測定される。熱線は直径5 μm 、長さ1mmのタングステン細線で、測定は定温度型熱線流速計によって行われた。

パルス管高温端近辺の熱線プローブに関する部分の詳細を図4.21に示す。熱線付近の流れに及ぼすプローブの影響を極力避けるために、熱線を保持する電極ブロングはし字型に折り曲げられている。熱線はパルス管軸方向に垂直に設置する。プローブを支えている管(プローブ支持管)を上下方向に移動させることによって、熱線はパルス管内の任意の高さに置くことができる。またプローブ支持管は回転可能であり、支持管はパルス管中心部分からずらしてあるために、熱線の半径方向の位置も設定できる。しかしここで行った計測では、特に断らない限り、熱線を低温端付近の一点に固定している。このときの熱線の中心位置は図4.21で定義した座標上の $(h, r) = (81.6\text{mm}, 7.9\text{mm})$ である。プローブ支持管は中空になっており、その空間を通して計測用のリード線を取り出す構造になっている。

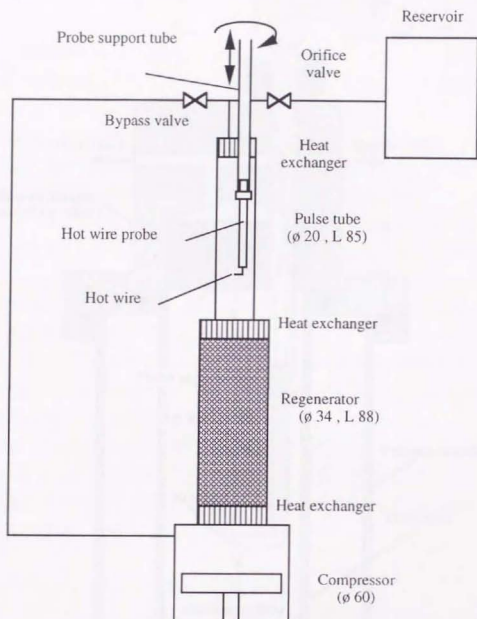


図4.20 測定装置全体図

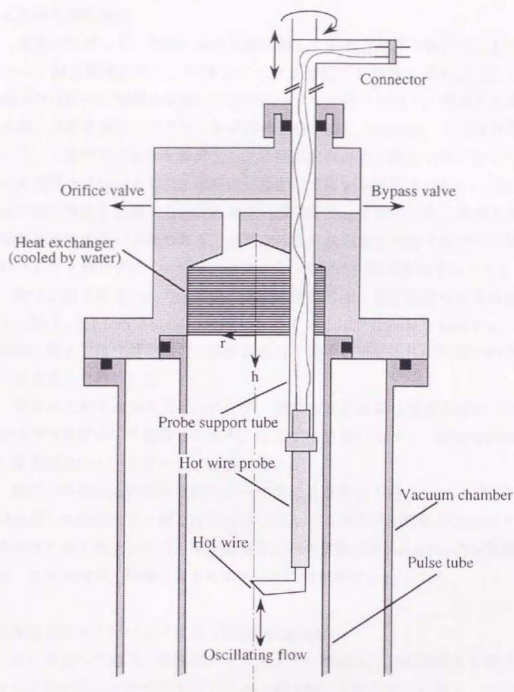


図4.21 パルス管高温端部分詳細

B. 熱線流速計校正

測定に先だって、気体の温度変動に対して熱線流速計を校正しておく必要がある。校正装置のうち、熱線プローブ支持部分の概略を図4.22に示す。直径6mmの流路内に熱線を設置し、そこにヘリウムガスを流す。熱線から約4mm上流側には整流器としてステンレス製の金網 ($\phi 15$, 200mesh) が充填され、これによって流路内の流れを層流化し、半径方向の速度分布を一様に保つ⁽¹⁵⁾。金網の充填厚さは5mmとした。流路内には測定で用いる熱線とは別に、そのごく近辺に別の熱線を配置する。これは抵抗温度計として用いられ、流路内の気体の温度を計測するのに使われる。装置全体を低温領域で使用することを考えて、Oリングを使わずにインジウム細線によって系内の高圧気体をシールした。

校正に使う気体の圧力、流速、温度の制御方法、校正装置の配管系および校正方法は4.2.1.D節(図4.6)と同じなので、ここでは説明を省略する。ただし今回の校正では流速計出力、温度計出力を同時に得ることが可能なので、校正は非定常的に行われた。

得られた校正曲線を図4.23に示す。通常の校正曲線は質量流速の0.45乗あるいは平方根について整理されるが、ここでは簡単のために、測定条件の範囲内で質量流速についてそのまま整理している。

校正は内径6mmの円形流路内で一様な流れを作って行ったが、パルス管内では必ずしも断面内で一様な流れは得られない。そこで測定結果においては、質量流速を表す単位として、単位面積当たりの質量流速 $[(\text{mg/s})/\text{mm}^2]$ を採用している。単位面積は、熱線の長さのスケールに合わせて 1mm^2 とした。

C. 測定方法およびパルス管内の典型的流速変動

先にも述べた通り、熱線用のタングステン細線は十分に低温まで抵抗温度計として用いることができる⁽¹⁷⁾。しかし図4.20, 4.21に示した通り、パルス管内には一本の熱線しか設置されていないので、流速計出力と温度計出力を同時に得ることは不可能である。電気回路を切り替えることによって別々に得られた代表的な流速計および温度計の数周期にわたる出力波形を図4.24, 4.25に示す。図にはパルス管高温端での圧力変動(変動分のみ)も併記してある。波形には周期定常性がないので、別の時間に得られた温度変動を使って流速計出力を補

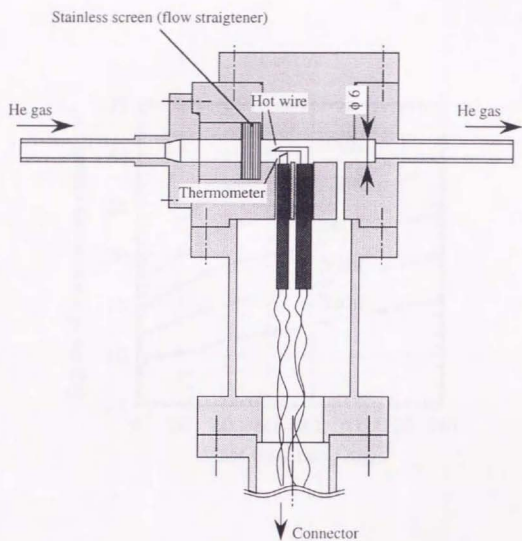


図4.22 較正用熱線プローブ支持部分概略図

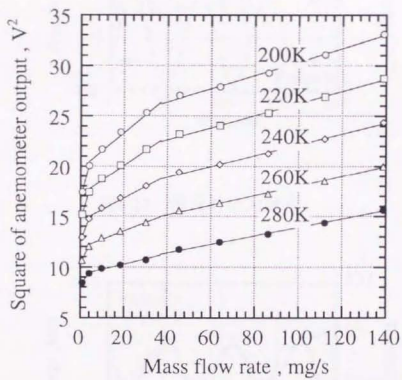


圖4.23 流速計校正曲線

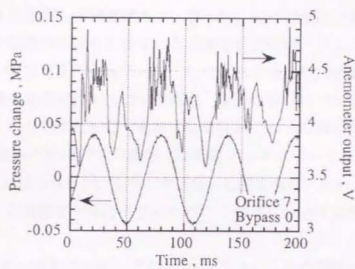


図4.24 流速計出力波形

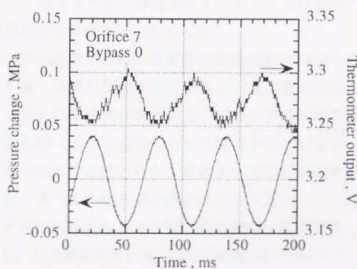


図4.25 温度計出力波形

正するわけにはいかない。しかし図4.24, 4.25の波形を、流速計出力については128周期、温度計出力については64周期について平均し、さらに後述する手法で速度の向きを推測して描き直すと、図4.26, 4.27の波形が得られ、これらの波形は十分に周期的に定常となる。なお流速の符号は、パルス管低温端から高温端へ向かう方向を正としている。したがって以下に示す流速の測定結果はすべて、流速計出力については128周期、温度計出力については64周期で平均したデータを使って得たものである。なお前節で示した較正曲線では流速計の出力の2乗を使っているので、厳密には測定データについても流速計出力の2乗を平均しなければならない。しかし今回行った測定条件においては、瞬時データの平均値からの偏差が十分に小さいため、この点については問題ないことを確認してある。

図4.26の波形を一周期で平均しても0にはならない。この原因の一つとして、今回の実験で使った冷凍機の構造を挙げることができる。パルス管低温端の熱交換器には直径2.7mmの銅球が使われ、この銅球はパルス管側から押さえ板で固定される。作動流体の通路として、押さえ板には3mmのピッチで直径1.5mmの穴があげられている。この穴の径およびピッチが大きすぎるので、パルス管低温端付近において流れは十分に整流されず、パルス管断面内の位置によって一周期平均の質量流速の符号が変化してしまう。

ところで、図4.24の波形からパルス管内の流体振動には明らかに乱れが生じていることがわかる。熱線の位置を変えても、パルス管内の計測可能なすべての位置で同じく乱れを示す波形が得られた。パルス管高温端の熱交換器は、整流器としての機能を持つように金網によって構成されているが、高温端付近でもやはり流速変動の乱れが確認された。後述する今回の測定条件では、一般的なパルス管冷凍機に比べて作動流体の流速はかなり遅い。したがって、通常のパルス管冷凍機の運転条件でもパルス管内の振動流は乱流遷移していると考えるのが妥当である。現在使われているパルス管冷凍機の解析モデルのすべては、パルス管内の流れが乱流状態であることを考慮していない。乱流状態に関連するパルス管の損失を評価することは、今後の課題となるであろう。しかし前節の線形熱音響理論にもとづいた図4.19に示す計算結果は、測定結果とおおむね定性的な一致をみている。このことは、パルス管内の流体振動の乱れが冷凍性能に対して副次的な効果しか持たず、定性的な傾向に大きな影響を与えるまで

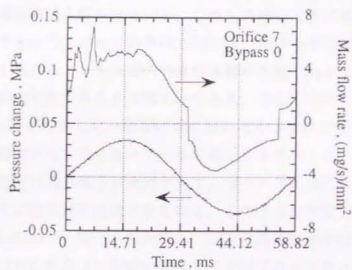


図4.26 流速計出力波形 (128周期平均)

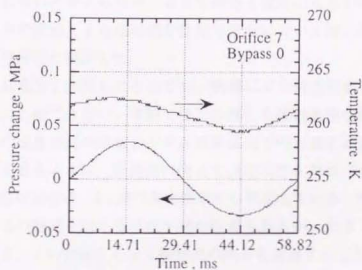


図4.27 温度計出力波形 (64周期平均)

にはいたらないことを示している。

パルス管内の熱線は、流体のパルス管軸方向に平行な振動流を計測できるように、この振動流に垂直に置かれている。しかし熱線は自身に垂直な流れ成分のすべてを検出するので、パルス管半径方向に流れが存在すれば、流速計出力に当然その影響が現れる。パルス管内の流体振動が乱流であることから、半径方向の流速の乱れが存在することは明らかである。さらに流れが層流であったとしても、Leeら⁹⁷⁾が観測した一周期の間に現れる小さなスケールの渦や、数周期にわたって観測される大きなスケールの渦（ストリーミング）が存在すれば、測定で半径方向の流れ成分が検出されてしまう。図4.26において流速の符号が反転するときに波形が不連続となるのは、このような半径方向の流れ成分の影響を受けているのが一因だと思われる。以下の測定結果では、流速計出力に占める半径方向の乱れ成分の影響を無視し、すべての出力をパルス管軸方向に平行な振動流による結果だとして流速を算出した。したがって測定結果から定量的な流速の大きさの評価をすることは難しい。しかし図4.26からわかるように、質量流速波形の不連続な跳びは波形の振幅と同程度かまたはそれよりも小さい。したがって波形を平均化したときに、流体振動の乱れ成分が波形の形までも乱すことはないと考えられる。よって条件を変えたときの相対的な質量流速振幅の大きさの変化、また相対的な位相の変化については、測定結果から見積もることが可能だと判断した。

