

低マッハ数の乱流中に置かれた物体から
放射される流体音の数値解析に関する研究

1995年9月

加藤 千 幸

①

低マッハ数の乱流中に置かれた物体から
放射される流体音の数値解析に関する研究

1995年9月

加藤千幸

目次

| | |
|-----------------|----|
| 第1章 緒言 | 6 |
| 1.1 研究の背景 | 6 |
| 1.2 本研究の位置付け | 7 |
| 1.3 従来の研究 | 8 |
| 1.4 本研究の目的 | 9 |
| 1.5 本論文の構成 | 10 |
| 第2章 基礎方程式 | 12 |
| 2.1 緒言 | 12 |
| 2.2 流れ場の基礎方程式 | 13 |
| 2.3 音場の基礎方程式 | 17 |
| 2.4 音圧レベルの計算方法 | 19 |
| 2.5 結言 | 22 |
| 第3章 数値解析方法 | 27 |
| 3.1 緒言 | 27 |
| 3.2 時間積分法 | 28 |
| 3.3 圧力解法 | 31 |
| 3.4 有限要素法による定式化 | 33 |
| 3.5 高速化手法 | 37 |
| 3.6 検証例 | 38 |

| | |
|---------------------------|-----|
| 目次 | 2 |
| 3.7 結言 | 45 |
| 第4章 数値解析例 | 68 |
| 4.1 緒言 | 68 |
| 4.2 円柱周りの流れから発生する乱流音の解析 | 68 |
| 4.3 二次元翼周りの流れから発生する乱流音の解析 | 74 |
| 4.4 結言 | 76 |
| 第5章 結言 | 105 |
| 5.1 研究開発の結論 | 105 |
| 5.2 今後に残された課題 | 106 |
| 謝辞 | 108 |
| 参考文献 | 109 |

主な記号

- a : 静止流体中の音速
 A^+ : Van-Driest の減衰定数 [= 25.0]
 B : 一般化壁法則に現われる定数 [= 5.5]
 c : 同時緩和法の定式化に現われる疑似音速の値
 C_S : スマゴリンスキー定数
 C_P : 圧力係数 [= $2(p - p_\infty) / \rho u_\infty^2$]
 C : 二次元翼のコード長
 C_D : 物体の抗力係数 [= $2F_D / \rho u_\infty^2 D$]
 C_L : 物体の揚力係数 [= $2F_L / \rho u_\infty^2 D$]
 C_f : 物体の表面摩擦係数 [= $2\tau_w / \rho u_\infty^2$]
 d : 物体の代表寸法
 D : 円柱の直径
 F_D : 物体に働く流体抗力(単位長さあたり)
 F_L : 物体に働く流体揚力(単位長さあたり)
 f : 渦放出周波数, あるいは単に周波数
 H : バックステップ流れにおけるステップの高さ
 M_∞ : 一様流速に対するマッハ数 [= u_∞ / a]
 L : 物体のスパン長
 $L_C(f)$: 等価相関長
 L_S : LES 計算領域のスパン方向の長さ
 N_α : 要素内節点 α に対する内挿関数
 n_i : 物体表面、あるいは流出境界面における外向き単位法線ベクトル
 p : 流体の圧力
 p_∞ : 一様流の圧力
 p_a : 遠距離場の音圧
 r : 音源点と観測点との間の距離
 Re : レイノルズ数 [= $u_\infty D / \nu$, $u_\infty C / \nu$, あるいは $u_\infty H / \nu$]
 Re_p : 壁面近傍の局所レイノルズ数 [= $u_p y_p / \nu$]
 R_i : x_i 方向の運動量式の残差
 S : 放射物体の表面
 S_{ij} : 歪み速度テンソル
 SPL : 音圧レベル
 S_t : 渦放出のストローハル数 [= fD / u_∞]
 t : 時間
 T_{ij} : Lighthill の流体音響テンソル

- u_i : x_i 方向の流速成分
 u, v, w : 主流方向流速, 横断方向流速, スパン方向流速
 u_∞ : 一様流速, あるいは円柱の移動速度
 u_τ : 壁面摩擦速度 [$= \sqrt{\tau_w / \rho}$]
 u_p : 壁面隣接節点における壁面に平行な流速成分
 U_a : 全体系の節点 a における流速成分
 V : 音源領域
 x, y, z : 主流方向座標, 横断方向座標, スパン方向座標
 x_i : 空間直交座標, あるいは観測点の位置
 y_i : 音源点の位置
 y_p : 壁面隣接節点から壁面までの距離
 α : 二次元翼の迎角
 Γ_{g1} : LES 計算の流入境界
 Γ_{g2} : LES 計算の固体壁境界
 Γ_n : LES 計算の流出境界
 $\gamma(f, z)$: 物体表面圧力変動のコヒーレンス関数
 ξ_i : 要素内局所座標
 $\xi_{i\alpha}$: 要素節点 α における要素内局所座標値
 δ_{ij} : クロネッカのデルタ
 Δt : 計算時間刻み
 Δ : 要素の代表長さ, あるいは等高線の値の間隔 (図中)
 κ : 一般化壁法則に現われる半経験的定数 [$= 0.41$]
 μ : 流体の粘性係数
 μ_{ij} : 粘性応力テンソル
 λ : 音の波長
 ρ : 流体の密度
 ν : 流体の動粘性係数
 ν_{SGS} : サブグリッド・スケールの渦動粘性係数
 θ : 円柱前縁から計った角度
 τ_w : 壁面摩擦応力
 Ω : LES の計算領域
 Ω^e : 各要素領域
 ϕ : 任意の保存関数
 ϕ^* : 流速の重み関数

上付添字

- n : 計算時間ステップ
- $-$: グリッド・スケールの値, あるいは時間平均値
- l : サブグリッド・スケールの値

下付添字

- a, b : 全体系の節点番号
- α, β : 要素内節点番号
- e : 要素
- i, j, k : 空間直交座標の方向, あるいは要素内局所座標の方向
- p : 壁面隣接節点

第1章 緒言

1.1 研究の背景

高速車両、高速エレベータ、空調機等多くの流体関連機器において、流れから発生する音、即ち、流体音を低減することが重要な技術課題となっている。例えば、新幹線電車等の高速車両においては、図 1.1 に示すように、窓枠・連結部といった車体凹凸部や集電装置等の車体突起物周りの流れから発生する乱流音の強度は車速の6~9乗に比例して急激に増大する。これに対し、台車から発生する転動音や車体振動音の強度は車速の約2.5乗に比例して増大する。この結果、時速約220km以上の高速走行では、乱流音が車両から発生する全騒音を支配するようになる。現在、集電装置等から発生する乱流音の低減が、時速300kmやそれ以上の鉄道高速化を実現するための重要な鍵を握っている [1], [2]。従来、このような乱流騒音低減のニーズに対して、実験的あるいは経験的手法により個別対応してきたが、個別対応による乱流騒音の低減は限界に近づいている。

一方、ピーク性能が10GFlopsを越える第5世代のスーパーコンピュータの出現と数値解析手法の進歩とにより、乱流数値解析の工学的応用が盛んになりつつある。乱流音の発生は、基本的には乱流渦の非定常運動に起因している。従って、音源となっている乱流現象がその非定常性を含めて高精度に計算できれば、乱流音の数値的予測が可能になるものと考えられる。このような状況の中、乱流音の数値的予測手法の開発が強く望まれている。特に機械工学分野においては、比較的低いマッハ数の物体後流から発生する乱流音の予測に対するニーズが大きい。非定常乱流計算に基づく乱流騒音の予測が可能となれば、乱流渦の非定常挙動と発生する音との相関関係が解明され、乱流騒音の低減にとって重要な新たな知見が得られるものと期待される。そこで、本研究は低マッハ数の物体後流から発生

する乱流音の予測をその対象とすることにした。

1.2 本研究の位置付け

流体音に関する理論的な研究は1950年代から始められており [3], [4], [5]、種々の基礎方程式の導出やその改良が行われた。例えば、Lighthill は圧縮性ナビエ・ストークス方程式と連続の式とから、流体音の発生と伝播を表す波動方程式 (Lighthill 方程式、後述) を導き [3]、また、Curle は、物体などの境界が流れの中に存在する場合の Lighthill 方程式の解 (Curle の式、後述) を示している [4]。この結果、「流体音の源は渦の非定常運動である。」、「乱流ジェットから放射される流体音の強度は、ジェットの代表流速の8乗に比例する」といった多くの重要な知見が得られている [6]。しかし、これらの理論等に基づき、実際に流れから発生する音を予測するためには、非定常流れの計算が必要となるため、流体音の数値予測が試みられるようになったのは比較的最近のことである (例えば、[7], [8])。特に、スーパーコンピュータが本格的に流体計算に使われるようになった1987年頃から、乱流音の数値予測に関する研究が盛んに行われるようになった ([9]-[18])。

流体数値解析 (CFD: Computational Fluid Dynamics) に基づく流体音の予測に関する研究は、CAA (Computational Aero-Acoustics) と呼ばれる比較的新しい研究分野として体系化されつつある。一般に、流体音としての圧力変動は音源となっている流れ場の圧力変動に較べて遥かに小さいため、CAA では CFD に較べて精度の高い解析が要求される。また、解析領域の外部境界における非物理的な反射音の発生を抑えるために外部境界条件の処理も CAA においては特に重要となる。CAA は、高速ジェット等の高速気流中から発生する流体音の予測を対象とする研究と低速気流中、特に物体後流から発生する流体音の予測を対象とする研究とに大別される。この内、高速気流中から発生する流体音の予測に関しては米国を中心として精力的な研究が行われているが、本研究が対象としているような、低マッハ数、即ち、低速気流中に置かれた物体から発生する流体音の予測は、前者に比較して更に困難であり、その研究は世界的にも緒についたばかりである。

低マッハ数の流れの中に置かれた物体から発生する流体音に関しては、音を発生してい

流れの渦のスケールと音が伝播する場の空間のスケールとが大きく異なる。即ち、流れの渦のスケールは高々物体の代表寸法 d 程度であるのに対し、音場のスケールは少くとも音の波長 λ よりは大いいため、

$$\frac{\text{音場のスケール}}{\text{流れの渦スケール}} \geq \frac{\lambda}{d} = \frac{a}{fd} \quad (1.1)$$

ここに、 a は音速を表す。また、 f は伝播する音の周波数を表すが、音の伝播は線形な現象であるので、 f は音を発生している渦の放出周波数でもある。渦の放出周波数 f は、基本的に代表流速 u_∞ に比例し、物体の代表寸法 d に反比例するので、上式右辺は以下のように変形できる。即ち、

$$\frac{a}{fd} = \frac{1}{\frac{fd}{u_\infty} \frac{u_\infty}{a}} = \frac{1}{S_1 M_\infty} \quad (1.2)$$

ここに、 M_∞ は代表流速に対するマッハ数である。また、 S_1 は渦放出のストローハル数であり、その大きさは高々1程度である。よって、

$$\frac{\text{音場のスケール}}{\text{流れの渦スケール}} \gg 1 \quad \text{for} \quad M_\infty \ll 1 \quad (1.3)$$

従って、音源である流れ場と音の伝播とを同時に解析することは困難であり、これらを別々に計算する分離解法が前提となる。次節において、このような分離解法による流体音予測に関する既往の研究について詳述する。

1.3 従来の研究

前述の分離解法 [3], [4], [5] による流体音の数値解析に関しては、1984年頃から先駆的な研究が発表されている [7], [8], [9]。Hardin 等は、二次元の非定常 $\psi-\omega$ 計算、および Howe の式 [5] を用いて、レイノルズ数 200 の円柱のカルマン渦から発生する流体音の予測を試み、音響指向性等の予測が可能であることを示している [7], [8]。しかし、レイノルズ数が大きい乱流から発生する流体音の予測にこの手法をそのまま適用することはできない。また、Akishita 等、橋口等は、離散渦法や三次風上差分法 [19] を用いた二次元の非定常計算

と Curle の式 [4] とにより、 10^5 以上のレイノルズ数における平板翼や NACA0015 翼周りの乱流から発生する流体音の予測を試みている [9], [14]。しかし、三次元の渦運動が支配的な乱流から発生する流体音のスペクトルを二次元計算から予測することは原理的に不可能であり、実測値との一致は良くない。その後、1990 年頃から三次元ナビエ・ストークス方程式の非定常計算と Curle の式 [4] とによる、乱流音の予測が試みられるようになった [15], [16], [17], [18]。例えば、レイノルズ数 3.2×10^5 の NACA0015 翼周りの乱流からの放射音の予測が Adachi 等により [18]、また、レイノルズ数 $3 \times 10^5 \sim 1 \times 10^6$ のデルタ翼周りの乱流からの放射音の予測が Haruna 等により [16]、それぞれ試みられている。これらの研究はいずれも三次元上差分法を用いた三次元ナビエ・ストークス方程式の非定常計算と Curle の式とにより乱流音のスペクトルを予測しようというものであるが、定量的な予測レベルには至っていない。

乱流音のスペクトルを定量的に予測するためには、音源となる乱流渦の挙動を高精度に捕らえなければならない。乱流場の計算の高精度化を図るために、Large Eddy Simulation (LES) [20], [21] を用いることが考えられる。LES は、空間的フィルター操作を施したナビエ・ストークス方程式とフィルター・サイズ以下の乱流渦の効果を考慮するサブグリッド・スケール・モデル式とを組み合わせる大規模乱流渦の非定常運動を直接計算する方法であり、精度の高い乱流計算方法として、その実用化が強く望まれている。しかし、従来の LES 計算はチャンネル流等の単純流路の解析に限られており [20], [21]、工学的に重要な複雑流路の LES 計算は殆ど行われていない。複雑流路の高精度な LES 計算が実現されれば、任意物体周りの乱流から発生する流体音のスペクトルを定量的に予測できるものと思われる。

1.4 本研究の目的

前節で述べたように、乱流音の数値的予測手法に関する研究は緒についたばかりであり、現状では乱流音のスペクトルは定量的には予測できない。このような状況の中、本研究の目的は、工学的に重要な複雑流路の LES 計算を実現し、流れの中に置かれた任意形状の物体から放射される乱流音のスペクトルを定量的に予測する手法を開発することにある。

1.5 本論文の構成

先ず、本論文の第2章では、LES および Curle の式 [4] に基づいた乱流音の予測方法の概要と計算に用いる基礎方程式を説明する。特に、本章では物体表面圧力変動の相関解析により、流体音スペクトルの予測精度を向上させる方法を提案する。提案する方法は、円柱や二次元翼等の二次元形状物体から放射される乱流音の予測に有効である。

次に、第3章では LES の数値解析手法として、新しい陽的有限要素法を提唱すると共に、種々の流れ場の解析を通して提唱する手法の解析精度と数値的安定性を検証した結果について述べる。また、実際の応用計算では特に重要となる、計算の高速化手法についてもその概略を説明する。

第4章では、前章までで説明した解析方法を用いて実際に乱流から放射される音を予測し、実験値との詳細な比較・検討を通して、提案する解析方法の有効性を検証した結果について述べる。計算対象としては、典型的な乱流音である、一様流中に置かれた円柱周りの流れ、および二次元翼周りの流れから放射される乱流音の予測をとり挙げる。

最後に第5章では、各章で得られた知見をまとめて示すと共に今後に残された研究課題に対して考察を加える。

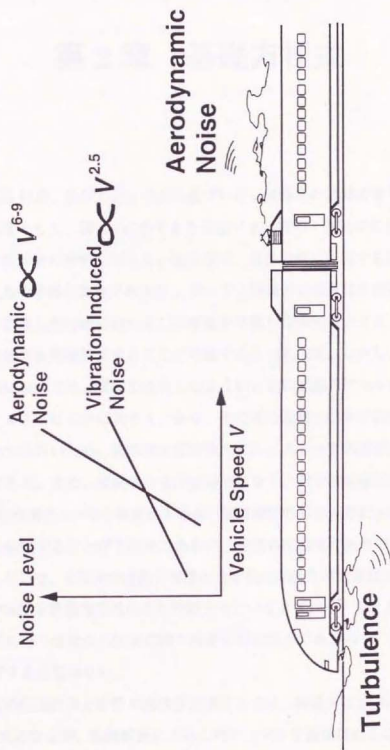


図 1.1 乱流騒音低減の重要性

第2章 基礎方程式

2.1 緒言

本章では、LES 計算、及び Curle の式に基づいた、流体音の計算方法を提案する。

代表的な流体音として、図 2.1 に示すような低マッハ数の一様流中に置かれた静止物体から放射される流体音の解析を考える。流体音は、流れの中に存在する渦から発生し伝播する、密度・圧力の微弱な変動である [6]。従って、理論的には流体音を発生している流れ場、および音を計算したい場において、圧縮性を考慮した非定常ナビエ・ストークス方程式を解いて、流体音を直接計算することが可能である [12], [13]。しかし、一般にマッハ数の小さい流れ場においては、前章で説明したように、音の波長スケールが流れの中に存在する渦のスケールよりはるかに大きく、かつ、その圧力変動レベルが渦の圧力変動レベルに比較して極めて小さいため、流体音を圧縮性ナビエ・ストークス方程式から直接計算することは困難である。また、単発的な音圧変動ではなく、定常的な音圧変動、即ち流体音のスペクトル (流体音圧レベル) を求める場合、解析領域の外部境界における放射音波の非物理的な反射を抑制することが不可欠であるが、通常の流出境界条件ではこのことは実現できない [13]。そこで、本研究では先ず音源となる渦の挙動を非定常乱流計算により求め、次いで流体音の伝播を波動方程式により計算するというアプローチをとる [3], [4]。一般に、低マッハ数の流れ場では音波の伝搬に伴う密度変動は微小であるので、乱流計算では流体の圧縮性は考慮する必要はない。

乱流計算と音の伝播計算とを結ぶ流体音源項としては、後述する Lighthill の流体音響テンソル [3] が基本となるが、乱流計算によりこのテンソルを直接求めることは困難である。Lighthill の流体音響テンソルに代わる流体音源項としては、Curle により示された物体表

面における圧力変動の積分によるもの [4] と、Howe により導出された音源領域における渦度・速度の体積分によるもの [5] とがあるが、本研究では比較的数値的取り扱いが容易である物体表面の圧力変動より流体音の計算を行う。

なお、前述のように本研究の対象範囲は、マッハ数約 0.3 以下の流れの中に置かれた静止物体から放射される流体音の解析に限られる。物体が振動している場合やジェットから放射される流体音に関しては、本研究で提案する予測方法は適用できない。また、低マッハ数の流れにおいても音場から流れ場へのフィードバックが無視できない場合、例えばエッジ・トーンやキャビティ音等の解析は本研究の対象外である。

2.2 流れ場の基礎方程式

前章で述べたように、乱流音のスペクトルを定量的に予測するためには、乱流計算において物体表面の圧力変動を高精度に求める必要がある。本研究では、流れ場の解析方法として Large Eddy Simulation (LES) [20], [21] を用いる。LES は、前述のように空間的フィルター操作を施したナビエ・ストークス方程式とフィルター・サイズ以下の乱流渦の効果を考慮するサブグリッド・スケール・モデル式により、大規模乱流渦の運動を直接計算する乱流解析方法である。LES は、図 2.2 に示すように、乱流現象の非定常性を解析できるのみでなく、 $k-\epsilon$ モデル等の従来の乱流モデルに比較して高精度な解析が可能であり、その工学的実用化が強く期待されている。 $k-\epsilon$ モデルや応力方程式モデルは、基本的に時間平均モデルであり、乱流現象の非定常性を解析することはできない。また、円柱後流のような大規模な剥離乱流は、強い非等方性を持つことが指摘されており [22]、 $k-\epsilon$ モデル等の等方的乱流モデルによる高精度な解析は期待できない。

LES 計算の基礎式

LES 計算の基礎式はフィルター平均化操作を施した非圧縮性ナビエ・ストークス方程式と連続の式であり、総和規約を用いて以下のように表わされる。即ち、

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{u_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i} \overline{u_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i' u_j'} \right) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2)$$

ここに、 $\overline{u_i}$ 、 \overline{p} はそれぞれフィルター平均化された流速成分、圧力を表し、 ρ は流体の密度、 ν は流体の動粘性係数を表す。また、 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。本研究では、サブグリッド・スケール項としては、レイノルズ応力項 $-\overline{u_i' u_j'}$ のみを考慮し、いわゆるクロス項、およびレオナルド項の影響は無視する。この理由は、これら2項は一般に相殺しあい、その和はレイノルズ応力項に比較して小さいことと、有限要素法によりこれらの高次項を考慮することは困難であるからである。

レイノルズ応力項は Smagorinsky モデル [23] により計算する。即ち、

$$-\overline{u_i' u_j'} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_k' u_k'} = \nu_{SGS} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.3)$$

$$\nu_{SGS} = (C_S \Delta)^2 (2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}})^{0.5} ; \quad \overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.4)$$

ここに、 Δ は解析メッシュの代表寸法であり、本研究では各要素の体積から計算する。また、 C_S は Smagorinsky 定数であり、ここでは、自由せん断流の LES 計算において一般的に推奨されている値 0.15 を用いる。

LES 計算の境界条件

LES 計算に用いる境界条件に関しては第4章において具体的に述べるが、基本的には次のように与える。

流入境界

物体を取り囲む適当な計算領域を設定し、物体上流の境界面 Γ_{g1} において一様流の条件、

$$\bar{u}_i = \bar{u}_i^{\text{given}} \quad \text{on} \quad \Gamma_{g1} \quad (2.5)$$

