

博 士 題 文

自由液面を有する定常排水渦周回の
流れ場に関する研究

Study on the Flow Field around a Steady
Bathtub Vortex with Free Surface

濱 井 清 要

①

博士論文

自由液面を有する定常排水渦周囲の
流れ場に関する研究

Study on the Flow Field
around a Steady Bathtub Vortex
with Free Surface

酒井清吾

目次

第 1 章 緒言	1
1.1 背景	1
1.2 既往の研究	2
1.2.1 旋回渦型気泡巻き込みに関する既往の研究	2
1.2.2 Rankine 渦について	3
1.2.3 伸長渦について	4
1.2.4 岩野の研究について	7
1.2.5 白石らの研究について	8
1.3 本研究の目的	9
第 2 章 実験	17
2.1 実験の目的	17
2.2 実験装置および方法	17
2.2.1 実験装置	17
2.2.2 実験方法	19
2.2.2.1 実験手順	19
2.2.2.2 測定方法	19
2.2.2.3 実験パラメータ	20
2.3 実験結果	20
2.3.1 流速分布	20
2.3.2 循環分布	21
2.3.3 下降流速の半径方向分布	22
2.3.4 渦中心領域の下降流	22
2.3.4.1 下降流速の軸方向分布	22
2.3.4.2 旋み域および高速下降流領域の半径	23
2.3.4.3 渦中心領域の下降流量	24

2.3.5 くほみ形状	25
2.3.6 流れ場を代表する局所パラメータ	26
第3章 流れ場解析	51
3.1 流れ場解析の目的	51
3.2 流れ場モデル	52
3.2.1 (1,0) モデル	53
3.2.1.1 流速分布	53
3.2.1.2 圧力分布	55
3.2.2 (0,1,0) モデル	58
3.2.2.1 流速分布	58
3.2.2.2 圧力分布	60
3.3 解析的くほみ形状	61
第4章 考察	72
4.1 くほみ形状の比較	72
4.2 淀み域の発達	73
4.3 マクロパラメーター局所パラメーターくほみ形状の関係	74
第5章 結言	82
5.1 結言	82
5.2 今後の課題	83
5.2.1 渦流れ場の基礎研究における課題	83
5.2.2 気泡巻き込み現象の研究における課題	84
参考文献	88
謝辞	91
Appendix	A-1

表 目 次

2.1 使用装置一覧	27
2.2 実験パラメータ	32

目 次

1.1	気泡巻き込みの種類	11
1.2	座標軸の設定	12
1.3	白石らによる2次元定常流モデル	13
1.4	白石らの解析による循環分布	14
1.5	白石らの解析による圧力分布	15
1.6	本研究の位置づけ	16
2.1	実験装置写真	28
2.2	水循環ループ系	29
2.3	テストセクション	30
2.4	LDV 測定系	31
2.5	容器深さに対するくぼみ形状の変化	33
2.6	給水流量に対するくぼみ形状の変化	34
2.7	容器内のフローパターン	35
2.8	循環の半径方向分布	36
2.9	循環の軸方向分布	37
2.10	給水流量と循環の関係	38
2.11	給水流量に対する下降流速の半径方向分布の変化	39
2.12	出口管直径に対する下降流速の半径方向分布の変化	40
2.13	渦中心領域の下降流速	41
2.14	給水流量に対する下降流の速度勾配の変化	42
2.15	染料の動き	43
2.16	高速下降流領域の半径	44
2.17	淀み域の半径	45
2.18	渦中心領域の下降流量 ($z/H \approx 0.75$)	46
2.19	渦中心領域の下降流量 ($z/H = 1.0$)	47

2.20	淀み域の半径と下降流の速度勾配	48
2.21	くほみ半径の伸長渦流れとの比較	49
2.22	くほみ深さの伸長渦流れとの比較	50
3.1	解析による循環の半径方向分布 (淀み域が存在しない場合)	63
3.2	解析による圧力の半径方向分布 (淀み域が存在しない場合)	64
3.3	圧力の半径方向分布への ε の影響 (淀み域が存在しない場合)	65
3.4	解析による循環の半径方向分布 (淀み域が存在する場合)	66
3.5	循環の半径方向分布への λ の影響	67
3.6	解析による圧力の半径方向分布 (淀み域が存在する場合)	68
3.7	圧力の半径方向分布への λ の影響	69
3.8	圧力の半径方向分布への ε の影響 (淀み域が存在する場合)	70
3.9	ξ_0 と κ の関係	71
4.1	実験結果から算出した $\xi_0^2 - \xi_1^2$ の値	76
4.2	実験および解析によるくほみ半径の比較	77
4.3	実験および解析によるくほみ深さの比較	78
4.4	実験による ξ_0 と κ の関係	79
4.5	ξ_0 と λ の関係	80
4.6	マクロパラメーター局所パラメーターくほみ形状の関係	81
5.1	気泡巻き込み現象の把握	87
A.1	循環の軸方向分布 ($H=907[\text{mm}]$, $D=19.8[\text{mm}]$)	A-2
A.2	循環の軸方向分布 ($H=907[\text{mm}]$, $D=40.9[\text{mm}]$)	A-3
A.3	下降流速の半径方向分布 ($H=400[\text{mm}]$, $D=40.9[\text{mm}]$)	A-4
A.4	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=17.8[\text{mm}]$)	A-5
A.5	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=22.1[\text{mm}]$)	A-6
A.6	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=24.0[\text{mm}]$)	A-7
A.7	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=25.8[\text{mm}]$)	A-8
A.8	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=28.1[\text{mm}]$)	A-9
A.9	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=30.0[\text{mm}]$)	A-10
A.10	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=32.0[\text{mm}]$)	A-11
A.11	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=34.1[\text{mm}]$)	A-12
A.12	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=36.1[\text{mm}]$)	A-13
A.13	渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$, $D=39.1[\text{mm}]$)	A-14

目 次

A.14 渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$ 、 $D=40.9[\text{mm}]$)	A-15
A.15 渦中心領域の下降流速 ($H=400[\text{mm}]$ 、 $D=50.9[\text{mm}]$)	A-16
A.16 渦中心領域の下降流速 ($H=907[\text{mm}]$ 、 $D=19.8[\text{mm}]$)	A-17
A.17 渦中心領域の下降流速 ($H=907[\text{mm}]$ 、 $D=40.9[\text{mm}]$)	A-18
A.18 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400[\text{mm}]$ 、 $D=19.8[\text{mm}]$)	A-19
A.19 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400[\text{mm}]$ 、 $D=24.0[\text{mm}]$)	A-20
A.20 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400[\text{mm}]$ 、 $D=30.0[\text{mm}]$)	A-21
A.21 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400[\text{mm}]$ 、 $D=34.1[\text{mm}]$)	A-22
A.22 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400[\text{mm}]$ 、 $D=40.9[\text{mm}]$)	A-23
A.23 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=907[\text{mm}]$ 、 $D=40.9[\text{mm}]$)	A-24

記号

本論文において使用する主要な記号は次のとおりである。なお、既往の研究で用いた記号はここに示す内容とは異なるものがあり、そのようなものについては文中に説明した。

D	: 出口管直径	mm
g	: 重力加速度	mm/s ²
H	: 容器深さ	mm
h	: 流入口高さ	mm
p	: 圧力	Pa
p_{∞}	: 無限遠方での圧力 ($= p(\infty)$)	Pa
p_0	: r_0 での圧力	Pa
Q	: 給水流量	ℓ/min
Q_1	: 渦中心領域の下降流量	ℓ/min
Q_1^*	: LDV から算出した渦中心領域の下降流量	ℓ/min
Q_2	: 容器壁に沿って流れる流量	ℓ/min
R_{out}	: 円筒容器の半径	mm
r	: 渦中心からの半径方向座標	mm
r_m	: くほみ半径	mm
r_{ms}	: 解析によるくほみ半径	mm
r_0	: 高速下降流領域の半径	mm
r_1	: 淀み域半径	mm
V_d	: 渦中心近傍での下降流速 ($= v_z _{r \approx 0}$)	mm/s
V_{out}	: 出口管平均流速 ($= 4Q/\pi D^2$)	mm/s
v_r	: 半径方向速度	mm/s
v_θ	: 周方向速度	mm/s
v_z	: 軸方向速度	mm/s
Z	: くほみ深さ	mm

Z_a	: 解析によるくぼみ深さ	mm
z	: 自由液面からの軸方向座標	mm
α	: 下降流の速度勾配	s^{-1}
γ	: 循環 ($= r \cdot v_\theta$)	mm^2/s
γ_0	: r_0 での循環 ($= r_0 \cdot v_\theta$)	mm^2/s
γ_1	: r_1 での循環 ($= r_1 \cdot v_\theta$)	mm^2/s
ε	: 無次元数 ($= (\nu/\gamma_0)^2$)	—
κ	: 無次元ガスコア半径 ($= r_m/r_0, = r_{ma}/r_0$)	—
λ	: 無次元数 ($= r_1/r_0$)	—
ν	: 動粘性係数	mm^2/s
ξ	: 無次元数 ($= r\sqrt{\alpha/\nu}$)	—
ξ_0	: 無次元数 ($= r_0\sqrt{\alpha/\nu}$)	—
ξ_1	: 無次元数 ($= r_1\sqrt{\alpha/\nu}$)	—
ρ	: 密度	kg/mm^3

第1章 緒言

1.1 背景

高速増殖炉は、増大する世界のエネルギー需要に対応するための将来のエネルギー供給の基軸として期待され、各国で開発が進められてきた。1951年にアメリカの高速炉 EBR-I において初めての発電が行われて以来、アメリカ、旧ソ連、イギリス、フランス、ドイツなどの各国が高速炉発電プラントの実用化に向け研究・開発を行ってきたが、現在ではその取り組みから手を引いている。一方我が国は、エネルギー源のほとんどを海外に依存しており、エネルギーの安定供給を確立させる観点から、高速炉によるプルトニウムのリサイクル利用を国の原子力開発利用計画の重要な柱としてきた。原型炉「もんじゅ」が臨界を迎えた後にナトリウム洩れ事故が発生し、その運転がストップし、また、プルトニウムのプルサーマル利用への方針転換が示されているが、将来のエネルギー供給の観点からみても、この先も引き続き実証炉の開発が求められる。

高速炉が軽水炉にとって代わるためには、安全性および信頼性の確保とともに経済性の向上が必要不可欠である。炉心の最適化に始まり、炉容器の縮小、建屋の小型化、冷却系の配管短縮、周辺機器のコンパクト化などを検討して、その達成を目指している。しかしながら、これらの検討により相対的に冷却材の流速が大きくなる。また、除熱性能を保証するためにも冷却材を高速で循環させることになる。

高速炉の冷却材には、中性子になるべく減速させないこと、中性子の捕獲吸収がなるべく小さいこと、除熱性能が優れていることなどが求められ、液体金属ナトリウムが冷却材として採用されている。しかしながら、ナトリウムは空気や水と反応するため、機器の気密性の確保や不活性ガスによるカバーが必要である。そのため高速炉には、炉心や IHX などに自由液面が多く存在する。

自由液面を有する体系における流れの高流速化は、予測の困難な液面振動や気泡巻き込みを引き起こす可能性がある。高速炉においてもこれらの現象の発生

が危惧されている。特に気泡の巻き込みは、計測機器の誤作動や各部の伝熱性能低下などの原因となり、安定なプラント運転の支障となる。場合によっては、気泡が配管内に滞留したり炉心を通過したりすることで、炉心の反応度異常を引き起こすことも考えられる。気泡巻き込みを防止するために、構造的に流速を抑えたり、内部構造物の配置を見直すといった手段が講じられているが、現象自体を把握することもその一助となるはずである。

1.2 既往の研究

1.2.1 旋回渦型気泡巻き込みに関する既往の研究

気泡巻き込みとしては図 1.1 に示すように (1) 旋回渦型、(2) 碎波型および (3) 潜り込み型の 3 種類に分類される [1]。旋回渦型は、渦中心に液面のくぼみを生じ、渦底部から気泡を巻き込むものである。碎波型は、液面に沿った速い流れが液面を波立たせ、その碎波により気泡を巻き込むものである。潜り込み型は、液面に衝突する流れが液面を局所的に盛り上げ、そこからまた液面下に潜り込んで行く流れによって気泡を巻き込むものである。

本研究では気泡巻き込みを引き起こす可能性のある旋回渦流れ場に注目したが、渦近傍の流れ場はかなり特異である。例えば、角運動量の集中により接線方向速度が半径方向にかなり急激な勾配で分布するだけでなく、中心領域にかなり速い軸方向流れが導かれることなどが挙げられる。くぼみ先端での気泡形成に影響するのは、渦近傍の速度分布であるため、流れ場の調査が重要である。そのため、渦流れは多くの研究者によって解析的 [2,3,4,5, 6,7,8,9] および実験的 [10,11,12,13,14] に研究されてきている。それらの内の多くの研究については、理想的な流れ条件のみを扱っている。例えば、出口形状の影響が無視できるように出口が液面から十分離れており、くぼみの存在が周囲の流体の流れに影響を及ぼさないとしている。このような理想的な流れ条件においては Navier-Stokes の式の厳密解が存在し、後述する伸長渦流れとして知られている [2]。実験においても、伸長渦を作り出したり、伸長渦流れの近似がほぼ成立するところを対象としたりしている。この伸長渦流れの知識をもとに、一般的な渦流れを捉える試みが為されている。また、渦形成防止のために出口管を偏心位置に設置したり、複数の出口管を設置した場合の渦流れについても研究されている [15,16,17]。

気泡巻き込み現象に関する研究は、実験的なものが多く為されている。旋回渦に起因する気泡の巻き込みは、ポンプの吸い込み口や発電所水路系での取水口

においても発生し問題視されてきたため、機械工学、土木工学などの分野における研究が報告されている[18,19,20,21]。これらの研究は、実際の構造物を模擬した縮小モデルでの実験を行い、マクロパラメータを用いて現象を整理している。代表的なものとしては Baum の研究が挙げられる。これは、層流渦に関する気泡巻き込みの発生条件を、無次元数によって整理しようというものである。しかしながら、マクロパラメータによる整理は、異なる体系における実験結果に対しては適用できない。

原子力工学の分野では、高速炉に関連した多くの研究が最近報告されてきている。岩野は、伸長渦流れを実際の渦流れに適用することを試みた[22]。後述のくほみ深さに関しては伸長渦流れの式で評価できたが、下降流速に関しては伸長渦流れが成立しなくなる領域が存在する。そのため、伸長渦流れをそのまま実際の流れに適用することが不可能であることを報告している。また、近年白石らによって伸長渦流れの理論を改良した流れ場モデルが提案され、周方向速度および圧力の半径方向分布を解析的に求めている[23]。

そこで、本研究に関連する、Rankine 渦、伸長渦、岩野の研究、および白石らの研究について以下にまとめる。

1.2.2 Rankine 渦について

流体が一平面内に曲線路を描く場合、ある点において曲率半径 r 、速度 v を有する流線と Δr を隔てて隣接する速度 $v + \Delta v$ なる流線との全ヘッド差 $\Delta \hat{H}$ は

$$\Delta \hat{H} = \frac{v \Delta r}{g} \left(\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r} \right) \quad (1.1)$$

例えば $v = r\omega$ なる強制渦では $\Delta \hat{H} = 2r\omega^2 \Delta r/g$ である。

自然界の流れでは $\Delta \hat{H} = 0$ 、すなわち $vr = \gamma = \text{一定}$ となる渦巻きができる。これを自然渦と呼び、 γ を循環という。なお、循環は一般的に $\Gamma = 2\pi vr$ で定義されるが、ここでは $\gamma = \Gamma/2\pi = rv$ を循環として定義する。

Bernoulli の式は

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} - z = \hat{H} \quad (1.2)$$

で表されるが、 $p=0$ 、 $\hat{H}=\text{一定}=0$ とおき、 $r \rightarrow \infty$ において $z=0$ 、 $v=0$ となる境界条件を用いると、液面の形状は

$$z = \frac{v^2}{2g} = \frac{\gamma^2}{2g r^2} \quad (1.3)$$

で表される、回転双曲面となる。ここで座標軸は、図 1.2 に示すように鉛直下向きを z 軸とする。

しかし実際には軸付近において十分大きな回転速度にはならず、 $r = r_m$ より内側に強制渦を生じる。 $r = r_m$ より外側の自由渦領域では循環は一定なので、これを γ_0 で表すと、 $r = r_m$ においては $v = \gamma_0/r_m$ であり、連続条件から強制渦内では $v = (r\gamma_0)/r_m^2$ となる。 $\Delta \hat{H} = \Delta(r^2) \cdot \gamma_0^2/(gr_m^4)$ であるから、 $r = r_m$ で $\hat{H} = 0$ の境界条件の下に積分すると

$$\hat{H} = \frac{\gamma_0^2}{gr_m^4}(r^2 - r_m^2) \quad (1.4)$$

となり、Bernoulli の式から $r < r_m$ の液面形状として、

$$z = \frac{\gamma_0^2}{gr_m^2} \left(1 - \frac{r^2}{2r_m^2} \right) \quad (1.5)$$

を得る。 $r \geq r_m$ の範囲の液面形状は、(1.3) 式の γ を γ_0 で置き換えた式で与えられる。これを Rankine の組合わせ渦といい、 r_m を粘性コア半径（くぼみ半径）という。最低点の深さ（くぼみ深さ）は (1.5) 式において $r=0$ とすることで求められ

$$Z = \frac{\gamma_0^2}{gr_m^2} \quad (1.6)$$

と表される。また、自由液面が $r = r_m$ になる深さはくぼみ深さのちょうど半分である。

1.2.3 伸長渦について

座標系として図 1.2 に示すような円筒座標系 (r, θ, z) を用いる。軸対称、すなわち

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \quad (1.7)$$

を仮定し、密度 ρ は一定、現象は定常であるとする。連続の式は

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.8)$$

Navier-Stokes の式は

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \quad (1.9)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (1.10)$$

$$v_r \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} + v_z \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial z} = \nu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial^2(rv_\theta)}{\partial z^2} \right] \quad (1.11)$$

となる。ここで

$$v_z = \alpha z \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial z} = 0 \quad (1.13)$$

と仮定すると、(1.8) 式より

$$v_r = -\frac{\alpha}{2} r + \frac{C}{r} \quad (1.14)$$

が得られる。ここに C は積分定数であるが、 $r=0$ において発散しないために 0 でなければならない。したがって

$$v_r = -\frac{\alpha}{2} r \quad (1.15)$$

(1.12) 式および (1.15) 式を (1.9) 式に代入すると

$$\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 r = \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1.16)$$

(1.12) 式および (1.15) 式を (1.10) 式に代入すると

$$\alpha^2 z = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.17)$$

(1.12) 式、(1.13) 式および (1.15) 式を (1.11) 式に代入すると

$$-\frac{\alpha}{2} \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} = \nu \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} \right\} \quad (1.18)$$

を得る。(1.16) を r について積分し (1.17) 式に代入すると、圧力は

$$p = p_0 - \frac{\rho}{2} \left(\frac{\alpha^2}{4} r^2 + \alpha^2 z^2 \right) + \rho \int \frac{v_\theta^2}{r} dr \quad (1.19)$$

で表される。(1.18) 式で、 $rv_\theta = \gamma$ とおくと

$$\frac{\alpha}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial r} + \nu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right) = 0 \quad (1.20)$$

r について積分すると

$$\frac{\alpha}{2}\gamma + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma}{\partial r} = C' \quad (1.21)$$

となる。ここに、 C' は積分定数であるが、 $r \rightarrow \infty$ で $\gamma = \gamma_0$ とすることにより

$$C' = \frac{\alpha}{2}\gamma_0 \quad (1.22)$$

を得る。(1.21)式に(1.22)式を代入し $r=0$ で $\gamma=0$ の境界条件の下に積分すると、最終的に

$$\gamma = \gamma_0 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r^2 \right) \right\} \quad (1.23)$$

あるいは

$$v_\theta = \frac{\gamma_0}{r} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r^2 \right) \right\} \quad (1.24)$$