半径方向の流れ成分を無視したとしても、熱線による流速計測では振動流の向きを特定することができない。本節では、計測した質量流速変動の位相が、圧縮機ピストンの速度変動の位相とパルス管高温端での質量流速変動の位相の間の範囲内におさまるように、振動流の向きを決定した。なおパルス管高温端での質量流速変動の位相は、4.2節の測定結果から推測している。測定結果の中には、わずかにこの範囲を超える位相を持つ結果もあるが、大きく逸脱した結果はなかったので、この方法をもって振動流の向きを定義することにした。

後述する測定結果で位相差を議論するためには、質量流速変動の位相を決定しなければならない。しかし図4.26の質量流速変動の波形から位相を直接求めるのは困難である。ここではすべての変動量について、冷凍機の運転周期を基本周期として変動波形をフーリエ級数に展開し、基本周期の位相によってそれぞれの変動量の位相を決めることにした。なお質量流速変動の位相は質量変位

振動の位相より90°進んでいる。

D. オリフィス型冷凍機

測定はオリフィス、バイパス両バルブの開度を変化させて行った。以下の測定結果ではニードルバルブの開度をバルブハンドルの目盛りで表している。ハンドル目盛りの絶対値に物理的意味はなく、目盛りは相対的にバルブ開度が大きい小さいかを表しているにすぎない。測定条件は周波数17Hz、封入圧力1.16MPa、圧縮機ピストンストローク3.75mm（掃引体積10.6cm³）でそれぞれ一定である。冷凍機の性能は、上記の測定条件下での最低到達温度で評価した。

まずはバイパスバルブを完全に閉め切って、オリフィス型バルブ管冷凍機の性質を調べる実験を行った。オリフィスバルブの開度に対する最低到達温度 T_0 、位相差 ϕ 、質量流速振幅 \dot{m}_0 、圧力振幅 P_0 の変化を図4.28に示す。位相差は熱線を設置した位置における圧力変動に対する質量変位の遅れを表している。ただしバルブ管高温端部の熱交換器の圧力損失は十分に小さく、バルブ管高温端部分とバルブ管内で圧力は等しいと考えて、バルブ管高温端で測定した圧力変動を使って位相差を計算した。質量流速振幅は、質量流速変動波形を前述のようにフーリエ級数に展開したときの基本周期の成分の振幅によって定義した。

到達温度の変化を見ると、冷凍性能に対するオリフィスバルブの最適開度の存在が確認できる。 \dot{m}_0 、 ϕ ともに、オリフィスバルブ開度を大きくするにしたがって増大している。4.2節で得られた結果では、バルブ管高温端での $\phi(=\phi_0)$ は90°以下であったが、図4.28ではバルブ管低温端での ϕ が90°を超えている。これは、先に示したようにバルブ管内の流体振動の様相がバルブ管断面内で異なっていることが原因であり、断面内のいくつかの点で平均すれば ϕ は90°以下になる。したがって ϕ の絶対量は、図4.28では特に大きな意味を持たない。ここではオリフィスバルブ開度を変化させたときの ϕ の相対的な変化についての情報が必要である。

4.2節の結果によれば、オリフィス型冷凍機のバルブ管高温端の ϕ_0 は約90°で一定であった。このことと図4.28の ϕ 、 \dot{m}_0 の測定結果から、オリフィス型バルブ管冷凍機の位相制御に関して以下のことが考察できる。オリフィスバルブ開度を大きくすることによって、バルブ管高温端で ϕ_0 が90°の流体振動、すなわち進行波成分の振幅が増大する。バルブ管低温端での質量流速変動は、圧縮機ピ

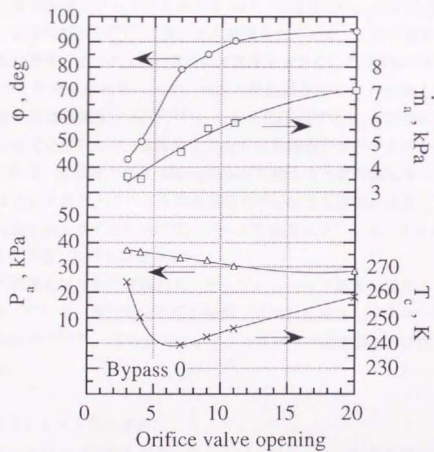


図4.28 オリフィスバルブの機能

ストンによって作られる質量流速変動とパルス管高温端で作られる質量流速変動の重ね合わせだと考えられる。圧縮機ピストンによって作られる振動の ϕ は90°よりは0°に近い、したがってオリフィスバルブ開度の増大が低温端での ϕ の増加につながる。

パルス管低温端での \dot{m}_2 が同じ条件ならば、低温端での ϕ は90°に近い方がよいことは、従来の解析^{(71),(85),(86)}においても指摘されている。上記の結果から、オリフィス型冷凍機では、オリフィスバルブ開度を大きくした方が ϕ が大きくなり、90°に近づくと考えられる。一方、パルス管低温端での \dot{m}_2 の増加も理想的には冷凍性能の増加に貢献する^{(71),(85),(86)}。しかし低温端での \dot{m}_2 の増加は同時に蓄冷器効率の劣化を招くため、低温端での \dot{m}_2 には最適値が存在することになる。図4.28によれば、低温端での \dot{m}_2 が4(mg/s)/mm²を超えると蓄冷器効率の低下の影響が現れはじめており、このときの低温端での ϕ はまだ最大にはなっていない。さらに性能を向上させるためには、パルス管低温端で、より小さな \dot{m}_2 によって大きな ϕ を実現しなければならない。

パルス管高温端の圧力振幅 P_3 は、オリフィスバルブ開度の増大にともなって若干減少している。理想的には圧力振幅（または圧縮比）が大きいほど性能がよくなるので^{(71),(85),(86)}、この点ではオリフィスバルブ開度の増大は性能の劣化につながる。

E. ダブルインレット型冷凍機

オリフィスバルブ開度を一定に保ち、バイパスバルブ開度を変化させてダブルインレット型パルス管冷凍機の性質を調べる実験を行った。バイパスバルブの開度に対する最低到達温度 T_c 、位相差 ϕ 、質量流速振幅 \dot{m}_2 、圧力振幅 P_3 の変化を図4.29に示す。

バイパスバルブ開度を大きくすると到達温度は下がっている。つまりバイパスバルブ開度を大きくすることによって、冷凍性能が向上している。 ϕ はバイパスバルブ開度に依存せず、ほとんど一定値を保っている。一方 \dot{m}_2 はバイパスバルブ開度の増大にともなって減少している。

4.2節の結果によれば、バイパスバルブ開度の増大とともにパルス管高温端での ϕ_1 も増加するが、パルス管高温端での \dot{m}_2 は減少する。前者の効果はパルス管低温端での ϕ を増加させる働きを持つが、後者の効果は逆にパルス管低温端で

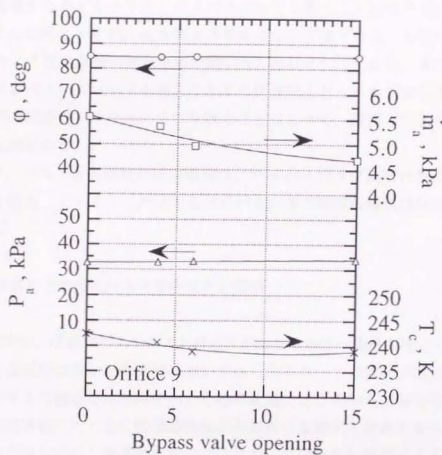


図4.29 バイパスバルブの機能

の ϕ を減少させる働きを持つ。図4.29のように低温端での ϕ の変化が大きくないのは、両方の効果が相殺した結果だと説明できる。また図4.29のバイパスバルブ開度の増大にともなう \dot{m}_s の減少は、バルブ管高温端での \dot{m}_s の減少がそのまま影響しているためである。

以上の結果からわかるように、バイパスバルブを開くことによって、低温端で ϕ をほとんど変化させずに \dot{m}_s を減少させることが可能となる。したがって、先のオリフィス型冷凍機の測定結果の図4.28と合わせて考えると、オリフィスバルブ開度をバイパスバルブを閉じたときの最適値よりもある程度大きな開度に保ち、その状態でバイパスバルブを開くことによって、最適な位相制御が得られることがわかる。

図4.29で、バルブ管高温端の圧力振幅は、バイパスバルブ開度の増大にともなって若干増大している。この点でもバイパスバルブ開度の増大は性能の向上につながる。

4.3.2 冷凍機不安定性とバルブ管内流れの関係

上述の測定は、圧縮機ピストンストロークがかなり小さい条件で行っている。これは、今回測定に用いた冷凍機においては、ストロークの増大が性能の不安定性を誘発する可能性をはらんでいたためである。ここでいう不安定性とは、冷凍機を連続運転したときに低温端温度が不規則に変動する現象を意味する。冷凍性能の不安定性は、冷凍機の実用化に当たって致命的な問題になりかねないので、十分に検討される必要がある。

現在のところ、不安定性が起こる原因を特定するにはいたっていないので、ここでは不安定性の観測例を示すにとどめておく。なお4.2節、4.3.1節の測定においては、冷凍機の到達温度が常に安定であったことを、念のためここに記しておく。

まず冷凍機が安定な状態での測定結果を示す。測定条件は周波数17Hz、封入圧力1.16MPa、圧縮機ピストンストローク6.25mm（掃引体積17.7cm³）で、オリフィスバルブ開度は7目盛り、バイパスバルブは閉じている。熱線は4.3.1節の測定と同じ位置（ $h=81.6\text{mm}$ 、 $r=7.9\text{mm}$ ）に固定してある。図4.30は低温端温度 T_s 、質量流速の一周期平均 \dot{m}_m 、質量流速振幅 \dot{m}_a 、位相差 ϕ 、バルブ管高温端の

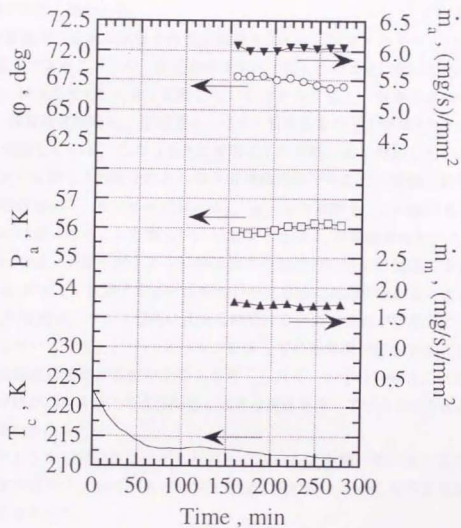


図4.30 各測定量の時間履歴 (安定状態)

圧力振幅 P_s の時間履歴を表している。位相差、質量流速振幅の定義は前節と同じである。質量流速の一周期平均 \dot{m}_m は、4.2節の \dot{m}_{av} とは違い、符号も含めて質量流速を平均化している。図に示された測定データはどれもほぼ定常状態を保っていることがわかる。 \dot{m}_m が0にならないのは、前述の通り低温端の整流器の問題が一因であると思われる。

次に冷凍機が不安定な状態での測定結果を図4.31に示す。バイパスバルブ開度が7目盛りであること以外、測定条件はすべて図4.30の測定に同じである。図4.31では、到達温度 T_c が大きく変動しているばかりでなく、質量流速の一周期平均 \dot{m}_m 、質量流速振幅 \dot{m}_s 、位相差 ϕ 、バルス管高温端の圧力振幅 P_s のすべてが不規則に変動している。このうち P_s の変動は T_c の変動によく対応している。したがって P_s の変動は T_c の変化にともなう冷凍機内の平均圧力の変動に起因している可能性が高い。しかしそれ以外の \dot{m}_m 、 \dot{m}_s 、 ϕ の変動を、この図から T_c の変動に明確に対応づけることは難しい。注目すべきは \dot{m}_m の変動である。これが0にならないのは、何度も言うように低温端での整流の不完全に起因すると思われるが、 \dot{m}_m が大きく変動することは整流の不完全性に原因を求めることができない。 \dot{m}_m の変動は、バルス管内に大きな時間スケールの流れが存在していることを示唆している。またバイパスバルブを通しての循環流が存在すること、およびその循環流の方向が変動することも考えられる。いずれにせよ、低温端温度の不安定性がバルス管内の流体振動と大きな関連を持っていることが図4.30、4.31より推測される。