を与える。流入境界 Γ_{g1} においては特に人為的な乱れは与えない。これは、物体周りの乱流においては、物体表面、あるいは物体近傍において生成される乱れが支配的であるからである。

流出境界

計算領域の側面、および物体の下流側に位置する境界面 Γ_n においては、境界面に作用する流体の応力は零であると仮定し、以下に示す自由流出の条件を課す。

$$n_j \left(-\delta_{ij} \bar{p} + (\nu + \nu_{SGS}) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_n \quad (2.6)$$

ここに、 n_i は、境界面 Γ_n における外向き単位法線ベクトルを表す。物体の下流のみでなく、計算領域の側面においても自由流出の条件を与える理由は、側面境界における閉塞効果の影響を避けるためである。

固体壁境界

物体表面の圧力変動は、境界層の剥離点位置に大きく左右される。従って、境界層の剥離に大きな影響を及ぼす物体表面の境界条件は、乱流音の予測にとって極めて重要である。LES計算のための壁面境界条件として、森西等は、壁面に隣接する節点における流速から、一般化壁法則に基づいて瞬時の壁面摩擦応力を与える方法を提案している [24]。この方法は、壁面近傍の必要メッシュ数を低減するために提案されたものであり、チャネル流等の発達した内部流れのLES計算に対してはその有効性が確認されている [24]。しかし、予備計算の結果、本研究が対象としているような発達する外部流れの場合、物体表面の境界条件として壁面応力を与えると、物体表面に発達する境界層に対して過度の壁面応力が与えられ、剥離点が実際よりも後方につれてしまうことが判った。そこで本研究では、物体表面近傍のメッシュ分割を十分細かくとり、物体表面 Γ_{g2} 上ではノースリップ条件($\bar{u}_i = 0$)

を課すことにした。また、物体の極近傍における低レイノルズ数効果を考慮するためには、壁面近傍領域のサブグリッド・スケールの渦動粘性係数 ν_{SGS} を適切に減衰させる必要がある。ここでは減衰関数として以下に示す Van-Driest 型の関数を用いる。即ち、

$$\nu_{SGS} = (C_S f \Delta)^2 (2\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}})^{0.5} \quad (2.7)$$

$$f = 1 - \exp^{-\frac{y^+}{A^+}} \quad (2.8)$$

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (2.9)$$

ここに、 y 、 u_τ はそれぞれ、最も近い壁面までの距離、および壁面摩擦速度を表し、また、 A^+ は経験定数 (=25.0) である。減衰関数を計算するために必要となる壁面摩擦速度 u_τ は、森西等 [24] にない、壁面隣接節点 p において計算された瞬時の流速 u_p を用いて、一般化壁法則に基づき計算する。即ち、

$$u_p^+ - y_p^+ + \exp^{-\kappa B} (\exp^{\kappa u_p^+} - 1 - \kappa u_p^+ - \frac{1}{2} (\kappa u_p^+)^2 - \frac{1}{6} (\kappa u_p^+)^3) = 0 \quad (2.10)$$

$$u_p^+ = \frac{\overline{u_p}}{u_\tau} \quad (2.11)$$

$$y_p^+ = \frac{u_\tau y_p}{\nu} \quad (2.12)$$

ここに、 κ 、 B は共に半経験定数であり、本研究では各々次の値を用いる。

$$\kappa = 0.4 \quad ; \quad B = 5.5 \quad (2.13)$$

本来、固体壁面においてノースリップ条件を用いるということは、壁面の極近傍、即ち粘性低層まで直接計算することを前提としている。従って、理論的には壁面隣接節点における流速 u_p 、および壁面までの距離 y_p から壁面摩擦応力を線形外挿し、減衰関数を計算す

ることができる。しかし、薄翼の前縁近く等では、発達する境界層は非常に薄く、しかも、壁面摩擦応力は比較的大きいので、実用計算で全領域において壁面隣接節点が粘性低層内に入っていることを保証することは困難である。そこで、本研究では、この様な場合における減衰関数の計算誤差を最小限に押えるために、上記に示した一般化壁法則から壁面摩擦速度を求め、減衰関数を計算することにする。もちろん、壁面隣接節点が壁面に十分近い場合は、上式(2.10)の左辺第3項は無視できるため、壁面摩擦速度は線形関係 $u_p^+ = y_p^+$ から計算されることになる。

ところで、式(2.10)は、局所レイノルズ数 $R_{ep} \equiv u_p y_p / \nu$ をパラメータとする u_p^+ に関する1パラメータ方程式として以下のように整理できる。

$$u_p^+ - \frac{R_{ep}}{u_p^+} + \exp^{-\kappa B} (\exp^{-\kappa u_p^+} - 1 - \kappa u_p^+ - \frac{1}{2}(\kappa u_p^+)^2 - \frac{1}{6}(\kappa u_p^+)^3) = 0 \quad (2.14)$$

ここでは、ニュートン・ラプソン法により上式(2.14)から u_p^+ を計算し、壁面摩擦速度 u_τ を求めることにする。ニュートン・ラプソン法の初期値として適当なルックアップ・テーブルを用意すれば、上式(2.14)の解は高々5回程度の反復計算で求めることができ、この計算時間は運動量式の積分に要するそれと比較して無視できる。しかも、上式(2.14)の解は、局所レイノルズ数 R_{ep} が大きいところでは $\log R_{ep}$ にスケールされるため、ルックアップ・テーブルのエントリーは数個用意すれば実用上十分である。

2.3 音場の基礎方程式

圧縮性ナビエ・ストークス方程式、および連続の式から簡単な操作により、Lighthill方程式と呼ばれる以下の式を導くことができる [3]。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \right) \rho = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij} \quad (2.15)$$

ここに、 a は任意の定数、また、 T_{ij} は Lighthill の流体音響テンソルと呼ばれるものであり、次式により表される。

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - a^2 \rho) \delta_{ij} + \mu_{ij} \quad (2.16)$$

ここに、 μ_{ij} は粘性応力テンソル

$$\mu_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.17)$$

である。

Lighthill 方程式 (2.15) は、元のナビエ・ストークス方程式と同じ厳密さを持つ。今、任意定数 a として流体中を伝播する音波の速度、即ち音速をとると $p = a^2 \rho$ であるので、上式 (2.15) は、音速で伝播する密度変動、即ち音波の波動方程式と見なすことができる [3]。更に、マッハ数が小さな流れ場を伝播する音波の強度は極めて弱いため、伝播する音波による流れ場の変動は無視でき、この場合、式 (2.15) は流体音源から放射される音の伝播を表す線形波動方程式と見なせる。よって、非定常乱流計算により流体音響テンソル $\rho u_i u_j$ を求め、その空間微分をソース項として密度 ρ に関して式 (2.15) を解けば流体音を計算することができる。さらに、物体などの境界が流れの中に存在する場合に対しては、Curle により上記波動方程式 (2.15) の遅延ポテンシャル解 (Curle の式) が与えられている [4]。即ち、

$$p_a = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij}(y, t-r/a)}{r} d^3 y + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{n_i p(y, t-r/a)}{r} dS \quad (2.18)$$

ここに、 p_a は音圧、 x_i は観測点座標、 y は音源点位置、 r は観測点と音源点との間の距離、 S は物体境界、 n_i は境界 S における外向き単位法線ベクトルをそれぞれ表す。上式 (2.18) においては、高レイノルズ数の流れを仮定し、粘性応力項は無視している。

式 (2.18) において、右辺第 1 項は 4 重極音源項と呼ばれるものであり、流れの中に存在する渦から放射され直接観測点 x_i に到達する音を表す。また、右辺第 2 項は 2 重極音源項と呼ばれるものであり、渦から放射された音が一度物体表面で反射されて観測点に到達する音を表す。一般に、低マッハ数の流れ場では、変動している渦の近傍に物体などの固体壁がある場合、2 重極音源の放射効率は 4 重極音源のそれに卓越して大きくなる [4]。従って、式 (2.18) の右辺第 1 項は無視することができる。さらに、観測点が放射される音波の

波長に対して十分遠方にあり(遠距離場音)、かつ、物体の寸法が音波の波長に比べて小さい場合には、2重極音源項の空間微分は時間微分に置換され次式(2.19)のように簡略化される。

$$p_a = \frac{1}{4\pi a} \frac{x_i}{r^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S n_i p(y, t - r/a) dS \quad (2.19)$$

ここに、 r は物体中心と観測点との間の距離を表す。即ち、音場の計算においては、音を発生している流れ場は二重極の特性を持った点と見なされる。LES計算により物体表面の圧力変動 $p(t)$ が求められれば、基本的には上式(2.19)により、放射される流体音を計算することができる。なお、式(2.19)は流れの中に置かれた物体から無限空間に放射される音の音圧変動を表し、音場の境界における音波の反射や吸収は考慮していない。

2.4 音圧レベルの計算方法

LES計算により、物体の全表面における圧力変動が求められれば、前節で述べた式(2.19)により、物体全体から放射される流体音が計算され、それをフーリエ変換すれば流体音圧変動のパワースペクトル、即ち流体音圧レベルを直接計算することができる。しかし、円柱や二次元翼等の二次元物体から放射される流体音を求めようとする場合、物体の各スパン方向位置においては、同様な圧力変動が生じているものと考えられるため、物体全体を対象にLES計算を行なうことは効率的ではない。物体表面の圧力変動を求めるのに必要十分な長さの解析領域においてLES計算を実施し、それにより、物体全体から放射される流体音の音圧レベルを求めることができれば効率的な解析が可能となる。そこで本研究では、二次元物体から放射される流体音を対象に、スパン方向の一部分の領域における表面圧力変動を用いて、物体全体から放射される流体音の音圧レベルを計算する方法を提案する[25]、[26]。

LES計算により得られた、物体の一部分の表面圧力変動を用いて物体全体から放射される音の音圧レベルを求めるためには、計算領域外の圧力変動の強度並びに位相を推定する必要がある。まず、本研究では圧力変動の強度に関しては、スパン方向の全ての位置にお

いて同じ強度の変動が生じているものと仮定する。物体の端部以外の領域ではこの仮定は妥当である。

圧力変動の位相は、物体全体からの音の放射効率に大きな影響を及ぼす。例えば、仮に物体の全領域において同じ位相の圧力変動が生じていれば(a)、物体全体からは非常に大きな音が放射される。逆に、物体の各位置において互いに180度位相がずれた圧力変動が生じていれば(b)、理論的に音は放射されない。また、物体の各位置において全く無相関な圧力変動が生じている場合の音の強度は、上記の(a)の場合と(b)の場合の中間となる。圧力変動の位相に関して、最も単純にはLES計算により求めた圧力変動と同位相の圧力変動が物体の他の部分においても生じているものと仮定できるが、これは必ずしも妥当な仮定とはいえない。というのは、大規模渦以外の乱流渦の運動は、物体の各スパン位置において全く無相関な圧力変動を生じさせている可能性が高いからである。実際、執筆者等のグループにおいて、一様流中に置かれたレイノルズ数 1×10^4 の円柱表面の圧力変動のスパン方向の相関を測定した結果[27]、カルマン渦の放出周波数やその高調波成分においては、円柱直径の2~4倍程度の相関長を持つが、それ以外の周波数においては、相関長は円柱の直径よりもかなり小さいことが判った。従って、物体全体から放射される流体音の音圧レベルを高精度に求めるには、表面圧力変動の位相差を各々の周波数毎に考慮する必要がある。

例えば、いま解析領域と全く同位相の圧力変動が解析領域の2倍のスパン長を持つ物体全体において生じているものとする、物体全体に生ずる流体力変動、即ち、放射される流体音の強度は、解析領域から放射される流体音の強度の振幅和、即ち、4倍(=6dB)となる。しかし、物体の他の領域では解析領域とは全く無相関な圧力変動が生じているとすると、物体全体に生ずる流体力変動、即ち、放射される流体音の強度は、解析領域から放射される流体音強度のエネルギー和、即ち、2倍(=3dB)にしかならない。

このような考察に基づき、本研究では次のような方法により流体音の音圧レベルを計算することにする。まず、スパン方向距離 z に対する、圧力変動のコヒーレンス関数の分布を各周波数 f 毎に計算し、コヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の値が0.5になるスパン長を等価相関長 $L_C(f)$ と定義し、これを算出する。このように定義した等価相関長 $L_C(f)$ は、同位相の

圧力変動が生じている限界スパン長と考えることができる。従って、上記の考察に基づき、物体の全スパンから放射される流体音の音圧レベル $SPL(f)$ は次の式 (2.20)~(2.22) により求めることができる。

$$\text{if } L_C(f) \leq L_S; \quad SPL(f) = SPL_S(f) + 10 \log\left(\frac{L}{L_S}\right) \quad (2.20)$$

$$\text{if } L_S \leq L_C(f) \leq L; \quad SPL(f) = SPL_S(f) + 20 \log\left(\frac{L_C(f)}{L_S}\right) + 10 \log\left(\frac{L}{L_C(f)}\right) \quad (2.21)$$

$$\text{if } L \leq L_C(f); \quad SPL(f) = SPL_S(f) + 20 \log\left(\frac{L}{L_S}\right) \quad (2.22)$$

ここに、 $SPL_S(f)$ は LES 計算領域の表面圧力変動を用いて前節の式 (2.19) により直接計算される音圧レベル表し、また、 L 、 L_S はそれぞれ、物体の全スパン長、計算領域のスパン長を表す。

式 (2.20)~(2.22) の持つ物理的な意味は以下の通りである。即ち、等価相関長 $L_C(f)$ が解析領域のスパン長 L_S より短い場合 (式 2.20 の場合) は、物体の他の領域においては、LES 計算領域内の圧力変動とは無相関な圧力変動が生じているものと考えられる。従って、この場合は前述のように、物体の全スパンから放射される流体音の音圧レベルは、LES 計算領域から放射される流体音の音圧レベルからエネルギー和 $[10 \log(L/L_S)]$ として計算することができる。逆に、等価相関長 $L_C(f)$ が物体の全スパン長 L より長い場合 (式 2.22 の場合) は、物体の他の領域においても LES 計算で求めた圧力変動と同位相の圧力変動が生じているものと考えられる。従って、この場合は物体の全スパンから放射される流体音の音圧レベルは、LES 計算領域から放射される流体音の音圧レベルから振幅和 $[20 \log(L/L_S)]$ として計算することができる。また、等価相関長 $L_C(f)$ が LES 計算領域のスパン長 L_S より長く物体の全スパン長 L より短い場合 (式 2.21 の場合) は、等価相関長 $L_C(f)$ までは振幅和により、また、それ以上離れたスパン位置ではエネルギー和をとることにより物体全体から放射される流体音の音圧レベルを計算することができる。

コヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ は具体的には、スパン方向に距離 z だけ離れた物体表面2点の圧力変動のクロス・スペクトルを積算平均することにより計算する。また、解析領域内でコヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の値が0.5以下とならない場合には、図2.3に示すように、解析領域の端におけるコヒーレンス関数の値 $\gamma(f, L_S)$ を用いて等価相関長 $L_C(f)$ を外挿することにする。以上説明した、乱流音の計算アルゴリズムの概略フローを図2.4に示す。

2.5 結言

低マッハ数の流れの中に置かれた物体から放射される乱流音に関して、LES計算とCurleの式に基づく予測方法を提案した。提案する方法は、先ず、LESにより計算された物体の一部分における表面圧力変動を積分して遠距離場における音圧変動を求め、次いで、圧力変動のコヒーレンス関数から計算される等価相関長に基づいて物体全体から放射される流体音の音圧レベルを計算するというものである。本手法は、二次元物体周りの流れから放射される流体音の音圧レベルを、物体の一部分を対象としたLES計算から高精度に予測できるという特徴を有する。なお、本手法の有効性は第4章において示される。

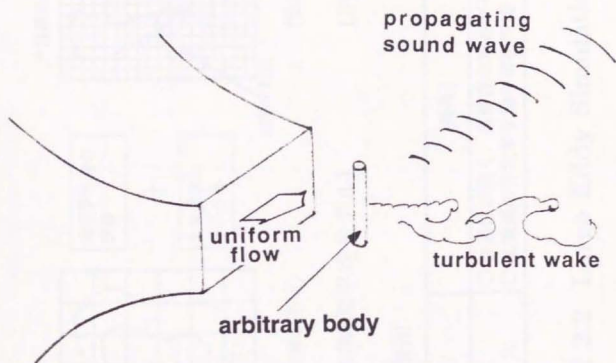
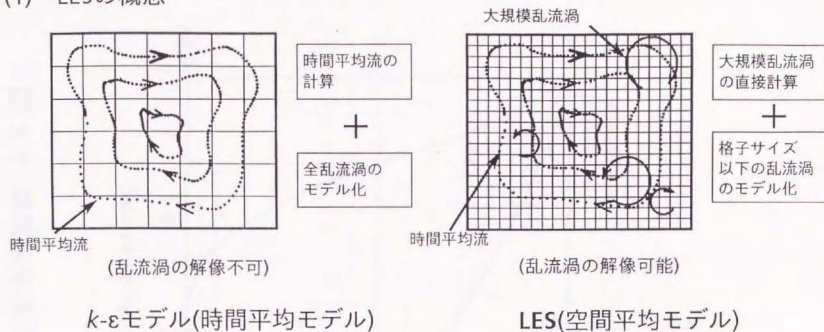


図 2.1 乱流音計算モデル

(1) LESの概念



(2) LESの短所・長所

| [短所] | [長所] |
|----------|--------------------|
| ● 計算時間大 | ○ 普遍性が高く、高精度な解析が可能 |
| ● 必要メモリ大 | ○ 乱流渦の非定常挙動が解析可能 |

図 2.2 Large Eddy Simulation(LES) の特徴

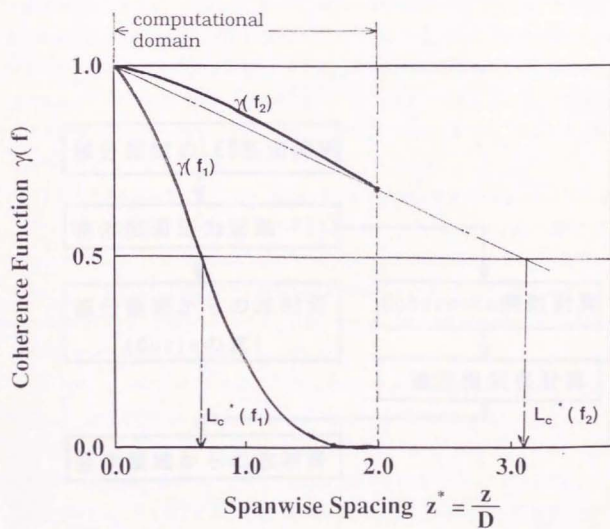


図 2.3 等価相関長の計算方法

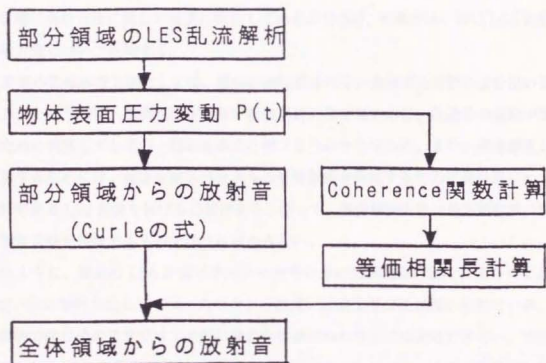


図 2.4 乱流音の計算アルゴリズム

第3章 数値解析方法

3.1 緒言

前章で示したように、流れの中に置かれた物体から無限空間中に放射される流体音は、物体表面の圧力変動が求まれば解析的に計算することができる。また、音場が遮音板等の境界を有する場合は、LES計算と通常の境界要素法計算とを組み合わせれば、音場境界における音波の反射や吸収の影響を各周波数毎に考慮することができる。このような場合に対する音場の解析方法に関しては既に報告してあるので[28]、本章では、特にLES計算の数値解析方法について説明する。

LES計算の数値解析方法としては、数値的粘性効果の少ない高精度な解析方法を用いる必要がある。というのは、数値粘性が大きい数値解析方法を用いると、乱流渦の運動が数値粘性のために減衰してしまい、捕らえることができないからである。また、流体音圧レベルを計算するためには、音圧変動スペクトルの計算誤差を低減するために長時間にわたり音源計算であるLES計算を続ける必要がある。従って、数値解析方法は長時間計算に対する数値的安定性を保証するものでなければならない。

前述のように、従来のLES計算はチャンネル流等の単純形状流路の解析に限られており[20], [21]、数値解析方法としては、スペクトル法或いは直交差分法が用いられている。これらの解析方法はそのままでは工学的に重要な複雑流路の計算には適用できない。複雑形状流路のLES計算を実現するために、一般曲線座標系とマルチブロック法とを併用した差分法を用いることも可能であるが[29]、差分法は基本的に規則的な格子分割を前提としているため、複雑流路の解析に適用することには限界がある。これに対して、有限要素法は差分法に比べ計算効率劣るものの、理論的には任意形状流路の解析が可能であり、将来、

メッシュ生成の自動化が実現されれば、複雑形状流路の解析に有限要素法が多用されるものと予想される。このような状況を鑑み、本研究ではLES計算の数値解析法として有限要素法を採用することにした。

従来、有限要素法は主として定常流れ解析に適用され、種々の安定でかつ高精度な定常スキームが提案されているが[30], [31], [32]、有限要素法による非定常流れ解析スキームはあまり提案されていない。そこで、本研究では高精度でかつ数値的安定性に優れた、非定常有限要素法スキームを提案することにした[33], [34], [35]。

