

## 論文審査の結果の要旨

氏名 藤城 謙一

藤城謙一氏は学位請求論文において、時間方向にいわゆる Caputo の意味で定義され階数が 0 と 1 の間の非整数の微分項をもち、空間方向には 2 階の対称楕円型作用素であるような偏微分方程式を考え、ソース項および境界値による近似制御可能性ならびにソース項の時間に依存する因子の決定逆問題の安定性を考察した。ここで、方程式の係数は空間変数には依存するが時間には依存しないものとした。このような非整数階の偏微分方程式は、古典的な拡散方程式では現象を的確に再現できないような土壌などの不均質媒質中の拡散を表すモデルとして土壌汚染などで使われている。

具体的には、本学位請求論文では、次のような問題を考察した。

- ソース項による近似可制御性 (第 1 章)
- 非斉次境界値問題およびその応用として境界値による近似可制御性 (第 2 章)
- 一点観測によるソース項および反応項係数の決定の逆問題 (第 3 章)

以下で問題ごとに簡単に説明する。

第 1 章の内容：

有界な空間領域  $\Omega$  で、非斉次項の台が空間方向には  $\Omega$  の内部に、時間方向には  $(0, T)$  の内部に含まれるような非整数階偏微分方程式に初期値ならびに Dirichlet 境界値がともに 0 を付けたシステムの解を考える。ある関数空間で勝手に与えられた関数に対して、それに最終時刻  $T$  でいくらかでも初期値・境界値問題の解が近くなるように、上記のような非斉次項を選ぶ「近似可制御性」を考察し、肯定的な結果を与えた。ここで、非斉次項は制御入力に対応するもので、制御を加える範囲は空間的にも時間的にも制限されたものであることが自然である。証明は、もとの初期値・境界値問題の双対システムを考え、双対原理により、近似可制御性に対応する双対システムの解の弱い意味の一意的連続性とよばれる性質に帰着させることによってなされた。

第 2 章の内容：

上記の近似可制御性の問題を、非斉次項ではなく部分境界での境界値を制御入力として、考察し、肯定的な結果を確立した。証明は第 1 章と類似であるが、非斉次境界値問題の解の一意存在などの結果をあらたに準備する必要があった。

第 3 章の内容：

非整数階の拡散方程式において汚染源などを記述する非斉次項の時間変化の因子を、解の一点における時間変化によって決定するソース項決定逆問題を考察した。解などに適

切な滑らかさの条件を仮定し、もとの逆問題を非線形の第二種の Volterra 型方程式に帰着することによって、安定性と一意性を証明した。また、ある場合に安定性の評価が最上のものであることも示した。同様な逆問題を係数に関しても考察し、安定性を示した。

非整数階微分方程式は色々な応用の局面で使われているが、偏微分方程式論からの研究は最近本格的に始まったばかりである。特に可制御の問題は本論文で始めて研究されたものであり、評価できる。

よって、論文提出者 藤城謙一は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。