図4.31のような不安定性は必ずしもバイパスバルブを開いているときだけに特有の現象ではなく、バイパスバルブを完全に閉め切っていても不安定が観測されることがあった。

現段階で不安定の原因を特定することはできない。最善の注意を払ってはいらぬものの、作動流体に不純物が含まれている可能性もある。不純物が混入していれば、低温端温度の低下にともなって不安定性が現れることも考えられる。また4.2.1節の測定のように、ピストンストロークが小さい条件では不安定性はまったく観測されていないことから、流体の振動にともなう非線形現象にその原因を求めることができるかもしれない。不安定性の原因を特定するためには、今後さらに詳細な測定を行っていく必要がある。

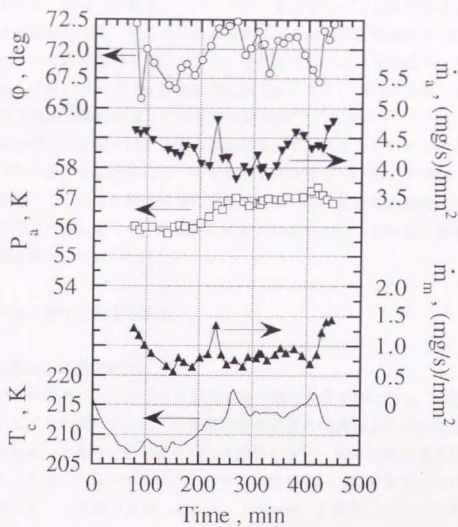


図4.31 各測定量の時間履歴（不安定状態）

4.4 パルス管寸法が冷凍性能に及ぼす影響

4.2, 4.3節においては、ダブルインレット型パルス管冷凍機の位相制御について明らかにしてきた。しかし現実的に冷凍機を設計する際には、位相制御の問題に加えて、熱損失に関連してパルス管、蓄冷器などの具体的な寸法を決定することが重要となる。特に非定在波振動による熱輸送と関連するパルス管内の損失については未解明な部分が多く、これまではパルス管の長さ、内径などの代表的な寸法については試行錯誤的に決定されてきた経緯がある。過去にパルス管の寸法の効果に着目した実験的な研究例^{(66),(70),(121)}もいくつかあるが、そのほとんどがいかに個々の冷凍機の性能を向上させるかを目的としており、系統的にパルス管の寸法効果について考察した例は少ない。そこで本節では、非定在波振動にともなう熱輸送現象に支配されるパルス管内の熱損失について検討するため、パルス管寸法を系統的に変えた測定を行い、線形熱音響理論の立場から測定結果について検討を加える。

4.4.1 パルス管寸法影響の測定

A. 測定装置および測定条件

測定で用いたダブルインレット型冷凍機の概略を図4.32に示す。作動流体にはヘリウムガスを用いている。冷凍機の構成要素の代表的な寸法は図中に示した通りである。本節の測定ではGM型圧縮機を使い、蓄冷器高温端と圧縮機との間のロータリーバルブの開閉によって作動流体に圧力変動を与えている。蓄冷材にはステンレス製の金網(φ34mm, 325mesh)を使用した。パルス管部分のみを交換可能にするため、パルス管の低温端部分はメタルOリングを介して低温熱交換器とねじ止めする構造になっている。オリフィスバルブ、バイパスバルブには市販のニードルバルブを用いた。二つの室温熱交換器は、どちらも冷却水を循環させることによって一定温度に保たれる。パルス管、低温熱交換器、蓄冷器は真空容器に封入され、十分に断熱が施されている。

パルス管は基準の寸法(内径14.4mm, 長さ150mm)に対して、長さだけ変えたもの五種類と、内径だけ変えたもの四種類を用意した。測定で使用したパルス管の寸法を表4.1にまとめる。

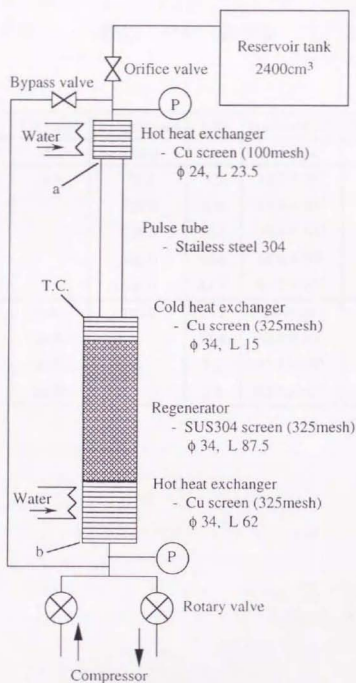


図4.32 測定装置

表4.1 パルス管寸法

	I.D.[mm]	Length[mm]	L/D	Volume[mm ³]	Thickness[mm]
Basic size	14.4	150.0	10.4	24.4×10^3	0.8
D = const.	14.4	75.0	5.2	12.2×10^3	0.8
		100.0	6.9	16.3×10^3	0.8
		225.0	15.6	36.6×10^3	0.8
		300.0	20.8	48.9×10^3	0.8
		600.0	41.7	97.7×10^3	0.8
L = const.	5.4	150.0	27.7	3.4×10^3	0.8
	10.4		14.4	12.7×10^3	0.8
	20.0		7.5	47.1×10^3	1.0
	28.0		5.4	92.4×10^3	2.0

低温熱交換器にはT型熱電対を取り付け、これによって冷凍機の到達温度を測定する。パルス管壁、蓄冷器壁にも軸方向に数箇所T型熱電対を取り付け、冷凍機壁面の温度分布が測定できるようにしてある。また低温熱交換器にはヒーターを設置し、冷凍能力の測定を行った。二つの室温熱交換器付近には歪みゲージ式圧力変換器を取り付け、作動流体の圧力変動を測定した。

以下に測定条件を示す。パルス管、蓄冷器の高温端温度は冷却水によってどちらも300Kに保つ。圧縮機に取り付けた流量制御バルブにより、蓄冷器側の室温熱交換器入口の圧力変動の最低値、最高値はそれぞれ1.3, 1.9MPaに設定した。測定は、運転周波数が7, 11Hzの二通り、低温熱交換器への熱負荷が0, 5, 10, 15Wについて行い、それぞれの条件での到達温度を測定した。測定に際しては、各条件においてオリフィス、バイパスバルブ開度をそのつど最適化して低温端の到達温度を得た。

なおパルス管寸法を変えるとパルス管壁を通しての熱伝導損失も変化する。この影響を除去するために、4.4.1.E節以下の測定結果はパルス管壁を通しての熱伝導損失を考慮して補正してある。補正方法は4.4.1.D節で述べる。

また今回の測定系では冷凍機への入力仕事を求めることが困難なことから、冷凍機の効率は得られていない。そのため以下では、主に低温端の最低到達温度によって冷凍機の性能を評価している。

B. 冷凍機の基本的性能

まず基準の寸法のパルス管（内径14.4mm、長さ150mm）を用いて、運転周波数が11Hzで、低温熱交換器への熱負荷がない場合の測定を行い、オリフィス、バイパスバルブ開度に対する性能の依存性や、冷凍機壁面の温度分布の様相を調べた。なおこの節の測定結果については、パルス管壁熱伝導損失についての補正は行っていない。

バイパスバルブの開度に対する到達温度の変化を、いくつかのオリフィスバルブ開度について図4.33に示す。図中のバルブ開度はバルブハンドルの目盛りで示してある。オリフィスバルブ開度が大きくなるにつれて、最適なバイパスバルブ開度が大きくなるのがわかる。

図4.33の結果を、オリフィスバルブ開度に対する到達温度の変化として表したのが図4.34である。バイパスバルブ開度が大きくなるにしたがって最適なオ

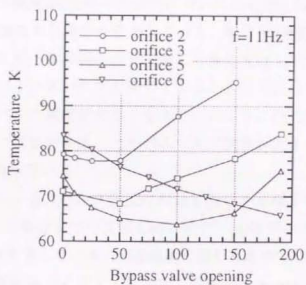


図4.33 冷凍性能に対するバイパスバルブ開度の影響

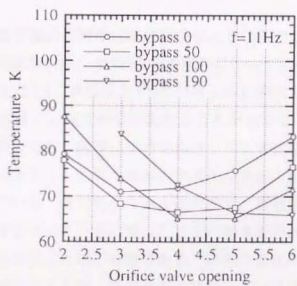


図4.34 冷凍性能に対するオリフィスバルブ開度の影響

リフイスバルブ開度が大きくなっていることがわかる。

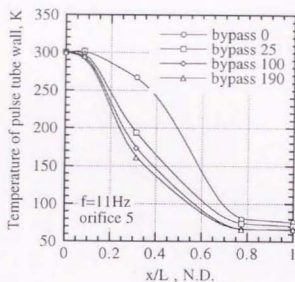
次に、冷凍機壁面の温度分布がバイパスバルブ開度に対して変化する様子を、オリフイスバルブ開度が5目盛りの場合について図4.35に示す。(a)はパルス管壁面、(b)は蓄冷器壁面の温度分布を表している。軸方向の位置はそれぞれの場合について、パルス管、蓄冷器の全長で除して無次元化してある。パルス管壁面の温度分布は、バイパスバルブが閉じているときは上に凸になる局面が見られるが、バイパスバルブ開度が大きくなるにつれて下に凸の傾向が強くなる。一方、蓄冷器壁面の温度分布は、バイパスバルブ開度が大きくなるにつれて上に凸の傾向が強くなっている。

温度分布がオリフイスバルブ開度に対して変化する様子を、バイパスバルブ開度が100目盛りの場合について図4.36に示す。(a)はパルス管壁面、(b)は蓄冷器壁面の温度分布を表している。到達温度に差があるので一概には言えないが、パルス管壁の温度分布はオリフイスバルブ開度が小さいほど下に凸の傾向が強くなる。一方、蓄冷器壁面の温度分布はオリフイスバルブ開度が小さいほど上に凸の傾向が強くなっている。

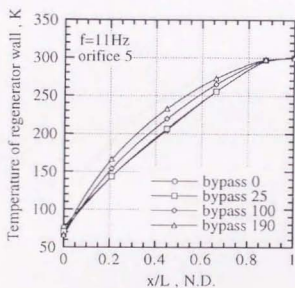
C. 圧力波形

パルス管の体積が蓄冷器側の室温熱交換器入口の圧力波形に及ぼす影響を、一例として運転周波数11Hz、熱負荷0Wの場合について図4.37に示しておく。図の圧力は、最高圧力で1、最低圧力で0となるように無次元化してある。圧力波形はパルス管の体積によってかなり変わることがわかる。周波数7Hzの場合や熱負荷を加えた場合でも、同様に圧力波形はパルス管体積に対して変化する。本実験では、測定条件として蓄冷器側の室温熱交換器入口の圧力変動の最大値と最小値で決めている。測定条件である最大圧力、最低圧力、運転周波数、室温熱交換器の温度をすべて一定に保ったままパルス管の体積を変えたときに、圧力波形を一致させることは不可能である。波形の変化が冷凍機の性能に影響を及ぼすことも考えられるが、以下の測定結果で圧力波形の変化については特に言及しないことにする。

パルス管高温端の圧力変動の振幅はパルス管の体積によって大きく変わる。この様子を周波数11Hz、熱負荷0Wの場合について表したのが図4.38である。パルス管高温端の圧力振幅は、蓄冷器高温端の圧力振幅で除して無次元化してあ