以下、本章ではスキーム導出の理論的根拠を詳述すると共に、種々の流れ場の解析を通して提唱するスキームの解析精度および数値的安定性を検証した結果について述べる。また、実際の応用計算では特に重要となる、計算の高速化手法についてもその概略を説明する。なお、LESはメッシュ・サイズより大きい乱流渦の運動を直接計算する乱流計算方法であるため、数値解析方法としては基本的に陽解法が適している。そこで、本研究においても、陽的有限要素法による数値解析方法を開発することにした。

3.2 時間積分法

前章で説明したLES計算の基礎方程式(2.1)~(2.4)[14ページ参照]は、時間微分項と空間微分項とを分離して次のように書き表せる。

$$\frac{\partial}{\partial t} u_i = R_i \quad (3.1)$$

$$R_i \equiv -\frac{\partial}{\partial x_j} u_i u_j - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \nu_{SGS}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.2)$$

ここに、 R_i はナビエ・ストークス方程式の空間微分項をまとめた残差項である。上式(3.1)、(3.2)においては、簡単のためにグリッド・サイズ以上の成分を表す上付きバーは省略した。また、境界条件は以下のように纏められる。

$$\bar{u}_i = \bar{u}_i^{\text{given}} \quad \text{on} \quad \Gamma_g \quad (3.3)$$

$$n_j \left(-\delta_{ij} \frac{\bar{p}}{\rho} + (\nu + \nu_{SGS}) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_n \quad (3.4)$$

ここに、 Γ_n は前述の流出境界を表し、また、 Γ_g は流入境界と固体壁面境界とを纏めたディレクレー境界を表す。

今、 Δt を計算時間刻み、また、 n を計算時間ステップとし、時刻 $t = n\Delta t$ における速度場、並びに圧力場が求まっているとすると、次の時刻 $t = (n+1)\Delta t$ における速度場は、現在の時刻 $t = n\Delta t$ における空間残差項、およびその時間変化率を用いて次式から求めることができる。

$$u_i^{n+1} \cong u_i^n + R_i^n \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} R_i^n \Delta t^2 \quad (3.5)$$

ところが、対流の効果が粘性の効果に対して卓越する高レイノルズ数流れにおいては、流れと共に移動する任意の保存量の局所的時間変化率は、近似的に空間微分項に置き換えることができる。従って、式(3.5)の右辺第3項は、次のように変形することができる [36]。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} R_i^n \Delta t^2 &\cong -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_j} u_i^n u_j^n \Delta t^2 \\ &\cong -\frac{1}{2} u_j^n \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial t} u_i^n \Delta t^2 \\ &= -\frac{1}{2} u_j^n \frac{\partial}{\partial x_j} R_i^n \Delta t^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここに、式(3.6)の導出にあたり、対流速度 u_j の発散は非圧縮性流体の仮定 [14ページの式(2.2)] から零とし、またその時間変化率は無視した。これは、対流速度の時間変化率による打ち切り誤差は $O(\Delta t^3)$ であり、上式(3.6)で考慮している $O(\Delta t^2)$ の打ち切り誤差に比較して無視できるからである。即ち、このような高レイノルズ数流れの時間積分において支配的な誤差要因は、上式(3.6)から分るように、運動量の残差も流れにより移流されているということであり、対流速度が時間変化する影響はそれに較べれば無視できる。

さて、式(3.6)を式(3.5)に代入すると、次の式(3.7)が得られる。

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} &= u_i^n + R_i^n \Delta t - \frac{1}{2} u_j^n \frac{\partial}{\partial x_j} R_i^n \Delta t^2 \\ &= u_i^n + \left(1 - \frac{1}{2} u_j^n \Delta t \frac{\partial}{\partial x_j}\right) R_i^n \Delta t \end{aligned} \quad (3.7)$$

式(3.7)が提案する時間積分式の一般形である。

通常のオイラー陽解法では、式(3.5)の右辺第3項は無視するが、レイノルズ数が高い流れの解析においては、この項を考慮することが数値積分の安定性を確保するために本質的に必要なことである。即ち、式(3.6)は対流項が支配的であると仮定すると、更に次のように変形できる。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} R_i^n \Delta t^2 \cong \left(\frac{1}{2} u_j^n u_k^n \Delta t\right) \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} u_i^n \Delta t \quad (3.8)$$

即ち、式(3.5)の右辺第3項は、非等方的に流れ方向に作用する粘性拡散項と解釈することができる。従って、この項を無視することは、逆に流れ方向に負の数値的粘性を導入することになり、計算に不安定を生じさせる[33]。

Gresho等は、時間積分式(3.7)を用いる代わりに、通常のオイラー陽解法に式(3.8)に対応する拡散項(BDT項: Balancing Diffusivity Tensorと呼ばれる)を直接付加して時間積分することを提案している[37]。しかし、本研究ではソース項がある場合などに対する一般性を保つために、式(3.7)を用いてナビエ・ストークス方程式の時間積分を行う。

上式(3.7)は、任意の点 x_i における流速の時間変化率を、点 x_i より $\frac{1}{2}u_j\Delta t$ だけ上流の点における空間残差項から計算することを意味する。オイラー陽解法における時間微分の平均評価時刻である $t = (n + \frac{1}{2})\Delta t$ においては、現在、点 x_i より $\frac{1}{2}u_j\Delta t$ だけ上流に存在する情報が、特性 $x_j = u_j t$ 上を伝播し、点 x_i に伝えられる。従って、点 x_i より $\frac{1}{2}u_j\Delta t$ だけ上流側の、現時刻における空間残差項から点 x_i における流速の時間変化率を計算すれば高精度な時間積分が実現できる。なお、高レイノルズ数流れにおいても、壁面近傍では(サ

ブグリッド・スケール成分を含めて)粘性効果が対流効果と比較して無視できず、このような領域では、上記の式(3.6)の近似精度は低下する。しかし、壁面近傍領域においては、式(3.7)の上流化項は粘性項に比較して無視でき、提案する時間積分法は通常のオイラー-陽解法と同等になるにすぎない。元々、壁面近傍領域は通常のオイラー-陽解法によっても安定で高精度な解析が可能であり、従って、時間積分式(3.7)は全ての領域において適用可能である。

3.3 圧力解法

前節の式(3.7)から計算される速度場は、時刻 $t = (n+1)\Delta t$ における近似解ではあるものの、連続の式(2.2)[14 ページ]を満足しない。そこで、本研究では差分法の ABMAC 法[38]にならい、速度・圧力の同時緩和を行い連続の式を満足させる。提案するアルゴリズムは、圧縮性流れに関する質量・運動量・およびエネルギーの保存則を基礎式としている。即ち、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho u_j = 0 \quad [\text{continuity}] \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad [\text{momentum}] \quad (3.10)$$

$$\frac{d p}{d t} = c^2 \quad [\text{energy}] \quad (3.11)$$

ここに、 c は計算領域内を伝播する圧力波の位相速度を表し、上式(3.9)~(3.11)は、粘性散逸の効果を無視した、圧力波の伝播とそれによる速度場の緩和を表している。

今、圧力波の位相速度 c は一定であると仮定するとエネルギー式(3.11)より、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \right) p = c^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \rho$$

$$= c^2 \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i - \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \quad (3.12)$$

が得られる。従って、質量の保存則式 (3.9) より、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) p = -\rho c^2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (3.13)$$

速度・圧力の緩和過程においては、圧力波の位相速度 c は流れ場の流速 u_i よりはるかに大きいものと仮定する。従って、上式 (3.13) において左辺第2項は第1項に較べて無視できる。即ち、

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (3.14)$$

上式 (3.14)、および式 (3.10) が提案する同時緩和法の基礎式を構成する。

次に、これらの式を時間に関して陽的に離散化すると、

$$\Delta p = -\rho c^2 \Delta t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (3.15)$$

$$\Delta u_i = -\frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} \quad (3.16)$$

ここに、 Δp 、 Δu_i はそれぞれ、圧力の修正量および速度の修正量を表す。圧力波の位相速度 c は、Local Time Step の概念を導入し、CFL 条件より決定する。即ち、

$$c \Delta t = \beta \Delta \quad (3.17)$$

ここに、 Δ は各メッシュの代表寸法であり、また、 β は収束計算の安定化を図るために導入した緩和係数である。なお、緩和計算の時間刻み Δt は、本来、運動量式の積分に用いられる時間刻みとは独立なものであるが、本研究では便宜的に運動量式の積分に用いるものと同一の時間刻みを用いて速度・圧力の緩和計算を行なうことにする。以上述べた圧力解法を纏めると以下ようになる。

先ず、次式 (3.18), (3.19) により圧力を修正する。

$$p = p + \Delta p \quad (3.18)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho} = -\beta^2 \frac{\Delta^2 \partial u_i}{\Delta t \partial x_i} \quad (3.19)$$

次に、次式 (3.20), (3.21) により速度を修正する。

$$u_i = u_i + \Delta u_i \quad (3.20)$$

$$\Delta u_i = -\frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} \quad (3.21)$$

式 (3.18)~式 (3.21) による圧力・速度の修正を、連続の式の最大誤差がある値以下になるまで繰り返し、次の時間ステップの計算へ進むことにする。

3.4 有限要素法による定式化

前節までで述べた時間積分式 (3.7)[30ページ]、および圧力・速度の緩和式 (3.18)~(3.21) は、任意の空間的離散化法により定式化することができるが、本研究では前述のように、形状適応性に優れた有限要素法により定式化することにする [39]。本節では、有限要素法による定式化の詳細に関して述べる。

時間積分式の離散化

式 (3.7) に重み関数 ϕ^* を乗じ解析領域全域 Ω にわたり積分し、上流化項に対して部分積分を施すことにより次式 (3.22) が得られる。

$$\int_{\Omega} \phi^* u_i^{n+1} d\Omega = \int_{\Omega} \phi^* u_i^n d\Omega + \Delta t \int_{\Omega} \left(1 + \frac{1}{2} u_j^n \Delta t \frac{\partial}{\partial x_j}\right) \phi^* R_i^n d\Omega - \Delta t \int_{\Gamma_n} \frac{1}{2} n_j u_j^n \Delta t \phi^* R_i^n d\Gamma \quad (3.22)$$

即ち、式(3.7)の上流化は有限要素法により定式化した場合、重み関数の修正により実現される[30]。上式(3.22)の右辺最終項は、流出境界 Γ_n における上流化の効果を取り込むものである。更に、空間残差項 R_i にその定義式(3.2)[28ページ]を代入し、応力項に関して部分積分を施し、境界条件式(3.3)、および式(3.4)[28ページ]を考慮すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \phi^* u_i^{n+1} d\Omega &= \int_{\Omega} \phi^* u_i^n d\Omega - \Delta t \int_{\Omega} \left(\phi^* + \frac{1}{2} u_k \Delta t \frac{\partial \phi^*}{\partial x_k} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} u_i^n u_j^n d\Omega \\ &+ \Delta t \int_{\Omega} \frac{\partial \phi^*}{\partial x_i} p^n d\Omega - \Delta t \int_{\Omega} (\nu + \nu_{SGS}^n) \frac{\partial \phi^*}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) d\Omega \\ &+ \Delta t \int_{\Gamma} \left(\frac{1}{2} n_k u_k \Delta t \phi^* \right) \frac{\partial}{\partial x_j} u_i^n u_j^n d\Gamma_n \end{aligned} \quad (3.23)$$

上式(3.23)においては、空間残差項 R_i^n の中で最も影響が大きい対流項のみ上流化している。また、サブグリッド・スケールの乱流粘性 ν_{SGS} は、単純に現時刻 $t = n\Delta t$ における流速 u_i から計算することにする。上式(3.23)において考慮していない圧力項上流化の影響は無視し得ることが二次元テスト計算において確認されている。また、粘性項が支配的となる領域においては、そもそも上流化の影響自体が小さく、従って、粘性項を上流化することは殆んど意味を持たない。よって、本研究では前述のように対流項のみに上流化を施すことにした。

以下、解析領域を図3.1に示すような8節点6面体要素に分割し、各要素内において流速を次のように内挿する。即ち、

$$u_i^n = N_{\alpha} u_{i\alpha}^n \quad ; \quad u_i^n u_j^n = N_{\alpha} u_{i\alpha}^n u_{j\alpha}^n \quad (3.24)$$

ここに、 $u_{i\alpha}^n$ は要素内節点 α における流速を表す。また、 N_{α} は以下のように定義される内挿関数である。

$$N_{\alpha} = \frac{1}{8} (1 + \xi_{\alpha} \xi) (1 + \eta_{\alpha} \eta) (1 + \zeta_{\alpha} \zeta) \quad (3.25)$$

ここに、 ξ, η, ζ は-1~1の値をとる要素内局所座標であり、また、 $\xi_\alpha, \eta_\alpha, \zeta_\alpha$ は要素内節点 α におけるそれらの座標値である。ガラーキン法に基づき、重み関数 ϕ^* の内挿にも流速の内挿に用いたものと同じ内挿関数を用いる。即ち、

$$\phi^* = N_\alpha \phi_\alpha^* \quad (3.26)$$

ここに、 ϕ_α^* は要素内節点 α における重み関数の値を表す。一方、サブグリッド・スケールの乱流粘性 ν_{SGS}^n 、および上流化量 $\frac{1}{2}u_k^n \Delta t$ が数値解に与える影響は、一次未知量である流速成分 u_i^n が数値解に与える影響よりも小さいものと考えられる。そこで、本研究では計算時間の短縮を図るためにこれらの量、および圧力 p^n を全て要素内一定として扱うことにする。この時、上記の式(3.23)の積分を各要素毎に実行すると以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_e \phi_\alpha^* \left(\int_{\Omega^e} N_\alpha N_\beta d\Omega \right) u_{i\beta}^{n+1} &= \sum_e \phi_\alpha^* \left(\int_{\Omega^e} N_\alpha N_\beta d\Omega \right) u_{i\beta}^n \\ -\Delta t \sum_e \phi_\alpha^* \left(\int_{\Omega^e} N_\alpha \frac{\partial N_\beta}{\partial N_j} d\Omega + \frac{1}{2} u_k^n \Delta t \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_k} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} d\Omega \right) u_{i\beta}^n u_{j\beta}^n & \\ + \Delta t \sum_e \phi_\alpha^* \frac{p^n}{\rho} \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} d\Omega & \\ -\Delta t \sum_e \phi_\alpha^* \left((\nu + \nu_{SGS}^n) \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} d\Omega \right) u_{i\beta}^n & \\ -\Delta t \sum_e \phi_\alpha^* \left((\nu + \nu_{SGS}^n) \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_i} d\Omega \right) u_{j\beta}^n & \\ + \Delta t \sum_e \phi_\alpha^* \left(\frac{1}{2} n_k u_k^n \Delta t \int_{\Gamma_\alpha} N_\alpha \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} d\Gamma \right) u_{i\beta}^n u_{j\beta}^n & \quad (3.27) \end{aligned}$$

ここに、上式(3.27)において Ω^e は各要素領域を表し、また、 \sum_e は各要素 e に対する積分を重ね合わせることを意味する。よって、重み関数 ϕ_α^* の任意性より、全体系の未知節点流速 U_{ib}^{n+1} に関する次の連立一次方程式を得る。即ち、

$$M_{ab} U_{ib}^{n+1} = M_{ab} U_{ib}^n - C_{ab} U_{ib}^n U_{jb}^n + H_a - D_{ab} U_{ib}^n - K_{ab} U_{jb}^n + S_{ab} U_{ib}^n U_{jb}^n \quad (3.28)$$

ここに、各係数行列は以下のように与えられる。

$$M_{ab} = \sum_{\epsilon} \int_{\Omega^{\epsilon}} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega \quad (3.29)$$

$$C_{ab} = \Delta t \sum_{\epsilon} \int_{\Omega^{\epsilon}} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_j} d\Omega + \Delta t \sum_{\epsilon} \frac{1}{2} u_k^n \Delta t \int_{\Omega^{\epsilon}} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_k} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.30)$$

$$H_a = \Delta t \sum_{\epsilon} \frac{p^n}{\rho} \int_{\Omega^{\epsilon}} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_i} d\Omega \quad (3.31)$$

$$D_{ab} = \Delta t \sum_{\epsilon} (\nu + \nu_{SGS}^n) \int_{\Omega^{\epsilon}} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.32)$$

$$K_{ab} = \Delta t \sum_{\epsilon} (\nu + \nu_{SGS}^n) \int_{\Omega^{\epsilon}} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_i} d\Omega \quad (3.33)$$

$$S_{ab} = \sum_{\epsilon} \frac{1}{2} n_k u_k^n \Delta t \int_{\Gamma_{\epsilon}^n} N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_j} d\Gamma \quad (3.34)$$

本研究では位相誤差の低減を図るために、Donea等により提案されたマルチバス・アルゴリズム [36] を用いて上記連立方程式 (3.28) を解くことにする。また、各係数行列は $3 \times 3 \times 3$ 点を用いたガウスの数値積分により求める。

速度・圧力緩和式の離散化

圧力の緩和式 (3.18), (3.19) は、各要素中心において計算される速度の発散を用いて直接計算することができる。一方、速度の緩和式 (3.20), (3.21) [33ページ] は、通常のガラーキン有限要素法に基づき定式化することにする。即ち、

$$\int_{\Omega} \phi^* u_i = \int_{\Omega} \phi^* u_i - \Delta t \int_{\Omega} \phi^* \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} d\Omega \quad (3.35)$$

上式 (3.35) の右辺第2項を部分積分し、境界条件式 (3.4) [29ページ]、および同時緩和過程では粘性応力項を無視していることを考慮すると、次式 (3.36) を得る。

$$\int_{\Omega} \phi^* u_i = \int_{\Omega} \phi^* u_i + \Delta t \int_{\Omega} \frac{\partial \phi^*}{\partial x_i} \Delta p d\Omega \quad (3.36)$$

以下、時間積分式の離散化と同様な手続きに従い、各要素毎に上式(3.36)の積分を実行すれば、最終的に次式に示す連立一次方程式を得る。即ち、

$$M_{ab} U_{ib} = M_{ab} U_{ib} + H'_a \quad (3.37)$$

ここに、係数行列 H'_a は以下の通りである。

$$H'_a = \Delta t \sum_e \frac{\Delta p}{\rho} \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_a}{\partial x_i} d\Omega \quad (3.38)$$

また、係数行列 M_{ab} は式(3.29)に示したものと同一であるが、ここでは緩和計算の高速化を図るために、質量集中化を施し上式(3.37)から節点流速 U_{ib} を修正することにする。

3.5 高速化手法

前節で説明した離散化手続きをスーパー・コンピュータにより実行させる場合、その性能を最大限に発揮させるためにはコンピュータのアーキテクチャをある程度意識したコーディングをすることが必要である。具体的には、通常のスーパー・コンピュータは1つの演算ユニット内に複数個の演算器を持っているので、DO ループ内に並列性のある演算が複数現れるようにコーディングするとこれらの演算器が有効に利用でき、より高速な演算が実現できる。具体例を図3.2(b)に示す。同図は、速度・圧力の緩和計算において、各要素の発散 $DIV(IE)$ を計算するループを示したものである。ここに、 $DINX(I, IE)$, $DNYI(I, IE)$ は各々内挿関数の x 方向微分、および y 方向微分を表し、また、 NE は要素総数を表す。このような工夫により簡単に2~4倍程度の高速化が達成できる。また、ループ立ち上がり時間のオーバーヘッドを相対的に減少させるためにはループ長はできる限り長い方が(通常1000以上が)望ましい。

一般に、連続体の流体解析コードは、本質的に秩序だった計算が全体の計算の大半を占めるため比較的ベクトル化しやすい。特に、有限要素法の場合は、次元という概念が各要

素内にしか存在しないため、要素毎の計算をループ内に展開してしまえば、配列を1次元化したり、特別なリスト等を用いなくとも、計算の大半の部分は要素総数をループ長としたDOループで記述できる。従って、有限要素法はベクトル型スーパー・コンピュータに適した離散化手法といえる。但し、各要素で計算された残差に重み関数を乗じて要素が関連する節点に重ね合わせる演算が多々現われるが、この部分を単純にコーディングすると回帰演算となるためベクトル化されず、高いベクトル化率は達成されない。そこで、本研究では、予め各節点から隣接する要素を参照するリストを作成しておき、図3.2(a)に示すように、各節点から陽的に隣接要素の残差を重ね合わせるようにした。

上記のような、配慮・工夫の元に作成されたプログラムはデータ入出力部、及び初期リストの作成部以外は全てベクトル計算が可能なものとなっており、99.8%以上という極めて高いベクトル化率を達成している。図3.3に正方キャビティ流れの計算を対象に、汎用大型計算機に対するスーパー・コンピュータの演算速度を計測した一例を示す。要素数の増大と共にスーパーコン・ピュータの演算速度は増大し、汎用大型計算機に対して、最大70倍程度的高速計算が実現されていることが分かる。また、表3.1に乱流クエット流れを対象としてLES計算プログラムの演算速度を計測した例を示す。この場合も、実際の計算時間の大半を占める、時間積分ループにおいては40倍以上という加速率(スカラー演算速度に対するベクトル演算速度の比)を達成しており、高速なLES計算が実現できる見通しが得られた。