を得る。以上の解は、Navier-Stokesの式の厳密解であり、伸長渦流れとしてよく知られている[2]。また、広い等深容器の底にある円形の穴から流体が流出するときの底面の挙動（流入境界条件が無限遠方で与えられ、かつ底面の影響が少ない領域）に関しては、実際の流れとよく合う。しかしながら、有限の大きさを持った容器内の挙動については一致しない。

また、 v_θ の分布は明らかに Rankine 渦とは異なるが

$$\begin{aligned} r \rightarrow \infty : v_\theta &\rightarrow \frac{\gamma_0}{r} \\ r \rightarrow 0 : v_\theta &\rightarrow \frac{\alpha \gamma_0}{4\nu} r \end{aligned}$$

により近似できるので

$$r_m = \sqrt{\frac{4\nu}{\alpha}} \quad (1.25)$$

なる Rankine 渦に近い。

伸長渦の液面形状を考える。ここでくほみの存在は流速分布に影響しないと仮定し、また循環はある程度大きく、 v_r および v_z は v_θ と比較して無視できる程に十分小さいとする。Rankine 渦のところで述べたように

$$\Delta \hat{H} = \frac{v_\theta \Delta r}{g} \left(\frac{dv_\theta}{dr} + \frac{v_\theta}{r} \right) \quad (1.26)$$

であるから、 $p=0$ として Bernoulli の式は次のように書ける。

$$\Delta z = \frac{1}{2g} \Delta(v_\theta^2) - \Delta \tilde{H} = -\frac{v_\theta^2 \Delta r}{gr} \quad (1.27)$$

(1.24) 式を (1.25) 式を使って書き直すと

$$v_\theta = \frac{\gamma_0}{r} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{r^2}{r_m^2} \right) \right\} \quad (1.28)$$

となる。これを (1.27) 式に代入し整理すると

$$\Delta z = -\frac{\gamma_0^2 \Delta r}{gr^3} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{r^2}{r_m^2} \right) \right\} \quad (1.29)$$

となり、 $r \rightarrow \infty$ で $z=0$ の境界条件の下に積分すると

$$z = Z + \frac{\gamma_0^2}{gr_m^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n - 1}{n(n+1)} \left(\frac{r}{r_m} \right)^{2n} \quad (1.30)$$

を得る。ここで、 Z は最低点の深さであり

$$Z = 0.693 \frac{\gamma_0^2}{gr_m^2} \quad (1.31)$$

と表される。伸長渦では液面が $r=r_m$ となる深さはくぼみ深さのちょうど半分ではなく、くぼみ深さの 0.466 倍の深さの位置である。したがって、伸長渦を基礎として考えるのであればその位置の半径を測定するべきであるが、測定誤差などを考慮すればその位置での測定はあまり意味がないので、本研究ではくぼみ深さの 1/2 の位置における渦の半径をくぼみ半径とみなす。

1.2.4 岩野の研究について

岩野は伸長渦理論の各式、(1.12) 式、(1.24) 式および (1.25) 式が、実際の流体にあてはまることを示そうと実験を行った [22]。

くぼみ深さに関しては、伸長渦流れの予測式と実験値はよく一致し、伸長渦流れからくぼみ深さを予測できることを示した。しかしながら、下降流速は水位が高いほど吸い込み口近傍で急速に増大し、伸長渦理論で成り立たなければならない「下降流速が水深に比例する」という条件が成り立っていない。よって伸長渦流れの仮説をそのまま使うことはできない。岩野はここまでの報告にとどめている。

1.2.5 白石らの研究について

白石らは、図1.3で示されるような対称な2次元定常流を仮定し、くほみ渦周囲の速度場を数値的に求めている [23]。図1.3において白石は、 $r \leq r_0$ では鉛直下向きに一樣に流れているとし、 $r \geq r_0$ では、下向きの速度成分はなく半径方向の流入速度成分のみであるとしている。ここで、くほみ下の下降流速 w は深さ z に比例し、周方向速度成分 v 及び半径方向速度成分 u は、深さ z には依存しないと仮定して連続の式と Navier-Stokes の式を解き、以下のような各速度成分を得ている。

$r < r_0$:

$$u = -\frac{q}{r_0} r \quad (1.32)$$

$$v = v_0 \frac{r_0}{r} \frac{\left\{ 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{q}{\nu} \frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\}}{\left\{ 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{q}{\nu}\right) \right\}} : \text{for } \frac{q}{\nu} \neq 0 \quad (1.33)$$

$$v = v_0 \frac{r}{r_0} : \text{for } \frac{q}{\nu} = 0 \quad (1.34)$$

$$w = -w_d \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (1.35)$$

$r > r_0$:

$$u = -\frac{q}{r} \quad (1.36)$$

$$v = \frac{\left\{ v_1 \left(\frac{r_1}{r_0}\right) - v_0 \right\}}{\left\{ \left(\frac{r_1}{r_0}\right) \left(2 - \frac{q}{\nu}\right) - 1 \right\}} \left\{ \left(\frac{r}{r_0}\right) \left(1 - \frac{q}{\nu}\right) - \frac{r_0}{r} \right\} + \frac{r_0}{r} v_0 : \text{for } \frac{q}{\nu} \neq 2 \quad (1.37)$$

$$v = \frac{r_0}{r} \frac{\left\{ v_1 \left(\frac{r_1}{r_0}\right) - v_0 \right\}}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \ln \frac{r}{r_0} + \frac{r_0}{r} v_0 : \text{for } \frac{q}{\nu} = 2 \quad (1.38)$$

$$w = 0 \quad (1.39)$$

$r = r_0$:

$$v_0 = v_1 \frac{r_1}{r_0} \frac{\left(2 - \frac{q}{\nu}\right) \left\{1 - \exp\left(-\frac{q}{2\nu}\right)\right\}}{\exp\left(-\frac{q}{2\nu}\right) \left\{\frac{q}{\nu} \left(\frac{r_1}{r_0}\right) \left(2 - \frac{q}{\nu}\right) - 2\right\} + \left(2 - \frac{q}{\nu}\right)} : \text{for } \frac{q}{\nu} \neq 2 \quad (1.40)$$

$$v_0 = v_1 \frac{r_1}{r_0} \frac{1 - \exp\left(-\frac{q}{2\nu}\right)}{\exp\left(-\frac{q}{2\nu}\right) \left(\frac{q}{\nu} \ln \frac{r_1}{r_0} - 1\right) + 1} : \text{for } \frac{q}{\nu} = 2 \quad (1.41)$$

ここで、 q は流入流量、 r_0 は出口管の半径、 r_1 は円筒容器の半径、 w_d は出口管での平均流速である。

これらをもとに数値計算を行い、周方向速度成分の半径方向分布 (図 1.4) および圧力の半径方向分布 (図 1.5) を得ている。この結果、くぼみ下での流れ場を決定している無次元数は半径方向のレイノルズ数 q/ν であり、渦の強さを決定しているパラメータは、半径 r_0 と $r = r_0$ での循環 $v_0 \cdot r_0$ であるということを示している。

1.3 本研究の目的

本研究の位置づけを図 1.6 に示す。従来の研究においては、実験によって気泡巻き込み限界の整理を無次元数などの体系パラメータで整理したり、流れ場を表す局所パラメータによってくぼみ形状を求めようとする解析が行われてきた。しかしながら、実験装置などから決まる体系パラメータと流れ場を表す局所パラメータとの関係を詳細に調べた研究例は少ない。また、気泡巻き込みを引き起こす可能性のあるくぼみ渦がどのような流れ場を形成し、どのような形状をしているのかを報告した研究例も多くはない。有限体系において形成される渦流れ場は、無限体系において考えられる伸長渦流れとは異なり、渦近傍は特異な流れ場となっている。渦近傍の流速分布はくぼみ先端での気泡形成およびくぼみ形状に影響することから、流れ場を代表する局所パラメータとくぼみ形状の関係を調べることが重要である。そこで本研究では、気泡巻き込みに関する基礎研究としてくぼみ渦に注目し、有限容器内に形成される定常排水渦周囲の流れ場について、体系パラメータ、流れ場を代表する局所パラメータおよびくぼみの形状の相互関係を調べることを目的とした。まず実験においては、有限の円筒容器内に形成される渦流れ場を測定し、体系パラメータと流れ場を代表する局所パラメータとの関係を調べた。解析においては、実験的事実を反映した流れ場の新しい流れ場

モデルを提案し、くほみ形状を解析的に求め、実験によるくほみ形状との比較を行った。



(a) initial state

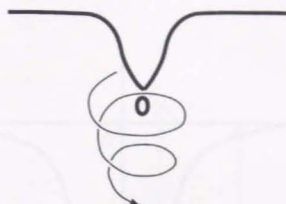


(b) breaking of surface waves

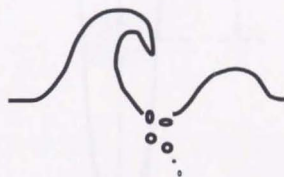


(c) meniscus formation

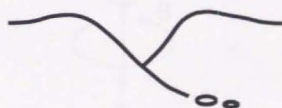
(d) final state



(1) vortex formation



(2) breaking of surface waves



(3) waterfall formation

図 1.1 気泡巻き込みの種類

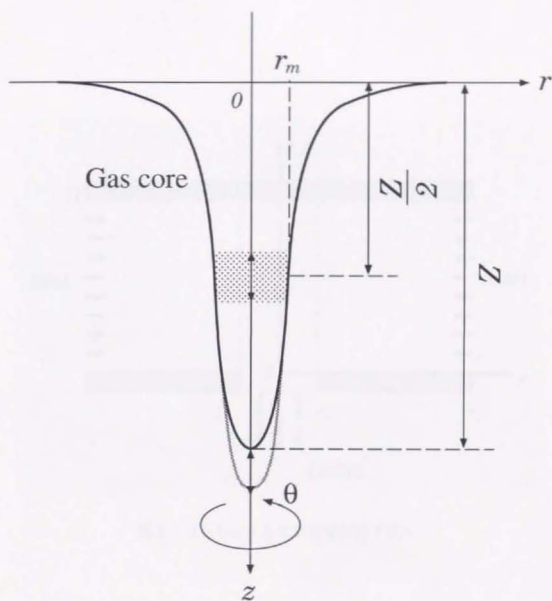


図 1.2 座標軸の設定

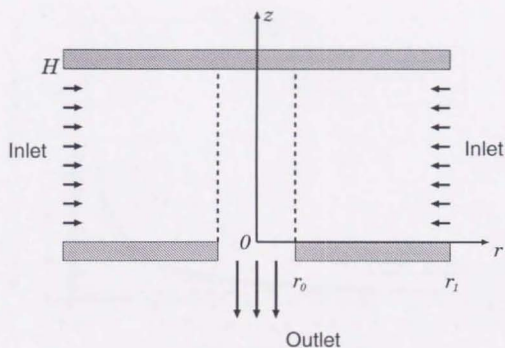


図 1.3 白石らによる 2 次元定常流モデル

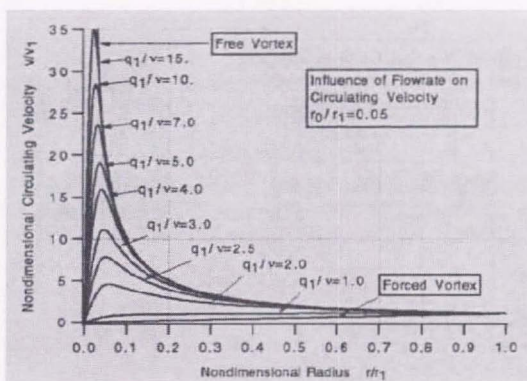


図 1.4 白石らの解析による循環分布

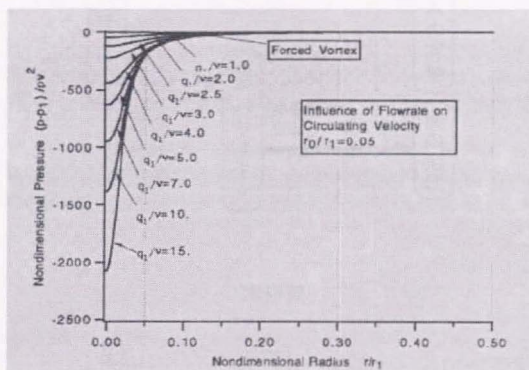


図 1.5 白石らの解析による圧力分布

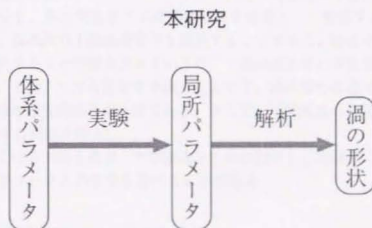
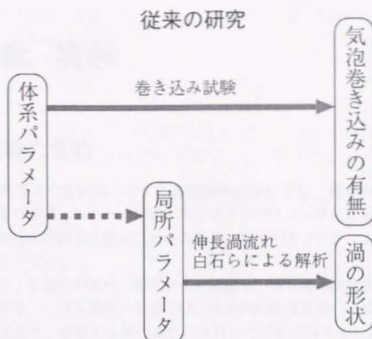


図 1.6 本研究の位置づけ

第 2 章 実験

2.1 実験の目的

従来行われてきた旋回流に対する基礎研究においては、理想的な流れ条件を扱っているものが多く、また、実験体系のマクロパラメータによる無次元数を用いて気泡巻き込みの限界を整理しているため、局所パラメータによる整理はほとんど行われていない。

本実験では、容器内の流れの相互関係を把握し、流れ場の決定因子を調べることを目的とする。くほみ形状の予測には、体系内の流速分布、特に渦近傍の流速分布が重要であり、容器中心部の流れに注目しなければならない。

具体的には、実験のまず第一の目的は、循環の分布を測定することである。渦中心近傍、容器壁面を除き、循環は変化していないように観察されるが、この裏付けとなる測定は報告されていない。そこで、周方向速度の半径方向および軸方向分布を測定し、周方向速度と半径位置の積を循環として整理する。

第二には、体系内の下降流速分布を測定することである。容器中心部に高速の下降流が存在することが報告されているが、下降流速分布の半径方向分布の測定例は少ない。また、くほみ形状を予測する上では、渦近傍の流速分布が重要であり、下降流速の軸方向分布が必要である。そこで、下降流速の半径方向分布および軸方向分布の測定を行う。

第三は、くほみ形状を循環、下降流速とともに測定し、本研究に用いた実験体系の局所パラメータとの関連を調べることである。

2.2 実験装置および方法

2.2.1 実験装置

本実験に用いた使用装置の一覧を表 2.1 に、実験装置の写真を図 2.1 に示す。

図2.2は本研究に使用した水流動ループ系の概略図である。下部タンクに満たされた水は、ポンプによってヘッドタンクに汲み上げられ、流量調整弁、流量計を介してテストセクションへと導かれる。ヘッドタンクをオーバーフローした水を下部タンクに戻すことで、ヘッドタンクの水位は一定に保たれる。ポンプの脈動の影響が出ないようにするため、ヘッドタンクとテストセクション流入口のヘッド差を利用して水を流している。ヘッドタンクとテストセクション流入口のヘッド差は、約3mである。テストセクション下部から流出した水は下流部タンクに入り、オーバーフローした水は下部タンクに戻る。テストセクションの水位(容器深さ)は圧力損失分だけ下流部タンクの水位よりも高くなるが、下流部タンクの水位をタンク内の水門の高さで調節することで、容器深さが任意に設定できる。

図2.3にテストセクションを示す。容器は透明アクリル製であり、流れ場の可視化が容易に行えるものとなっている。従来、回転シリンダ、ペーン、ジェットなどによって循環が与えられる実験が行われてきたが、本実験では、自由液面を有する長方形流入口を通して円筒容器内へ接線方向に水を導き、容器内部の流れに循環を与えている。給水流量が大きな場合には自由液面が乱れるため、流入口の幅はあまり小さくできないが、大き過ぎると一回りした流れが流入してくる流れの下に潜り込み、容器内のフローバターンの軸対称性が崩れるため、渦軸が中心からずれる恐れがある。そのため、流入口の幅は20mmに設定している。出口管は長さ50mmの円管で、テストセクション下部の構造物に付属しており、交換が容易となっている。出口管が容器内側に突き出た形状の実験がなされているが、本実験では内側には突き出ない形状とし、容器底面は流れを妨げないように平滑となっている。テストセクションは矩形アクリル容器内に設置され、それらの間に水を流し、その水位を容器深さよりも高く保持している。これは、可視化を容易にし屈折によるひずみを軽減するためである。

流れ場は、比重 1.02g/cm^3 、直径 0.4mm のプラスチック粒子および染料により可視化した。粒子および染料の動きを追跡することにより、流速分布を計測した。また、下降流速の半径方向分布を、レーザドブラー流速計(LDV)を使用して測定した。測定系の概要を図2.4に示す。レーザーはテストセクション正面から入れ、プローブはステッピングモーターによって容器奥から手前に移動させた。なお、レーザーの焦点距離は約150mmで、円筒容器径よりやや小さい。LDVの測定点は、直径約 0.1mm 、長さ約 1.1mm の楕円形状であり、計測データは空間的に平均化されているため、データは再構成している。くぼみ形状は、5m以上離れた位置から撮影した写真から測定した。

2.2.2 実験方法

2.2.2.1 実験手順

実験の手順は以下のようである。

1. 円筒容器の浅いもの、または深いものを選択し設置する。容器底面の構造物を変更することで出口管直径 D を変更する。ループ内に水を流し、流量調整弁によって給水流量 Q を調節する。容器深さ H および流入口高さ h を一定に設定するため、下流部タンク内に設置された水門の高さを調節する。
2. 流れが十分に発達し渦が安定したら、くぼみ形状（くぼみ半径 r_m およびくぼみ深さ Z ）を求めるために、渦をテストセクション正面から写真撮影する。また循環 γ を求めるために、自由液面では粒子の軌跡を上方から写真撮影し、容器内では粒子の運動をテストセクション正面からビデオに撮影する。
3. レーザードップラー流速計（LDV）によってくぼみ下の下降流速 v_z の半径方向分布を測定する。
4. 中心領域の下降流速 V_d を測定するために、渦近傍に染料を流し、流れる様子をテストセクション正面からビデオに撮影する。

1 から 4 を繰り返して実験を進めた。なお、給水流量は徐々に増加させ、くぼみが出口管に達し巻き込みが発生するか、または実験体系で制限される給水流量の限界まで実験を行った。

2.2.2.2 測定方法

自由液面上での循環 γ は、粒子が自由液面上を流れている間に、シャッタースピードを $1/1$ 秒から $1/125$ 秒の間で設定してその軌跡を写真撮影し求めた。半径方向の距離 r は容器径との比から求め、角速度 ω は角度とシャッタースピードから算出し、五つ程度の平均値を採用した。

容器内の循環 γ は、容器内を粒子が循環している様子をビデオカメラで撮影し、粒子の運動する半径 r と 1 周するのに要する時間を測定し求めた。時間の測定にはビデオカメラに附属しているタイムカウンターを画面に取り込んでて計測した。

下降流速 v_z の半径方向分布の測定では、レーザードップラー流速計（LDV）を用い、軸方向位置が容器深さ H のほぼ $3/4$ となるところでの分布を調べた。LDV

で計測された流速は空気中での値であるため、空気と水の屈折率を考慮に入れ、水中での流速に換算し直したものを、実験結果として採用した。

中心領域の下降流速 V_d の測定では、テストセクション表面の軸方向に 50mm の間隔でマークがされており、染料の先端がこれらのマークを通過する所要時間を計り、距離と時間から値を算出した。時間の測定は容器内の循環量の測定と同様に、ビデオカメラに付属したタイムカウンターの値を読んだ。10 個程度の平均値を採用した。

くぼみ半径 r_m およびくぼみ深さ Z は、写真上でのそれらの長さ、実際に長さのわかっているもの（前述の矩形容器表面につけられたマーク）の実際と写真上の比から算出し、4つの平均値をそれらの値として採用した。くぼみ深さ Z は自由液面からくぼみ先端までの距離であり、くぼみ半径 r_m はくぼみ深さの半分位置での半径、すなわち半値幅である。