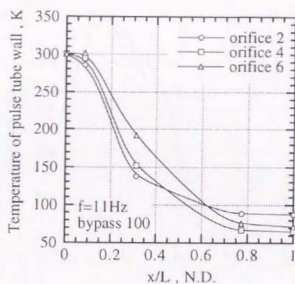


(a) パルス管壁

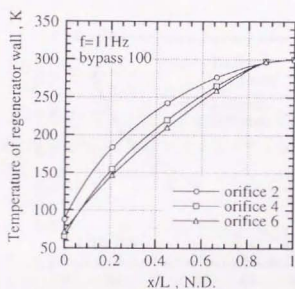


(b) 蓄冷器壁

図4.35 壁面温度分布に対するバイパスバルブ開度の影響



(a) パルス管壁



(b) 蓄冷器壁

図4.36 壁面温度分布に対するオリフィスバルブ開度の影響

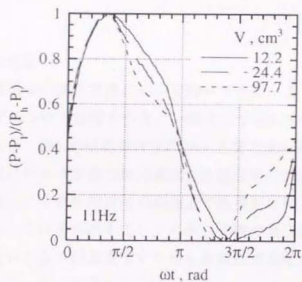


図4.37 パルス管体積による蓄冷器入口圧力波形の変化

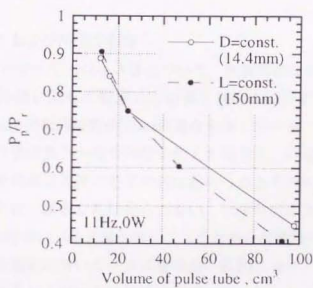


図4.38 パルス管体積によるパルス管圧力振幅の変化

る。パルス管体積が大きくなれば蓄冷器を通過するヘリウムガスの流量が増加する。これにともなって圧力損失も増加するために、パルス管高温端の圧力振幅は減少する。

D. 熱伝導損失の補正

ここで熱伝導損失の補正方法について触れておく。まず低温熱交換器への熱負荷と到達温度について整理すると、一例として図4.39の実線のような冷凍能力線図が得られる。図4.39は基準寸法のパルス管で運転周波数11Hzの場合の測定例である。次にパルス管壁の熱伝導損失を室温熱交換器と低温熱交換器との温度差から計算し、それを冷凍能力線図上で熱負荷に加えると破線のような能力線図が描ける。これを外挿すると、パルス管壁の熱伝導損失を補正した場合の、熱負荷がないときの到達温度すなわち最低到達温度がわかる。以下の節の測定結果はすべて、熱伝導損失補正後の結果を示している。ただし、熱伝導損失はパルス管寸法による冷凍能力の差異に比べると十分に小さいので、熱伝導損失に対して特に補正を行わなくても、得られる測定結果の定性的な傾向にはなら変わらないことを付記しておく。

E. パルス管長さおよび内径の影響

表4.1に示したすべてのパルス管について、熱負荷がない場合の最低到達温度をパルス管の体積に関して整理した結果を図4.40に示す。(a)は運転周波数が7Hzの場合、(b)は運転周波数が11Hzの場合を表している。今回の測定条件の範囲では、パルス管の長さ一定で内径を変えた場合と、内径一定で長さを変えた場合とでは、最低到達温度に若干の差は認められるものの、冷凍性能のパルス管体積への依存性に顕著な差は見られない。つまりパルス管の縦横比にかかわらず、冷凍機の性能はパルス管体積によっておおむね整理できることがわかる。

これは、今回測定に用いたパルス管寸法の範囲において、サーフィスヒートポンピングの効果およびパルス管内の流体振動にともなう熱損失が、パルス管の縦横比にさほど大きな影響を受けないことを意味している。測定条件における作動流体の温度浸透厚さは、最大限に見積もるために高温端の温度300K、周波数7Hzの条件で計算してもただか0.7mmであり、この値はもっとも小さいパルス管内径5.4mmと比べても十分に小さい。このことから、流体とパルス

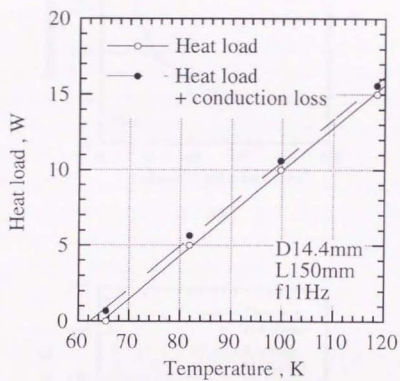
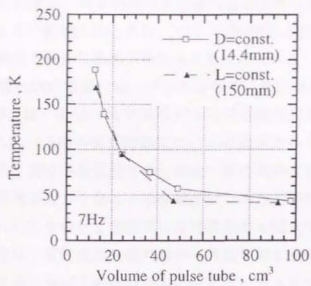
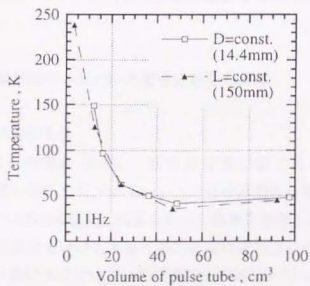


図4.39 熱伝導損失の補正



(a) 7Hz



(b) 11Hz

図4.40 冷凍性能に及ぼすパルス管体積の影響

管壁の熱交換によって起こるサーフィスヒートポンピングおよびパルス管内の熱損失が、パルス管の縦横比に大きな影響を受けないことが説明できる。さらに周波数を低くした条件、あるいはパルス管内径を小さくした条件で測定を行えば、図4.40のように整理したときに、パルス管内径一定の場合とパルス管長さ一定の場合の測定で結果に差異が現れると思われる。

また(b)の周波数11Hzの場合には、パルス管体積に最適値が存在している。(a)の周波数7Hzの場合は、(b)よりも大きなパルス管体積で最適となるように思われる。これは、4.2、4.3節の位相制御についての知見から、以下のように解釈できる。すなわち、蓄冷器高温端での圧縮比一定の条件で測定を行っているため、パルス管の体積が大きくなると低温端部分での作動流体の平均質量流速は大きくなり、それにとまって理想的には冷凍能力も増大する。ただしここで言う平均質量流速は、質量流速の絶対値の一周平均を意味している。しかし一方で平均質量流速の増加は蓄冷器効率の低下やパルス管内の損失の増大にも寄与するので、パルス管の体積を過剰に大きくすると性能が劣化することが推測される。作動流体の平均質量流速は運転周波数にほぼ比例するので、図4.40(a)の7Hzの場合にはさらに大きい体積で最適な性能が得られると予想できる。

4.4.2 線形熱音響理論によるパルス管寸法影響の計算

A. 計算手法および境界条件

計算は4.2.2節と同様の方法で、線形熱音響理論にもとづいて行った。

計算条件は実験に用いたダブルインレット型冷凍機の仕様、実験条件に準じた。測定においては熱伝導損失の補正を行って結果を整理したが、前述の通り、パルス管壁の熱伝導損失はパルス管寸法による冷凍能力の差異に比べると十分に小さいので、計算結果については熱伝導損失の補正を行っていない。

実験ではパルス管高温端部、蓄冷器高温端部の熱交換器を、どちらも300Kの水を循環させて冷却している。計算では温度の境界条件として、図4.32のa点、b点の温度をいずれも300Kに設定した。実験でのパルス管高温端部、蓄冷器高温端部の熱交換器は冷却水によって金網積層方向でほぼ等温に保たれている。計算では冷却水の効果を直接取り入れることができないので、それぞれの熱交換

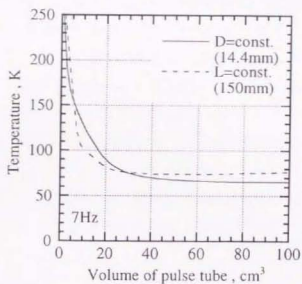
器の外筒の熱伝導率を10倍に設定することによって熱交換器の等温性を保った。実験は蓄冷器高温端部の最高圧力および最低圧力をそれぞれ1.9MPa, 1.3MPaで一定として行っているが、バルブ型の圧縮機を用いているために圧力波形は正弦波にならない。また図4.37に示したように、圧力波形はパルス管の体積によって異なる。計算では、実験条件と同じ最高、最低圧力を持つ正弦波状の圧力変動を図4.32のb点での境界条件とした。

計算に際しては温度、圧力の境界条件のほかに、図4.32のb点での流体の変位振幅 ξ および圧力変動に対する変位振動の遅れで定義される位相差 θ が境界条件として必要である。実験で用いたダブルインレット型冷凍機では、オリフィスバルブ、バイパスバルブの開度を制御することによって ξ , θ を最適な値に設定していると考え、計算に際してもそれぞれの計算条件に対して最適な ξ , θ の組み合わせを求め、その計算結果を採用した。

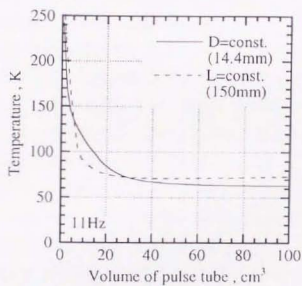
線形熱音響理論では、流路を円形または矩形状に置き換えなければならない。測定で用いた冷凍機では、パルス管以外の構成要素はすべて金網からなる。ここでは4.2.2節とまったく同様の手法によって、金網を円管の束に近似して計算を行う。ただし円管の軸方向熱伝導量は金網の接触熱抵抗によって決まる量であり、これを見積もることは困難である。そこで測定結果と計算結果の到達温度が大きく異ならないように、円管の軸方向熱伝導に寄与する面積を適当に決めることにした。ここでは軸方向熱伝導に寄与する円管断面積として、4.2.2節の(4.13)式で決まる面積の1/100の値を採用して計算を行った。

B. パルス管長さおよび内径の影響

計算結果をパルス管の体積についてまとめて整理すると図4.41のようになる。冷凍性能はおおむねパルス管体積によって整理でき、定性的な傾向は図4.40の測定結果とよく一致している。蓄冷器を理想的に扱い、パルス管を断熱的に仮定した計算では、パルス管体積の増大とともに、単調に冷凍性能がよくなっていくはずである。ここで得られたような体積の増大にともなう冷凍性能向上の限界は、線形熱音響理論にもとづいた解析が蓄冷器効率やパルス管内の損失を含めて計算していることの現れである。また一般にパルス管内の流れが乱流遷移していることは4.3節で述べた通りであるが、ここで示した計算結果から、パルス管内の流れが層流でないことは、性能に対して副次的な効果しか持たず、



(a) 7Hz



(b) 11Hz

図4.41 冷凍性能に及ぼすパルス管体積の影響の計算結果

定性的な傾向に大きな影響を与えていないことが推測される。

4.5 まとめ

オリフィス・ダブルインレット型パルス管冷凍機の位相制御機構について調べるために、まず熱線流速計を用いてオリフィスバルブ、バイパスバルブにおける質量流速変動を測定し、以下の知見を得た。

- (1) オリフィス型冷凍機ではパルス管高温端における位相差 ϕ_h は 90° 以下であるのに対し、ダブルインレット型冷凍機では 90° 以上の位相差を実現できる。ただし位相差 ϕ_h は流体の圧力変動に対する質量変位振動の遅れで定義している。
- (2) 今回行った測定条件においては、最適な位相差 ϕ_h は $90^\circ \sim 110^\circ$ の範囲に存在し、(1)の結果と合わせてバイパスバルブによる位相制御効果の有効性が確認できた。
- (3) パルス管高温端の流体の挙動に着目すると、冷凍性能を向上させるためには位相差 ϕ_h と平均質量流速の両者を最適化する必要があることがわかった。
続いて、熱線流速計によってパルス管内の質量流速変動を測定し、パルス管内の流体振動の様相と、パルス管高温端の位相制御がパルス管低温端の流体挙動におよぼす影響を調べ、以下の結果を得た。
- (4) パルス管内の流体振動は通常の運転条件では大きな乱れをとまなう。
- (5) オリフィスバルブによる位相制御は、パルス管低温端での位相差 ϕ を大きくし、冷凍性能に良い影響を与えるが、同時に低温端の質量流速振幅の増大をもたらす。これが冷凍性能の限界につながる。ただし位相差 ϕ は流体の圧力変動に対する質量変位振動の遅れで定義している。
- (6) バイパスバルブによる位相制御は、パルス管低温端の位相差 ϕ をある大きさに保ったまま、低温端の質量流速振幅を低減する効果を持つ。このことが、バイパスバルブによる位相制御効果を生み出す。
また測定中に観測された冷凍機の低温端温度不安定性と、パルス管内低温端での流体挙動の関連を調べ、次の結果を得た。
- (7) 低温端温度に不安定が発生すると、パルス管内の流体挙動にも同時に不安定が見られるようになる。

冷凍機の不安定性は、実用化に向けて大きな障害となる。不安定性に関する問題は、今後さらに詳細な研究が必要がある。

最後に、パルス管冷凍機の熱損失について検討し、パルス管の設計指針を与えるために、いくつかの寸法が異なるパルス管を使った性能測定試験を行った。その結果、次の知見を得た。

- (8) GM型パルス管冷凍機の場合、一般的に用いられるパルス管寸法の範囲内においては、パルス管の縦横比によらずパルス管体積によって冷凍性能がおおむね整理できる。また測定結果から、パルス管体積に最適値が存在することが示唆されている。