3.6 検証例

以下、前節までで説明した数値解析方法の計算精度ならびに安定性を検証した結果について述べる。但し、本節では、乱流モデル等の基礎方程式自体に起因する誤差の混入を防ぐために、主として層流とみなせる二次元流れを対象に提案するスキームの検証を実施した。検証対象としては、Rotating Cone問題、レイノルズ数(以下本節においては R_e と略記する)1000の層流正方キャビティ流れ、 R_e 数75~229のバックステップ流れ、 R_e 数60~400の円柱のカルマン渦流れ、 R_e 数 1×10^4 の円柱の出発渦流れ、および、遷移レイノ

ルズ数域にある R_c 数 6×10^5 の円柱周りの非定常流れをとり挙げる。なお、提案する数値解析方法の LES 計算に対する有効性は、次の第4章にて示される。

Rotating Cone 問題

提案する有限要素法スキームを用いて、非定常流れの解析を行う前に、Rotating Cone 問題により、時間積分法自体の精度の検証を行った。Rotating Cone 問題は、図 3.4 に示すような二次元の回転流れ場（既知）におけるスカラー関数 ϕ の非定常移流拡散問題であり、関数 ϕ に適当な初期分布を与えてある時間積分し、その関数分布の変化から、時間積分法の精度や安定性を調べるものである。ここでは、図 3.4(a) に示すような cosine 関数分布を ϕ の初期値として与え、一周後のコーンの状態から各種時間積分法の精度並びに安定性を調べた。ここで、高レイノルズ数の場合を想定し、コーン中心上の回転速度、コーン回転半径、並びに関数 ϕ の拡散係数から定義されるペクレ数は 1.0×10^6 に設定した。従って、コーン形状は殆ど不変のままコーンは回転して元の位置に戻ってくるはずである。また、積分の時間刻みはコーン中心上のクーラン数が 0.25 となるように設定した。

同図 (b), (c), (d) は、種々の積分法によりコーンを一周させた後の状態を示す。但し、オイラー陽解法では、コーンが一周する前に解が発散してしまったので、半周後の状態を示す [同図 (d)]。これは、上述のようにオイラー陽解法では、負の数値粘性が導入され、この効果が本来現象の有している物理的粘性効果より大きくなるような、高レイノルズ数あるいは高ペクレ数の流れ場では本質的に不安定を生じるからである [33]。一方、従来の上流化法では、逆に過度の数値粘性を流れ方向に導入するため一周後のコーンの高さは、元の高さの 42% まで減衰している。特にコーンの形状が流れ方向になまっていることがわかる。この原因は、オイラー陽解法に導入される負の数値粘性を補償する上流化量は、式 (3.7) [30 ページ] からわかるように局所流速と時間刻みの積に比例するのに対し、従来の上流化法では要素寸法に基づいて上流化量を決定するため、CFL 条件のもとに陽的に積分を行っている限り必然的に過度の数値粘性が導入されるからである。これに対し、提案する上流化法では、一周後もコーンは元の高さの 98% の高さを維持しており、しかも解析領域内には特に解の振動は認められない。この結果、提案するスキームにより、安定で高精度な時間積

分が実現できる見込みが得られた。

正方キャピティ流れ

前節において導出した時間積分式(3.7)の空間残差項 R_i は、流れ場が時間的に変化しない所では零となる。従って、提案する数値解析方法は定常解析にも用いることができる。このことを確認するために、代表的な定常流れである R_e 数 1000 の正方キャピティ流れ、及び R_e 数 75~229 のバックステップ流れの解析を行い、既往の計算結果や実験値と比較・検討した。

図 3.5(a) は、 20×20 等分割メッシュを用いて R_e 数 1000 の正方キャピティ流れを解析し、得られた温度分布を従来の上流化有限要素法による結果と比較したものである。同図には、参考のために 141×141 分割という詳細なメッシュを用いた ψ - ω 法による差分計算結果も示してある。従来の上流化有限要素法による結果は、詳細な差分法による結果と比較して明らかに主渦の中心が右上方にシフトしており、また、温度の分布も拡散的である。これは、前述のように要素寸法に比例する従来の上流化有限要素法では、過度の数値的粘性が導入されるためである。これに対して、提案する上流化有限要素法は、比較的粗いメッシュを用いているにも係わらず、詳細なメッシュを用いた差分法による計算結果の特徴を良く捕らえている。

図 3.5(b) には、キャピティ中心線上の流速分布を Ghia 等による差分法を用いた計算 (129×129 分割)[40] と比較した結果を示す。不等分割メッシュを用いて提案するスキームにより解析した結果は、Ghia 等による計算結果とほぼ一致しており、本スキームの妥当性が確認される。

バックステップ流れ

ステップ高さ H 、及びステップ上流の平均流速により定義される R_e 数が 73~229 のバックステップ流れの解析を行い、Denham 等の実験結果 [41] と比較した結果を示す。ステップの拡大率は 2:3 である。境界条件はステップ上流 5H の位置において発達したポアソニュ分布を与え、また、ステップ下流 15H の位置に流出境界を設定し、 x 方向、 y 方向共に応

力零の境界条件を課した。解析に用いたメッシュは x 方向 48 分割、 y 方向 45 分割の、図 3.6 に示ような等間隔メッシュである。

図 3.7、図 3.8 にそれぞれ流速ベクトル、圧力分布を示す。 R_e 数の増加と共に剥離域は増大しており、定性的に妥当な結果である。計算された再付着点距離を、Denham 等の実験値 [41]、並びにコントロール・ボリュウム法による Hackman 等による計算結果 [42] と比較した結果を図 3.9 に示す。提案するスキームによる計算結果と実測値との一致は比較的的良好であるが、計算値はステップ高さ程度実験値より大きい再付着点距離を与えている。この原因は、Hackman 等も指摘しているように流入境界条件によるものと考えられる。即ち、本解析では流入境界において完全に発達したポアズイユ流の分布を与えているが、実際の流れではステップの影響により、その上流の流速分布はポアズイユ分布から僅かにづれたものとなっていることが報告されている。

図 3.10 は、 R_e 数 229 のケースに対して、実測された流速分布をステップ上流で与えて計算された剥離循環流域の流速分布を実験値と比較したものであるが、計算結果は実験値と良く一致している。また、計算された再付着距離は $9.5H$ であり、実験値の $10.0H$ とほぼ一致する。

以上より、定常流れの計算に対しても提案するスキームは有効であることが確認される。

なお、本解析においては、剥離循環流域内の流れに、ステップ高さおよびステップ上流の平均流速に基づき定義される無次元周期にして 110 程度の弱い周期的変動が認められた。そこで、同様に定義される無次元時間にして 600 の間流れ場の平均を行い流速分布、並びに再付着距離を算出した。恐らく、この周期的変動の原因は、流出境界条件によるものと考えられる。より高精度なバックステップ流れの解析を実現するためには、流出境界条件の改良が必要である。

円柱のカルマン渦流れ

次に、代表的な層流非定常流れの例として、円柱直径 D 及び一様流速 u_∞ により定義される R_e 数が 60、100、200、並びに 400 の円柱周りの非定常流れの解析を行い、抗力係数、渦放出の周波数を実験値と比較した。

図 3.11 に本解析に用いたメッシュ分割並びに境界条件を示す。解析領域として幅 20D の流路を取り、円柱上流 10D の位置に流入境界を設定し、また、円柱の下流 20D の位置に流出境界を設定した。流入境界では、一様流入の条件を課し、流出境界では x 方向、y 方向共に応力零の条件を設定した。一方、流路上下壁境界 $y = \pm 10D$ においては、閉塞効果の影響を避けるために、x 方向、y 方向共に応力零の条件を設定した。最後に、円柱表面ではノースリップの条件を課した。これらの境界の位置並びに境界条件は、円柱からの渦放出に影響を及ぼさないことが予備計算により確認されている。メッシュ分割は、円柱の周方向に 120 分割、半径方向に 60 分割とした。円柱表面に発達する境界層が十分な精度で解像できるように、円柱表面の半径方向のメッシュ寸法は 0.01D した。本解析に用いた全メッシュ数は 12000 である。

計算は、 Re 数 60 のケースから始め、徐々に Re 数を上げていった。それぞれのケースにおいて、解が完全にリミットサイクルに入ったと思われる時刻から、円柱直径並びに一様流速により定義される無次元時間にして 60 の間計算を続け、抗力係数の時間平均値や渦放出のストローハル数等を算出した。なお、 Re 数 60 のケースにおいては、円柱の上下 3 点の壁面節点において主流速度の 3% の非対称な人為的じょう乱を与え、カルマン渦の放出を促進させた。

Re 数 100、200、並びに 400 の各ケースにおいて計算された円柱まわりの瞬間圧力分布 C_p 、および抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L の時間変動をそれぞれ図 3.12、図 3.13 に示す。揚力係数の時間変動から、各ケースとも、周期的なカルマン渦の放出が起こっていることがわかるが、 Re 数 100 の流れでは放出されたカルマン渦は粘性効果のために直ぐに減衰している。また、 Re 数 400 の流れでは円柱下流 10D 近傍からカルマン渦列が乱れ始めている。このことは、実際の流れ場には三次元性が現れ始めていることを示唆し、この程度の Re 数が二次元の層流解析の限界であると思われる。実際、横井等による可視化実験により Re 数 200 以上の円柱周りの流れには、かなり強い三次元性が現れることが確認されている [43]。

放出されるカルマン渦自体の強度は Re 数の増加と共に強くなり、それに伴い、抗力係数並びに揚力係数の時間変動も大きくなっている。この理由は、 Re 数の増加と共に剥離速

度が速くなり、剥離流線の巻き込みが激しくなることに起因していると考えられ、定性的に妥当な結果であると言える。

円柱表面の圧力係数 C_p 、並びに摩擦係数 C_f の時間平均値をそれぞれ図 3.14、図 3.15 に示す。 R_e 数の増加に伴い、放出渦の強度が強くなることに対応して、円柱の背圧も下がっている。一方、壁面摩擦応力は R_e 数の増加とともに減少するため、円柱の抗力係数は R_e 数 200 まではレイノルズ数の増加に伴い、僅かではあるものの減少している (図 3.16)。同図には、円柱の抗力係数の実験値 [45], [44] も示してある。実験方法により、実験値にもばらつきはあるものの、 R_e 数 200 までの計算結果はほぼ妥当な値を示しているといえる。また、 R_e 数 400 の計算値は、明らかに実験値と異なる傾向を示しているが、この原因は解析スキームにあるというよりも、前述のように基礎方程式の適用限界を超えているためと考えられる。

図 3.17 に渦放出のストローハル数を実験値 [45], [46] と比較した結果を示すが、少なくとも R_e 数 200 までのケースにおいては、計算値は実験値と良く一致しているといえる。

円柱の出発渦の解析

比較的高い R_e 数の非常流れの例として、静止流体中を軸と直交する方向に急に運動し始めた円柱背後に発達する出発渦の解析を行った。円柱の (最終的な) 運動速度および円柱直径により定義される R_e 数は 1×10^4 である。本 R_e 数の円柱周りの非常流れにおいても、円柱が運動し始めた直後の流れ場は二次元性が強い層流状態にあるものと考えられる。

図 3.18 に計算に使用したメッシュ並びに境界条件を示す。メッシュ分割は、円柱の周方向 200 分割、半径方向 60 分割とし、また、流れ場の対象性を考慮して、半径 $10D$ の半円形の解析領域を設定した。一方、円柱が動き始めた直後の流れ場では、粘性の影響が円柱表面の極近傍までしか及ぼさないため、初期値としては円柱周りのポテンシャル流の解を与えることにした。静止流体を初期値とし、円柱の運動加速度にあわせた慣性項を運動量式に付加して計算することも可能であるが、発生する衝撃圧力の減衰を精度良く計算するための計算負荷が著しく増大する。

図 3.19 に、円柱の背後に出発渦が発達していく様子を Ta Phuoc Loc 等による可視化実験の結果 [47] と比較して示すが、主渦のみならず二次渦、三次渦の挙動も含めて本解析結果は実験結果と良く一致している。また、図 3.20 に、円柱背後の主流方向の流速分布を実測値 [47] と比較した結果を示す。計算結果は、実験値に比べて双子渦の大きさをやや過小評価しているもの、実験値との一致は比較的良好である。実験値との差は、恐らく解析の初期条件に起因しているものと考えられる。

遷移レイノルズ数域における円柱周りの流れ

一様流中に置かれた円柱表面に発達する境界層は、 R_e 数が $3 \times 10^5 \sim 10^6$ を越えると乱流に遷移し、円柱に働く抗力係数が急激に減少することが実験的に知られている [45]。この乱流遷移現象は、本質的に三次元性が強い現象であり、二次元の層流計算により捕らえることは不可能であるが、本研究では提案する数値解析手法の精度と数値的安定性を確認することを目的として、図 3.21 に示すようなメッシュを用いて、 R_e 数 6×10^5 の円柱周りの流れの解析を試みた。また、比較のために R_e 数 1×10^4 の計算も合わせて実施した。

まず、計算された代表的な瞬時の流れ場の様子を瞬間流線により図 3.22 に示す。 R_e 数 10^4 の流れ場では円柱の前縁淀み点から 80 度付近で境界層が剥離し、そのまま比較的滑らかに円柱から遠ざかっているに対し、 R_e 数 6×10^5 の流れ場では、前縁から 90 度付近から微小な剥離渦が放出されカルマン渦の剥離点が 120 度付近まで後退していることが認められる。

図 3.23 に円柱の抗力係数 C_D 、および揚力係数 C_L の時間変動を示す。 R_e 数 6×10^5 の流れ場では、後流の幅が前述のように縮小していることに対応して、円柱の抗力係数 C_D は、 R_e 数 1×10^4 のそれと比較して約 0.5 程度減少している。また、円柱の揚力係数 C_L の変動振幅も R_e 数 1×10^4 のそれと比較して半分程度に減少している。 R_e 数 6×10^5 の流れ場の抗力および揚力の時間変動に見られる無次元周期約 0.4 の変動は、前縁から 90 度付近に確認される微小な渦放出に起因している。

本 R_e 数域における円柱周りの流れ場の時間平均抗力係数や変動揚力係数を定量的に求めるためには LES 等の三次元計算を行なう必要があるが、本二次元計算によっても R_e 数

1×10^4 の流れ場と R_e 数 6×10^5 の流れ場の定性的特徴はよく捕えられている。従って、提案するスキームにより高 R_e 数域の流れ場を安定かつ高精度に解析できることが確認される。

3.7 結言

任意形状流路の LES 計算を実現することを目的として、新しい陽的有限要素法スキームを提唱した。提唱するスキームは、局所流速と計算時間刻みとの積に比例した支配方程式の上流化を行うことに特徴があり、従来の要素法に基づいた上流化有限要素法においてしばしば問題となっていた数値粘性の影響をほぼ完全に除去することができる。提唱するスキームの精度検証を目的として、 R_e 数 1000 の層流正方キャビティ流れ、 R_e 数 75~229 のバクステップ流れ、 R_e 数 60~400 の円柱のカルマン渦流れ、 R_e 数 1×10^4 の円柱の出発渦の解析を行ったところ、定性的・定量的に実験値と良く一致する結果を得ることができた。更に、高レイノルズ流れの解析に対する本スキームの精度と数値的安定性を確認することを目的として、遷移レイノルズ数域にある R_e 数 6×10^5 の円柱周りの非定常流の計算を行った。この結果、円柱に働く抗力の時間平均値、及び揚力の変動振幅値の減少を数値的に捕えることができた。また、実際の応用計算では特に重要な計算の高速化に関しても、有限要素法特有な再帰演算の排除等種々の工夫を施し、スーパー・コンピュータにおいて加速率 40 倍という高速演算を実現した。これらにより、任意流路形状の LES 解析の実現に対して有望な見通しを得ることができた。

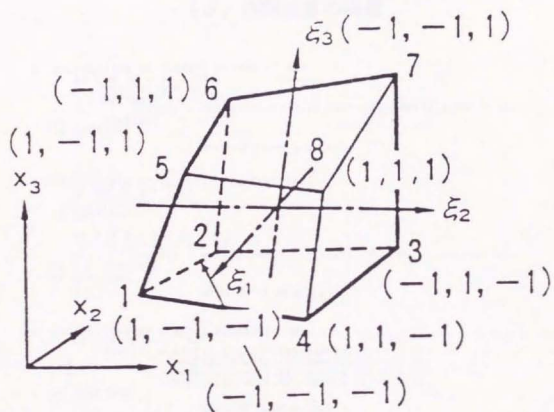
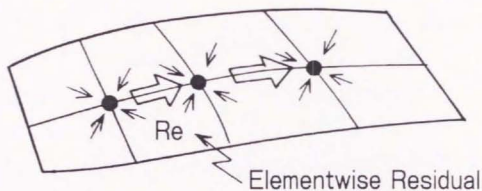


图 3.1 8 节点 6 面体要素



(a) 再帰演算の回避

```

C CALCULATION OF ELEMENT DIVERGENT (A)
DO 110 IE = 1 , NE
  DIV(IE) = 0.00
  DO 100 I = 1 , 4
    DIV(IE) = DIV(IE)+DNXI(I,IE)+U(I,IE)+DNYI(I,IE)*V(I,IE)
  100 CONTINUE
  110 CONTINUE

```

アルゴリズム (a)

```

C CALCULATION OF ELEMENT DIVERGENT (B)
DO 50 IE = 1 , NE
  DIV(IE) = 0.00
50 CONTINUE
C
DO 110 I = 1 , 4
  DO 100 IE = 1 , NE
    DIV(IE) = DIV(IE)+DNXI(I,IE)+U(I,IE)+DNYI(I,IE)*V(I,IE)
  100 CONTINUE
  110 CONTINUE

```

アルゴリズム (b)

```

C CALCULATION OF ELEMENT DIVERGENT (C)
DO 100 IE = 1 , NE
  DIV(IE) = DNXI(1,IE)+U(1,IE)+DNYI(1,IE)*V(1,IE)
  & +DNXI(2,IE)+U(2,IE)+DNYI(2,IE)*V(2,IE)
  & +DNXI(3,IE)+U(3,IE)+DNYI(3,IE)*V(3,IE)
  & +DNXI(4,IE)+U(4,IE)+DNYI(4,IE)*V(4,IE)
  100 CONTINUE

```

アルゴリズム (c)

(b) ループ交換・ループ展開

図 3.2 高速演算のための工夫

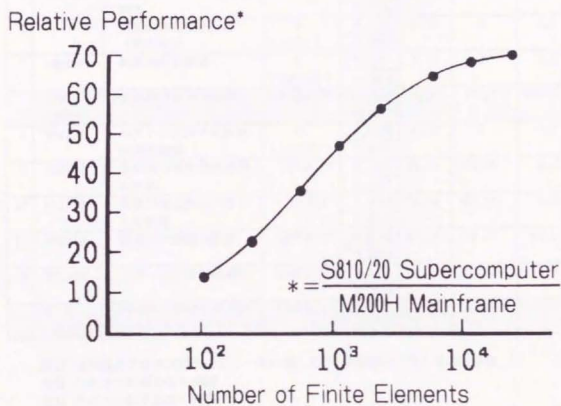


図 3.3 演算速度の計測結果 1 (二次元解析プログラムの場合)

使用計算機 : S810 モデル 20
 計算対象 : クエット流れ
 計算規模 : 10000 要素, 3次元解析

| モジュール | 機能 | 浮動少数点 演算数 ¹⁾ | SPU sec ²⁾ VPU sec ³⁾ | 加速率 (倍) ⁴⁾ | 演算速度 (MFLOPS) ⁵⁾ | VPU% ⁶⁾ |
|-------|------------------------------|--|--|--------------------------|--------------------------------|--------------------|
| 1 | LES3DI 解析条件の読み込み | 0 (READ) | 0,0823 0,1096 | 0.75 | 0 | 1.5 |
| 2 | READM3 メッシュデータの読み込み (約560KB) | 0 (READ) | 1,5585 2,1494 | 0.77 | 0 | 28.8 |
| 3 | NEIBER ベクトル計算のためのリスト作成 | 0 (FLAG) | 0,3510 0,1990 | 1.76 | 0 | 2.7 |
| 4 | ELEM3D 要素マトリックスの積分 | 24305 × 10 ⁶ | 58,0380 4,3073 | 13.47 | 56.43 | 57.7 |
| 5 | LUMPEM 質量マトリックスの対角化 | 73 × 10 ⁶ | 0,2136 0,0104 | 20.53 | 70.19 | 0.1 |
| 6 | 初期条件の読み込み (約330KB) | 0 (READ) | 0,4365 0,6962 | 0.63 | 0 | 9.3 |
| 7 | VBSETF 境界条件の設定 | 0 (DEFINE) | 0,0017 0,0002 | 8.50 | 0 | 0.0 |
| 1-7 | 前処理プロセス合計 | 24375 × 10 ⁶ | 60,7840 7,4687 | 8.14 | 32.64 | 100.0 |
| TOTAL | | | | | | |
| 8 | VECTOR ベクトル計算のための配列の置換 | 0 (DEFINE) | 0,0648 0,0046 | 14.09 | 0 | 0.8 |
| 9 | EDDY3D 各要素の渦動粘性係数の計算 | 220 × 10 ⁶ | 0,2885 0,0113 | 25.53 | 194.69 | 2.0 |
| 10 | SHIFT3 各要素の上流化ベクトルの計算 | 27 × 10 ⁶ | 0,0340 0,0012 | 28.33 | 225.00 | 0.2 |
| 11 | PRED3D 速度の予測値の計算 | 5462 × 10 ⁶ | 14,9240 0,3065 | 48.69 | 178.21 | 53.1 |
| 12 | RELAX3 速度・圧力の同時補正 | 2547 × 10 ⁶ * ⁷⁾ | 8,8481 0,2513 | 35.20 | 101.35 | 43.5 |
| 8-12 | 時間積分プロセス合計 | 8256 × 10 ⁶ | 24,1640 0,5767 | 41.80 | 143.16 | 100.0 |
| TOTAL | | | | | | |