2.2.2.3 実験パラメータ

本研究では、流入口高さ h を一定とし、容器深さ H 、出口管直径 D および給水流量 Q を変化させ、各測定を行った。表 2.2 に実験パラメータを示す。

2.3 実験結果

2.3.1 流速分布

可視化された流れ場より、体系内を流れる旋回流は大きく 3 つの部分に分類できることがわかった（図 2.7-(a)）。

(1) 渦中心領域

渦中心領域は粘性の影響で循環 $\gamma (= r \cdot v_\theta)$ が小さくなる。この領域を比較的高流速で下降する流れが存在し、その最大下降流速 $V_d (= v_z|_{r=0})$ は後述するように自由液面からの距離 z に比例して増加した。ただし V_d の z に関する比例増加は出口管近傍では成り立っておらず、その勾配 α は出口管平均流速 V_{out} を H で除した値に必ずしもならない。また Q および D が大きくなると、渦軸周りに下降流速の小さな領域が形成された（図 2.7-(b)）。この領域では、周方向速度 v_θ はゼロではないので、流れが静止しているわけではないが、軸方向に淀んでいるように観察されることから、この領域を淀み域と呼ぶことにする。渦中心領域を形成する淀み域および高速下降流領域の半径をそれぞれ r_1 、 r_0 とする。

(2) 自由渦領域

渦中心領域より外側の領域 (2) は容器の大半を占めており、循環 γ が一定で、下降流速 v_z はほぼゼロであった。したがって、回転運動のみをしているように観察された。

(3) 容器壁近傍領域

容器底面近傍では、壁面摩擦の影響で循環が小さくなる。このため、圧力差により底面を外から内に流れる流れが存在した。このような流れ領域は、エックマン層として知られている [12]。このエックマン層の流れは、主として流入口から容器外壁面に沿う流れによって供給される。このため、エックマン層により誘起される、外壁面に沿う流れが存在した。

以上より、容器内の主要な流れは、領域 (1) を下降する流れ (流量 Q_1) と、容器外壁面に沿って下降し容器底面で出口管に向かう領域 (3) の流れ (流量 Q_2) の2つである。これら2つの流れの流量比は、循環分布や渦中心領域の大きさ等と相互に影響しあい、これらの複雑な釣り合いにより決定されと考えられる。なお、領域 (1) を下降する流量 Q_1 は 2.3.4.3 節において議論する。

2.3.2 循環分布

本実験体系では、流入口からの流れにより循環 γ が与えられ、 γ を直接制御していないため、その測定を行った。循環の半径方向分布を測定したところ、図 2.8 の結果を得た。測定された循環は、平均流入流速と容器半径から算出された値よりも小さかった。自由液面を観察すると、流入口からの流れと容器内の旋回流が干渉し、給水流量 Q を増加させると流入口付近に跳水が観られることから、ここで γ は散逸していると考えられる。しかしながら、領域 (2) では γ は半径方向にほぼ一様に分布していた。また、領域 (2) における γ の軸方向分布を測定した。その一例として、容器深さ $H=400[\text{mm}]$ 、出口管直径 $D=19.8[\text{mm}]$ において Q を変化した場合の測定結果を図 2.9 に示す。測定手法の限界からややばらつきではあるものの、 γ は軸方向にほぼ一様に分布していた。したがって、領域 (2) においては、 γ が軸方向に保存されているとみなすことができ、

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

が成り立つ。(2.1) 式は伸長渦流れの重要な仮定の一つである。

給水流量 Q 、容器深さ H および出口管直径 D を変化させて循環 γ を測定し、その結果を図 2.10 にまとめて示す。この図の縦軸には循環と容器深さの積 $\gamma \cdot H$ を

とっている。 H が一定の場合、 γ は D の変化にかかわらず同一の Q に対してほぼ同一の値をとる。また、図より $\gamma \cdot H \propto Q^{1.37}$ なる関係があり、 $\gamma \propto H^{-1}$ であることがわかる。この関係は必ずしも一般的に成り立つものではなく、本実験装置固有の性質である可能性もあるが、 γ は Q および H で決定され、出口管形状に依存しないことは興味深い。

2.3.3 下降流速の半径方向分布

容器内の下降流速 v_z は、領域(1)において高速であり、領域(2)でほとんどゼロとなっていた。また実験条件によっては、領域(1)の渦軸周りに下降流速が小さくなる領域、すなわち淀み域が観察された。そこで、下降流速の半径方向分布をLDVを用いて測定した。

測定結果の一例として、容器深さ $H=907[\text{mm}]$ 、測定位置 $z=675[\text{mm}]$ において、出口管直径 $D=40.9[\text{mm}]$ として給水流量 Q を変化させた場合の結果を図2.11に、 $Q=20[\text{l/min}]$ として D を変化させた場合の結果を図2.12にそれぞれ示す。どちらの図を見ても、下降流速は渦中心近傍において大きく、その外側ではほとんどゼロとなっている。図2.11より、出口管直径が一定の場合、 Q の増加とともに最大の下降流速が測定される半径位置は外側にシフトし、渦中心部が相対的に遅くなることがわかる。これは、 Q の増加とともに渦軸周りに淀み域が発達することを示している。また図2.12より、同一の Q であっても、 D が小さな場合は淀み域は観察されず、 D が増加するにしたがって中心部が遅くなり、淀み域が形成される傾向がよくとらえられている。このような流れ場の様子は、染料による可視化結果とよく一致していた。

2.3.4 渦中心領域の下降流

2.3.4.1 下降流速の軸方向分布

くぼみ形状は、渦中心近傍の下降流速分布に影響される。そこで、渦中心近傍にトレーサーとして染料を注入し、最大下降流速 $V_d(=v_z|_{r=0})$ の測定を行った。自由液面が傾き始める部分に滴下した染料は、渦中心近傍に集まり下降した。この染料の動きは、染料の滴下量や滴下位置の影響をほとんど受けず、同一条件では同じ挙動を示した。染料の動きを追跡するため、本方法で測定された下降流速は、領域(1)における最大下降流速であり、LDVの測定結果と一致した。最大下降流速を与える半径方向位置は、実験条件によっては渦中心ではなく、わずか

に外側となったが、これも LDV の測定結果に等しい。

下降流速 V_d の一例として、容器深さ $H=400[\text{mm}]$ 、出口管直径 $D=19.8[\text{mm}]$ の下で給水流量 Q を変化させた場合の測定結果を図 2.13 に示す。 V_d は自由液面からの距離 z に比例して増加していた。すなわち、出口管近傍以外では

$$V_d = \alpha z \quad (2.2)$$

なる関係が成立した。ここで α は下降流の速度勾配である。したがって、領域 (1) では伸長渦流れと同様の特徴を有していた。また、 V_d が z に比例して増加するという関係は、 H および D を変化させた場合においても成立することが確認された。貞広ら [12] の研究に見られるように、既往の多くの研究においては、流入口高さ h と容器深さ H を同一にして、深さにかかわらず半径方向の流速が一樣であるように工夫していた。すなわち、 α を一定とするような実験体系を用いていた。一方、本研究の実験体系では流入口が容器上部に設置されており、 h と H が同一ではない。それにもかかわらず、領域 (1) における V_d は z に比例して増加した。円筒容器内に渦が形成され容器底部から排水する体系では、渦中心近傍の下降流速は、流入口形状にかかわらず線形増加する性質を有すると考えられる。

出口管近傍の下降流速の測定は実験装置の制約のため不可能であった。しかしながら、測定可能な範囲の下降流速を外挿しても、出口管近傍の V_d は出口管平均流速 V_{out} とは一致せず、多くの場合小さい。出口管内における流速分布が必ずしも一樣でない可能性もあるが、それ以上に領域 (3) の流れが合流することにより、出口管近傍では流速分布の急激な変化が生じていると推測される。

容器内のフローパターンが実験条件にかかわらず同一であるならば、 V_d すなわち α は Q と比例するはずである。そこで、実験による α と Q の関係を図 2.14 に示す。図より、 α は Q に比例して増加した後、急激に大きな値となる。したがって、容器内のフローパターンは実験条件により変化していると考えられる。 α は、領域 (1) を下降する流量 Q_1 から決定される。 α が何によって決定されるのかに関しては、まず Q_1 がどのような性質を有するのか検討する必要がある。

2.3.4.2 淀み域および高速下降流領域の半径

前述のように最大下降流速 V_d が測定される半径方向位置は、実験条件によっては渦中心ではなく、わずかに外側となった。この場合、その内側の渦軸周りに燃料が数秒間から数十秒間滞留する領域ができ、それは出口管近傍まで細長く伸びていた。なお、この滞留は、周方向速度 v_θ がゼロではないので旋回しており、静止しているわけではない。この滞留は、渦軸周りの流れがすぐ外側の流れと比

較して相対的に遅いこと、すなわち軸方向に淀んでいる領域があることを示している。そこで、滞留が継続される領域の半径を淀み域半径 r_1 、その外側において染料が高速で下降する最大の半径を高速下降流領域の半径 r_0 として、可視化画像から測定した。 r_1 および r_0 は出口管に近づくにつれてわずかに小さくなり、軸方向に変化していたが、その変化量は、くぼみ直下と出口管近傍との間で可視化画像の分解精度による測定誤差の 1mm 程度であった。 r_1 および r_0 の軸方向変化は小さいこと、くぼみ形状を考えるにあたってはくぼみ近傍の流れに注目すべきことの 2 点から、 r_1 および r_0 の測定はくぼみ直下において行った。

図 2.15 は染料の動きをとらえた画像例である。(a) は淀み域が存在しない場合、(b) は淀み域が存在する場合で、実験条件は、容器深さ $H=907[\text{mm}]$ 、出口管直径 $D=40.9[\text{mm}]$ において (a) $Q=10[\ell/\text{min}]$ 、(b) $Q=25[\ell/\text{min}]$ である。染料の動きが明らかに違うことを確認できる。

容器深さ H 、出口管直径 D および給水流量 Q をパラメータとして r_0 および r_1 の測定を行い、その結果を図 2.16 および 2.17 にそれぞれ示す。図 2.16 より、 r_0 は D とほぼ比例関係にあり ($r_0 \approx 0.15 \sim 0.35D$)、 Q に対する依存性は小さい。また比例係数は、 H の増加とともに小さくなる傾向にある。一方図 2.17 より、 r_1 は Q が小さな場合ゼロとなっており、淀み域が形成されていない。 r_1 は Q や D の増加とともに大きくなる傾向にあるが、単純な比例関係などはなく、その決定機構についてはさらなる検討が必要である。

図 2.12 の LDV の測定結果と、可視化画像による高速下降流領域の半径 r_0 および淀み域半径 r_1 を比較した。図 2.12 と同一実験条件の可視化画像においては、 $D=19.8[\text{mm}]$ の場合、 $r_0=6.25[\text{mm}]$ 、 $r_1=0[\text{mm}]$ であり、 $D=40.9[\text{mm}]$ の場合、 $r_0=17.13[\text{mm}]$ 、 $r_1=2.00[\text{mm}]$ であった。可視化画像による r_0 と、LDV による渦中心近傍の高速下降流がみられる最大半径はよく一致している。一方、実験中に渦中心がわずかに移動しているのに対し、LDV の測定結果は時間的および空間的に平均化されているため、実際の下降流速の半径方向分布は、LDV の測定結果よりも急激に変化していると考えられる。したがって、可視化画像から求めた r_1 に相当する部分を LDV の測定結果にみることはやや困難である。

2.3.4.3 渦中心領域の下降流量

領域 (1) の下降流の速度勾配 α は、領域 (1) の下降流量 Q_1 と密接にかかわっている。LDV による下降流速の半径方向分布を領域 (1) について積分し、 Q_1^* を算出した。なお、全領域にわたって積分した流量は給水流量 Q とほぼ一致しており、LDV の測定結果からの Q_1^* の算出が妥当であることを確認している。LDV

による計測は、容器深さ H に対して $z/H \approx 0.75$ となる軸方向位置において行われており、この断面における Q_1^* の値を図 2.18 に示す。横軸には、画像解析により得られた領域 (1) の下降流速 $V_d (= \alpha z)$ 、高速下降流領域の半径 r_0 および淀み域半径 r_1 から単純な下降流速分布を仮定して算出した領域 (1) の流量をとっている。両者は比例関係にあり、領域 (1) の流量として、 $C\pi(r_0^2 - r_1^2)\alpha z$ を用いて近似できることがわかる ($C = 0.5$)。そこで、 $z/H = 1.0$ となる下降流速を外挿し算出された流量 $C\pi(r_0^2 - r_1^2)\alpha H$ をあらためて領域 (1) の下降流量 Q_1 と定義する。この Q_1 と給水流量 Q の関係を図 2.19 に示す。 $Q_1 \approx 0.1 \sim 0.5Q$ であり、残りの流量 $Q_2 = Q - Q_1$ はエックマン層から供給されていると考えられる。

図 2.14 に示したように、 Q に対する α は、比例増加した後に急激に大きな値へと変化する。しかしながら図 2.19 のように、 Q_1 は Q に対して α のような急激な変化とはなっていない。 r_0 は Q にほとんど依存しないのに対し、 r_1 は Q に依存していた。つまり、淀み域が形成されると流路面積が減少し、 α が大きくなると予想される。そこで、 α と r_1 との関係を調べた。例として出口管直径 $D = 50.3[\text{mm}]$ 、 $H = 400[\text{mm}]$ の結果を図 2.20 に示す。横軸に Q 、縦軸には α および淀み域面積 πr_1^2 をとっている。 α が急激に大きな値へと変化する Q と、 πr_1^2 が大きく変化する Q とは関係があるように見てとれる。なお、 α が急激に大きな値へと変化する Q の値は、 r_1 が急激に大きくなる Q の値とは一致せず、若干小さい傾向にある。このような α と r_1 の関係は淀み域が形成されるその他の実験条件においてもみられ、この傾向のために Q と Q_1 は厳密な比例関係にないと考えられる。なお、 Q_1 の決定因子には容器壁に沿って流れる流量 Q_2 も関与している。したがって、 Q_2 が重要であり、エックマン層の果たす役割が大きいと考えられる。

2.3.5 くぼみ形状

くぼみを写真撮影しその形状を求めた。くぼみ深さ Z はもとの自由液面からくぼみ端までの長さであり、くぼみ半径 r_m は $Z/2$ における半径、すなわち半振幅である。

伸長渦流れでは、くぼみ半径 r_m は (1.25) 式で与えられる [2]。本実験体系では図 2.21 に示すように (1.25) 式の関係は成立しない。むしろ給水流量 Q の変化にかかわらず、 r_m は各出口管直径 D に対してほぼ一定の値をとっている。すなわち、 r_m は D に依存すると考えられる。

伸長渦流れでは、くぼみ深さは (1.31) 式で表される [2]。この関係をプロットしたものが図 2.22 である。くぼみ半径が (1.25) 式ではよく近似できないにもかかわらず、くぼみ深さは、くぼみ先端が出口管に近づく場合を除き、伸長渦流れ

と同じような変化の傾向を示した。なお、くほみ先端が出口管に近づく場合に大きく異なるのは、容器深さの影響でくほみ深さがそれ以上大きくなれないためであると考えられる。

くほみ形状は渦中心近傍の流速分布に影響される。渦中心近傍の流速分布は、下降流速 V_d が自由液面からの距離 z に比例するという伸長渦流れの特徴を有する一方で、下降流速に半径方向分布が存在するという伸長渦流れと大きく異なる特徴も有する。したがって、 r_m は伸長渦流れの (1.25) 式で表すことができないと考えられる。

2.3.6 流れ場を代表する局所パラメータ

実験より、有限円筒容器内に形成されるくほみ渦周囲の流れ場を代表する局所パラメータは、循環 γ 、渦中心領域の下降流の速度勾配 α 、高速下降流領域の半径 r_0 および淀み域半径 r_1 であると考えられる。

表 2.1 使用装置一覧

Video Camera	Victor	GR-S77
	Type	CCD (360,000 pixel)
	Shutter speed	1/250 sec
	Lens	Zoom
Video Tape Recorder	NEC	PV-S98
	Mitsubishi	HV-S700
	Type	S-VHS (NTSC)
Camera	Nicon	FM2
	Lens	Micro-NIKKOR 55mm 1:2.8
	Shutter speed	1/1 ~ 1/125

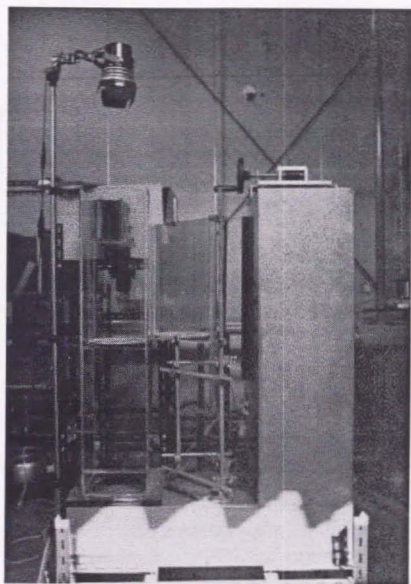


图 2.1 实验装置写真

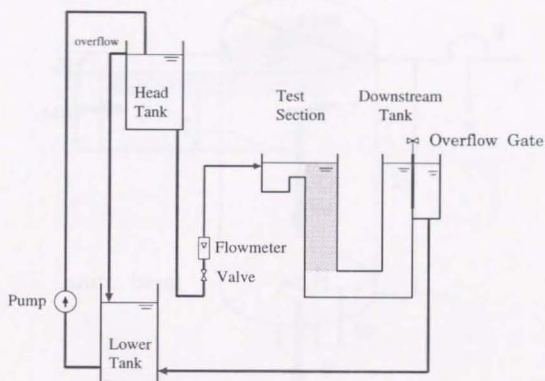


図 2.2 水循環ループ系

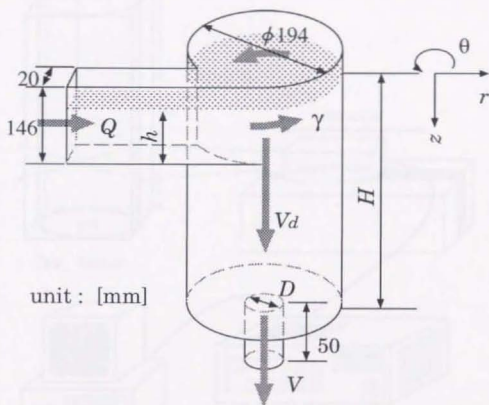


図 2.3 テストセクション

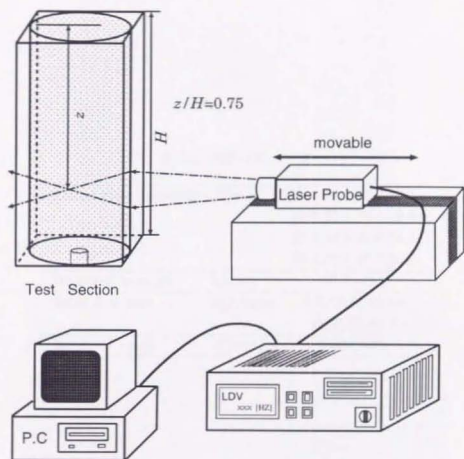
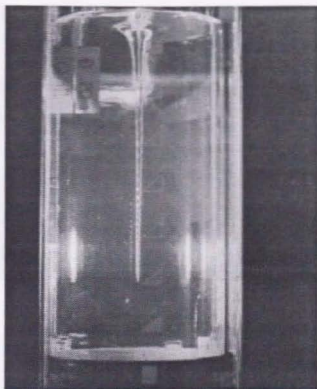


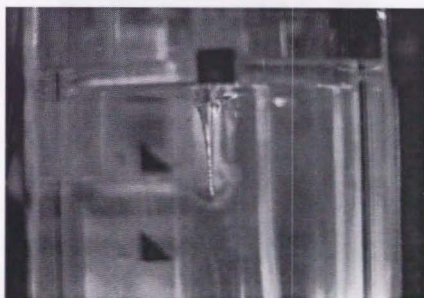
图 2.4 LDV 测定系

表 2.2 実験パラメータ

Outlet pipe diameter	$D[\text{mm}]$	10.5, 12.2, 15.1, 17.8, 19.8, 22.1, 24.0, 25.8, 28.1, 30.0, 32.0, 34.1, 36.1, 39.1, 40.9, 50.3
Height of inlet jet	$h[\text{mm}]$	50 (const)
Total flow rate	$Q[\ell/\text{min}]$	5, 7, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45
Depth of vessel	$H[\text{mm}]$	400, 907