以上の測定結果に対応して、線形熱音響理論にもとづいた計算を行い、以下のような結果を得た。

- (9) 線形熱音響理論では流体振動の乱れを考慮していないにもかかわらず、計算結果は定性的には測定結果と一致した。このことは、流体振動の乱れが冷凍性能にとって二次的な効果しか持っていないことを表しており、線形熱音響理論による計算がパルス管冷凍機の性能評価を行う道具、ひいては非定在波振動にともなう熱輸送現象を解析する手段として役立つ可能性を示している。

第5章 結論

本論文では、固体壁で構成された流路内における気体の非定在波振動にともなう熱輸送現象に着目し、その基本的特性を明らかにするとともに、代表的な現象例としてシャトル熱損失、ダブルインレット型バルス管冷凍機内の伝熱をとりあげ、極低温小型冷凍機の性能向上に必要な基礎的情報を得た。研究の主な具体的成果を以下にまとめ、これをもって本論文の結論とする。

(1) 固体振動、液体振動、気体の定在波振動にともなう熱輸送現象については、すでに従来の研究によって基本的な解釈が定着している。それに対して、非定在波振動にともなう熱輸送現象についての理解は、いまだ十分であるとはいえない。そこでまず、もっとも単純な平行二平板間での気体の非定在波振動によって起こる熱輸送現象に関して、線形熱音響理論による解析を行い、現象の直感的な理解を助けるために、流体の速度変動と、流体から固体壁へ流れる移動熱量の変動との位相差について考察し、この位相差と熱輸送現象との相関を明らかにした。

(2) ディスプレーサ型の小型冷凍機では、その冷凍サイクルを構成するために、ディスプレーサが作動流体の圧力変動と適当な位相差をもって往復振動する。このことは、結果的には作動流体の非定在波振動による熱輸送現象を積極的に利用していることになる。その一方で、作動流体の非定在波振動は熱損失を誘発することも考えられる。その典型的な例がシャトル熱損失である。シャトル熱損失は、ディスプレーサの固体振動、作動流体の定在波振動、非定在波振動にともなう複雑な熱輸送現象に起因するため、これまではディスプレーサの固体振動のみに着目した研究しか行われていなかった。そこで、作動流体の圧力変動の影響を含めて、線形熱音響理論によるシャトル熱損失の解析を行い、その基本的な特性を明らかにした。シャトル熱損失におよぼす作動流体の圧力変動の影響は、ディスプレーサ型の小型冷凍機の設計を行うにあたって不可欠な情報である。さらにシャトル熱損失の有効な低減方法を提案し、これを解析結果から検証した。

(3) 高信頼性を有するバルス管冷凍機は、ディスプレーサを持たない新しい小型

冷凍機として、活発に研究が展開されている。もっとも実用化が期待されているダブルインレット型パルス管冷凍機は、冷凍サイクルを構成するために、デイスプレーサに代わる流体振動の位相制御機構として、オリフィスバルブ、バイパスバルブ、リザーバを持つ。これらの位相制御機構は、冷凍サイクルに貢献する作動流体の非定在波振動を作り出していると考えられるが、その位相制御機構の働きはまだ十分に把握されていない。そこで、ダブルインレット型パルス管冷凍機において、熱線流速計を用いてオリフィスバルブ、バイパスバルブおよびパルス管内での質量流速変動を測定し、位相制御機構の役割と、位相制御が冷凍性能に及ぼす影響について調べた。その結果、バイパスバルブの位相制御効果によって、パルス管高温端における作動流体の圧力変動と質量変位振動との位相差が 90° 以上になることがわかった。またバイパスバルブの位相制御は、パルス管低温端で最適な位相差を保ったまま質量流速の大きさを抑制し、蓄冷器効率の低下やパルス管内の流体振動にともなう熱損失の増大を防ぐことが確認できた。

付録 気体層内の伝熱を考慮した シャトル伝熱の解析

A.1 はじめに

A.2 解析手法

A.3 計算結果

A.4 まとめ

A.1 はじめに

すでに第1章で紹介した通り、気体層の圧力変動の影響を無視したシャトル伝熱に関する研究は、これまでも数多く行われている。最近では、Baik and Chang⁽⁹⁾によってかなり厳密なシャトル伝熱についての解析がなされ、気体層の圧力変動の影響を無視した条件においては、ディスプレイサ型の小型冷凍機におけるシャトル伝熱の全貌はおおむね明らかになった。

しかし Baik らの解析をはじめとし、これまでに発表されたすべての解析が比較的小さい気体層厚さ、あるいは低い周波数領域を想定しており、気体層内の半径方向の伝熱については厳密に解析されていない。たとえば Baik らの解析では、気体層内の半径方向の伝熱は、固体壁と気体層の間の熱伝達率 h によって表されているだけである。また筆者らの解析^{(10),(11),(12)}においても、気体層内の半径方向温度分布を直線で近似し、気体層内の伝熱については、熱伝達率 h を k_g/δ で表しているにすぎない。ただし k_g は気体層の熱伝導率、 δ は気体層厚さである。このように気体層内の伝熱を簡単に扱うことは、気体層厚さが十分に小さく、周波数が低いときには問題にならない。しかし、気体層厚さが温度浸透厚さと同じオーダーか、あるいはそれよりも大きい状況でシャトル伝熱を評価する場合には、気体層内の伝熱を厳密に解析する必要が生じてくる。

本章では、従来よりもさらに一般性をもってシャトル伝熱を評価できるようにするために、気体層の伝熱を含めたシャトル伝熱の厳密解析を行うことにする。なお労力をいとわずにシャトル伝熱を求めるのであれば、第3章のシャトル熱損失の解析において圧力変動の境界条件を0と代入して数値的に連立方程式を解けばよいのだが、ここではあくまでもシャトル伝熱の簡易解析式を求めることに目的をおき、より実用的にシャトル伝熱を評価することを目指している。

A.2 解析手法

A. 解析モデル

解析の対象とする膨張機のモデルを図A.1に示す。解析の対象となるのはディスプレイサ、気体層（作動流体）、シリンダーの三部分である。厚さ δ の気体層を介して、ディスプレイサは周波数 f 、ストローク（全振幅） S で正弦的に往復運動する。軸方向座標 x はディスプレイサ上に固定し、半径方向座標 y はディスプレイサ、気体層、シリンダーに別々に定義し、それぞれを y_0 , y_g , y_c とする。

解析は以上の膨張機モデルの周期定常状態を対象として行い、ある x 座標における局所的なシャトル伝熱量を求める。解析に先立って、以下のような仮定を行う。

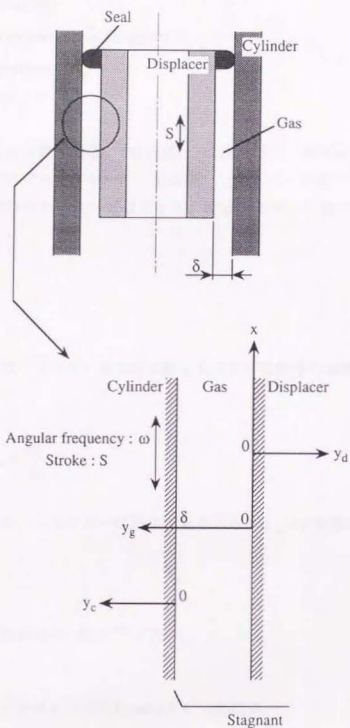
- (1) 放射伝熱は無視できる。
- (2) ディスプレサ、シリンダーの温度浸透厚さは、それぞれの肉厚に比べて十分に小さい。
- (3) ディスプレサ、シリンダーの温度浸透厚さ、および気体層厚さはシリンダー外径に比べて十分に小さく、したがって気体層は矩形流路、ディスプレイサ、シリンダーは半無限平板として扱える。
- (4) 気体層の圧力変動を無視し、気体は非圧縮性とみなす。
- (5) 気体の粘性は無視し、 x 座標から見ると気体層はディスプレイサ壁とともに静止している。すなわち気体はシリンダー壁でスリップする。
- (6) 温度の時間平均は、ディスプレイサ、気体層、シリンダーにわたって y 軸方向に一樣である。
- (7) 気体の物性値、固体壁の物性値は時間平均温度の物性値で代表し、それぞれ一定とする。

(5)のように気体層の挙動を扱うのは、気体層の流路を閉じているシール材が、通常はディスプレイサ壁に固定されていることを考慮しているためである。

B. 諸変動量の定式化

周期的な変動量である温度、 x 軸方向速度、 x 軸方向変位、比エントロピーを複素表示によってそれぞれ、

$$T_j = T_{j,co} \exp(i\alpha x) + T_m \quad (A.1)$$



図A.1 解析モデル

$$u_j = u_{j,co} \exp(i\omega t) \quad (A.2)$$

$$\xi_j = \xi_{j,co} \exp(i\omega t) = -i \frac{u_{j,co}}{\omega} \exp(i\omega t) \quad (A.3)$$

$$s_j = s_{j,co} \exp(i\omega t) + s_{j,m} \quad (A.4)$$

(j=d, g, c)

と表す。ただし ω は角周波数、 t は時刻、 i は虚数単位、添字 m は時間平均、添字 d, g, c はそれぞれディスプレイサ、気体層、シリンダーを表す。仮定より、気体の圧力、密度はそれぞれ一定値をとる。膨張機モデルの設定条件から $u_{d,co}$ 、 $u_{g,co}$ はそれぞれ、

$$u_{d,co} = 0 \quad (A.5)$$

$$u_{g,co} = 0 \quad (A.6)$$

となる。ここではシリンダーの速度変動をすべての変動量の基準にとり、 $u_{c,co}$ を正の実数として、

$$u_{c,co} = u_{c,re} = \frac{\omega S}{2} \quad (A.7)$$

と表すことにする。シリンダーは固体であるから、 $u_{c,rc}$ は y 座標によらず一定である。

C. 温度変動

基礎方程式は熱輸送の一般式⁽¹⁰⁰⁾である。

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } s \right) = \text{div} (k \text{ grad } T) + (\text{粘性項}) \quad (A.8)$$

(j=d, g, c)

ただし \vec{v} は速度ベクトル、 k は熱伝導率、 ρ は密度を表す。ここでは非粘性、非圧縮性の物体について考えればよいので、ディスプレイサ、気体層、シリンダーのそれぞれについて(A.8)式を整理すると、以下ようになる。

$$i\omega\rho_d c_d T_{d,co} - k_d \frac{\partial^2 T_{d,co}}{\partial y_d^2} = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$i\omega\rho_g c_g T_{g,co} - k_g \frac{\partial^2 T_{g,co}}{\partial y_g^2} = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$i\omega\rho_c c_c T_{c,co} - k_c \frac{\partial^2 T_{c,co}}{\partial y_c^2} = -\rho_c c_c \frac{dT_m}{dx} u_{c,ic} \quad (\text{A.11})$$

なお x 軸方向の熱伝導に関連する項は物体の振動とは無関係なので省略してある。これらの式を $T_{d,co}$, $T_{g,co}$, $T_{c,co}$ について解くと、以下のような一般解が得られる。

$$T_{d,co} = C_{d1} f_{d1} + C_{d2} f_{d2} \quad (\text{A.12})$$

$$T_{g,co} = C_{g1} f_{g1} + C_{g2} f_{g2} \quad (\text{A.13})$$

$$T_{c,co} = C_{c1} f_{c1} + C_{c2} f_{c2} - \Delta T_m \quad (\text{A.14})$$

ただし、

$$f_j = \sinh \left\{ (1+i) \frac{y_j}{\lambda_j} \right\} \quad (\text{A.15})$$

$$f_j = \cosh \left\{ (1+i) \frac{y_j}{\lambda_j} \right\} \quad (\text{A.16})$$

$$\lambda_j = \sqrt{\frac{2\alpha_j}{\omega}} \quad (\text{A.17})$$

($j=d, g, c$)

$$\Delta T_m = \xi_{c,co} \frac{dT_m}{dx} = -l \frac{u_{c,ic}}{\omega} \frac{dT_m}{dx} \quad (\text{A.18})$$