注1) 時間積分プロセス内のモジュールに関しては1時間積分あたりの演算数

注2) スカラー計算のCPU 時間

注3) ベクトル計算のCPU 時間

注4) スカラー計算のCPU 時間/ベクトル計算のCPU 時間

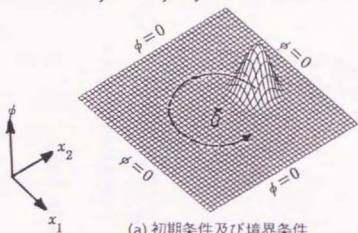
注5) ベクトル計算の演算速度

注6) ベクトル計算の場合に全体の計算時間に対して各モジュールの計算が占める割合

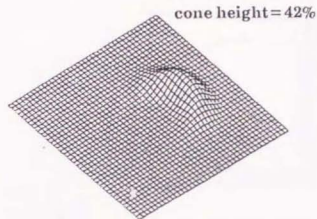
注7) 圧力補正の反復回数は20回に固定

表 3.1 演算速度の計測結果 2 (三次元解析プログラムの場合)

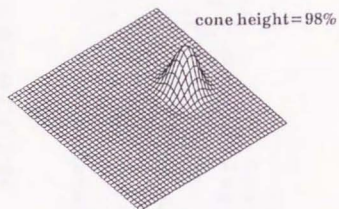
$$\frac{\partial}{\partial t} \phi + \frac{\partial}{\partial x_j} u_j \phi - \frac{\partial}{\partial x_j} \kappa \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad (u_1 = -\omega x_2 \quad u_2 = \omega x_1)$$



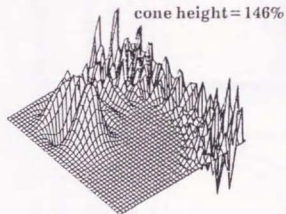
(a) 初期条件及び境界条件



(b) 従来の上流化法

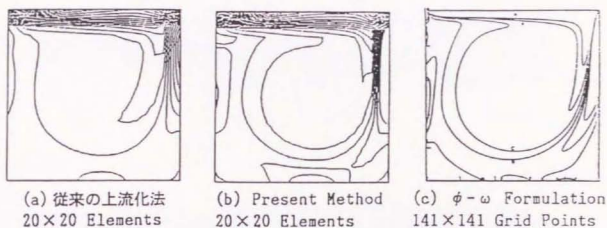


(c) 提案する上流化法

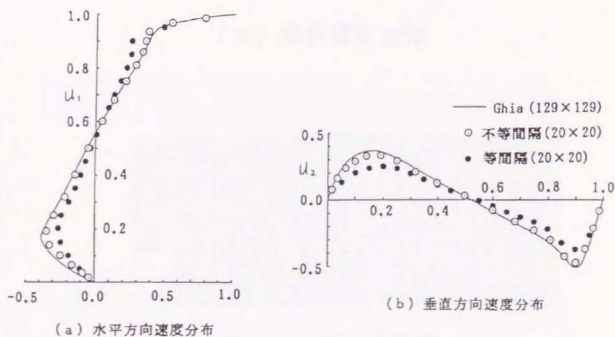


(d) オイラー陽解法

図 3.4 Rotating Cone 問題による検証



(a) 渦度分布図

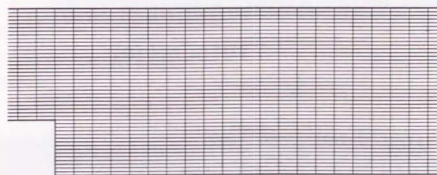


(b) 中心線上の流速分布の比較

図 3.5 正方キャビティ流れの解析 ($Re=1000$)



(a) 解析領域全体



(b) ステップ近傍

図 3.6 層流バック・ステップ流れの解析 (解析メッシュ)

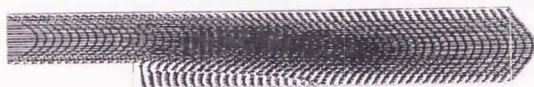
(a) $Re = 73$ (b) $Re = 125$ (c) $Re = 191$ (d) $Re = 229$

図 3.7 ステップ近傍の流速ベクトル(バック・ステップ流れの解析)

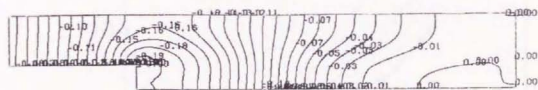
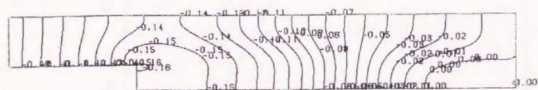
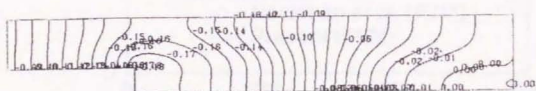
(a) $Re = 73$ (b) $Re = 125$ (c) $Re = 191$ (d) $Re = 229$

図 3.8 ステップ近傍の圧力分布 (バック・ステップ流れの解析)

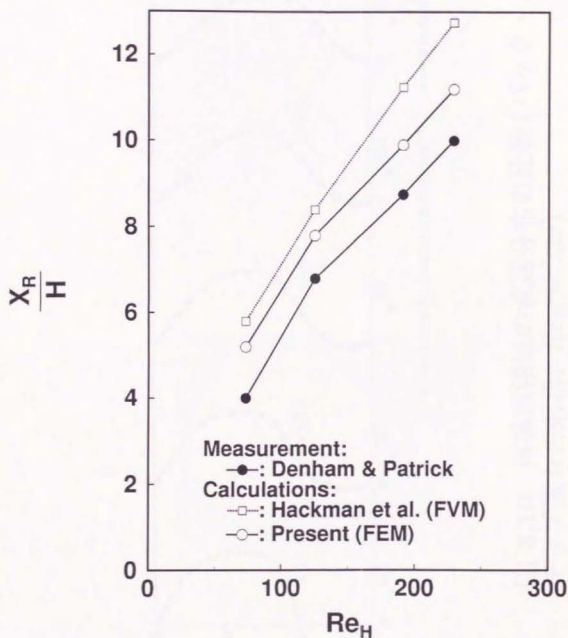


図 3.9 再付着点距離の比較 (バック・ステップ流れの解析)

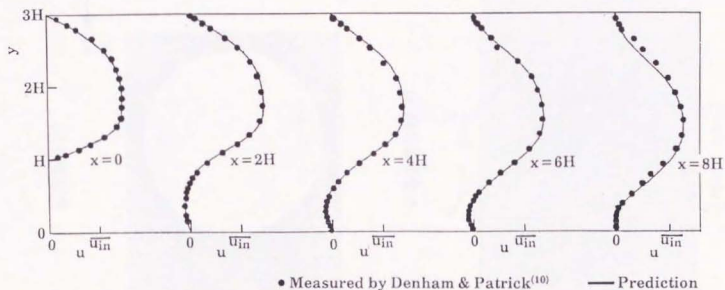
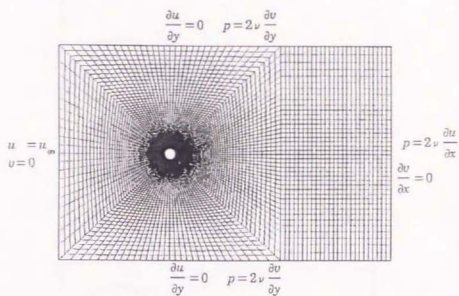
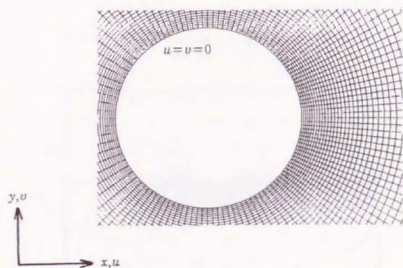


図 3.10 再循環領域の流速分布の比較 (バック・ステップ流れの解析: $Re_H = 229$)



(a) 解析領域全体



(b) 円柱近傍

図 3.11 円柱の層流カルマン渦の解析 (解析メッシュおよび境界条件)

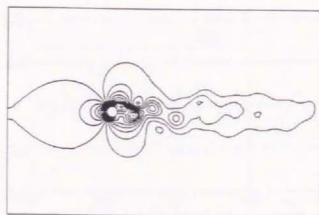
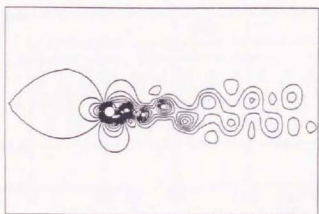
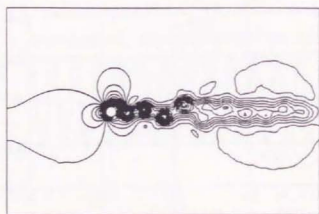
(a) $Re = 100$ (b) $Re = 200$ (c) $Re = 400$

図 3.12 円柱近傍の瞬時の圧力分布 (カルマン渦の解析)

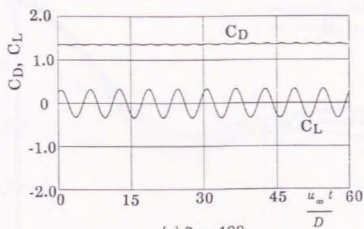
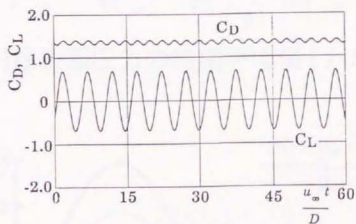
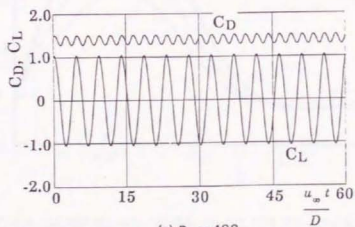
(a) $Re = 100$ (b) $Re = 200$ (c) $Re = 400$

図 3.13 C_D, C_L の時間変動 (カルマン渦の解析)

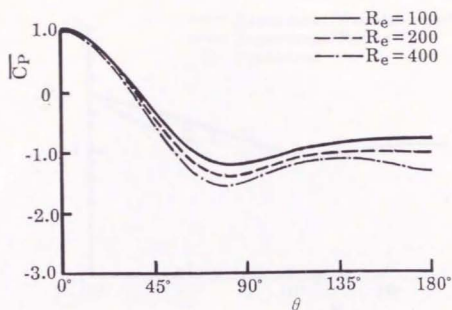


図 3.14 円柱表面圧力の時間平均値 (カルマン渦の解析)

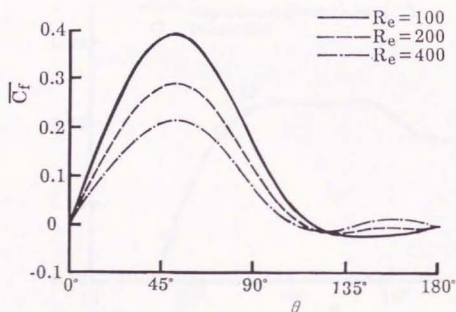


図 3.15 円柱表面摩擦係数の時間平均値 (カルマン渦の解析)

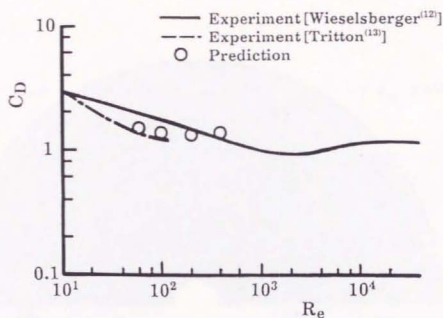


図 3.16 円柱の抗力係数の比較 (カルマン渦の解析)

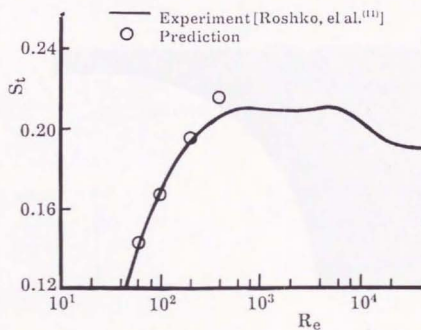
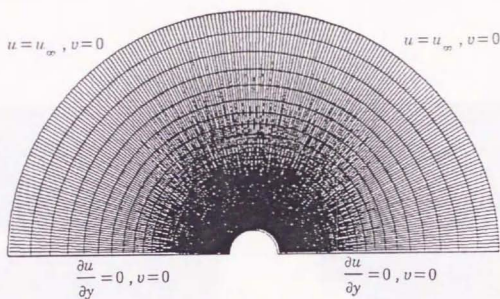
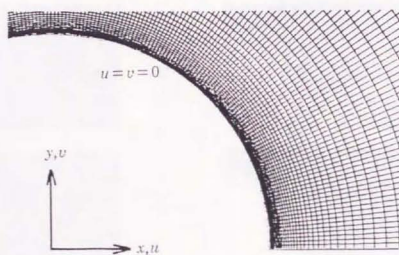


図 3.17 渦放出周波数の比較 (カルマン渦の解析)



(a) 解析領域全体



(b) 円柱近傍

図 3.18 急発進する円柱周りの流れ解析 (解析メッシュおよび境界条件)

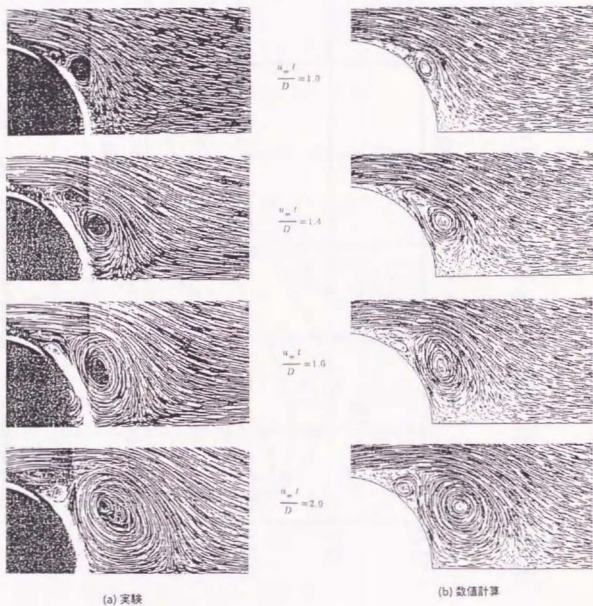


図 3.19 出發渦の発達過程の比較 (出發渦の解析)

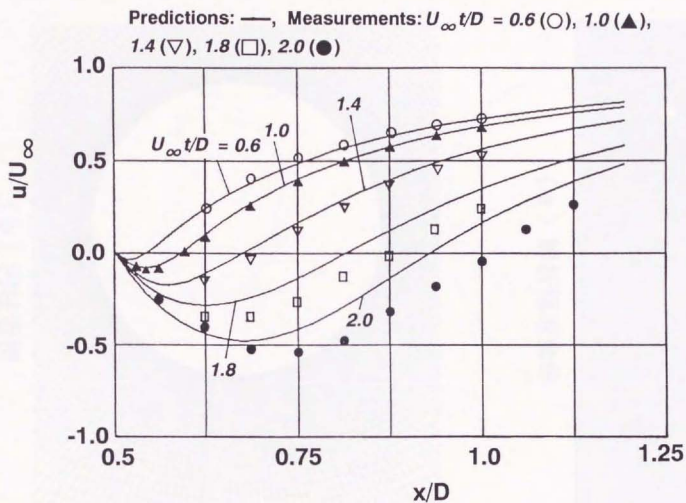
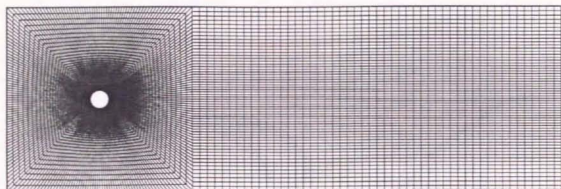
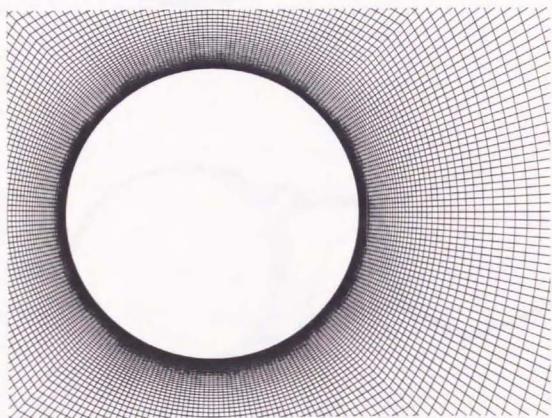


図 3.20 円柱背後の流速分布の比較 (出発渦の解析)



(a) 解析領域全体



(b) 円柱近傍

図 3.21 遷移レイノルズ数域の円柱周りの流れ解析 (解析メッシュ)

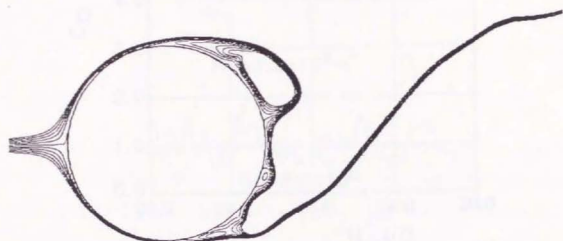
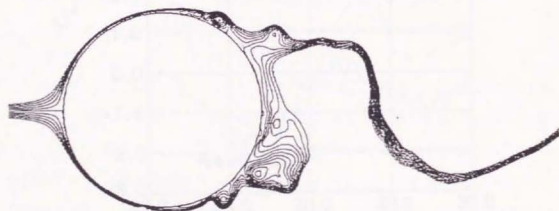
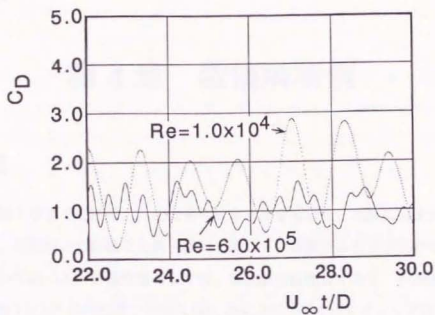
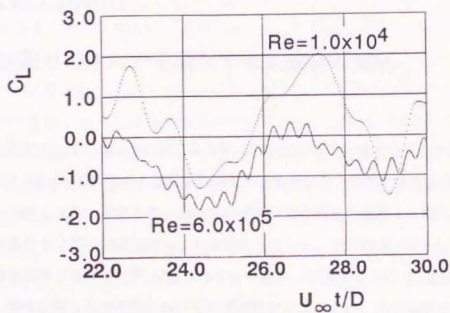
(a) $Re = 1.0 \times 10^4$ (b) $Re = 6.0 \times 10^5$

図 3.22 円柱近傍の瞬間流線 (遷移レイノルズ数域の流れ解析)



(a) 抗力係数



(b) 揚力係数

図 3.23 C_D, C_L の時間変動 (遷移レイノルズ数域の流れ解析)

第4章 数値解析例

4.1 緒言

本章では、第3章までで説明した乱流音の計算方法を用いて、実際に乱流から放射される音を予測し、実験値との詳細な比較・検討を通して、提案する計算方法の有効性を検証した結果について述べる。計算対象としては、典型的な乱流音である、一様流中に置かれたレイノルズ数 1×10^4 の円柱周りの流れ [48], [25], [26]、およびレイノルズ数 1×10^5 、迎角 15° の NACA0012 翼周りの流れから放射される乱流音の予測をとり挙げる。なお、本章で用いた検証データは、主として筆者等のグループが低騒音風洞において測定したもの [27], [49] であることを付記する。

4.2 円柱周りの流れから発生する乱流音の解析

計算体系

代表的な流体音として、図 4.1 に示すような、流速 15m/s の一様流中におかれた直径 10mm 、スパン長 500mm の円柱から放射される流体音を計算し、当所の低騒音風洞で測定した実験値 [27], [49] と比較・検討した。流体音の計算位置は円柱の真横 1m 離れたところである。円柱直径 D および一様流速 u_∞ を基準としたレイノルズ数 R_e は 1×10^4 であり、また一様流速に対するマッハ数 M_∞ は 0.044 である。前述のように R_e 数が約 3×10^5 を越えると、円柱表面上の境界層において乱流遷移が起こるため、遷移過程では非常に微細な渦が支配的な役割を果たすようになる。この微細な渦の挙動を、後流中の比較的大規模な剥離渦の挙動と共に高精度に解析することは現状の計算機能力では困難である。そこで、本研究では円柱表面からの境界層剥離を完全な層流剥離状態に保つために、乱流とし

ては比較的低い R_e 数の流れを考える。

境界条件

図 4.2 に示した解析領域において LES 計算を行い、流体音源項となる円柱表面の圧力変動を計算した。LES 計算の解析領域は理想的には円柱の全スパンをカバーするのが望ましいが、ここでは計算機容量並びに計算時間の制約より、スパン方向に円柱直径の 2 倍、あるいは 4 倍の解析領域を設定して LES 計算を行ない、第 2 章で述べた相関解析により円柱の全スパンから放射される流体音の音圧レベルを求めた。また、スパン長 $2D$ の解析においては、Smagorinsky 定数 C_S の影響を検討するために標準値である $C_S = 0.15$ 以外に $C_S = 0.20$ の場合の解析も実施した。