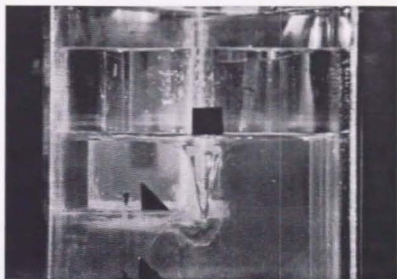


(a) $H=400[\text{mm}]$, $D=19.8[\text{mm}]$, $Q=12[\ell/\text{min}]$

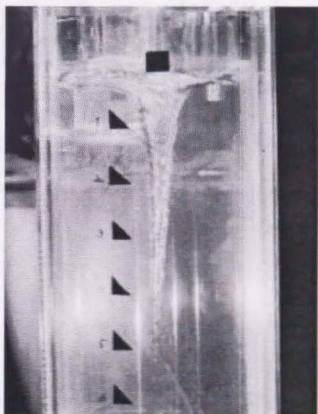


(b) $H=907[\text{mm}]$, $D=19.8[\text{mm}]$, $Q=12[\ell/\text{min}]$

図 2.5 容器深さに対するくほみ形状の変化



(a) $Q=20[\text{l}/\text{min}]$, $H=907[\text{mm}]$, $D=40.9[\text{mm}]$



(b) $Q=40[\text{l}/\text{min}]$, $H=907[\text{mm}]$, $D=40.9[\text{mm}]$

図 2.6 給水流量に対するくほみ形状の変化

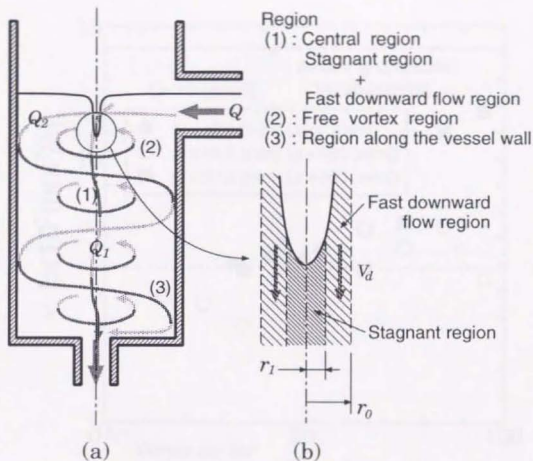


図 2.7 容器内のフローパターン

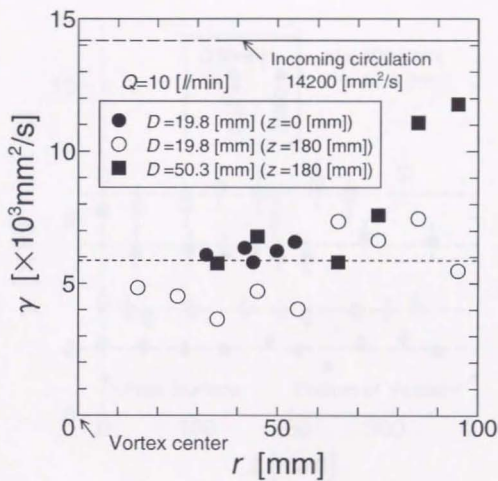


図 2.8 循環の半径方向分布

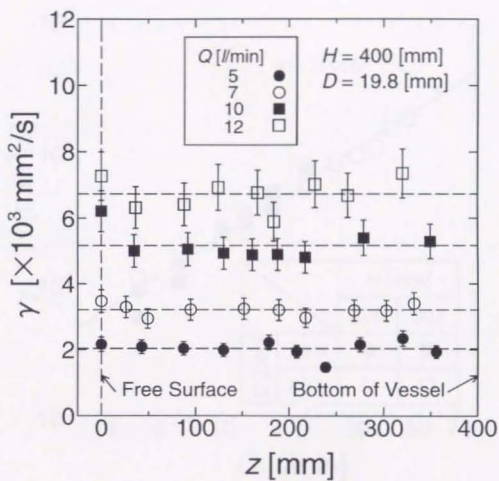


図 2.9 循環の軸方向分布

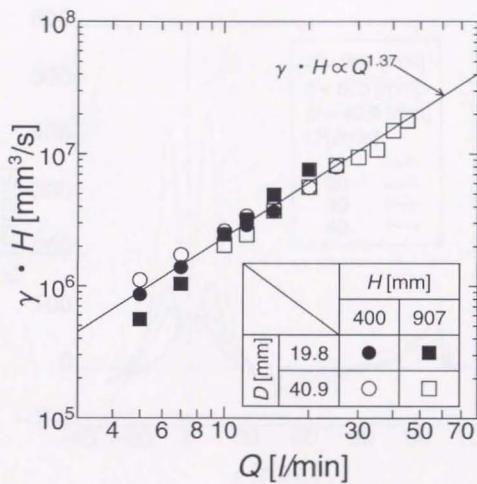


図 2.10 給水流量と循環の関係

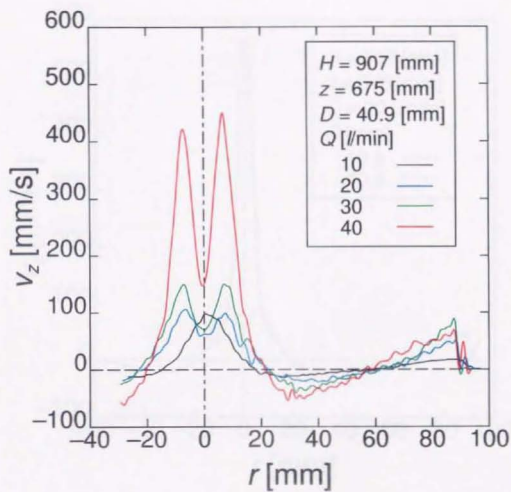


図 2.11 給水流量に対する下降流速の半径方向分布の変化

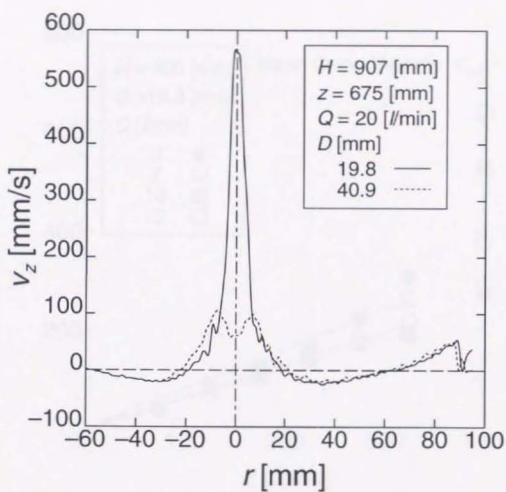


図 2.12 出口管直径に対する下降流速の半径方向分布の変化

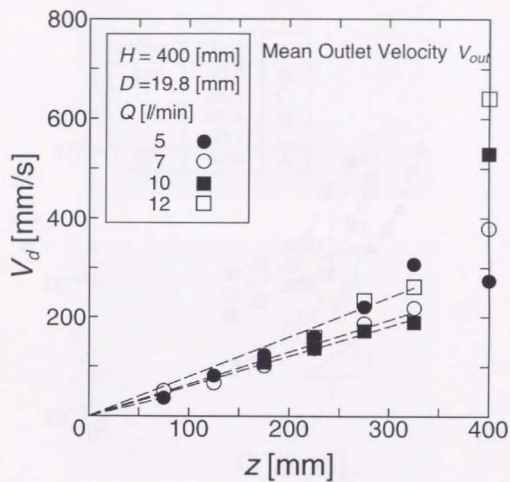


図 2.13 渦中心領域の下降流速

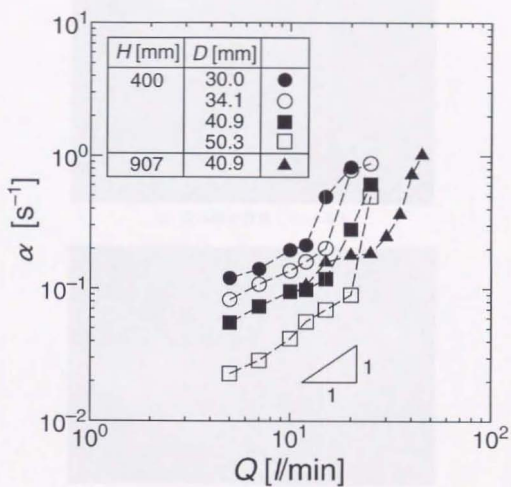
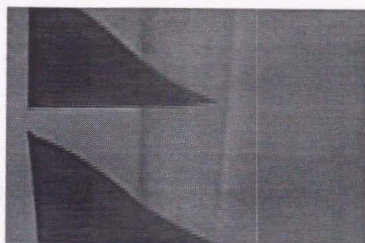
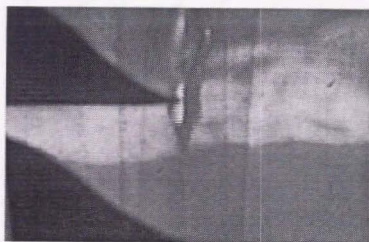


図 2.14 給水流量に対する下降流の速度勾配の変化



(a) 淀み域が存在しない場合



(b) 淀み域が存在する場合

図 2.15 染料の動き

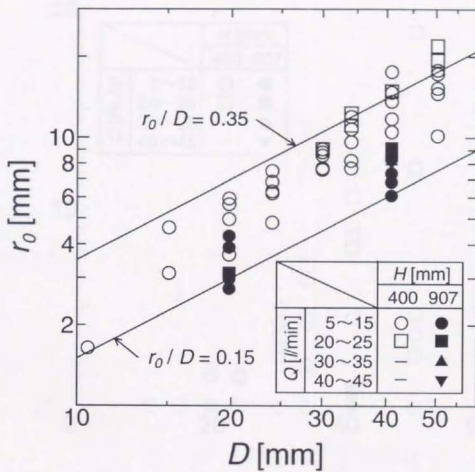


図 2.16 高速下降流領域の半径

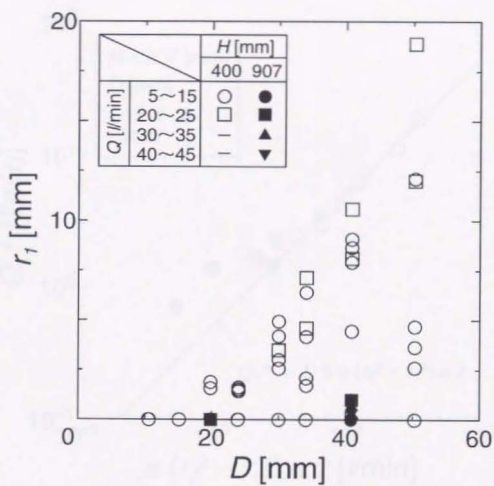
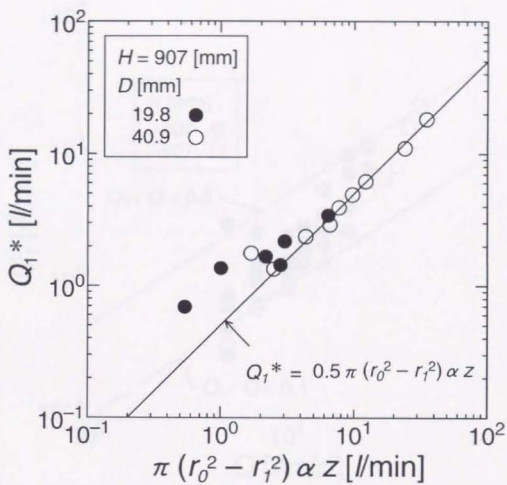


図 2.17 淀み域の半径

図 2.18 渦中心領域の下降流量 ($z/H \approx 0.75$)

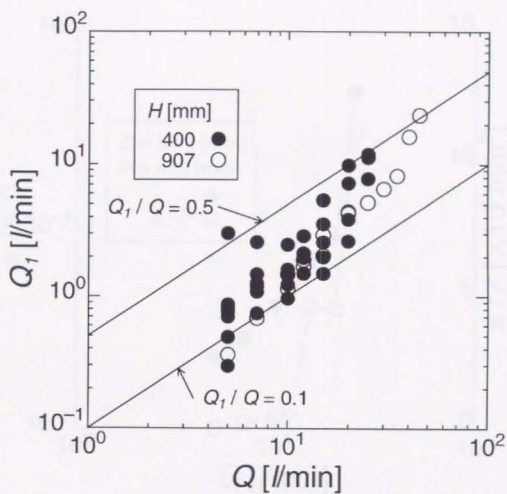


図 2.19 渦中心領域の下降流量 ($z/H = 1.0$)

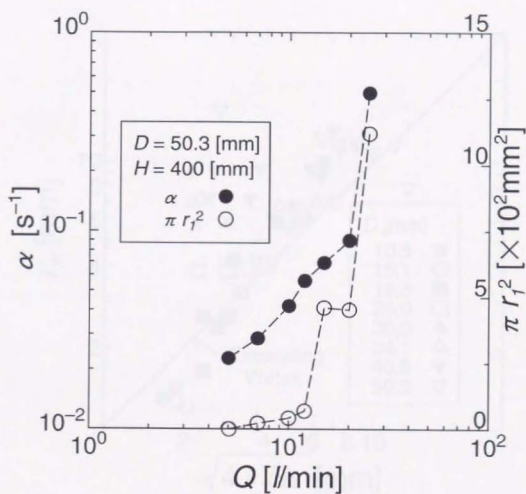


図 2.20 淀み域の半径と下降流の速度勾配

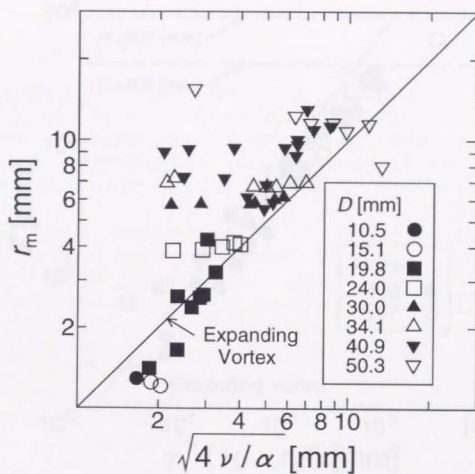


図 2.21 くほみ半径の伸長渦流れとの比較

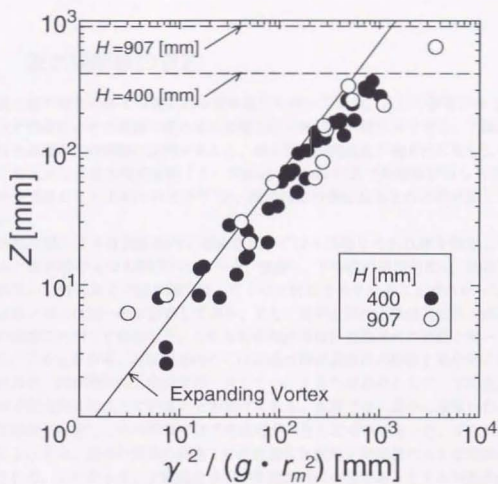


図 2.22 くほみ深さの伸長渦流れとの比較

第 3 章 流れ場解析

3.1 流れ場解析の目的

渦流れ場の解析の多くは理想的な流れ条件を扱っていた。出口の影響がなく、ガスコアの存在がその周囲の流れ場に影響しない軸対称無限体系を考え、下降流速が自由液面からの距離に比例すること、および周方向速度が軸方向に変化しないことを仮定し基礎方程式を解くと、Navier-Stokes の式の厳密解が得られる。解は伸長渦流れとして知られており [2]、渦流れ場の測定結果との比較対象とされている。

水流動実験により有限容器内に形成されるくほみ渦周りの流れ場を測定したところ、流れ場が 4 つの局所パラメータ、循環 γ 、下降流の速度勾配 α 、高速下降流領域の半径 r_0 および淀み域半径 r_1 によって代表されていることがわかった。循環は軸方向にはば一様に分布しており、また、渦中心部の下降流速は自由液面からの距離に比例して増加した。これらの実験結果は伸長渦流れの特徴と同一であった。しかしながら、有限体系内のくほみ渦は伸長渦流れの特徴を部分的に有するのみで、伸長渦流れと完全には一致しない。大きな相違点として、下降流速分布が半径方向に変化していることが挙げられる。実験では、渦中心領域にのみ高速下降流が存在し、その外側では下降流速がほとんどゼロであった。また実験条件によっては、渦中心領域の高速下降流内部に比較的下下降流速の小さな領域が形成された。したがって、下降流速分布が半径方向に一様であるとする伸長渦流れとは完全には一致せず、この下降流速の半径方向分布が、有限体系におけるくほみ形状と伸長渦流れの渦形状との相違をもたらしと考えられる。

近年白石らにより、下降流速の半径方向分布を考慮した流れ場のモデルが提案されている [23]。しかしながら、このモデルも有限の円筒容器内に形成される実際の渦傍の流れ場をよく反映しているものではない。そこで本解析では、伸長渦流れの理論を改良し、半径方向分布の簡略化モデルを立て、基礎方程式を解いた。また、実験による 4 つの局所パラメータをモデルに代入し、得られた流速

分布および圧力分布からくぼみ形状を解析的に求め、実験結果と比較した。さらに、渦傍に特異な流れ場が形成され、淀み域が現れる理由に関して考察した。

3.2 流れ場モデル

伸長渦流れと同様に、座標は円筒座標 (r, θ, z) を使い、図 1.2 に示すように鉛直下向きに z 軸をとる。また、軸対称すなわち (1.7) 式を仮定し、密度 ρ は一定、すなわち非圧縮性流体を考え、現象は定常であるとする。さらに、実験結果において循環の軸方向分布はエックマン層以外は一様であったことから、(1.13) 式の成立も仮定する。支配方程式は、伸長渦流れと同様に連続の式 (1.8) および Navier-Stokes の式 (1.9)~(1.11) で与えられる。なお、解析への利便性および実験結果との整合性をはかるため、以後の解析でも、伸長渦流れと同様に $r \cdot v_\theta$ を循環 γ とした。

容器内の下降流速 v_z は実際には r および z の関数であり、変数分離することができないため、厳密解を求めることはできない。級数展開を行い近似解を求めることは可能であるが、必ずしもよい結果が得られるわけではない。一方実験により、下降流速については以下のことが明らかとなった。まず、渦中心領域には高速の下降流が存在し、その流速 $V_d (= v_z|_{r=0})$ は自由液面からの距離 z に比例して増加した。また流れ条件によっては、高速下降流領域内部に、相対的に下降流速の小さな領域、すなわち淀み域が生じた。さらに、渦中心領域より外側では、下降流速はほとんどゼロであった。淀み域では下降流速が完全にゼロではないが、周囲の高速下降流の流速と比較して十分に小さい。容器の外壁面に沿って、エックマン層によって励起される下降流が存在するが、渦中心領域より十分離れている下降流速成分は、くぼみ形状には影響しない。そこで本解析では、下降流速の半径方向分布を簡略化し、その分布を次のように仮定し各領域での解を求めた。

$$v_z(r, z) = \alpha z \cdot F(r),$$

ここで、 $F(r)$ は、淀み域が存在しない場合には

$$F(r) = \begin{cases} 1 & (0 \leq r \leq r_0) \\ 0 & (r_0 < r) \end{cases} \quad (3.1)$$

淀み域が存在する場合には

$$F(r) = \begin{cases} 0 & (0 \leq r \leq r_1) \\ 1 & (r_1 < r \leq r_0) \\ 0 & (r_0 < r) \end{cases} \quad (3.2)$$

で与えられる。そこで、淀み域が存在しない場合を (1,0) モデル、淀み域が存在する場合を (0,1,0) モデルと呼ぶこととし、以下にそれぞれ解析を行い、流速分布および圧力分布を求めた。

3.2.1 (1,0) モデル

3.2.1.1 流速分布

下降流速の半径方向分布は、(3.1) 式のように与えられる。まず、 $0 \leq r \leq r_0$ の範囲について考える。連続の式 (1.8) と v_r は $r=0$ において発散しないという境界条件から、

$$v_r = -\frac{\alpha}{2}r \quad (3.3)$$

が得られる。また、(1.11) 式から

$$-\frac{\alpha}{2} \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} = \nu \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} \right\} \quad (3.4)$$