である。 α は温度伝導率、 λ_j は温度浸透厚を表している。(A.12)~(A.14)式中の C_{j1} , C_{j2} は境界条件によって定まる複素数である。境界条件は、

$$y_d = \infty \text{ で, } T_{d,co} = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$y_d = 0 \ (y_g = 0) \text{ で, } T_{d,co} - T_{g,co} = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$k_d \frac{\partial T_{d,co}}{\partial y_d} + k_g \frac{\partial T_{g,co}}{\partial y_g} = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$y_g = \delta \ (y_c = 0) \text{ で, } T_{g,co} - T_{c,co} = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$k_g \frac{\partial T_{g,co}}{\partial y_g} - k_c \frac{\partial T_{c,co}}{\partial y_c} = 0 \quad (\text{A.23})$$

$$y_c = \infty \text{ で, } T_{c,co} = -\xi_{c,co} \frac{dT_m}{dx} = -\Delta T_m \quad (\text{A.24})$$

と表される。これらの式に(A.12)~(A.14)式を代入して連立方程式を解くと、 C_{ji} ($j=d, g, c$) が以下のように求められる。

$$C_{d1} = \frac{(c+d)(c-d)}{2\{(ac-bd)F_{gs} + (ac+bd)F_{gc}\}} \Delta T_m \quad (\text{A.25})$$

$$C_{c2} = -\frac{(c+d)(c-d)}{2\{(ac-bd)F_{gs} + (ac+bd)F_{gc}\}} \Delta T_m \quad (\text{A.26})$$

$$C_{g1} = -\frac{(a+b)(c-d)}{2\{(ac-bd)F_{gs} + (ac+bd)F_{gc}\}} \Delta T_m \quad (\text{A.27})$$

$$C_{g2} = -\frac{(c+d)(c-d)}{2\{(ac-bd)F_{gs} + (ac+bd)F_{gc}\}} \Delta T_m \quad (\text{A.28})$$

$$C_{c1} = -\frac{(c+d)\{(a-b)F_{gs} + (a+b)F_{gc}\}}{2\{(ac-bd)F_{gs} + (ac+bd)F_{gc}\}} \Delta T_m \quad (\text{A.29})$$

$$C_{c2} = \frac{(c+d)\{(a-b)F_{gs} + (a+b)F_{gc}\}}{2\{(ac-bd)F_{gs} + (ac+bd)F_{gc}\}} \Delta T_m \quad (\text{A.30})$$

ただし、

$$a = m_d + m_g \quad (\text{A.31})$$

$$b = m_d - m_g \quad (\text{A.32})$$

$$c = m_g + m_c \quad (\text{A.33})$$

$$d = m_g - m_c \quad (\text{A.34})$$

$$m_g = \frac{\delta}{\lambda_g} \frac{k_d}{k_g} \quad (\text{A.35})$$

$$m_g = \frac{\delta}{\lambda_g} \quad (\text{A.36})$$

$$m_c = \frac{\delta}{\lambda_c} \frac{k_c}{k_g} \quad (\text{A.37})$$

$$F_{gs} = \sinh\{(1+i)m_g\} \quad (\text{A.38})$$

$$F_{gc} = \cosh\{(1+i)m_g\} \quad (\text{A.39})$$

である。(A.12)～(A.14), (A.25)～(A.30)式より, ディスプレーサ, 気体層, シリンダーの任意の y 座標での温度変動がわかる。

D. シャトル伝熱量

シャトル伝熱量は, 振動物体の x 軸方向エンタルピー流量の時間平均で表される。解析モデルから, x 軸に対して振動しているのはシリンダーのみである。したがってシャトル伝熱量 Q_{sh} は次のようになる。

$$Q_{sh} = f \int_0^{1/f} \lim_{\tau_c \rightarrow \infty} \int_0^{\tau_c} \rho_c \pi D u_{c,c} T_c dy_c dt = \frac{\pi D \rho_c c_p u_{c,m}}{2} \operatorname{Re} \left[\lim_{\tau_c \rightarrow \infty} \int_0^{\tau_c} T_{c,ss} dy_c \right] \quad (\text{A.40})$$

ただし, D はシリンダー直径とディスプレーサ直径の平均値, c は比熱, τ_c はシリンダーの肉厚を, Re は実数部を表す。(A.14), (A.29), (A.30)式を代入して(A.40)式を整理すると, 煩雑な計算過程を経たのちに次の結果が得られる。

$$Q_{sh} = -\frac{\pi D S^2 k_g}{32 \delta} \frac{dT_m}{dx} F_1 \quad (\text{A.41})$$

$$F_1 = \frac{c^2 - d^2}{a^2 c^2 \exp(2m_g) + b^2 d^2 \exp(-2m_g) + 2abcd \cos(2m_g)} \\ \times \left[a^2 c \exp(2m_g) + b^2 d \exp(-2m_g) + ab \{ (c+d) \cos(2m_g) + (c-d) \sin(2m_g) \} \right] \quad (\text{A.42})$$

A.3 計算結果

(A.41), (A.42)式よりシャトル伝熱量を計算した結果について、従来の解析結果と比較しながら考察する。以下では代表的な計算例として、気体層厚さと周波数がシャトル伝熱に及ぼす影響を調べた結果を示す。計算条件はすべて表A.1にしたがう。本章の解析と従来の解析に差が現れるのは、周波数が比較的大きい場合だと考えられることから、高い周波数領域で用いられる一段スターリング冷凍機⁽¹²⁾に準じて計算条件を設定した。ここで対象とするのはクリアランスシールを使っていない従来型のスターリング冷凍機であり、冷凍能力は低温端温度80Kにおいて1Wである。物性値はすべて150Kでの値を用いている。なお、シリンダー壁に対する気体振動の乱流遷移の有無を調べると、図3.2の乱流遷移マップ⁽¹⁰⁾より、表A.1の計算条件において乱流遷移は起こらないことが確認できる。

A. 気体層厚さの影響

気体層厚さを変えてシャトル伝熱量を計算した結果を図A.2に示す。実線は本章の解析、破線は Baik and Chang⁽⁴⁾の解析を用いた計算結果である。ここでの計算条件で気体層の温度浸透厚さは約0.15mmであり、気体層厚さが温度浸透厚さ以上になると両者の計算結果の差が顕著になっていることがわかる。気体層内の伝熱を考慮していない Baik らの解析では、気体層厚さの増加に対して単調にシャトル伝熱量が低下する。これは第1章で紹介したすべての従来の解析に共通した傾向であり、図1.14に示した概観の領域2のように、シャトル伝熱が気体層の熱抵抗に反比例することを表している。しかし図A.2を見ると、気体層内の伝熱を考慮した本章の解析では、気体層厚さが大きくなると、従来考えられていたシャトル伝熱とは別の機構の伝熱が発生しているように見える。これが気体層とそれに対して相対的に振動するシリンダーの間で起こるシャトル伝熱であることは明白である。いま気体の粘性は無視しているので、気体層とシリンダーの間で起こるシャトル伝熱には、通常のシャトル伝熱での気体層の熱抵抗に相当するような熱抵抗が存在しない。したがって図1.14の領域1だけを考えればよいので、気体層とシリンダーの間で起こるシャトル伝熱は理想的には気体層厚さに依存しない。しかし気体層厚さが温度浸透厚さよりも小さくな

表A.1 計算条件

Cylinder (Stainless steel 304)

Properties

Thermal conductivity : 11W/mK

Specific heat : 370J/kgK

Density : 7900kg/m³

Displacer (bakelite)

Stroke : 4mm

Frequency : 50Hz

Properties

Thermal conductivity : 1.4W/mK

Specific heat : 800J/kgK

Density : 1800kg/m³

Gas (helium, 1.65MPa)

Gas gap at room temperature : 0.5mm

Properties

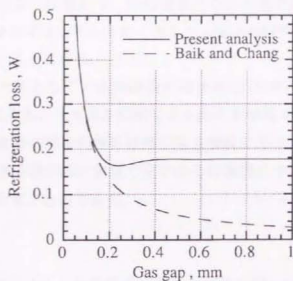
Thermal conductivity : 0.098W/mK

Specific heat : 5200J/kgK

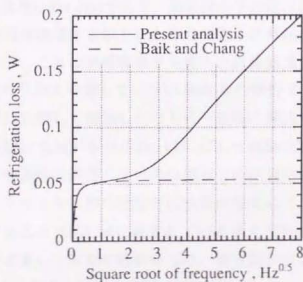
Density : 5.2kg/m³

Temperature gradient : (300 - 80)K / 50mm

Mean diameter of cylinder and displacer : 10mm



図A.2 従来の解析との比較（気体層厚さの影響）



図A.3 従来の解析との比較（周波数の影響）

ると、図3.15に示したような通常のシャトル伝熱における固体壁厚さの削減と同じ効果が現れるので、シャトル伝熱量は気体層厚さが減少するにたがって低下する。以上のような理由で、気体層厚さの伝熱を考慮した解析結果は、気体層厚さが温度浸透厚さよりも大きくなると、従来の解析結果よりも大きなシャトル伝熱量を示すことになる。

ここで計算の対象としている冷凍機の冷凍能力は1Wであり、気体層厚さを0.5mm程度と考えると、シャトル伝熱による損失を無視できないことがわかる。また従来の解析結果と本章の解析結果の差も無視できないので、スターリング冷凍機のように周波数が高い領域で使われる冷凍機においてシャトル伝熱を見積もる場合には注意が必要である。

B. 周波数の影響

周波数を変えてシャトル伝熱量を計算した結果を図A.3に示す。実線は本章の解析、破線は Baik and Chang⁽⁴⁾の解析を用いた計算結果である。従来の解析ではシャトル伝熱量が周波数の平方根の関数になることから、横軸は周波数の平方根で定義している。ここでの計算条件で気体層の温度浸透厚さが気体層厚さと等しくなる周波数は約4.6Hzであり、周波数の平方根は約2.1である。したがって気体層厚さが温度浸透厚さ以上になると両者の計算結果の差が顕著になっていることがわかる。これは気体層厚さを変えた計算結果とまったく同じ傾向である。気体層内の伝熱を考慮していない Baik らの解析では、シャトル伝熱量は周波数の平方根に比例して増加したのちに一定値に漸近する。シャトル伝熱量が周波数の平方根に比例するのは図1.14に示した概観の領域1の性質であり、シャトル伝熱が周波数に依存しないのは領域2の性質を表している。気体層厚さが同じなら、シャトル伝熱の特性が周波数の増大にともなって領域1から領域2へと推移することは図1.14に表されている通りである。実線で示された気体層内の伝熱を考慮した本章の解析からは、周波数が大きくなると、従来考えられていたシャトル伝熱とは別の機構の伝熱が発生していることが類推される。図A.2での説明と同様に、これも気体層とそれに対して相対的に振動するシリンダーの間で起こるシャトル伝熱だと結論できる。前述の通り、気体層とシリンダーの間で起こるシャトル伝熱では図1.14の領域1だけを考えればよいので、気体層とシリンダーの間で起こるシャトル伝熱は理想的には周波数の平方根に

比例する。しかし温度浸透厚さが気体層厚さよりも大きくなるような低い周波数領域では、図3.15に示したような通常のシャトル伝熱における固体壁厚さの削減と同じ効果が現れるので、気体層とシリンダーの間で起こるシャトル伝熱は無視できるようになる。以上のような理由で、気体層厚さの伝熱を考慮した解析結果は、気体層厚さが温度浸透厚さよりも大きくなるような高い周波数領域では、従来の解析結果よりも大きなシャトル伝熱量が、周波数の平方根に比例する形で顕在化する。気体層内の伝熱を考慮しない従来の解析では見ることができないこのような傾向は、図3.12の圧力変動がない場合の計算結果からも得られている。図3.12の解析では流体の粘性も考慮していることから、ここで得られた気体層とシリンダーの間で起こるシャトル伝熱の特性は、流体の粘性の有無にかかわらず同じ特性を持つことがわかる。

A.4 まとめ

気体の圧力変動を無視したシャトル伝熱について、気体層内の伝熱を考慮した解析を行い、従来の解析では明らかにされていなかった特性を確認した。

気体の温度浸透厚さが気体層厚さよりも大きいときには、シャトル伝熱を評価するのに従来の解析でも十分である。しかし温度浸透厚さが気体層厚さよりも小さくなると、通常考えられているディスプレイサとシリンダーの間で起こるシャトル伝熱に加えて、気体層とそれに対して相対的に振動するシリンダーとの間のシャトル伝熱の影響が無視できなくなることが、気体層内の伝熱を考慮した解析結果から明らかになった。GM冷凍機のように運転周波数が低い冷凍機では、気体の温度浸透厚さは気体層厚さよりも大きくなるのが普通だが、クリアランスシールを使わない従来型のスターリング冷凍機の場合には、周波数が比較的高い条件で運転されるため、温度浸透厚さは気体層厚さに比べて容易に小さくなり得る。