本研究では、LES の計算条件を設定するために、表 4.1 及び表 4.2 示す様な二次元予備計算を実施し、流路側面境界条件や流出境界条件等の影響を系統的に検討した。

その結果、LES 計算の境界条件は以下のとおりとした。即ち、円柱中心から $5D$ 上流に流入境界を設定し一様流を与えた。このような物体周りの流れにおいては、流れの乱れは主として物体近傍の後流中において生成されるため、流入境界においては特に乱れは与えていない。また、円柱中心から $15D$ 下流に流出境界を設定し自由流出の条件を設定した。横断方向の流路側面境界 ($y = \pm 5D$) においても、流路壁による閉塞効果が生じないように自由流出の条件を設定した。流路側面境界においては、スリップ壁の条件を課すことも考えられるが、前述の予備計算によりスリップ壁の条件を課すと、渦放出の周波数、および円柱の時間平均抗力係数共に約 10% 大きめに計算されることが分った (表 4.2)。また、同予備計算の結果、円柱下流の流出境界の影響は比較的小さく、円柱中心から $15D$ 程度下流に流出境界を設定し自由流出の条件を課せば、少なくとも円柱に作用する流体力には殆んど影響を及ぼさないことが明らかとなった。そこで、本研究では前述のような解析領域ならびに境界条件を設定し、LES 計算を実施した。

一方、スパン方向の境界面では、円柱表面圧力変動のスパン方向の相関に与える影響を最小限に押さえるために、スリップ壁の条件を課した。最後に円柱表面ではノースリップの条件を課した。

上述のように、 Re 数が 1×10^4 の円柱周りの流れでは、円柱近傍の後流中で乱流遷移が起る。このため、円柱表面の流れは発達した乱流とはいえ、第2章で示した Van-Driest 型の減衰関数は適用できない。そこで、本計算では、乱流遷移の簡単なモデルとして、円柱近傍では渦動粘性係数 ν_{SGS} の値を円柱表面からの距離に比例して減衰させた。渦動粘性係数を減衰させる範囲は、後流中の乱れの成長に関する実験結果 [50] 等を参考にして、円柱表面から $0.2D$ 以内とした。

メッシュ分割

LES 計算に用いた有限要素メッシュのスパン方向断面図を図 4.3 に示す。スパン方向の要素寸法は $0.2D$ であり、スパン方向の分割数は 10 (スパン長 $2D$ の場合)、あるいは、 20 (スパン長 $4D$ の場合) とした。前章で説明したように、要素としては 8 節点 6 面体一次要素を用い、流速を節点で定義し、圧力 p 、サブグリッド・スケールの渦動粘性係数 ν_{SGS} 、および同時反復法で用いる発散の値はすべて要素内一定として計算した。

円柱周りの要素分割数は、円柱の周方向に 80 、半径方向に 50 とした。円柱表面のメッシュの半径方向寸法は $0.005D$ であり、剥離点付近において境界層内に $5 \sim 7$ 要素が入っていることになる。また、円柱表面の周方向のメッシュ寸法は平均して $0.04D$ 程度であり、剥離点付近で特に細くなるように分割した。このような物体周りの流れの非定常性を正確に計算するためには、物体表面のメッシュ分割を十分細かくすることが特に重要である。物体表面のメッシュ分割が粗いと物体表面の境界層の発達が捕らえられず、境界層の剥離点在实际よりも後方にずれてしまう可能性がある。本研究では、圧力勾配がない層流境界層の厚さである \sqrt{Re} の 5 を目安に、二次元のテスト計算により物体表面の最小メッシュ寸法が剥離点位置に与える影響を検討した。その結果、物体表面のメッシュ寸法を $0.005D$ 程度に設定すれば、本 Re 数の解析においては問題はないことが確認されている。

一方、後流域における主流方向のメッシュ寸法は $0.375D$ (一定) であり、それと直角方向のメッシュ寸法は $0.4D$ (平均) である。LES 解析に用いた総要素数は 46750 であり、 1 時間ステップの積分に当所のスーパー・コンピューター S810/20 (ピーク性能 630 MFlops) を用いて約 5 秒の計算時間を要した。積分の時間ステップは、円柱直径 D 及び一様流速 u_∞ に基

づいた無次元時間にして0.005であり、流れ場が統計的に定常状態に達したと判断された後、計26000時間ステップのLES計算を行い、円柱表面の圧力変動を計算した。

なお、本LES計算においては計算時間並びに必要記憶容量の低減を図るために、運動量式を離散化して得られる質量行列は集中化し、陽的に時間積分を行なったが、質量集中化が円柱の変動流体力に与える影響は1%以下であることがやはり二次元のテスト計算により確認されている。

LES 計算結果

前述のように、本研究では計3ケースのLES計算を実施したが、本節ではスパン長2D、Smagorinsky定数 $C_S = 0.15$ のケースの結果を中心に説明する。以下、特に断りのない限り本ケースの計算結果である。

まず、マーカー粒子により可視化された、円柱近傍の後流構造を図4.4に示す。円柱後流の大規模渦は、それ自体の持つ不安定さより微小な乱流渦の影響のために三次元的に振じれた構造となっていることが分る。また、剥離点近傍では、境界層がかなり強くスパン方向に巻上がっている。

スパン方向の一断面における、瞬時の典型的な流速分布、圧力分布、並びに、スパン方向流速分布をそれぞれ図4.5、図4.6、図4.7に示す。図4.7を除いてこれらの図には、比較のためにサブグリッド・スケールモデルを用いた二次元計算の結果も示している。図4.7に示されている円柱背後の微細な三次元構造は、この領域において乱流遷移に起因した激しい渦混合が起こっていることを示唆している。このためにLESにより計算された大規模乱流渦の強度は、二次元計算の結果と比較して円柱の後方で急激に減衰している。このことに対応して、図4.8に示すように、LES計算により得られた、円柱の抗力係数、および揚力係数の時間変動は、二次元計算の結果と比較して4分の1程度の値になっている。図4.9に、LES計算により得られた円柱表面の瞬時の圧力分布を、幾つかのスパン方向位置において示す。この図より、円柱前縁から80度付近の位置にある剥離点までは、円柱表面の流れは極めて二次元性が強いが、剥離点の背後には強い三次元性が生じていることが分る。

LES計算の精度を確認するために、円柱表面圧力の時間平均値を R_z 。数 1.4×10^5 の

Cantwell 等の実験値等 [51], [52] と比較した結果を図 4.10 に示す。LES 計算の結果はスパン方向にも平均化されている。LES 計算で得られた円柱表面圧力の時間平均値は、円柱後縁近傍を除いて実験値と良く一致している。円柱後縁近傍の平均圧力の僅かな差は、実験と計算とのレイノルズ数の違いによるものと考えられる。即ち、実験のレイノルズ数は計算のそれより約 1 オーダー高く、このため実験では円柱後縁近傍の渦混合がより激しくなり、平均圧力が計算より低下したものと思われる。

LES 計算により得られた、円柱に働く流体力や渦放出周波数を実験値 [53]~[58] と比較した結果を表 4.3 に示す。時間平均抗力係数 C_D 、および渦放出のストローハル数 S_f に関しては、LES 計算の結果は実験値と良く一致している。また、揚力係数の時間変動振幅に関しては実験値自体にもばらつきがあるものの、LES 計算の結果はこのばらつきの範囲内に入っている。これに対し、二次元計算により得られた揚力係数の時間変動振幅は、LES 計算結果の約 4 倍となっており、また、実験値と比較しても明らかに大きい。また、二次元計算結果は、渦放出の周波数に関しても実験値より 20% 程度大きな値を与えている。ところで、円柱から放射される流体音の強度は基本的には、揚力係数の変動振幅と周波数により決定される。従って、二次元計算結果はかなり流体音の強度を過大評価することになる。

流体音の発生は、流れの中に存在する渦の非定常運動に起因している。従って、流体音のスペクトルを定量的に予測するためには、LES 計算により流れの変動が高精度に捉えられていなければならない。このことを確認するために、後流中の代表的な点における流速変動スペクトルを熱線流速計による測定値と比較検討した結果を図 4.11 に示す。円柱後流の流速変動のスペクトルは、周波数の $-\frac{5}{3}$ 乗に比例する乱流スペクトルに、大規模渦放出に起因する無次元周波数 $S_f = 0.2$ のピーク・スペクトルが重畳した分布となっている。LES 計算では、メッシュサイズ以下の乱流渦の効果をモデル化するため、高周波数の変動スペクトルは実験値と一致しないが、乱流エネルギーの大半を保有する、比較的 low 周波数の変動スペクトルは実験値と良く一致している。

ここで、Smagorinsky 定数 C_S の値が流れ場の非定常性に与える影響を検討した結果について述べる。まず、後流中の流速変動のスペクトルを前述の 3 ケースに対して比較した結果を図 4.12、および、図 4.13 に示す。これらの図より、後流中の流速変動のスペクトル

は Smagorinsky 定数の値、あるいは解析領域のスパン長に依らずほぼ相似な分布をしていることが分る。これは、物体表面からある程度離れた位置においては、乱流渦の非粘性干渉が全体のエネルギー・バランスを支配しており、乱流粘性の効果は比較的小さいためと考えられる。しかし、物体近傍の渦運動が大きな影響を与える揚力変動のスペクトルには図 4.14 に示すように、Smagorinsky 定数の値、並びに解析領域のスパン長の影響が顕著に認められる。物体から放射される流体音の音圧レベルは、基本的には揚力の時間微分関数の変動スペクトルと相似分布である。従って、Smagorinsky 定数の値は、最終的に計算される流体音の音圧レベルに対しても大きな影響を及ぼすものと予想される。後述するように、本解析においては Smagorinsky 定数の値としては 0.15 が最も実測値に近い音圧レベルを与えたが、今後より複雑な乱流場から発生する流体音の音圧レベルを精度よく予測するためには、ダイナミック・モデル等の高度なサブグリッド・スケールモデルの導入が不可欠になるものと思われる。

流体音の計算結果

円柱の全スパンから放射される流体音の強度は表面圧力変動のスパン方向の相関に強く依存する。従って、提案する方法により流体音のレベルを高精度に予測するためには、表面圧力変動のコヒーレンス関数が正確に計算されていなければならない。このことを確認するために、表面圧力変動のコヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の計算値を代表的な周波数に対して実測値と比較した結果を図 4.15 に示す。ここに 300Hz という周波数はいわゆるカルマン渦の放出周波数である。スパン方向境界面におけるスリップ条件の影響が僅かに認められるものの、計算値と実験値の一致は良好である。

図 4.15 に示したコヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の計算値から求められた等価相関長 L_C の周波数依存性を図 4.16 に示す。大規模乱流渦の放出周波数である 300Hz 近傍においては、等価相関長 $L_C(f)$ は、円柱直径の 5 倍ないし 10 倍の値を示しているが、それ以外の周波数においては、計算された等価相関長は高々円柱直径の半分程度である。従って、大規模乱流渦はスパン方向にかなり長いコヒーレントな構造を有しているが、それ以外の乱流渦は各スパン位置において、全く無相関な挙動をしているものと考えられる。

最後に、計算された流体音の時間変動、および音圧レベルをそれぞれ図 4.17、図 4.18～図 4.20 に示す。計算された音圧変動は $\pm 0.1Pa$ 程度である。一方、ここには示していないが、音源領域の圧力変動は $\pm 200Pa$ 程度であり、流体音の持つエネルギーはそれを放射している音源領域の持つエネルギーに比べて極めて小さいこと、従って、LES 計算において圧縮性を無視しても問題ないことが確認される。

図 4.18～図 4.20 中、単に LES とあるのは円柱表面圧力変動の相関を考慮せずどのスパン方向位置においても同位相の圧力変動が生じているものと仮定して計算された音圧レベルである。この場合は第 2 章でも指摘した通り、大規模乱流渦放出に対応する周波数以外の領域において、 $10\sim 20dB$ も音圧レベルを過大評価していることが分る。これに対して、LES (coherence considered) とあるのは、円柱表面圧力変動のスパン方向の相関を第 2 章で述べた方法により考慮して計算された音圧レベルである。表面圧力変動の相関を考慮した場合は、流体音の音圧レベルの予測値は実測値とよく一致している。特に、スパン長 $4D$ 、Smagorinsky 定数 $C_S = 0.15$ のケースにおいては、カルマン渦に起因するピーク周波数 $300Hz$ の 10 倍以上の周波数まで、誤差約 $5dB$ 以内で予測値は実測値と一致している。以上から、提案する手法による流体音の定量的予測に対して有望な見通しが得られた。

なお、本研究では、前述のように式 (2.19) [19 ページ] において、円柱表面位置による遅延時間差を無視して音圧の計算を行ったが、このことによる誤差は、カルマン渦の周波数 $300Hz$ において高々 $0.01dB$ 程度であり、また、計算した最大周波数 $5kHz$ においても $3dB$ 程度と推定されることを付記する。

4.3 二次元翼周りの流れから発生する乱流音の解析

計算体系

前節において、提案する解析方法により円柱の放射音の定量的予測が可能であることが示されたが、流体音の発生源としては、翼等の非ブラフボディが問題となることも多い。そこで、次に図 4.21 に示すような、流速 $30m/s$ の一様流中に置かれた翼弦長 $50mm$ 、スパン長 $500mm$ の NACA0012 翼周りの乱流から放射される流体音の予測を試みた。流体音の

計算位置は翼の真横 1m 離れた位置である。翼弦長 C 、および一様流速により定義されるレイノルズ数 Re は 1.0×10^5 であり、また、一様流速に対するマッハ数は 0.088 である。翼の迎角 α は 15 度に設定した。実際の翼のスパン長は翼弦長の 10 倍であるが、LES 計算は翼弦長の 3.2 倍の領域において行ない、スパン方向の相関解析を用いて全スパンから放射される流体音の音圧レベルを計算した。このような翼周りの流れ場においては、図 4.22 に示すように、翼負圧面側の流れは翼前縁近傍で一端剥離し、再付着することが実験的に知られている。翼から放射される乱流音を精度良く計算するためには、この剥離・再付着現象を高精度に捕らえることが重要である。

計算メッシュ

LES 計算に用いた有限要素法メッシュを図 4.23 に示す。翼周り、翼表面と垂直方向、およびスパン方向の分割数はそれぞれ 120、25、および 16 であり、計算に用いた要素総数は約 10 万である。また、翼表面に垂直方向の最小メッシュ幅は、翼弦長の 2.0×10^{-3} 倍である。計算の無次元時間刻みは 5.0×10^{-4} であり、無次元時刻 30 までの間 LES 計算を実施し、流体音の音圧レベルを計算した。

計算結果

先ず、LES により計算された瞬時の流れ場の 1 例として、midspan 断面内の流速ベクトル、および静圧分布を図 4.24 に示す。迎角 α が 15 度と大きいため翼負圧面側の流れは翼前縁から翼弦長の 10% 程度の位置において剥離しているが、静圧分布図（無次元等圧線の間隔は 0.1）から、翼面上の剥離渦の強度は比較的弱いものであることが分る。計算された音圧変動と音圧レベルをそれぞれ図 4.25、図 4.26 に示す。音圧変動のピーク成分は、ストローハル数 1.0 程度の大規模渦放出に起因している。計算された音圧レベルのピーク周波数は実験値よりもやや高いものの音圧レベルの絶対値は実験値と概ね一致している。

さて、計算された音圧変動のピーク周波数が実験値と一致しない原因としては、以下の 2 つが考えられる。即ち、第一に、翼表面近傍のメッシュ分割が粗過ぎ、翼前縁近傍の層流剥離が正確に捕らえられなかったこと、第二には、本解析では Smagorinsky 定数 C_S の値

を定数にしているため、乱流部分と層流部分が混在している翼前縁近傍の境界層の予測精度が低下したことである。特に、このような薄翼上の境界層の剥離点は、境界層内の運動量と翼面上の緩やかな圧力勾配とのバランスにより決るため、乱流粘性により僅かでも過度の運動量が境界層内に持ち込まれると剥離点を大きく後らせる可能性がある。層流部分と乱流部分が混在する薄翼周りの乱流場の解析に定数が一定の Smagorinsky モデルを用いることは本来適切ではない。今後、このような乱流場から発生する流体音を定量的に予測するためには、何らかの形の動的なモデルの導入が不可欠であるものと考えられる。

4.4 結言

本章では、第3章までで説明した流体音解析方法の有効性を確認することを目的として、典型的な乱流音である、一様流中に置かれた R_e 数 1×10^4 の円柱周りの流れ、及び R_e 数 1×10^5 、迎角 15 度の NACA0012 翼周りの流れから放射される乱流音の予測を試み、実験値と詳細な比較・検討を行った結果について述べた。

R_e 数 1×10^4 の円柱周りの流れに関しては、円柱に働く流体力、渦放出周波数、後流中の流速変動スペクトル、及び円柱表面における圧力変動のコヒーレンス関数の計算値はいずれも実験値と良く一致し、LES 計算自体の解析精度を確認できた。更に、計算された流体音の音圧レベルは大規模渦放出に起因するピーク周波数の 10 倍程度の周波数まで実験値と良く一致し、提案する流体音計算方法の解析精度を確認することができた。また、 R_e 数 1×10^5 の NACA0012 翼の放射音計算に関しては、流れ場については直接比較できる実験値はないが、音場については、音圧レベルの計算値は実験値と概ね一致した。以上により、提案する流体音解析方法の有効性が示された。

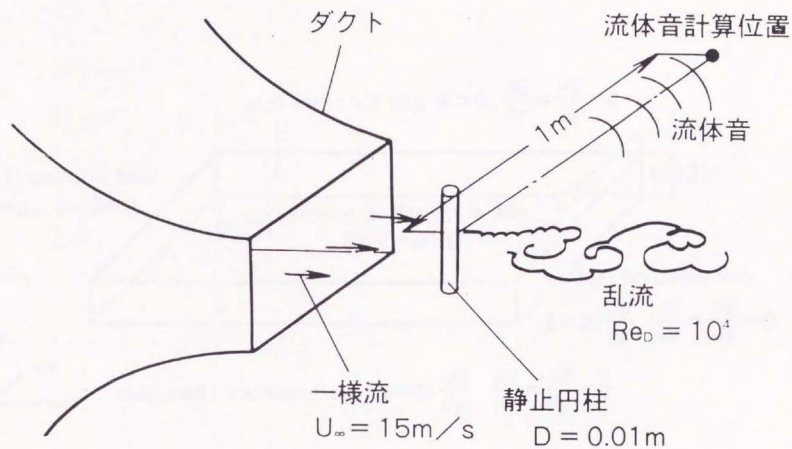


図 4.1 円柱の周りの乱流から放射される流体音の解析(計算体系)

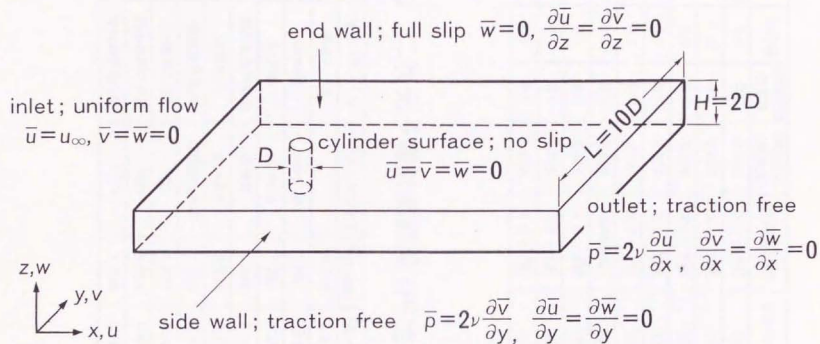


図 4.2 解析領域と境界条件 (円柱の放射音解析)

表 4.1 二次元予備計算条件 (円柱の放射音解析)

| Case | Csの値 | 壁面近傍の減衰 | 時間刻み (無次元) | 側壁境界条件 | 流出境界位置 | 着目パラメータ |
|----------|------|---------|------------|--------|--------|---------|
| Standard | 0.1 | 有り | 0.005 | スリップ壁 | 20D | 標準ケース |
| CASE 1 | 0.05 | 有り | 0.005 | スリップ壁 | 20D | Csの値 |
| CASE 2 | 0.2 | 有り | 0.005 | スリップ壁 | 20D | Csの値 |
| CASE 3 | 0.1 | 無し | 0.005 | スリップ壁 | 20D | 壁面近傍の減衰 |
| CASE 4 | 0.1 | 有り | 0.01 | スリップ壁 | 20D | 時間刻み |
| CASE 5 | 0.1 | 有り | 0.005 | 自由流出 | 20D | 側壁境界条件 |
| CASE 6 | 0.1 | 有り | 0.005 | スリップ壁 | 15D | 流出境界の位置 |
| CASE 7 | 0.1 | 有り | 0.005 | スリップ壁 | 25D | 流出境界の位置 |
| CASE 8 | 0.1 | 有り | 0.005 | スリップ壁 | 30D | 流出境界の位置 |