であるが、 $r \cdot v_\theta = \gamma$ と定義され、 γ は r のみの関数であるから

$$\frac{\alpha}{2} \frac{d\gamma}{dr} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{d\gamma}{dr} \right) = 0 \quad (3.5)$$

と書き直される。境界条件として $r=0$ で $\gamma=0$ 、 $r=r_0$ で $\gamma=\gamma_0$ を用いると、循環は次のように積分される。

$$\gamma = \gamma_0 \frac{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu}r^2\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu}r_0^2\right)} \quad (3.6)$$

したがって、周方向速度 v_θ は

$$v_\theta = \frac{\gamma_0}{r} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu}r^2\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu}r_0^2\right)} \quad (3.7)$$

となる。

次に $r_0 < r$ の範囲について考える。連続の式 (1.8) および $r=r_0$ での連続条件から、

$$v_r = -\frac{\alpha}{2}r_0^2 \frac{1}{r} \quad (3.8)$$

(1.11) 式から

$$-\frac{\alpha}{2} r_0^2 \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} = \nu r \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} \right\} \quad (3.9)$$

 $\gamma = r \cdot v_\theta$ で r のみの関数であるから

$$\frac{\alpha}{2} r_0^2 \frac{d\gamma}{dr} + \nu r^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d\gamma}{dr} \right) = 0 \quad (3.10)$$

$$\left(\frac{\alpha}{2} r_0^2 - \nu \right) \frac{d\gamma}{dr} + \nu r \frac{d^2\gamma}{dr^2} = 0 \quad (3.11)$$

これは A 、 B を定数として次のように積分できる。

$$\gamma = \frac{A}{\left(2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2\right)} r \left(2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2\right) + B \quad (3.12)$$

 $r = r_0$ で γ と $d\gamma/dr$ が連続であるという境界条件から、定数 A 、 B が与えられ、

$$\gamma = \gamma_0 \left[1 - \frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right)} \frac{\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{r}\right) \frac{\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} - 2 \right\} \right] \quad (3.13)$$

$$v_\theta = \frac{\gamma_0}{r} \left[1 - \frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right)} \frac{\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{r}\right) \frac{\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} - 2 \right\} \right] \quad (3.14)$$

を得る。ただし $\xi_0 = r_0 \sqrt{\alpha/\nu} = 2$ のときは

$$\gamma = \gamma_0 \left[1 - \frac{2 \exp(-1)}{1 - \exp(-1)} \ln \left(\frac{r_0}{r} \right) \right] \quad (3.15)$$

$$v_\theta = \frac{\gamma_0}{r} \left[1 - \frac{2 \exp(-1)}{1 - \exp(-1)} \ln \left(\frac{r_0}{r} \right) \right] \quad (3.16)$$

で与えられる。

図 3.1 は、 $\xi_0 = r_0 \sqrt{\alpha/\nu}$ を変化させたときの循環の半径方向分布を示している。 ξ_0 が 2 以下の場合、 γ は $r \rightarrow \infty$ で無限大となる。また $r \rightarrow 0$ の極限では、 γ の分布は $\gamma_0 (r/r_0)^2$ の放物線と与えられる。一方 ξ_0 が比較的大きな値をとると、 $r > r_0$ における γ はほぼ一定の値となる。実験結果においては、渦中心からある程度上離れると γ は半径方向にはほぼ一様の分布となっていたことから、 ξ_0 がそれほど小さくないことを示唆している。

3.2.1.2 圧力分布

流速分布より、 $0 \leq r \leq r_0$ の範囲では、 r 方向の圧力勾配は

$$\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 r = \frac{v_0^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.17)$$

z 方向の圧力勾配は

$$\alpha^2 z = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.18)$$

で与えられ、 $r_0 < r$ の範囲では、 r 方向の圧力勾配は

$$-\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 r_0^4 \frac{1}{r^3} = \frac{v_0^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.19)$$

z 方向の圧力勾配は

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \quad (3.20)$$

と表される。(3.18)式と(3.20)式を比較すると、 z 方向の圧力勾配は $r = r_0$ において不連続となっていることがわかる。これは、下降流速の半径方向分布が(3.1)式のように仮定され、 $r = r_0$ で大きな剪断力が作用しているためである。したがって、(3.1)式のような下降流速の半径方向分布は、明らかに Navier-Stokes の式の厳密解とはなり得ない。厳密解となるためには、下降流速がゼロでないところ

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\alpha}{\nu} r z^2 \quad (3.21)$$

が満足されなければならない。しかしながら、これを満足する分布は r, z の変数分離が困難であるため、容易に求めることはできない。このような解を求めること自体は興味深い、もしその解が求まったとしても、くぼみのある自由液面が境界になっているということを含めて考えれば、正しい解とはいえない。 z 方向の圧力勾配の不連続量 $\rho \alpha^2 z$ を重力に起因する項 ρg と比較すると、その値は微小である。そこで、 z 方向の圧力勾配はほぼ連続であるとみなし、圧力の半径方向分布を求める。

ある水平面において、(3.3)式、(3.7)式の流速分布が $0 \leq r \leq r_0$ の領域において、(3.8)式、(3.14)式、(3.16)式の流速分布が $r_0 < r$ の領域でそれぞれ成立し、圧力 p も $r = r_0$ で連続であるとする。また、 $r = 0$ において $p = 0$ とする。 $0 \leq r \leq r_0$ では、 r 方向の圧力勾配は

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{v_0^2}{r} - \rho \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 r \quad (3.22)$$

で与えられ、(3.7) 式を代入すると、

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{\gamma_0^2}{r^3} \frac{\left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r^2 \right) \right\}^2}{\left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right) \right\}^2} - \rho \frac{\alpha^2}{4} r \quad (3.23)$$

と表される。したがって $r = r_0$ における圧力は

$$\begin{aligned} p(r_0) &= \int_0^{r_0} \frac{dp}{dr} dr \\ &= \frac{\rho \gamma_0^2 \alpha}{2\nu} \frac{\ln 2 + \text{Ei} \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right) - \text{Ei} \left(-\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2 \right)}{2 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right) \right\}^2} - \frac{\rho \gamma_0^2}{2r_0^2} - \frac{\rho \alpha^2}{8} r_0^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

となる。ここで、Ei は積分指数関数であり、

$$\text{Ei}(-x) = \int_x^\infty \frac{\exp(-t)}{t} dt \quad (3.25)$$

で定義される。一方、 $r_0 < r$ における r 方向の圧力勾配は

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dr} &= \rho \frac{\gamma_0^2}{r^3} \left[1 - \frac{\exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right)}{1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right)} \frac{\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \frac{\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{2} - 2 \right\}^2 \right] \\ &\quad + \rho \frac{\alpha^2 r_0^4}{4r^3} \end{aligned} \quad (3.26)$$

と表される。したがって、(3.14) 式を代入し積分すると、容器外周 $r = R_{out}$ での圧力は

$$\begin{aligned} p(R_{out}) &= \frac{\rho \gamma_0^2 \alpha}{2\nu} \left[\frac{\ln 2 + \text{Ei} \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right) - \text{Ei} \left(-\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2 \right)}{2 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right) \right\}^2} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{\exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right)}{1 - \exp \left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2 \right)} \frac{\frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} \right\}^2 \frac{1}{\frac{\alpha}{\nu} r_0^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right) \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right) \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right) 2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} \right\} \\
& \frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right) \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right) 2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} \frac{8}{\left(\frac{\alpha}{\nu} r_0^2\right)^2} \\
& + \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right) \frac{\alpha}{\nu} r_0^2 - 2 \right\} \left\{ \frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right) \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{4\nu} r_0^2\right) 2 - \frac{\alpha}{2\nu} r_0^2} \right\}^2 \\
& \frac{2}{\left(\frac{\alpha}{\nu} r_0^2 - 2\right)} \\
& \left. - \frac{1}{\frac{\alpha}{\nu} r_0^2} - \frac{\varepsilon}{4\nu} r_0^2 \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \right] \quad (3.27)
\end{aligned}$$

となる。ここで、 $\varepsilon = (\nu/\gamma_0)^2$ である。ただし、 $\xi_0 = \sqrt{2}$ の場合、

$$\begin{aligned}
& p(R_{out}) \\
& = \frac{\rho \gamma_0^2 \alpha}{2\nu} \left[\frac{\ln 2 + \text{Ei}\left(-\frac{1}{2}\right) - \text{Ei}(-1)}{2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \right\}^2} \right. \\
& \quad + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\right)} \right\}^2 \\
& \quad + 2 \left(1 - \frac{r_0}{R_{out}} \right) \left\{ 1 - \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\right)} \right\} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\right)} \\
& \quad \left. + \ln \frac{r_0}{R_{out}} \left\{ \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\right)} \right\}^2 - \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \right] \quad (3.28)
\end{aligned}$$

$\xi_0 = 2$ の場合、(3.16)式を代入することで

$$\begin{aligned}
& p(R_{out}) \\
& = \frac{\rho \gamma_0^2 \alpha}{2\nu} \left[\frac{\ln 2 + \text{Ei}(-1) - \text{Ei}(-2)}{2 \{ 1 - \exp(-1) \}^2} + \frac{1}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \left(1 + 2 \ln \frac{R_{out}}{r_0} \right) \right\} \frac{\exp(-1)}{1 - \exp(-1)} \\
& + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \left\{ 1 + 2 \ln \frac{R_{out}}{r_0} + 2 \left(\ln \frac{R_{out}}{r_0} \right)^2 \right\} \right. \\
& \quad \left. \left\{ \frac{\exp(-1)}{1 - \exp(-1)} \right\}^2 \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4} - \varepsilon \left(\frac{r_0}{R_{out}} \right)^2 \right\} \quad (3.29)
\end{aligned}$$

と表される。

半径方向の圧力分布を図 3.2 に示す。ここで、 p_0 は $r=0$ における圧力である。 ξ_0 が 2 以下の場合、 p は $r \rightarrow \infty$ で無限大となる。また $r \rightarrow 0$ の極限では、 p の分布は $p_0(r/r_0)^2$ の放物線と与えられる。一方 ξ_0 が比較的大きな値をとると、 $r > r_0$ における p はほぼ一定の値となる。また、 $R_{out} \rightarrow \infty$ のときの $p(R_{out})$ を p_∞ として、 ξ_0 および ε に対する p_0/p_∞ の変化を図 3.3 に示す。実験条件から ε を算出すると 10^{-6} 以下となっているが、この図から、解析においては ε の影響を無視できることが確認できる。

3.2.2 (0,1,0) モデル

3.2.2.1 流速分布

下降流速の半径方向分布は、(3.2) 式のように与えられる。(1,0) モデルと同様の方法を用いると、各範囲では次のような流速分布となる。 $0 \leq r \leq r_1$ の範囲では

$$v_r = 0 \quad (3.30)$$

$$\gamma = \gamma_1 \frac{r^2}{r_1^2} \quad (3.31)$$

$$v_\theta = \frac{\gamma_1}{r} \frac{r^2}{r_1^2} \quad (3.32)$$

$r_1 \leq r \leq r_0$ の範囲では

$$v_r = -\frac{\alpha}{2} \left(r - \frac{r_1^2}{r} \right) \quad (3.33)$$

$$\gamma = \gamma_1 F_{\gamma 1} \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{\nu}} \right) \quad (3.34)$$

$$v_\theta = \frac{\gamma_1 F_{\gamma 1}}{r} \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{\nu}} \right) \quad (3.35)$$

$r_0 \leq r$ の範囲では

$$v_r = -\frac{\alpha r_0^2}{2r} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_0^2} \right) \quad (3.36)$$

$$\gamma = \gamma_1 F_{\gamma 2} \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{\nu}} \right) \quad (3.37)$$

$$v_\theta = \frac{\gamma_1 F_{\gamma 2}}{r} \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{\nu}} \right) \quad (3.38)$$

を得る。ここで、 γ_1 は $r = r_1$ における循環を示す。なお、 $\xi = r\sqrt{\alpha/\nu}$ 、 $\xi_1 = r_1\sqrt{\alpha/\nu}$ 、 $\xi_0 = r_0\sqrt{\alpha/\nu}$ とすると、関数 $F_{\gamma 1}(\xi)$ 、 $F_{\gamma 2}(\xi)$ はそれぞれ

$$F_{\gamma 1}(\xi) = 1 + \frac{2 \exp\left(\frac{\xi_1^2}{4}\right)}{2 + \frac{\xi_1^2}{2}} \int_{\xi_1}^{\xi} \xi \left(1 + \frac{\xi_1^2}{2} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4}\right) \right) d\xi \quad (3.39)$$

$$F_{\gamma 2}(\xi) = F_{\gamma 1}(\xi_0) + A \left\{ \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)^2 - \frac{\xi_0^2 - \xi_1^2}{2} - 1 \right\} \quad (3.40)$$

と表される。ここで

$$A = \frac{2}{2 - \frac{\xi_0^2 - \xi_1^2}{2}} \left(\frac{\xi_0}{\xi_1} \right)^2 + \frac{\xi_1^2}{2} \exp\left(-\frac{\xi_0^2 - \xi_1^2}{4}\right) \quad (3.41)$$

である。 $r = r_0$ における循環を γ_0 とすると、循環の連続性から $\gamma_0 = \gamma_1 F_{\gamma 1}(\xi_0)$ となる。

図 3.4 は、 ξ_0 を変化させたときの循環の半径方向分布を示している。ここで、 λ は高速下降流領域の半径に対する淀み域の半径の比を表しており、 $\lambda = r_1/r_0 = 0.5$ の場合を図示している。 ξ_0 が小さな場合には渦から離れたところで循環が一定とならず、また、 $\xi_0^2 - \xi_1^2$ が 2 より小さな場合には、循環は $r \rightarrow \infty$ で無限大となる。淀み域が形成されない場合と同様に、実験結果においては渦中心からある程度以上離れると γ は半径方向にはほぼ一様の分布となっていたことから、 $\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ が

満足されていると考えられる。図 3.5 は、 λ を変化させた場合の循環の半径方向分布の変化を図示したものである。 λ の増加、すなわち淀み域が高速下降流領域に対し相対的に大きくなると、循環が一定となる半径位置は外側に推移することからわかる。

3.2.2.2 圧力分布

流速分布より、 z 方向の圧力勾配は、 $0 \leq r \leq r_1$ の範囲では

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \quad (3.42)$$

$r_1 \leq r \leq r_0$ の範囲では

$$\alpha^2 z = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.43)$$

$r_0 < r$ の範囲では

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \quad (3.44)$$

と表される。淀み域が存在しない場合と同様に、 z 方向の圧力勾配は $r = r_1$ および $r = r_0$ において不連続となっている。しかしながら、 z 方向の圧力勾配の不連続量 $\rho \alpha^2 z$ は微小であり、 z 方向の圧力勾配はほぼ連続であるとみなし、圧力の半径方向分布を求める。

ある水平面において、(3.30) 式、(3.32) 式の流速分布が $0 \leq r \leq r_1$ の領域で、(3.33) 式、(3.35) 式の流速分布が $r_1 \leq r \leq r_0$ の領域で、(3.36) 式、(3.38) 式の流速分布が $r_0 < r$ の領域で成立し、圧力 p も $r = r_0$ で連続であるとする。また、 $r = 0$ において $p = 0$ とする。圧力の半径方向分布は、 $0 \leq r \leq r_1$ では

$$p(r) = \frac{\rho \gamma_0^2 \alpha}{2\nu} \frac{1}{\xi_1^2} \frac{1}{F_{\gamma_1}^2(\xi_0)} \left(\frac{\xi}{\xi_1} \right)^2 \quad (3.45)$$

$r_1 \leq r \leq r_0$ では

$$p(r) = \frac{\rho \gamma_0^2 \alpha}{\nu} \left\{ \frac{F_{p1}(\xi)}{F_{\gamma_1}^2(\xi_0)} - \varepsilon \frac{(\xi_0^2 - \xi_1^2)^2}{8\xi^2} \right\} \quad (3.46)$$

$r_0 \leq r$ では

$$p(r) = \frac{\rho \gamma_0^2 \alpha}{\nu} \left\{ \frac{F_{p2}(\xi)}{F_{\gamma_1}^2(\xi_0)} - \varepsilon \frac{(\xi_0^2 - \xi_1^2)^2}{8\xi^2} \right\} \quad (3.47)$$

と表される。ここで関数 $F_{p1}(\xi)$ および $F_{p2}(\xi)$ は

$$F_{p1}(\xi) = \frac{1}{2\xi_1^2} + \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{1}{\xi^3} \{F_{\gamma 1}(\xi)\}^2 d\xi \quad (3.48)$$

$$F_{p2}(\xi) = F_{p1}(\xi_0) + \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{1}{\xi^3} \{F_{\gamma 2}(\xi)\}^2 d\xi \quad (3.49)$$

で与えられる。

図 3.6は、 $\varepsilon = 0$ 、 $\lambda = 0.5$ とした場合の圧力の半径方向分布を示している。循環の半径方向分布と同様に、 ξ_0 が小さな場合には圧力が一定とならず、また $\xi_0^2 - \xi_1^2$ が2より小さな場合、圧力は $r \rightarrow \infty$ で無限大となる。図 3.7は、 λ を変化させた場合の圧力の半径方向分布の変化を図示したものである。 λ の増加、すなわち淀み域が高速下降流領域に対し相対的に大きくなると、循環と同様に、圧力が一定となる半径位置は外側に推移することがわかる。図 3.8は、圧力の半径方向分布に対する ε の影響を示したものである。図 3.3と同様に、解析においては ε の影響を無視できることが確認できる。

$\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ であれば、無限遠方の圧力 $p(\infty) = p_\infty$ は有限値をとり、次式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{p_\infty}{\rho \gamma_1^2 \alpha} \\ &= F_{p1}(\xi_0) \\ &+ \frac{1}{2\xi_0^2} \left[\{A - F_{\gamma 1}(\xi_0)\}^2 - \frac{8}{\xi_0^2 - \xi_1^2} A \{A - F_{\gamma 1}(\xi_0)\} + \frac{2}{\xi_0^2 - \xi_1^2 - 2} A^2 \right] \end{aligned} \quad (3.50)$$

ここで、 A は (3.41) 式で与えられる。

3.3 解析的くぼみ形状

流れ場が $\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ の条件を満たす場合、(3.50) 式より渦中心と無限遠との圧力差 p_∞ が計算される。 $p(r)/p_\infty = 0.5$ となる半径を解析によるくぼみ半径 r_{ma} と定義する。また、 r_{ma} を r_0 によって無次元化し、その値を κ とおく ($\kappa \equiv r_{ma}/r_0$)。 r_1 と r_0 の比 $\lambda = (r_1/r_0)$ および無次元数 $\xi_0 = r_0 \sqrt{\alpha/\nu}$ をパラメータとして κ を求めると、解析結果は図 3.9 の曲線で与えられる。 $\xi_0 < \sqrt{2}$ の場合、圧力が無限遠で発散し、 $p(r)/p_\infty = 0.5$ となる半径も発散するので、 κ の解は存在しない。 $\lambda = 0$ では κ の値は1より大きくなることもあり、 r_{ma} が r_0 より大きくなる可能性があることを示している。一方 $\lambda > 0$ すなわち淀み域が形成された場合には κ の値は必ず1より小さく、 r_{ma} は必ず r_0 より小さくなる。

解析によるくぼみ深さを Z_a と定義すると、 Z_a はベルヌーイの式で与えられ、

$$Z_a = \frac{p_\infty}{\rho g} \quad (3.51)$$

と表される。ここで、 p_∞ は(3.50)式で与えられる渦中心と無限遠との圧力差、 ρ は流体の密度、 g は重力加速度である。したがって、くぼみ深さ Z_a はくぼみ半径 r_{ma} と同様に λ および ξ_0 の関数として表される。