一段スターリング冷凍機に準じて計算を行うと、気体層厚さ0.5mm、周波数50Hzの計算条件で、従来の解析結果の約3倍ものシャトル伝熱が起こることがわかった。この計算結果は、従来の解析を適用する場合には気体層の温度浸透厚さを十分に評価する必要がある、温度浸透厚さが気体層厚さに比べて同じオーダーかそれよりも小さいときには、気体層内の伝熱を考慮した本章の解析結果を用いなければならないことを示唆している。

参考文献

- [1] 中国疾病预防控制中心. 2005 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2006.
- [2] 中国疾病预防控制中心. 2006 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2007.
- [3] 中国疾病预防控制中心. 2007 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2008.
- [4] 中国疾病预防控制中心. 2008 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2009.
- [5] 中国疾病预防控制中心. 2009 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2010.
- [6] 中国疾病预防控制中心. 2010 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2011.
- [7] 中国疾病预防控制中心. 2011 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2012.
- [8] 中国疾病预防控制中心. 2012 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2013.
- [9] 中国疾病预防控制中心. 2013 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2014.
- [10] 中国疾病预防控制中心. 2014 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2015.
- [11] 中国疾病预防控制中心. 2015 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2016.
- [12] 中国疾病预防控制中心. 2016 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2017.
- [13] 中国疾病预防控制中心. 2017 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2018.
- [14] 中国疾病预防控制中心. 2018 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2019.
- [15] 中国疾病预防控制中心. 2019 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2020.
- [16] 中国疾病预防控制中心. 2020 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2021.
- [17] 中国疾病预防控制中心. 2021 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2022.
- [18] 中国疾病预防控制中心. 2022 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2023.
- [19] 中国疾病预防控制中心. 2023 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2024.
- [20] 中国疾病预防控制中心. 2024 年中国结核病疫情报告. 中国疾病预防控制中心, 2025.

- (1) 社団法人低温工学協会・関西支部, 海外低温工学研究会, 低温工学ハンドブック編集委員会編, 訳, 低温工学ハンドブック, (1982), 内田老鶴圃新社.
- (2) R.F.Barron, *Cryogenic Systems* (2nd ed.), (1985), Oxford University Press.
- (3) 伊藤猛宏, 極低温における伝熱(第3回低温工学サマーセミナーテキスト), (1990), 低温工学協会.
- (4) W.A.Little, *Microminiature refrigeration*, *Rev. Sci. Instrum.*, 55 (1984), 661.
- (5) 大谷安見ほか, 冷凍機直冷式10 T超電導マグネット(2)ー冷却特性ー, 第53回春季低温工学・超電導学会講演概要集, (1995), 99.
- (6) 渡辺和雄ほか, 液体ヘリウムフリー大口径超伝導マグネット, 第53回春季低温工学・超電導学会講演概要集, (1995), 100.
- (7) W.E.Gifford and R.C.Longworth, *Pulse-tube refrigeration*, *Trans. ASME Ser. B J. Eng. Ind.*, 86 (1964), 264.
- (8) E.I.Mikulín, A.A.Tarasov, and M.P.Shkrebyonok, *Low-temperature expansion pulse tubes*, *Adv. Cryog. Eng.*, 29 (1984), 629.
- (9) G.Davey, *Review of the Oxford Cryocooler*, *Adv. Cryog. Eng.*, 35 (1990), 1423.
- (10) C.Jewell and B.G.Jones (春山富義訳), *Mechanical coolers: an option for space cryogenic cooling applications* (小型冷凍機ーその宇宙応用に向けて), 低温工学, 27 (1992), 90.
- (11) 鯉崎有, 小型冷凍機を使用したクライオポンプ, 低温工学, 28 (1993), 291.
- (12) 長尾政志ほか, Gifford-McMahon 冷凍機によるヘリウムの液化, 低温工学, 24 (1989), 222.
- (13) 白倉昌明, 大橋秀雄, *流体力学*(2)ー粘性, 圧縮性および非定常流れー, (1969), コロナ社, 157~160.
- (14) 富永昭, 熱音響理論の第2段階, 低温工学, 27 (1992), 43.
- (15) F.J.Zimmerman and R.C.Longworth, *Shuttle heat transfer*, *Adv. Cryog. Eng.*, 16 (1970), 342.
- (16) 西尾茂文, 稲田孝明, 中込秀樹, 冷凍機におけるシャトル伝熱, 低温工学, 27 (1992), 507.
- (17) S.Nishio, T.Inada, and H.Nakagome, *Shuttle heat transfer in refrigerators*, *Proc. 6th Int. Symp. on Transport Phenomena in Thermal Engineering*, Vol.4 (1993), 165.

- (18) 稲田孝明, 冷凍機におけるシャトル伝熱に関する研究, 東京大学修士論文, (1992).
- (19) U.H.Kurzweg and L.Zhao, Heat transfer by high-frequency oscillations: A new hydrodynamic technique for achieving large effective thermal conductivities, *Phys. Fluids*, 27 (1984), 2624.
- (20) 西尾茂文, 本間満, W.M.Zhang, 振動制御形熱輸送管に関する研究 (第1報, 液体物性の影響), *機論*, 60 (1994), 233.
- (21) U.H.Kurzweg, Enhanced heat conduction in fluids subjected to sinusoidal oscillations, *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 107 (1990), 459.
- (22) 富永昭, ドリームパイプの熱輸送, *低温工学*, 25 (1990), 300.
- (23) M.Kaviany, Performance of heat exchanger based on enhanced heat diffusion in fluids by oscillation: analysis, *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 112 (1990), 49.
- (24) 小澤守ほか, 液体振動による熱伝達の促進 (熱輸送管の非定常特性), *機論*, 56 (1990), 3056.
- (25) M.Katsuta et al., Fundamental characteristics of heat conduction enhancement in oscillating viscous flow - dream pipe, *Proc. ASME-JSME Thermal Eng. Joint Conf.*, 3 (1991), 69.
- (26) 西尾茂文, 史小宏, 舟津功治, 振動制御形熱輸送管に関する研究 (第3報, 逆位相管群形熱輸送管), *機論*, 60 (1994), 3498.
- (27) Q.D.Liao, K.T.Yang, and V.W.Nee, Enhanced microprocessor chip cooling by channeled zero-mean oscillatory air flow, *Adv. Electronic Packaging*, EEP-10-2 (1995), 789.
- (28) H.J.Huang, K.T.Yang, and V.W.Nee, Simulation of forced air cooling of a discrete heat source in an open enclosure by zero-mean oscillatory flows, *Adv. Electronic Packaging*, EEP-10-2 (1995), 795.
- (29) A.A.Putnam and W.R.Dennis, Survey of organ-pipe oscillations in combustion systems, *J. Acoust. Soc. Am.*, 28 (1956), 246.
- (30) K.T.Feldman, Jr., Review of the literature on Sondhauss thermoacoustic phenomena, *J. Sound Vib.*, 7 (1968), 71.
- (31) K.T.Feldman, Jr., Review of the literature on Rijke thermoacoustic phenomena, *J. Sound Vib.*, 7 (1968), 83.

- (32) 斎藤孝基, 熱による気柱の振動 (第1報), 機論, 31 (1965), 143.
- (33) 野本秀雄, 甲藤好郎, 管内気柱の熱振動の研究, 機論, 46 (1980), 1156.
- (34) T.Ishii, E.Hihara, and T.Saito, Analysis of heat-driven oscillations of the air column, Proc. 2nd JSME-KSME Thermal Eng. Conf., Vol.3 (1992), 75.
- (35) K.W.Taconis, Measurements concerning the vapor-liquid equilibrium of solutions of He^3 in He^4 below 2.19°K, Physica, 15 (1949), 733.
- (36) N.Rott, Thermoacoustics, Adv. Appl. Mech., 20 (1980), 135.
- (37) G.W.Swift, Thermoacoustic engines, J. Acoust. Soc. Am., 84 (1988), 1145.
- (38) P.Merkli and H.Thomann, Thermoacoustic effects in a resonant tube, J. Fluid Mech., 70 (1975), 161.
- (39) T.Yazaki, A.Tominaga, and Y.Narahara, Experiments on thermally driven acoustic oscillations of gaseous helium, J. Low Temp. Phys., 41 (1980), 45.
- (40) R.Radebaugh, Pulse tube refrigeration - a new type of cryocooler, Japan. J. Appl. Phys. Supplement (Proc. 18th Int. Conf. Low Temp. Phys.), 26 (1987), 2076.
- (41) W.E.Gifford and R.C.Longworth, Surface heat pumping, Adv. Cryog. Eng., 11 (1966), 171.
- (42) 富永昭, 蓄冷器の熱音響理論, 低温工学, 26 (1991), 30.
- (43) P.A.Rios, An approximate solution to the shuttle heat-transfer losses in a reciprocating machine, Trans. ASME J. Eng. for Power, (1971), 177.
- (44) J.H.Baik and H.M.Chang, An exact solution for shuttle heat transfer, Cryogenics, 35 (1995), 9.
- (45) R.Radebaugh and J.E.Zimmerman, Shuttle heat transfer in plastic displacers at low speeds, NBS Special Publication 508, (1978), 67.
- (46) J.B.Harness and P.E.L.Newmann, A theoretical solution of the shuttle heat transfer problem, Proc. 4th Int. Cryog. Eng. Conf., (1972), 97.
- (47) A.H.Orlowska, Shuttle heat transfer, Proc. 11th Int. Cryog. Eng. Conf., (1986), 285.
- (48) G.Sun and G.Chen, An approach to the estimation of the shuttle heat transfer of a plastic displacer, Proc. Int. Conf. Cryog. Refrigeration, (1989), 97.
- (49) R.Radebaugh et al., A comparison of three types of pulse tube refrigerators: new method for reaching 60K, Adv. Cryog. Eng., 31 (1986), 779.

- (50) S.W.Zhu, P.Y.Wu, and Z.Q.Chen, Double-inlet pulse tube refrigerators: an important improvement, *Cryogenics*, 30 (1990), 514.
- (51) 富永昭, パルス管冷凍機の位相依存性, *低温工学*, 27 (1992), 134.
- (52) 朱紹偉, 松原洋一, パルス管冷凍機用熱圧縮機, 第52回秋季低温工学・超電導学会講演概要集, (1994), 10.
- (53) K.M.Godshalk et al., Characterization of 350Hz thermoacoustic driven orifice pulse tube refrigerator with measurements of the phase of the mass flow and pressure, *Adv. Cryog. Eng.*, 41 (1996) (to be published).
- (54) D.L.Patelzick et al., Vibration characteristics of a 100Hz TADOPTR, *Adv. Cryog. Eng.*, 41 (1996) (to be published).
- (55) R.C.Longworth, An experimental investigation of pulse tube refrigeration heat pumping rates, *Adv. Cryog. Eng.*, 12 (1967), 608.
- (56) W.E.Gifford and G.H.Kyanka, Reversible pulse tube refrigeration, *Adv. Cryog. Eng.*, 12 (1967), 619.
- (57) R.N.Richardson, Pulse-tube refrigerator - an alternative cryocooler?, *Cryogenics*, 26 (1986), 331.
- (58) R.N.Richardson, Development of a practical pulse tube refrigerator: coaxial designs and the influence of viscosity, *Cryogenics*, 28 (1988), 516.
- (59) B.J.Huang and T.M.Tzeng, Performance characteristics of pulse tube refrigerators, *Cryogenics*, 33 (1993), 1132.
- (60) P.C.T.de Boer, Thermodynamic analysis of the basic pulse-tube refrigerator, *Cryogenics*, 34 (1994), 699.
- (61) P.C.T.de Boer, Analysis of basic pulse-tube refrigerator with regenerator, *Cryogenics*, 35 (1995), 547.
- (62) J.Liang, Y.Zhou, and W.Zhu, Development of a single-stage pulse tube refrigerator capable of reaching 49K, *Cryogenics*, 30 (1990), 49.
- (63) Y.Zhou, W.Zhu, and J.Liang, Two stage pulse tube refrigerator, *Proc. 5th Int. Cryocooler Conf.*, (1988), 137.
- (64) E.Tward, C.K.Chan, and W.W.Burt, Pulse tube refrigerator performance, *Adv. Cryog. Eng.*, 35 (1990), 1207.
- (65) P.E.Bradley and R.Radebaugh, A three stage pulse tube refrigerator for