表 4.2 二次元予備計算結果 (円柱の放射音解析)

| Case | 着目パラメータ | パラメータの設定 | C_D mean | C_D rms | C_L rms | S_t |
|----------|---------|-------------------|------------|-----------|-----------|--------|
| Standard | 標準ケース | | 1.249 | 0.206 | 1.065 | 0.2375 |
| CASE 1 | Csの値 | Cs=0.05 | 発散 | 発散 | 発散 | 発散 |
| CASE 2 | Csの値 | Cs=0.2 | 1.324 | 0.203 | 1.083 | 0.2375 |
| CASE 3 | 壁面近傍の減衰 | 減衰無し | 1.695 | 0.444 | 1.285 | 0.233 |
| CASE 4 | 時間刻み | $\Delta t = 0.01$ | 1.594 | 0.273 | 1.219 | 0.2375 |
| CASE 5 | 側壁境界条件 | 自由流出条件 | 1.139 | 0.186 | 0.942 | 0.2125 |
| CASE 6 | 流出境界の位置 | 15D | 1.243 | 0.192 | 1.047 | 0.2375 |
| CASE 7 | 流出境界の位置 | 25D | 1.211 | 0.209 | 1.003 | 0.2375 |
| CASE 8 | 流出境界の位置 | 30D | 1.226 | 0.191 | 1.021 | 0.2375 |

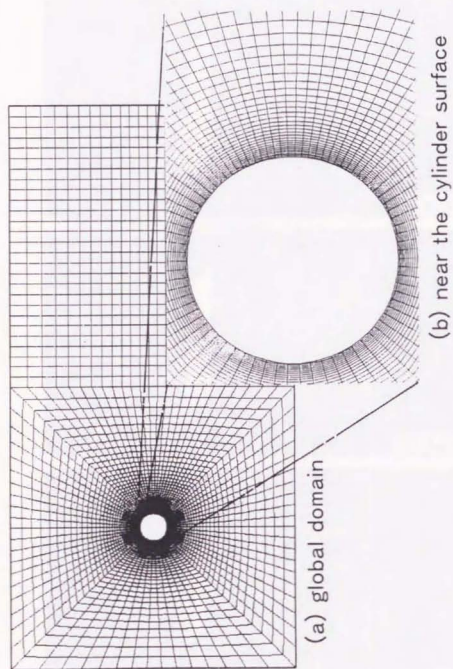


図 4.3 解析メッシュのスパン方向断面図 (円柱の放射音解析)

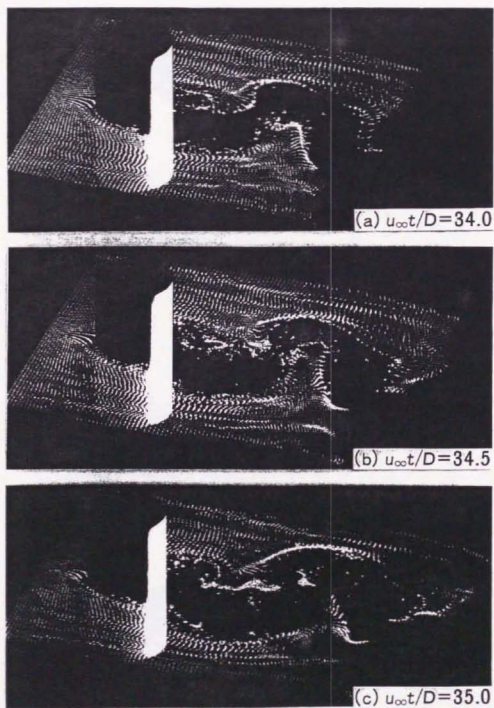
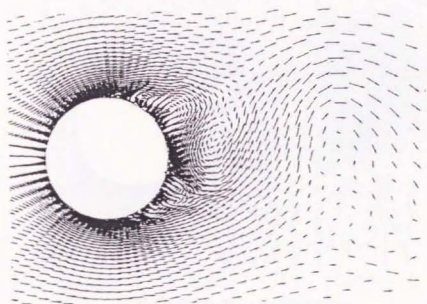
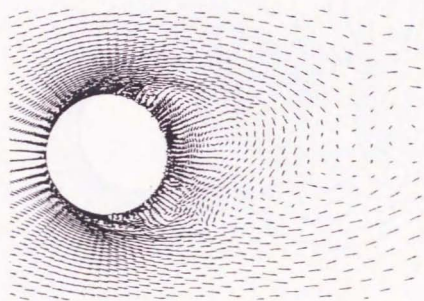


図 4.4 マーカーにより可視化された円柱近傍の乱流構造 (円柱の放射音解析)

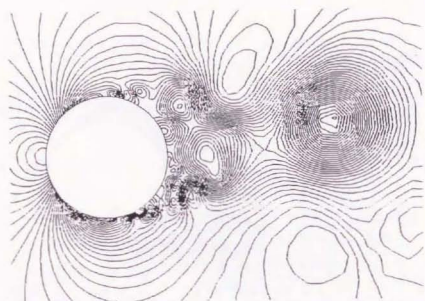


(a) 2D Computation

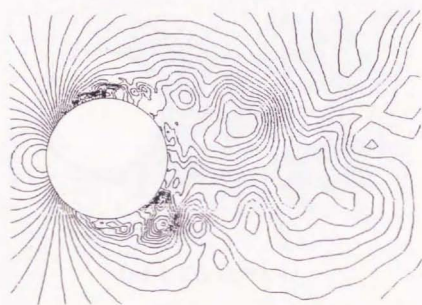


(b) LES ($z=0.6$)

図 4.5 円柱近傍の瞬時の速度ベクトル (円柱の放射音解析)

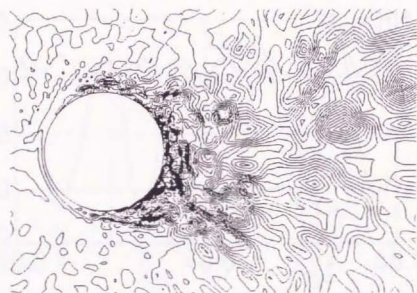
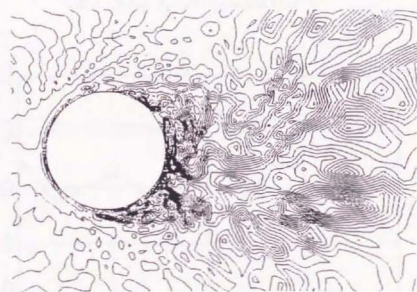


(a) 2D Computation



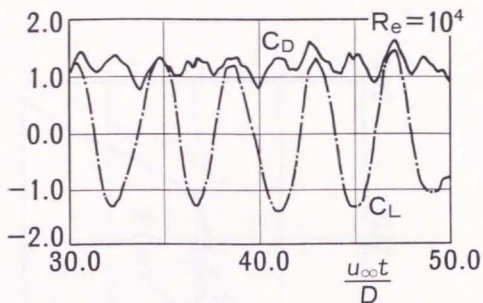
(b) LES ($z=0.6$)

図 4.6 円柱近傍の瞬時の圧力分布 (円柱の放射音解析)

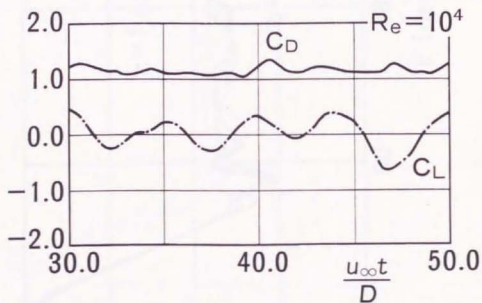
(b) LES ($z=0.6$)(c) LES ($z=1.4$)

(contour interval; $\Delta w=0.05u_\infty$)

図 4.7 円柱近傍の瞬時のスパン方向流速分布 (円柱の放射音解析)



(a) 2D Computation



(b) LES

図 4.8 C_D, C_L の時間変動 (円柱の放射音解析)

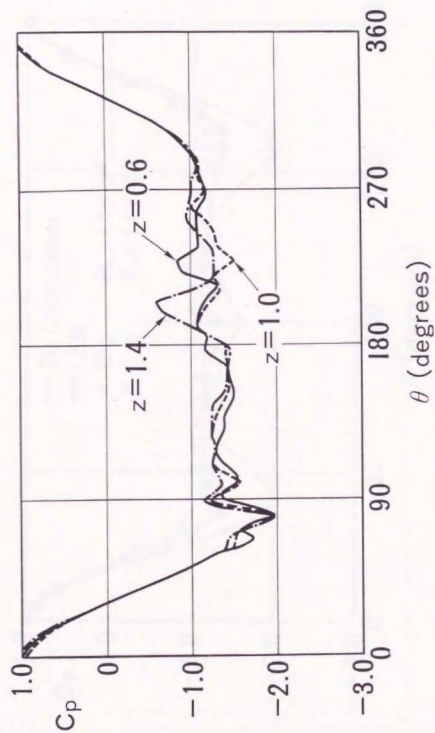


図 4.9 円柱表面圧力の瞬時値 (円柱の放射音解析)

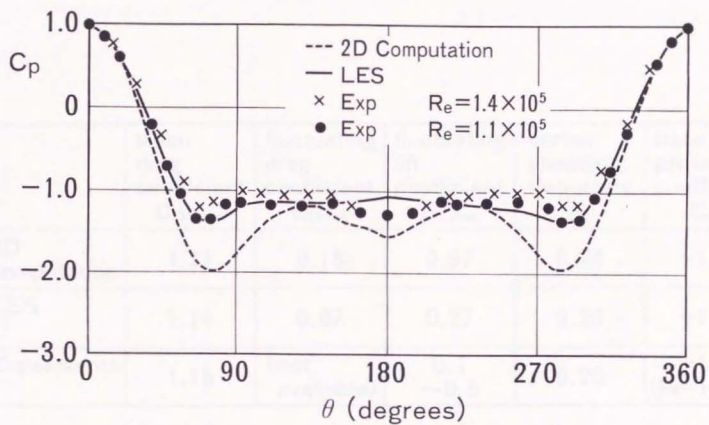


図 4.10 円柱表面圧力の時間平均値の比較 (円柱の放射音解析)

| | mean drag coefficient C_{Dmean} | fluctuating drag coefficient C_{Drms} | fluctuating lift coefficient C_{Lrms} | vortex shedding frequency S_t | base pressure coefficient C_{Pb} |
|-------------------|--|--|--|--|---|
| 2D computation | 1.21 | 0.18 | 0.97 | 0.24 | -1.54 |
| LES | 1.14 | 0.07 | 0.27 | 0.20 | -1.08 |
| Experiments | 1.15 | (not available) | 0.1 ~0.5 | 0.20 | -1.21 ($Re=140,000$) |

表 4.3 LES 解析結果の要約 (円柱の放射音解析)

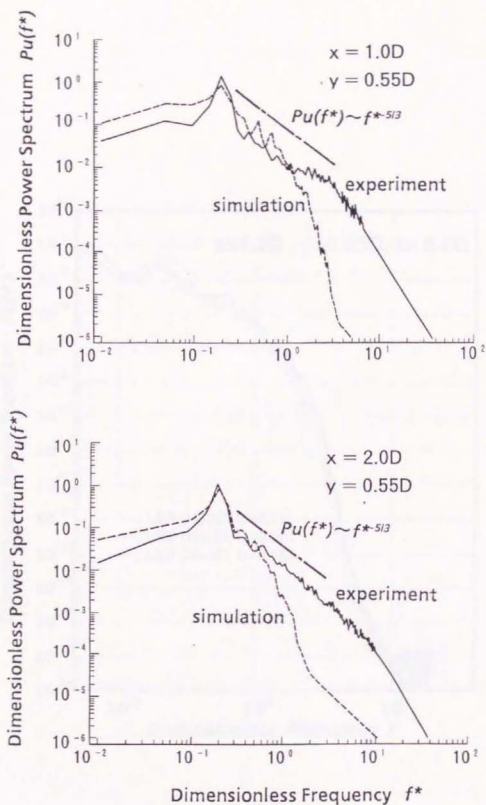


図 4.11 後流中の流速変動スペクトルの比較 (円柱の放射音解析)

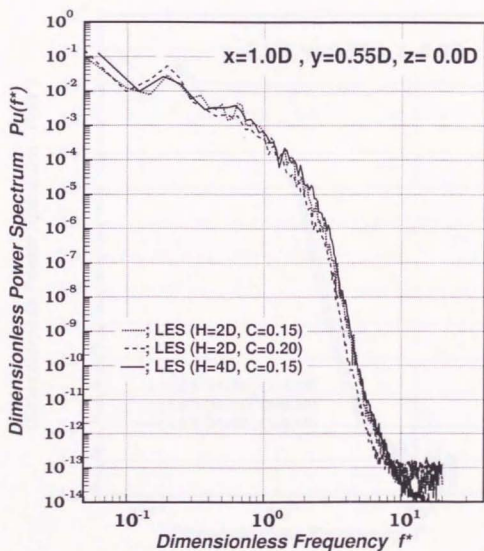


図 4.12 流速変動スペクトルに与える Smagorinsky 定数の影響 (円柱の放射音解析)

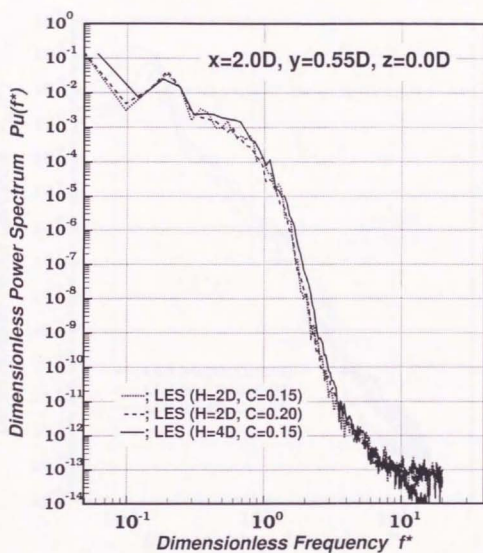


図 4.13 流速変動スペクトルに与える Smagorinsky 定数の影響 (円柱の放射音解析)

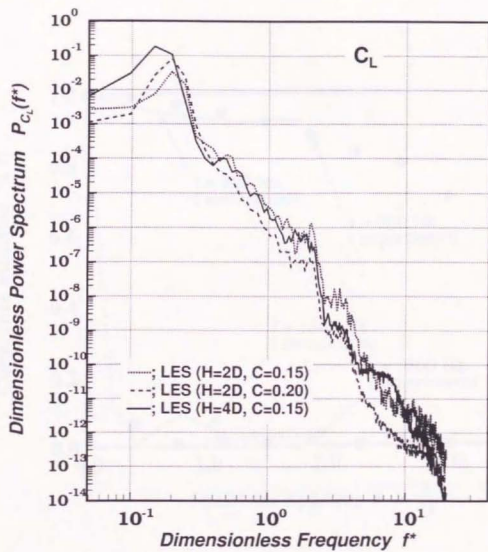


図 4.14 揚力変動スペクトルに与える Smagorinsky 定数の影響 (円柱の放射音解析)

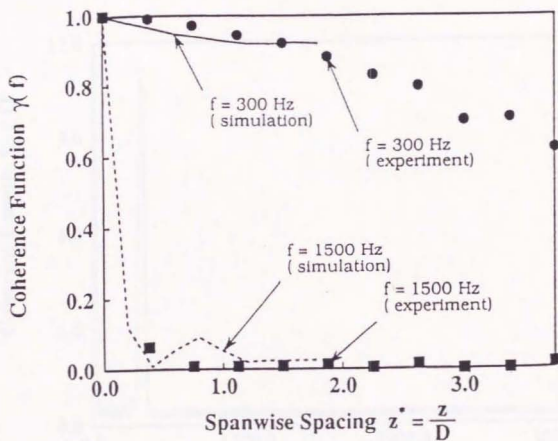


図 4.15 コヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の比較 (円柱の放射音解析)

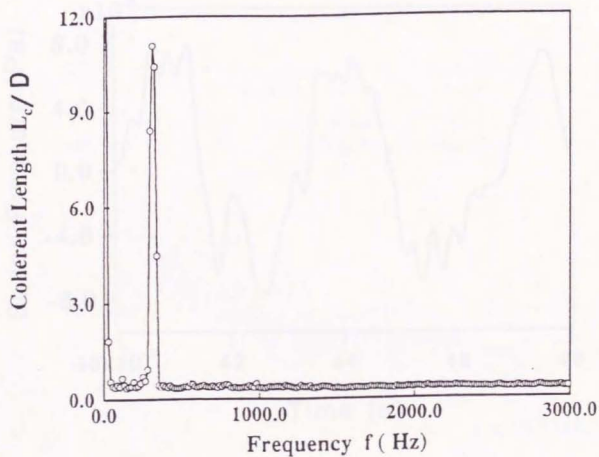


図 4.16 等価相関長 L_C の周波数依存性 (円柱の放射音解析)

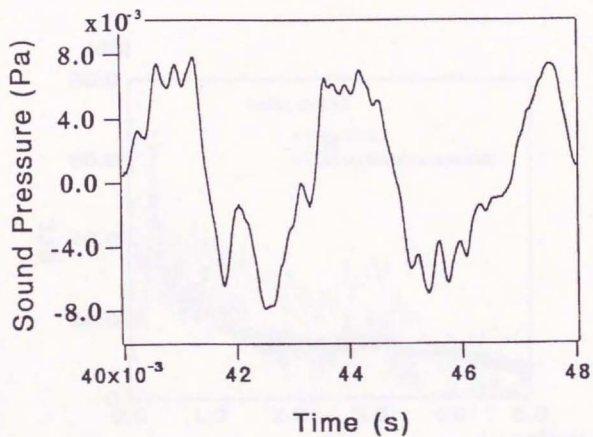


図 4.17 流体音圧の時間変動 (円柱の放射音解析)

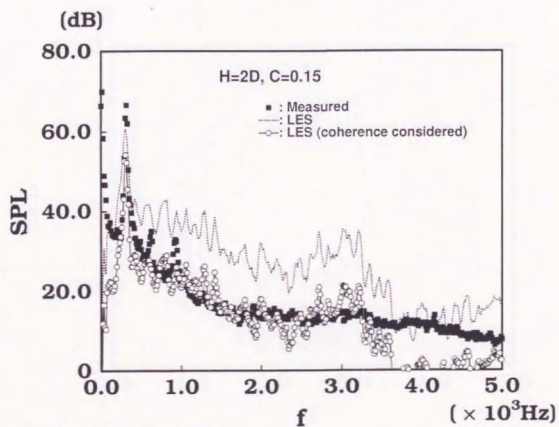


図 4.18 音圧スペクトルの比較;CASE1(円柱の放射音解析)

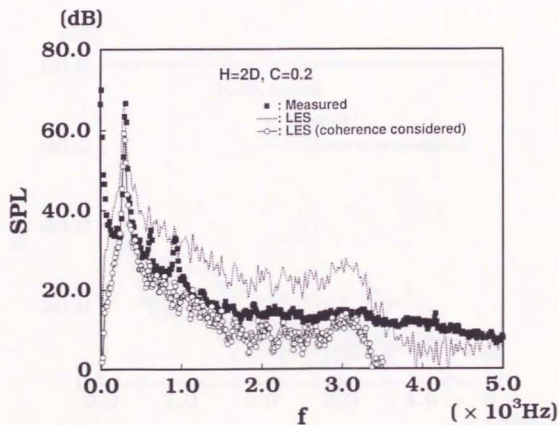


図 4.19 音圧スペクトルの比較;CASE2(円柱の放射音解析)

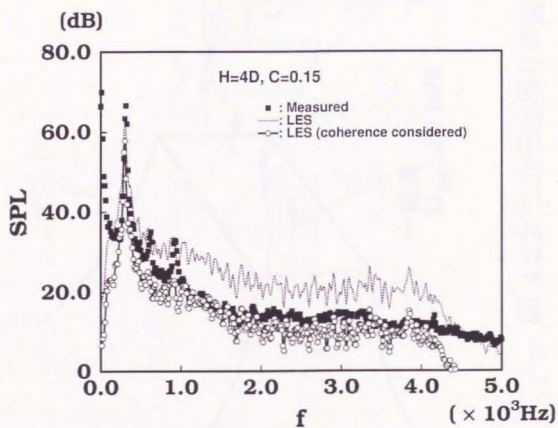


図 4.20 音圧スペクトルの比較; CASE3(円柱の放射音解析)

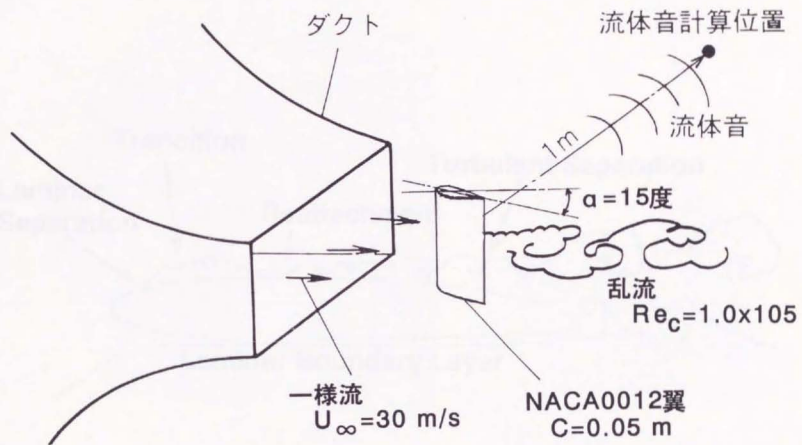


図 4.22 二次元翼周りの流れの特徴

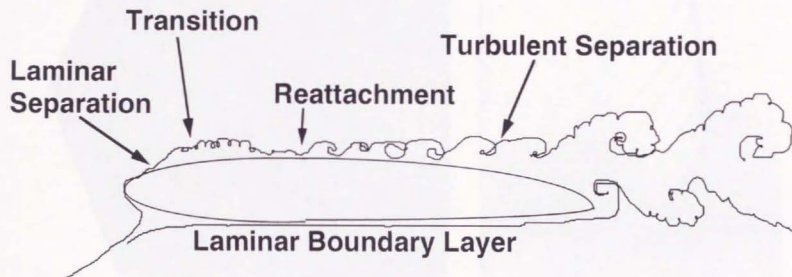


図 4.21 二次元翼周りの乱流から放射される流体音の解析(計算体系)