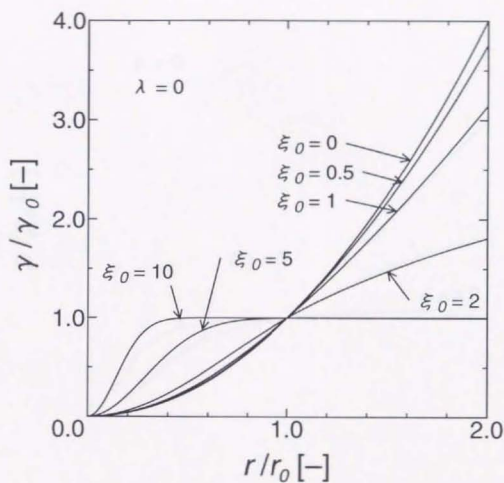


図 3.1 解析による循環の半径方向分布 (淀み域が存在しない場合)

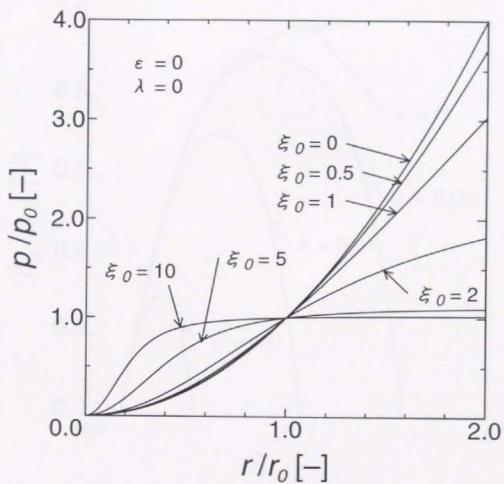


図 3.2 解析による圧力の半径方向分布 (淀み域が存在しない場合)

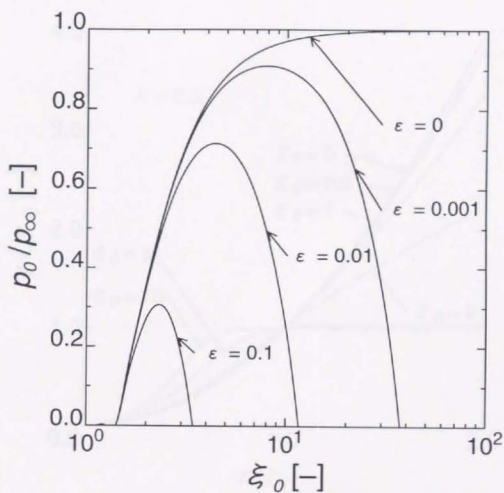


図 3.3 圧力の半径方向分布への ϵ の影響 (淀み域が存在しない場合)

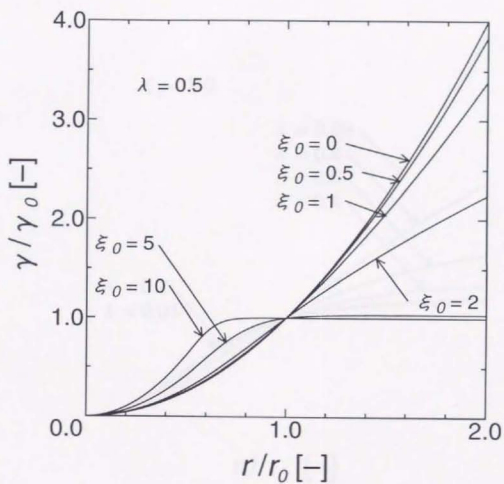


図 3.4 解析による循環の半径方向分布 (淀み域が存在する場合)

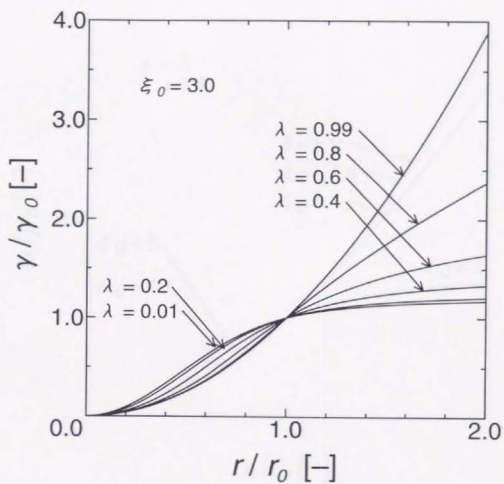


図 3.5 循環の半径方向分布への λ の影響

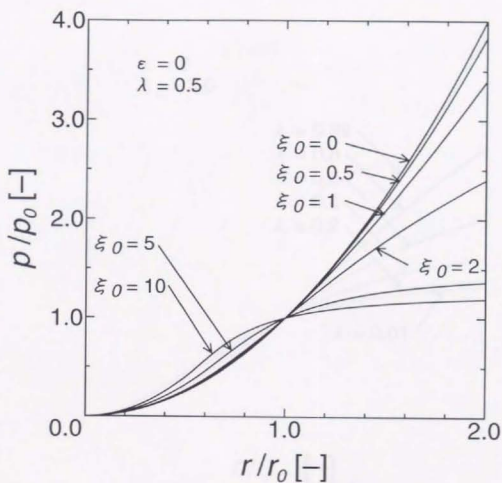


図 3.6 解析による圧力の半径方向分布 (淀み域が存在する場合)

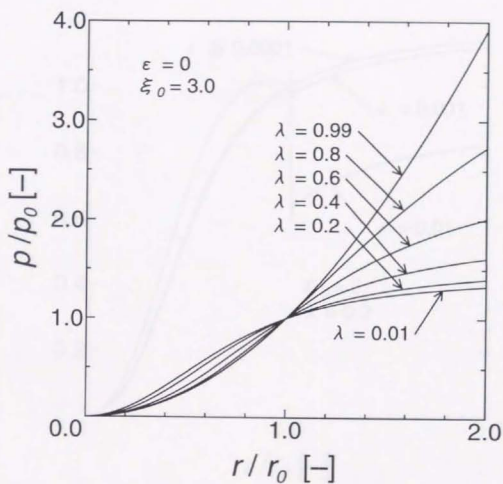


図 3.7 圧力の半径方向分布への λ の影響

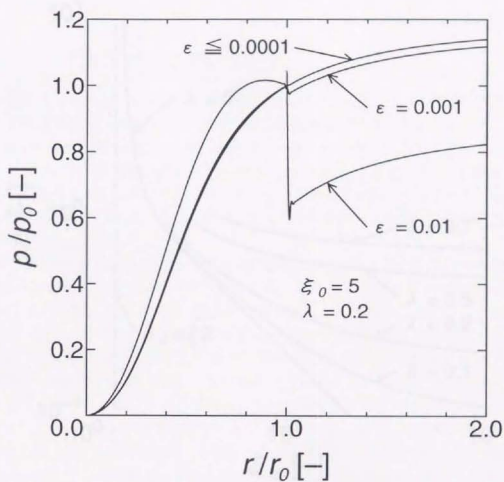


図 3.8 圧力の半径方向分布への ϵ の影響 (淀み域が存在する場合)

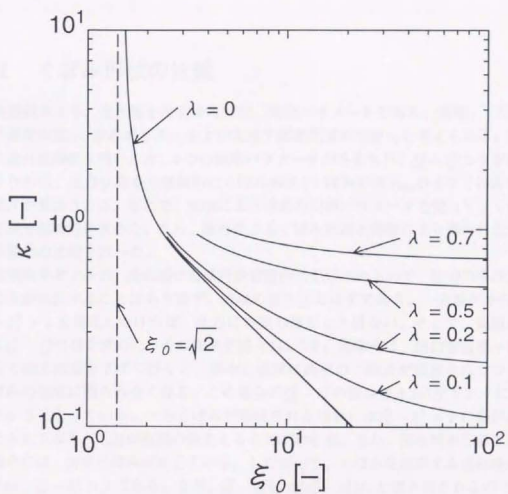


図 3.9 ξ_0 と κ の関係

第4章 考察

4.1 くぼみ形状の比較

実験結果より、流れ場を代表するのは、局所パラメータである、循環 γ 、下降流の速度勾配 α 、淀み域半径 r_1 および高速下降流領域の半径 r_0 と考えられる。前節の流れ場解析を用いると、4つの局所パラメータが与えられ、 $\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ が満足されれば、圧力分布から解析的にくぼみ形状(くぼみ半径 r_{ma} およびくぼみ深さ Z_0)が算出される。そこで、実験により求めた局所パラメータを使って、くぼみ形状を解析的に求めた。また、解析によるくぼみ形状と実験により得られたくぼみ形状の比較を行った。

実現象を考えると、流れ場は有限円筒容器内に形成されるので、圧力の半径方向分布が発散することはありません、有限の値をとるはずである。一方解析から、 $\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ を満足しなければ、圧力は有限の値をとり得ない。そこで、実験による $\xi_0^2 - \xi_1^2$ の値を求めた。その結果を図4.1に示す。実験では、出口管直径一定のもと給水流量を下げて行くと、渦中心領域に高速の下降流が観察されつつもくぼみの形成は観られなくなる。この場合の $\xi_0^2 - \xi_1^2$ の値は図4.1に示すように2より小さくなっている。一方くぼみが形成される場合には $\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ の条件が満たされており、圧力が有限の値をとることがわかる。また、淀み域が形成される場合には、必ずくぼみが生じている。したがって、くぼみを形成する流れ場の条件は、 $\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ である。なお、 $\xi_0^2 - \xi_1^2$ は $\alpha(r_0^2 - r_1^2)/\nu$ と書き直されるので、渦中心領域を下降する流量を無次元化したものである。 $\xi_0^2 - \xi_1^2 > 2$ がくぼみを形成する条件であることから、渦中心領域を下降する流量が大きくなった場合にくぼみが形成されることがわかる。

実験および解析的に求めたくぼみ半径の比較を図4.2に、くぼみ深さを図4.3に示す。くぼみ半径、くぼみ深さともに解析結果は実験結果よりも大きく算出された。これは、下降流速の半径方向分布が、LDVによる測定結果に見られるように実際は連続的であるのに対し、解析では(3.1)式、(3.2)式のように簡略化し

たこと、および r_1 、 r_0 が LDV と染料による可視化結果との間で若干異なり、解析に用いた染料による可視化結果がやや大きいことの影響であると考えられる。しかしながら、実験から得られた局所パラメータを代入して解析を行えば、ほぼ形状を求めると、くぼみ半径は図 4.2 に示されるように実験結果と解析結果がよく一致していた。一方くぼみ深さは、その増加とともに容器深さ H の影響を受けるが、実験結果と解析結果の傾向は似通っていた。したがって、(3.1) 式、(3.2) 式の下降流速分布は実際の流れ場をよく近似していると考えられる。

4.2 淀み域の発達

下降流の流速分布のみを考えると、(3.1) 式、(3.2) 式のような分布が、ある z 方向の断面において存在したとしても、これは下流に行くにしたがって急速に滑らかな分布に変化してしまう。一方実際の流速は、軸方向速度 v_z よりも周方向速度 v_θ の方が非常に大きい。また、 v_θ の r 方向の勾配 $\partial v_\theta / \partial r$ は渦中心領域において大きく変化する。したがって、 v_θ が解析により求めた値とわずかに異なるだけで、平衡していない大きな力が生じてしまう。この力が急峻な v_z の r 方向の勾配 $\partial v_z / \partial r$ を作り出し、平衡する可能性がある。このような関係が起こり得るのは、 $\partial v_z / \partial r$ の急変部が渦中心領域に存在する場合のみである。すなわち、 $\partial v_\theta / \partial r$ が大きく変化している r_{ma} と、 $\partial v_z / \partial r$ が急変する半径 r_0 は同程度の大きさでなければならない。

図 3.9 の解析結果より、 ξ_0 が $\sqrt{2}$ より十分に大きく、流れ場が淀み域を形成しない ($\lambda = 0$) ならば、 κ は次式に漸近する。

$$\kappa = \frac{2.121}{\xi_0} \quad (4.1)$$

すなわち κ の値は、 ξ_0 の増加とともに小さくなるはずである。しかしながら一方、 r_0 は r_{ma} と同程度の大きさでなければならないので、 κ は 0.1~1 程度の値をとる必要があり、十分大きな ξ_0 に対しては、 $\lambda = 0$ の条件を維持できない。したがって、流れ場は大きな ξ_0 の下で同程度のオーダーの κ をとるように $\lambda > 0$ すなわち淀み域を発達させると考えられる。実験結果から κ を算出し図 4.4 に解析結果とあわせて図示した。 $\lambda = 0$ の実験結果だけをみると、解析結果同様右下がりの傾向を示している。解析結果の方がやや κ の値が大きいのが、これは解析で仮定した流れ場モデルが現象を完全には記述できていないためと考えられる。一方 λ がゼロでない実験結果に着目すると、 κ はどれも 0.7 程度の値をとっている。そこで、横軸に ξ_0 、縦軸に λ をとって、 $\kappa = 0.6 \sim 0.8$ の実験結果を $\kappa = 0.7$ の解析結

果と比較し、図4.5に示す。実験結果においても、 ξ_0 の増加とともに λ が増加しており、解析結果と同様の傾向を示していることがわかる。なお、実験結果の方が解析結果よりも λ は大きい。これは、解析に用いた流れ場モデルが非常に簡略化したものであるためと考えられる。

以上をまとめると、 λ がゼロでなくなり淀み域が形成されるのは、 r_0 と r_{ma} が同程度となろうとするためだと考えられる。 r_0 が自由な値をとれる場合は、淀み域の形成がなくてもこれは可能かもしれないが、実験結果からわかるように r_0 は主として出口管直径で決定される。 r_{ma} がその r_0 の0.7倍程度となる方法として $\lambda > 0$ 、すなわち淀み域が形成されるものと考えられる。

4.3 マクロパラメータ-局所パラメータ-くぼみ形状の関係

実験結果より、有限円筒容器内に形成される渦流れ場を表す代表的な因子として、循環 γ 、渦近傍の下降流速の速度勾配 α 、高速下降流領域の半径 r_0 および淀み域の半径 r_1 の4つの局所パラメータが挙げられる。また流れ場モデルより、これら4つの局所パラメータからくぼみ形状が決定されることがわかった。そこで、本実験体系におけるマクロパラメータ、局所パラメータおよびくぼみ形状の相関関係をまとめると、図4.6のように表される。まず、給水流量 Q と容器深さ H によって、体系内の循環 γ が決定される($\gamma \propto H^{-1}$, $\gamma \propto Q^{1/2}$)。また給水流量 Q は、領域(1)を下降する Q_1 と、容器外壁面に沿って下降し容器底面で出口管に向かう Q_2 に分配される。この流量比を決定しているのは、循環 γ による遠心力、容器底面のエックマン層および出口管直径 D であると考えられる。また、 r_0 は D に強く依存する($r_0 \propto D$)。 Q_1 が決定すると、 r_0 から α および r_1 が従属的に決定される($\alpha(r_0^2 - r_1^2) \propto Q_1$)。また、淀み域が形成されるのは、 r_0 と r_{ma} が同程度となろうとするためである。 r_0 が自由な値をとれる場合は、淀み域の形成がなくてもこれは可能かもしれないが、 r_0 が主として D で決定されるため、 r_{ma} がその r_0 の0.7倍程度となる方法として $\lambda > 0$ 、すなわち淀み域が形成されるのである。なお、 Q 、 D および H の実験条件により α 、 r_0 の値が大きく異なるにもかかわらず、無次元数 ξ_0 で整理すると同じような値が算出される場合がある。例えば $\xi_0=5$ のときの実験結果は、 $\lambda=0$ 、 $\kappa=0.3$ と $\lambda=0.3\sim 0.4$ 、 $\kappa=0.7$ という2通りに分かれる。前者は α が大きく r_0 が小さな場合、後者は α が小さく r_0 が大きな場合である。淀み域の形成については ξ_0 の値だけで表されない面があり、これは今後

の研究課題である。



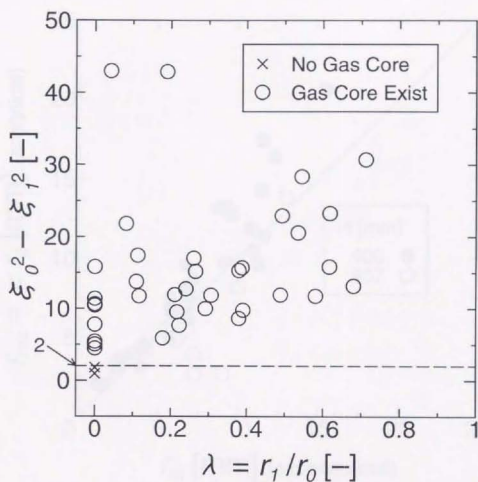


図 4.1 実験結果から算出した $\xi_0^2 - \xi_1^2$ の値

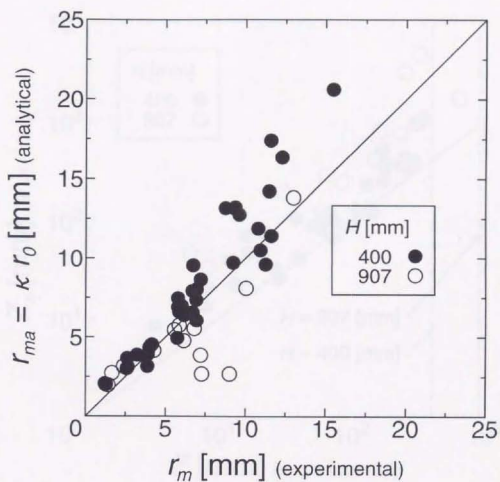


図 4.2 実験および解析によるくほみ半径の比較

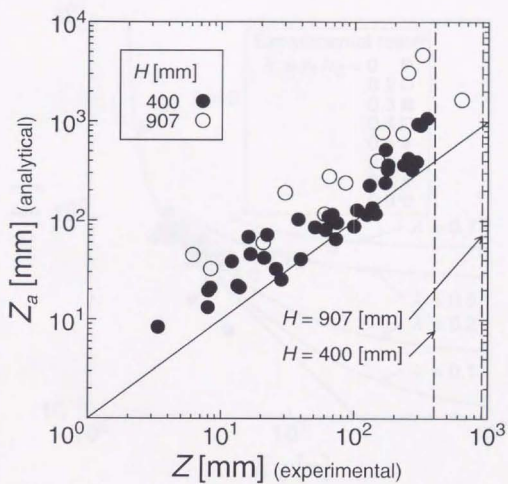


図 4.3 実験および解析によるくぼみ深さの比較

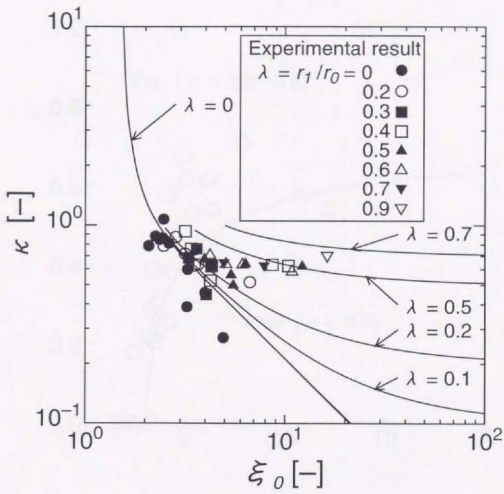


図 4.4 実験による ξ_0 と κ の関係

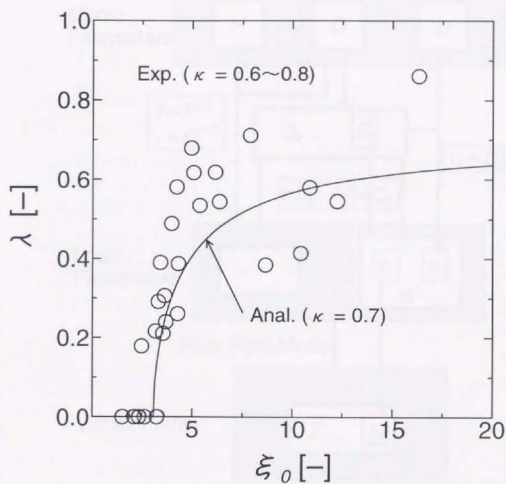


図 4.5 ξ_0 と λ の関係

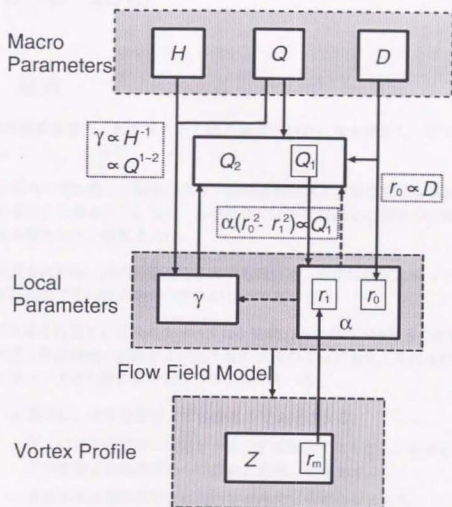


図 4.6 マクロパラメーター-局所パラメーター-渦み形状の関係

第 5 章 結言

5.1 結言

有限の円筒容器内に形成されるくほみ渦周りの流れ場を測定し、以下の結論を得た。

- (1) 容器内の流れ場は、渦中心領域、自由渦領域および容器壁近傍領域の3つの領域に分類された。また、実験条件によっては渦中心領域の渦軸周りに淀み域の形成が観察された。
- (2) 主要な流れは、渦中心領域を下降する流れと、容器外壁面に沿って下降し容器底面で出口管に向かう流れの2つであった。
- (3) 流れ場を代表する局所パラメータは、循環、渦近傍の下降流速の速度勾配、高速下降流領域の半径および淀み域の半径の4つであり、それらはマクロパラメータとの間に以下のような関係があった。