- temperatures near 4K, *Adv. Cryog. Eng.*, 41 (1996), (to be published).
- (66) M.David and J.C.Marechal, An experimental investigation of pulse tube refrigeration heat transfer rates, *Adv. Cryog. Eng.*, 35 (1990), 1231.
 - (67) A.Tominaga, Thermoacoustic theory and its application to refrigerators, *Proc. 3rd Japanese-Sino Joint Seminar on Small Refrigerators and Related Topics (JSJS-3)*, (1989), 141.
 - (68) M.Kasuya et al., Work and heat flows in a pulse-tube refrigerator, *Cryogenics*, 31 (1991), 786.
 - (69) M.Kasuya et al., Optimum phase angle between pressure and gas displacement oscillations in a pulse-tube refrigerator, *Cryogenics*, 32 (1992), 303.
 - (70) J.Yuyama and M.Kasuya, Experimental study on refrigeration losses in pulse tube refrigerator, *Cryogenics*, 33 (1993), 947.
 - (71) Y.Matsubara et al., An experimental and analytical investigation of 4K pulse tube refrigerator, *Proc. 7th Int. Cryocooler Conf.*, (1993), 166.
 - (72) 井上龍夫, バルス管冷凍機の研究開発の現状, *低温工学*, 26 (1991), 98.
 - (73) W.Rawlins et al., Energy flows in an orifice pulse tube refrigerator, *Adv. Cryog. Eng.*, 39 (1994), 1449.
 - (74) J.H.Cai et al., Experimental analysis of double-inlet principle in pulse tube refrigerators, *Cryogenics*, 33 (1993), 522.
 - (75) Y.Matsubara and A.Miyake, Alternative methods of the orifice pulse tube refrigerator, *Proc. 5th Int. Cryocooler Conf.*, (1988), 127.
 - (76) S.W.Zhu, P.Y.Wu, and Z.Q.Chen, A single stage double inlet pulse tube refrigerator capable of reaching 42K, *Cryogenics Supplement (Proc. ICEC 13)*, 30 (1990), 257.
 - (77) Y.Matsubara et al., Four-valve pulse tube refrigerator, *Proc. 4th Joint Sino-Japanese Seminar on Cryocoolers and Concerned Topics (JSJS-4)*, (1993).
 - (78) C.Wang, P.Wu, and Z.Chen, Modified orifice pulse tube refrigerator without reservoir, *Cryogenics*, 34 (1994), 31.
 - (79) J.H.Cai et al., Experimental analysis of the multi-bypass principle in pulse tube refrigerators, *Cryogenics*, 34 (1994), 713.
 - (80) Y.Ohtani et al., High efficient pulse tube refrigerator with linear-motor drive

- compressor, *Adv. Cryog. Eng.*, 39 (1994), 1441.
- (81) W.W.Burt and C.K.Chan, Demonstration of a high performance 35K pulse tube cryocooler, *Proc. 8th Int. Cryocooler Conf.*, (1995), 313.
- (82) 高金林, 松原洋一, 3 段パルス管構造による 4 K 冷凍機, *低温工学*, 29 (1994), 150.
- (83) J.L.Gao and Y.Matsubara, Experimental investigation of 4K pulse tube refrigerator, *Cryogenics*, 34 (1994), 25.
- (84) Y.Matsubara and J.L.Gao, Novel configuration of three-stage pulse tube refrigerator for temperatures below 4K, *Cryogenics*, 34 (1994), 259.
- (85) P.J.Storch and R.Radebaugh, Development and experimental test of an analytical model of the orifice pulse tube refrigerator, *Adv. Cryog. Eng.*, 33 (1988), 851.
- (86) P.J.Storch, R.Radebaugh, and J.E.Zimmerman, Analytical model for the refrigeration power of the orifice pulse tube refrigerator, *NIST Tech. Note*, 1343 (1990).
- (87) A.Tominaga, Thermodynamic aspects of thermoacoustic theory, *Cryogenics*, 35 (1995), 427.
- (88) 富永昭, 粘性流体の熱音響理論 第 1 部 微小サイクルのエネルギー変換とエネルギー流束, *低温工学*, 27 (1992), 543.
- (89) 富永昭, 粘性流体の熱音響理論 第 2 部 流路断面での平均, *低温工学*, 27 (1992), 549.
- (90) 富永昭, 粘性流体の熱音響理論 第 3 部 流路断面内での流速とエントロピーの分布, *低温工学*, 28 (1993), 99.
- (91) 富永昭, 粘性流体の熱音響理論 第 4 部 軸方向の空間変化, *低温工学*, 28 (1993), 108.
- (92) P.Wu and S.Zhu, Mechanism and numerical analysis of orifice pulse tube refrigerator with a valveless compressor, *Proc. Int. Conf. Cryogenics and Refrigeration*, (1989), 85.
- (93) C.Wang, P.Y.Wu, and Z.Q.Chen, Numerical modeling of an orifice pulse tube refrigerator, *Cryogenics*, 32 (1992), 785.
- (94) P.Y.Wu et al., Numerical modeling of orifice pulse tube refrigerator by using the method of characteristics, *Adv. Cryog. Eng.*, 39 (1994), 1417.

- (95) S.W.Zhu and Z.Q.Chen, Isothermal model of pulse tube refrigerator, *Cryogenics*, 34 (1994), 591.
- (96) C.Wang, P.Y.Wu, and Z.Q.Chen, Numerical analysis of double-inlet pulse tube refrigerator, *Cryogenics*, 33 (1993), 526.
- (97) J.M.Lee et al., Flow patterns intrinsic to the pulse tube refrigerator, *Proc. 7th Int. Cryocooler Conf.*, (1993), 125.
- (98) 矢崎太一, レーザードップラー流速計を用いたパルスチューブ冷凍機中の流速測定, 第53回春季低温工学・超電導学会講演概要集, (1995), 12.
- (99) J.M.Lee et al., Steady secondary momentum and enthalpy streaming in the pulse tube refrigerator, *Cryocoolers 8 (Proc. 8th Int. Cryocooler Conf.)*, (1995), 359.
- (100) エリ・ランダウ, イェ・リフシツ著, 竹内均 訳, 流体力学 1, 東京図書, (1970), 201.
- (101) 松原洋一, 蓄冷器効率の評価方法, 低温工学, 25 (1990), 400.
- (102) 橋本巍州ほか, 高エントロピー磁性材料を用いたGM冷凍機の高性能化の研究, 低温工学, 29 (1994), 51.
- (103) 稲田孝明, 西尾茂文, 圧力変動を考慮したGM冷凍機シャトル熱損失の解析, 低温工学, 30 (1995), 26.
- (104) U.H.Kurzweg, E.R.Lindgren, and B.Lothrop, Onset of turbulence in oscillating flow at low Womersley number, *Phys. Fluids A*, 1 (1989), 1972.
- (105) 今井功, 流体力学 (前編), 裳華房, (1973), 294~298.
- (106) 富永昭, 第11回波動冷凍機研究会資料, 低温工学協会, (1993).
- (107) 康倫明, 小型冷凍機による寒冷発生, 低温工学, 28 (1993), 135.
- (108) 稲田孝明ほか, GM冷凍機シャトル熱損失の測定, 低温工学, 30 (1995), 36.
- (109) 富永昭, パルス管冷凍機の位相制御, 低温工学, 27 (1992), 146.
- (110) 国友靖明ほか, レーザードップラー流速計を用いたパルス管内の流速測定, 第52回秋季低温工学・超電導学会講演概要集, (1994), 219.
- (111) M.David, J.C.Marechal, and P.Encrenaz, Measurements of instantaneous gas velocity and temperature in a pulse tube refrigerator, *Adv. Cryog. Eng.*, 37 (1992), 939.
- (112) M.David et al., Theory of ideal orifice pulse tube refrigerator, *Cryogenics*, 33 (1993), 154.

- (113) 稲田孝明, 西尾茂文, 大谷安見, オリフィス・ダブルインレット型パルス管冷凍機における位相制御効果, 低温工学, 30 (1995), 468.
- (114) T.Inada et al., Experimental investigation on the role of orifice and bypass valves in double-inlet pulse tube refrigerators, Adv. Cryog. Eng., 41 (1996), (to be published).
- (115) W.Rawlins, R.Radebaugh, and K.D.Timmerhaus, Thermal anemometry for mass flow measurement in oscillating cryogenic gas flows, Rev. Sci. Instrum., 64 (1993), 3229.
- (116) 井口学, 杉山肇, 円形断面急拡大部の下流側壁面近傍の流動特性, 機論, 54B (1988), 3010.
- (117) W.Rawlins, K.D.Timmerhaus and R.Radebaugh, Resistance thermometers with fast response for use in rapidly oscillating gas flows, Temperature Meas. Control Sci. Ind., 6 (1992), 471.
- (118) D.C.Collis and M.J.Williams, Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers, J. Fluid Mech., 6 (1959), 351.
- (119) 蒔田秀治, 森重樹, 澤田耕二, 温度流速計の高精度化 (第1報, システム構成及び温度計の高周波數位相補償回路), 機論, 58B (1992), 90.
- (120) 浜口和洋, 高橋真太郎, 宮部英也, 再生器マトリックスの流動損失 (金網積層の場合), 機論, 48B (1982), 2207.
- (121) R.Radebaugh, K.Chowdhury and J.Zimmermen, Optimization of a pulse tube refrigerator for a fixed compressor swept volume, Proc. 5th Int. Cryocooler Conf. (1988), 113.
- (122) G.Davey and A.H.Orlowska, Miniature Stirling cycle cooler, Cryogenics, 27 (1987), 148.

謝辭

本論文は、筆者が東京大学大学院工学系研究科博士課程在学中、四年間にわたって行った研究成果をまとめたものであります。大学院修士課程の二年間と合わせて、合計六年間の大学院における生活の中で、たいへん多くの方々からご指導を仰いだことを心から感謝いたします。

西尾茂文 教授（東京大学生産技術研究所）には、指導教官として研究の細部にわたり丁寧かつ適切なご指導をいただきました。

棚澤一郎 教授（東京大学生産技術研究所）には、研究を行う過程で貴重なご助言をいただきました。

両先生方には、人生の先達として多くの影響を与えていただきましたことも合わせて、特に深く感謝の意を表したく存じます。

本論文をまとめるにあたりまして、

齋藤孝基 教授（東京大学工学部）

庄司正弘 教授（東京大学工学部）

飛原英治 助教授（東京大学工学部）の諸先生方からは、貴重なご指導をいただきました。ありがとうございました。

本論文の実験に関しましては、東芝研究開発センターの方々に設備、装置等の面で多大なるご協力をいただきました。特に、

中込秀樹 博士（東芝研究開発センター）

栗山透 博士（東芝研究開発センター）

高橋政彦 氏（東芝研究開発センター）

大谷安見 氏（東芝研究開発センター）の諸氏には、多くの助言をいただきましたことを深く感謝いたします。

本論文の4.4節の測定につきましては、

九子敬生 氏（東京農工大学大学院）に全面的なご協力をいただきました。深く感謝いたします。

東京大学生産技術研究所、西尾、棚澤両研究室の方々には、公私にわたって
広くご指導をいただきました。特に長期間にわたってお世話になった職員の方々、

大久保英敏 博士（玉川大学助教授）

上村光弘 技術官（東京大学生産技術研究所）

永田真一 助手（東京大学生産技術研究所）

高野清 技術官（東京大学生産技術研究所）

重田千恵子 事務官（東京大学生産技術研究所）に、心より感謝いたし
ます。また、筆者が大学院に入学した当初、研究に対する心構えから懇切に教
えていただきました、

大竹浩靖 博士（工学院大学講師）

永井二郎 氏（福井大学助手）

土師生也 氏（東京大学大学院）の先輩諸氏には、深く謝意を表します。

最後になりましたが、大学院博士課程在学中に、筆者の生活に対する経済的
援助をこころよく引き受けてくださいました先輩、友人の諸兄弟に、心から深
く感謝いたします。

1995年12月

稲田孝明