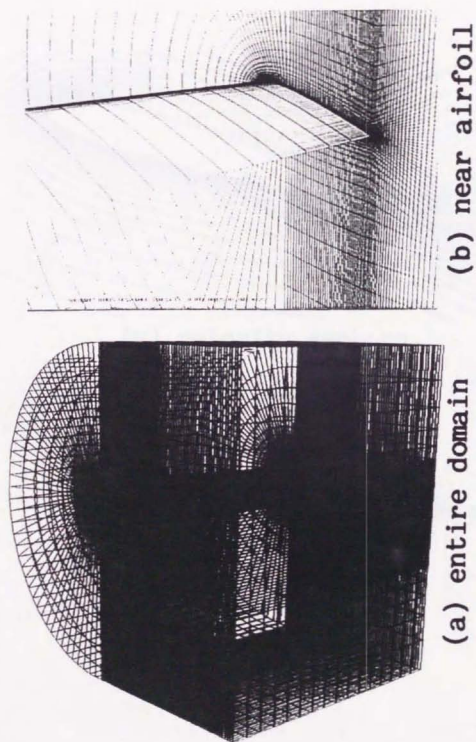
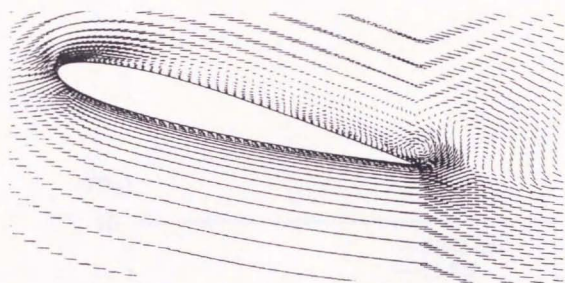
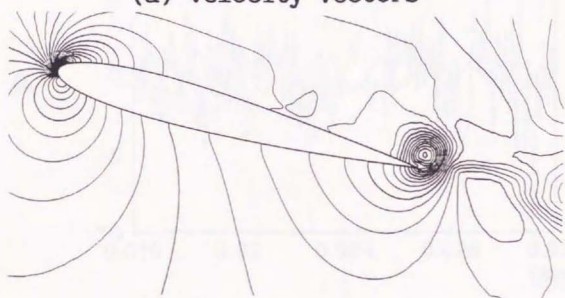


図 4.23 解析メッシュ(二次元翼の放射音解析)



(a) velocity vectors



(b) static pressure

図 4.24 翼近傍の瞬時の流れ場 (二次元翼の放射音解析)

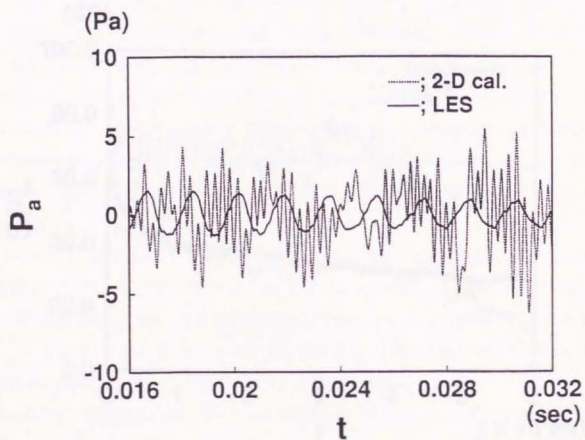


図 4.25 流体音圧の時間変動 (二次元翼の放射音解析)

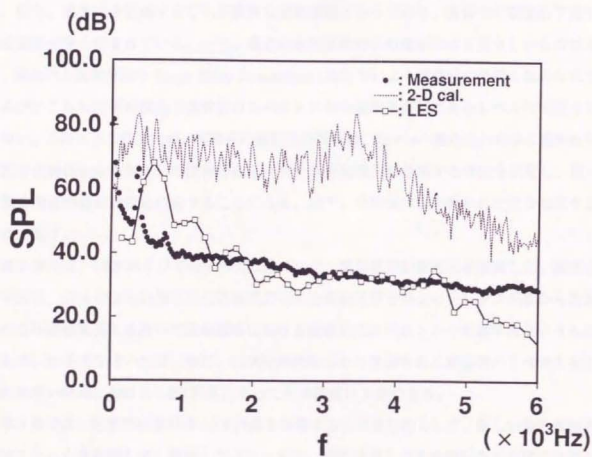


図 4.26 音圧スペクトルの比較 (二次元翼の放射音解析)

第5章 結言

5.1 研究開発の結論

高速車両、高速エレベータ、空調機等多くの流体関連機器において、流れから発生する音、即ち、流体音を低減することが重要な技術課題となっており、流体音の数値的予測手法の開発が強く望まれている。一方、最近の数値流体力学の進歩には目覚ましいものがあり、高次の上流差分法や Large Eddy Simulation (LES) 等による流体音の予測も試みられているが、これらの予測技術は流体音のスペクトルの定量的予測ができるレベルには至っていない。このような状況の中、本研究の最終的な目的は、低マッハ数の流れの中に置かれた任意形状物体から放射される流体音のスペクトルを定量的に予測する手法を開発し、種々の流体関連機器の静音化に資することにある。以下、本研究により得られた主な知見をまとめて記す。

第2章では、LES および Curle の式に基づいた、流体音の計算方法を提案した。提案する手法は、LES により計算された物体表面の圧力変動及びそのコヒーレンス関数から計算される等価相関長とを用いて遠距離場における流体音圧スペクトルを計算するというものである。本手法を用いれば、特に、二次元形状物体から放射される流体音のスペクトルを比較的狭い領域における LES 計算によっても高精度に予測できる。

第3章では、任意形状流路の LES 計算を実現することを目的として、新しい陽的有限要素法スキームを提唱した。提唱したスキームは、局所流速と計算時間刻みとの積に比例した支配方程式の上流化を行うことに特徴があり、従来の要素寸法に基づいた上流化有限要素法においてしばしば問題となっていた数値粘性の影響をほぼ完全に除去することができる。提唱するスキームの検証を目的として種々の二次元 Navier-Stokes 計算を行ったとこ

ろ、定性的・定量的に実験値と良く一致する結果を得ることができ、複雑流路の非定常流解析に対する本スキームの有効性を確認した。また、実際の応用計算では特に重要な計算の高速化に関しても、有限要素法特有な再帰演算の排除等種々の工夫を施し、スーパーコンピュータにおいて加速率40倍という高速演算を実現した。

第4章では、本研究で提案した流体音解析方法の有効性を検証することを目的として、典型的な乱流騒音である、一様流中に置かれた円柱周りの乱流、及び、NACA0012翼周りの乱流から放射される流体音の予測を試み、実験値と詳細な比較・検討を行った。この結果、流体音圧のピーク・スペクトル及び音圧レベルの周波数依存性とも実測値と良く一致する計算結果を得ることができ、提案する流体音解析方法の有効性を確認した。

5.2 今後に残された課題

本研究により、LES計算とLighthill-Curleの式に基づいて、流れの中に置かれた物体から発生する流体音を予測することが可能であることが示されたが、実際の流体関連機器から放射される流体音を高精度に予測し、それらの静音化に寄与するためには、以下に示す課題を解決する必要がある。

先ず、第2章で述べたLES計算のサブグリッド・スケール・モデルとしては、実績の高いSmagorinskyモデルを用いたが、Smagorinskyモデルは完全に発達した乱流状態を仮定しており、層流から乱流への遷移を正確に予測することはできない。最近、層流から乱流への遷移や壁面近傍における乱流挙動の正確な予測が可能な*Dynamic Subgrid Scale Model*がGermano等により提案されている[59],[60],[61]。複雑流路の解析に対する数値的安定性の向上等解決すべき課題は多いが、今後本モデルの導入を図って行きたい。

次に、第3章で述べた数値解析方法は基本的に陽的解法である。従って、 10^6 を越える高レイノルズ数の物体周りの流れの解析に本手法を適用した場合、数値計算上かなり小さな計算時間刻みに制約され、計算時間が長大化することが予想される。このような流れに対する実用的なLES計算を可能とするためには、例えば物体近傍領域のみ陰解法により定式化するなど数値解析手法の高度化を図る必要がある。また、本研究ではハードウェア・

プラットフォームとしてベクトル型スーパー・コンピュータを前提に計算プログラムの高速度を実施したが、今後は超並列計算機を前提とした効率的な並列計算手法を開発していく必要がある。

最後に、第4章で述べた流体音の解析例では、流れ場の非定常性や流体音圧スペクトルの予測精度に関して検討したが、今後は、流れ場の非定常構造と発生する流体音との相関関係を解明して行きたい。このことにより、従来の実験では得ることが不可能であった、流体音低減に対する新たな知見が得られるものと期待される。

謝辞

本研究の遂行にあたり、終始懇切なる御指導、御鞭撻を賜りました東京大学生産技術研究所 小林敏雄教授に衷心より感謝の意を表します。また、本論文を纏めるにあたり、東京大学生産技術研究所 村上周三教授、同 吉識晴夫教授、東京大学工学部 松本洋一郎教授、同 荒川忠一助教授、東京大学生産技術研究所 谷口伸行助教授からは有益な御助言を賜りました。ここに謹んで感謝申し上げます。

本研究の着手、遂行にあたっては、日立製作所機械研究所 早山徹前所長(現、日立電子エンジニアリング取締役)、同 清水翼元副所長(現、電力電機開発本部長)、同 植西晃元主管研究長(現、石巻専修大学教授)、同 井上混第1部長(現、本社情報システム管理本部長)、同 池川昌弘元第一部主任研究員(現、機械研究所主管研究長)、同 藤田肇第1部主任研究員(現、日本大学理工学部教授)、飯野利喜元第1部主任研究員(現、日立研究所第1部長)より絶大なる御支援助と有益な御助言を賜りました。ここに心から御礼申し上げます。

また、本研究の遂行中、御助言と御激励を賜わった、日立製作所機械研究所 井上孝太郎所長、同 小林淳一第1部長に心から感謝申し上げます。

最後に、共同研究者として本研究の遂行、及び実験データの提供などに多大な御協力と有益な御助言を頂きました、日立製作所機械研究所 高野靖第1部主任研究員、同 飯田明由研究員に心から感謝申し上げます。

参考文献

- [1] Takano, Y., et al., "Noise Reduction on the New NOZOMI Shinkansen Cars", *Proc. STECH '93* (1993), 39-44.
- [2] Iida, A., et al., "Development of a Low-Noise Electric-Current Collector for High-Speed Trains", *Proc. INTER-NOISE '94* (1994), 163-168.
- [3] Lighthill, M. J., "On Sound Generated Aerodynamically I. General Theory", *Proc. Roy. Soc.*, **A211** (1951).
- [4] Curle, N., "The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound", *Proc. Roy. Soc.*, **A231** (1955), 505.
- [5] Howe, M. S., "The Generation of Sound by Aerodynamic Sources in an Inhomogeneous Steady Flow", *J. Fluid Mech.*, **67-3** (1975), 597-610.
- [6] 谷一郎 編, "乱流", (1980), 221, 丸善.
- [7] Hardin, J. C., and Lamkin, S. L., "Aeroacoustic Computation of Cylinder Wake Flow", *AIAA Journal*, **22-1** (1984), 51-57.
- [8] Hardin, J. C., and Lamkin, S. L., "Computational Aeroacoustics - Present Status and Future Promise", *Proc. IUTAM Symposium Lyon 1985* (1985), Aero- and Hydro-Acoustics, 253-259.
- [9] Akishita, S., et al., "Numerical Simulation of Aerodynamic Sound Radiation from Two-Dimensional Wing", *AIAA Paper 87-2672* (1987).

- [10] Childs, R. E., et al., "Jet Noise Predictions from Unsteady Navier-Stokes Simulations", *AIAA Paper* 91-0493 (1991).
- [11] Berman, C., et al., "Three-Dimensional Jet Noise Computations", *AIAA Paper* 91-2256 (1991).
- [12] Colonius, T., Lele, S. K., and Moin, P., "Scattering of Sound Waves by a Compressible Vortex", *AIAA Paper* 91-0494 (1991).
- [13] Colonius, T., Lele, S. K., and Moin, P., "Boundary Conditions for Direct Computation of Aerodynamic Sound Generation", *AIAA Journal*, **31-9** (1993), 1574-1582.
- [14] 橋口真宜・春名茂, "二次元翼による空力騒音発生の数値シミュレーション", 自動車技術会 学術講演会前刷集 901, (1990), 101-104.
- [15] 春名茂, 他, "空力騒音の数値シミュレーション", 自動車技術会 学術講演会前刷集 921, (1992), 29-32.
- [16] Haruna, S., et al., "Numerical Study of Aerodynamic Noise Radiated from a Three-Dimension Wing", *SAE Paper* 920341 (1992).
- [17] 小林敏雄・佐竹正人, "LESによる空力音の予測", 第5回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1991), 191-194.
- [18] Adachi, S., et al., "Computation of Aerodynamic Sound Radiation from Flows past a Wing", *DGLR/AIAA Paper* 92-02-157 (1992).
- [19] Kawamura, T., et al., "Computation of High Reynolds Number Flow around a Circular Cylinder with Surface Roughness", *AIAA Paper* 84-0340 (1984).
- [20] Shumann, U., "Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulations of Turbulent Flows in Plane Channels and Annuli", *J. Comput. Phys.*, **18** (1975), 376-404.

- [21] Moin, P., and Kim, K., "Numerical Investigation of Turbulent Channel Flow", *J. Fluid Mech.*, **118** (1982), 341-377.
- [22] Franke, R., et al., "Analysis of Experimental Vortex-Shedding Data with Respect to Turbulence Modelling", *Proc. Seventh Symposium on Turbulent Shear Flows*, **2** (1989), 24.4.1-24.4.6.
- [23] Smagorinsky, J., "General Circulation Experiments with the Primitive Equations", *Mon. Weath. Rev.*, **91**-3 (1963), 99-164.
- [24] 森西洋平・小林敏雄, "人工的壁面境界条件を用いた LES の構成およびその評価", *機論*, **57**-540, **B** (1991), 2595-2601.
- [25] Kato, C., et al., "Numerical Prediction of Aerodynamic Noise Radiated from Low Mach Number Turbulent Wake", *AIAA Paper* 93-0145 (1993).
- [26] 加藤千幸, 他, "LES による流体音の予測 (第 1 報, 二次元円柱からの放射音の予測)", *機論*, **60**-569, **B** (1994), 126-132.
- [27] 飯田明由, 他, "表面圧力変動と空力騒音の相関測定", 第 25 回乱流シンポジウム講演論文集, (1993).
- [28] 加藤千幸, 他, "乱流音響場の数値解析", 日本機械学会第 5 回計算力学講演会講演論文集, (1992), 319-320.
- [29] Song, C. C. S., and Yuan, M., "Simulation of Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder at High Reynolds Numbers", *Trans. ASME Journal of Fluids Engineering*, **112** (1990), 155-163.
- [30] Brooks, A. N., and Hughes, T. G. R., "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations", *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, **32** (1982), 199-259.

- [31] Mizukami, A., "An Implementation of the Streamline-Upwind/Petrov-Galerkin Method for Linear Triangular Elements", *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, **49** (1985), 357-364.
- [32] Donea, J., et al., "A Generalized Galerkin Method for Steady Convection-Diffusion Problems with Application to Quadratic Shape Function Elements", *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, **48** (1985), 25-43.
- [33] 加藤千幸・池川昌弘, "有限要素法による移流拡散方程式の高精度解析", 第7回流体力学における数値解析法シンポジウム報文集 (日本科学技術連盟発行), (1986), 125-132.
- [34] 加藤千幸・池川昌弘, "有限要素法による非圧縮性粘性流体の高精度解析", 第1回計算力学シンポジウム報文集 (日本科学技術連盟発行), (1987), 111-118.
- [35] 加藤千幸・池川昌弘・海保真行, "有限要素法による高精度非定常流解析 (第1報, 数値スキーム)", *機論*, **58-552, B** (1992), 2624-2631.
- [36] Donea, J., et al., "Time Accurate Solution of the Advection-Diffusion Problems by Finite Elements", *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, **45** (1984), 123-145.
- [37] Gresho, P. M., et al., "A Modified Finite Element Method for Solving the Time-dependent Incompressible Navier-Stokes Equations", *Numer. Methods Fluids*, **4** (1984), 557-598.
- [38] Viacelli, J. A., "A Computing Method for Incompressible Flows Bounded by Walls", *J. Compt. Phys.*, **8** (1971), 119-143.
- [39] Ikegawa, M., Kato, C., and Tsuzuki, K., "Three-Dimensional Turbulent Flow Analysis in a Cleanroom by the Finite Element Method", *ASME FED*, **66** (1988), 161-167.
- [40] Ghia, U., Ghia, K. N., and Shin, C. T., "Solution of Incompressible Navier-Stokes Equations by Coupled Strongly Implicit Multi-Grid Method", *J. Compt. Phys.*, **48** (1982), 387-411.

- [41] Denham, M. K., and Patrick, M. A., "Laminar Flow over a Downstream-facing Step in a Two-Dimensional Flow Channel", *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **52-4** (1974), 361-367.
- [42] Hackman, L. P., Raithby, G. D., and Strong, A. B., "Numerical Predictions of Flows over Backward-facing Steps", *Numer. Methods Fluids*, **4** (1984), 711-724.
- [43] 横井・亀本, "二次元的な境界層はく離流れに潜在する初期の三次元渦構造", *機論*, **57-534, B** (1991), 427-433.
- [44] Tritton, D. J., "Experiments on the Flow past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers", *J. Fluid Mech.*, **6-4** (1959), 547-567.
- [45] Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 7th ed., (1955), 32, McGraw-Hill.
- [46] Roshko, A., "On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets", *NACA Tech. Note*, 2913 (1953).
- [47] Ta Phuoc Loc, and Bouard, R., "Numerical Solution of the Early Stage of the Unsteady Viscous Flows around a Circular Cylinder", *J. Fluid Mech.*, **160** (1985), 93-117.
- [48] Kato, C., and Ikegawa, M., "Large Eddy Simulation of Unsteady Turbulent Wake of a Circular Cylinder using the Finite Element Method", *ASME FED*, **117** (1991), 49-56.
- [49] Fujita, H., et al., "Development of a Low Noise Wind Tunnel for Aerodynamic Noise Research", *Proc. INTER-NOISE '93* (1993), 1787-1790.
- [50] Bloor, S., and Gerrard, J. H., "Measurements on Turbulent Vortices in a Cylinder Wake", *Proc. R. Soc. Lond.*, **A294** (1966), 319-342.
- [51] Cantwell, B., and Coles, D., "An Experimental Study of Entrainment and Transport in the Turbulent Near Wake of a Circular Cylinder", *J. Fluid Mech.*, **136** (1983), 321-374.

- [52] Fage, A., and Falkner, V. M., "The Flow around a Circular Cylinder", *Aero. Res. Council*, London, Rep. and Mem., No. 1369 (1931).
- [53] Kourta, A., et al., "Nonlinear Interaction and the Transition to Turbulence in the Wake of a Circular Cylinder", *J. Fluid Mech.*, **181** (1987), 141-161.
- [54] Gerrard, J. H., "An Experimental Investigation of the Oscillating Lift and Drag of a Circular Cylinder Shedding Turbulent Vortices", *J. Fluid Mech.*, **11** (1961), 244-256.
- [55] Modi, V. J., and El-Sherbiny, S., "Effect of Wall Confinement on Aerodynamics of Stationary Circular Cylinders", *Proc. 2nd Conf. Wind Effects* (1971), 365-375.
- [56] Richter, A., and Naudascher, E., "Fluctuating Forces on a Rigid Circular Cylinder in Confined Flow", *J. Fluid Mech.*, **78-3** (1976), 561-576.
- [57] Bishop, R. E. D., and Hassan, A. Y., "The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder in a Flowing Fluid", *Proc. R. Soc. Lond.*, **A277** (1964), 32-50.
- [58] Mueller, T. J., and Batill, S. M., "Experimental Studies of Separation on a Two-Dimensional Airfoil at Low Reynolds Numbers", *AIAA Journal*, **20-4** (1983), 457-463.
- [59] Germano, H., et al., "A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model", *Phys. Fluids*, **A3(7)** (1991), 1760-1765.
- [60] Piomelli, U., et al., "Subgrid-Scale Backscatter in Turbulent and Transitional Flows", *Phys. Fluids*, **A3(7)** (1991), 1766-1771.
- [61] Yang, K. S., Ferziger, J. H., "Large-eddy Simulation of Turbulent Flow in a Channel with a Surface-mounted Two-dimensional Obstacle Using a Dynamic Subgrid-scale Model", *AIAA Paper* 93-0542.