- 循環は、給水流量および容器深さで決定される。
- 流入口が半径方向の流速を一様にする形状でなくとも、渦中心領域の下降流速は自由液面からの距離に比例して増加する。
- 高速下降流領域の半径は出口管直径によって決定される。
- 下降流の速度勾配の給水流量に対する変化は、淀み域の形成と関与している。

また、渦流れ場の解析を行い以下の結論を得た。

- (4) Navier-Stokes の式の厳密解である伸長渦流れを改良し、有限容器内に形成される渦流れ場の新しい近似モデルを提案した。また、くほみ形状を解析的に求めた。

- (5) 実験および近似モデル解析によるくぼみ形状の比較を行ったところ、くぼみ半径はよく一致していた。これは近似モデルの有効性を示すものである。
- (6) 淀み域の形成理由についてモデルを用いて検討した。その結果、出口管直径で決まる高速下降流領域の半径の0.7倍程度の半径位置に、周方向速度の半径方向勾配の急変部すなわちくぼみ半径が現れるように、淀み域が形成されることがわかった。

最終的には、有限円筒容器内に形成される定常排水渦周囲の流れ場に関する実験および解析から、マクロパラメーター局所パラメーターくぼみ形状の関係を示した。

5.2 今後の課題

自由液面を有する定常排水渦周囲の流れ場に関する研究を行い、有限の円筒容器内に形成されるくぼみ渦周りの流れ場について、前述の結言を得た。本研究は、様々な工学分野で問題視される気泡巻き込みの抑制をその取り組みの発端としているが、気泡巻き込みを誘発する可能性のある旋回渦自体がどのような流れ場を形成し、どのような形状をしているのかという観点に注目した。そのため、渦流れ場に関する基礎的な研究に位置づけられ、本研究の成果が気泡巻き込み抑制に直接結びつくものではない。そこで、渦流れ場の基礎研究としての今後の課題、および気泡巻き込み現象の研究に求められる今後の課題を以下にまとめる。

5.2.1 渦流れ場の基礎研究における課題

有限円筒容器内に形成されるくぼみ渦周囲の流れ場の基礎研究においては、本研究により一見単純に見える容器内の流れ場が大変複雑な構造となっていることがわかった。しかしながら本研究では未解明な点があり、渦流れ場を解明するためには主として次のような課題が挙げられる。

- 淀み域発達の条件について

淀み域が発達するのはくぼみ半径と高速下降流領域の半径が同程度になる必要性のためである。しかしながら、無次元数 ξ_0 による整理では発達のメカニズムが完全に明らかとなったわけではない。下降流の速度勾配 α および高速下降流領域の半径 r_0 によって ξ_0 は算出されるが、全く異なる値のこ

れら2つの局所パラメータから、同じ ξ_0 が与えられるためである。したがって、2つの局所パラメータと ξ_0 の関係について、詳細に検討する必要があると考えられる。

- エックマン層の流れについて

容器内の主要な流れは、渦中心領域を下降する流れと容器外壁面に沿って下降し容器底面で出口管に向かう流れの2つであった。後者のエックマン層の流れが渦中心領域の流れに大きく影響するため、層内の流れがどのようなものであるかを調べる必要がある。エックマン層は非常に薄いため軸方向速度は小さく、また壁面摩擦のため周方向速度も小さいと考えられる。したがって、エックマン層の厚さとともに半径方向速度の測定が求められる。

- 流体の物性の影響について

本研究は基礎研究に位置づけられ、実験は水-空気の自由液面系において行われたが、流体の物性の変化によって流れ場の流速分布やくほみ形状が影響され得ることは容易に推測される。水-空気以外の流体を用いた実験を行い、流体の物性が渦流れ場にどのような影響を及ぼすのかを調べる必要がある。

- 流入・流出境界条件の影響について

有限円筒容器内のくほみ渦周囲の流れ場に関するその他の研究をみると、循環が給水流量に関係なく与えることが可能であったり、流入口の高さが容器深さと同一であったり、出口管が容器内側に突き出ていたり、本研究における実験体系と若干異なっている。このような違いが流れ場のどの部分に影響し、どの部分には影響を及ぼさないのか、本研究の成果の一般性をみる上で重要である。

5.2.2 気泡巻き込み現象の研究における課題

高速増殖炉での旋回渦に起因する気泡巻き込みを例にとると、気泡巻き込み現象は、機器や容器の形状、液面近傍の局所的な流れ等に依存するため、一般的に数値解析で予測することは困難である。現状の数値解析では、容器内のマクロなフローパターンが計算され、気泡巻き込みを引き起こす可能性のある局所的な流れの存在が明らかとなっても、局所的な自由液面の変形や気泡巻き込みの有無までを両立させて計算することはできない。

一方、気泡巻き込み現象を模型実験から予測しようとすると、気泡巻き込みの発生条件は試験模型のスケールや流体の物性値(動粘性係数や表面張力係数)に依存し、普遍的な相似則が存在しない。したがって、気泡巻き込みの有無は局所パラメータで整理する必要がある。旋回渦に起因する気泡巻き込みの有無を局所パラメータで整理するには、渦周囲の流れ場に関する詳しい情報が必要であり、本研究はその一助となる位置づけにある。

数値解析によって容器内の局所的な流れを求め、局所パラメータで整理された気泡巻き込みの有無の情報を突き合わせることで、任意形状容器内の気泡巻き込み現象の把握が可能となる(図5.1)。この一連の流れにおける課題としては以下のようなものが挙げられる。

- 実機と本研究との渦流れ場の比較

本研究においては、渦流れ場はほぼ定常であり、 θ 方向の変化はないものとした。しかしながら、実機等にみられる旋回渦は3次元の流れであり、定常的なものではない。本研究における渦流れ場と実機内に形成される渦流れ場とでは、どのような共通点があり、どのような相違点があるのかを調べることで、本研究で得た渦流れ場の情報の取捨選択が可能となる。

- 気泡を巻き込むメカニズムのモデル化

自由液面を有する流れ場にどのような形状のくぼみが形成されるのか明らかとなっても、そのくぼみから気泡を巻き込むのかどうかは明らかではない。気泡巻き込みの有無は、表面張力、気泡の浮力、下降流による力、旋回流による力などのくぼみ先端での力学的釣り合いから決定される。巻き込みメカニズムのモデルは白石らによって提案されている[23]が、この分野に関する研究は少なく、今後さらなる研究が必要である。

また、気泡巻き込み現象の把握とともに、巻き込み抑制のための課題としては次のようなものが考えられる。

- 任意形状容器内の気泡巻き込み計算コードの開発

気泡の巻き込みは、ポンプの吸い込み口、発電所水路系の取水口等でも問題となっている。このような流れ場について、縮小模型を用いた流動実験を数多く行うことは困難である。現状では、任意容器内のマクロな流れ場とともに局所的な自由液面の変形や気泡の巻き込みの有無を計算することは困難であるが、この両者を計算する計算コードが開発されれば、気泡巻き込みを抑制するための機器の形状や配置などを知ることができる。

● 巻き込み抑制手段の検討

気泡巻き込みを抑制する手段としては、流れを整流するためのプレート
の挿入や、反対に流れを乱して渦の形成を抑えることなどが考えられる。
これらは液面振動などとの兼ね合いを検討する必要があるが、抑制手段と
しては有効なものであり、その位置や方法などの検討が求められる。

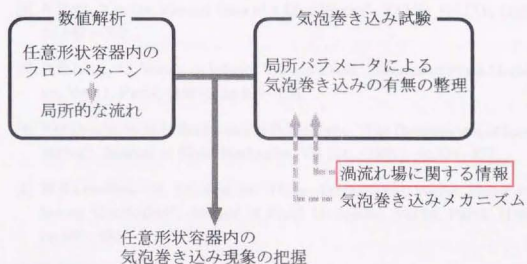


図 5.1 気泡巻き込み現象の把握

参考文献

- [1] J.M.Laithwaite and A.F.Taylor, Proceeding, IAEA Symposium on Sodium Cooled Fast Reactor Engineering, Monaco, (1970), pp.75-85.
- [2] N.Rott, "On the Viscous Core of a Line Vortex", ZAMP, Vol.IXb, (1958), pp.543-553.
- [3] R.R.Long, "A Vortex in Infinite Viscous Fluid", Journal of Fluid Mechanics, Vol.11, Part4, (1961), pp.611-624.
- [4] P.G.Drazin, W.H.H.Banks and M.B.Zaturska, "The Development of Long's Vortex", Journal of Fluid Mechanics, Vol.286, (1995), pp.359-377.
- [5] W.S.Lewellen, "A Solution for Three-Dimensional Vortex Flows with Strong Circulation", Journal of Fluid Mechanics, Vol.14, Part3, (1962), pp.420-432.
- [6] R.J.Belcher, O.R.Burggraf and K.Stewartson, "On Generalized-Vortex Boundary Layers", Journal of Fluid Mechanics, Vol.52, Part4, (1972), pp.753-780.
- [7] J.M.Lopez, "Axisymmetric Vortex Breakdown Part 1. Confined Swirling Flow", Journal of Fluid Mechanics, Vol.221, (1990), pp.533-552.
- [8] L.K.Forbes and G.C.Hocking, "The Bath-plug Vortex", Journal of Fluid Mechanics, Vol.284, (1995), pp.43-62.
- [9] R.Fernandez-Feria, J.Fernandez de la Mora and A.Barrero, "Solution Breakdown in a Family of Self-similar Nearly Inviscid Axisymmetric Vortices", Journal of Fluid Mechanics, Vol.305, (1995), pp.77-91.

- [10] R.Granger, "Steady Three-Dimensional Vortex Flow", Journal of Fluid Mechanics, Vol.25, Part3, (1966), pp.557-576.
- [11] 豊倉 富太郎, 赤池 志郎, "吸込み渦について", 日本機械学会論文集 (第2部), 35巻275号, (昭44-7), pp.1466-1473.
- [12] 貞広 勝, 花岡 裕, "自由表面を持つ定常排水うずの実験的研究", 日本機械学会論文集 (B編), 51巻463号, (昭60-3), pp.789-797.
- [13] M.P.Escudier, "Observations of the Flow Produced in a Cylindrical Container by a Rotating Endwall", Experiments in Fluids, Vol.2, (1984), pp.189-196.
- [14] 土方 邦夫, 鈴木 祐二, 相澤 芳弘, 小澤 由行, "竜巻型旋回流を用いた局所排気の研究", 日本機械学会論文集 (B編), 61巻587号, (1995-7), pp.2757-2763.
- [15] 花岡 裕, 石川 貴幸, 前野 一夫, "貯水槽からの定常排水渦に関する研究 (第1報)", 空気調和・衛生工学会論文集, No.39, (1989), pp.69-75.
- [16] 花岡 裕, 戸倉 郁夫, 前野 一夫, "貯水槽からの定常排水渦に関する研究 (第2報)", 空気調和・衛生工学会論文集, No.48, (1992), pp.31-37.
- [17] 津田 英克, 花岡 裕, 横山 治文, 戸倉 郁夫, "偏心排水管を有する円筒形貯水槽の定常排水渦流れに関する研究", 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集, No.930-49, (1993), pp.416-418.
- [18] M.R.Baum, "Gas Entrainment at the Free Surface of a Liquid: Entrainment Inception at a Laminar Vortex", BNES J. Vol 13, (1974), pp.203-209.
- [19] M.R.Baum and M.E.Cook, "Gas Entrainment at the Free Surface of a Liquid: Entrainment Inception at a Vortex with an Unstable Gas Core", Nuclear Engineering and Design, Vol.32, (1975), pp.239-245.
- [20] M.Takahashi, A.Inoue and M.Aritomi, "Gas Entrainment at Free Surface of Liquid (I) Gas Entrainment Mechanism and Rate", Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.25, No.2, (1988), pp.131-142.

- [21] M.Takahashi, A.Inoue and M.Aritomi, "Gas Entrainment at Free Surface of Liquid (II) Onset Conditions of Vortex-Induced Entrainment", Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.25, No.3, (1988), pp.245-253.
- [22] 岩野 龍一郎, "ガス巻込モデルと流れ解析の利用法に関する考察", UTNL-R-0283, (1992), pp.7.1-7.8.
- [23] T.Shiraishi, H.Watankabe and K.Nemoto, "Fundamental Study on Gas Entrainment due to a Vortex", Proc. The 3rd JSME/ASME Joint International Conference on Nuclear Engineering, Vol.1, (1995), pp577-582.

謝辞

本研究室の班目春樹教授、岡本孝司助教授には研究全般にわたって非常に手厚い御指導、有益な御助言を賜りました。心から御礼申し上げます。

また、研究のみならず生活全般に至るまで多くの御助言、御協力をいただいた原子力工学研究施設の先生方、助手、技官、秘書、事務などの職員の方々、および学生の方々に感謝致します。さらに、学生生活を見守り、支えてくれた家族に深く感謝致します。

Appendix

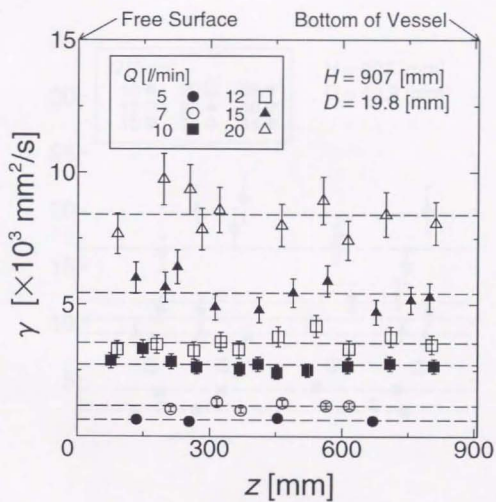
第2章に示さなかった実験結果を掲載する。

図 A.1 および A.2 は図 2.9 に対応しており、容器深さ H を変化させた場合の循環 γ の軸方向分布を示している。 H が大きくなっても γ が軸方向に一樣に分布していることがわかる。また、出口管直径 D の変化が γ の分布に影響しないということを図 2.8 を用いて述べたが、図 A.1 および A.2 を比較すると同一の給水流量 Q においてほぼ同程度の γ の値となっていることから、その事実が確認できる。

図 A.3 は図 2.11 に対応しており、 H を変化させた場合の下降流速 v_z の半径方向分布を示している。なお、可視化画像から求めた高速下降流領域の半径 r_0 および淀み域の半径 r_1 を図に重ねている。 H を変化させても渦中心領域に高速の下降流が存在し、実験条件によっては淀み域が形成される。また、 r_1 は中心部の比較的遅い流速と最大の下降流速との平均値近傍に位置し、 r_0 は定義通り渦中心の下降流の最外部に相当することが確認できる。

図 A.4 から A.17 は図 2.13 に対応しており、図 A.4 から A.15 は $H=400[\text{mm}]$ の下 D を変化させた場合の渦中心の下降流速 V_d 、図 A.16 および A.17 は $H=907[\text{mm}]$ の下 D を変化させた場合の V_d の変化を示したものである。 $H=907[\text{mm}]$ では、 Q が比較的大きな値となると、 V_d の線形性が成り立っているとは必ずしも言明できない。これはビデオ画像から V_d を求める上での測定精度が相対的に低下し、誤差が大きくなることに起因すると考えられる。したがって測定誤差を考慮すれば、 V_d の線形性は H 、 D および Q の変化にかかわらず観察されると考えられる。

図 A.18 から図 A.23 は図 2.20 に対応しており、 D を変化させた場合の下降流の速度勾配 α と淀み域の半径 r_1 の関係を示している。これらの図からも、淀み域の形成が α の Q に対する変化を複雑なものとしているため、 Q に対する渦中心領域の下降流量 Q_1 の変化が厳密な比例関係にないと推測される。

図 A.1 循環の軸方向分布 ($H=907$ [mm]、 $D=19.8$ [mm])

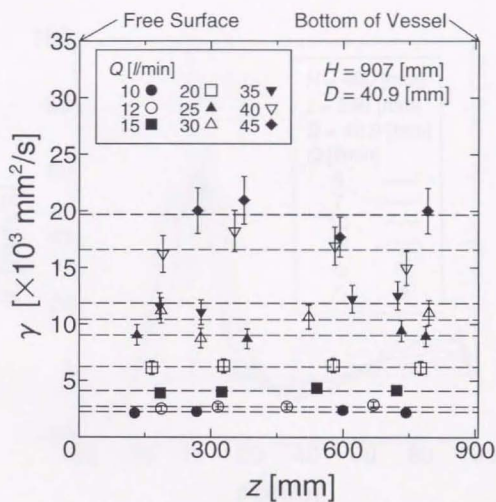
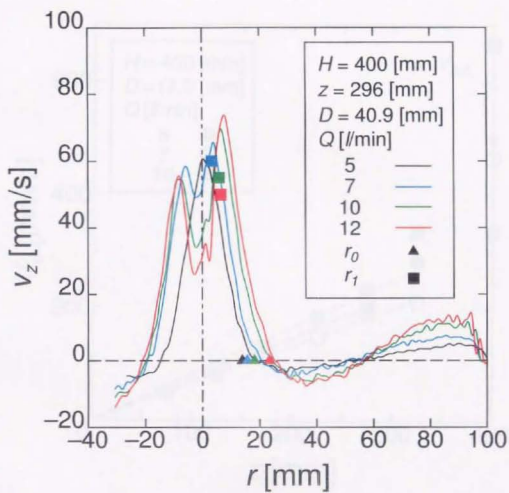


図 A.2 循環の軸方向分布 ($H=907$ [mm]、 $D=40.9$ [mm])

図 A.3 下降流速の半径方向分布 ($H=400$ [mm]、 $D=40.9$ [mm])

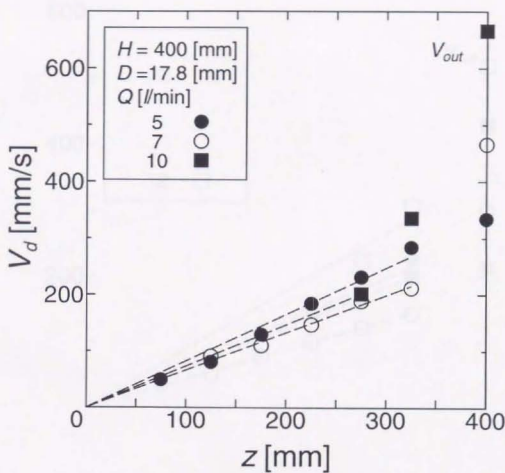


図 A.4 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=17.8$ [mm])

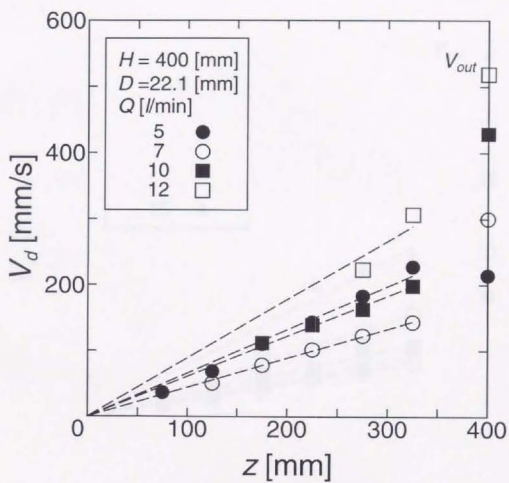


図 A.5 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=22.1$ [mm])

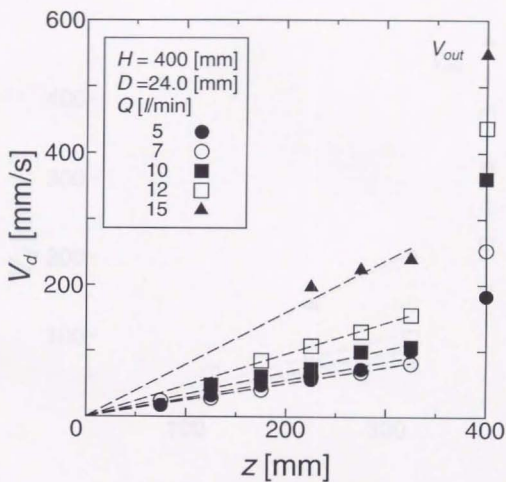


図 A.6 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=24.0$ [mm])

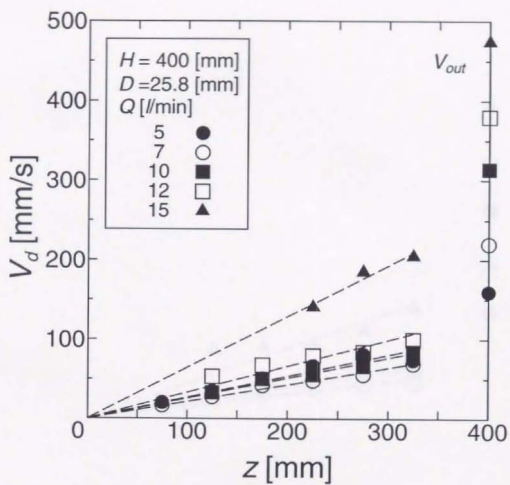


図 A.7 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=25.8$ [mm])

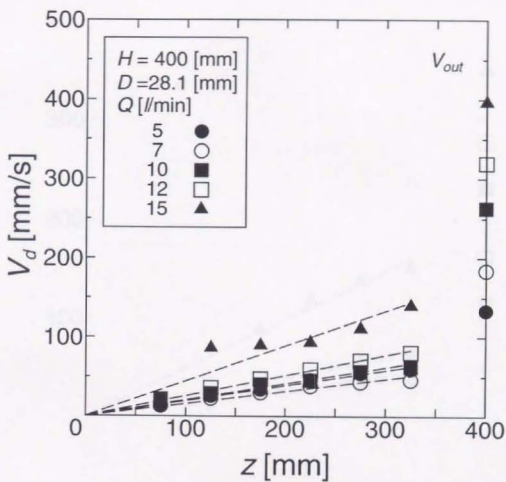


図 A.8 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=28.1$ [mm])

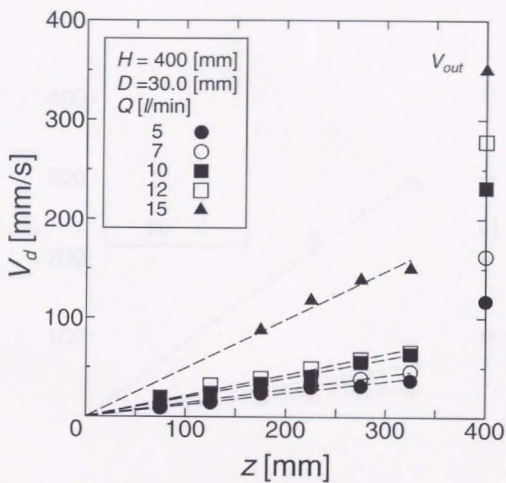


図 A.9 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=30.0$ [mm])

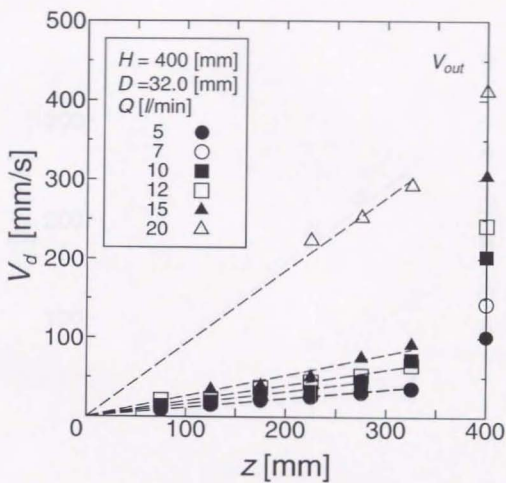


図 A.10 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=32.0$ [mm])

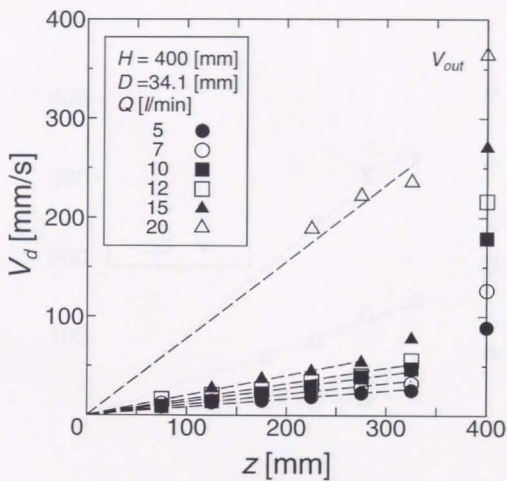


図 A.11 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=34.1$ [mm])

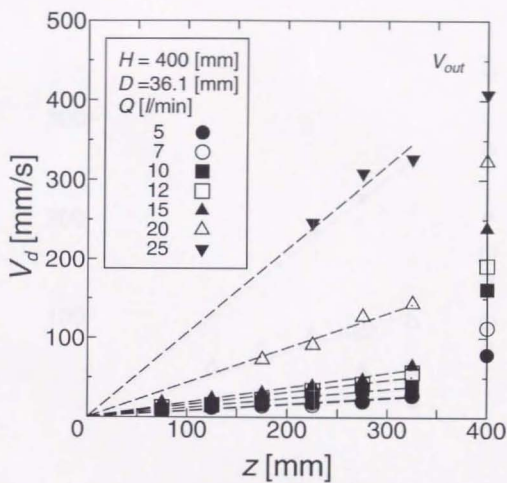


図 A.12 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=36.1$ [mm])

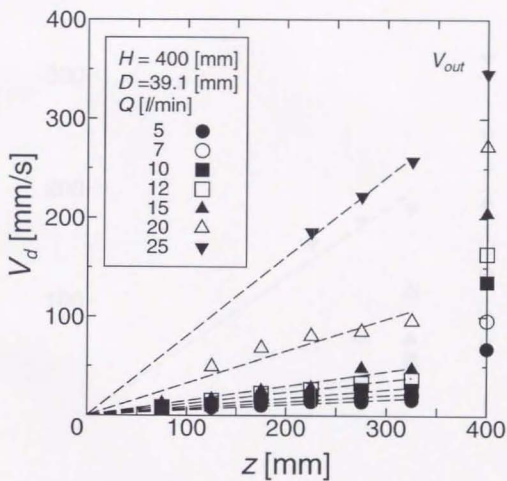


図 A.13 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=39.1$ [mm])

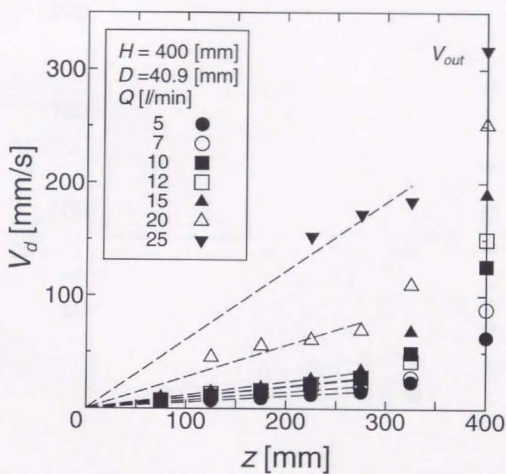


図 A.14 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=40.9$ [mm])

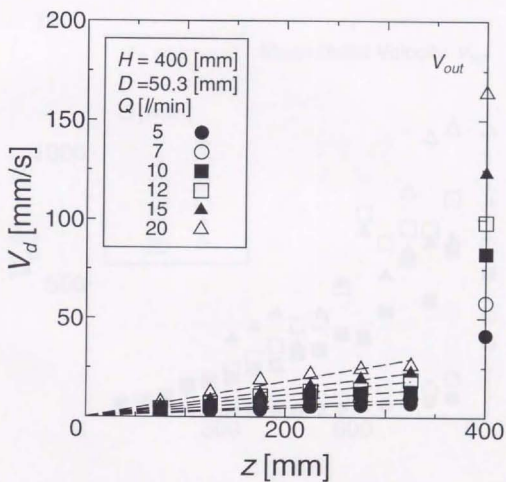
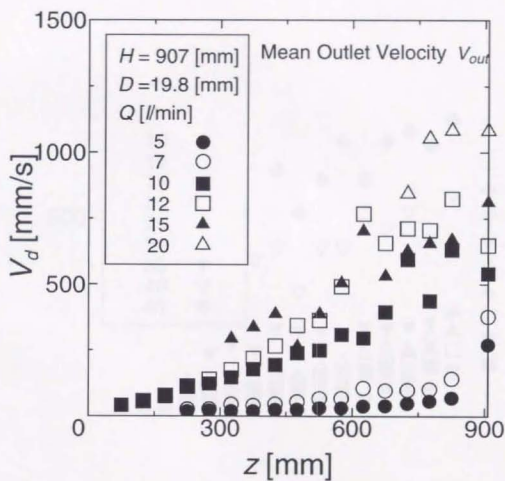


図 A.15 渦中心領域の下降流速 ($H=400$ [mm]、 $D=50.9$ [mm])

図 A.16 渦中心領域の下降流速 ($H=907$ [mm]、 $D=19.8$ [mm])

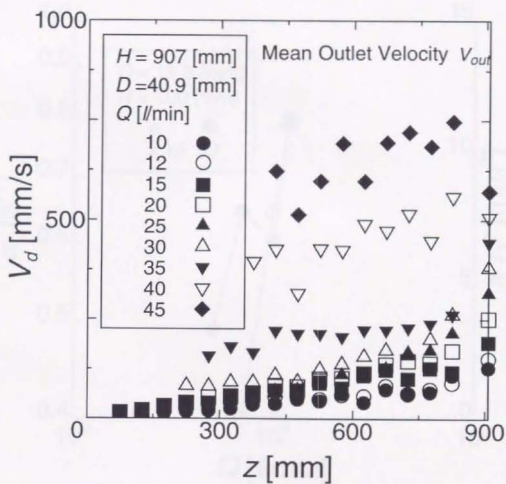


図 A.17 渦中心領域の下降流速 ($H=907\text{[mm]}$ 、 $D=40.9\text{[mm]}$)

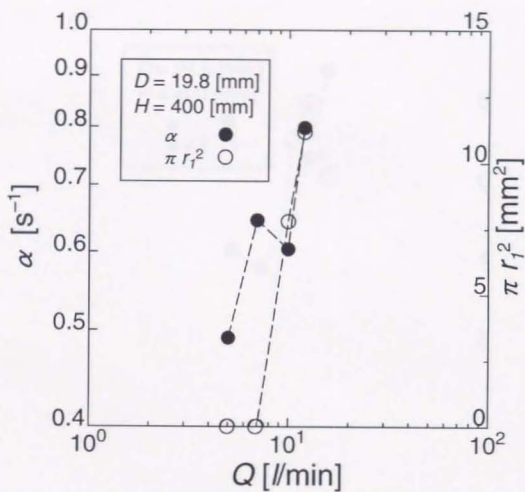


図 A.18 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400\text{[mm]}$ 、 $D=19.8\text{[mm]}$)

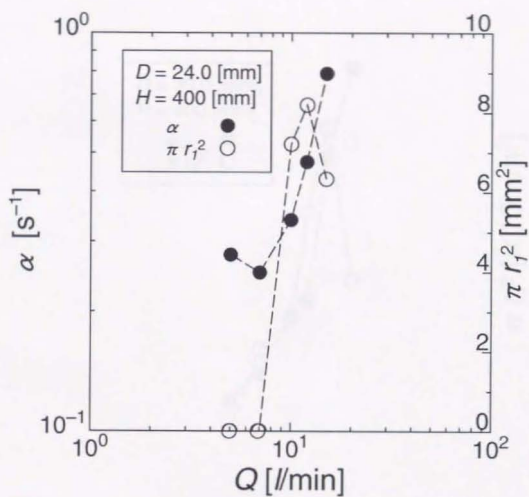


図 A.19 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400\text{[mm]}$ 、 $D=24.0\text{[mm]}$)

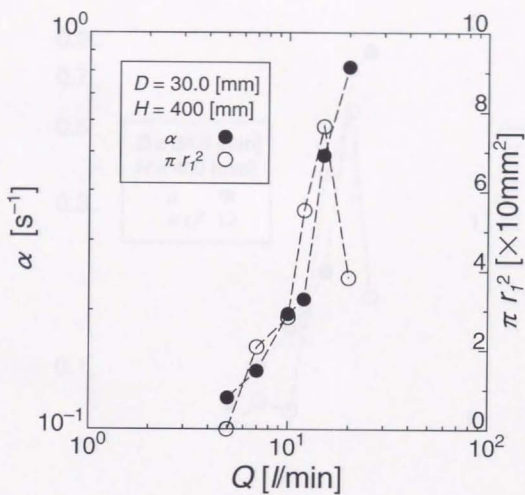


図 A.20 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400\text{[mm]}$ 、 $D=30.0\text{[mm]}$)

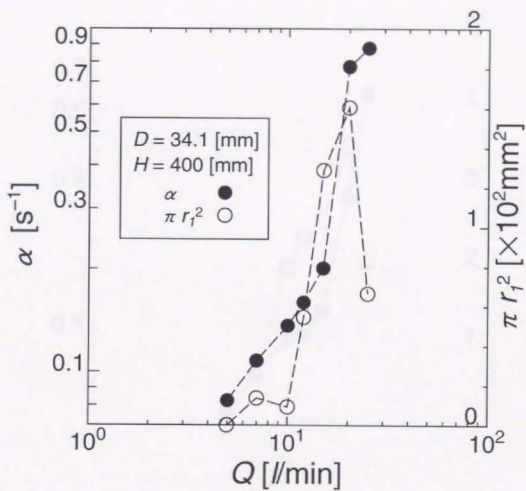


図 A.21 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400\text{[mm]}$ 、 $D=34.1\text{[mm]}$)

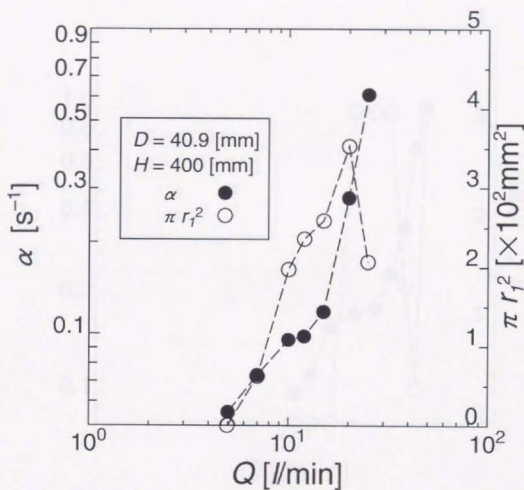


図 A.22 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=400\text{[mm]}$ 、 $D=40.9\text{[mm]}$)

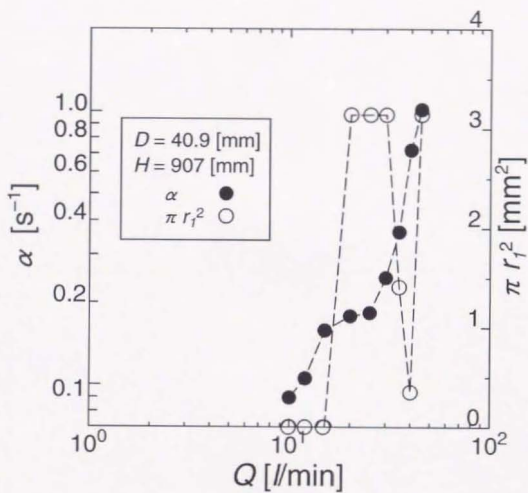
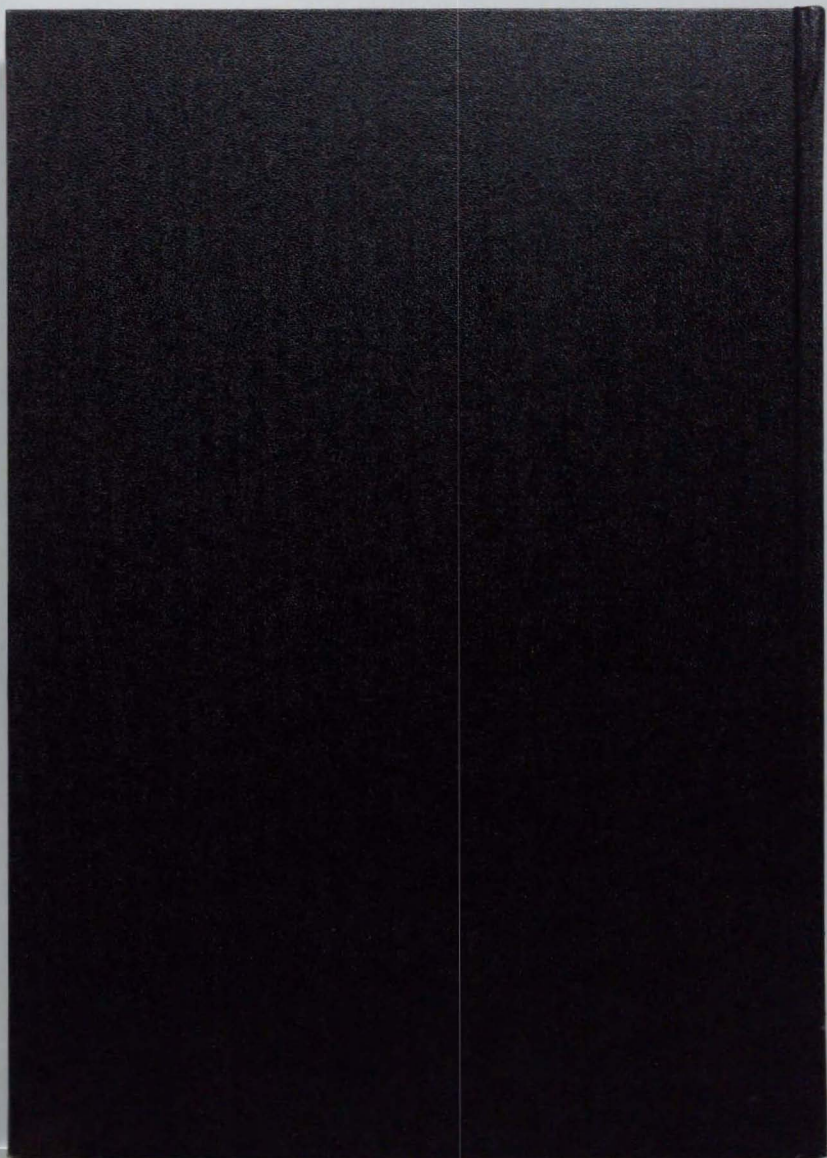
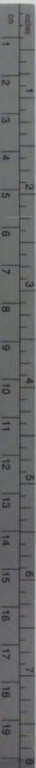


図 A.23 淀み域の半径と下降流の速度勾配 ($H=907$ [mm]、 $D=40.9$ [mm])





Kodak Color Control Patches

© Kodak 2007 TM Kodak

Blue

Cyan

Green

Yellow

Red

Magenta

White

3/Color

Black



Kodak Gray Scale



© Kodak 2007 TM Kodak

A

1

2

3

4

5

6

M

8

9

10

11

12

13

14

15

B

17

18

19